

第 3 回

「ファジィシステムシンポジウム」

講演論文集

期 日 昭和62年6月1日(月) - 3日(水)

会 場 大阪電気通信大学 図書館小ホール

主 催 国際ファジィシステム学会日本支部

第3回ファジィシステムシンポジウム

講演論文集

日時：1987年6月1日(月)～3日(水)

会場：大阪電気通信大学 図書館小ホール

主催：国際ファジィシステム学会(IFSA) 日本支部
《事務局》

591 堺市百舌鳥梅町4-804

大阪府立大学 工学部 経営工学科 第3講座内

電話 (0722) 52-1161 内線 2377

共催：計測自動制御学会、日本自動制御協会
日本オペレーションズ・リサーチ学会
日本行動計量学会、日本経営工学会
情報処理学会、電子情報通信学会
日本人間工学会、日本機械学会
土木学会、日本医療情報学会

L. A. Zadeh教授（カリフォルニア大学バークレー校）の最初の論文以来、ファジィ集合論も22年の歴史を持つに至った。この22年を長いと考えることもできるが、従来の学問と比べると、まだまだ幼年期にあると言えよう。この意味では、ファジィ集合論が種々の学会あるいは産業界で完全な市民権を得ているとはまだまだ言えないが、少なくともその存在は大部分の科学者、技術者によって認知されるに至っていると考えられる。

現在、ファジィ集合論とこれに関係する分野を総称してファジィ理論と呼ぶことが多いが、研究の初期の段階では、主として代数的な理論あるいはシステム理論等が中心であったが、年を経るに従いその研究分野は大きく広がってきている。特に、最近の特徴としては、実用化を目的とした多くの工学分野での応用研究の活発化を挙げることができる。1980年デンマークのスミス社によるセメントキルンに対するファジィコントローラの開発を端緒として、わが国でも水質管理や列車制御を始めとして多くのファジィコントローラが試作され、その有用性が広く認識されつつある。さらに最近では、人工知能AI (Artificial Intelligence)へのファジィ理論の応用に多くの期待が持たれている。この基礎となっているファジィ推論は、ファジィ理論研究の根幹をなすテーマの1つであり、古くから多くの研究がなされているものである。

さて、本シンポジウムを主催しているIFSA日本支部は、ファジィ理論誕生20周年を記念して結成された国際ファジィシステム学会IFSA (International Fuzzy Systems Association)の日本支部である。1985年に設立されたIFSAもこの2年間順調な発展を遂げ、第1回の国際会議(1st IFSA Congress)をスペインのマジョルカ島で開催し、第2回の国際会議を本年7月20日(月)から7月25日(土)まで東京の学習院大学で行う。

本ファジィシステムシンポジウムは、IFSA日本支部独自の企画として、1985年以来毎年行われており、今回で3回目を迎える。第1回を京都、第2回を東京で開催してきたが、今回のシンポジウムでは、特に前述の人工知能関係に焦点を当て、チュートリアルとしてファジィ推論の基礎を、パネルディスカッションとしてはファジィ理論と知識情報処理と題して、人工知能、知識工学、エキスパートシステムなどの知識情報処理へのファジィ理論の適用に関する討論会を企画した。

現在ファジィ理論の対象分野としては、基礎理論、OR、ファジィ制御、人工知能に大別でき、本シンポジウムでも基礎理論、推論、制御、OR、人工知能、パターン認識、情報処理、データベース、エキスパートシステム、構造工学への応用などのセッションが作られた。このようにファジィ理論の応用範囲の広さは特筆すべきものであり、研究者あるいは技術者にとって、興味深い発表も多いと思われる。本シンポジウムを契機として、さらに多くの人にファジィ理論が関心を持たれ、IFSAを中心としたファジィ理論研究のさらなる発展を祈願するものである。

昭和62年6月1日

第3回ファジィシステムシンポジウム幹事

古田 均、 馬野 元秀

第3回 ファジィ・システム・シンポジウム

主催：国際ファジィシステム学会(IFSA) 日本支部

共催：計測自動制御学会、日本自動制御協会、日本オペレーションズ・リサーチ学会、
日本行動計量学会、日本経営工学会、情報処理学会、電子情報通信学会、日本人
間工学会、日本機械学会、土木学会、日本医療情報学会

日時：1987年6月1日(月)～3日(水)、9:30～

会場：大阪電気通信大学 図書館小ホール(別紙 地図参照)

572 大阪府寝屋川市初町18-8

参加費：一般 5000 円、学生 3000 円(ともに、講演予稿集を含む)

当日、会場でお支払い下さい。なお、混雑緩和のため、参加申し込み書に記入の
上、当日お持ち下さい。前もって、郵便等で申し込む必要はありません

《特別講演》

「計測におけるあいまいさについて」 森田 矢次郎(東京工業大学 工学部)

《チュートリアル》

「ファジィ集合とファジィ推論」 水本 雅晴(大阪電気通信大学 工学部)

《パネル・ディスカッション》

「ファジィ理論と知識情報処理」

司会：岩井 壮介(京都大学 工学部)

パネリスト：塚本 弥八郎(名城大学短期大学部)

寺野 隆雄(電力中央研究所)

廣田 薫(法政大学 工学部)

山川 烈(熊本大学 工学部)

《講演》 41 件

基礎(6 件)、OR(6 件)、モデリング(3 件)、データ処理(3 件)、構造解析(2 件)、
制御(7 件)、情報処理(3 件)、データベース(3 件)、パターン認識(2 件)、推論(2 件)、
エキスパート・システム(2 件)、ハードウェア(2 件)

《懇親会》

6月2日(火) 18:30～ 懇親会費 3000 円(会場でお申し込み下さい)

プログラムと目次

6月1日(月)

| | | | |
|---------------|----------------------------------|-----------------------------|----|
| 9:30 ~ 9:40 | あいさつ | IFSA日本支部長 浅居 喜代治 (大阪工業大学) | |
| 9:40 ~ 10:40 | セッション1 | OR(1) 司会 竹田 英二 (神戸商科大学) | |
| (1) | 可能性判別分析 | | 1 |
| | 林 勲、田中 英夫 (大阪府立大学 工学部) | | |
| | 和多田 淳三 (龍谷大学) | | |
| (2) | 区間回帰分析 | | 9 |
| | 田中 英夫、林 勲 (大阪府立大学 工学部) | | |
| | 和多田 淳三 (龍谷大学) | | |
| (3) | ファジィ多属性効用理論の水道評価への応用 | | 13 |
| | 野口 俊太郎、永野 孝一、金安 公造 (北海道大学 工学部) | | |
| 10:50 ~ 11:50 | セッション2 | 基礎(1) 司会 市橋 秀友 (大阪府立大学 工学部) | |
| (4) | ファジィ位相空間と分離公理について | | 19 |
| | 永野 孝一、金安 公造 (北海道大学 工学部) | | |
| (5) | 拡張されたファジィ単子場とファジィ位相空間 | | 25 |
| | 西村 健 (大阪工業大学 一般教育科) | | |
| (6) | ファジィ測度の一般型に対する積分としての Choquet の積分 | | 31 |
| | 菅野 道夫、室伏 俊明 (東京工業大学 システム科学専攻) | | |
| 11:50 ~ 13:00 | 昼食 | | |
| 13:00 ~ 14:00 | チュートリアル | 司会 寺野 寿郎 (法政大学 工学部) | |
| ☆ | ファジィ集合とファジィ推論 | | 37 |
| | 水本 雅晴 (大阪電気通信大学 工学部) | | |

| | | | |
|---------------|---------------------------------------|-----------------------|----|
| 14:10 ~ 15:10 | セッション3 制御(1) | 司会 伊藤 修 (富士ファコム制御(株)) | |
| (7) | 口頭指示による模型自動車の制御 | | 49 |
| | 片山 敬一 (東京ガス) | | |
| | 森 勉、菅野 道夫 (東京工業大学 システム科学専攻) | | |
| (8) | 自立型移動ロボットのファジィ誘導制御シミュレーション | | 55 |
| | 竹内 倶佳、永井 豊、榎本 暢芳、広瀬 保嘉 (電気通信大学) | | |
| (9) | ファジィ論理を用いた自動車追従制御 | | 61 |
| | 前田 幹夫、村上 周太 (九州工業大学 工学部) | | |
| 15:30 ~ 16:30 | セッション4 OR(2) | 司会 奥田 徹示 (大阪工業大学) | |
| (10) | 階層化意思決定を用いた尺度構成法 | | 67 |
| | 市橋 秀友、田中 英夫、黄 承国 (大阪府立大学 工学部) | | |
| (11) | ファジィ目標・制約統合則の一般的定式化と非数値的最大化 | | 71 |
| | 河村 廣、谷 明勲、川村 雅彦、松本 眞一、山田 稔 (神戸大学 工学部) | | |
| (12) | ファジィ数理計画問題の様相論的構成 | | 77 |
| | 乾口 雅弘、市橋 秀友、田中 英夫 (大阪府立大学 工学部) | | |
| 16:40 ~ 17:40 | セッション5 モデリング | 司会 田中 英夫 (大阪府立大学 工学部) | |
| (13) | ファジィグラフの近似システムと応用 | | 83 |
| | 山下 元 (早稲田大学) | | |
| | 勝又 保雄 (目黒高校) | | |
| | 津田 栄 (国学院高校) | | |
| (14) | 凸結合形ファジィ関係式によるあいまいなシステムの同定 | | 89 |
| | 大里 有生 (横浜国立大学 工学部) | | |
| | 菅野 道夫 (東京工業大学 システム科学専攻) | | |
| (15) | ファジィ構造分析手法の交通圏分析への適用 | | 95 |
| | 飯田 恭敬、秋山 孝正、四之宮 和幸 (京都大学 工学部) | | |

6月2日(火)

- 9:30 ~ 10:30 セッション6 基礎(2) 司会 大里 有生(横浜国立大学 工学部)
- (16) ファジィ集合とメンバーシップ関数 101
中島 信之(和歌山県立医科大学)
- (17) モード型演算の導入 107
堀内 清光(神戸大学大学院 自然科学研究科)
- (18) 人間の主観的あいまい数量概念の認知と操作について 111
中村 和男(製品科学研究所)
- 10:40 ~ 11:20 セッション7 制御(2) 司会 菅野 道夫(東京工業大学 システム科学専攻)
- (19) ファジィ・オート・チューニング・コントローラ 117
野本 弘平、近藤 倫正(三菱電機(株) 情報電子研究所)
- (20) 雨水ポンプ運転におけるファジィ適応制御 121
伊藤 修、右田 博久(富士ファコム制御(株))
柳下 修、青木 隆(富士電機(株))
- 11:30 ~ 12:10 セッション8 パターン認識 司会 江澤 義典(関西大学 工学部)
- (21) ファジィ論理を用いた農産物の形状認識 127
寺野 寿郎、増井 重弘、河野 修一、山本 勝也(法政大学 工学部)
- (22) 手書き図形の Fuzzy 自己組織化意味理解 133
荒井 良徳(CSK総合研究所)
- 12:10 ~ 13:10 昼食
- 13:10 ~ 13:40 I F S A日本支部 総会
- 13:40 ~ 14:40 特別講演 司会 浅居 喜代治(大阪工業大学)
- ☆計測のあいまいさについて 139
森田 矢次郎(東京工業大学 工学部)

| | | |
|---------------|---|-----|
| 14:50 ~ 15:30 | セッション9 制御(3) 司会 野本 弘平 (三菱電機(株) 情報電子研究所) | |
| (23) | ファジィ制御則の順序構造モデルによる推論方法 | 147 |
| | 大西 巍、小野 秀隆、寺田 郁二 (三菱重工業(株)) | |
| (24) | Fuzzy 制御に対する改善法 | 153 |
| | 水本 雅晴 (大阪電気通信大学 工学部) | |
| 15:50 ~ 16:50 | セッション10 情報処理 司会 三重野 博司 (東京理科大学 理工学部) | |
| (25) | ファジィ集合の可能性・必然性とそのグラフィック表現 | 159 |
| | 市橋 秀友、田中 英夫 (大阪府立大学 工学部) | |
| | 下村 武 (大阪電気通信大学) | |
| (26) | Lisp によるファジィ集合処理システム | 167 |
| | 馬野 元秀 (大阪大学 大型計算機センター) | |
| (27) | FUZZY PROLOG について | 173 |
| | 向殿 政男 (明治大学 工学部) | |
| | 武田 明秀 ((株) ソフトピア) | |
| | 沈 祖梁、丁 利亜 (明治大学 工学部) | |
| 17:00 ~ 18:00 | セッション11 データ処理 司会 中村 和男 (製品科学研究所) | |
| (28) | ファジィ観測からのキユムラントの補正と最尤推定 | 179 |
| | 奥田 徹示 (大阪工業大学) | |
| (29) | ソフトウェア技術者のための適正検査の評価 | 185 |
| | 立田 ルミ (獨教大学) | |
| | 三重野 博司 (東京理科大学) | |
| (30) | イメージ調査における項目および集団間の同一性の検討 | 189 |
| | 吉田 光雄 (大阪大学 人間科学部) | |
| 18:30 ~ | 懇親会 | |

6月3日 (水)

- 9:30 ~ 10:30 セッション12 データベース 司会 向殿 政男 (明治大学 工学部)
- (31) ファジィ理論によるデータベースの最小化 195
及川 覚、小寺 次夫 (シャープ(株) 情報システム研究所)
- (32) 引用関係に基づくファジィ検索システム 199
野本 弘平、若山 栄夫、桐本 哲郎、近藤 倫正 (三菱電機(株) 情報電子研究所)
- (33) ファジィ・シソーラスによる日本語処理を用いた対話型ファジィ意思決定手法 205
前田 博、小林 元宏、村上 周太 (九州工業大学 工学部)
- 10:40 ~ 11:20 セッション13 推論 司会 片井 修 (京都大学 工学部)
- (34) ファジィフレーム型知識表現とフレーム型ファジィ推論 211
廣田 薫、渡辺 彰彦 (法政大学 工学部)
- (35) 多重推論則に対する準同型基準について 217
江澤 義典 (関西大学 工学部)
- 11:30 ~ 12:10 セッション14 ハードウェア 司会 村上 周太 (九州工業大学 工学部)
- (36) Min、Max 演算によるファジィフリップフロップ回路の実現 223
廣田 薫、小沢 和浩 (法政大学 工学部)
- (37) 多入力ファジィメンバーシップ関数によるハードウェア 229
白井 雄二 (八代工業高等専門学校)
佐々木 守、上野 文男、井上 高宏 (熊本大学 工学部)
- 12:10 ~ 13:10 昼食

| | | |
|---------------|---|-----|
| 13:10 ~ 13:50 | セッション15 エキスパート・システム 司会 田崎 栄一郎 (立石電機(株)) | |
| (38) | 言語変数を用いたコンサルテーションシステムの設計 和多田 淳三 (竜谷大学)、 立花 正道、横井 八郎 (住友金属工業(株)) | 235 |
| (39) | ファジィ理論によるユーザー向け故障判別書作成エキスパート・システム 乾 尚、熊木 淳 (日本IBM 大和研究所) | 243 |
| 14:00 ~ 14:40 | セッション16 構造解析 司会 和多田 淳三 (竜谷大学) | |
| (40) | 土構造物内の浸透流解析についてのファジィ理論の応用 大野 研 (三重大学 農学部) | 249 |
| (41) | ファジィ理論を用いた不静定構造物の信頼性評価 白石 成人、古田 均 (京都大学 工学部) 小山 徳成 (日本IBM) | 255 |
| 15:00 ~ 17:00 | パネル討論 | |
| ☆ | ファジィ理論と知識情報処理 司会：岩井 壮介 (京都大学 工学部) パネリスト：塚本 弥八郎 (名城大学 短期大学部 商経学部) 寺野 隆雄 (電力中央研究所) 廣田 薫 (法政大学 工学部) 山川 烈 (熊本大学 工学部) | 261 |

可能性判別分析 Possibilistic Discriminant Analysis

林 勲* 田中英夫* 和多田淳三**
I. Hayashi H. Tanaka J. Watada

* 大阪府立大学 Univ. of Osaka Prefecture
** 龍谷大学 Ryukoku University

This paper presents a discriminant model by using the concept of possibility. The discriminant analysis by the concept of possibility is called the possibilistic discriminant analysis. The possibilistic discriminant analysis is formulated by using decision rules which are different from decision rules in Vila's discriminant analysis. To formulate the decision rules in the possibilistic discriminant analysis, we discuss possibility measures, conditional possibility measures and Vila's decision rules.

1. はじめに

社会、医療および経営診断などの人間が関与するシステム問題を扱うとき、あいまいなデータを用いた事象を判別することがしばしば必要となる¹⁾²⁾。あいまいなデータはファジィ数を用いて可能性分布として解釈できる。このため本論文では、あいまいなデータを用いた事象の判別モデルとして、可能性測度³⁾に基づいた判別モデルを構成する。この可能性モデルによる判別分析を可能性判別分析と呼ぶ。特に人間の関与するシステムにおいて、専門家によるあいまいな情報は先験的に得られている場合が多い。通常の判別モデルでは条件付確率、同時確率および周辺確率が主要な役割を担っている⁴⁾⁵⁾。可能性判別分析では、専門家の情報を条件付可能性分布とみなし、条件付可能性分布および周辺可能性分布が与えられたとして取り扱っている。

可能性分布における条件付可能性分布や同時可能性分布は Nguyen⁶⁾ および Hisdal⁷⁾ によって議論されている。Nguyenは与えられた同時可能性分布から周辺可能性分布および条件付可能性分布を導き、確率におけるベイズの定理と同様の定式化を行っている。一方、Hisdalは条件付可能性分布および周辺可能性分布を既知な分布として、同時可能性分布を導いている。Nguyen および Hisdalは同じ可能性測度に基づいているが、可能性分布の取り扱い方は異なっている。

Nguyenの可能性モデルに基づく判別分析は Vila⁸⁾ らによってすでに定式化されている。本論文では Hisdalの可能性モデルを用いて判別分析の定式化を行う。可能性判別分析は判別する誤りの可能性を最小とする判別関数を与えることが問題である。すなわち、誤りを最小とする判別関数を最適な可能性判別関数と呼び、この判別規則を可能性判別規則と呼ぶ。最適な可能性判別関数は条件付可能性分布と周辺可能性分布との関係から導かれる。

本論文は Vilaらの判別分析を議論するとともに、提案した可能性判別分析の性質を述べる。また、Vilaらの自然数の判別問題の数値例を用いて、可能性判別分析の有用性を示す。可能性判別分析は観測データが容易に得られないような人間の関与するあいまいなシステムでの判別問題に有用である。

2. 可能性測度

可能性の概念は Zadeh⁹⁾ によって提案され、ファジィ集合を可能性分布とみなしている。すなわち、全体集合 X におけるファジィ集合 F のメンバシップ関数 $\mu_F(x): X \rightarrow [0,1]$ を可能性として捕らえて可能性分布 $\Pi_X(x)$ を $\Pi_X(x) \triangleq \mu_F(x)$ としている。

[定義2-1] 可能性分布関数 $\Pi_X(x)$ のもとに、 X 上のファジィ集合 A の可能性測度を

$$\Pi_X(A) = \sup_x [\mu_A(x) \wedge \Pi_X(x)] \quad (2-1)$$

と定義する。

可能性測度は次の性質を持つ。

$$(i) \pi_x(\phi) = 0, \pi_x(x) = 1 \quad (2-2)$$

$$(ii) \pi_x(A_1 \cup A_2) = \pi_x(A_1) \vee \pi_x(A_2) \quad (2-3)$$

ここで、 \wedge 、 \vee はそれぞれ \min 、 \max を表す。

確率空間に対応させて、可能性空間を $(X, \mathcal{A}(X), \pi_x(\cdot))$ と表す。ただし、 $\mathcal{A}(X)$ は X 上のファジィ集合族である。

一方、同時可能性および条件付可能性については種々の研究がなされている^{3)-5), 9)}。

確率における同時確率、周辺確率および条件付確率はベイズの定理が成立している。確率におけるベイズの定理と同様な定式化が可能性測度を用いて構成できる。この定式化を用いて、Nguyen⁶⁾ は同時可能性分布が与えられた場合の周辺可能性分布および条件付可能性分布を計算している。また、Hisdal⁷⁾ は条件付可能性分布および周辺可能性分布が与えられた場合に、同時可能性分布を導き、その性質を議論している。

ここでは、Nguyen および Hisdal による条件付可能性分布と同時可能性分布について説明しよう。

2-1 Nguyen による条件付可能性分布

いま、 $X_1 \subset X$ の要素 x_1 と $X_2 \subset X$ の要素 x_2 による同時可能性分布 $\pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2)$ が与えられている。すなわち、次の同時可能性分布

$$\pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) : X_1 \times X_2 \rightarrow [0, 1] \\ \sup_{x_1, x_2} \pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) = 1 \quad (2-4)$$

が与えられているとする。

(2-4) 式の同時可能性分布から次の周辺可能性分布が計算できる³⁾。

$$\pi_{x_1}(x_1) = \sup_{x_2} \pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) ; \forall x_1 \in X_1 \quad (2-5)$$

$$\pi_{x_2}(x_2) = \sup_{x_1} \pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) ; \forall x_2 \in X_2 \quad (2-6)$$

明らかに、 $\pi_{x_1}(x_1)$ と $\pi_{x_2}(x_2)$ は正規な可能性分布である。

Nguyen は (2-4) 式の同時可能性分布および (2-5)、(2-6) 式の周辺可能性分布から次の条件付可能性分布 $\pi_{x_1|x_2}(x_1 | x_2)$ および $\pi_{x_2|x_1}(x_2 | x_1)$ を構成している⁶⁾。

$$\forall (x, x_2) \in X_1 \times X_2 \\ \pi_{x_1|x_2}(x_1 | x_2) = \begin{cases} \pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) & ; \pi_{x_1}(x_1) \leq \pi_{x_2}(x_2) \\ \pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) \cdot \frac{\pi_{x_1}(x_1)}{\pi_{x_2}(x_2)} & ; \text{その他} \end{cases} \quad (2-7)$$

$$\pi_{x_2|x_1}(x_2 | x_1) = \begin{cases} \pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) & ; \pi_{x_2}(x_2) \leq \pi_{x_1}(x_1) \\ \pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) \cdot \frac{\pi_{x_2}(x_2)}{\pi_{x_1}(x_1)} & ; \text{その他} \end{cases} \quad (2-8)$$

(2-7) および (2-8) 式で得られた条件付可能性分布は周辺可能性分布を用いて確率のベイズの定理と同様な定式化ができる。

[定理 2-1] 周辺可能性分布 $\pi_{x_1}(x_1)$ 、 $\pi_{x_2}(x_2)$ および、条件付可能性分布 $\pi_{x_1|x_2}(x_1 | x_2)$ 、 $\pi_{x_2|x_1}(x_2 | x_1)$ の間には次の関係が成立する。

$$\pi_{x_1}(x_1) = \sup_{x_2} [\pi_{x_1|x_2}(x_1 | x_2) \wedge \pi_{x_2}(x_2)] ; \forall x_1 \in X_1 \quad (2-9)$$

$$\pi_{x_2}(x_2) = \sup_{x_1} [\pi_{x_2|x_1}(x_2 | x_1) \wedge \pi_{x_1}(x_1)] ; \forall x_2 \in X_2 \quad (2-10)$$

定理 2-1 から周辺可能性分布 $\pi_{x_1}(x_1)$ は $\pi_{x_2}(x_2)$ と $\pi_{x_1|x_2}(x_1 | x_2)$ から容易に計算ができる。また、 $\pi_{x_2}(x_2)$ の場合についても同様に容易に導けることがわかる。ここで、(2-5) 式で得られた $\pi_{x_1}(x_1)$ と (2-9) 式で計算された $\pi_{x_1}(x_1)$ とは同じ可能性分布となる。

2-2 Hisdal による同時可能性分布と条件付可能性測度

ここでは Hisdal⁷⁾ の同時可能性分布について説明し、Hisdal の同時可能性分布から条件付可能性測度を計算しよう。

いま、正規な条件付可能性分布 $\pi_{x_2|x_1}(x_2 | x_1)$ が与えられているとする。また、正規な周辺可能性分布 $\pi_{x_1}(x_1)$ が $\pi_{x_2|x_1}(x_2 | x_1)$ とは独立に与えられている。同時可能性分布 $\pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2)$ は $\pi_{x_1}(x_1)$ および $\pi_{x_2|x_1}(x_2 | x_1)$ を用いて、次のように得られる。

$$\pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) = \pi_{x_1}(x_1) \wedge \pi_{x_2|x_1}(x_2 | x_1) \quad (2-11)$$

同様に、 $\pi_{x_2}(x_2)$ および $\pi_{x_1|x_2}(x_1 | x_2)$ を用いると、

$$\pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) = \pi_{x_2}(x_2) \wedge \pi_{x_1|x_2}(x_1 | x_2) \quad (2-12)$$

となる。同時可能性分布は正規な可能性分布とはならない。

Nguyen の場合と同様に同時可能性分布から周辺可能性分布を得る。

$$\hat{\pi}_{x_1}(x_1) = \sup_{x_2} \pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) ; \forall x_1 \in X_1 \quad (2-13)$$

$$\hat{\pi}_{x_2}(x_2) = \sup_{x_1} \pi_{(x_1, x_2)}(x_1, x_2) ; \forall x_2 \in X_2 \quad (2-14)$$

ここで、(2-13) 式、(2-14) 式で得られる周辺可能性分布 $\hat{\pi}_{x_1}(x_1)$ および $\hat{\pi}_{x_2}(x_2)$ は与えられた周辺可能性分布 $\pi_{x_1}(x_1)$ および $\pi_{x_2}(x_2)$ とは異なる可能性分布となっている。

次に Hisdal の同時可能性分布を用いて条件付可能性測度を導こう。

周辺可能性分布 $\hat{\pi}_{x_2}(x_2)$ のもとに、 X_2 上の集合 A の周辺可能性測度は (2-11) 式および (2-14) 式から

$$\hat{\pi}_{x_2}(A) = \sup_{x_1} [\pi_{x_1}(x_1) \wedge \pi_{x_2|x_1}(A | x_1)] \quad (2-15)$$

となる。

一方、周辺可能性分布 $\hat{\Pi}_{x_2}(x_2)$ のもとに、 X_2 上のファジィ集合 F の周辺可能性測度 $\hat{\Pi}_{x_2}(F)$ は可能性測度の定義2-1から

$$\hat{\Pi}_{x_2}(F) = \sup_{x_2} [\mu_F(x_2) \wedge \hat{\Pi}_{x_2}(x_2)] \quad (2-16)$$

となる。ただし、 $\mu_F(x_2)$ はファジィ集合 F のメンバシップ関数である。

(2-11)式および(2-14)式を(2-16)式に代入すれば、

$$\begin{aligned} \hat{\Pi}_{x_2}(F) &= \sup_{x_2} [\mu_F(x_2) \wedge (\sup_{x_1} \Pi_{x_1}(x_2) \wedge \Pi_{x_1|x_2}(x_2|x_1))] \\ &= \sup_{x_1} [\Pi_{x_1}(x_2) \wedge (\sup_{x_2} \mu_F(x_2) \wedge \Pi_{x_1|x_2}(x_2|x_1))] \end{aligned} \quad (2-17)$$

となる。すなわち、(2-17)式は

$$\hat{\Pi}_{x_2}(F) = \sup_{x_1} [\Pi_{x_1}(x_2) \wedge \Pi_{x_1|x_2}(F|x_2)] \quad (2-18)$$

と書ける。ただし、

$$\Pi_{x_1|x_2}(F|x_2) = \sup_{x_1} [\mu_F(x_2) \wedge \Pi_{x_1|x_2}(x_2|x_1)] \quad (2-19)$$

である。(2-15)式および(2-18)式から $\Pi_{x_2|x_1}(F|x_1)$ は $x_1 \in X_1$ が与えられた場合のファジィ集合 F の条件付可能性測度と解釈することができる。同様の議論が寺野¹⁰⁾らおよびDubois¹¹⁾らによりなされている。

[定理2-2] (2-19)式で得られる $\Pi_{x_2|x_1}(F|x_1)$ は可能性測度である。

[証明] $\Pi_{x_2|x_1}(F|x_1)$ が可能性測度の性質を満足することを示せばよい。

(i) $\Pi_{x_2|x_1}(\emptyset|x_1) = 0, \Pi_{x_2|x_1}(X_2|x_1) = 1$

(ii) $\begin{aligned} \Pi_{x_2|x_1}(F \cup G|x_1) &= \sup_{x_2} [\mu_{F \cup G}(x_2) \wedge \Pi_{x_2|x_1}(x_2|x_1)] \\ &= \sup_{x_2} [\mu_F(x_2) \vee \mu_G(x_2) \wedge \Pi_{x_2|x_1}(x_2|x_1)] \\ &= \Pi_{x_2|x_1}(F|x_1) \vee \Pi_{x_2|x_1}(G|x_1) \quad \square \end{aligned}$

3. 可能性判別分析

判別分析はパターン認識の一手法である⁴⁾。⁵⁾ある事象 x をパターン x 、 $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ 、 $x_i \in X_i$ と呼び、パターン x の集合をパターンクラス C_i 、 $i=1, \dots, m$ と呼ぶ。パターン x が与えられたとき、パターンクラス C_i を判別する判別関数 $\delta_i(x)$ はパターン x を誤ってパターンクラス C_i 以外のパターンクラスと判別する確率を最小にする関数として得られる。すなわち、

$$P_e(\delta) = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1, j \neq i}^m \int \delta_j(x) P(x|C_i) dx \right) P(C_i) \quad (3-1)$$

を最小にする δ を求める。これを判別規則という⁴⁾。

ここで、 $P(x|C_i)$ はパターンクラス C_i が与えられたときの、 x の条件付確率密度関数を表し、 $P(C_i)$ はパターンクラス C_i の生起確率を表す。

さて、可能性モデルを用いて、判別規則を構成しよう。可能性モデルによる判別規則を

可能性判別規則と呼ぶ。

Nguyenの条件付可能性分布に基づく可能性判別分析はすでにVila & Delgadoによって定式化されている⁶⁾。ここでは、Hisdalの同時可能性分布を用いて可能性判別規則を構成する。人間の関与するシステムでは条件付可能性分布が先験的に与えられている場合が多い。たとえば、“患者の咯血量が多ければ、おそらく結核である。”という情報は医者Aがすでに先験的に有している情報であるといえる。この情報は条件付可能性分布として得られる。この場合、可能性判別規則とは新たな咯血している患者 x に対して病名を結核か、否かを判定する規則を意味する。したがって、ここではすでに条件付可能性分布および周辺可能性分布が与えられているとして可能性判別分析を定式化しよう。

3-1 可能性判別規則

いま、人間の関与するシステムにおいて、パターンクラス C_i が生起する可能性を生起可能性と呼び、 $\Pi(C_i)$ で表す。 C_i に属するパターン x は n 個の属性 x_1, \dots, x_n 、 $x_i \in X_i$ によって $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ と表される。 X_1, \dots, X_n によって張られる n 次元空間 E をパターン空間と呼ぶ。ここで、 $\Pi(x|C_i)$ をパターンクラス C_i が与えられたときの x の条件付可能性分布とすれば、可能性測度の性質から次式が成立する。

(i) $\Pi(C_i) \in [0, 1]$ (3-2)

(ii) $\Pi(x|C_i) \in [0, 1], \sup_x \Pi(x|C_i) = 1$ (3-3)

(iii) $\Pi(x, C_i) = \Pi(x|C_i) \wedge \Pi(C_i)$ (3-4)

(iv) $\Pi(x) = \max_i \Pi(x, C_i)$ (3-5)

ただし、 $\Pi(x, C_i)$ は x と C_i の同時可能性分布を表し、 $\Pi(x)$ はパターン空間 E 上の可能性分布を表す。

可能性判別分析はパターン x が与えられたとき、 x が C_1, \dots, C_m のいずれかのパターンクラスに帰属するかを決定する。この決定規則を E から $[0, 1]^m$ への写像として $\delta(x)$ で表し、可能性判別関数と呼ぶ。

[定義3-1] パターン x が与えられたとき、 x がパターンクラス C_i に属する可能性 $P_{oss}\{x \sim C_i\}$ を $E \rightarrow [0, 1]^m$ なる連続で単調な関数 $\delta(x)$ を用いて表し、この δ を可能性判別関数と呼ぶ。

$$\delta(x) = (\delta_1(x), \dots, \delta_m(x))^T \quad (3-6)$$

$$\sum_{i=1}^m \delta_i(x) = 1 \quad (3-7)$$

$$\delta_i(x) = P_{oss}\{x \sim C_i\}, \forall x \in E, i=1, \dots, m$$

ただし、 $x \sim C_i$ は x が C_i に属することを示す。

〔定義3-2〕可能性判別関数 δ が次の性質を満足する時、関数 δ は整数的であるという。

$$\exists k; \delta_i(x) = \begin{cases} 1 & ; i=k \\ 0 & ; i \neq k, i=1, \dots, m \end{cases} \quad \forall x \in E \quad (3-8)$$

〔定義3-3〕可能性判別関数 δ が次の性質を満足するとき、関数 δ は非整数的であるという。

$$(i) 0 < \delta_i(x) < 1, \exists x; 0 < \delta_i(x) < 1 \quad (3-9)$$

(ii) $\delta_i(x)$ は $(0, 1)$ において厳格に単調

$$(iii) x \sim C_i, x' \sim C_i \rightarrow \delta_i(x) > \delta_i(x'), \forall x, x' \in E \quad (3-10)$$

可能性判別関数 $\delta(x)$ は (3-7) 式で表される制約条件 $\sum_{i=1}^m \delta_i(x) = 1$ を有する可能性分布関数であるので、 $\delta(x)$ は “パターン x はパターンクラス C_i の要素と判別できる。” というファジィ集合 F のメンバシップ関数と解釈できる。ここで、パターンクラス C_i に帰属するパターン x がクラス C_i に帰属すると判別する可能性 $\Pi(i \rightarrow j; \delta)$ を

$$\Pi(i \rightarrow j; \delta) = \sup_x [\delta_j(x) \wedge \Pi(x | C_i)] \quad i=1, \dots, m \quad (3-11)$$

と定義する。(3-11) 式は $i=j$ ならば、 C_i のパターン x が正しく判別される可能性を表し、 $i \neq j$ ならば、クラス C_i のパターン x がクラス C_j に誤って判別される可能性を表しているといえる。 $\Pi(i \rightarrow j; \delta)$ は定理2-2から、 C_i が与えられた場合のファジィ集合 F の条件付可能性測度と解釈できる。

〔定義3-4〕クラス C_i に帰属するパターン x が C_i 以外のクラスに帰属すると誤って判別される条件付可能性 $\Pi_0(i; \delta)$ を (3-11) 式を用いて

$$\Pi_0(i; \delta) = \max_{i \neq j} \Pi(i \rightarrow j; \delta), \quad i, j=1, \dots, m \quad (3-12)$$

と定義する。(3-12) 式の $\Pi_0(i; \delta)$ はパターン x が誤って判別される条件付可能性を表している。したがって、クラス C_i に帰属するパターン x が C_i 以外のクラスに帰属する誤りの可能性 $\Pi_0(\delta)$ は (2-18)、(2-19)、(3-11) 式および (3-12) 式を用いて次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \Pi_0(\delta) &= \max_i \Pi_0(i; \delta) \wedge \Pi(x | C_i) \\ &= \max_i \max_{i \neq j} \sup_x [\delta_j(x) \wedge \Pi(x | C_i) \wedge \Pi(x | C_i)] \end{aligned} \quad (3-13)$$

$\Pi_0(\delta)$ は誤りの可能性を表しているので、 $\Pi_0(\delta)$ が最小値となる可能性判別関数 $\delta_j(x)$ はパターン x を C_i に最良に判別する関数といえる。したがって可能性判別分析とは

$$\Pi_0(\delta^*) = \min_j \Pi_0(\delta) \quad (3-14)$$

となる最適な可能性判別関数 $\delta^*(x)$ を求めることである。この規則を可能性判別規則とい

う。

通常の判別分析はパターンクラス C_i に帰属するパターン x のデータ群が与えられたとき、(3-1) 式の誤確率を最小にする判別関数を得る。一方、可能性判別分析は専門家の知識による条件付可能性分布および生起可能性から (3-13) 式の誤りの可能性を最小にする可能性判別関数を得る。

3-2 可能性判別規則の最適性

3-1 節では、可能性判別規則の定式化を行った。ここでは可能性判別規則を用いて最適な可能性判別関数 δ^* の性質について議論する。ただし、パターンクラス C_i の個数は $m=2$ とする。すなわち、パターン x がクラス C_1 あるいは C_2 のいずれかに判別される場合を考える。 $m > 2$ の場合はパターンクラス C_i が2個として判別される手順を多段階に行えばよいので、可能性判別関数 δ^* について同様な性質が議論できる。

可能性判別関数を整数的とした場合の最適な可能性判別関数を $\delta^*(x)$ で表し、非整数的とした場合の最適な可能性判別関数を $\delta^*(x)$ で表す。このとき、次の定理3-1~3-4および系3-1が成立する。ただし、ここでの証明は省略する。

〔定理3-1〕パターンクラス C_1, C_2 について、もし、 $\sup_x [\Pi(x | C_1) \wedge \Pi(x | C_2)] < 0.5$ かつ $\sup_x [\Pi(x | C_1) \wedge \Pi(x | C_2)] < \Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2)$ を満足するならば、その時に限り、次の可能性判別関数 $\delta_j^*(x)$ は最適な可能性判別関数である。

$$\delta_1^*(x) = \begin{cases} 1 & ; \Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2) \geq \Pi(x) \wedge \Pi(x | C_i) \\ 0 & ; \text{その他} \end{cases} \quad (3-15)$$

$$\delta_2^*(x) = \begin{cases} 1 & ; \Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2) < \Pi(x) \wedge \Pi(x | C_i) \\ 0 & ; \text{その他} \end{cases} \quad (3-16)$$

〔系3-1〕もし、 $\sup_x [\Pi(x | C_1) \wedge \Pi(x | C_2)] < 0.5$ かつ $\sup_x [\Pi(x | C_1) \wedge \Pi(x | C_2)] < \Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2)$ を満足するならば、その時に限り、 $\Pi_0^*(\delta^*) < \Pi_0^*(\delta^*)$ である。

〔定理3-2〕もし、 $\sup_x [\Pi(x | C_1) \wedge \Pi(x | C_2)] \geq \Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2)$ かつ $\Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2) \leq 0.5$ を満足するならば、 $\Pi_0^*(\delta^*) = \Pi_0^*(\delta^*)$ となる。

〔定理3-3〕もし、 $\sup_x [\Pi(x | C_1) \wedge \Pi(x | C_2)] > 0.5$ かつ $\Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2) > 0.5$ を満足するならば、その時に限り、 $\Pi_0^*(\delta^*) < \Pi_0^*(\delta^*)$ となる最適な可能性判別関数 $\delta^*(x)$ が存在する。

〔定理3-4〕もし、 $\sup_x [\Pi(x | C_1) \wedge \Pi(x | C_2)]$

)]=0.5かつ $\Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2) \geq 0.5$ を満足するならば、その時に限り、 $\Pi_*(\underline{\delta}^*) = \Pi_*(\underline{\delta}^*) = 0.5$ となる。

定理3-1~3-4 および系3-1の可能性判別規則の性質を図示すると図1のように表すことができる。

パターンクラスが $m=2$ の場合、最適な可能性判別関数が整数的か、非整数的かは $\Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2)$ および $\sup_x [\Pi(x|C_1) \wedge \Pi(x|C_2)]$ の値によって容易にわかる。 $\Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2)$ および $\sup_x [\Pi(x|C_1) \wedge \Pi(x|C_2)]$ の値がともに0.5以上であれば 定理3-3から最適な可能性判別関数は非整数的となる。図1の $\Pi_*(\underline{\delta}^*) < \Pi_*(\underline{\delta}^*)$ は系3-1から得られ、 $\Pi_*(\underline{\delta}^*) = \Pi_*(\underline{\delta}^*)$ は定理3-2から得られる。

3-3 Vila & Delgado の判別分析

Vila & Delgado はNguyen の条件付可能性分布を用いて判別規則を構成している。条件付可能性分布および周辺可能性分布は既知と仮定する可能性判別分析に対して、同時可能性分布だけが与えられていると仮定している。この同時可能性分布を用いてパターンクラス C_i のパターン x が C_i に正しく帰属すると判別する可能性を最大にする判別関数 $\delta_i(x)$ を導いている。すなわち、任意の判別関数 $\delta_i(x)$ に対して、

$$\max_x \sup [\delta_i(x) \wedge \Pi(x|C_1) \wedge \Pi(C_1)] \geq \max_x \sup [\delta_i(x) \wedge \Pi(x|C_1) \wedge \Pi(C_1)] \quad (3-17)$$

となる $\delta_i(x)$ を得る。ただし、Vila & Delgado の判別関数 $\delta_i(x)$ は(3-7)式で表される $\sum_{i=1}^m \delta_i(x) = 1$ の制約条件を定義から取り除いている。

4. 数値例

本論文で定式化した可能性判別規則の性質を明らかにするために、Vila & Delgado による“自然数の判別問題”の数値例データ⁸⁾を用いて、最適な可能性判別関数を導こう。

Vilaらは1から15までの自然数を“小さい”、“大きい”および“中ぐらい”の3つのクラスに判別している。ここでは、パターンクラスを2個として、“小さい”クラスを C_1 とし、“大きい”クラスを C_2 とする。すなわち、1から15までの自然数を C_1 および C_2 とに判別する問題を考える。表1に自然数 x とパターンクラス C_1 、 C_2 の同時可能性分布 $\Pi(x, C_i)$ が与えられている。Vilaらは(2-5)および(2-6)式を用いて、周辺可能性分

布 $\Pi(x)$ および $\Pi(C_i)$ を計算している。また(2-7)式を用いて、条件付可能性分布 $\Pi(x|C_i)$ を計算する。表1および表2に $\Pi(x)$ 、 $\Pi(C_i)$ および $\Pi(x|C_i)$ の結果をそれぞれ示す。

(3-17)式による判別規則を用いて得られた判別結果は次の通りである。

$$C_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$C_2 = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

得られた判別関数 $\delta_i(x)$ を図2に示す。

一方、本論分で提案した可能性判別分析を用いて C_1 と C_2 とを判別しよう。

表2の条件付可能性分布 $\Pi(x|C_i)$ および周辺可能性分布 $\Pi(C_i) = 1.0$ 、 $\Pi(C_2) = 0.8$ とが与えられていると考える。最適な可能性判別関数 $\delta_i(x)$ および判別結果は次の手順に従って得られる。

1) 最適な可能性判別関数 $\delta_i(x)$ が整数的かあるいは非整数的かを導く。すなわち、 $\min \Pi(C_i)$ および $\sup_x [\Pi(x|C_1) \wedge \Pi(x|C_2)]$ を計算する。

$$\begin{aligned} \Pi(C_1) \wedge \Pi(C_2) &= 1.0 \wedge 0.8 = 0.8 \\ \sup_x [\Pi(x|C_1) \wedge \Pi(x|C_2)] &= \frac{9}{1} \vee \frac{0.8}{2} \vee \dots \vee \frac{0.8}{15} \\ &= 0.35/9 \end{aligned}$$

図1から $\Pi_*(\underline{\delta}^*) < \Pi_*(\underline{\delta}^*)$ が得られ、最適な可能性判別関数は整数的可能性判別関数 $\underline{\delta}^*(x)$ である。

2) 最適な可能性判別関数は整数的であるので定理3-1から次の判別関数 $\underline{\delta}^*(x)$ が得られる。

$$\underline{\delta}_1^*(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 8 \\ 0 & ; x \geq 9 \end{cases} \quad (4-1)$$

$$\underline{\delta}_2^*(x) = \begin{cases} 1 & ; x \geq 9 \\ 0 & ; x \leq 8 \end{cases} \quad (4-2)$$

図3に判別関数 $\underline{\delta}^*(x)$ を表す。

3) (4-1)式および(4-2)式の最適な可能性判別関数 $\underline{\delta}^*(x)$ から次の判別結果が得られる。

$$C_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$C_2 = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

本手法で得られた判別結果はVilaらによる判別結果と同じ結果が得られた。しかし、判別関数 $\delta^*(x)$ は $\{0, 1\}$ の整数的として得られている。図3から1から15までの自然数が“小さい”クラス C_1 と“大きい”クラス C_2 とに明確に判別されていることがわかる。

5. むすび

可能性判別分析は可能性の観点から定式化した新しい分析手法である。すなわち、可能性測度に基づいて、条件付可能性分布および

周辺可能性分布から誤りの可能性を計算し、最適な可能性判別関数を導いた。可能性判別規則を用いて、最適な可能性判別関数が整数的あるいは非整数的であるかを判定するのが容易であるので可能性判別分析は実用的な手法といえるであろう。

今後、より実的な問題に本手法を適用し、その有用性を検討する必要があるであろう。

参考文献

1) 和多田、本並、田中、浅居：ファジィ判別分析、日本経営工学会、34-2、126/131 (1983).
 2) J.Watada, H.Tanaka and K.Asai: Fuzzy Discriminant Analysis in Fuzzy Groups, Fuzzy Sets and Systems, 19-3, 261/271 (1986).
 3) L.A.Zadeh: Fuzzy Sets as Basis for a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, 1-1, 3/28 (1978).
 4) 上坂：「パターン認識と学習の理論」、総合図書 (1971).
 5) P.A.Devijver and J.Kittler: Pattern

Recognition; a Statistical Approach, Prentice-Hall International, London (1982).

6) H.T.Nguyen: On Conditional Possibility Distributions, Fuzzy sets and Systems, 1-4, 299/309 (1978).
 7) E.Hisdal: Conditional Possibilities Independence and Noninteraction, Fuzzy Sets and Systems, 1-4, 283/297 (1978).
 8) M.A.Vila and M.Delgado: Problem of Classification in a Fuzzy Environment, Fuzzy Sets and Systems, 9-3 229/239 (1983).
 9) R.Kruse: Fuzzy Integrals and Conditional Fuzzy Measures, Fuzzy Sets and Systems, 10-3, 309/313 (1983).
 10) T.Terano and M.Sugeno: Conditional Fuzzy Measures and Their Applications, in; L.A.Zadeh, Ed., Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes, Academic Press, New York (1975).
 11) D.Dubois and H.Prade: Fuzzy Sets and Systems; Theory and Applications, Academic Press, New York (1980).

表1 同時可能性分布 $\Pi(x, C_i)$ および周辺可能性分布 $\Pi(x)$, $\Pi(C_i)$

| x | 小さい | 大きい | $\Pi(x)$ |
|------------|------|------|----------|
| 1 | 1.00 | 0.00 | 1.00 |
| 2 | 0.99 | 0.01 | 0.99 |
| 3 | 0.95 | 0.05 | 0.95 |
| 4 | 0.80 | 0.05 | 0.80 |
| 5 | 0.70 | 0.10 | 0.70 |
| 6 | 0.65 | 0.10 | 0.65 |
| 7 | 0.50 | 0.15 | 0.50 |
| 8 | 0.40 | 0.20 | 0.40 |
| 9 | 0.35 | 0.50 | 0.50 |
| 10 | 0.20 | 0.55 | 0.55 |
| 11 | 0.20 | 0.60 | 0.60 |
| 12 | 0.15 | 0.65 | 0.65 |
| 13 | 0.10 | 0.70 | 0.70 |
| 14 | 0.05 | 0.75 | 0.75 |
| 15 | 0.01 | 0.80 | 0.80 |
| $\Pi(C_i)$ | 1.00 | 0.80 | |

表2 条件付可能性分布 $\Pi(x|C_i)$

| x | 小さい | 大きい |
|----|------|------|
| 1 | 1.00 | 0.00 |
| 2 | 0.99 | 0.01 |
| 3 | 0.95 | 0.06 |
| 4 | 0.80 | 0.05 |
| 5 | 0.70 | 0.10 |
| 6 | 0.65 | 0.10 |
| 7 | 0.50 | 0.15 |
| 8 | 0.40 | 0.20 |
| 9 | 0.35 | 0.50 |
| 10 | 0.20 | 0.55 |
| 11 | 0.20 | 0.60 |
| 12 | 0.15 | 0.65 |
| 13 | 0.10 | 0.70 |
| 14 | 0.05 | 0.75 |
| 15 | 0.01 | 0.80 |

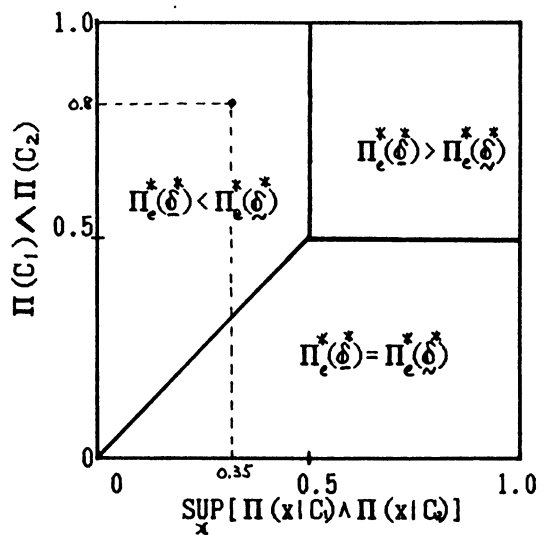


図1 可能性判別規則の性質

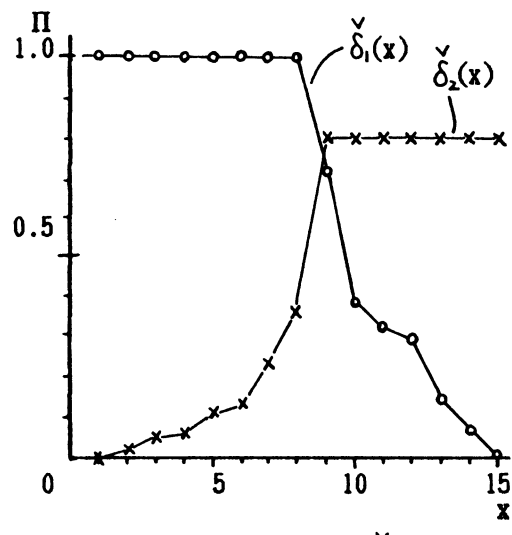


図2 判別関数 \$\delta_i(x)\$

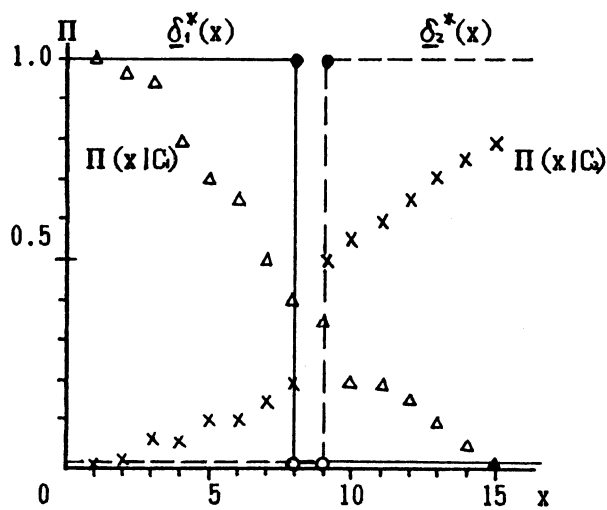


図3 条件付可能性分布 \$\Pi(x|C)\$ および 最適な可能性判別関数 \$\delta_i^*(x)\$

区間回帰分析 (Interval Regression Analysis)

田中英夫 (H. Tanaka) 大阪府立大学(Univ. of Osaka Prefecture)
林 勲 (I. Hayashi) 大阪府立大学(Univ. of Osaka Prefecture)
和多田淳三 (J. Watada) 龍谷大学 (Ryukoku Univ.)

Abstract We have proposed possibilistic linear regression models by fuzzy numbers, although conventional regression analysis has been done by probability models. In this paper, interval regression analysis by intervals instead of fuzzy numbers is formulated. This formulation would be easier understood than the formulation constructed by fuzzy numbers. The merits of this formulation are easily understanding and easily obtaining interval parameters in interval models by linear programming.

1. はじめに

通常、回帰分析は確率モデルによって解析されているが、我々はファジィ数による可能性モデルによる回帰分析^{1)~3)}を提案している。ここでの強調点は可能性線形システムをモデルとし解法をLPに帰着させていることである。したがって専門家が係数についてのばく然とした知識をもっているとすると、この知識データを拘束条件として加えることができる利点がある。また出力データの可能性を専門家が見積ることができれば、このような知識データからモデルを推定することができる。ここでは、問題をより理解しやすいように、区間回帰分析として定式化を行う。ここで、知識のあいまいさが区間として表現されている。

2. 区間線形回帰モデル

区間 A_i を中心と巾で表し $A_i = (d_i, c_i)$ と表現する。区間線形システムを

$$Y = A_1 x_1 + \dots + A_n x_n \quad (1)$$

と表わすと、次のようになる。

$$Y = (d \ x, \ c \ x) \quad (2)$$

区間の包含関係 $A_i \subset A_j$ は次式である。

$$d_j - c_j \leq d_i - c_i \quad , \quad d_j + c_j \geq d_i + c_i \quad (3)$$

(1)式をモデルとした回帰分析を定式化する。

3. 通常のデータに対する線形回帰分析

入出力データは (y_i, x_i) , $i=1, \dots, N$ として与えられる場合を考える。 y_i が推定区間 Y_i に含まれ、推定区間 Y_i の巾の合計を最小にする係数 A_1, \dots, A_n を求める問題として定式化する。すなわち、

$$\begin{aligned}
& \min \sum_i c_i |x_i| \\
& A=(a, c) \\
& y_i \geq a_i x_i - c_i |x_i| \\
& y_i \leq a_i x_i + c_i |x_i| \\
& c_i \geq 0, \quad i=1, \dots, N
\end{aligned} \tag{4}$$

これは LP 問題であるので容易に解くことができる。また専門家がある係数についてよく然とした知識があり、これを $B_i = (\beta_i, d_i)$ とすると、 $A_i \subset B_i$ という拘束条件を導入できる。すなわち、

$$\beta_i - d_i \leq a_i - c_i, \quad \beta_i + d_i \geq a_i + c_i \tag{5}$$

を(4)式に導入して解を得ることができる。

[定理1] (4)式の問題には常に解が存在する。

4. 区間出力データに対する線形回帰分析

ここでは出力データを専門家から得られる区間データ $Y_i = (y_i, e_i)$ とし、 x_i は通常のデータとする。このとき図1に示されているように以下の3つの定式化を行う。

[i]Min問題

推定区間 \bar{Y}_i は

$$\bar{Y}_i = \bar{A}_1 x_{i1} + \dots + \bar{A}_m x_{im} > Y_i \tag{6}$$

の関係を満足し、推定区間 \bar{Y}_i の巾の合計を最小にする問題を考える。これは次の LP 問題になる。

$$\begin{aligned}
& \min \sum_i \bar{c}_i |x_i| = \bar{J}(\bar{c}) \\
& \bar{A}=(\bar{a}, \bar{c}) \\
& y_i + e_i \leq \bar{a}_i x_i + \bar{c}_i |x_i|, \quad \bar{c}_i \geq 0, \\
& y_i - e_i \geq \bar{a}_i x_i - \bar{c}_i |x_i|, \quad i=1, \dots, N
\end{aligned} \tag{7}$$

[ii]Max問題

推定区間 \underline{Y}_i は

$$\underline{Y}_i = \underline{A}_1 x_{i1} + \dots + \underline{A}_m x_{im} < Y_i \tag{8}$$

の関係を満足し、推定区間 \underline{Y}_i は出来るだけ Y_i に近い程よいので、 \underline{Y}_i の巾の合計を最大にする問題を考える。これは次の LP 問題になる。

$$\begin{aligned}
& \max \sum_i c_i |x_i| = \underline{J}(c) \\
& A=(a, c) \\
& y_i + e_i \geq a_i x_i + c_i |x_i|, \quad c_i \geq 0 \\
& y_i - e_i \leq a_i x_i - c_i |x_i|, \quad i=1, \dots, N
\end{aligned} \tag{9}$$

[iii]Conjunction問題

推定区間 \hat{Y}_i は

$$\hat{Y}_i \cap Y_i \neq \emptyset, \quad i=1, \dots, N \quad (10)$$

の関係を満足し、推定区間 \hat{Y}_i の中の合計を最小にする問題を考える。これは次の LP 問題になる。

$$\begin{aligned} \min \sum_i \hat{c}_i |x_i| &= \hat{J}(\hat{c}) \\ \hat{A} &= (\hat{a}, \hat{c}) \\ y_i + e_i &\geq \hat{a} x_i - \hat{c} |x_i|, \quad \hat{c} \geq 0 \\ y_i - e_i &\leq \hat{a} x_i + \hat{c} |x_i|, \quad i=1, \dots, N \end{aligned} \quad (11)$$

まず、与えられたデータ (Y_i^o, x_i^o) , $i=1, \dots, N$ が区間線形システム

$$Y_i^o = A_i^o x_{i1}^o + \dots + A_m^o x_{in}^o \quad (12)$$

を満足していると仮定する。

[定理2] (Y_i^o, x_i^o) , $i=1, \dots, N$ が(12)式を満足しているとする、Min, Max の問題の解は

$$A^o = \bar{A} = \underline{A}, \quad Y^o = \bar{Y} = \underline{Y} \quad (13)$$

となり、係数を同定できる。

[定理3] (Y_i^o, x_i^o) , $i=1, \dots, N$ が(12)式を満足しているとする、Conjunction 問題において、 $\hat{J}(\hat{c})=0$ である。

一般に与えられるデータは(12)式を満足していない。したがって解の存在を議論する必要がある。

[定理4] Min, Conjunction 問題には常に解が存在するが、Max 問題の解の保証はない。

[定理5] Max 問題の解が存在するための必要十分条件は $\hat{J}(\hat{c})=0$ となることである。

[定理6] もし Max 問題に解が存在すれば、

$$\bar{Y}_i \supset Y_i \supset \underline{Y}_i \supset \hat{Y}_i \quad (14)$$

$$\bar{J}(\hat{c}) > \underline{J}(\hat{c}) \quad (15)$$

5. 区間GMDH 予測モデルの一手法である区間GMDHは線形モデルの応用である。入出力関係には $Y=F(x_1, \dots, x_n)$ のような従属関係 F が存在する。 F の推定モデル

$$\hat{Y} = \hat{F}(x_1, \dots, x_n) = A_{k0} + \sum_{k1} A_{k1} x_{k1} + \sum_{k1, k2} A_{k1, k2} x_{k1} x_{k2} + \dots \quad (16)$$

と仮定する。

区間GMDHのアルゴリズムはデータが通常データ、あるいは区間データに対しても同様に定式化できる。区間データに対するアルゴリズムは次の通りである。

(1)出力 Y に関係する x_j , $j=1, \dots, N$ を定める。

(2) $n(n-1)/2$ 組の2変数 (x_p, x_q) に対して、 $Y_k = A_{k0} + A_{k1}x_p + A_{k2}x_q + A_{k3}(x_p)^2 + A_{k4}(x_q)^2 + A_{k5}x_px_q = A_k \cdot x$ の係数 A_{k0}, \dots, A_{k5} を Conjunction 問題により得る。

(3) 次層では $x_k = \hat{\alpha} x_k$ とし、しきい値 $\theta = \min \hat{J}_k(\hat{\alpha})$ を定める。

(4) 第1層、第1+M層でのしきい値 θ^m, θ^{m+1} が $\theta^m = \theta^{m+1}$; $M=1, 2, \dots$ となるまで、(1)~(3)を繰り返す。

(5) $\theta^m = 0$ ならば、定理5から Max 問題の解が存在し、推定区間として、Min, Max 問題の $\bar{Y}_i, \underline{Y}_i$ を求める。 $\theta^m \neq 0$ ならば、 \bar{Y}_i のみを求める。

【定理8】 区間GMDHのアルゴリズムは収束する。

6. 数値例

6.1 通常データに対する線形回帰分析の例

住宅会社 A の住宅価格を評価する(表1)。

<入出力変数> x_1 : 材質の良さ x_2 : 1階床面積 x_3 : 2階床面積 y : 住宅販売価格

<結果> $Y = (245, 38)x_1 + (6, 0)x_2 + (5, 0)x_3$

6.2 区間データに対する区間GMDHの例

図3の区間データを区間GMDHを用いて推定する。

<入力変数> $x_1 = x, x_2 = x^2, x_3 = x^3$

<結果> アルゴリズムは第3層で停止し、 $\theta^3 = 0, \bar{Y}_i, \underline{Y}_i$ とも区間データをよく表現している。

7. 参考文献

- 1) H.Tanaka, S.Uejima and K.Asai: IEEE Trans. on SMC, Vol.12 No.6, (1982)
- 2) 田中、林、浅居: システムと制御、Vol.30, Np.9 (1986)
- 3) 田中、和多田、林: 計測自動制御学会、Vol.22, No.10 (1986)

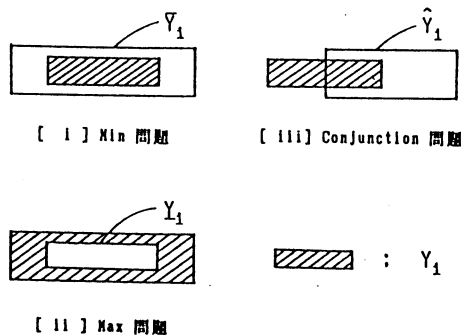


図1 3つの定式化の説明

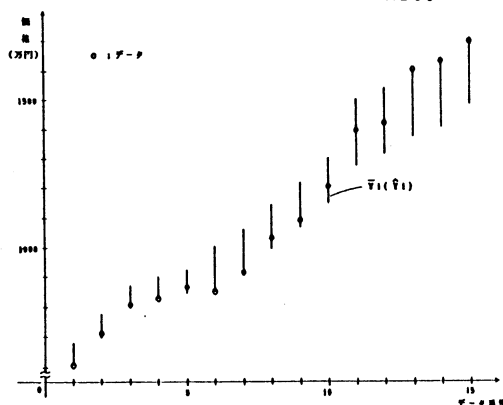


図2 数値例1

表1. プレハブ住宅に関するデータ

| k | y_i | x_1 | x_2 | x_3 |
|----|-------|-------|--------|-------|
| 1 | 606 | 1 | 38.09 | 36.43 |
| 2 | 710 | 1 | 62.10 | 26.50 |
| 3 | 808 | 1 | 63.76 | 44.71 |
| 4 | 826 | 1 | 74.52 | 38.09 |
| 5 | 865 | 1 | 75.38 | 41.40 |
| 6 | 852 | 2 | 52.99 | 26.49 |
| 7 | 917 | 2 | 62.93 | 26.49 |
| 8 | 1031 | 2 | 72.04 | 33.12 |
| 9 | 1092 | 2 | 76.12 | 43.06 |
| 10 | 1203 | 2 | 90.26 | 42.64 |
| 11 | 1394 | 3 | 85.70 | 31.33 |
| 12 | 1420 | 3 | 95.27 | 27.64 |
| 13 | 1601 | 3 | 105.98 | 27.64 |
| 14 | 1632 | 3 | 79.25 | 66.81 |
| 15 | 1699 | 3 | 120.50 | 32.25 |

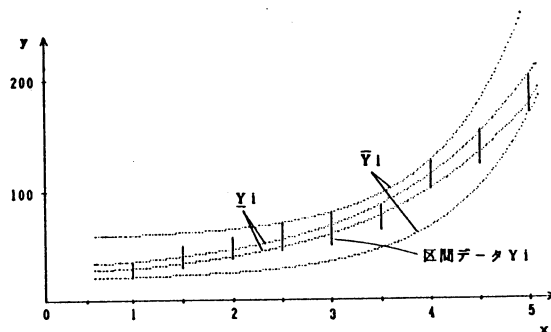


図3 数値例2

ファジィ多属性効用理論の水道評価への応用
An Application of Fuzzy Multi-Attribute Utility Theory
to Assessment of Water Supply

北海道大学大学院(Hokkaido Univ.) 野口俊太郎(S.Noguchi)
北海道大学大学院(Hokkaido Univ.) 永野 孝一(T.Nagano)
北海道大学工学部(Hokkaido Univ.) 金安 公造(K.Kaneyasu)

Abstract. The multi-attributed utility function is one of main implements which treat with multiobjective decision problems. Using it, we can evaluate the crisp utility if we know the crisp value of the attribute.

However, we think naturally that the value of the attribute and the utility are not crisp but fuzzy in practice. Therefore this research attempts to fuzzify the multi-attributed utility function, and considers the possibility that we can apply "fuzzy multi-attribute utility theory" to the evaluation of citizens with regard to the water supply.

1. はじめに

人間は通常多数の代替案から最適な案を選び出す際に、様々な属性を考慮して総合的判断を下している。環境影響評価の手続きは3つの段階、すなわち調査、予測、評価に分けられる。最終段階の評価は、意志決定者が予測結果をもとに、多数の目的の達成度合を同時に考慮しつつ、最適と思われる案を選択する多目的意志決定問題である。

こうした多目的意志決定問題を数式化して取り扱う手法の一つに、Keeney, Raiffaらにより提案された多属性効用関数法がある。この手法によると、与えられた属性値から効用値を導出することができる。そしておのおのの代替案について効用値の大小を比較することにより、意志決定者の評価を知りうる。

しかし効用関数を作成する際に、属性値-効用値の関係は厳密な1対1対応を示すとは限らず、ファジィ属性値-ファジィ効用値をとるのが自然と考えられる。本研究では、多属性効用関数にファジィ集合論を導入することにより、人間の意志決定時のあいまいさを許容しうるファジィ多属性効用理論を定式化し、市民の水道に関する効用分析への適用可能性を検討した。

2. 多属性効用関数法

2.1 多目的意志決定問題

多目的意志決定問題を、以下のように定式化する。

X を代替案の集合、 x をある代替案を選択した結果、 X_i を属性、 x_i を属性 X_i がとる値とすると、

$$X = \prod_{i=1}^n X_i = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \}$$
$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

である。多目的意志決定問題の最終目的は、 X から最適代替案を選び出すことである。すなわち、

$$\max_{x \in X} V (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \quad (2.1)$$

と表現される最適解 $x \in X$ を見いだすことである。ここで f_i は目的関数、 V は $R^n \rightarrow R^1$ の

スカラー評価関数である。

2.2 多属性効用関数法

目的関数 $f(x)$ を求める操作を省き、与えられた属性値から直接評価できるためには、(2.1)式が次の表現をとりうる必要がある。

$$\sup_{x_i \in X_i \subset X} u(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.2)$$

ここで u は $R^n \rightarrow R^1$ のスカラー評価関数である。つまり u は、 $x', x'' \in X$ について選好関係を考える場合、 $u(x')$ と $u(x'')$ の数値を比較することによって、その選好順序がわかる関数である。さらに単一属性ごとに効用関数を作成し、それを合成した形で評価できれば便利である。これは(2.2)式を次の式に変形することである。

$$\sup_{x_i \in X_i \subset X} U(u_1(x_1), u_2(x_2), \dots, u_n(x_n)) \quad (2.3)$$

u_i は $R^1 \rightarrow R^1$ のスカラー評価関数で、 $x', x'' \in X$ について選好関係 \succeq を考える場合、

$$x' \succeq x'' \Leftrightarrow u_i(x') \geq u_i(x'') \quad (2.4)$$

となる。この単一属性に関して、選好順序を実数値の大小で表現できる評価関数 u_i を単一属性効用関数と呼ぶ。 U は $R^n \rightarrow R^1$ のスカラー評価関数で、複数の属性に関して選好順序を実数値の大小で表現できる。つまり、

$$x' \succeq x'' \Leftrightarrow U(x') \geq U(x'') \quad (2.5)$$

である。この評価関数 U を多属性効用関数と呼ぶ。代替案の評価を(2.3)式で行うためには各属性を独立に評価の対象として取り扱うことができなければならない。これには選好独立および効用独立と呼ばれる二つの独立性の仮定が満たされることが必要である。

3. ファジィ数の基本演算

ファジィ集合論は、境界があいまいな集合を取り扱う理論である。ファジィ集合は、集合に属する度合すなわちメンバーシップ関数によって定義される。本研究では、ファジィ属性値から、ファジィ効用値を求める際に、次の演算手法を用いる。

x, y, z を実数とし、それぞれ $\mu_{\tilde{x}}(t), \mu_{\tilde{y}}(t), \mu_{\tilde{z}}(t)$ なるメンバーシップ関数を持つファジィ数を $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$ とおく。 X を実数全体の集合とする。

$$\textcircled{1} \text{ファジィ数の等価性 } \tilde{x} = \tilde{y} \quad \mu_{\tilde{x}}(t) = \mu_{\tilde{y}}(t) \quad t \in X \quad (3.1)$$

$$\textcircled{2} \text{ファジィ拡張和 } \tilde{z} = \tilde{x} \oplus \tilde{y} \quad \mu_{\tilde{z}}(t) = \max_{z=x+y} [\min(\mu_{\tilde{x}}(t), \mu_{\tilde{y}}(t))] \quad (3.2)$$

$$\textcircled{3} \text{ファジィ拡張積 } \tilde{z} = \tilde{x} \otimes \tilde{y} \quad \mu_{\tilde{z}}(t) = \max_{z=x \times y} [\min(\mu_{\tilde{x}}(t), \mu_{\tilde{y}}(t))] \quad (3.3)$$

4. ファジィ多属性効用関数の定式化

4.1 独立性の定義

多属性効用関数を作成する際に二種類の独立性の検証が必要とされた。ファジィ多属性効用関数を構築する際にも、属性間で満たされなければならない独立性の検証が必要となる。これを以下のように定義する。

①ファジィ選好独立： X を代替案（選択の対象）の集合、 x をある代替案を選択した結果、

X_i を属性、 \tilde{x}_i をファジィ属性値とする。このとき任意の $(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j, \tilde{x}_{ij}) \in X \subset X$ に関して、

$$(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j, \tilde{x}_{ij}) \text{ と } (\tilde{x}'_i, \tilde{x}'_j, \tilde{x}'_{ij}) \Leftrightarrow (\tilde{x}_i, \tilde{x}_j, \tilde{x}'_{ij}) \text{ と } (\tilde{x}'_i, \tilde{x}'_j, \tilde{x}_{ij}) \quad (4.1)$$

が成立するとき、属性 X_i, X_j は他の全ての属性値 X_{ij} よりファジィ選好独立であると呼ぶ。

②ファジィ効用独立：属性 X_i で、最小効用値、最大効用値を取る属性値をそれぞれ x_{i0}, x_{i1} とする。ここで任意の $(\tilde{x}_i, \tilde{x}_{ij}) \in X \subset X$ に関して、

$$(\tilde{x}_i, \tilde{x}_{ij}) \sim \begin{cases} p & (x_{i0}, \tilde{x}_{ij}) \\ 1-p & (x_{i1}, \tilde{x}_{ij}) \end{cases} \Leftrightarrow (\tilde{x}_i, \tilde{x}'_{ij}) \sim \begin{cases} p & (x_{i0}, \tilde{x}'_{ij}) \\ 1-p & (x_{i1}, \tilde{x}'_{ij}) \end{cases} \quad (4.2)$$

が成立する、つまり他の全ての属性値 \tilde{x}_{ij} の変化に関わらず \tilde{x}_i の確実同値 \tilde{x}'_{ij} が一定であるときに、属性 X_i は他の全ての属性 X_{ij} から効用独立であると呼ぶ。

4.2 ファジィ単一属性効用関数の同定

ファジィ単一属性効用関数は、一つの属性に関して、ファジィ属性値からファジィ効用値が得られる関数である。この関数について次の二つの仮定をおく。

[仮定1] x_{i0}, x_{i1} はnon-fuzzyで

ある。すなわち

$$\mu_{\tilde{x}_{i0}}(x'_i) = \begin{cases} 1 & : x'_i = x_{i0} \\ 0 & : x'_i \neq x_{i0} \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{x}_{i1}}(x'_i) = \begin{cases} 1 & : x'_i = x_{i1} \\ 0 & : x'_i \neq x_{i1} \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{u}_i(x_{i0})}(u'_i) = \begin{cases} 1 & : u'_i = 0 \\ 0 & : u'_i \neq 0 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{u}_i(x_{i1})}(u'_i) = \begin{cases} 1 & : u'_i = 1 \\ 0 & : u'_i \neq 1 \end{cases}$$

[仮定2] non-fuzzy属性値は、non-fuzzy効用値をとり、この逆も同時に成立する。

すなわち

$$\mu_{\tilde{x}_i}(x_i) = 1 \Leftrightarrow \mu_{\tilde{u}_i}(u_i(x_i)) = 1$$

この仮定のもとで、ファジィ属性値からファジィ効用値を見いだすファジィ単一属性効用関数を(4.3)式のように定義する。

$$\mu_{\tilde{u}_i(\tilde{x}_i)}(u_i(x'_i)) = \sup_{u_i(x'_i)} \min_{x'_i} (\mu_{\tilde{u}_i(x'_i)}(u_i(x'_i)), \mu_{\tilde{x}_i}(x'_i)) \quad (4.3)$$

実際に効用関数を求める際には次のようにすればよい。①例えば $u_i = 0.5$ となるファジィ属性値 \tilde{x}_i を質問する。②これをもとに適当な関数型を仮定して、 u_i と \tilde{x}_i を対応させる図を描く。③(4.3)式を用い、 \tilde{x}_i から \tilde{u}_i を求めることができる(図-1)。

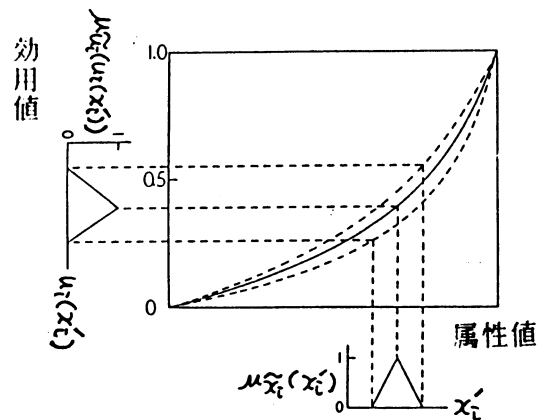


図-1 ファジィ属性値 \tilde{x}_i よりファジィ効用値 \tilde{u}_i を求める図

4.3 ファジィ尺度構成係数の推定

複数の属性間の関係を示すファジィ尺度構成係数 \tilde{k}_s は、くじの概念を用いた $\tilde{\pi}_s$ -確率実験を行い推定する。全ての属性で最大効用値、全ての属性で最小効用値をとる二つの選択肢があるくじを考える（各々の選択肢を引く確率を $\tilde{\pi}_s, 1 - \tilde{\pi}_s$ とする）。ここで属性 X_s が最大効用値 x_{s1} をとり、他の全ての属性 $X_{\bar{s}}$ が最小効用値をとる組合せ $(x_{s1}, x_{\bar{s}0})$ を考える。この組合せの効用値とくじの期待効用値が等しくなるように確率 $\tilde{\pi}_s$ を定める。このとき、 $\tilde{k}_s = \tilde{\pi}_s$ と決定される。

4.4 ファジィ多属性効用関数の表現型

(1) 加法型

$$\tilde{U}(\tilde{x}) = \bigoplus_{i=1}^m [\tilde{k}_i \otimes \tilde{u}_i(\tilde{x}_i)],$$

$$\bigoplus_{i=1}^m \tilde{k}_i = \tilde{1} \quad (4.4)$$

(2) 乗法型

$$\tilde{K} \otimes \tilde{U}(\tilde{x}) \oplus \tilde{1} = \bigotimes_{i=1}^m [\tilde{K} \otimes \tilde{k}_i \otimes \tilde{u}_i(\tilde{x}_i) \oplus \tilde{1}], \quad \bigoplus_{i=1}^m \tilde{k}_i \neq \tilde{1}, \tilde{K} \neq \tilde{0} \quad (4.5)$$

\oplus はファジィ拡張和、 \otimes はファジィ拡張積である。以上の手続きを図-2に示す。

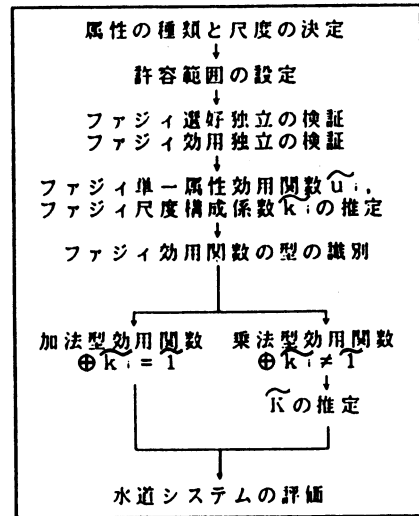


図-2 ファジィ多属性効用関数の導出手順

5. 水道システムへのファジィ多属性効用関数法の適用

5.1 属性と対象

本研究では、一般市民を対象とし水道システムに対する評価において、ファジィ多属性効用理論の適用を試みた。まず独立性が検証できたものについて効用関数を作成する。次に、これを用いて、住居移転あるいは将来の水資源悪化にともなう水道形態の変化が、効用値にどのような影響を与えるのかを調べた。

属性は水道計画・設計の際に指標となる技術者サイドの尺度は選ばず、実生活に密着した分かりやすいものを選択した。属性の尺度と範囲をあわせて表-1に示した。

「きれいさ」に関しては、水の用途を7段階に分け、質の良い水を使える範囲の広さにしたがって点数をつけた(表-2)。これによって水の質的・量的不足時に用途別給水を行う中水道の評価に用いることができよう。

5.2 結果

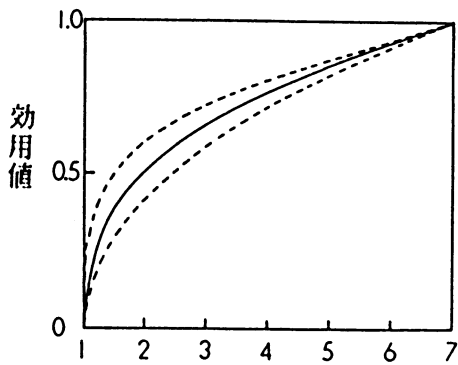
札幌市民11名にアンケート調査を行い、2名(被験者A:主婦, 52歳、被験者B:札幌市下水道局職員, 40歳)についてファジィ多属性効用関数を作成できた。アンケートは直接面接方式で、 $u_i = 0.5$ となるファジィ属性値を質問し、 $u_i(x_i) = \alpha(|x_i - \beta|)^{\gamma}$ を仮定し未定定数を決定した。図-3に示すのは被験者Aのファジィ単一属性効用関数である。実線はメンバーシップ値が1の曲線、破線はメンバーシップ値が0の曲線で

表-1 属性の種類と尺度

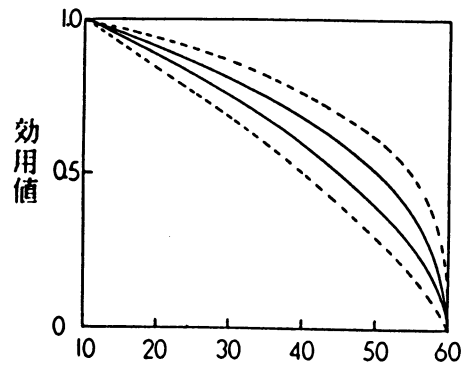
| 属性 | 尺度 | 最良値 | 最悪値 |
|------|----------------|-----|-----|
| きれいさ | 飲める水が使える範囲(点数) | 7点 | 1点 |
| 豊かさ | 浴槽を満水にする時間(分) | 10分 | 60分 |
| 安さ | 1ヶ月の水道料金(円) | 1千円 | 1万円 |

表-2 「きれいさ」の尺度

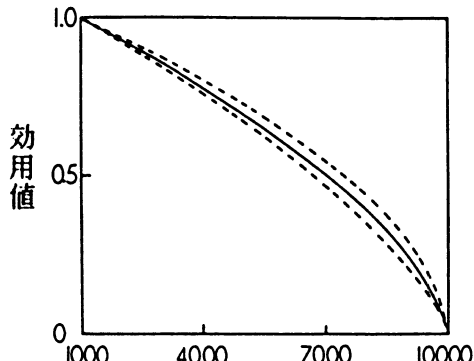
| 使用可能範囲 | 点数 | | | | | | |
|---------|----|---|---|---|---|---|---|
| | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 飲料・調理用 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 洗面・手洗い用 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | × |
| 人浴用 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | × |
| 洗濯用 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | × | × |
| 清掃用 | ○ | ○ | ○ | ○ | × | × | × |
| 散水・洗車用 | ○ | ○ | × | × | × | × | × |
| 水洗トイレ用 | ○ | × | × | × | × | × | × |



(a) 「きれいさ」 属性値 (点)

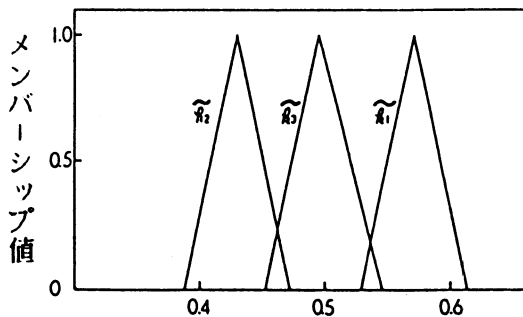


(b) 「豊かさ」 属性値 (分)

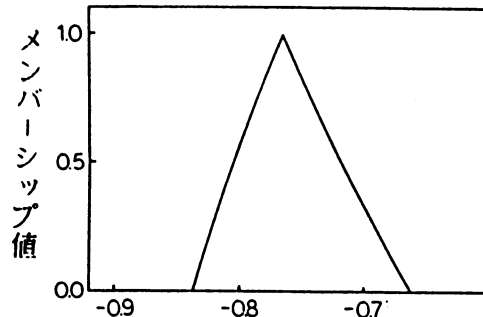


(c) 「安さ」 属性値 (円)

図-3 被験者Aのファジィ
単一属性効用関数

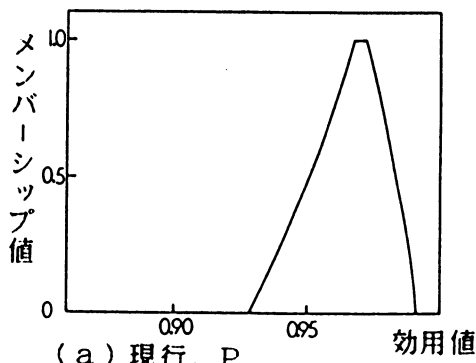


(a) \tilde{k}_i のメンバーシップ関数

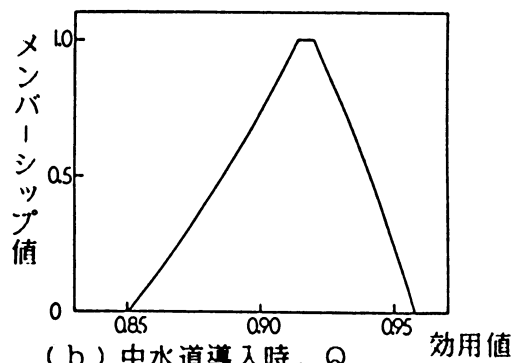


(b) \tilde{K} のメンバーシップ関数

図-4 被験者Aのファジィ尺度構成係数
 \tilde{k}_i, \tilde{K} のメンバーシップ関数



(a) 現行, P



(b) 中水道導入時, Q

[7点, 20分, 2400円]

[5点, 20分, 2940円]

図-5 被験者Aのファジィ効用値のメンバーシップ関数

ある。同じく被験者Aについて、 π_{α} -確率実験の結果をもとに仮定したファジィ尺度構成係数のメンバーシップ関数を図-4に示す。

表現型はA, Bともに乗法型となり、「きれいさ」「安さ」については両者とも、属性値が良→悪となると、効用値(評価値)の低下が緩→急となる危険回避型の関数型を取った。また「豊かさ」についてはAが危険回避型、Bが属性値が良→悪となると、効用値の低下が急→緩となる危険受容型の関数型をとり、属性に対する個人の考え方の相違が示された。

得られた効用関数から現行の水道システムP [7点、20分、2400円]〔4大家族、200l/day・人、100円/㎥〕と中水道が導入された状態Q [5点、20分、2940円]〔15%再生水利用、再生水250円/㎥〕を評価した。被験者Aについてそれぞれのケースのファジィ効用値を図-5に示す。計算結果により二つのケースの差を求めると、被験者A, Bともにだいたい0.1以下であることが分かる。ゆえに利用者側からみても中水道の導入は充分可能であると考えられる。

5・3 結論と問題点

本研究の結論は次の二点である。

(1) ファジィ属性値からファジィ効用値を求めうるファジィ多属性効用理論の定式化をおこなった。

(2) アンケート調査にもとづき、水道に関する個人の効用についてのファジィ多属性効用関数を二例作成した。さらに中水道導入の可能性を利用者側から評価した。

また、以下に問題点を列挙する。

(a) 独立性の検証がネックとなりファジィ多属性効用関数が作成できたのは少数であった。

(b) アンケート時にくじの概念を用いることの影響が考えられる。

(c) メンバーシップ関数の形はある程度仮定せざるを得ない。

〔参考文献〕

- 1) L.A.Zadeh: Fuzzy Sets, INFORMATION AND CONTROL, 1965
- 2) 西田俊夫, 竹田英二: ファジィ集合とその応用, 森北出版, 1978
- 3) Ralph L.Kenney, Howard Raiffa: Decision with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs, John Wiley and Sons Inc., 1976 高原康彦, 高橋亮一, 中野一夫 監訳: 多目標問題解決の理論と実例, 構造計画研究所, 1980
- 4) 瀬尾英巳子: 多目的評価と意志決定, 日本評論社, 1984
- 5) S.Murakami, H.Maeda, S.Imamura: FUZZY DECISION ANALYSIS ON THE DEVELOPMENT OF CENTRALIZED REGIONAL ENERGY CONTROL SYSTEM, IFAC Fuzzy Information, 1983
- 6) Dider Dubois, Henri Prade: FUZZY SETS AND SYSTEMS, ACADEMIC PRESS, 1980
- 7) 永野孝一, 金安公造: 多属性効用理論による水道の評価, 第5回知識工学シンポジウム, 1987

ファジィ位相空間と分離公理について
On Fuzzy Topological Spaces and Separation Axioms

永野孝一 金安公造
T.Nagano K.Kaneyasu

北海道大学工学部
Hokkaido University

Abstract The concept of a fuzzy set, which was introduced by Zadeh, are applied a number of classical theory for generalising it. In this paper, we have considered the general theory of fuzzy topological spaces, especially a system of separation axioms. First, we recall the definition of fuzzy topological spaces. And the separation axioms (FT0), (FT1), ... are showed, the connections between some separation axioms are studied. We also show the relations with the existence of fuzzy function.

1. はじめに

L.A.Zadeh[1]によって導入されたファジィ概念はさまざまな応用分野に適用されるとともに古典的理論の拡張、例えば通常の位相空間論の概念をファジィ位相空間論に一般化しようとする試みもなされている。C.L.Chang[2]によって初めてファジィ位相空間の基本的定義ならびに性質が調べられてから、C.K.Wong[3], R.Lowen[4] [8]らによってさまざまな角度から研究されている。本研究では通常の位相空間で提出されている分離公理に対応するファジィ位相空間の分離公理に焦点をあてその諸性質について考察した。

2. 準備

X を点の集合 $\{x : x \in X\}$ とする。 X のファジィ集合 A は、 X から $[0, 1]$ へのメンバーシップ関数 $\mu_A(x)$ で定義され、通常の集合は X から $\{0, 1\}$ への特性関数 $c_A(x)$ で定義される。

【定義1】 A, B を X のファジィ集合とすると、すべての $x \in X$ について

$$\begin{aligned} A = B &\Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x) \\ A \subset B &\Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \\ A \cap B &\Leftrightarrow \mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \\ A \cup B &\Leftrightarrow \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \\ A^c &\Leftrightarrow \mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \end{aligned}$$

【定義2】 X のファジィ点 p は、次のメンバーシップ関数をもつファジィ集合である。

$$\begin{aligned} \mu_p(x) &= y && : x = x_p \quad y \in (0, 1] \\ &= 0 && : \text{その他の場合} \end{aligned}$$

p は、台または支持 x_p と値 y をもつという。

【定義3】 p がファジィ集合 A の中にあるための必要十分条件は

$$\mu_p(x_p) \leq \mu_A(x_p)$$

となることであり、逆に、 $p \notin A \Leftrightarrow \mu_p(x_p) \geq \mu_A(x_p)$ である。

3. ファジィ位相空間

【定義4】 $X (= \phi)$ においてつぎの3条件を満たすような X のファジィ集合族 O が与えられているものとする。

- (I) すべての α 定数, $\alpha \in [0, 1]$
- (II) O に属する有限個の集合の共通部分は、また O に属する。すなわち、 $O_i \in O$ ($i = 1, 2, \dots, n$) ならば $\bigcap_{i=1}^n O_i \in O$ 。
- (III) O に属する任意個の集合の和は、また O に属する。すなわち、 $O_j (j \in J)$ ならば $\bigcup_{j \in J} O_j \in O$ 。

集合 X とファジィ集合族 O を考え合わせたものをファジィ位相空間といい、 (X, O) であらわす。このとき、 O は X のファジィ位相を定めるといい、 O に属するファジィ集合をファジィ開集合という。

【定義5】 X をファジィ位相空間とする。 X の各ファジィ点 p に対して p を含む任意のファジィ開集合をファジィ点 p のファジィ近傍といい U_p であらわし、 p のファジィ近傍の全体を p のファジィ近傍系といって $U(p)$ であらわす。 X の各ファジィ点の近傍系の全体 $\{U(p) : p \in X\}$ を X のファジィ近傍系という。

《定理1》 X をファジィ位相空間、 A がファジィ開集合であるための必要十分条件は A の任意のファジィ点 p に対して $p \in O_p \subset A$ となるファジィ開集合が存在することである。

〔証明〕 A をファジィ開集合とする。 $p \in A$ ならば A は p のファジィ近傍であるから、 $O_p \subset A$ が存在する。逆に、 $p \in O_p \subset A$ なる $O_p \in A$ を用いて $A = \bigcup_{p \in O} O_p$ と表されるからファジィ位相条件より A はファジィ開集合である。

【定義6】 X のファジィ集合 E について、その補集合 $O = X - E$ がファジィ開集合であるとき、 E を X のファジィ閉集合であるという。

【定義7】 f を X から Y への関数とする。 B をメンバーシップ関数 $\mu_B(y)$ をもつ Y のファジィ集合とすると、 B の逆像 $f^{-1}[B]$ は以下のように定義されるメンバーシップ関数をもつ X のファジィ集合である。すべての $x \in X$ について、

$$\mu_{f^{-1}[B]}(x) = \mu_B(f(x)).$$

逆に、 A をメンバーシップ関数 $\mu_A(x)$ をもつ X のファジィ集合とすると、 A の像 $f[A]$ はすべての y について、

$$\mu_{f[A]}(y) \begin{cases} = \sup_{z \in f^{-1}[y]} \mu_A(z) & : f^{-1}[y] \neq \phi \\ = 0 & : \text{その他の場合} \end{cases}$$

となる。ここで $f^{-1}[y] = \{x : f(x) = y\}$ である。

【定義8】 ファジィ位相空間 $(X, O(X))$ からファジィ位相空間 $(Y, O(Y))$ への F -連続であるための必要十分条件は、 $O(Y)$ のファジィ開集合の逆像が $O(X)$ のファジィ開集合となることである。

【定義9】 $\{X_i\}, i \in I$ を空間族とする。 $X = \prod_{i \in I} X_i$ を通常の直積空間とし、 $p r_i$ を X

から X_i への射影とする。それぞれの X_i にファジィ位相 O_i を導入し、 $o \in O_i$ とすると、 $p r^{-1}(o)$ は X 上のファジィ集合である。ファジィ位相空間族 $\{(X_i, O_i)\}$, $i \in I$ が与えられ、ファジィ位相 O は $X = \prod_{i \in I} X_i$ に関して直積ファジィ位相という。 (X, O) は直積ファジィ位相空間という。

4. 分離公理

ファジィ位相空間は以下にあげるような分離公理のいくつかを満たす場合が多い。

(FT0) F-Kolmogorovの公理. X の任意のファジィ点 p, q ($p \neq q$) に対して、少なくとも一方たとえば p のファジィ近傍で、他の一方すなわち q を含まないものが存在する。

(FT1) F-第1分離公理 (F-Fréchetの公理). X の任意のファジィ点 p, q に対して、 $x_p \neq x_q$ のとき p を含み q を含まないファジィ近傍 U_p が存在し、同時に q を含み p を含まないファジィ近傍 U_q が存在する。 $x_p = x_q$ かつ $\mu_p(x_p) < \mu_q(x_q)$ のとき p を含み q を含まないファジィ近傍 U_p が存在する。

《定理2》 ファジィ位相空間 (X, O) が F-第1分離公理を満足するためには、次の条件 (FT1') または (FT1'') の成り立つことが必要十分である。

(FT1') X の各ファジィ点 p において p のすべてのファジィ近傍 $U_p \in U(p)$ に共通なファジィ点は p に限る

$$\bigcap \{U_p : U_p \in U(p)\} = \{p\}$$

(FT1'') ただ一つのファジィ点からなる集合 $\{p\}$ はファジィ閉集合である。

〔証明〕 (FT1' → FT1'') FT1' を仮定する。 p のすべてのファジィ近傍の共通部分が p 以外の点 q を含むと FT1' に矛盾する。

(FT1' → FT1) FT1' を仮定する。(1) $x_p \neq x_q$ のとき、 p の近傍 U_p が常に q の近傍 U_q を含むとすると FT1' に矛盾する。(2) $x_p = x_q$, $\mu_p(x_p) < \mu_q(x_q)$ のときも同様。

(FT1 → FT1'') p を任意のファジィ点とする。 $\{p\}^c = X - \{p\}$ がファジィ開集合であることをいえばよい。 $x_p \neq x_q$ とすると、FT1 より $q \in U_q$, $p \in U_q$ を満たすファジィ近傍 U_q が存在する。このとき、 $q \in U_q \subset \{p\}^c$ であるから開集合である。 $x_p = x_q$, $\mu_p(x_p) < \mu_q(x_q) < \mu_p(x_p)$ となれば開集合となる U_q が存在する。

(FT1'' → FT1) $x_p \neq x_q$ とする。 $\{q\}$ は仮定より閉集合なので、 $U = X - \{q\}$ とおけば U は開集合である。このとき U は p を含むファジィ近傍となる。 $x_p = x_q$, $\mu_p(x_p) < \mu_q(x_q)$ のとき、 $p \in U_q$, $q \in U_q$ となる近傍がある。

(FT2) F-第2分離公理 (F-Hausdorffの公理). X の任意の二つのファジィ点 p, q ($p \neq q$) に対して、 $p \in U_p$, $q \in U_q$, $U_p \cap U_q = \emptyset$ を満たす p, q それぞれのファジィ近傍 U_p, U_q が存在する。

《定理3》 (FT2) と次の (FT2') は同等である。

(FT2') ファジィ直積空間 $X \times X$ において対角線集合 $\Delta = \{(p, p) : p \in X\}$ はファジィ閉集合である。

〔証明〕 (FT2' → FT2) $(p, q) \in X \times X$, $(p, q) \notin \Delta$ に対して、 $U_p \times U_q$ ($U_p \in U(p)$, $U_q \in U(q)$, $U_p \cap U_q = \emptyset$) をとれば、 $(U_p \times U_q) \cap \Delta = \emptyset$ となる。すなわち、 $X - \Delta$ はファジィ開集合である。

(FT2 → FT2') (p, q) ($p \neq q$) に対して、 $W \cap \Delta = \emptyset$ となる (p, q) のファジィ開近傍がとれる。そこで、ファジィ直積位相の定義にしたがって、 $(p, q) \in U_p \times U_q \subset W$ となる $U_p, U_q \in O$ をとれば、 $U_p \in U(p)$, $U_q \in U(q)$, $U_p \cap U_q = \emptyset$ を満足する。

(FT3) F-第3分離公理 (F-Vietoriの公理). X の任意のファジィ点 p と任意のファ

ジイ閉集合 Q に対して、 $p \in Q$ であれば、

$$p \in O_p, Q \in O_q, \mu_{O_p \cap O_q} \leq \vee(\mu_p \wedge \mu_q)$$

を満たすファジイ開集合 O_p, O_q が存在する。

(FT3) と (FT0) の条件を満たすとき、 F -正則空間という。

《定理4》(FT3) と次の (FT3') は同等である。

(FT3') 任意のファジイ点 p と p を含む任意のファジイ開集合 O_p に対して、

$$p \in O_1 \subset \overline{O_1} \subset O_p$$

であるようなファジイ開集合 O_1 が存在する。

〔証明〕(FT3 \rightarrow FT3') $E = X - O_p$ とおく。 E はファジイ閉集合で $p \notin E$ となるように O_p をとることができる。ゆえに、FT3 より

$$p \in O_1, E \subset O_2, \mu_{O_1 \cap O_2} \leq \vee(\mu_p \wedge \mu_E)$$

となるファジイ開集合 O_1, O_2 がとれる。そのとき、 $O_1 \subset X - O_2$ から $O_1 \subset X - O_2 = X - O_2 \subset E^c = O_p$ 。

(FT3' \rightarrow FT3) ファジイ点 p とファジイ点 p を含まないファジイ閉集合 E に対して、 $O_p = X - E$ とおけば、 $p \in O_p$ である。FT3 より

$$p \in O_1 \subset \overline{O_1} \subset O_p$$

であるような O_1 が存在する。 $\overline{O_1} \subset O_p$ から $\overline{O_1}^c$ は E を含むファジイ開集合であり、

$$p \in O_1, E \subset \overline{O_1}^c, \mu_{O_1 \cap \overline{O_1}^c} \leq \vee(\mu_{O_1} \wedge \mu_{\overline{O_1}^c})$$

となることができる。

(FT4) F -第4分離公理 (F -Tietzeの第1公理)。 X の任意のファジイ閉集合 E_1, E_2 に対して、 $\sup \mu_{E_1 \cap E_2} < 1$ であれば、

$$E_1 \subset O_1, E_2 \subset O_2, \sup \mu_{E_1 \cap E_2} < \sup \mu_{O_1 \cap O_2} < 1$$

となるファジイ開集合 O_1, O_2 が存在する。

(FT4) と (FT1) の条件を満たすとき、 F -正規空間という。

《定理5》(FT4) は以下の (FT4') と同等である。

(FT4') 任意のファジイ閉集合 E とファジイ開集合 O に対して $E \subset O$ であれば、

$$E \subset O_1 \subset \overline{O_1} \subset O$$

となるファジイ開集合 O_1 が存在する。

〔証明〕(FT4 \rightarrow FT4') ファジイ閉集合 E を含むファジイ開集合を O とする。 O^c はファジイ閉集合であり $\mu_{E \cap O^c} < 1$ であるから、FT4 より、

$$E \subset O_1, O^c \subset O_2, \sup \mu_{O_1 \cap O_2} < 1$$

となるファジィ開集合 O_1, O_2 が存在する。 $O_1 \subset O_2^c$ だから、 $\overline{O_1} \subset \overline{O_2^c} = O_2^c$ 。 よって、

$$E \subset O_1 \subset \overline{O_1} \subset O_2^c \subset O$$

(FT4' \rightarrow FT4) E_1 と E_2 を X の二つのファジィ閉集合とし、 E_2^c は E_1 を含むファジィ開集合とする。 FT4' より、

$$E_1 \subset O_1 \subset \overline{O_1} \subset E_2^c$$

となるファジィ開集合 O_1 が存在する。 $\overline{O_1} = O_2$ とおくと、 つぎの関係が成り立つ。

$$E_1 \subset O_1, E_2 \subset O_2, \sup \mu_{O_1 \cap O_2} < 1$$

《定理6》 (FT0) と (FT3) の条件を満たすならば、 (FT2) の条件も満たす。

(証明) 明らか。

《定理7》 (FT1) と (FT4) の条件を満たすならば、 (FT3) の条件も満たす。

(証明) $x_p \neq x_q \in Q$ とする。 (FT1) より $p \in U_p, q \notin U_p, q \in U_q, p \notin U_q$ となるファジィ近傍が存在する。 (FT4) より $\sup \mu_{E_p \cap E_q} = 0, U_p \in E_p, U_q \in E_q$ をとることができる。 $\sup \mu_{U_p \cap U_q} = 0$ 。 ゆえに、 $O_p \cap (U_q) = \emptyset$ 。

(FT5) F-Tietzeの第2公理。 X の任意のファジィ集合 A_1, A_2 について $\mu_{A_1 \cap A_2} = \mu_{\overline{A_1} \cap A_2} < \alpha \in (0, 1)$ ならば、 A_1, A_2 はファジィ開集合によって α -分離される。 すなわち、 $A_1 \subset O_1, A_2 \subset O_2, \mu_{O_1 \cap O_2} > \alpha \in (0, 1)$ で分離される。

《定理8》 (FT5) の条件を満たすならば、 (FT4) の条件も満たす。

(証明) $A_1 \subset \overline{A_1} \subset O_1, A_2 \subset \overline{A_2} \subset O_2$ を考えると、 $\sup \mu_{O_1 \cap O_2} < 1$

(FT4'') 共通なファジィ点をもたない任意のファジィ閉集合 E_1, E_2 に対して、 E_1 上で0、 E_2 上で1となる X 上の実数値 F -連続関数 $f(x)$ があって、 $0 \leq f(x) \leq 1$ の成立するものがある。 そのときの、メンバーシップ関数は、

$$\mu_{f(E_1)}(0) \begin{cases} = \sup_{z \in f^{-1}[0]} \mu_{E_1}(z) & : f^{-1}[0] \neq \emptyset \\ = 0 & : \text{その他の場合} \end{cases}$$

ここで $f^{-1}[0] = \{x : f(x) = 0\}$ である。

《定理9》 F-Urysonの定理。 $E_1 \in O_1, E_2 \in O_2, \sup \mu_{O_1 \cap O_2} < 1$ なる O_1, O_2 が存在する。 例えば、 $O_1 = f^{-1}((-\infty, \frac{1}{2}))$ 、 $O_2 = f^{-1}((\frac{1}{2}, +\infty))$ 、 $\mu_{O_1 \cap O_2} = 0$ をとれば、 X のファジィ開集合となる。

(FT3 $\frac{1}{2}$) F-Tikhonovの定理。 E を X の任意のファジィ閉集合、 p を E に含まれない X のファジィ点とする。 そのとき、 p で0、 E で1となる実数値 F -連続関数が存在する。

(FT1) と (FT3 $\frac{1}{2}$) の条件を満たすとき、 F -完全正則空間という。

(FT6) X の任意のファジィ閉集合 E に対して、 E 上で0になり他で0にならない実数値 F -連続関数が存在する。

《定理10》(FT6)の条件を満たすならば、(FT5)の条件も満たす。

〔証明〕 $f(E) = 0$, $\mu_{f(E)}(0) = \sup_{z \in f^{-1}[0]} \mu_E(z)$, $f^{-1}[0] \neq \emptyset$

$E^c = X - E$ とおくと E^c はファジイ開集合となる。

$f(E) = 1$, $\mu_{f(E)}(1) = \sup_{z \in f^{-1}[1]} \mu_E(z)$, $f^{-1}[1] \neq \emptyset$

ここで、 $\sup_{E \in \mathcal{O}} \mu_E = \alpha$ とすると、 $E \subset O_1$, $E^c \subset O_2$, $\mu_{O_1 \cap O_2} > \alpha$ となる O_1, O_2 が存在する。

《定理11》(FT3 $\frac{1}{2}$)の条件を満たすならば、(FT3)の条件も満たす。

〔証明〕 $f(x_D) = 0$, $f(E) = 1$. $\mu_{f^{-1}[0]}(x_D) = \mu_D(x_D)$,
 $\mu_{f^{-1}[1]}(x) = \mu_E(x)$, $\mu_{f(x_D)}(0) = \sup_{y \in (0, 1]} \mu_D(x_D) = y \in (0, 1]$,
 $\mu_{f(E)}(1) = \sup_{z \in f^{-1}[1]} \mu_E(z)$

$p \in E$ より、 $p \in O_D$, $Q \subset O_E$, $O_D \cap O_E = \emptyset$ なるファジイ開集合 O_D, O_E が存在する。

参考文献

- 1) L.A. Zadeh; Fuzzy Sets, Inform. Control. 8, 338-353(1965)
- 2) C.L. Chang; Fuzzy Topological Spaces, J. Math. Anal. Appl. 24, 182-190(1968)
- 3) C.K. Wong; Fuzzy Points and Local Properties of Fuzzy Topology, J. Math. Anal. Appl. 46, 316-328(1974)
- 4) R. Lowen; Fuzzy Topological Spaces and Fuzzy Compactness, J. Math. Anal. Appl. 56, 621-633(1976)
- 5) 河田, 三村; 現代数学概説II, 岩波書店, 1965
- 6) B. Hutton, I. Relly; Separation Axioms in Fuzzy Topological Spaces, Fuzzy Sets and Systems 3, 93-104(1980)
- 7) M. Sarkar; On Fuzzy Topological Spaces, J. Math. Anal. Appl. 79, 384-394(1981)
- 8) P. Wuyts, R. Lowen; On Separation Axioms in Fuzzy Topological Spaces, Fuzzy Neighborhood Spaces, and Fuzzy Uniform Spaces, J. Math. Anal. Appl. 93, 27-41(1983)
- 9) S. Ganguly, S. Saha; On Separation Axioms and Ti-Fuzzy Continuity, Fuzzy Sets and Systems 16, 265-275(1985)
- 10) R. Srivastava, A.K. Srivastava; On Fuzzy Hausdorffness Concepts, Fuzzy Sets and Systems 17, 67-71(1985)

拡張されたファジィ単子場とファジィ位相空間

The extended Fuzzy Monadic Fields
and
Fuzzy Topological spaces

西村 健
Takeshi Nishimura

大阪工業大学 一般教育科
Department of General Education,
Osaka Institute of Technology

Abstract.

In [4] we defined the Fuzzy Monads as \tilde{I} -fuzzy sets, where \tilde{I} is the Dedekind Completion of the nonstandard extension of $I = [0,1]$, and applied it to fuzzy topological spaces. Here we introduce the notion of Extended Monadic Fields for Fuzzy Topological Spaces as mappings from ${}^*X \times I$ to \tilde{I}^X . Some of notions in Fuzzy Topological Spaces including almost compactness and some separation conditions are described using this.

1. 序

A. Robinson [1] が始めた超準解析(Nonstandard Analysis)は解析学を初め数学の多くの分野で有力な道具として使われるようになってきている。またファジィ数学においても超準解析と関わる論文[2]も著されている。通常の数学における超準解析の使われ方はさまざまであるが、典型的で明快な理論はモナド理論である。そこではライブニッツの意味での無限小が初めて矛盾なく実在として捉えられる。しかもこの理論は広く一般の位相空間を対象とした形で展開されているのでその結果は多くの応用例を持つ。

一方ファジィ数学においては、C. L. Chan [3] によってファジィ位相空間が定義されて以来様々な概念が持ち込まれその研究が進んでいる。我々はそれにたいしてモナド理論を作って適用することを考えた。集合族であるフィルターに対するモナドが集合であるなら、ファジィ集合の族であるファジィフィルターのモナドはファジィ集合であるのが自然だと考えられる。[4]で我々はファジィモナドを定義するために $I = [0,1]$ の Nonstandard Extension *I の Dedekind Completion を \tilde{I} とし \tilde{I} -fuzzy set として

ファジイモナドを実現した。そしてファジイモナド論を展開し、それによってファジイ位相空間における様々な概念 —— 種々のコンパクト性、連続性、分離公理等 —— を、直観像を伴った形で表現できることを示した。またファジイ位相空間における様々な現象も同じ観点から捉えなおすことができる。[4]では、各ファジイ点にその近傍系のファジイフィルターのモナドを対応させる写像、いわば、ファジイ単子場が主な役割を担う。ここでは我々は、通常モナド理論における“延長された単子場” [7] に対応する、“延長されたファジイ単子場” の概念を導入しその役割を考察した。結果として、例えばファジイ位相空間における Fuzzy Set が Almost compact であるための条件やファジイ位相空間がある種の分離公理を満たすための条件などがこれによって表される。

2. Fuzzy Monadic Fields

単位閉区間 $I = [0,1]$ の超準的拡大 (Nonstandard Extension) *I をその順序 ${}^*\leq$ に関して Dedekind Completion したものを \tilde{I} であらわす。 \tilde{I} の順序は ${}^*\leq$ の拡張であって、 ${}^*\leq$ も I の通常の順序 \leq の拡張であるから、これらの順序を一様に \leq で表すことにする。 $S \subset \tilde{I}$ のとき、 S の \tilde{I} 内での上限および下限をそれぞれ、 $\text{Sup } S$ および $\text{Inf } S$ で表す。 I の順序反転対合 $\prime; I \rightarrow I$ は \tilde{I} 上に拡張されて、 \tilde{I} 上の順序反転対合になる。それには任意の $\beta \in \tilde{I}$ に対して、 $\beta' = \text{Sup}\{1-\alpha \mid \alpha \in {}^*I, \beta \leq \alpha\}$ と定義すればよい。こうして \tilde{I} は順序完備で順序反転対合を持つ全順序集合になり、 \tilde{I}^{*X} の要素を \tilde{I} -ファジイ集合と考えると、それらの任意の合併や共通部分及び補集合を考えることができる。 \tilde{I} -ファジイ集合の包含関係は、 I -ファジイ集合の場合と同じく \leq で表す。

(X, t) をファジイ位相空間とする。 $\mathcal{F} \subset I^X$ に対して、 X の超準的拡大 *X の \tilde{I} -ファジイ(部分)集合の族 $\{ {}^*S \mid S \in \mathcal{F} \}$ の \tilde{I} -ファジイ集合としての共通部分を $\text{Nuc } \mathcal{F}$ と定義する。即ち、

$$(1) \quad (\text{Nuc } \mathcal{F})(x) = \text{Inf} \{ {}^*S(x) \mid S \in \mathcal{F} \}$$

, $\forall x \in {}^*X$, とおいて $\text{Nuc } \mathcal{F} \in \tilde{I}^{*X}$ を定義する。 $\text{Nuc } \mathcal{F}$ は \mathcal{F} で生成されるファジイフィルター \mathcal{F} を完全に特徴付けるものであって[4]、 \mathcal{F} (あるいは \mathcal{F}) のファジイモナド

という。

$X \times I$ (あるいは $*X \times *I$) の要素を $\xi = \langle p, r \rangle$ のように表して、fuzzy entity (あるいは *fuzzy entity) という。 $A \in I^X$ に対して

$$(2) \quad \xi \in^+ A \Leftrightarrow r < A(p), \quad \xi \in A \Leftrightarrow r \leq A(p)$$

のように \in^+ と \in の意味を決めておく。同様の記号は、 $\xi \in *X \times *I$ と、 $A \in \tilde{I}^X$ に対しても使われる。 $\xi \in^+ A$ の否定は $\xi \notin^+ A$ で表す。

各 *fuzzy entity $\eta = \langle q, \alpha \rangle \in *X \times *I$ に対して、ファジイフィルターベース $\tilde{\mathcal{V}}_\eta^+, \tilde{\mathcal{V}}_\eta$ を

$$(3) \quad \begin{aligned} \tilde{\mathcal{V}}_\eta^+ &= \{ A \in t \mid \eta \in^+ *A \}, \\ \tilde{\mathcal{V}}_\eta &= \{ A \in t \mid \eta \in *A \} \end{aligned}$$

によって、定義し、 $\tilde{m}_\eta^+ = \text{Nuc } \tilde{\mathcal{V}}_\eta^+, \tilde{m}_\eta = \text{Nuc } \tilde{\mathcal{V}}_\eta$ とおく。 η がスタンダードな fuzzy entity 即ち $X \times I$ の要素なら、 $\tilde{\mathcal{V}}_\eta^+, \tilde{\mathcal{V}}_\eta$ は η の2種類の開近傍系であり、その場合は $\tilde{m}_\eta^+, \tilde{m}_\eta$ は[4]で定義したモナド、および +モナドである。また、

$$(4) \quad \begin{aligned} \tilde{\mathcal{R}}_\eta &= \{ C \in t' \mid \eta \in C \}, \\ \tilde{\mathcal{R}}_\eta^+ &= \{ C \in t' \mid \eta \in^+ C \} \end{aligned}$$

によって $\tilde{\mathcal{R}}_\eta$ と $\tilde{\mathcal{R}}_\eta^+$ を定義し、

$$(5) \quad r\tilde{m}_\eta = \bigvee \{ *c \mid c \in \tilde{\mathcal{R}}_\eta \}, \quad r\tilde{m}^+ = \bigvee \{ *c \mid c \in \tilde{\mathcal{R}}_\eta^+ \}$$

とおく。ここで、 t' は closed fuzzy set すべてから成る族、即ち $t' = \{ C \mid C \in t \}$ である。また、ここでの \bigvee は \tilde{I} -fuzzy sets の合併の意味である。いま $\eta \in X \times I$ なら $\tilde{\mathcal{R}}_\eta$ は[5]の r -近傍であり、 $r\tilde{m}_\eta$ は[4]の r -modand rm_η に一致する。こうして $*X \times *I$ から \tilde{I}^X への写像として4つの拡張(延長)された単子場 $\tilde{m}^+; \eta \mapsto \tilde{m}_\eta^+, \tilde{m}; \eta \mapsto \tilde{m}_\eta, r\tilde{m}; \eta \mapsto r\tilde{m}_\eta$ あるいは $r\tilde{m}^+; \eta \mapsto r\tilde{m}_\eta^+$ が定義される。

A. Di Concilio と G. Gerla [6] はファジイ位相空間に対して Almost compactness の概念を定義した。これはファジイ位相空間のファジイ集合に対しても定義できる。以下でも (X, t) はファジイ位相空間とする。

定義 (cf.[6]) $A \in I^X$ が almost compact であるとは、 $\mathcal{F} \subset t$ かつ $A \leq \bigvee \mathcal{F}$ のとき、つねに \mathcal{F} の finite subfamily \mathcal{F}_0 を $A \leq \bigvee \{ \bar{S} \mid S \in \mathcal{F}_0 \}$ であるようにとれることをいう。ただし \bar{S} は S の閉包である。

$A \in I^X$ が almost compact であることは、拡張された単子場と *fuzzy entity の言葉で次のように言い表される。

定理 $A \in I^X$ が almost compact であるための必要十分条件は $\eta \in {}^+ *A$ であるような任意の $\eta \in {}^*X \times {}^*I$ に対して、 $\tilde{r}m_\eta \neq \tilde{m}_\xi^+$ であるような $\xi \in X \times I$ をとることができることである。

つぎに2つ分離公理の定義をあげて、それを拡張された、拡張された単子場の言葉での表現を述べる。(cf.[7])

定義[8] ファジイ位相空間 (X, t) において、 $K \in t'$ と $U \in t$ が $K \leq U$ を満たすなら、つねに $V \in I^X$ を

$$(6) \quad K \leq \text{int } V \leq \bar{V} \leq U$$

であるようにとれるとき、 (X, t) は正規であるという。ただし $\text{int } V$ は V の内部である。

定理 ファジイ位相空間 (X, t) が正規であるための必要十分条件は、 $\eta_1, \eta_2 \in {}^*X \times {}^*I$ が $\tilde{r}m_{\eta_1} \neq \tilde{m}_{\eta_2}^+$ を満たすとき、つねにある $\zeta \in {}^*X \times {}^*I$ を $\eta_1 \in \tilde{m}_\zeta$ かつ、 $\eta_2 \notin \tilde{r}m_\zeta^+$ であるようにとれることである。

定義[9] (X, t) が正則であるとは、任意の $U \in t$ が

$$(7) \quad U = \bigvee \{ \text{int } C \mid C \in t', C \subseteq U \}$$

と表されることである。

定理 (X, t) が正則であるためには、 $\xi \in X \times I$, $\eta \in {}^*X \times {}^*I$ かつ $\eta \in \tilde{m}_\xi^+$ であるとき、 $\tilde{r}m_\eta \geq \tilde{m}_\xi^+$ であることが必要十分である。

References

- [1] A. Robinson: Nonstandard Analysis, Proc. Roy. Acad. Amsterdam Ser. A, 64, 432-444
- [2] A. Di Nola and G. Gerla: Nonstandard fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems 18(1986) 173-184, North-Holland
- [3] C. L. Chan: Fuzzy topological spaces, J. Math. Anal. Appl. (1968), 182-190
- [4] T. Nishimura: Fuzzy Monad Theory and Fuzzy Topology, Math. Japonica 31, No.6 (1986), 895-926
- [5] W. Guojun: A new fuzzy compactness defined by fuzzy nets, J. Math. Anal. Appl. 94 (1983), 1-24
- [6] A. Di Concilio and G. Gerla: Almost Compactness in Fuzzy Topological Spaces, Fuzzy Sets and Systems 13 (1984) 187-192, North Holland
- [7] 斎藤正彦: 超積と超準解析, 東京図書, 1976
- [8] B. Hutton: Normality in fuzzy topological spaces, J. Math. Anal. Appl. 50, 74-79 (1975)
- [9] B. Hutton: Separation axioms in fuzzy topological spaces, Fuzzy Sets and Systems 3 (1980) 93-104, North-Holland

ファジィ測度の一般形に対する積分としてのChoquetの積分
Choquet Integral as an Integral Form for a General Class of Fuzzy Measure

菅野道夫, 室伏俊明

Michio SUGENO, Toshiaki MUROFUSHI

東京工業大学

Tokyo Institute of Technology

This paper discusses several topics on Choquet integral as an integral with respect to fuzzy measures. It shows some expression forms of simple functions used to define Choquet, Lebesgue, and Sugeno integrals. An inequality which shows a quantitative relation between Choquet integral and Sugeno integral is proved. The paper also discusses the representation of fuzzy measures by additive measures. In this context a Choquet integral can be represented by a Lebesgue integral. A concrete example gives an interpretation to fuzzy measures and Choquet integral.

1. 緒言.

ファジィ測度の概念が提案されてから, 理論・応用の両面にわたり様々な研究がなされてきている. たとえば, ファジィ測度のクラスの分類, ファジィ測度に関するファジィ積分, ファジィ測度に基づく主観的評価のモデリング, 等々である. しかし, その研究のほとんどは, ファジィ測度だけにに関するものとなっている.

ファジィ積分に関する限り, 我々にはもっと数学的な研究が必要である. ファジィ測度のクラスに応じて様々な積分が定義できるが, ファジィ測度全体のクラスに関する積分形は確立しているとは言えない. 菅野 [6] によるファジィ積分は, ファジィ測度全体のクラスについての積分形であるが, その定義の根拠は明確には与えられていない.

可測空間 (X, \mathcal{G}) 上のファジィ測度 μ は, 次の性質をもつ集合関数 $\mu: \mathcal{G} \rightarrow [0, 1]$ である:

- (F 1) $\mu(\emptyset) = 0, \mu(X) = 1,$
- (F 2) $A \subset B \implies \mu(A) \leq \mu(B),$
- (F 3) $A_n \uparrow A \implies \mu(A_n) \uparrow \mu(A),$
- (F 4) $A_n \downarrow A \implies \mu(A_n) \downarrow \mu(A).$

定義からすぐわかるように, ファジィ測度は, その単調性によって特徴づけられる. 確率測度は, 加法性から単調性が導かれるので, ファジィ測度の一つである. この意味でファジィ測度は確率測度の拡張である.

可測関数 $h: X \rightarrow [0, 1]$ のファジィ積分は,

$$\int h \circ \mu = \sup_{\alpha \in [0, 1]} [\alpha \wedge \mu(h^*(\alpha))] \quad (1)$$

で定義される. ただし,

$$h^*(\alpha) = \{x \mid h(x) \geq \alpha\} \quad (2)$$

である. この積分は, 大小関係だけで定義されているので, 一般のファジィ測度に対する積分形と

して適当なものである. しかし, これはルベグ積分の拡張ではない. そこで, 一般のファジィ測度に関する積分であって, ファジィ測度が加法性を持つときにはルベグ積分に一致するような積分が望まれている.

Weber は, 彼の積分についての論文 [8] の中で, Choquet [1] の定義した汎関数が一般のファジィ測度による積分とみなせることを指摘している (しかし, 彼はこの汎関数じたいについてほとんど言及していない). 我々はこれをChoquet積分と呼ぶことにする. 可測関数 $h: X \rightarrow [0, \infty)$ のChoquet積分は,

$$\int_0^\infty \mu(h^*(\alpha)) \, d\alpha \quad (3)$$

で定義される. ここで, $h^*(\alpha)$ は上と同じように (2) 式で与えられる. Dempster [2] による非負実数値関数の upper expected value と lower expected value は, ともにChoquet積分である. また, Höhle [4] の積分もChoquet積分を使って表すことができる.

Kruse [5], Weber [8] や菅野・室伏 [7] は, decomposable なファジィ測度 (または擬加法的測度) に関する別の積分を研究している.

我々はこの論文で, 一般のファジィ測度に対する積分形としての Choquet の積分について, 一加法的な測度によるファジィ測度の表現, 及び, ファジィ測度と Choquet 積分の具体的な例による解釈, 等を — 議論する.

この論文の中で我々が扱うファジィ測度は, 次のような集合関数 $\mu: \mathcal{G} \rightarrow [0, \infty)$ とする (ここに, \mathcal{G} は, 集合 X の部分集合からなる σ -集合体である):

- (F*1) $\mu(\emptyset) = 0,$
- (F*2) $A \subset B \implies \mu(A) \leq \mu(B).$

我々は、 μ の連続性と $\mu(X)=1$ を仮定しない。また、ここでの関数はすべて非負実数値関数とする。

2. Choquet積分

ルベーク積分やファジィ積分の定義を見ると、ともに単関数の積分の表現形は単関数の表現形式に依存している。任意の単関数 $h: X \rightarrow [0, \infty)$ は、

$$h(x) = \bigvee_{i=1}^n a_i 1_{A_i}(x) \quad (4)$$

と書くことができる。ただし、 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$, $A_1 \supset A_2 \supset \dots \supset A_n$ であって

$$A_i = \{x \mid h(x) \geq a_i\}$$

となっている。また、 1_A は集合 A の定義関数である。単関数 h は次のようにも表せる：

$$h(x) = \sum_{i=1}^n (a_i - a_{i-1}) 1_{A_i}(x). \quad (5)$$

ただし、 $a_0 = 0$ である。またさらに、次のようにも書ける：

$$h(x) = \sum_{i=1}^n a_i [1_{A_i}(x) - 1_{A_{i+1}}(x)]. \quad (6)$$

ただし、 $A_{n+1} = \emptyset$. ここで

$$B_i = A_i - A_{i+1} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

とおくと、次の通常の表現形式を得る：

$$\begin{aligned} h(x) &= \sum_{i=1}^n a_i 1_{B_i}(x) \\ &= \sum_{i=1}^n a_i 1_{(A_i - A_{i+1})}(x). \quad (7) \end{aligned}$$

ここでは、 $B_i \cap B_j = \emptyset$ ($i \neq j$) となっている。つまり、 h は B_i 上で値 a_i をとる関数である。関数 h の値域が $[0, 1]$ であれば、

$$h(x) = \bigvee_{i=1}^n a_i \wedge 1_{A_i}(x) \quad (8)$$

とも表せる。

菅野のファジィ積分は、 $\mu(X) = 1$ のとき、この単関数の表現形式(8)に沿って定義される。すな

わち、

$$\int h \circ \mu = \bigvee_{i=1}^n a_i \wedge \mu(A_i) \quad (9)$$

である。

μ が通常の測度のとき、 h のルベーク積分は式(7)に沿って表すことができる：

$$\begin{aligned} \int h \, d\mu &= \sum_{i=1}^n a_i \mu(B_i) \\ &= \sum_{i=1}^n a_i \mu(A_i - A_{i+1}). \quad (10) \end{aligned}$$

いま μ は加法的なので、

$$\int h \, d\mu = \sum_{i=1}^n a_i [\mu(A_i) - \mu(A_{i+1})] \quad (11)$$

となるが、これは式(6)に沿った表現である。

Choquet積分は、式(5)に沿って表現される。Choquet積分を (C) \int で表すことにすると、

$$(C) \int h \, d\mu = \sum_{i=1}^n (a_i - a_{i+1}) \mu(A_i) \quad (12)$$

である。ルベーク積分が互いに素な部分集合 B_i ($1 \leq i \leq n$) を用いて定義されているのに対し、Choquet積分は単調な部分集列 A_i ($1 \leq i \leq n$) によって定義される。上の式は、

$$\begin{aligned} (C) \int h \, d\mu &= \sum_{i=1}^n a_i [\mu(A_i) - \mu(A_{i+1})] \quad (13) \end{aligned}$$

と書き換えることができる。

(10)式と(13)式から容易にわかるように、ファジィ測度 μ が加法性を持つとき Choquet積分はルベーク積分に一致する。つまり、

$$(C) \int h \, d\mu = \int h \, d\mu. \quad (14)$$

h が単関数でない一般の非負可測関数の場合、Choquet積分(12)は(3)式のようになり、ファジィ積分(9)は(1)式のようになる。

Höhleの積分を (H) \int で表すことにし、任意の有限なファジィ測度 μ に対し、

$$\mu^*(A) = \mu(X) - \mu(A^c) \quad (15)$$

とおけば、Höhleの積分は

$$(H) \int h \, d\mu = (C) \int h \, d\mu^* \quad (16)$$

と表せる。

Choquet積分の基本的な性質には次のようなものがある [1]:

$$(P1) \quad (C) \int 1_A \, d\mu = \mu(A),$$

$$(P2) \quad a \geq 0 \implies$$

$$(C) \int a h \, d\mu = a (C) \int h \, d\mu,$$

$$(P3) \quad h_1 \leq h_2 \implies$$

$$(C) \int h_1 \, d\mu \leq (C) \int h_2 \, d\mu$$

(P4) 一般に

$$(C) \int (h_1 + h_2) \, d\mu \\ \neq (C) \int h_1 \, d\mu + (C) \int h_2 \, d\mu$$

$$(P5) \quad \mu_1 \leq \mu_2 \implies$$

$$(C) \int h \, d\mu_1 \leq (C) \int h \, d\mu_2$$

さて、 $h(x) \leq 1$ とし、 P を確率測度とすると、次の不等式が成り立つ [6]:

$$\left| \int h \circ P - \int h \, dP \right| \leq 1/4. \quad (17)$$

次の定理はこの不等式の拡張である。

[定理 1]

$h(x) \leq 1$ とし、 μ を $\mu(X) = 1$ なるファジィ測度とすると、

$$\left| \int h \circ \mu - (C) \int h \, d\mu \right| \leq 1/4. \quad (18)$$

(証明) $\alpha \in [0, 1]$ に対して、 $h^*(\alpha) = \{x \mid h(x) \geq \alpha\}$ とおく。そして、 $M = \int h \circ \mu$ とすると、明らかに $0 \leq M \leq 1$ であって、 $\alpha < M$ のとき $\mu(h^*(\alpha)) \geq M$ 、 $\alpha > M$ のとき $\mu(h^*(\alpha)) \leq M$ である ([6] Theorem 3.9)。したがって、

$$\int h \circ \mu - (C) \int h \, d\mu \\ \leq M - \int_0^M \mu(h^*(\alpha)) \, d\alpha \\ \leq M - \int_0^M M \, d\alpha$$

$$= M - M^2$$

$$\leq 1/4.$$

同様にして

$$(C) \int h \, d\mu - \int h \circ \mu \leq 1/4.$$

(証明終)

3. ファジィ測度とChoquetの積分の表現

Höhle [3] は、任意のファジィ測度 μ がある可測空間上の加法的測度 m によって表現できることを示した。それを一般化して書くと次のような定理となる (Höhleは[3]では、 $\mu(X) = 1$ 、 $Y = \{0, 1\}^{\mathcal{G}}$ としている)。

[定理 2]

(X, \mathcal{G}) 上の任意のファジィ測度 μ に対し、測度空間 (Y, \mathcal{T}, m) 、写像 $\eta: \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{T}$ が存在して、

$$\mu = m \circ \eta \quad (19)$$

となる。ここで η は次の条件を満たすものである。

- (1) $\eta(\emptyset) = \emptyset$,
- (2) $A \subset B \implies \eta(A) \subset \eta(B)$,
- (3) $\eta(X) = Y$.

この四つ組 $(Y, \mathcal{T}, m, \eta)$ をファジィ測度 μ の表現と呼ぶ。一般にファジィ測度は無限に多くの表現を持つ。ここでは、表現の非常に簡単な例を示す。この例は定理 2 の証明にもなっている。

(X, \mathcal{G}, μ) を任意のファジィ測度空間とする。集合 Y を開区間 $(0, \mu(X))$ 、 \mathcal{T} を Y のボレル部分集合の全体、 m を \mathcal{T} 上のルベーグ測度とし、写像 η を

$$\eta(A) = (0, \mu(A)) \quad \forall A \in \mathcal{G} \quad (20)$$

と定めてやると、

$$m(\eta(A)) = m((0, \mu(A))) = \mu(A),$$

となるので、この $(Y, \mathcal{T}, m, \eta)$ は μ の表現である。

次に、 μ に関するChoquet積分を、 m に関するルベーグ積分で表現することについて述べる。そのためには、まず関数 $h: X \rightarrow [0, \infty)$ の表現が必要である。

$H(X)$ を (X, \mathcal{G}) 上に定義された非負実数値可測関数の全体とする。そして、 $\Psi(X)$ を性質

$$\alpha \leq \beta \implies \psi(\alpha) \supset \psi(\beta)$$

を満たす集合値関数 $\psi: (0, \infty) \rightarrow \mathcal{G}$ の全体と

する。以下のことは、よく知られている Negoita と Ralescu によるファジィ集合の表現定理に準じた事柄でもあるので、証明は省く。

$h \in H(X)$ に対し、

$$h^*(\alpha) = \{x \mid h(x) \geq \alpha\} \quad (21)$$

とすると、 $h \mapsto h^*$ は $H(X)$ から $\Psi(X)$ への 1 対 1 写像である。また、 $\psi \in \Psi(X)$ に対し、

$$*\psi(x) = \sup_{\alpha} \alpha 1_{\psi(\alpha)}(x) \quad (22)$$

とすると、 $\psi \mapsto *\psi$ は $\Psi(X)$ から $H(X)$ の上への写像である。そして、 $*(h^*) = h$ が成立する。さて、 $\Psi(X)$ 上に同値関係 \sim を

$$\psi \sim \phi \iff *\psi = *\phi$$

で定義すると、 $(*\psi)^* \sim \psi$ となる。しかも、 $\psi \sim \phi$ ならば、 \mathcal{G} 上の任意のファジィ測度 μ に対して、高々可算個の α を除いて、

$$\mu(\psi(\alpha)) = \mu(\phi(\alpha)) \quad (23)$$

となる。

【定理 3】

(X, \mathcal{G}, μ) を任意のファジィ測度空間とし、 $(Y, \mathcal{F}, m, \eta)$ をファジィ測度 μ の任意の表現とする。このとき、任意の可測関数 $h: X \rightarrow [0, \infty)$ に対し、可測関数 $g: Y \rightarrow [0, \infty)$ が存在して、次式が成り立つ。

$$(C) \int h \, d\mu = \int g \, dm \quad (24)$$

(証明) $g = *(\eta \circ h^*)$ とおけば、上の議論から、高々可算個の α を除いて、

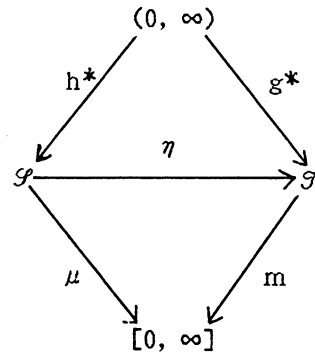
$$\begin{aligned} \mu(h^*(\alpha)) &= m(\eta(h^*(\alpha))) \\ &= m(g^*(\alpha)). \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} (C) \int h \, d\mu &= \int_0^\infty \mu(h^*(\alpha)) \, d\alpha \\ &= \int_0^\infty m(g^*(\alpha)) \, d\alpha \\ &= \int g \, dm. \end{aligned}$$

(証明終)

我々は $\psi \sim \phi$ なる ψ と ϕ を同一視できるので (つまり、 $\eta \circ h^*$ と g^* を同一視できるので) ファジィ測度と Choquet 積分の表現を、次のダイアグラムで表すことができる：



上述の g はその定義から

$$g(y) = \sup_{\alpha} \alpha 1_{\eta \circ h^*(\alpha)}(y) \quad (23)$$

で与えられるが、 h が (4) で表される単関数

$$h(x) = \bigvee_{i=1}^n a_i 1_{A_i}(x) \quad (4)$$

のとき、 g は次式で表すことができる：

$$g(x) = \bigvee_{i=1}^n a_i 1_{\eta(A_i)}(x). \quad (24)$$

4. ファジィ測度と Choquet 積分の具体的な例による解釈

X を、1 種類の製品を作っているある作業所で働く作業員全員の集合とする。 X の各部分集合 A について、 A のメンバーだけがその作業所で働くような状況を考える。グループ A は分業や共同作業など様々な仕方で作業できるが、そのうち最も効率のよい方法で働くものと仮定する。グループ A が 1 時間に作る製品の数を $\mu(A)$ で表すことにすると、 μ は各グループの生産性を測る $P(X)$ 上の集合関数となる。ここで、この μ が単調性を持つとする (すなわち、ファジィ測度だとする) のは自然であろう。

μ は加法性を持つとは限らない。 A と B を X の互いに素な部分集合として、それらの合併グループ $A \cup B$ の生産性を考える。もし、 A と B が全く別々に作業するのなら、 $\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B)$ となる。しかし、一般には A と B は互いに干渉し合うので、この等式は成立しない。両グループのメンバーが効果的に協力し合うことができれば、 $\mu(A \cup B) > \mu(A) + \mu(B)$ となる。反対に、人数が多くなり過ぎ、作業がかち合ったりして、効率よく作業できなくなるとすれば、 $\mu(A \cup B) < \mu(A) + \mu(B)$ となる。作業のかち合いは、たとえば設備や作業スペースが充分

でないときに起こる。これらが充分であれば、AとBは別々に（つまり、かち合わないで）作業できるからだ。実際には、一つの製品を作る間に、効果的な協力と作業のかち合いの両方が起こることが考えられる。だから、協力の度合がかち合いの度合より大きければ、 $\mu(A \cup B) > \mu(A) + \mu(B)$ となり、その逆ならば、反対向きの不等式になる。

ここからは、話を簡単にするため $X = \{x_1, x_2\}$ とする。上の議論に基づき、 m_0, m_1, m_2, m_3 をそれぞれ、かち合ってしまう作業に対する生産性、 x_1 のかち合うことのない作業に対する生産性、 x_2 のかち合うことのない作業に対する生産性、効果的にできる二人の共同作業に対する生産性、とおく。ここで、かち合うことのない作業とは、相手が邪魔にならない作業を意味する。例えば、作業スペースや備品が二人分ある場合の作業である。これに対し、かち合ってしまう作業とは、それらが一人分しかない場合の作業である。

μ は次のように表される：

$$\begin{aligned} \mu(\emptyset) &= 0, \\ \mu(\{x_1\}) &= m_0 + m_1, \\ \mu(\{x_2\}) &= m_0 + m_2, \\ \mu(\{x_1, x_2\}) &= m_0 + m_1 + m_2 + m_3. \end{aligned}$$

図1は、上式を面積によって表した図である。

Y を m の添字集合、つまり、 $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ とし、写像 $\eta: P(X) \rightarrow P(Y)$ を下のよう

$$\begin{aligned} \eta(\emptyset) &= \emptyset, \\ \eta(\{x_1\}) &= \{0, 1\}, \\ \eta(\{x_2\}) &= \{0, 2\}, \\ \eta(\{x_1, x_2\}) &= \{0, 1, 2, 3\}. \end{aligned}$$

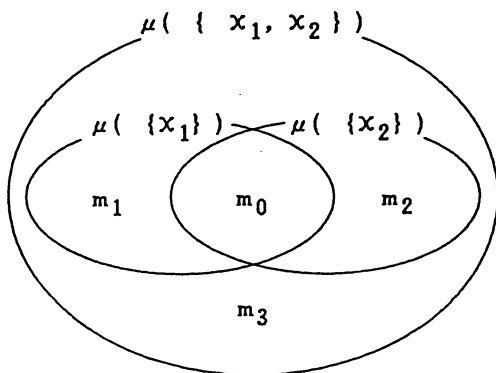


図1 μ の表現

すると、 μ は

$$\mu(A) = \sum_{i \in \eta(A)} m_i \quad (27)$$

と表せる。ここで、 $P(Y)$ 上の加法的な測度 m を

$$m(E) = \sum_{i \in E} m_i \quad (28)$$

と定めてやれば、 μ は

$$\mu = \eta \circ m$$

と表される。このようにして μ の表現 $(Y, P(Y), m, \eta)$ が自然な形で得られた。

μ が加法的でないのは、 x_1 と x_2 の相互作用とも言うべき Y の要素 0, 3 のためである。一般に、ファジィ測度は、その非加法的性によって部分集合間の相互作用を表しているといえよう。

次に積分を考える。同じ例で今度は作業員の集合を $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ とする。ある日、各作業員 x_i が始業時間から $h(x_i)$ 時間働いたとする。そして、 $h(x_1) \leq h(x_2) \leq \dots \leq h(x_n)$ と仮定する。つまり、まず、 n 人全員のグループ X で $h(x_1)$ 時間働き、次に、グループ $X - \{x_1\} = \{x_2, x_3, \dots, x_n\}$ が $h(x_2) - h(x_1)$ 時間働き、次に、グループ $X - \{x_1, x_2\} = \{x_3, x_4, \dots, x_n\}$ が $h(x_3) - h(x_2)$ 時間、 \dots 、というふうにして、最後に一人残った x_n が $h(x_n) - h(x_{n-1})$ 時間働いたものとする。 μ は各グループが1時間に作る製品

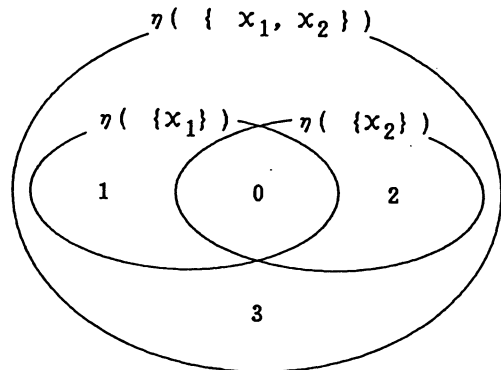


図2. 写像 η (Venn 図)

の数であったから、この一日に生産された製品の総数は

$$\begin{aligned} & h(x_1) \mu(X) \\ & + [h(x_2) - h(x_1)] \mu(X - \{x_1\}) \\ & + [h(x_3) - h(x_2)] \mu(X - \{x_1, x_2\}) \\ & + \dots \\ & + [h(x_n) - h(x_{n-1})] \mu(\{x_n\}) \quad (30) \end{aligned}$$

となる。この式で表される量がChoquet積分 $(C) \int h \, d\mu$ であることは、式(12)から明かである。つまり、この例では、Choquet積分は意味ある量の計算になっている。

ここで再び、 $X = \{x_1, x_2\}$ とする。簡単のため、 $h_i = h(x_i)$ ($i = 1, 2$) と書くことにし、やはり、 $h_1 \leq h_2$ と仮定すると、

$$\begin{aligned} h(x) &= h_1 1_{\{x_1, x_2\}}(x) \vee h_2 1_{\{x_2\}}(x) \\ &= h_1 1_{\{x_1, x_2\}}(x) + (h_2 - h_1) 1_{\{x_2\}}(x) \end{aligned} \quad (31)$$

であり、

$$\begin{aligned} (C) \int h \, d\mu \\ = h_1 \mu(\{x_1, x_2\}) + (h_2 - h_1) \mu(\{x_2\}) \quad (32) \end{aligned}$$

である。このChoquet積分を先ほどの μ の表現 ($Y, P(Y), m, \eta$) を使ってルベグ積分で表してみる。3節終わりの議論 ((26)式) から、 $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 上の関数 g は

$$\begin{aligned} g(y) &= h_1 1_{\eta(\{x_1, x_2\})}(y) \vee h_2 1_{\eta(\{x_2\})}(y) \\ &= h_1 1_{\{0, 1, 2, 3\}}(y) \vee h_2 1_{\{0, 2\}}(y) \\ &= h_1 1_{\{1, 3\}}(y) + h_2 1_{\{0, 2\}}(y) \quad (33) \end{aligned}$$

となるので、

$$\begin{aligned} & \int g \, dm \\ &= h_1 m(\{1, 3\}) + h_2 m(\{0, 2\}) \\ &= h_1 [m(\{0, 1, 2, 3\}) - m(\{0, 2\})] \\ & \quad + h_2 m(\{0, 2\}) \\ &= h_1 m(\{0, 1, 2, 3\}) + (h_2 - h_1) m(\{0, 2\}) \\ &= h_1 \mu(\{x_1, x_2\}) + (h_2 - h_1) \mu(\{x_2\}). \quad (34) \end{aligned}$$

(32), (34) 式から

$$(C) \int h \, d\mu = \int g \, dm \quad (35)$$

であることが確認できる。

5. 結言

上の例からもわかるように、Choquet積分は、一般のファジィ測度の積分として合理的なものである。また、3節でみたように、Choquet積分はファジィ測度の表現とも密接な関係があり、それ自体もルベグ積分によって表現される。これらのことから、筆者らは、Choquet積分は理論・応用両面で興味深い発展性のあるものと考えている。

参考文献

- [1] G. Choquet, Theory of capacities, Ann. Inst. Fourier 5 (1953) 131-295.
- [2] A.P. Dempster, Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping, Ann. Math. Statist. 38 (1967) 325-339.
- [3] U. Höhle, A mathematical theory of uncertainty, in Recent Developments in Fuzzy Sets and Possibility Theory (R.R. Yager ed.), Pergamon Press, 1981.
- [4] U. Höhle, Integration with respect to fuzzy measures, Proc. IFAC Symposium on Theory and Application of Digital Control, New Delhi, 1982.
- [5] R. Kruse, Fuzzy integrals and conditional fuzzy measures, Fuzzy Sets and Systems 10 (1983) 309-313.
- [6] M. Sugeno, Theory of Fuzzy Integrals and its applications, Doctoral Thesis, Tokyo Institute of Technology, 1974.
- [7] M. Sugeno and T. Murofushi, Pseudo-additive measures and integrals, J. Math. Anal. Appl., to appear.
- [8] S. Weber, \perp -decomposable measures and integrals for Archimedean t -conorms \perp , J. Math. Anal. Appl. 101 (1984) 114-138.

ファジィ集合とファジィ推論

Fuzzy Sets and Fuzzy Reasoning

水本 雅晴

Masaharu MIZUMOTO

大阪電気通信大学

Osaka Electro-Communication University

This paper summarizes the concepts of fuzzy sets and fuzzy reasoning. First, a number of examples and figures of t-norms and t-conorms which are used as fuzzy set operators are listed, and averaging operators between min and max are also discussed. Second, fuzzy reasoning methods for a simple fuzzy reasoning form and a more complicated fuzzy reasoning form which is used in the discussion of fuzzy control are surveyed which are based on Zadeh's compositional rule of inference.

1. はじめに

ファジィ集合の概念が提唱されて以来、ファジィ集合の演算に対する研究が盛んにおこなわれている。特に、積演算としてのt-ノルム、和演算としてのt-コノルムに関する研究はファジィ集合のよりよい演算を目指して現在でも活発に行われている。本論文では、t- (コ) ノルムのあらましを述べ、今までに知られているものを表および図の形にまとめ上げる。また、ファジィ集合演算子として取り上げられるようになった平均演算子の概略も述べる。

一方、ファジィ制御、故障診断、エキスパートシステムなどの分野で重要な役割を果たしているファジィ推論のあらましを述べる。ここではザデーの推論法に基づいた場合を取り上げ、簡単な推論形式から始まり、ファジィ制御等で使用される複雑な推論形式までを説明する。

2. ファジィ集合

全体集合Uにおけるファジィ集合 (fuzzy set) Aとは

$$\mu_A : U \rightarrow [0, 1] \quad (1)$$

なるメンバーシップ関数 μ_A によって特性づけられた集合で、値 $\mu_A(u)$ ($\in [0, 1]$) は要素 u ($\in U$) のファジィ集合Aにおける所属度 (別名: グレード) を表す。

【参考1】ファジィ集合とメンバーシップ関数は1対1に対応しているので、ファジィ集合自身をメンバーシップ関数とみなし

$$A : U \rightarrow [0, 1]$$

と定義することもある。この場合、u の所属度は $A(u)$ のように表される。

【参考2】Aが通常の集合の場合、式(1)の単位区間 $[0, 1]$ が $\{0, 1\}$ となり、 μ_A は特性関数となる。

ファジィ集合Aの表記法としては以下の方法がよく使用される。まず、全体集合Uが”有限”集合 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ の場合

$$\begin{aligned} A &= \mu_A(u_1)/u_1 + \mu_A(u_2)/u_2 + \dots + \mu_A(u_n)/u_n \\ &= \sum_{i=1}^n \mu_A(u_i)/u_i \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、/ はセバレータであり、+ は結び (or) を意味し、たとえば $a/u + b/u = (a \vee b)/u$ である。

別の表記法として”ベクトル表現”することもある。

$$A = [\mu_A(u_1), \mu_A(u_2), \dots, \mu_A(u_n)] \quad (3)$$

全体集合Uが”連続”の場合、式(2)の一般形として

$$A = \int_U \mu_A(u)/u \quad (4)$$

のように積分記号を用いて表される。

(例1) ”数個”といった漠然とした数をファジィ集合 (SEVERAL と名付ける) で表すと、 $U = \{1, 2, \dots, 10\}$ の場合、式(2)、(3)を使うと

SEVERAL

$$\begin{aligned} &= .5/3 + .8/4 + 1/5 + 1/6 + .8/7 + .5/8 \\ &= [0 \ 0 \ .5 \ .8 \ 1 \ 1 \ .8 \ .5 \ 0 \ 0] \end{aligned}$$

(例2) ”負で大(NB)”、“ほぼゼロ(ZO)”、“正で中位(PM)”といったあいまいな大きさをファジィ集合で表すと図1のようなメンバーシップ

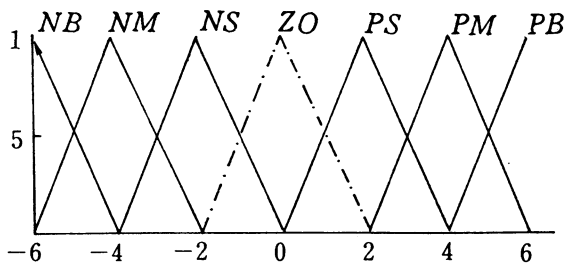


図1 あいまいな大きさを表わす Fuzzy 集合

関数で表される。ファジイ集合 ZO (ほぼゼロ) を式(4)の表記法を用いて表すと

$$ZO = \int_{-2}^0 \frac{2+u}{2} / u + \int_0^2 \frac{2-u}{2} / u$$

となる。

次に、Uにおけるファジイ集合A, Bの基本的な演算を示すと以下ようになる。

包 含: $A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(u) \leq \mu_B(u)$

交わり: $A \cap B \Leftrightarrow \mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(u)$

結 び: $A \cup B \Leftrightarrow \mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) \vee \mu_B(u)$

補集合: $\bar{A} \Leftrightarrow \mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u)$

ここで、 $\wedge = \min, \vee = \max$ を表す。

このようにファジイ集合の交わり \cap は $\wedge = \min$ を、結び \cup は $\vee = \max$ を用いて定義されるが、 \wedge, \vee の代わりにそれぞれ次のような積演算、和演算を用いてもファジイ集合の交わり、結びを定義することもできる。 $x, y \in [0,1]$ に対して

(i) 積演算:

論理積: $x \wedge y = \min \{x, y\}$ (5)

代数積: $x \cdot y = xy$ (6)

限界積: $x \odot y = 0 \vee (x + y - 1)$ (7)

激烈積: $x \Delta y = \begin{cases} x & \dots y = 1 \\ y & \dots x = 1 \\ 0 & \dots x, y < 1 \end{cases}$ (8)

積演算に双対な演算として次の和演算がある。

(ii) 和演算:

論理和: $x \vee y = \max \{x, y\}$ (9)

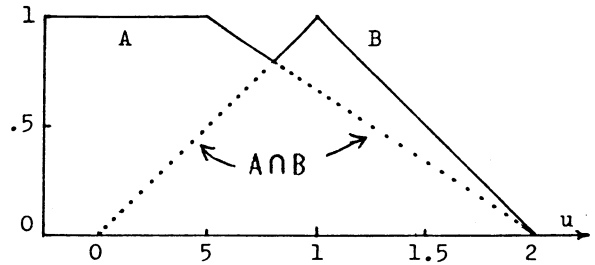
代数和: $x \dot{+} y = x + y - xy$ (10)

限界和: $x \oplus y = 1 \vee (x + y)$ (11)

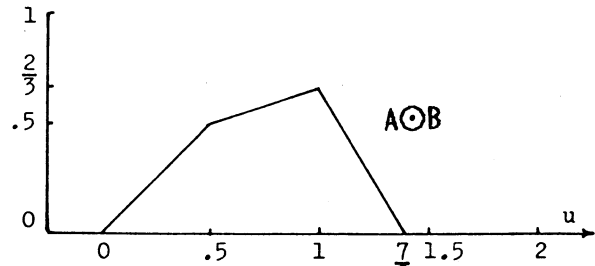
激烈和: $x \dot{\vee} y = \begin{cases} x & \dots y = 0 \\ y & \dots x = 0 \\ 1 & \dots x, y > 0 \end{cases}$ (12)

これらの演算の大小関係は次のようになる。

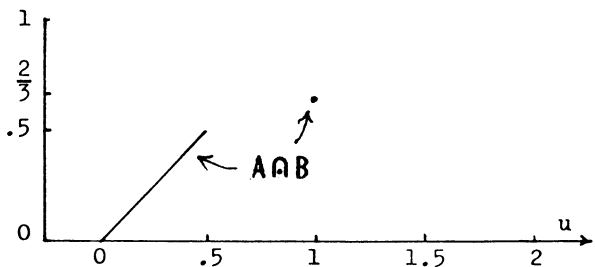
$$\Delta \leq \odot \leq \cdot \leq \wedge \leq \vee \leq \dot{+} \leq \oplus \leq \dot{\vee} \quad (13)$$



(a) ファジイ集合 A, B の交わり $A \cap B$



(b) 限界積 $A \odot B$



(c) 激烈積 $A \Delta B$

図2 ファジイ集合の種々の交わり

(例3) 以上の積演算を用いて定義されるファジイ集合A, Bの交わりを図示すると図2のようになる。和演算を用いた結びも同様に描くことができる。

以上述べてきた積演算は総称して t-norm (triangular norm) T と呼ばれ、次の性質を満たしている。

t-norm T は

$$T : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

なる関数で、次の条件を満たすものである。

(i) $T(x,1) = x, T(0,x) = 0$ (境界条件)

(ii) $x_1 \leq x_2, y_1 \leq y_2 \Rightarrow T(x_1, y_1) \leq T(x_2, y_2)$ (単調性)

(iii) $T(x,y) = T(y,x)$ (交換性)

(iv) $T(x, T(y,z)) = T(T(x,y), z)$ (結合性)

t-norm T に双対な演算は t-conorm S と呼ばれ、和演算を表しており

$$S(x,y) = 1 - T(1-x, 1-y)$$

のような関係にある。

表1 T-norms と T-conorms および生成関数

| T-Norms and Additive Generators f(x) | T-Conorms and Additive Generators g(x) |
|---|---|
| <p>① 【logical product】</p> $x \wedge y = \min \{x, y\}$ $f(x) = \begin{cases} 1 & \dots & x = 0 \\ 0 & \dots & x > 0 \end{cases}$ <p>(hard negation)</p> | <p>①' 【logical sum】</p> $x \vee y = \max \{x, y\}$ $g(x) = \begin{cases} 0 & \dots & x = 0 \\ 1 & \dots & x < 0 \end{cases}$ |
| <p>② 【Hamacher product】</p> $x \boxtimes y = \frac{xy}{x + y - xy}$ $f(x) = \frac{1 - x}{x}$ | <p>②' 【Hamacher sum】</p> $x \boxplus y = \frac{x + y - 2xy}{1 - xy}$ $g(x) = \frac{x}{1 - x}$ |
| <p>③ 【algebraic product】</p> $x \cdot y = xy$ $f(x) = -\log x$ | <p>③' 【algebraic sum】</p> $x \dot{+} y = x + y - xy$ $g(x) = -\log(1 - x)$ |
| <p>④ 【Einstein product】</p> $x \dot{\wedge} y = \frac{xy}{1 + (1-x)(1-y)}$ $f(x) = \log \frac{2 - x}{x}$ | <p>④' 【Einstein sum】</p> $x \dot{\vee} y = \frac{x + y}{1 + xy}$ $g(x) = \log \frac{1 + x}{1 - x}$ |
| <p>⑤ 【bounded product】</p> $x \odot y = 0 \vee (x + y - 1)$ $f(x) = 1 - x \text{ (negation)}$ | <p>⑤' 【bounded sum】</p> $x \oplus y = 1 \wedge (x + y)$ $g(x) = x$ |
| <p>⑥ 【drastic product】</p> $x \Delta y = \begin{cases} x & \dots & y = 1 \\ y & \dots & x = 1 \\ 0 & \dots & x, y < 1 \end{cases}$ $f(x) = \begin{cases} 1 & \dots & x < 1 \\ 0 & \dots & x = 1 \end{cases}$ <p>(soft negation)</p> | <p>⑥' 【drastic sum】</p> $x \dot{\vee} y = \begin{cases} x & \dots & y = 0 \\ y & \dots & x = 0 \\ 1 & \dots & x, y > 0 \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} 0 & \dots & x < 1 \\ 1 & \dots & x = 1 \end{cases}$ |

t-norm T は [0,1] において単位元1 および零元0 をもつ可換半群をなす (S は双対)。

t-norm T が Archimedean t-norm と呼ばれるのは、上記の条件 (i)-(iv) の他に

(v) T は連続

(vi) $T(x, x) < x, \quad x \in (0, 1)$

が加わった t-norm を指し、次のような関数 f (生成関数と呼ぶ) によって生成されることが知られている。f は $f(1) = 0$ を満たす

$$f : [0, 1] \rightarrow [0, \infty]$$

なる連続・減少関数であり、Archimedean t-norm は次のようにして求められる (図3参照)。

$$T(x, y) = f^{[-1]}(f(x) + f(y))$$

ここで、 $f^{[-1]}$ は f の準逆関数で次のように定義される。

$$f^{[-1]}(y) = \begin{cases} f^{-1}(y) & \dots & y \in [0, f(0)] \\ 0 & \dots & y \in [f(0), \infty] \end{cases}$$

さらに、Archimedean t-norm T が厳密(strict) であるとは

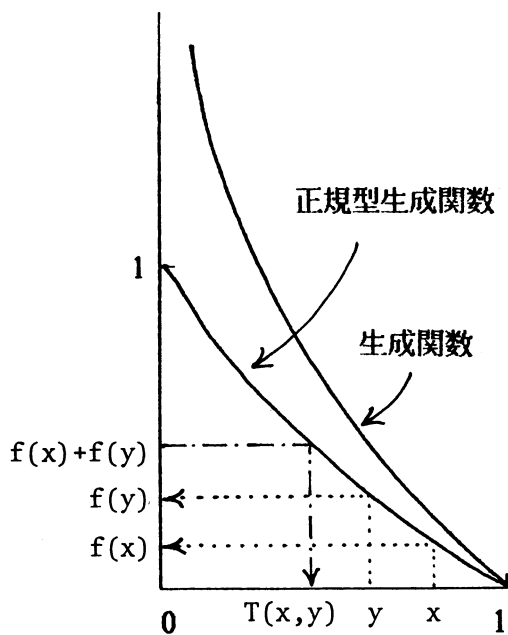


図3 T-norms $T(x,y)$ の生成関数 f

(vii) T は $(0,1) \times (0,1)$ で厳密に増加である
であり、次の関係が成立する。

$$T : \text{厳密} \iff f(0) = \infty$$

厳密でない (nilpotent) 場合は

$$f(0) = 1$$

なる生成関数 (正規型生成関数) で生成される。
(注) $f(0) \neq \infty$ なる生成関数は正規化することにより $f(0) = 1$ なる正規型生成関数に還元することができる。

双対的に、Archimedean t-conorms S は

$$S(x,y) = g^{[-1]}(g(x) + g(y))$$

で定義され、生成関数 g は連続増加関数で、

$$g : [0,1] \rightarrow [0,\infty], \quad g(0) = 0$$

$$g^{[-1]}(y) = \begin{cases} g^{-1}(y) & \dots \quad y \in [0, g(1)] \\ 1 & \dots \quad y \in [g(1), \infty] \end{cases}$$

である。また、 S が厳密な場合、 $g(1) = \infty$ であり、厳密でない場合は $g(1) = 1$ である。

t-norms T および t-conorms S の例をその生成関数と共に表にまとめておくと、表1のようになる [1,2,4]。ここで①と⑥は Archimedean t-norms ではなく、生成関数は存在しないが、付記してある関数 f は極限の場合としての生成関数であることを示す。また、②-④は厳密な t-norms であり、⑤は厳密ではない。

式 (13) から分かるように激烈積が最小の、論理積が最大の t-norms であることが知られている。また、双対性が t-conorms S に対して成立する。

表2はパラメータ p をもつ t-norms および t-conorms を列挙したものである。表3は、どのようなパラメータの時に表1の t-conorm に一致するかを示したものである。図5は、t-conorms のパラメータ p を変化させるとどのようになるかを $y = 0.3$ に固定させて表示させたものである (t-norms に関しては文献[1,2]を参照)。図4は図5との比較のために、表1の t-conorm を $y = 0.3$ の場合に描いたものである。

次に、 \min と \max の中間に位置する演算子としての”平均演算子”を簡単に紹介しよう [3]。

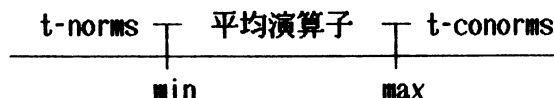


図6 各演算子の位置付け

平均演算子 (averaging operator, mean) M は

$$M : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

なる関数であり、次の条件を満たすものである。

- (a) $x \wedge y \leq M(x,y) \leq x \vee y$
- (b) $M(x,y) = M(y,x)$ (交換性)
- (c) M は連続・増加関数である
- (d) $M(0,0) = 0; M(1,1) = 1$
- (e) $M(x,x) = x$ (巾等性)
- (f) $M \notin \{\wedge, \vee\}$

表4 平均演算子 $M(x,y)$ の例

| | |
|-------------------------|-----------|
| $\frac{2xy}{x+y}$ | 【調和平均】 |
| \sqrt{xy} | 【幾何平均】 |
| $\frac{x+y}{2}$ | 【算術平均】 |
| $1 - \sqrt{(1-x)(1-y)}$ | 【双対な幾何平均】 |
| $\frac{x+y-2xy}{2-x-y}$ | 【双対な調和平均】 |

表4の古典的な”平均”はすべて平均演算子である。これらの平均演算子の大小関係を示すと次のようになる。

$$x \wedge y \leq \frac{2xy}{x+y} \leq \sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2} \\ \leq 1 - \sqrt{(1-x)(1-y)} \leq \frac{x+y-2xy}{2-x-y} \leq x \vee y$$

表2 パラメータpをもつt-normsとt-conorms

| T-Norms and Additive Generators f(x) | T-Conorms and Additive Generators g(x) |
|---|---|
| ⑩ $1 - (1 \wedge \sqrt[p]{(1-x)^p + (1-y)^p})$ $f(x) = (1-x)^p$ | [Yager] [p > 0] $1 \wedge \sqrt[p]{x^p + y^p}$ $g(x) = x^p$ ⑩' |
| ⑪ $\sqrt[p]{0 \vee (x^p + y^p - 1)}$ $f(x) = 1 - x^p$ | [Schweizer(1)] [p > 0] $1 - (0 \vee \sqrt[p]{(1-x)^p + (1-y)^p - 1})$ $g(x) = 1 - (1-x)^p$ ⑪' |
| ⑫ $\frac{1}{\sqrt[p]{\frac{1}{x^p} + \frac{1}{y^p} - 1}}$ $f(x) = \frac{1}{x^p} - 1$ | [Schweizer(2)] [p > 0] $1 - \frac{1}{\sqrt[p]{\frac{1}{(1-x)^p} + \frac{1}{(1-y)^p} - 1}}$ $g(x) = \frac{1}{(1-x)^p} - 1$ ⑫' |
| ⑬ $1 - \sqrt[p]{(1-x)^p + (1-y)^p - (1-x)^p(1-y)^p}$ $f(x) = -\log(1-(1-x)^p)$ | [Schweizer(3)] [p > 0] $\sqrt[p]{x^p + y^p - x^p y^p}$ $g(x) = -\log(1-x^p)$ ⑬' |
| ⑭ $\frac{xy}{p + (1-p)(x+y-xy)}$ $f(x) = \log \frac{p+(1-p)x}{x}$ | [Hamacher] [p ≥ 0] $\frac{x+y-xy-(1-p)xy}{1-(1-p)xy}$ $g(x) = \log \frac{p+(1-p)(1-x)}{1-x}$ ⑭' |
| ⑮ $\log_p \left[1 + \frac{(p^x - 1)(p^y - 1)}{p - 1} \right]$ $f(x) = \log_p \frac{p-1}{p^x - 1}$ | [Frank] [p > 0] [p ≠ 1] $1 - \log_p \left[1 + \frac{(p^{1-x} - 1)(p^{1-y} - 1)}{p - 1} \right]$ $g(x) = \log_p \frac{p-1}{p^{1-x} - 1}$ ⑮' |
| ⑯ $\frac{1}{1 + \sqrt[p]{(\frac{1-x}{x})^p + (\frac{1-y}{y})^p}}$ $f(x) = (\frac{1-x}{x})^p$ | [Dombi] [p > 0] $1 - \frac{1}{1 + \sqrt[p]{(\frac{x}{1-x})^p + (\frac{y}{1-y})^p}}$ $g(x) = (\frac{x}{1-x})^p$ ⑯' |
| ⑰ $[(1+p)(x+y-1) - pxy] \vee 0$ $f(x) = \frac{\log(1+p(1-x))}{\log(1+p)}$ | [Weber] [p > -1] $(x+y+pxy) \wedge 1$ $g(x) = \frac{\log(1+px)}{\log(1+p)}$ ⑰' |
| ⑱ $\frac{xy}{x \vee y \vee p}$ $f(x) = \text{undefined}$ | [Dubois] [0 ≤ p ≤ 1] $1 - \frac{(1-x)(1-y)}{(1-x) \vee (1-y) \vee p}$ $g(x) = \text{undefined}$ ⑱' |
| ⑳ $\frac{1}{p} \left[\frac{1}{(\frac{1}{1+px} + \frac{1}{1+py} - \frac{1}{1+p}) \vee 1} - 1 \right]$ $[-1 < p < 0]$ $\frac{1}{p} \left[\frac{1}{(\frac{1}{1+px} + \frac{1}{1+py} - \frac{1}{1+p}) \wedge 1} - 1 \right]$ $[p > 0]$ $f(x) = \frac{1-x}{1+px} \text{ (Sugeno's negation)}$ | [Mizumoto] $1 - \frac{1}{p} \left[\frac{1}{(\frac{1}{1+p(1-x)} + \frac{1}{1+p(1-y)} - \frac{1}{1+p}) \vee 1} - 1 \right]$ $[-1 < p < 0]$ $1 - \frac{1}{p} \left[\frac{1}{(\frac{1}{1+p(1-x)} + \frac{1}{1+p(1-y)} - \frac{1}{1+p}) \wedge 1} - 1 \right]$ $[p > 0]$ $g(x) = \frac{x}{1+p(1-x)}$ ㉑' |

表3 表2の t-conorms とパラメータ p の関係

| | \vee | \oplus | $\dot{+}$ | $ + $ | \oplus | $\dot{\vee}$ |
|----------------------------------|----------------|----------|-----------------|-------|-----------------|------------------|
| Yager $\textcircled{10}'$ | ∞ | | | | 1 | $\rightarrow 0$ |
| Schweizer(1) $\textcircled{11}'$ | | | $0 \leftarrow$ | | 1 | ∞ |
| Schweizer(2) $\textcircled{12}'$ | ∞ | 1 | $\rightarrow 0$ | | | |
| Schweizer(3) $\textcircled{13}'$ | ∞ | | 1 | | | $\rightarrow 0$ |
| Hamacher $\textcircled{14}'$ | | 0 | 1 | 2 | | ∞ |
| Frank $\textcircled{15}'$ | $0 \leftarrow$ | | $1 \leftarrow$ | | ∞ | |
| Dombi $\textcircled{16}'$ | ∞ | 1 | | | | $\rightarrow 0$ |
| Weber $\textcircled{17}'$ | | | -1 | | 0 | ∞ |
| Dubois $\textcircled{18}'$ | 0 | | 1 | | | |
| Mizumoto $\textcircled{19}'$ | | ∞ | | | $\rightarrow 0$ | $\rightarrow -1$ |

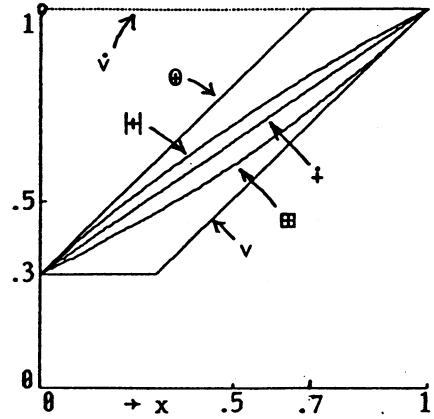
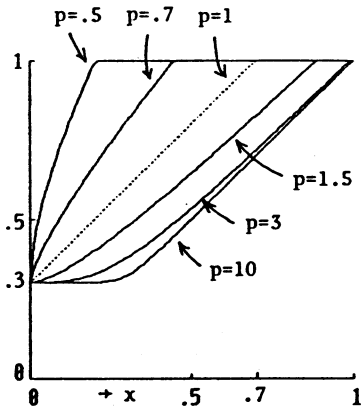
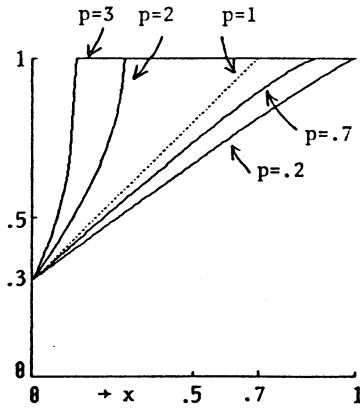


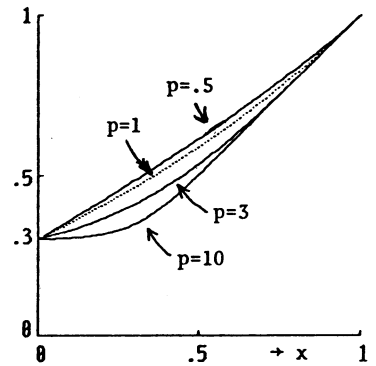
図4 表1の t-conorms の図示 (y = 0.3 の場合)



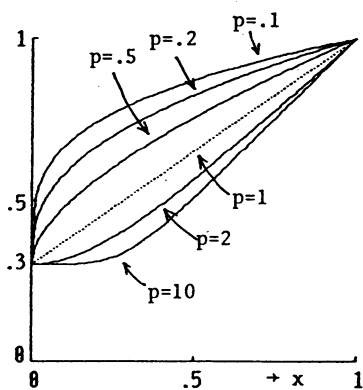
$\textcircled{10}'$ Yager



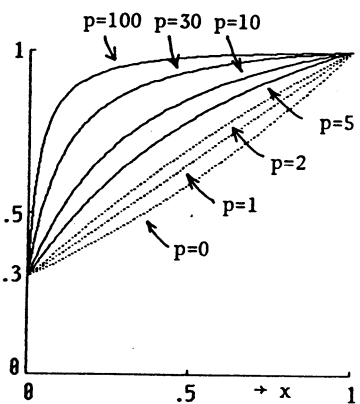
$\textcircled{11}'$ Schweizer(1)



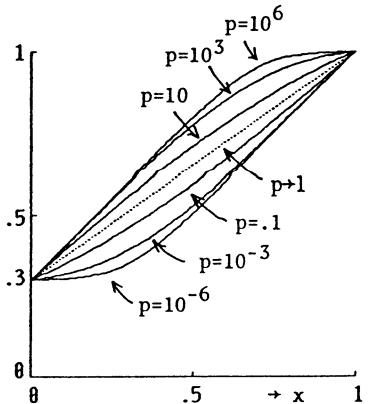
$\textcircled{12}'$ Schweizer(2)



$\textcircled{13}'$ Schweizer(3)

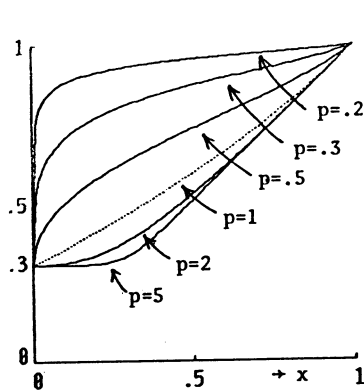


$\textcircled{14}'$ Hamacher

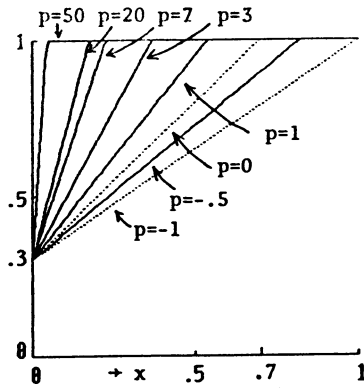


$\textcircled{15}'$ Frank

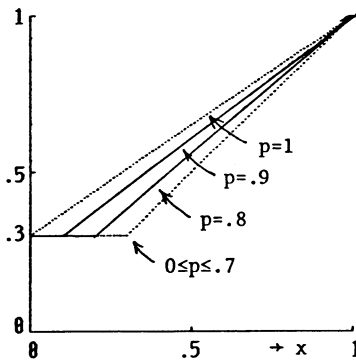
図5 表2のパラメータ p をもつ t-conorms の図示 (y = 0.3 の場合)



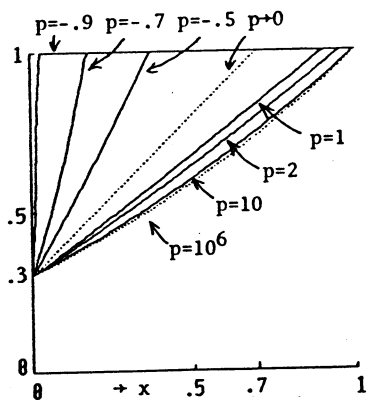
⑯' Dombi



⑰' Weber



⑱' Dubois



⑲' Mizumoto

これらの古典的な平均演算子の一般形として、次のパラメータ p をもつ平均演算子がある。

$$M_p(x, y) = \sqrt[p]{\frac{x^p + y^p}{2}}$$

また、これに双対な平均演算子は

$$M_p^*(x, y) = 1 - \sqrt[p]{\frac{(1-x)^p + (1-y)^p}{2}}$$

であり、古典的な平均演算子との関係は表5のようになる。

表5 $M_p(x, y)$ と $M_p^*(x, y)$

| p | $M_p(x, y)$ | $M_p^*(x, y)$ |
|-----------|-------------------|-------------------------|
| $-\infty$ | $x \wedge y$ | $x \vee y$ |
| -1 | $\frac{2xy}{x+y}$ | $\frac{x+y-2xy}{2-x-y}$ |
| 0 | \sqrt{xy} | $1 - \sqrt{(1-x)(1-y)}$ |
| 1 | $\frac{x+y}{2}$ | $\frac{x+y}{2}$ |
| $+\infty$ | $x \vee y$ | $x \wedge y$ |

図5 (続き)

平均演算子としては他にも数多く提案されている。たとえば、補償演算子 (compensatory operators) である

$$(x \wedge y)(1-p) + (x \vee y)p$$

$$(x \wedge y)^{1-p} + (x \vee y)^p; \quad 0 \leq p \leq 1$$

や、自己双対演算子 (self-dual operators) である

$$\frac{\sqrt{xy} + 1 - \sqrt{(1-x)(1-y)}}{2}$$

$$\frac{(x+y)^2 - 4xy(x+y-1)}{2(x+y)(2-x-y)}$$

や、対称和 (symmetric sums) である

$$\frac{x \wedge y}{1 - |x - y|}, \quad \frac{x \vee y}{1 + |x - y|}$$

$$\frac{xy(2-x-y)}{x(1-x)+y(1-y)}, \quad \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy} + \sqrt{(1-x)(1-y)}}$$

なども平均演算子である [3,4]。

さらに、数多くの平均演算子を次のようにして求めることもできる。

M, M', M'' を平均演算子とすると、

$$\frac{M(x, y) + M'(x, y)}{2}$$

や、さらに一般的に

$$M(M'(x, y), M''(x, y))$$

も平均演算子である。詳しくは文献[4] 参照。

3. ファジイ推論

ファジイ推論（別名：近似的推論）はいくつかのファジイ命題からある一つのファジイ命題を導出する推論法であり、人間が行っている推論はこの種の推論であることから大いに関心がもたれている。また、プラント制御、交通制御、列車制御を始め、エキスパートシステム、システム解析、意思決定など多くの分野にファジイ推論は重要な役割をはたしている。

まず最も簡単なファジイ推論の例として次の形式のファジイ推論を取り上げよう。

$$\begin{array}{l} \text{前提1: } \text{If } x \text{ is } A \text{ then } y \text{ is } B \\ \text{前提2: } x \text{ is } A' \\ \hline \text{結論: } y \text{ is } B' \end{array} \quad (14)$$

ここで、 A, A', B, B' はそれぞれ全体集合 U, U, V, V におけるファジイ集合である。

このようなファジイ推論の例としては

$$\begin{array}{l} \text{If a tomato is red then the tomato is ripe.} \\ \text{This tomato is very red.} \\ \hline \therefore \text{This tomato is very ripe.} \end{array}$$

この形式のファジイ推論に対する方法として、最もよく知られている Zadeh の推論法[5] を紹介しよう。

式(14)のファジイ条件文 "If x is A then y is B " (簡単のため、 $A \rightarrow B$ と示す) は A と B との間の何らかの関係をあらわしていることから、彼はこのファジイ条件文 $A \rightarrow B$ をファジイ関係に変換する方法を与えた。一例として、ファジイ集合 $A \subseteq U, B \subseteq V$ に対して

$$\begin{aligned} R_a &= A \rightarrow B = (\bar{A} \times V) \oplus (U \times B) \\ &= \int_{U \times V} 1 \wedge (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v)) / (u, v) \end{aligned} \quad (15)$$

のように直積 $U \times V$ におけるファジイ関係に変換する方法 ("算術規則") がある。ここで、 \times は直積、 \oplus は限界和(11)である。この変換方法は Lukasiewicz の含意

$$a \rightarrow b = 1 \wedge (1 - a + b) \quad a, b \in [0, 1] \quad (16)$$

に基づいていることがわかる。

式(14)のファジイ推論形式において、前提2のファジイ集合 A' と前提1のファジイ条件文 (関係) $A \rightarrow B$ との max-min 合成 "o" を行うことによって結論 B' が求められるとしたのが "推論の合成規則" であり、次のようになる (図7参照)。

$$B' = A' \circ (A \rightarrow B) \quad (17)$$

$$\mu_{B'}(v) = \bigvee_u \{ \mu_{A'}(u) \wedge \mu_{A \rightarrow B}(u, v) \} \quad (18)$$

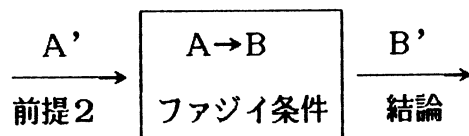


図7 推論の合成規則 $A' \circ (A \rightarrow B) = B'$

上記の算術規則 R_a の場合では結論 B' は

$$B' = A' \circ R_a = A' \circ [(\bar{A} \times V) \oplus (U \times B)] \quad (19)$$

$$\mu_{B'}(v) = \bigvee_u \{ \mu_{A'}(u) \wedge [1 \wedge (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v))] \}$$

と与えられる。ちなみに、 $A' = A$ であった場合

$$B' = A \circ R_a = \int_V \frac{1 + \mu_B(v)}{2} / v \neq B \quad (20)$$

なる結論が得られる。ところがこの場合ファジイ推論においても妥当な要求である modus ponens

$$\frac{A \rightarrow B}{A} \quad (\text{modus ponens}) \quad (21)$$

を満たしていないことがわかる[6]。

では、ファジイ制御でよく使用されている Mamdani の方法 R_c [7] ではどのようなであろうか。彼は $A \rightarrow B$ として $a \rightarrow b = a \wedge b$ に基づく直積 $A \times B$ を採用した。

$$\begin{aligned} R_c &= A \rightarrow B = A \times B \\ &= \int_{U \times V} \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) / (u, v) \end{aligned} \quad (22)$$

すると $A' = A$ の時の結論 B' は

$$B' = A \circ (A \times B) = B$$

となり、式(21)の modus ponens を満たしていることが分かる。

表6の左側部分はファジイ推論でよく使用されている含意公式 $a \rightarrow b$ を列挙したものである。

【参考】含意公式は他にも数多く提案されているし、定義することも可能である。たとえば、Mamdani の方法 R_c は $a \rightarrow b = a \wedge b$ に基づいているが、 \wedge の一般化として式(5)-(8)の積演算、一般的には表1-2の t-norms を用いることができる。すなわち、

$$a \rightarrow b = a * b \quad (23)$$

ここで、 $*$ は積演算(t-norms)である。このようにして得られた含意 $a \rightarrow b = a * b$ は $0 \rightarrow 0 = 0$ であることから、含意の公理を満たしてはいないが、ファジイ制御では好結果を発揮する[8]。式(23)の $a \rightarrow b$ から得られる $A \rightarrow B$ を $A * B$ とおくと、すなわち

$$\mu_{A * B}(u, v) = \mu_{A \rightarrow B}(u, v) = \mu_A(u) * \mu_B(v)$$

とすると、一般に A が正規である限り

$$A \circ (A * B) = B$$

となり、modus ponens が成立する。

表6の R_b はブール論理の含意 $(1-a) \vee b$ に基づいているが、 \vee の代わりに式(9)-(12)の和演算や表1-2の t-conorms を使用することにより

表6 A', A→B からの推論結果 B'

| 合成 A' | max-min 合成 "○" | | | | max-⊙ 合成 "□" | | | | max-△ 合成 "▲" | | | |
|---|---------------------|-----------------------|-----------------------|------------------|--------------|-----------|---------------------------|-------|--------------|-----------|----------------|-------|
| | A | very A | more or less A | not A | A | very A | more or less A | not A | A | very A | more or less A | not A |
| R _a : 1 ∧ (1-a+b) | $\frac{1+\mu_B}{2}$ | (*1) | (*3) | 1 | μ_B | μ_B | (*5) | 1 | μ_B | μ_B | $\sqrt{\mu_B}$ | 1 |
| R _m : (a ∧ b) ∨ (1-a) | $0.5\sqrt{\mu_B}$ | (*2) | (*4) | 1 | μ_B | μ_B | $\frac{1}{4}\sqrt{\mu_B}$ | 1 | μ_B | μ_B | μ_B | 1 |
| R _c : a ∧ b | μ_B | μ_B | μ_B | $0.5\wedge\mu_B$ | μ_B | μ_B | μ_B | 0 | μ_B | μ_B | μ_B | 0 |
| R _s : $\begin{cases} 1 \dots a \leq b \\ 0 \dots a > b \end{cases}$ | μ_B | μ_B^2 | $\sqrt{\mu_B}$ | 1 | μ_B | μ_B^2 | $\sqrt{\mu_B}$ | 1 | μ_B | μ_B^2 | $\sqrt{\mu_B}$ | 1 |
| R _p : $\begin{cases} 1 \dots a \leq b \\ b \dots a > b \end{cases}$ | μ_B | μ_B | $\sqrt{\mu_B}$ | 1 | μ_B | μ_B | $\sqrt{\mu_B}$ | 1 | μ_B | μ_B | $\sqrt{\mu_B}$ | 1 |
| R _b : (1-a) ∨ b | $0.5\sqrt{\mu_B}$ | (*2) | (*4) | 1 | μ_B | μ_B | $\frac{1}{4}\sqrt{\mu_B}$ | 1 | μ_B | μ_B | μ_B | 1 |
| R _Δ : $\begin{cases} 1 \dots a \leq b \\ b \dots a > b \\ a \end{cases}$ | $\sqrt{\mu_B}$ | $\mu_B^{\frac{2}{3}}$ | $\mu_B^{\frac{1}{3}}$ | 1 | μ_B | μ_B | $\sqrt{\mu_B}$ | 1 | μ_B | μ_B | $\sqrt{\mu_B}$ | 1 |

(注) (*1) $\frac{3+2\mu_B-\sqrt{5+4\mu_B}}{2}$ (*2) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}\sqrt{\mu_B}$ (*3) $\frac{\sqrt{5+4\mu_B}-1}{2}$ (*4) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}\sqrt{\mu_B}$ (*5) $\begin{cases} \mu_B+\frac{1}{4}\dots\mu_B\leq\frac{1}{4} \\ \sqrt{\mu_B}\dots\mu_B\geq\frac{1}{4} \end{cases}$

$$a \rightarrow b = (1-a) (+) b \quad (24)$$

のような含意を得ることができる。ここで、(+) は和演算(t-conorms)である。たとえば、(+)=+ (10) とすると a→b = 1-a+ab が得られる。また、(+)=⊕ (11) より a→b = 1 ∧ (1-a+b) が求まる。

最後の方法は次のようにして求められる。

$$a \rightarrow b = \bigvee_x \{ x \mid a * x \leq b \} \quad (25)$$

ここで、* は積演算である。たとえば、* = ∧ の時、表6の R_g が得られる。また、* = ⋅ (6) の時 R_Δ が、* = ⊙ (7) の時 R_a が得られる。表2の Yagerの演算を使用すると、パラメータ p をもつ含意が得られる。p > 0 に対して

$$a \rightarrow b = \begin{cases} 1 & \dots a \leq b \\ 1 - \frac{p}{\sqrt{(1-b)^p - (1-a)^p}} & \dots a > b \end{cases}$$

式(17)の推論の合成規則 B' = A' ⊙ (A → B) においては max-min 合成 "○" を用いているが、min の代わりに積演算(t-norms) * を使用した max-* 合成 "⊗" を使用することも可能である。

$$B' = A' \otimes (A \rightarrow B) \quad (26)$$

$$\mu_{B'}(v) = \bigvee_u \{ \mu_{A'}(u) * \mu_{A \rightarrow B}(u, v) \}$$

たとえば、* = ⊙ (限界積), ∧ (激烈積) とした max-⊙ 合成 "□", max-△ 合成 "▲" を方法 R_a (15) に適用してみると、A' = A の時、結論 B' は共に B となる(表6参照)。すなわち、modus ponens を満たしていることが分かる[9, 10]。

$$A \square R_a = A \blacktriangle R_a = B$$

このように新しい合成法を使用すると max-min 合成の下では不十分であった方法 R_a が直観に合

う推論結果を得ることがわかる。このことは表6 からわかるように他の方法に対してもいえる。本表では A' = A の場合の他に

$$A' = \text{very } A = \int_U \mu_A(u)^2 / u \quad (27)$$

$$= \text{more or less } A = \int_U \sqrt{\mu_A(u)} / u \quad (28)$$

$$= \text{not } A = \int_U 1 - \mu_A(u) / u \quad (29)$$

の場合についての推論結果も掲げている。この場合も新しい合成法の下では直観に合った推論結果を得ていることがうなずけるであろう。

新しい合成の下での modus ponens の成立について述べると、表6の含意 a→b のみならず他のどのような含意に基づいた A→B に対しても、* ≤ ⊙ (限界積) なる積演算 * を用いた max-* 合成 ⊗ (26) の下では modus ponens が成立する。

$$B' = A \otimes (A \rightarrow B) = B$$

なお、* ≤ ⊙ を満たす積演算 * としては、⊙、△ (激烈積)、Yager (0 < p ≤ 1)、Schweizer(1) (p ≥ 1)、Weber (p ≥ 0)、Mizumoto (-1 < p < 0) などである。

4. 複雑なファジイ推論

式(14)の簡単なファジイ推論形式をより一般化した次のような推論形式を取り上げてみよう。

$$\begin{aligned} &\text{If } x \text{ is } A_1 \text{ then } y \text{ is } B_1 \text{ else} \\ &\text{if } x \text{ is } A_2 \text{ then } y \text{ is } B_2 \text{ else} \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (30)$$

$$\text{if } x \text{ is } A_n \text{ then } y \text{ is } B_n .$$

$$\frac{x \text{ is } A'}{y \text{ is } B'}$$

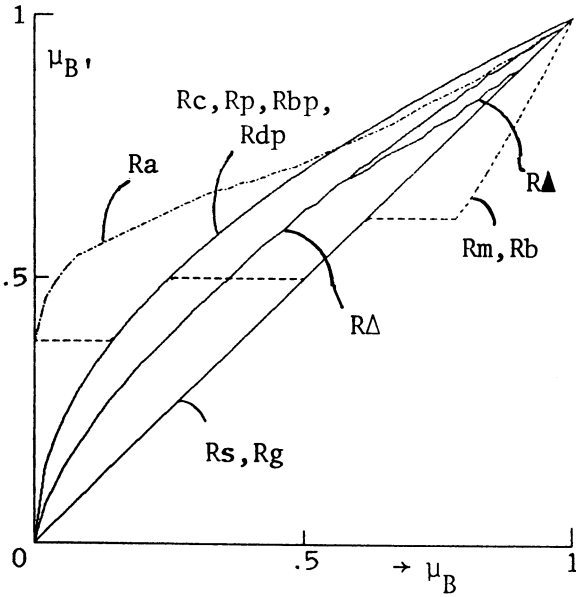


図8 式(34)の推論結果 (max-min 合成の場合)

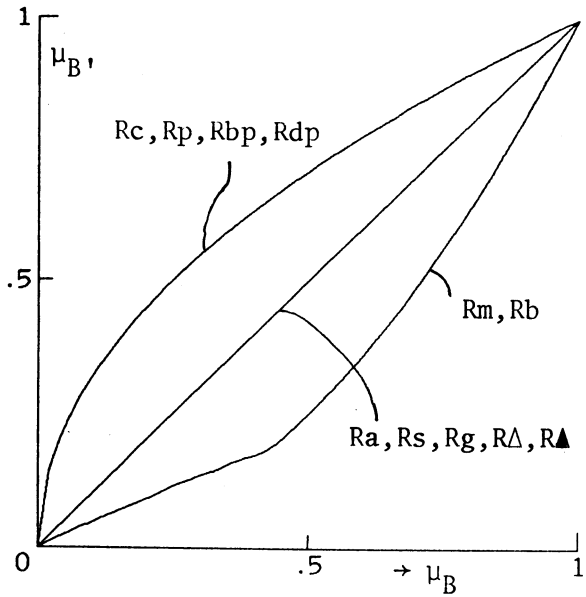


図9 式(34)の推論結果 (max-⊙合成の場合)

簡単に

$$\begin{array}{l}
 A_1 \rightarrow B_1 \\
 A_2 \rightarrow B_2 \\
 \dots \\
 A_n \rightarrow B_n \\
 \hline
 \frac{A'}{B'}
 \end{array} \quad (31)$$

と示す。ここで、 $A_i, A' \subseteq U$; $B_i, B' \subseteq V$ である。

結論 B' は、含意 $a \rightarrow b$ のタイプにより "else" の解釈が異なってくる。たとえば、Mamdani の方法 R_c や式(23)のような含意の公理を満たさない $a \rightarrow b$ に対しては "else" は "or" と解釈され、含意の公理を満たす多くの含意公式 $a \rightarrow b$ (たとえば、表6の R_c 以外の含意や式(24)-(25)の含意)を使用する場合は "else" は "and" と解釈される。

たとえば、Mamdani の方法 R_c を使用した場合には、"or"として結び (\cup) を採用すると、結論 B' は

$$\begin{aligned}
 B' & \quad (32) \\
 &= A' \circ [(A_1 \rightarrow B_1) \text{ OR } \dots \text{ OR } (A_n \rightarrow B_n)] \\
 &= A' \circ [(A_1 \rightarrow B_1) \cup \dots \cup (A_n \rightarrow B_n)] \\
 &= [A' \circ (A_1 \rightarrow B_1)] \cup \dots \cup [A' \circ (A_n \rightarrow B_n)]
 \end{aligned}$$

のように個々の推論結果 $A' \circ (A_i \rightarrow B_i)$ の結び \cup として与えられる[11]。

一方、Zadeh の方法 R_a を始め数多くの含意公式に基づいた場合には、"else"を "and"、すなわち交わり (\cap) と解釈すると、結論 B' は

$$\begin{aligned}
 B' & \quad (33) \\
 &= A' \circ [(A_1 \rightarrow B_1) \text{ AND } \dots \text{ AND } (A_n \rightarrow B_n)] \\
 &= A' \circ [(A_1 \rightarrow B_1) \cap \dots \cap (A_n \rightarrow B_n)] \\
 &\subseteq [A' \circ (A_1 \rightarrow B_1)] \cap \dots \cap [A' \circ (A_n \rightarrow B_n)]
 \end{aligned}$$

と与えられ、個々の推論結果 $A' \circ (A_i \rightarrow B_i)$ の交わり \cap とは等しくならぬことがうなずける。しかし、以後の議論では計算の簡単化のため、結論 B' は個々の推論結果 $A' \circ (A_i \rightarrow B_i)$ の交わりとして与えられるものと仮定しておく。

(例4) 式(31)の推論形式の例として、次のような "比例形" の推論形式に対して、表6のような種々の含意を使用した場合にどのような推論結果が得られるかを述べてみよう。

$$\begin{array}{l}
 \text{more or less } A \rightarrow \text{more or less } B \\
 A \rightarrow B \\
 \text{very } A \rightarrow \text{very } B \\
 \hline
 \frac{A'}{B'}
 \end{array} \quad (34)$$

まず、 $A' = A$ の場合に、式(32)-(33)の合成として max-min 合成 " \circ " を使用すると、図8のような推論結果 B' が得られる。なお、図中、方法 R_p, R_{bp}, R_{dp} および R_{Δ} はそれぞれ次の含意規則 $a \rightarrow b$ に基づいている (式(23), (6)-(8)参照)

$$R_p : a \rightarrow b = ab$$

$$R_{bp} : a \rightarrow b = 0 \vee (a + b - 1)$$

$$R_{dp} : a \rightarrow b = \begin{cases} a & \dots & b = 1 \\ b & \dots & a = 1 \\ 0 & \dots & a, b < 1 \end{cases}$$

$$R_{\Delta} : a \rightarrow b = \begin{cases} 1 \wedge \frac{b}{a} \wedge \frac{1-a}{1-b} & \dots & a, 1-b > 0 \\ 1 & \dots & a=0 \text{ or } 1-b=0 \end{cases}$$

式(34)のような複雑な推論形式においてはどのような推論結果が得られれば妥当であるかは議論の余地が多々あるが、 $A' = A$ であり、規則 $A \rightarrow B$ が存在するから結論 B' は $B' = B$ であろうと単純に考えた場合、方法 R_s, R_g が $B' = B$ なる推論結果を得ていることが分かる。合成規則として

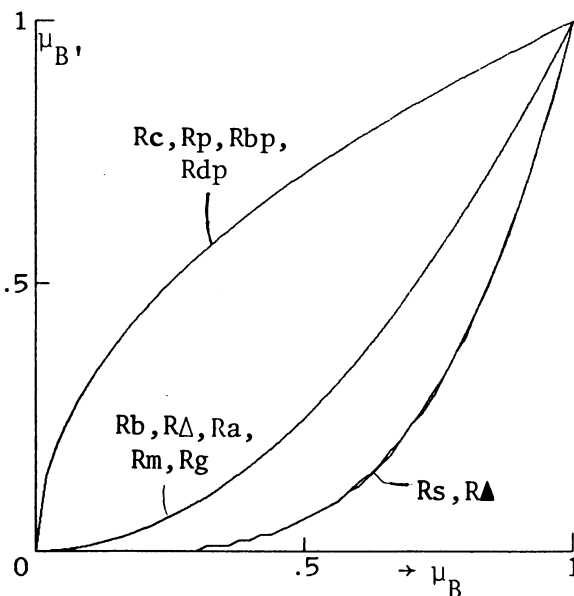
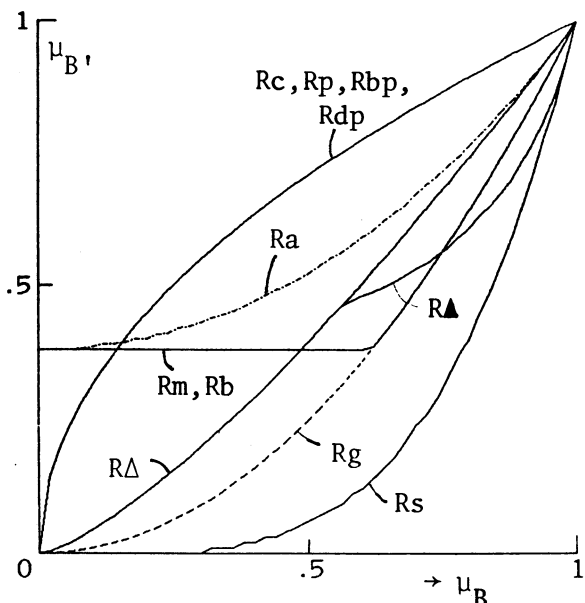


図10 式(35)の推論結果 (max-min 合成の場合) 図11 式(35)の推論結果 (max-⊙合成の場合)

max-⊙合成 "□" (式(26)参照) を使用した場合の推論結果を示すと、図9ようになる。大半の方法が $B' = B$ なる結論を得ていることがうなずける。

次に、下式のような"反比例形"の推論形式を考えてみよう。

$$\begin{array}{l} \text{more or less } A \rightarrow \text{very } B \\ A \rightarrow B \\ \text{very } A \rightarrow \text{more or less } B \quad (35) \\ \hline A' \\ B' \end{array}$$

まず、 $A' = A$ とし、max-min 合成を使用すると、図10のような推論結果が得られる。また、max-⊙合成を使用した場合は図11ようになる。式(35)には規則 $A \rightarrow B$ があり、 $A' = A$ であるから結論は $B' = B$ であろうとの立場にたてば、すべての方法がこの基準を満たしていないことが分かるであろう。

【参考】式(34),(35)において $A' = \text{very } A$, more or less A とした時の推論結果を付録に掲げておく。

最後にファジイ制御で最もよく使用されている、式(30)よりも複雑なファジイ推論形式[8]

$$\begin{array}{l} A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1 \text{ else} \\ A_2 \text{ and } B_2 \rightarrow C_2 \text{ else} \\ \dots\dots\dots \\ A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n . \quad (36) \\ \hline A' \text{ and } B'. \\ C' \end{array}$$

を考えてみよう。ここで、 A_i, A' は U での、 B_i, B' は V 、 C_i, C' は W でのファジイ集合である。

"and" で結ばれた「 $A_i \text{ and } B_i$ 」は $U \times V$ における直積 $A_i \times B_i$ で表されるとすると、

$$\mu_{A_i \text{ and } B_i}(u,v) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) \quad (37)$$

となる。ファジイ条件文「 $A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i$ 」は $U \times V \times W$ におけるファジイ関係となる。

$$\begin{aligned} \mu_{A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i}(u,v,w) & \quad (38) \\ & = [\mu_{A_i}(u) \wedge \mu_{B_i}(v)] \rightarrow \mu_{C_i}(w) \end{aligned}$$

たとえば、Mamdani の方法 R_c では $a \rightarrow b = a \wedge b$ であることに注意すれば、 $A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i$ は $\mu_{A_i}(u) \wedge \mu_{B_i}(v) \wedge \mu_{C_i}(w)$ のように表される。

これより式(36)の結論 C' は、方法 R_c の場合 "else" は "or"、すなわち和 (\cup) と解釈され、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} C' & = (A' \text{ and } B') \circ [(A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1) \cup \dots \\ & \quad \cup (A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n)] \quad (39) \\ & = [(A' \text{ and } B') \circ (A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1)] \cup \dots \\ & \quad \cup [(A' \text{ and } B') \circ (A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n)] \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} (A' \text{ and } B') \circ (A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i) & \quad (40) \\ & = [A' \circ (A_i \rightarrow C_i)] \cap [B' \circ (B_i \rightarrow C_i)] \end{aligned}$$

となることに注意されたい。

一方、多値論理の含意公式に基づいた表6の方法 R_a, R_m, R_b 等による結論 C' は、"else" が "and"、すなわち交わり (\cap) と解釈されることに注意すれば、次のように与えられる。

$$C' = (A' \text{ and } B') \circ [(A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1) \cap \dots \cap (A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n)] \quad (41)$$

$$\subseteq [(A' \text{ and } B') \circ (A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1)] \cap \dots \cap [(A' \text{ and } B') \circ (A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n)]$$

また、

$$(A' \text{ and } B') \circ (A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i) \quad (42)$$

$$= [A' \circ (A_i \rightarrow C_i)] \cup [B' \circ (B_i \rightarrow C_i)]$$

ここで注意すべきことは、式(33)の場合と同様、式(41)においても結論 C' は個々の推論結果 $(A' \text{ and } B') \circ (A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i)$ の交わり \cap とは等しくならないことである。

5. むすび

式(30)や(36)のような推論形式では複数の条件文が互いに影響しあっており、その結果として結論が得られるものと考えられる。したがって、通常のプロダクションシステムにおけるようにパターンマッチングするかしないかのような単純な考え方では、この種のファジイ推論形式は議論できないであろう。人間はこの種の推論を行っているものと思えるので、今後、より複雑な形をしているファジイ推論に対する研究が推進されるべきであろう。これにより、真の“専門家システム”が現実のものとなるであろうことが期待できる。

参考文献

1. 水本, T-ノルムと Fuzzy制御, 第1回「ファジイシステムシンポジウム」講演論文集(京都, 5月28-29日), 125-132, 1985.
2. Mizumoto, M., Fuzzy intersections and their pictorial representations, *Kybernetes* (to appear).
3. Dubois, D. & Prade, H., Criteria aggregation

and ranking of alternatives in the framework of fuzzy set theory, *Fuzzy Sets and Decision Analysis* (ed. Zimmermann, Zadeh, and Gaines), North-Holland, 209-240, 1984.

4. Mizumoto, M., Pictorial Representations of fuzzy connectives, *Fuzzy Sets and Systems* (submitted).
5. Zadeh, L.A., Fuzzy logic and approximate reasoning, *Synthese*, 30, 407-428, 1975.
6. Mizumoto, M. & Zimmermann, H.J., Comparison of fuzzy reasoning methods, *Fuzzy Sets and Systems*, 8, 253-284, 1982.
7. Mamdani, E.H., Applications of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant, *Proc. of IEEE*, 121, 1585-1588, 1974.
8. Mizumoto, M., Fuzzy controls under various approximate reasoning methods, *2nd IFSA Congress*, Tokyo, July 20-25, 1987.
9. Mizumoto, M., Fuzzy conditional inference under max- \odot composition, *Information Sciences*, 27, 183-209, 1982.
10. Mizumoto, M., Fuzzy inference using max- \wedge composition in the compositional rule of inference, in *Advances in Fuzzy Set Theory and Applications* (ed. Gupta, M.M. et al.), North-Holland, 93-115, 1979.
11. Mizumoto, M., Extended fuzzy reasoning, in *Approximate Reasoning in Expert Systems* (ed. Gupta, M.M. et al.), North-Holland, 71-86, 1985.

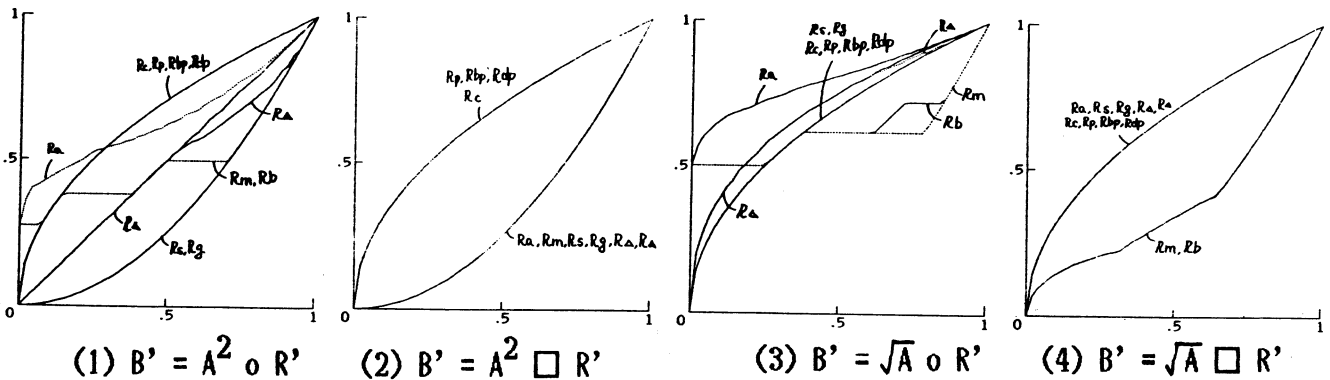


図 A-1 式(34)の“比例形”の推論結果

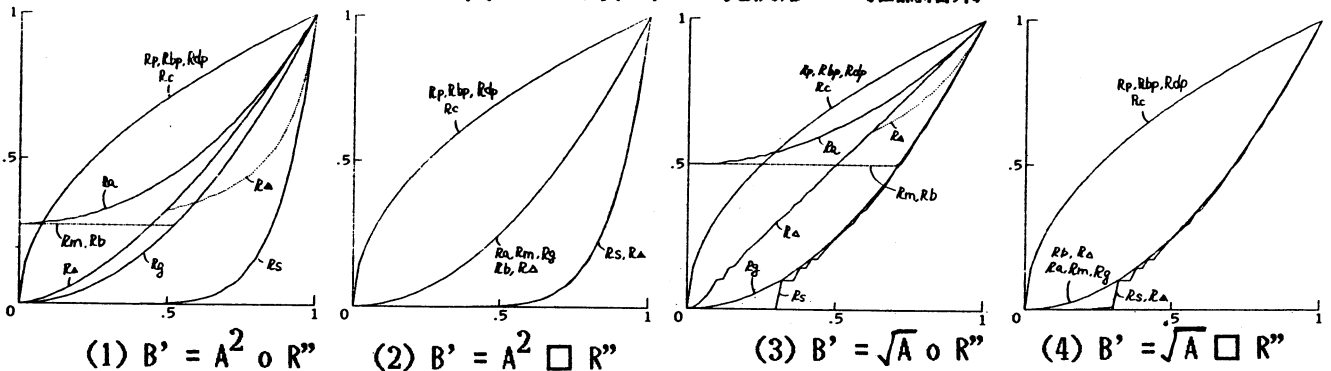


図 A-2 式(35)の“反比例形”の推論結果

口頭指示による模型自動車の制御 Verbal Control of a Model Car

片山敬一
森 勉

菅野道夫

東京ガス(株)
東京工業大学

Keiichi KATAYAMA

Tokyo Gas Co., Ltd.

Tsutomu MORI, Michio SUGENO

Tokyo Institute of Technology

Abstract

This paper applies fuzzy algorithm to control a model car by verbal instructions. For an experimental study, we make a model car equipped with sensing devices and a micro-computer.

The controller is linguistically described by manipulation procedures (MP) and manipulation elements (ME), which are based on feedback, feedforward and sequential control algorithm. The paper shows some experimental results in the scenes of "go along the wall", "turn right" and "park the car".

1. はじめに

ファジィ制御の応用として、筆者らは模型自動車の制御の研究を行ってきた。

最初は、熟練者のハンドル操作のファジィモデルを作ることによって、ファジィ制御規則を導出することを目的とした。熟練者の操作時のデータを収集し、操作モデルをファジィ制御規則の形式で作れば、そのままファジィ制御器が設計できる。この場合、IF～THEN～形のファジィ規則の前件部の構造は先見的に与えられるので、熟練者の操作時のデータを、パラメータ同定することがほとんどの部分を占める。この方法により、クランクコースを走行する場合⁽¹⁾と、車庫入れをする場合⁽²⁾について制御規則を同定し、実験を行い、有効性を確かめた。ただし、ここで導かれた制御規則はそれぞれ限定された場所ではしか使えなかった。

次いで、言語指示により、自動車教習所のようなコースで車を制御しようとした。模型自動車の制御される場を、「右折」、「進路変更」、「方向変換」などの場面に分け、階層構造を持つ制御ルール群を用いて模型自動車の制御を行った⁽³⁾。車の将来の走行線(目標線)に対する現在の車の向きと偏差からハンドル角を決めるようにした。その際、入出力や関係式をファジィ集合で表現することにより、なめらかな操作を可能にした。指示は場面や動作ボタンを選ぶために使われている。

さて、本報告では、次に行った口頭指示による車のファジィ制御について述べる。日常言語を人間とロボットとのインターフェースに使う場合を想定し、人間のルールベース的な思考に合った車の制御規則を構成するため、ファジィアルゴリズムの考えを使う。この手法によれば、制御規則はファジィ集合を使って言語的に表現されるので、自然言語と整合性良く車を制御することが可能となる。

2. 場面・操作手順・操作要素

本報告では、車の運転を「場面」、「操作手順」、「操作要素」の階層構造に分けて考えている。(Fig. 1)

◎操作要素 (ME: MANIPULATION ELEMENT)

運転操作の核となる単位。例えば、「ハンドルを右に切る」とか、「ハンドルを戻しながら速度を上げる」といったものに相当する。つまり、速度およびハンドル角の操作のまとまりであり、1秒ほどの短いものから十数秒の長いものまでである。

◎操作手順 (MP: MANIPULATION PROCEDURE)

一つの場面を構成する操作要素の系列。例えば、自動車の運転における「右折」は、

- ① スピードを落とす、
- ② ハンドルを右に切る、
- ③ ハンドルを保持する、
- ④ ハンドルを戻しながら速度を上げる、

という操作要素からなる操作手順である。手順は同じ場面に対して幾つも存在する。(道の形状が異なる場合、スピードを落とさない場合などもある。)

◎場面 (SCENE)

一つの動作を示す操作手順の集合。車の運転では、「直進」、「右折」、「進路変更」等に相当する。場面の系列が与えられることにより、自動車は目的地に到着する。

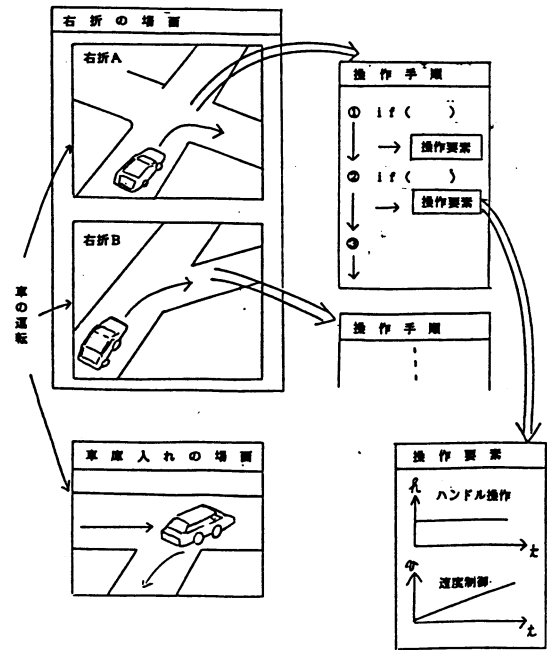


Fig. 1 場面、操作手順、操作要素

2. 1. 操作手順

人間の運転は、線形フィードバック制御ではない⁽⁴⁾。いくつかの操作要素を順に組み合わせた手順によって運転していると考えられる。

車の動きの軌跡は、ハンドルを一定にすれば円運動になる。そこで、車の軌跡を部分円と直線の連続と想定し、この式をもとに、車の状況と車の将来の走行線とから、一つの操作手順を決定する。また、外乱や近似による誤差により、予定していた状況と異なった場合は、パラメータを変更して手順を立て直す。

操作手順の特徴としては、以下があげられる。

- (1) 状況の情報を先に得て、次の操作要素を決めているので、外乱の影響が現れる前にそれを打ち消せる。(フィードフォワード的である。)
- (2) 一つの操作要素が終わるごとに、今現在の出力を反映させて次の操作要素を決めている。(フィードバック的である。)
- (3) 操作要素の実行順序は、あいまいな言明によって構成されるアルゴリズムである。これは一種の条件制御であると考えられる。(シーケンス的である。)
- (4) 一つの要素の実行時間が比較的長いので、計測や画像処理に時間がかかっても、さほど影響を受けない。(サンプリング時間が長くても大丈夫である。)
- (5) すなわち、操作要素を速度と舵角の相互干渉を考慮した上で設計しておけば、速度と舵角を別々に決定するときのような干渉は除去される。(速度と舵角の協調制御がしやすい。)
- (6) 「少し右に向け」とか「もう少し右に曲がれ」等は、そのまま操作要素に対応している。(口頭指示と整合性がよい。)
- (7) パラメータが言語値によって表現されているので、「左に」で足りないときには「もっと左に」とすればよい。(パラメータの調整を言語的に行える。)
- (8) 学習が容易である。

(6)および(7)の理由から、言語的な指示を与えることにより学習をするシステムが比較的簡単に作れる。

また、欠点は以下の通りである。

- (1) 最適な制御ではない。
- (2) オペレータのサポートが無い環境では使いにくい。
- (3) 基準軌跡のあるものと違って、毎回同じように制御されるとはかぎらない。

(4)パラメータの決め方が試行錯誤による。

2. 2. 口頭指示

指示が与えられるのは次のような場合である。

(1)マクロ指示

模型自動車に何をさせたいかを指示する。(例)「直進せよ」「車庫入れせよ」

(2)一般的な場面のルールでは不十分なとき。

コースに合わせて、指示を援用する。この指示は、操作手順や操作要素に対応することが多い。

(3)自動車の実行している操作内容に不満があるとき。

(例)車庫入れの入れ方が気に入らないとき、「幅寄せせよ」等の指示を出す。

(4)自動車側が指示を要求してきたとき。

自動車は制御ルールを持たないような状況に会うと、止まってオペレータの指示を待つ。(例)直進していたときに、反射壁が急になくなった場合。

(5)自動車にパラメータを教示しようとするとき。

3. 制御の具体例

自動車の運転アルゴリズムは、あいまいさを含む言明によって構成される。これは、IF~THEN~のようなファジィ条件式で示すことができる。この場合の前件部は状況を表し、後件部は操作要素(操作手順)である。2つ以上のルールが競合する場合、本システムではルールに優先度をつけることにより競合を解消している。また、前件部に適合するルールがない場合には、車は停止し、オペレータの指示を待つ。

直進の場合のファジィ条件式の例あげる。この場合、道の中心(目標線)に対する向きと偏差とから操作要素が決まる。つまり、ファジィ条件式は、

IF {偏差=右にずれ、向き=少し右} THEN {左へ姿勢角を変更(操作要素)}

のようになる(Fig.2)。

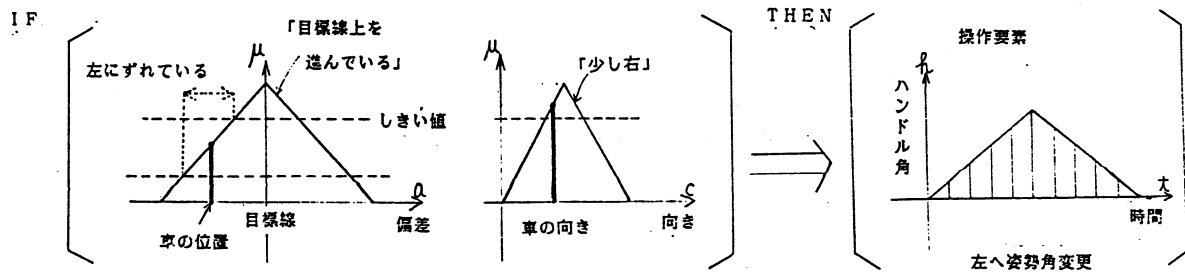


Fig. 2

ファジィ集合の形やしきい値により、ハンドルを細かくきってなるべく正確に進むか、多少ずれてもハンドルを度々切ったりしないか、が変わる。今回はこれらのパラメータは試行錯誤によって決定した。

さらに、ファジィ条件式を組み合わせた、アルゴリズムの例を Fig.3~5 に示す。

車庫入れ(Fig.6)について簡単に説明する。後退し始める点(☆点)が決まれば操作手順(回転半径=Rで、距離=sだけ後退する)が決まる。この☆点はファジィ集合で考えるある広がりを持っている。(しきい値の与え方で、慎重にやるか等の条件は変わる)模型自動車

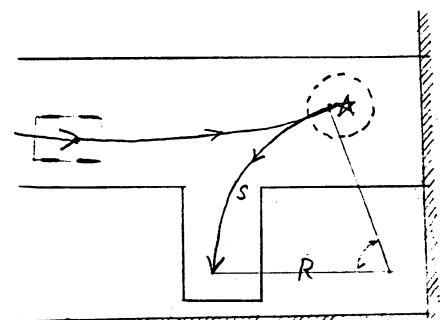


Fig. 6

のハンドル角は正確ではないので、計算どおりに車庫には入らない。そこで、位置を確認して、もし左に寄っている（これもファジィ集合で表される）なら幅寄せをする。

4. 教示によるパラメータの獲得

従来、制御パラメータは、制御器の設計者によって、計算と試行錯誤により決定されていた。本システムでは、オペレータが教示することにより、場面「右折」で、模型自動車自身で制御パラメータを獲得できるようにした。以下に考え方を説明する。

模型自動車で右折を行う場合、「どこでハンドルを切り始めるか」が重要なポイントである。そこで本システムでは、曲がり始めの点（TS点）の制御パラメータを獲得させた。TS点については、

- ① TS点が早過ぎると、いくら緩やかに曲がろうとしても、内輪が脱輪する、
- ② TS点が遅過ぎると、いくら速く曲がろうとしても、外輪が脱輪する、

という特徴がある。(Fig.7) によって、TS点の可能な範囲 (Feasible Place) は、変数 l についてのファジィ集合となる。

そこで本システムでは、実際に試行し、それに対する評価をオペレータが教示し、また記憶し、集約することによりFP (Feasible Place) の知識が得られる。(Fig.8)

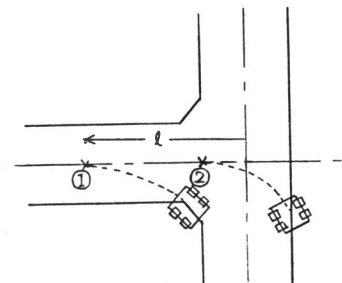


Fig. 7

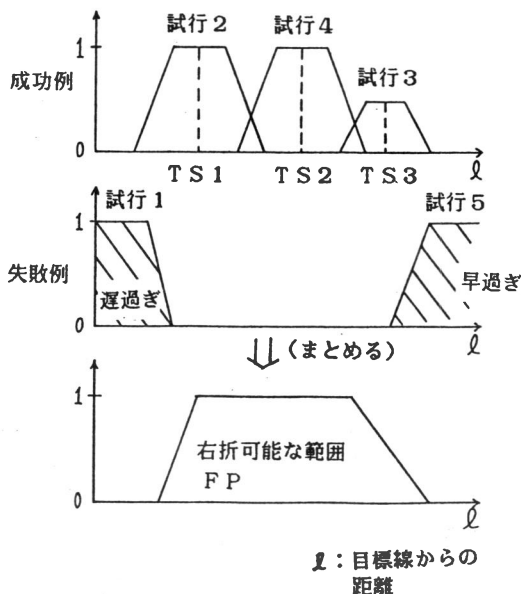


Fig. 8 FPの獲得

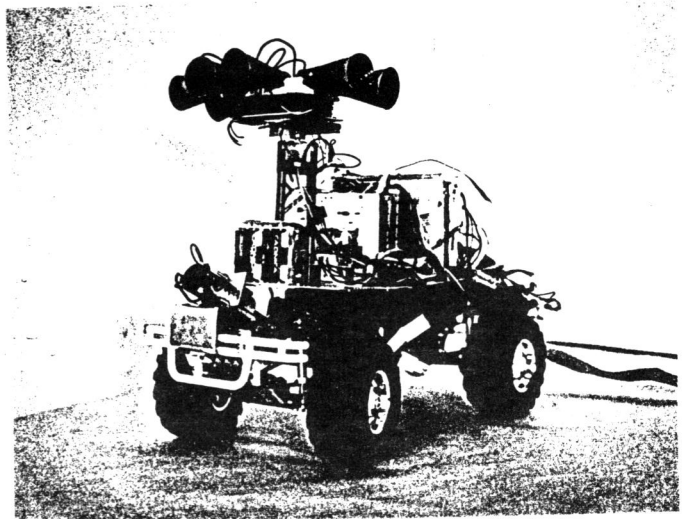


Fig. 9 模型自動車

5. 実験とその結果

実験に用いた模型自動車(Fig. 9)は 1:10 の電動ラジコンカー (車長 52cm、車幅 27.8 cm) で、9cm/sec (低速)、19cm/sec (中速)、38cm/sec (高速) で走行する。ハンドル角はサーボモータで操作する (最小回転半径=73cm)。さらに模型自動車には距離計測のための、ステップモータで回転する超音波センサが搭載され計測用マイコンとつながっている。制御はRS-232C回線で結ばれた 16bitマイコン (PC-9801) で行う。ソフトウェアはC言語とマシン語である。

道幅 80cmのコースを平坦な実験室の床上に設定し、その右側に高さ45cmの亚克力板

を立て、反射壁とした。

場面「右折」の実験結果をFig. 10、また場面「車庫入れ」の実験結果をFig. 11 に示す。Fig.12はマクロ指示を使わずにオペレータの指示だけで車庫入れをおこなった例である。

6. おわりに

模型自動車を口頭指示で制御するシステムについて報告した。このシステムでは、

- ①. 自動車の制御ルールをファジィアルゴリズムの考えを使って、場面・操作手順・操作要素によって記述した。
- ②. 口頭指示は細かく与えるのではなく、できるかぎりマクロでおこなえるようにした。
- ③. 操作要素や操作手順は口頭指示と一対一に対応する表現なので、与えた指示に対する出力が予測でき、口頭指示と整合性の良い制御が行える。この特性を生かして制御パラメータの獲得（学習）を指示によって行った。

以上によるソフトウェアを構成し、「直進」「右折」「車庫入れ」の場面を用意して実験を行った。その結果、自動車をマクロ指示で制御を行うという目標を達成することができた。今後は、制御ルールの改良を指示により行うこと、パラメータ同定を自動的に行うことが課題である。最後に実験に協力してくれた、多名賀淳君・竹田浩伸君はじめ菅野研究室の皆様には感謝いたします。

参考文献

- 1) M.SUGENO, M.NISHIDA : FUZZY CONTROL OF MODEL CAR, Fuzzy Sets and Systems, 16, 103/113 (1985)
- 2) M.Sugeno, K.Murakami : An Experimental Study on Fuzzy Parking Control Using a Model Car, in "INDUSTRIAL APPLICATIONS OF FUZZY CONTROL", North Holland, 125/138 (1985)
- 3) 菅野・片山 : マクロ指示による模型自動車の制御, 第11回システムシンポジウム資料, 313/316, (1985)
- 4) 平尾 : 人動車における計測と制御, 計測と制御, 21-7, 681/683 (1982)

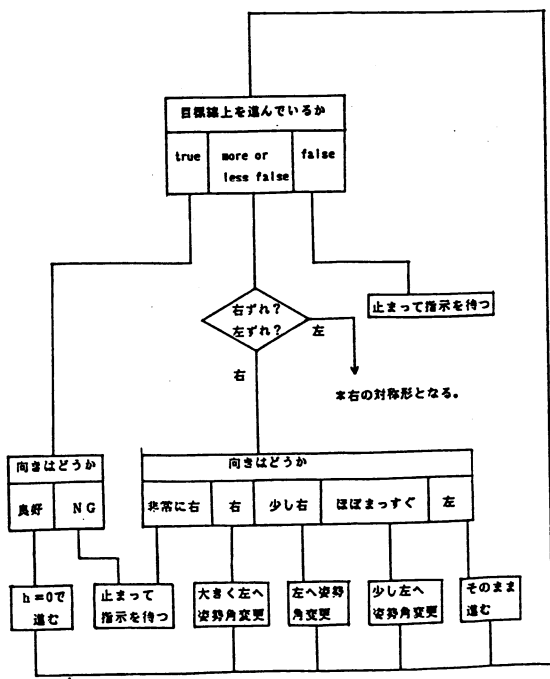


Fig. 3 直進のアルゴリズム

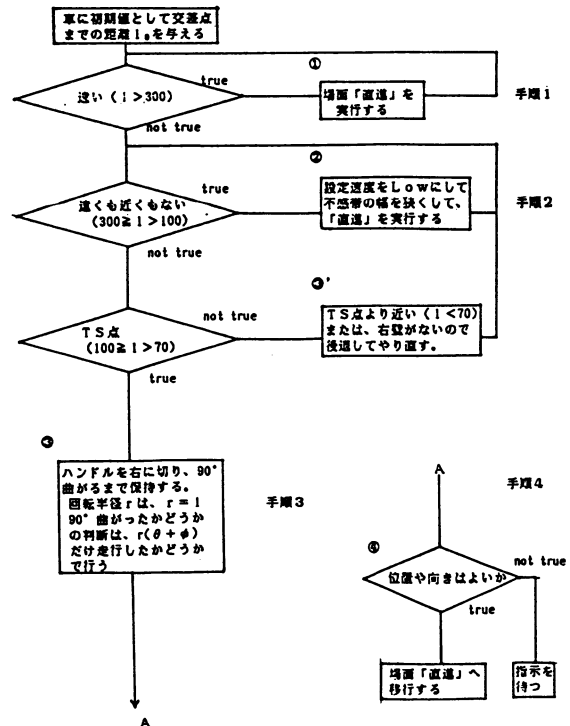


Fig. 4 右折のアルゴリズム

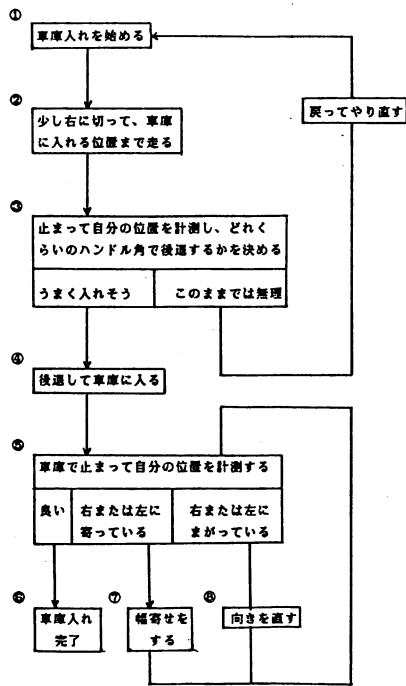


Fig. 5 車庫入れのアルゴリズム

- | | |
|--------------|-------------|
| 1. 直進せよ (a) | 9. 前進 |
| 2. ハンドルを左に切れ | 10. 左に切れ |
| 3. 左に切れ | 11. 停止 (d) |
| 4. 止まれ (b) | 12. 後退 |
| 5. 後退 | 13. 右に切れ |
| 6. 右に大きく切れ | 14. 大きく右に切れ |
| 7. もっと大きく | 15. 止まれ (e) |
| 8. 止まれ (c) | |

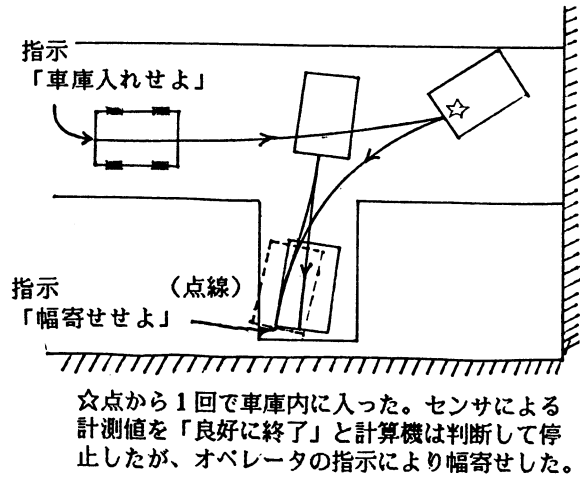


Fig. 11 マクロ指示による「車庫入れ」の実験結果

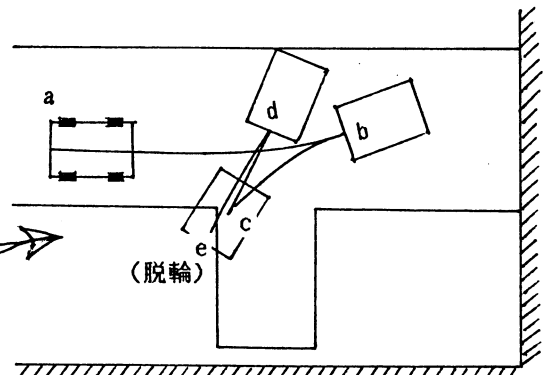


Fig. 12 マクロ指示を使わない「車庫入れ」の実験結果

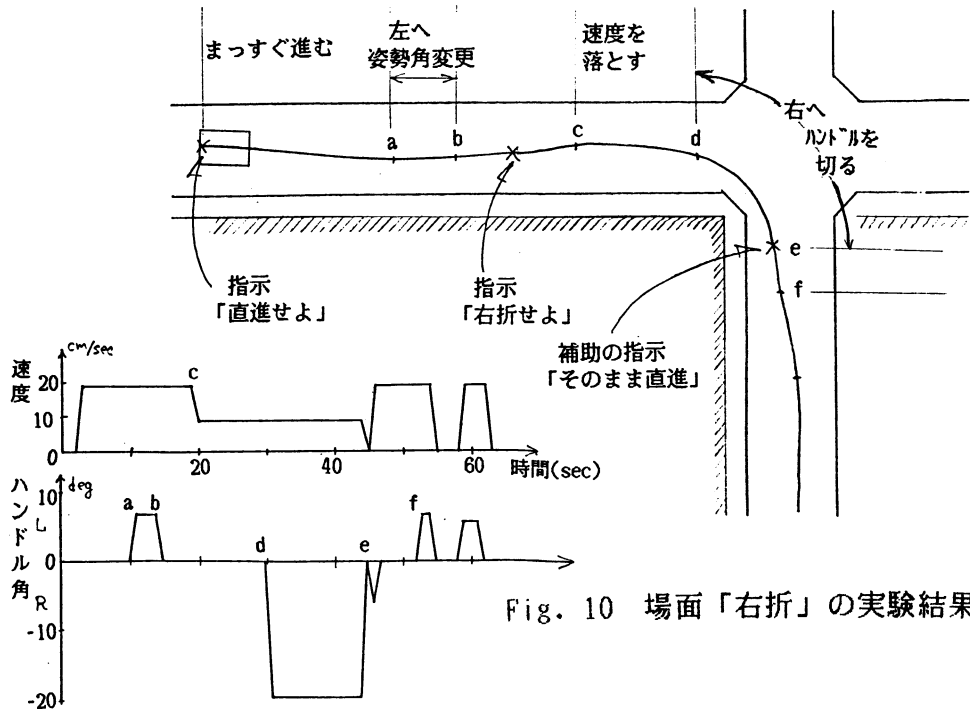


Fig. 10 場面「右折」の実験結果

自立型移動ロボットのファジィ誘導制御シミュレーション
Simulation of Fuzzy Guidance Control for a Mobile Robot

竹内 倶佳^{*}、永井 豊^{*}

TAKEUCHI Tomoyoshi^{*}, NAGAI Yutaka^{*}

榎本 暢芳^{**}、広瀬 保嘉^{**}

ENOMOTO Nobuyoshi^{**}, HIROSE Yasuyoshi^{**}

^{*}電気通信大学 ^{**}電気通信大学大学院

^{*}University of Electro-communications

^{**}University of Electro-Communications, graduate school

Abstract

We have proposed a fuzzy controller of a mobile robot for obstacle avoidance[1][2], in which one CCD camera is used as a vision system. In this paper we discuss application of that controller to guide so that it travels along the path beforehand determined on the map. The robot is guided to follow the proper path made by placing some virtual obstacles across the other permissible passageways in the image obtained from the CCD camera. This guidance method is investigated by simulation and it is found that this method is valid under the condition that all passageways are laid out at right angles.

1. はじめに

原子力施設をはじめ、工場その他の種々の場所で移動ロボットが必要とされ、研究開発が行われている。著者らは平坦な床面の通路を障害物を回避しながら2次元的に自由に移動できる車輪走行ロボットに関して研究を行っている。

CCDセンサを視覚に使った自立型移動ロボットの障害物回避はファジィ制御によって効果的に行えることを確かめ、第2回のシンポジウムで報告した[1][2]。しかし障害物回避のみでは通路の分岐点でのロボットの進路は不定であった。著者らはこの方法を発展させて移動ロボットの誘導制御を行う方法を考案し、シミュレーションによって試みたところ、有効に制御できることが明らかになったので報告する。

2. ロボットシステムの概要

自立型移動ロボットの概観を図1に、ハードウェア構成を図2に示す。またその諸元は次の通りである。

| | | | |
|-------|--------|--------|------------------------|
| 重量 | 100 kg | 平均進行速度 | 0.5 m/sec |
| 幅(直径) | 0.5 m | 最高進行速度 | 1.0 m/sec |
| 高さ | 1.2 m | 最大加速度 | 0.5 m/sec ² |

次に視覚系[3]と走行系について述べる。

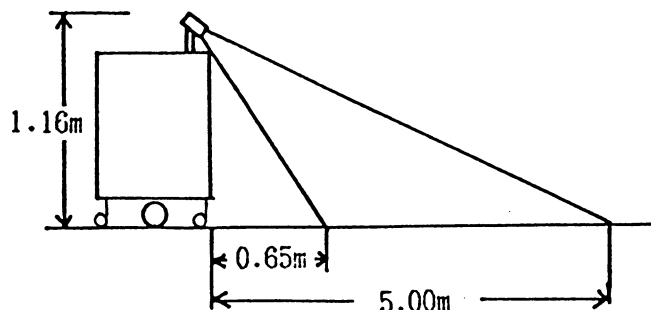


図1 ロボットの概形とカメラの配置

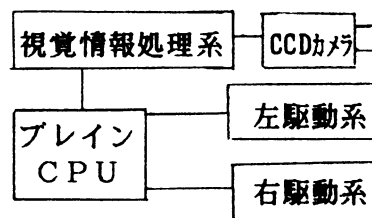


図2 ハードウェア構成

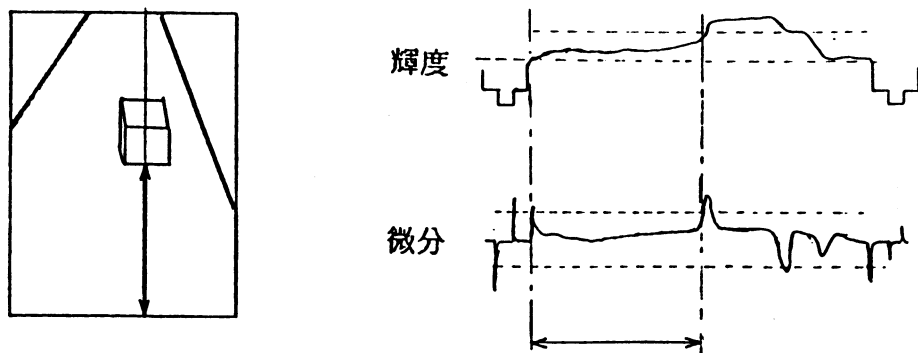


図3 床面の検出

2. 1 視覚系

視覚系は図1に示すように2次元CCDカメラをつかって、障害物の有無を判定する。CCDカメラはロボットの最頂部で床面から116cmにあり、水平より約30度の方向から床面を見る。CCDカメラの走査線は進行方向と一致させてある。床面と障害物の明るさの違いのためCCDカメラからの映像信号を微分すると図3のように床面と障害物の境界が検出される。画面の下端から境界までの走査線の長さがロボットから障害物までの距離即ち有効な床面の長さに対応する。これらの床面検出処理はハードウェアで行い障害物までの距離は走査線ごとにカウンタで求めて視覚情報処理用のマイクロプロセッサが取り込む。

2. 2 走行系

走行系は、左右の2輪を独立に駆動するPWS (Power Wheeled Steering)方式である。各動輪は速度制御を行っており微小外乱に対しては定速度で走行する。各動輪の速度制御プロセッサに与える速度指令値 V_L , V_R により進行速度と方向を制御する。従って、前進、後退だけでなく円弧回転、その場回転が可能である。

3. 障害物回避制御

ここで誘導制御の基本となる障害物回避制御について簡単に述べる。

3. 1 視覚情報処理

視覚系からの画像情報に基づき次の3つのパラメタを抽出する。

- 1) P 進路座標
- 2) W 進路幅
- 3) L_L または L_R 進路近傍の最も近い障害物までの距離

この進路はカウント値が連続してしきい値を越える部分のうち最大幅のものとする。実際にはこれらのパラメタ抽出に先立ちノイズなどの影響を除くため隣接する8本の走査線をまとめてそれらのカウント値を平均し、最終的に60本の走査線としてパラメタを求める。

3. 2 制御系の構成

障害物回避制御はファジィ推論により、現在の左右の車輪の速度指令値と視覚情報処理系からのパラメタから先ず3つの制御パラメタ

- 1) 方位制御入力 Δu
- 2) 方位制御ゲイン g
- 3) 加速度制御入力 a

を導きこれらから式(1)(2)を用いて次のサンプリング時点の速度指令を決定する。

$$u_L(k+1) = u_L(k) + g \cdot \Delta u + a \cdot T \quad (1)$$

$$u_R(k+1) = u_R(k) - g \cdot \Delta u + a \cdot T \quad (2)$$

各制御の内容は次の通りである。

1) 方位制御 障害物回避制御の中心で進路座標Pと現在の左右車輪の速度差Nにより速度差の変化量 Δu を求める。制御ルールは、

「進路Pが右、Nが左ならば Δu を大きくする(大きく右へ方向転回する)。」
などとした。

2) 方位利得制御 進路近傍の障害物の距離により Δu の制御の補正をする。

$L_{MIN} = \min(L_L, L_R)$ 及び Δu の向き(符号)と障害物の位置($L_L - L_R$ の符号)の関係(同符号/異符号)から g を決める。

3) 加速度制御 進路の幅と現在の速度から加速度を決める。幅が広いときには速く走行する。

更にこれらの処理で行き詰まったときのために停止探索モードがある。

これらの制御により、幅2mの直線通路に幅1mの障害物を置くなどの条件でシミュレーション実験及び実走行実験を行い障害物を回避して走行できることが確認された。

4. 誘導制御

前節の障害物回避制御では通路に分岐点がある場合は、分岐点にはいるときのロボットの姿勢などにより進む方向は不定である。分岐点のある通路において予め指定した経路で走行するためには分岐点に於て誘導制御が必要となる。この障害物回避制御では明確に軌道を指定しないため直接に進路を指定して誘導する方法は不適切でありまた困難であると考えられる。そこで逆に、指定以外の進路を禁止することとした。具体的には、視覚系で得られた床面画像を操作して、仮想の障害物を設けて進むべき進路を残して不要の進路を消去し、その画像を前述の障害物回避制御系に渡すことで誘導制御を行う。この方法をシミュレーション実験により検討した。

簡単のために、通路はすべて直角に交わると仮定する。この仮定のもとでは分岐点は十字路またはT字路のみである。処理の都合でL字路も含めて考えると分岐点形状と誘導方向の組み合わせにより11のパターンがあるが、左右の対称性を考慮すると6種類になる。これを図4に示す。以下に各分岐点処理について述べる。

a) 分岐点処理C-S 十字路で直進する処理である。十字路で得られる床面画像は図5のようになる。これより角A及び角Bをさがし、これらと画面の左下隅及び右下隅とをそれぞれ直線で結び仮想の障害物とする。

b) 分岐点処理C-L 十字路で左折する処理である。図6において、AA'とBB'を延長して正面の仮想障害物とする。更にその中央から右下隅へ直線を引き右の仮想障害物とする。ここで右の障害物を角Bから置かないのは左折を円滑に行うためである。図7に十字路を左折中のロボットの各位置での分岐点処理前後の画像を示す。分岐点処理C-Rは左右が逆の他はこの処理と同じである。

c) 分岐点処理TS-L T字路の突き当りで左折する処理である。これは分岐点処理C-Lの後半と同じである。(↔TS-R)

d) 分岐点処理TL-S T字路(⊥型)で直進する処理である。これは分岐点処理C-Sと同様に角Aと画面の右下隅を結んで左の障害物とする。(↔TR-S)

e) 分岐点処理TL-L T字路(⊥型)で左折する処理である。(図8) これはAA'を延長して正面の通路を禁止して更に処理C-Lの後半と同様に正面の仮想障害物の中央と画面右下隅を結んで仮想障害物とし、左折を円滑にする。(↔TR-R)

f) 分岐点処理LL-L この処理は厳密には分岐点処理ではなく処理の便宜のために分岐点として扱う。障害物回避制御で通過できるので現在は何もしていないがL字路への進入状態によっては隅に向かうことがあるので、左折を円滑にするために、処理TL-Lの後半と同じく角を欠くように処理することも考えられる。(↔LR-R)

各々の処理で必要な角の検出について次に述べる。左の角Aは画面左から4本毎に直線回帰をして傾きを求め、その傾きが急変したところを角とする。図9のように、分岐点手前の壁が見えるときは角Cを検出してしまう。このときは長さが不連続であるのでこれに

より角Aと区別して無視する。これらのルールをファジィ的に推論して角を検出する。

各分岐点処理の選択は、予め与えられた地図と指定経路によって自動的に行う。ここで地図は分岐点（L字路を含む）をノードとし、通路をブランチとしたグラフと考え、2次元の双方向リストとして与える。各分岐点に対応する記憶セルは次に示す。

| | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|
| X | Y | Nn | Ne | Nw | Ns |
|---|---|----|----|----|----|

ここで (X, Y) は分岐点の位置、

Nn, Ne, Nw, Ns はそれぞれ北、東、西、南に隣接する分岐点の番号である。

指定経路は分岐点の番号の列として与える。

分岐点の間では、前述の障害物回避制御を行わなければならない。そのためロボットが次ぎに通過する分岐点の位置ロボットとの現在位置の距離があるしきい値より小さくなったときに分岐点処理を行う。ロボットの位置及び向きは左右動輪の速度より式(3)～(6)により求める。

$$\Delta \theta = \frac{V_R - V_L}{D} \cdot T, \quad \Delta l = \frac{V_R + V_L}{2} \cdot T \quad (3)$$

$$\theta(k+1) = \theta(k) + \Delta \theta \quad (4)$$

$$x(k+1) = x(k) + \Delta l \cdot \cos(\theta(k) + \Delta \theta / 2) \quad (5)$$

$$y(k+1) = y(k) + \Delta l \cdot \sin(\theta(k) + \Delta \theta / 2) \quad (6)$$

ここで

D: 動輪間隔 (430 mm)

T: サンプリング間隔 (0.1 sec)

である。

5. 誘導制御シミュレーション

図10に分岐点付近のシミュレーションの結果の例を示す。さらに複雑な通路について実験した結果を図11に示す。この経路は前述の全ての処理ボタンを含んでいる。

6. おわりに

自立型移動ロボットのファジィ障害物回避制御を発展させて分岐点のある通路における誘導制御を試み、視覚センサからの画像に仮想の障害を設定する方法で可能であることがシミュレーションにより明らかになった。しかし、分岐点の近くに障害物がある場合には問題が残る。また、今回は通路を直線で、直角に交差すると仮定したが、これからはこの制限を緩和する必要がある。その場合は実際に得られる画像の質が問題となろう。

〔参考文献〕

[1] 榎本 他、自立型移動車のファジィ障害物回避制御

第2回ファジィシステムシンポジウム講演論文集 pp23-29, 1986

[2] T. Takeuchi et al, Fuzzy control of a mobile robot for obstacle avoidance, Information science (to be appeared.)

[3] 永井 他、移動ロボットの画像による経路認識の一方法、TV学会講演論文集 17-14, 1985

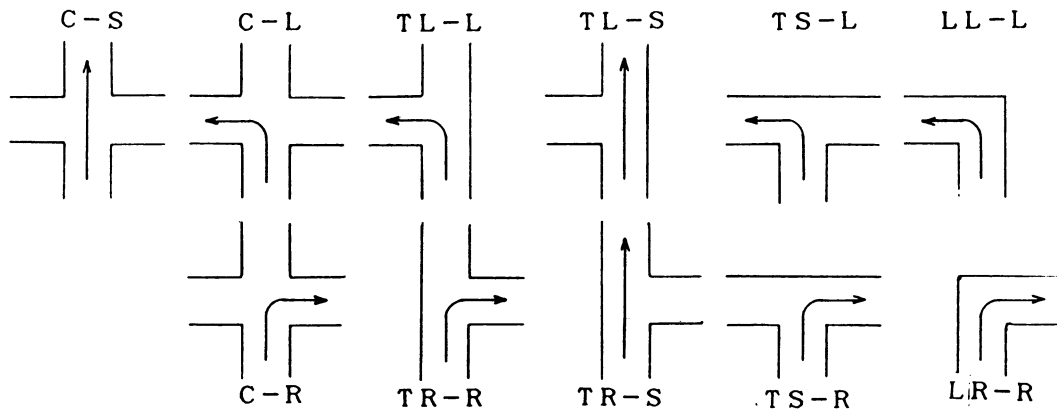


図4 分岐点処理の種類

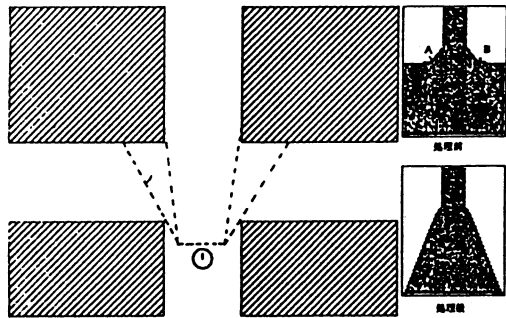


図5 分岐点処理C-S

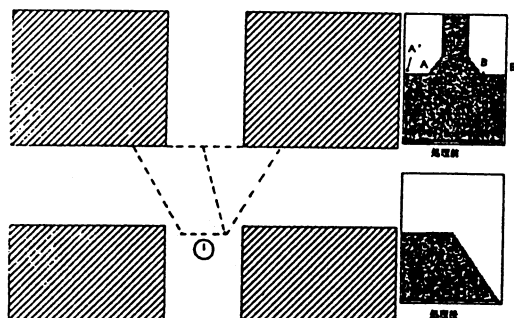


図6 分岐点処理C-L

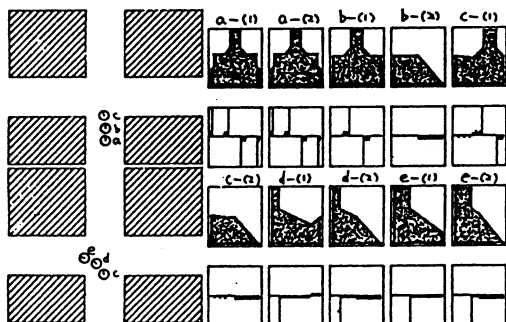


図7 分岐点処理C-Lの進行

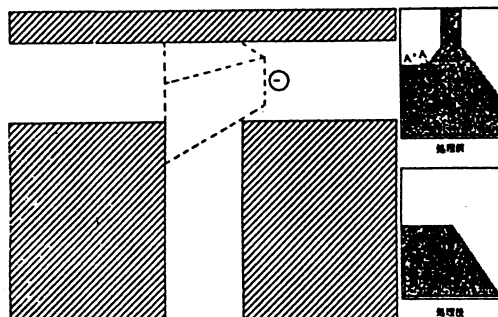


図8 分岐点処理TL-L

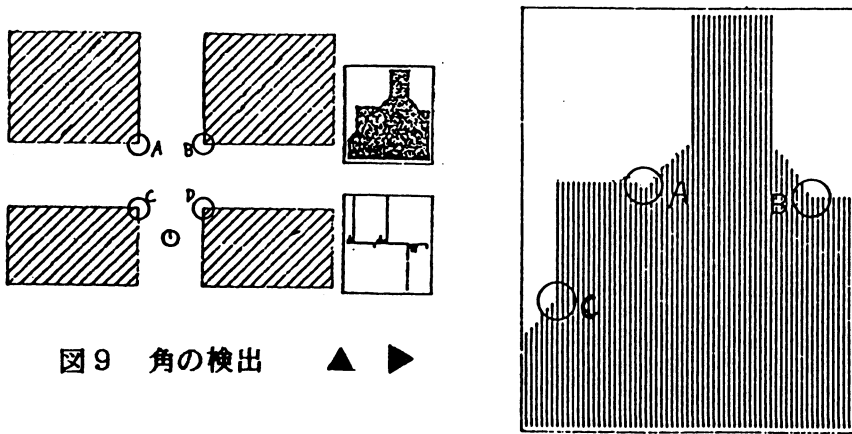


図9 角の検出 ▲ ▶

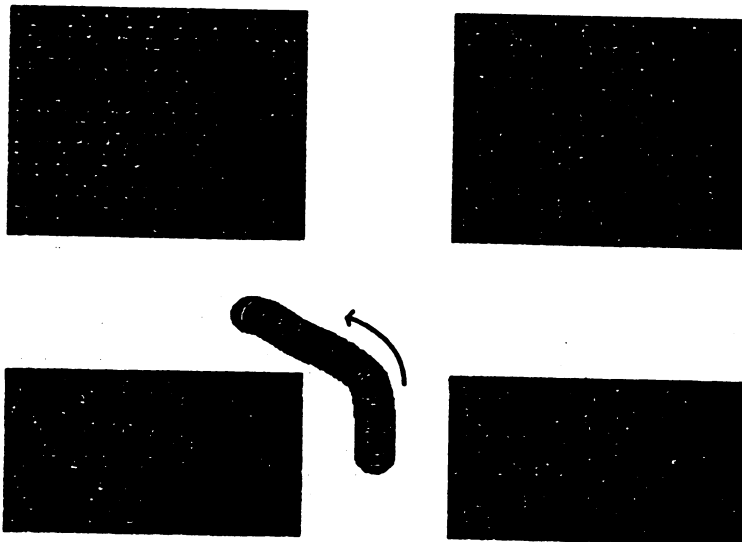


図10 分岐点処理C-Lのシミュレーション

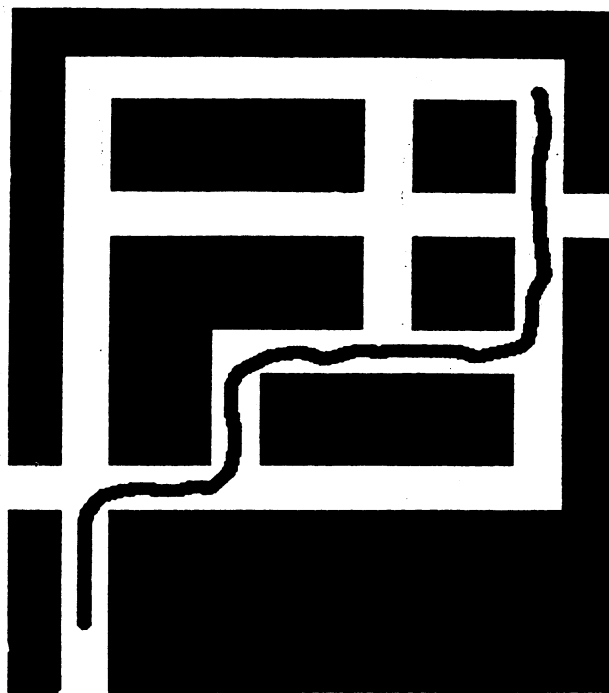


図11 誘導制御のシミュレーション

ファジィ論理を用いた自動車追従制御

An Automobile Tracking Control with a Fuzzy Logic

前田幹夫 村上周太
Mikio Maeda Shuta Murakami

九州工業大学 工学部 情報工学科
Kyushu Institute of Technology,
Faculty of Engineering,
Department of Computer Science

Abstract

This paper deals with an automobile tracking control with a fuzzy logic controller. The controller is consisted of three software parts, that is, a constant speed control, a speed tracking control, and a braking control. After a preceding vehicle is recognized, a second car with the fuzzy controller, initially cruising with a constant speed, can follow the preceding vehicle by keeping a safety interval between the forward vehicle and the second car.

To evaluate the fuzzy controller, automobile tracking control is simulated by using a computer. From this results, it is found that the fuzzy controller for the automobile tracking control may be sufficiently used in the real road driving.

1. はじめに

最初にファジィ集合論(Zadeh)とファジィ論理(Marinos)を制御に応用したのはMamdaniであり、以後、数々のファジィ制御に関する研究或は実用化が行われている。ファジィ制御の特長はオペレータ(専門家)の持つ制御対象制御のための定性的なノウハウ或は制御戦略を言語的制御則で表現できることや、制御対象の数学モデルが既知でない場合でも、制御対象の入出力関係のみで制御則を構成できることである。

ところで、現在、自動車の制御へのファジィ論理の応用は速度制御に於て実用化が推進されている。また、エンジン制御及び4ws制御等への応用も試みられている。ファジィ論理の自動車制御への応用においては、自動車各部の機構の特性が既知でない場合でも、たとえ既知であっても特性が外部環境によって時々刻々変化すると言う対象に対してもファジィ制御の応用が可能であり、それが有効であろうと考えられる。自動車の制御へのファジィ論理の応用の一つとして、著者らは以前より速度制御¹⁾を行っている。これまでに行った速度制御には二つの独立した方式があり、その一つは前方に先行車が存在しない場合の定速走行制御であり、もう一方は前方に先行車が存在する場合での先行車追従制御である。しかしながら、一般の道路においてはこれらの制御方式が混在するのが実状である。

そのため、本論文では、ファジィ論理を用いて、定速走行中でも先行車を考慮しながら走行できる速度制御則を構成し、二段階推論を行うことによって自動車追従制御装置を設計する。そして、追従制御のシミュレーション結果により制御則とファジィ制御装置の評価と自動車追従制御の実用性について述べる。

2. 自動車追従制御系の概要

図1に自動車追従制御系のブロック線図を示す。レーザーレーダ（距離センサ）は自車と先行車との車間距離を測る装置で、前方150mまで感知できる。舵角センサ（ハンドル角検出）は距離情報を補助する。距離センサ

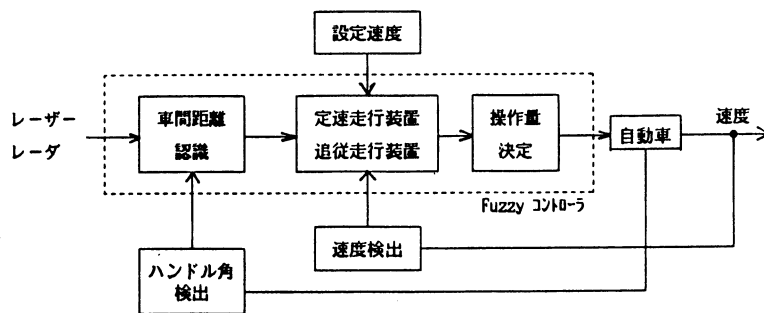


図1 自動車追従制御系

及び制御偏差等の情報によってファジィ制御装置は車の速度を制御するためにスロットル或はブレーキ操作部に操作量を出力する。この時、ファジィ制御装置の入出力値にはノイズが含まれていると考えられるため、ノイズを除去するためにファジィ・フィルタを挿入する必要があるが、ここでは省略する。

3. 自動車追従制御装置の設計

ここでは、自動車追従制御のための速度制御ルールを構成し、ファジィ論理を用いた二段階ファジィ推論による自動車への操作量（スロットルバルブ開度信号など）の算出方法について述べる。

3.1 速度制御ルール

自動車の追従制御は速度制御でもあり三つの部分からなる。つまり、定速走行制御、先行車追従制御、危険回避制御である。定速走行制御は一定の目標速度を維持して車を走行させる制御であり、先行車追従制御は前方の車両に対して安全車間距離を保ちながら走行させる制御である。そして、危険回避制御とは、定速走行中或は追従走行中に於て、自車と先行車との間の実車間距離が安全車間距離よりも小さくなった場合、或は障害物を認知した場合において、追突を防止するために減速させたり、ブレーキを駆けたりするための制御である。これら三つのファジィ制御領域を図2に示す。図中において、三つの領域はファジィ分割されている。また、 d_t と d_f は自車速度(v)を説明変数とする領域分割のための距離パラメータである。つまり、図2は三つのファジィ制御領域を定義するメンバシップ関数である。次に、これらの三つの領域における速度制御の方法とファジィ速度制御ルールについて説明する。

$$\begin{aligned} d_t &= 0.3 \cdot v + 1, \\ d_f &= v + 40 \end{aligned} \quad (1)$$

自由走行領域(Free area):

先行車との車間距離 d_k が d_f より大きい場合

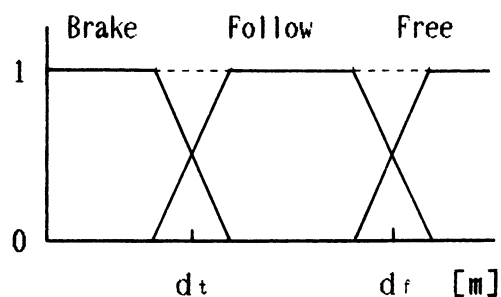


図2 制御領域

($d_k \geq d_r$; \sim はファジィ化記号)或は先行車がレーダーの測定範囲内にいない場合は、定速走行ルールにより速度制御を行う。このときのファジィ速度制御ルール(定速走行ルール)を次に示す。

- R1: If d_k is in Free area then
 LCR 1: if e_k is P_1 , Δe_k is P_2 then Δu_k is P_{u1}
 LCR 2: if e_k is P_1 , Δe_k is N_2 then Δu_k is N_{u2}
 LCR 3: if e_k is N_1 , Δe_k is P_2 then Δu_k is P_{u2} (2)
 LCR 4: if e_k is N_1 , Δe_k is N_2 then Δu_k is N_{u1}

ここで、時刻 k に対して、

$$\begin{aligned} e_k &= r - v_k, & r &: \text{目標速度}, & v_k &: \text{自車速度} \\ \Delta e_k &= e_k - e_{k-1}, & e_k &: \text{速度偏差}, & \Delta e_k &: \text{速度偏差の一階差分} \\ \Delta u_k &= u_k - u_{k-1} & u_k &: \text{操作量}, & \Delta u_k &: \text{操作量の一階差分} \end{aligned}$$

そして、 P_i, P_{ui} と N_i, N_{ui} ($i=1,2$)はそれぞれPositive, Negativeを表すファジィ集合である。そして、各ファジィ集合のメンバシップ関数は前提側が逆正接関数で、結論側は直線形である¹⁾。以後のP., N.のメンバシップ関数の形もこれらと同形である。

先行車追従制御領域(Follow area):

車間距離 d_k が d_t と d_r の間にある場合($d_t \leq d_k \leq d_r$)、先行車追従ルールにより追従走行を行う。しかし、次の場合には定速走行ルールにより定速走行を行う。

- i) 現在の自車速度が目標速度を超えている場合
- ii) 先行車速度が自車目標速度を超えている場合

先行車追従制御ルールは次のように構成される。

- R2: If d_k is in Follow area and e_{dk} is Z then
 LCR 5: if e_{dk} is P_3 then Δu_k is P_{u3}
 LCR 6: if e_{dk} is N_3 then Δu_k is N_{u3}
 LCR 7: if Δe_{dk} is P_4 then Δu_k is P_{u4}
 LCR 8: if Δe_{dk} is N_4 then Δu_k is N_{u4} (3)
 LCR 9: if $\Delta^2 e_{dk}$ is P_5 then Δu_k is P_{u5}
 LCR 10: if $\Delta^2 e_{dk}$ is N_5 then Δu_k is N_{u5}

- R3: If d_k is in Follow area and e_{dk} is \bar{Z} then
 LCR 11 ~ LCR 16: [LCR5~LCR10を参照(ファジィ集合のみが異なる)]

ただし、時刻 k に対して、

$$e_{dk} = mdk - d_{k-1} \qquad Z : \text{approximately Zero}$$

$$\begin{aligned} \Delta e_{dk} &= e_{dk} - e_{dk-1} & \bar{Z} &: \text{not Zero} \\ \Delta^2 e_{dk} &= \Delta e_{dk} - \Delta e_{dk-1} & e_{dk} &: \text{距離偏差} \\ m_{dk} &= v_k / 2 + 1 & m_{dk} &: \text{目標車間距離} \\ & & \Delta e_{dk} &: \text{距離偏差の1階差分} \\ & & \Delta^2 e_{dk} &: \text{距離偏差の2階差分} \end{aligned}$$

であり、ファジィ集合 Z のメンバシップ関数は釣鐘形である。そして、定速走行ルールは(2)式と同じである。

危険回避領域(Brake and deceleration area):

車間距離 d_k が d_t より小さい場合 ($d_k \lesssim d_t$)、危険回避ルールにより減速を行う。つまり、先行車との車間距離を広げるためにスロットルバルブを閉めるか或は制動動作を行う。この時の減速ルールは次のように構成される。

$$\begin{aligned} R4: & \quad \text{If } d_k \text{ is in Brake area then} \\ \text{LCR 11:} & \quad \text{if } \Delta d_k \text{ is } P_6, \quad \Delta^2 d_k \text{ is } P_7 \text{ then } \Delta u_k \text{ is } N_{u6} \\ \text{LCR 12:} & \quad \text{if } \Delta d_k \text{ is } P_6, \quad \Delta^2 d_k \text{ is } N_7 \text{ then } \Delta u_k \text{ is } N_{u7} \\ \text{LCR 13:} & \quad \text{if } \Delta d_k \text{ is } N_6, \quad \Delta^2 d_k \text{ is } P_7 \text{ then } \Delta u_k \text{ is } N_{u8} \quad (4) \\ \text{LCR 14:} & \quad \text{if } \Delta d_k \text{ is } N_6, \quad \Delta^2 d_k \text{ is } N_7 \text{ then } \Delta u_k \text{ is } N_{u9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ただし,} & \quad \Delta d_k = d_{k-1} - d_k, & \Delta d_k &: \text{距離偏差の一階差分} \\ & \quad \Delta^2 d_k = \Delta d_k - \Delta d_{k-1}, & \Delta^2 d_k &: \text{距離偏差の二階差分} \end{aligned}$$

である。ここで得られる操作量 (Δu_k) はすべて負である。

以上、三つの制御領域と三つの制御ルールについて説明した。次の節では操作量 (u_k) をファジィ推論によって求める。

3. 2 ファジィ論理による操作量の推論

ここでは、二つの簡略化された推論法について述べる。使用するルールは LCR1 ~ LCR4 である。まず、菅野²⁾の方法では LCR1 ~ LCR4 のルールに " $e_k \text{ is } e_k^*$ ", " $\Delta e_k \text{ is } \Delta e_k^*$ " の命題 (非ファジィ情報) が与えられた場合、操作量 Δu_k は次式によって推論される。

$$\Delta u_k^* = \sum_{i=1}^4 g_i * \mu_{u_i}^{-1}(g_i) / \sum_{i=1}^4 g_i \quad (5)$$

$$\begin{aligned} g_1 &= \min \{ \mu_{P1}(e_k^*), \mu_{P2}(\Delta e_k^*) \}, \\ & \quad \vdots \\ g_4 &= \min \{ \mu_{N1}(e_k^*), \mu_{N2}(\Delta e_k^*) \} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、* は代数積 (minimum 演算も可能) である。この方法はルールの前提条件と与えられた非ファジィ情報とのマッチングの度合いが大きければ大きいほどそれに対する結論側の操作量が大きくなるという考えに基づいたものと思われる。した

がって、前件の真理値と結論の真理値を等しくすることで(5)式が算出される。

次に、前田³⁾の簡略法は、LCR1~LCR4の結論側のファジィ集合 (P_{ui} , N_{ui}) を非ファジィ集合 (非ファジィ数: $q_1 \sim q_4$) で置き換えたルールに、先程と同様に非ファジィ情報が与えられた場合、操作量は(7)式で得られる。

$$\Delta u_k^* = \frac{\sum_{i=1}^4 g_i * q_i}{\sum_{i=1}^4 g_i} \quad (7)$$

以上によって、二つの推論法が示された。次に、速度を制御する操作量の算出は以下の手順に従って行われる。

- 1). 二段目以降の if~then...ルール(LCR1~LCR14)を、まず、(5)式で推論を行う。
- 2). ステップ1)で得られた操作量を一段目(R1~R4)の結論の非ファジィ数として(7)式で操作量を推論する。
- 3). 2)で求められた Δu_k^* と u_{k-1}^* によって制御装置の出力 u_k^* を次式で得る。

$$u_k^* = u_{k-1}^* + \Delta u_k^* \quad (8)$$

これまで述べてきた方法によって、速度追従制御装置は各サンプル毎に得られた入力情報(速度、車間距離など)を基に、ファジィ制御ルールに沿って推論を行い、推論結果である操作量を出力する。

4. 追従制御シミュレーション

この節では、3.で設計された速度制御装置の有効性や実用可能性を検討するために先行車追従速度制御のシミュレーションを行う。制御対象として使用する自動車の数式モデルの状態変数表示は次式のとおりである。

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= v_2 + u_{Br} \\ \dot{v}_2 &= a v_1 + b v_2 + c u_T \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし, } a &= -0.034, \quad b = -0.638, \quad c = 1.223, \quad u_{Br}: \text{ブレーキ加速度} \\ u_{Br} &= 0, \quad u_T = u \quad (u \geq 0), \quad u_T: \text{ロットル操作量} \\ u_{Br} &= 0.157 u, \quad u_T = 0 \quad (u < 0) \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、(9)式は操作部と自動車本体の動特性を二次遅れ近似した式である。スロットル操作部とブレーキ操作部の特性は実際には異なる。しかし、計算上簡単にするために、負の操作量をブレーキ加速度に変換((10)式参照)することによってブレーキ操作をモデル化している。

自車初期速度 50[Km/h], 先行車初期速度 65[Km/h], 自車目標速度 70[Km/h], 初期車間距離 50[m], サンプルタイム 0.3[s]としたときのファジィ速度制御装置による速度追従制御のシミュレーション結果を図3, 図4に示す。図3において、制御開始約10秒後から約37秒までと約102秒から制御終了までは定速走行ルールが使用され、自車速度が目標速度を越えないよううまく制御されていることがわかる。また、追従性能をみるために、90秒後から先行車の速度をサンプル毎に

+1[Km/h]増速させたときの追従制御の応答もかなりよいことがわかる。そして、車間距離も安全車間距離を維持しており、操作量の挙動も滑らかである。次に、図4はファジィ制御装置のロバスト性を評価するために、道路の上り坂や下り坂走行を想定して、50秒後から60秒周期で自動車のゲイン（静特性のゲイン）をそのゲインのまわりで±50%だけサインカーブ変動させたときの応答である。図より追従性能においては2~3[Km/h]の偏差はあるものの

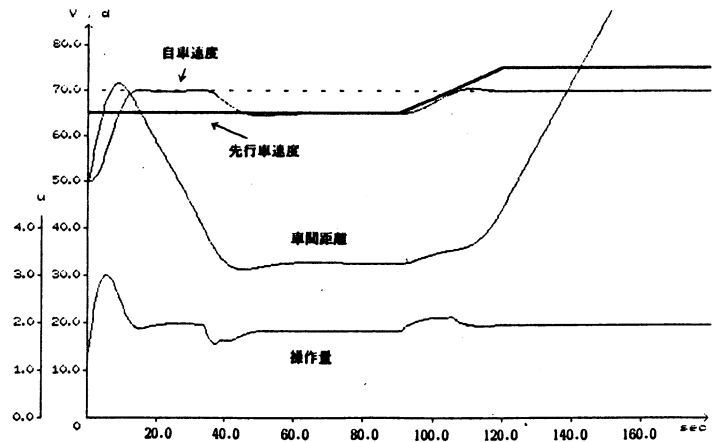


図3 追従制御結果1

自車の速度が先行車の速度によく追従していることが判る。だが、車間距離の変動は少し大きい。この点は制御ルールのメンバシップ関数を修正することで改善できるであろう。

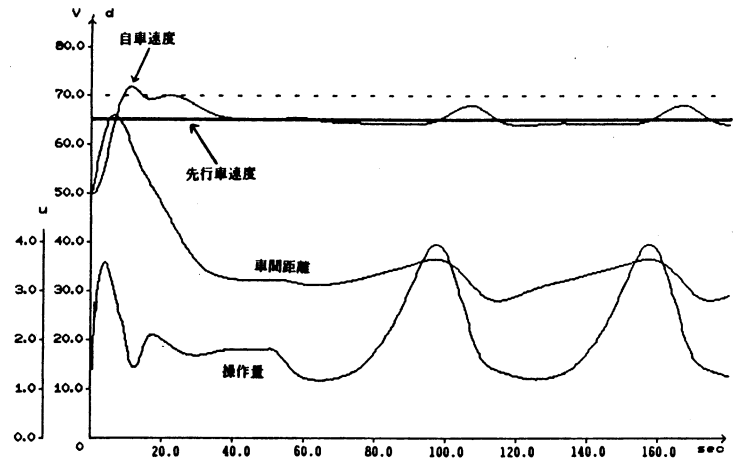


図4 追従制御結果2

5. おわりに

ファジィ論理による二段階推論を、前方に先行車が存在する場合を考慮した自動車の速度制御、つまり、定速走行制御を含む先行車追従制御に応用し、その制御のためのファジィ制御装置を設計した。そして、このファジィ制御装置を用いて、先行車追従制御のシミュレーションを行った結果、安全車間距離（目標車間距離）を維持しながら自車の速度を先行車の速度にうまく追従させることができると言うことが確認できた。また、制御装置のロバスト性も確認された。これらのことから、このファジィ制御装置は自動車の速度追従制御に有効であり、実用性もあるといえる。但し、実用化する場合は、ブレーキシステム、車間距離センサ等の故障或は突発事故に対処するためのセーフティ機能を持っていなければならない。

参考文献

- 1) 前田, 村上: Fuzzy Logic コントローラによる自動車の速度制御, 計測自動制御学会論文集, Vol.21, No.9, 98/103(1985).
- 2) 菅野: ファジィ制御, 第2回ファジィシステムシンポジウム, 1/8(1986)
- 3) 前田他: 不妊症の診断, 検査及び治療におけるあいまい意思決定, 第10回システムシンポジウム, 213/218(1984)

階層化意思決定を用いた尺度構成法

A Scaling Method Using AHP

市橋秀友、田中英夫、黄承国
H. Ichihashi, H. Tanaka and S.G. Hwang

大阪府立大学工学部
University of Osaka Prefecture

Abstract

Conventionally the scaling constants of the multilinear utility function are obtained by solving the set of equations generated from certainty considerations and probabilistic considerations. The operational problems of this approach is that the independence and the consistency of the equations are not necessarily guaranteed. This paper proposes an assessing method using Saaty's eigen vector method and the method of least squares.

1. 加法的・乗法的効用関数のアセスメント

不確実性下の多属性選好には、相互効用独立性を仮定できる場合が多く、その検証も、確実同値額を用いて比較的容易に行うことができる

n 個の属性 X_1, X_2, \dots, X_n が相互効用独立である場合の多属性効用関数は

$$\begin{aligned}
 u(x) = & \sum_{i=1}^n k_i u_i(x_i) + k \sum_{\substack{i=1 \\ j>i}}^n k_i k_j u_i(x_i) u_j(x_j) \\
 & + k^2 \sum_{\substack{i=1 \\ j>i \\ e>j}}^n k_i k_j k_e u_i(x_i) u_j(x_j) u_e(x_e) + \dots \\
 & + k^{n-1} k_1 k_2 \dots k_n u_1(x_1) u_2(x_2) \dots u_n(x_n)
 \end{aligned} \quad (1)$$

と表される。ただし、 x_i^0 は属性 X_i の最悪の値で、 x_i^* は最良の値としたとき、

- 1) u は $u(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) = 0$, $u(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 1$ と正規化されている。
- 2) $i=1, 2, \dots, n$ に対して、 $u_i(x_i)$ は $u_i(x_i) = 0$, $u_i(x_i^*) = 1$ と正規化された X_i 上の条件付効用関数である。
- 3) $k_i = u(x_i^*, \bar{x}_i^0)$ である。ただし、 \bar{x}_i^0 は属性 X_i 以外のすべての属性が最悪値であることを表す。
- 4) k, k_i は一貫性の条件

$$1 + k = \prod_{i=1}^n (1 + k k_i) \quad (2)$$

を満たす尺度構成係数である。

ここで、 k, k_1, k_2, \dots, k_n の尺度構成係数を決定するために一般に次のような手順が用いられる [1]。簡単化のために属性が X_1 と X_2 の2つの場合について説明する。すなわち、効用関数は

$$u(x_1, x_2) = k_1 u_1(x_1) + k_2 u_2(x_2) + k \cdot k_1 k_2 u_1(x_1) u_2(x_2) \quad (3)$$

となる。(3)式に (x_1^*, x_2^0) および (x_1^0, x_2^*) を代入するとそれぞれ、

$$u(x_1^*, x_2^0) = k_1 \quad \text{および} \quad u(x_1^0, x_2^*) = k_2 \quad (4)$$

となる。

まず、 k_1 と k_2 のどちらが大きいか調べてみる。これは、 (x_1^*, x_2^0) と (x_1^0, x_2^*) ではどちらを選好するかを調べると分かる。(4)式から (x_1^*, x_2^0) の方を好むとすれば $k_1 > k_2$ となる。次に (x_1', x_2^0) と (x_1^0, x_2^*) が無差別となるような x_1' は何であるかを意思決定者にたずねて x_1' を求める。

(3)式を用いて両者の効用を等しいとおくと、

$$k_2 = k_1 u_1(x_1') \quad (5)$$

となる。(5)式は確実性のスケールリングを用いた結果であり、不確実性を用いていない。

確率的スケールリングの方法は、無差別確率 π_1 を用いる。すなわち、 (x_1^*, x_2^0) とくじ (x_1^*, x_2^*) ; π_1 ; (x_1^0, x_2^0) とが無差別であることから(3)式を用いて、両者の期待効用を等しいとすると、

$$k_1 = \pi_1 \quad (6)$$

となる。(2)式、(5)式および(6)式からなる連立方程式系は未知数を3つもち、 k_1, k_2, k に対してこれを解くことができる。

このアセスメント手順の問題点は、属性の数が増えるにつれて、 (x_1^*, \bar{x}_1^*) などの極端な結果を想定してそれらを比較することが困難な点にある[1]。また、得られた等式が独立であることの検証方法や未知数の数以上の独立な等式が一貫性を持たない場合の処置[1]も現実に効用関数の同定を行おうとした場合に直面する課題である。

複数個の属性の重要度を推定する方法に、Saaty [2]によって提案された固有ベクトル法があり、階層化意思決定(AHP; Analytic Hierarchy Process)として、問題の階層化から最終決定までの手順が体系化されている。

表1 言語的表現に対応した a_{ij} の値

(評価基準jと比べて評価基準iは) $\rightarrow (a_{ij})$

| | | |
|--------------|---------------|------------|
| 同じように重要 | \rightarrow | 1 |
| やや重要 | \rightarrow | 3 |
| かなり重要 | \rightarrow | 5 |
| 非常に重要 | \rightarrow | 7 |
| きわめて重要 | \rightarrow | 9 |
| 上の2つの中間の値に使う | | 2, 4, 6, 8 |

$$a_{ii} = 1, \quad a_{ij} = 1/a_{ji}$$

いま、 n 個の属性を X_1, X_2, \dots, X_n とし、意思決定者に「属性 i は j に比べてどの程度重要ですか」と問い、その答えに応じて表1のように数値 a_{ij} を得る。図1に、得られる $n \times n$ の a_{ij} のマトリックスを示す。図1で $a_{ii} = 1, a_{ij} = 1/a_{ji}$ は仮定されている。マトリックス $[a_{ij}]$ を A とし、 $\sum_{i=1}^n W_i = 1$

となるように次の斉次一次方程式

$$\begin{matrix} & X_1 & X_2 & \cdots & \cdots & X_n \\ X_1 & a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ X_2 & a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ X_n & a_{n1} & a_{n2} & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{matrix}$$

図1 一対比較による a_{ij} のマトリックス

$$(A - \lambda I)W = 0 \quad (7)$$

から A の最大の固有値 λ_{max} に対応した固有ベクトル W を求める。加法的価値関数の尺度構成係数を固有ベクトル法を用いてアセスメントする手法がKamenetzky [3]によって提案されている。

2. 加法的重要度との同型写像と非加法的重要度

一貫性の条件(2)式は、ファジィ理論における λ -ファジィ測度 g_λ [4]の λ -加法性と $g_\lambda(\Omega) = 1$ なる条件から導かれる性質に等しい。塚本 [5]は確率測度と λ -ファジィ測度の間の同型写像の存在を明らかにしている。 n 個の要素 X_1, X_2, \dots, X_n からなる有限集合上の各要素についての λ -ファジィ測度は $k \neq 0$ のとき

$$g_\lambda(X_i) = \{(1+k)^{W_i} - 1\} / k \quad (8)$$

と表せ、 W_i は $\sum_{i=1}^n W_i = 1$ を満たす確率測度である。

また、 $k=0$ のときは g_λ は $\sum_{i=1}^n g_\lambda(X_i) = 1$ とな

り確率測度に等しい。本研究では(8)式と同型写像を用いて各属性の加法的な重要度(ウェイト)から一貫性の条件(2)式を満たす尺度構成係数を同定する。

SaatyのAHPにおける重要度は和が1となるように基準化される。その意味で加法的ウェイトであるといえる。BeltonとGear [6]は和が1となるように基準

化するために、代替案の追加によって順位の逆転現象が起こることを指摘し、最大値が1となるように基準化すれば、克服できることを示している。この基準化の方法は、AHPでは階層図の最下位レベルである代替案の評価に対してのみ適用できる。この最大値を1とする基準化の性質について次の命題を示す。

〔命題1〕 一対比較行列Aを整合性のある行列、すなわち、任意の*i, j, k*について $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$ を満たす $n \times n$ 行列であるとする。A' を $a_{n+1, n+1} = 1$ でAの第*l*行を*c*倍して第*n+1*行とし、第*l*列を $1/c$ 倍して第*n+1*列として加えた $(n+1) \times (n+1)$ 行列であるとする。A' も整合性のある行列である。このときAの列ベクトル $a_{l\cdot}$ が $a_{l\cdot}/c \geq \min_i a_i (\forall j, 1/c) \cdot$

$a_{j\cdot} \geq \min_i a_{ji}$ を満たすならば、A' に対応した

最大値を1とするウェイトベクトルW' はAに対応するWの第1番目の要素Wを*c*倍し第*n+1*番目の要素として加えたものである。

(証明) $\forall i, j, k \in \{1, \dots, n\}$ について、仮定より $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$ である。 $a_{i\cdot} = c \cdot a_{i, n+1}$ で $a_{j\cdot} = (1/c) a_{n+1, j}$ であるので、 $\forall i, j, k \in \{1, \dots, n, n+1\}$ について $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$ が成り立つ。したがって、A' も整合性のある行列であり、A' の要素は $a_{ij} = w_i/w_j$ と表せる。 $\min_j a_{ij}$ となる

j を *k* とすると *k* はすべての *i* について同じである。したがって、ウェイトWは、

$$W_i = \min_j a_{ij} = a_{ik} \quad (9)$$

と求められる。(9)式より $W_{n+1} = c \cdot W_l$ となる。

(証明終り)

加法的なウェイトを用いれば、新たな代替案が一対比較に追加されると、もとの*n*個のウェイトは変化し、その変化の仕方も、新たな代替案が非常に選好される場合とそうでない場合では異なってくる。一方、命題1は、*n*個の代替案の一対比較行列から最大値を1とする方法で得られたウェイトは、*n+1*番目の代替案が追加されたときに整合性を満たし、かつ、*n*個全ての代替案より選好されることがないならば、*n*個の代替案のウェ

イトが変化しないことを示している。命題1は、一対比較行列が整合性を満たす場合にのみ成立することで、一般には必ずしも成立しないが、整合度合が十分であれば、ロバストな結果が得られることは容易に推察される。

AHPでは、一対比較される要素の数は通常7個までで、多くても9以下とされている〔7〕。その理由は、一対比較の回数が急増することと、全体的なスケールで比較することが困難になるためである。ところが、最大値を1とする方法では、まず、基準となる代表的な代替案(例えば5個)の一対比較を行ない、次に、一個の新たな代替案を5個の代替案と比較するという方法で順次行えば、多くの代替案のウェイト(評価値)を得ることが可能である。

〔注記〕 本手法では、代替案については最大値を1としたが各属性の重要度については、加法的重要度を用いる。ところで、(1)式の効用関数の尺度構成係数 k_i は必ずしも属性の重要度を表すものではない。属性 X_i が非常に重要であっても、 x_i^* と x_i^* が近い値(あまり差がない)であれば、 $u_i(x_i^*) = 0, u_i(x_i^*) = 1$ と正規化されるため k_i は小さな値となる。したがって、 k_i は絶対的な属性の重要度を表してはいない。そこで、一対比較は、属性の絶対的な重要度を比較するのではなく、当面している意思決定問題における重要度の比較として行う。たとえば、就職先の企業を選択するにあたって給料は重要な属性であると思われるが、考慮に入れている企業について給料にほとんど差がなければ、重要ではない。そこで、属性の一対比較は次のような質問によって実施する。「属性 X_i について考慮に入れている範囲で、 x_i^* と x_i^* の差を1単位としたとき、属性 X_i の1単位は属性 X_j の1単位に比べてどの程度重要ですか」

以上の手順は、Kamenetzky〔3〕のstep 4, 5の方法を用いることもできるが、1章で述べたように、 (x_i^*, \bar{x}_i^*) のような極端な結果を想定することは困難であるので、上記のような分かりやすい質問形式をとることにした。

3. 固有ベクトル法を用いた尺度構成係数のアセスメント

*n*個の属性は、相互効用独立であることが既に検証されていると仮定する。属性についての一対比較行列A

をもとに $\sum_{i=1}^n W_i = 1$ となるように

$$(A - \lambda I)W = 0 \quad (10)$$

からAの最大固有値 λ_{max} に対応した固有ベクトルWを求める。ここで、重要度Wは和が1となるように求める。このことは、効用独立性の仮定から、同一レベル内の独立性の仮定[7]を満たすので、和が1となるように基準化しても良いためである。

次に q 個（例えば5個）の代表的な代替案 C_1, C_2, \dots, C_q を選び、同様に、意思決定者に「代替案 i は」に比べてどの程度重要ですか」と問い、一対比較行列Bを得る。そして、固有ベクトル $V = (v_1, v_2, \dots, v_q)^t$ を $\max_i v_i = 1$ となるように、

$$(B - \lambda' I)V = 0 \quad (11)$$

を解くことによって求める。ただし、 q 個の代替案には、最も選好されると思われる代替案を含め、できるだけ多様なものを選択する。

ここでの代替案の一対比較は、各属性についてではなく総合重要度（総合評価）の一対比較である。このことは、通常の尺度構成係数の評価においては、(5)式のように、 (x_1', x_2') なる代替案と (x_1'', x_2'') の代替案の効用を比較することに相当しており、しかも実施が容易である。

さらに、1個の代替案を追加し、新たな代替案と q 個の代替案の比較を行う。これは、 q 回の比較だけであり、 $(q+1) \times (q+1)$ の行列Bを得ることができる。(11)式と同様にして $q+1$ 番目の重要度 V_{q+1} を得る。この手順を同定に用いる代替案 m 個すべてについて行う。したがって、 $m-q$ 回行うことになる。このことによって $V_i (i=1, 2, \dots, m)$ が得られる。

次に効用関数 u の尺度構成係数 $k_i (i=1, 2, \dots, n)$ を k をパラメータとして、

$$k_i = \begin{cases} \{(1+k)^{v_i} - 1\} / k & ; k \neq 0 \\ W_i & ; k = 0 \end{cases} \quad (12)$$

と表し、次の二乗誤差最小化問題を解く。

$$\min_{d, e, k} \sum_{i=1}^m \{d \cdot v_i + e - u(x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)\}^2$$

ただし、ベクトル x^i は i 番目の代替案の各属性の値のベクトルで、 V_i は固有ベクトル法による x^i で表された i 番目の代替案の総合評価値である。関数 u は(1)式に示すもので条件付効用関数は既知である。(13)式における $d \cdot v_i + e$ は評価値 V_i の線形変換であり、戦略上等価な正の線形変換となることが推察できる。ここでの V_i は実現可能で想定し易い m 個の代替案を選びその一対比較により最大値が1となるようにして求めたものである。したがって m 個の V_i の値を直接的に、最大値を1、最小値を0と基準化することは、 $u(x^*) = 1, u(x^\circ) = 0$ に反する。このことから(13)式では $d \cdot v_i + e$ なる線形変換を用いている。(13)式はパラメータ k を固定すると単回帰分析（最小二乗法）となる。したがって、非線形計画問題(13)は単一変数 k を変化させながら最小二乗法をもちいる探索法によって局所的最適解を得ることができる。 k の初期値を $-1 < k < \infty$ の中からいくつか適当に選び、大域的最適解を求める。得られた k の値と(12)式より k_i を求める。

参考文献

- [1] Keeney, R.L. and Raiffa, H. : Decisions with Multiple Objectives : Preferences and Value Tradeoffs, John Wiley & Sons, New York (1976)
- [2] Saaty, T.L. : "A Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures", J. Math. Psycho., pp.234-281, Vol.15, No.3 (1977)
- [3] Kamenetzky, R.D. : "The Relationship Between the Analytic Hierarchy Process and the Additive Value Functions", Decision Sciences pp.702-713, Vol.13, No.4 (1982)
- [4] 菅野道夫 : "Fuzzy測度の構成とFuzzy積分によるパターンの類似度評価", 計測自動制御学会論文集, pp.361-368, Vol.9, No.3 (1973)
- [5] 塚本弥八郎 : "確率とfuzzy測度の同形性", 計測自動制御学会論文集, pp.269-271, Vol.19, No.2 (1983)
- [6] Belton, V. and Gear, T. : "On a Shortcoming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies. OMEGA Int. J. Manage. Sci., pp.228-230, Vol.11, No.3 (1983)
- [7] 刀根薫 : ゲーム感覚意思決定法、日科技連 (1986)
- [8] 中山弘隆 : "多目的意思決定—理論と応用—1—多目的意思決定とAHP—" システムと制御 pp.430-438, Vol.30, No.7 (1986)

ファジィ目標・制約統合則の
一般的定式化と非数値的最大化
A General Formulation of the Confluence Rule of
Fuzzy Goal and Constraint and Its Non-Numerical Maximization

河村 廣, 谷 明勲

Hiroshi Kawamura, Akinori Tani

川村雅彦, 松本眞一, 山田 稔

Masahiko Kawamura, Shin'ichi Matsumoto, Minoru Yamada

神戸大学 工学部 建築学科

Department of Architecture, Faculty of Engineering, Kobe University

Abstract

In the fuzzy optimum planning of aseismic architectural structures, it is necessary to use many kinds and steps of the confluence rules between fuzzy goals and constraints.

In this report, a general formulation of fuzzy relations is proposed by using some parameters which interpolate four fundamental confluence rules, i.e., intersection, union, algebraic product and algebraic sum. Furthermore, such non-numerical maximization methods as back track inferences by Prolog and as graphical expressions are presented.

1. 序

ファジィ手法を応用することにより, 構造工学の分野も在来型の解析, 設計から, ソフトな計画への道が開かれるようになった。⁽¹⁾ 筆者らも建築物の最適耐震構造計画に応用を試みている。⁽²⁾ しかし, 多目的化が進と共にシステムのブラックボックス性を打開する必要から, エキスパートシステム導入するようになった。^(3,7) 図-1, 表-1は使用した最適性評価システムの階層構造であるが, 評価事象の複合性, 多段階性が特徴である。従って各評価段階においてファジィ関係をマト

リックスで与え知識ベースとしたが, 任意性はあるけれども繁雑であり客観性に乏しく, 何等かの改善が必要であった。

本報は, ファジィ目標とファジィ制約との統合法として最も基本的なファジィ演算である, 和集合, 積集合, 代数和, 代数積をパラメータで結合し, 更に多次元化することにより一般的, 客観的なファジィ関係を提示するものである。又, 最大化手法についても, 従来の数値計算法よりもシステムのヒューマンインターフェースの向上を図るため, 言語や画像による手法を提案する。

表-1 階層モデル属性名と対応番号⁽³⁾

| 番号 | 属性名 |
|----|-------|
| 1 | 総合耐震性 |
| 2 | 防災耐震性 |
| 3 | 構造耐震性 |
| 4 | 建築耐震性 |
| 5 | 設備耐震性 |
| 6 | 避難耐震性 |
| 7 | 損傷耐震性 |
| 8 | 損傷要素 |
| 9 | 損傷装置 |
| 10 | 崩壊時変位 |
| 11 | 崩壊時変位 |
| 12 | 崩壊時変位 |
| 13 | 崩壊時変位 |
| 14 | 崩壊時変位 |
| 15 | 崩壊時変位 |
| 16 | 崩壊時変位 |
| 17 | 崩壊時変位 |
| 18 | 崩壊時変位 |
| 19 | 崩壊時変位 |
| 20 | 崩壊時変位 |
| 21 | 崩壊時変位 |
| 22 | 崩壊時変位 |
| 23 | 崩壊時変位 |
| 24 | 崩壊時変位 |
| 25 | 崩壊時変位 |
| 26 | 崩壊時変位 |
| 27 | 崩壊時変位 |
| 28 | 崩壊時変位 |
| 29 | 崩壊時変位 |
| 30 | 崩壊時変位 |
| 31 | 崩壊時変位 |
| 32 | 崩壊時変位 |
| 33 | 崩壊時変位 |
| 34 | 崩壊時変位 |
| 35 | 崩壊時変位 |
| 36 | 崩壊時変位 |
| 37 | 崩壊時変位 |

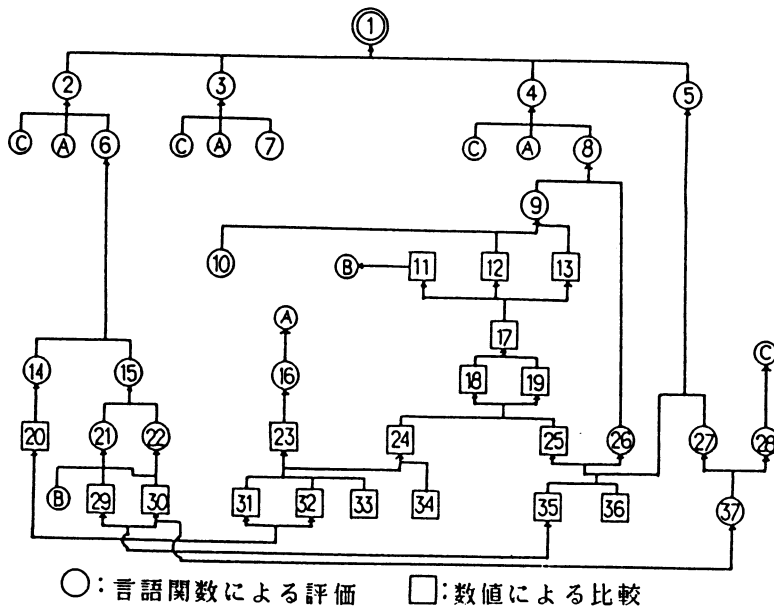


図-1 耐震性評価システムの階層図⁽³⁾

$$R = \sum_{X_1 X_2 \dots X_n} \mu_R(X_1, \dots, X_n) / (X_1, \dots, X_n), \quad (1)$$

$$\mu_R : X_1 X_2 \dots X_n \rightarrow [0, 1], \quad X_i \in X_i \quad (i=1, \dots, n), \quad (2)$$

$$\mu_R = (1 - \alpha)(1 - \beta)\mu_I + \alpha(1 - \beta)\mu_P + (1 - \alpha)\beta\mu_U + \alpha\beta\mu_S, \quad (3)$$

$$\mu_I = \{\mu_{x_1}(X_1)\}^{\gamma_1} \wedge \dots \wedge \{\mu_{x_n}(X_n)\}^{\gamma_n}; \quad (4)$$

$$\mu_U = \gamma_1 \mu_{x_1}(X_1) \vee \dots \vee \gamma_n \mu_{x_n}(X_n), \quad (5)$$

$$\mu_P = \{\mu_{x_1}(X_1)\}^{\gamma_1} \times \dots \times \{\mu_{x_n}(X_n)\}^{\gamma_n}; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mu_S = & \gamma_1 \mu_{x_1}(X_1) + \dots + \gamma_n \mu_{x_n}(X_n) \\ & - \gamma_1 \mu_{x_1}(X_1) \gamma_2 \mu_{x_2}(X_2) - \dots - \gamma_n \mu_{x_n}(X_n) \gamma_1 \mu_{x_1}(X_1) \\ & + \dots \\ & + (-1)^{n-1} \gamma_1 \mu_{x_1}(X_1) \times \dots \times \gamma_n \mu_{x_n}(X_n), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mu_I, \mu_P, \mu_U, \mu_S : X_1 X_2 \dots X_n \rightarrow [0, 1], \quad (8)$$

$$0 \leq \alpha, \beta, \gamma_1, \dots, \gamma_n \leq 1, \quad \alpha: \text{相互影響係数}, \beta: \text{過大評価係数} \quad (9)$$

$$\gamma_1 \sim \gamma_n: \text{重み係数}$$

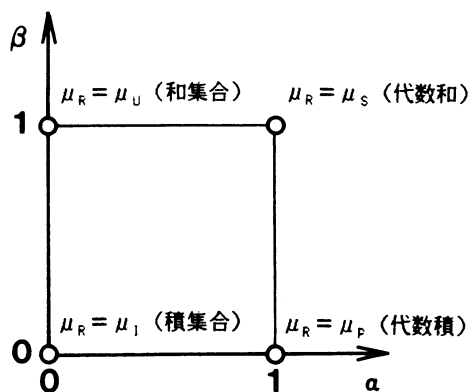


図-2 ファジイ統合則と和集合, 積集合, 代数和, 代数積との関係

2. ファジイ統合則の定式化

式(1)~(2)はn項のファジイ関係Rの一般的な表現である。

本報では, μ_R が式(3)のように $\mu_I, \mu_U, \mu_P, \mu_S$ の凸集合で与えられるものとする。ここに, $\mu_I, \mu_U, \mu_P, \mu_S$ は式(4), (5), (6), (7), (8)で与えられるように, $\mu_{X1} \sim \mu_{Xn}$ の積集合, 和集合, 代数積, 代数和で与えられる。 α, β は補間パラメータであり, 図-2のように $\mu_I, \mu_U, \mu_P, \mu_S$ と μ_R の関係を表す。 $\gamma_1 \sim \gamma_n$ は $\mu_{X1}(X_1) \sim \mu_{Xn}(X_n)$ の重みを表す。 $\alpha, \beta, \gamma_1 \sim \gamma_n$ は式(9)のように0~1の間にあるものとする。

$\alpha \rightarrow 0$ になると集合演算に接近し, $X_1 \sim X_n$ の統合時に相互に独立性を有し, $\alpha \rightarrow 1$ になると代数演算になり確率演算に近付くことから相互に影響性を有するようになる。従って α は相互影響係数と称することとする。

$\beta \rightarrow 0$ になると積演算に, $\beta \rightarrow 1$ になると和演算になるので, β は過大評価係数と称することとする。

$\gamma_1 \sim \gamma_n$ は重み係数と称することができる。積演算では指数で与えると, $\gamma \rightarrow 0$ で $\mu_X^\gamma \rightarrow 1$ となり μ_X の影響が薄れ, $\gamma \rightarrow 1$ で $\mu_X^\gamma \rightarrow \mu_X$ となり μ_X の存在性が保たれる。和演算では係数で与えると, $\gamma \rightarrow 0$ で $\gamma \mu_X \rightarrow 0$ と

なり μ_X の影響が薄れ, $\gamma \rightarrow 1$ で $\gamma \mu_X \rightarrow \mu_X$ となり μ_X の存在性が保持される。

ファジイ演算の一般化については, 既に種々の手法が提案されているが^(4~6,8), 基本的には和演算内もしくは積演算内に限定されている。しかし, 本報ではその両者にわたって統合化を図るものであり, 又, 各種パラメータの意味も簡単明瞭なのが特色である。

3. 各種パラメータの影響

式(3)中のパラメータ α, β 及び $\gamma_1 \sim \gamma_n$ の影響を調べるために, 次のように単純化して考えよう。

$$\begin{aligned} n &= 2, \\ \mu_{X1} &= A, \quad \mu_{X2} = B, \\ \mu_R &= C, \\ \gamma_1 &= a, \quad \gamma_2 = b. \end{aligned} \quad (10)$$

式(4)~(7)は次式のようにになる。

$$\mu_I = A^a \wedge B^b, \quad (11)$$

$$\mu_U = aA \vee bB, \quad (12)$$

$$\mu_P = A^a \cdot B^b, \quad (13)$$

$$\mu_S = aA + bB - abAB. \quad (14)$$

A, B, Cを表-2のように数値と升の濃さを対応させ, $a=1$ に対して, $b=1.0, 0.8, 0.5, 0.3$ とにおいて, A, B, Cの関係を図示したのが図-3(a)(b)(c)(d)である。マトリックス要素が μ_R 即ちCを表す。 α, β は共に0.0, 0.5, 1.0について考えた。

重み係数bについて見ると, bが小さくなるに従って, 即ち図-3(a)→(d)に従って, 行要素がAのグレードと同一化してくる。即ちBのweightが低下することを意味している。

$a=1, b=1$ の図-3(a)においては α, β の影響がよく出ている。相互影響係数 α が0→1になるとA, BのグレードがCになると強められることがわかる。即ち, 影響性が

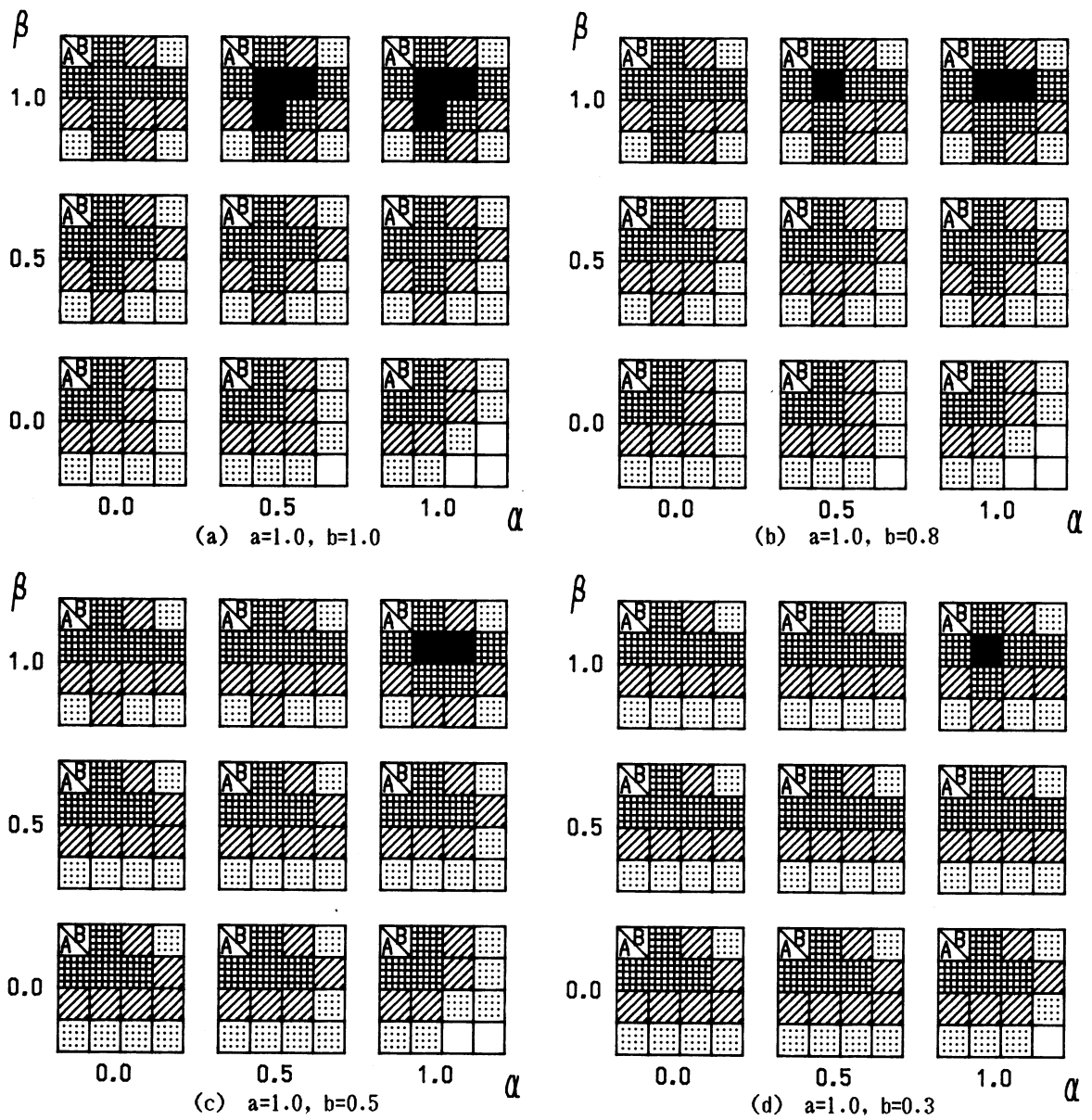


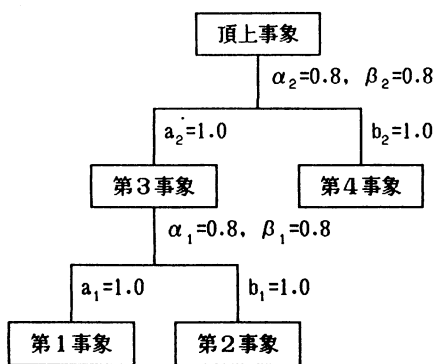
図-3 $C = A \cdot B$; 統合則における各種パラメータの影響

表-2 統合に用いた数値と言語との対応

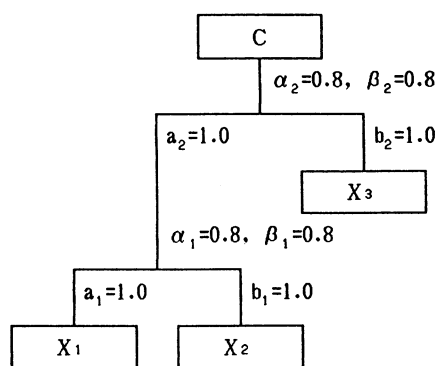
| 統合前 (A, B) | 統合後 (C) |
|-------------------|-------------------|
| $5/6 \rightarrow$ | $1 \rightarrow$ |
| $1/2 \rightarrow$ | $7/8 \rightarrow$ |
| $1/6 \rightarrow$ | $5/8 \rightarrow$ |
| | $3/8 \rightarrow$ |
| | $1/8 \rightarrow$ |
| | $0 \rightarrow$ |

大になる為に、A, Bが強め合うことを意味する。

過大評価係数 β について見ると、 β が $0 \rightarrow 1$ になると、A, Bの上部でより過大に評価されるようになり、 $1 \rightarrow 0$ になるとA, Bの下部でより過小に評価されるようになる。しかし、 $\beta = 0.5$ の時は、 α の影響が殆ど消滅する。



(a) Prologによる場合



(b) 画像表現による場合

図-4 最大化決定に用いた階層モデル

表-3 最大化決定に用いた数値と言語との対応

| (第一、第二、第四事象) | (第三事象) | (頂上事象) |
|--------------|--------------|------------------|
| 1 → large | 1 } large | 1 } very large |
| 1/2 → middle | 3/4 } middle | 7/8 } large |
| 0 → small | 1/4 } small | 5/8 } middle |
| | 0 } small | 3/8 } small |
| | | 1/8 } very small |
| | | 0 } very small |

頂上事象の評価は、very large である。

| | | | |
|------|--------|------|--------|
| 第三事象 | large | 第四事象 | large |
| 第一事象 | large | 第二事象 | large |
| 第三事象 | large | 第四事象 | large |
| 第一事象 | large | 第二事象 | middle |
| 第三事象 | large | 第四事象 | large |
| 第一事象 | large | 第二事象 | small |
| 第三事象 | large | 第四事象 | large |
| 第一事象 | middle | 第二事象 | large |
| 第三事象 | large | 第四事象 | large |
| 第一事象 | small | 第二事象 | large |
| 第三事象 | large | 第四事象 | middle |
| 第一事象 | large | 第二事象 | large |
| 第三事象 | large | 第四事象 | middle |
| 第一事象 | large | 第二事象 | middle |
| 第三事象 | large | 第四事象 | middle |
| 第一事象 | large | 第二事象 | middle |
| 第三事象 | large | 第四事象 | middle |
| 第一事象 | middle | 第二事象 | large |
| 第三事象 | large | 第四事象 | middle |
| 第一事象 | small | 第二事象 | large |
| 第三事象 | middle | 第四事象 | large |
| 第一事象 | small | 第二事象 | middle |

図-5 Prologを用いた最大化決定

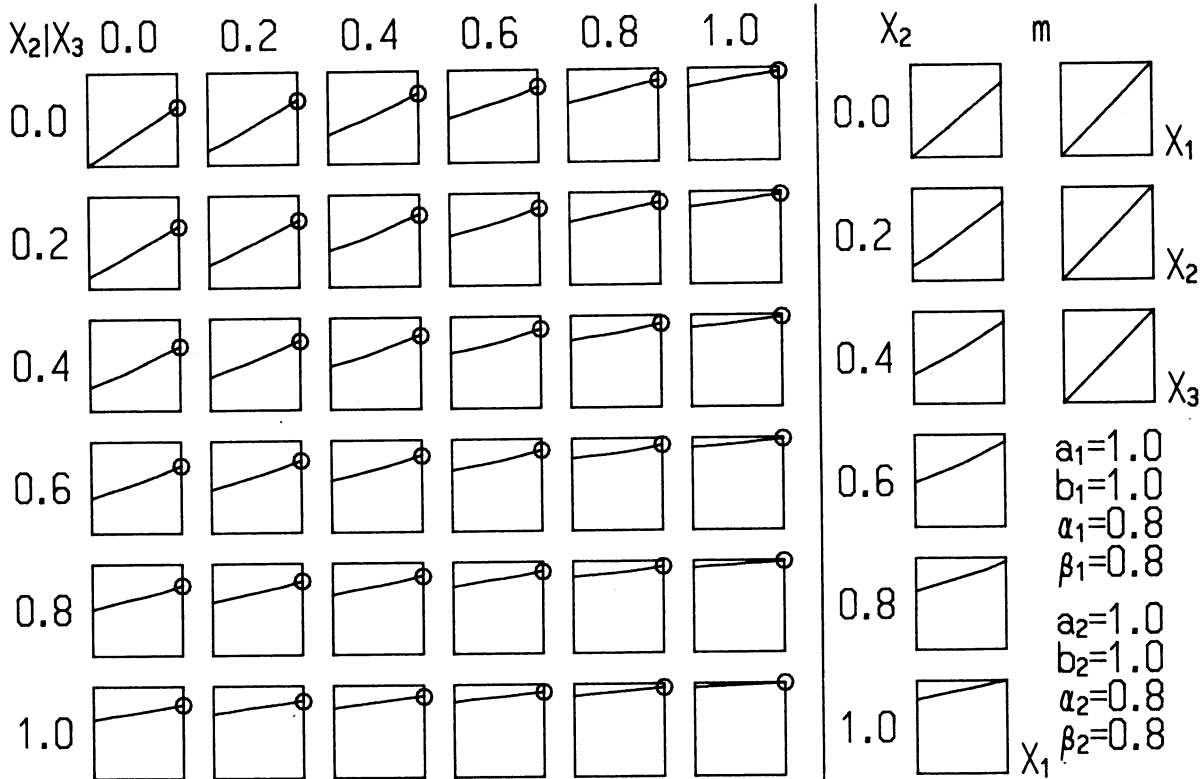


図-6 画像表現による最大化決定

4. 非数値的最大化手法

ファジイ演算, ファジイ関係により統合則を設定すると次の課題は最大化決定手法である。一般には数理計画手法が用いられるが, 本報では演算過程のブラックボックス化を防ぐため, 次のような非数値的手法を提案する。

4-1 Prologによる方法

本法は, 既に文献(3)での最適耐震建築計画例で扱ったものであるが, ここではその基本的な考え方と例を示す。

図-4(a)に評価システムの階層モデルを示す。評価は2段階とし, パラメータ α , β は1, 0, a , b は0.8とする。式(3),(11)~(14)に従って演算を行い, 表-3に示す数値と言語表現を用いて図-3のマトリックスを作製し, それをプロダクションルールを用いて知識ベース化し, Prolog言語を用いて頂上事象very_largeを満たす組合せを選出したのが図-5である。この場合は, 13ケースの解が存在した。

本手法は, 離散化されていること, 言語表現が可能なこと, 後向き推論が可能なこと, 解が複数ケでも求まること, 等の特色を有している。

4-2 画像表現による方法

図-4(a)と全く同じ階層モデル, パラメータを有するが, 制御変数を X_1 , X_2 , X_3 とし, それらの組合せで演算結果を図示したのが図-6である。ここでは, Prologによる方法で用いた言語表現と対応するように, X_1 , X_2 , X_3 に対する帰属度関数をそれぞれ図-6に示す様に設定する。一つの升の横軸が X_1 を, 縦軸が最終的な帰属度関数 C を示している。

この升を縦方向に $X_2=0.0\sim 1.0$ 迄0.2刻みで, 横方向に $X_3=0.0\sim 1.0$ 迄0.2刻みで配列したものである。又, 同時に X_1 と X_2 の演算結果についても $X_2=0.0\sim 1.0$ 迄0.2刻みで示している。本配列法を繰り返し用いることによ

り, n 次元のものを2次元で表示することが可能となる。

最大点は図より明らかで, かつその時の X_1 , X_2 , X_3 も直ちに判る。又, Prologを用いた方法と対応させるには, 目標とする言語表現の範囲を満たす X_1 , X_2 , X_3 の範囲を求めればよい。この場合, X_1 , X_2 , X_3 は連続量として求められる。

本手法は, 最大点の近傍の様子がよく判ることと, 更に精度を上げる必要があれば, 変数の刻み幅を小さくして, その場所を拡大すればよいこと, 等の特色を有している。

5. 結

本報では, ファジイ制約と目標を結び付ける基本的な4種の演算則を3種のパラメータで統合し一般的な定式化を行った。更に, 多目的最適化過程のブラックボックス化を防ぐため, Prolog言語や, 画像表現による最大化手法を提示した。

本報では基本的な考え方と簡単な演算例を示したものであるが, 図-1よりも更に複雑な階層構造にシステムティックに適用してゆく可能性を有するものと思われる。

文献

- (1) 白石成人, 古田均: ファジイ集合論の構造工学への応用, 土木学会誌, Vol.69, 1984.6, pp.63~67.
- (2) 河村廣, 寺本武, 谷明勲, 山田稔: 鉄筋コンクリート建物のファジイ最適耐震構造計画, 構造工学論文集, Vol.32B, 1986.4, pp.201~208.
- (3) 山田稔, 河村廣, 谷明勲, 松本眞一: プロダクションルール応用の建築物の最適耐震計画システム, 日本建築学会第9回電子計算機利用シンポジウム論文集, 1987.3, pp.103~108.
- (4) Dubois, D., Prade, H.: Criteria Aggregation and Ranking of alternatives in the Framework of Fuzzy Set Theory, Fuzzy Sets and Decision Analysis (ed. Zimmerman et al.), North-Holland, 1984, pp.209~240.
- (5) Yager, R.R.: On A General Class of Fuzzy Connectives, Fuzzy Sets and Systems, Vol.4, No.3, Nov.1980, pp.235~242.
- (6) Weber, S.: A General Concepts of Fuzzy Connectives, Negations and Implications Based on t-norms and t-conorms, Fuzzy Sets and Systems, Vol.11, No.2, Oct.1983, pp.115~134.
- (7) 山田稔, 河村廣, 谷明勲: プロダクションルールを用いた鉄筋コンクリート建物のファジイ耐震性診断システム, 第1回人工知能学会大会講演論文集, 1987.6, (発表予定)。
- (8) 古川浩平, 古田均, 仁多和英: 一対比較法の最適耐震設計への応用に関する研究, 土木学会論文集, 第368号/1-5, 1986.4, pp.393~400.

ファジィ数理計画問題の様相論的構成

A Modalistic Formalization of Fuzzy Mathematical Programming Problems

* 乾口雅弘 (M.Inuiguchi) 大阪府立大学 (Univ. of Osaka Prefecture)
市橋秀友 (H.Ichihashi) 大阪府立大学 (Univ. of Osaka Prefecture)
田中英夫 (H.Tanaka) 大阪府立大学 (Univ. of Osaka Prefecture)

Abstract

In this paper, a unified approach to the fuzzy mathematical programming is proposed. Instead of fuzzy goals and fuzzy constraints, the fuzzy preference relations are adopted. The modalities, e.g. the possibility and the necessity, are induced from the fuzzy coefficients. The fuzzy preference relations are extended using the modal concept. Zadeh's inclusion relation of fuzzy sets which is two valued relation are also extended to fuzzy relation. Using these extended fuzzy relations, the mathematical programming problems are formulated in the analogy of chance constrained programming. While chance constrained programming is based on the probability, fuzzy mathematical programming in this paper is based on the modalities.

1. はじめに

ファジィ数理計画問題には、目標や制約のあいまいさを扱うものと、係数のあいまいさを扱うものがある。本研究では、目標や制約に関する意思決定者の満足度をファジィ関係として表し、係数のファジィ集合から、可能性、必然性などの様相を導くことにより、ファジィ数理計画問題の統一的表現形式を与える。まず、ファジィ関係を様相概念を用いて、ファジィ集合間の関係に拡張し、これらが可能、必然などの様相性を保存していることを示す。従来のファジィ集合間の包含関係などは、包含するかしないかの二値的関係であったが、これらもファジィ関係へと拡張され、数理計画問題が定式化される。不確実性を取り扱う機会制約条件計画問題は、不確実性を確率によって扱うものである。本提案のファジィ数理計画問題は様相性によって、問題を定式化したものであり、確率的設定のきつい条件をゆるめ、意思決定者の微妙な様相を反映した問題を構成している。

2. 種々の関係の拡張とその性質

本章では、全体集合 Ω の要素間のファジィ関係を様相論的な立場からファジィ集合間の関係に拡張し、それらの性質を調べる。また、Zadeh [1]により定義されたファジィ集合間の包含関係を二値的な関係から、ファジィ関係に拡張する。

2.1. ファジィ選好関係の拡張

いま、全体集合 Ω の任意の要素 ω^1, ω^2 について、通常の選好関係 ρ (以後、 $\rho(\omega^1, \omega^2)$ と

記し、 ω^1 を ω^2 より選好することを表す) が与えられているとする。このとき、選好関係 $\rho(\omega^1, \omega^2)$ を Ω の任意の集合A, Bの選好関係に拡張する。

以下では、選好関係 ρ の特性関数を χ_ρ と記し、集合A, Bの特性関数を χ_A, χ_B と記す。

まず、 Ω のある要素 ω^1 とある部分集合Bとの選好関係の成立を議論すると、次の4つの場合が考えられる。

a) $\rho(\omega^1, \omega^2)$ となるBの要素 ω^2 が存在する。すなわち、 ω^1 をBより選好することは可能である。特性関数を用いて示せば、

$$\sup_{\omega^2} \{\chi_B(\omega^2) \wedge \chi_\rho(\omega^1, \omega^2)\} = 1 \quad (1)$$

となる。

b) Bのすべての要素 ω^2 に対して、 $\rho(\omega^1, \omega^2)$ となる。すなわち、 ω^1 をBより選好することは必然である。特性関数を用いて示せば、

$$\inf_{\omega^2} \{(1 - \chi_B(\omega^2)) \vee \chi_\rho(\omega^1, \omega^2)\} = 1 \quad (2)$$

となる。

c) $\rho(\omega^2, \omega^1)$ となるBの要素 ω^2 が存在する。すなわち、Bを ω^1 より選好することは可能である。特性関数を用いて示せば、

$$\sup_{\omega^2} \{\chi_B(\omega^2) \wedge \chi_\rho(\omega^2, \omega^1)\} = 1 \quad (3)$$

となる。

d) Bのすべての要素 ω^2 に対して、 $\rho(\omega^2, \omega^1)$ となる。すなわち、Bを ω^1 より選好することは必然である。特性関数を用いて示せば、

$$\inf_{\omega^2} \{(1 - \chi_B(\omega^2)) \vee \chi_P(\omega^2, \omega^1)\} = 1 \quad (4)$$

となる。

以上の議論より、 Ω の任意の要素 ω^1 と任意の部分集合 B との選好関係を特性関数を用いて、それぞれ次のように定義する。

$$\chi_{\ominus P}(\omega^1, B) = \sup_{\omega^2} \{\chi_B(\omega^2) \wedge \chi_P(\omega^1, \omega^2)\} \quad (5)$$

$$\chi_{\oplus P}(\omega^1, B) = \inf_{\omega^2} \{(1 - \chi_B(\omega^2)) \vee \chi_P(\omega^1, \omega^2)\} \quad (6)$$

$$\chi_{\ominus P}(B, \omega^1) = \sup_{\omega^2} \{\chi_B(\omega^2) \wedge \chi_P(\omega^2, \omega^1)\} \quad (7)$$

$$\chi_{\oplus P}(B, \omega^1) = \inf_{\omega^2} \{(1 - \chi_B(\omega^2)) \vee \chi_P(\omega^2, \omega^1)\} \quad (8)$$

(5)式～(8)式はそれぞれ、“ ω^1 を B より可能的に選好する関係”、“ ω^1 を B より必然的に選好する関係”、“ B を ω^1 より可能的に選好する関係”、“ B を ω^1 より必然的に選好する関係”と考えられる。

次に、これらの選好関係 $\ominus P(\omega^1, B)$ 、 $\oplus P(\omega^1, B)$ 、 $\ominus P(B, \omega^1)$ 、 $\oplus P(B, \omega^1)$ を用いて、 Ω の2つの部分集合 A 、 B の選好関係を同様に議論することにより、次の6つのものが考えられる。

$$\chi_{\ominus \ominus P}(A, B) = \sup_{\omega^1, \omega^2} \{\chi_A(\omega^1) \wedge \chi_B(\omega^2) \wedge \chi_P(\omega^1, \omega^2)\} \quad (9)$$

$$\chi_{\ominus \oplus P}(A, B) = \sup_{\omega^1, \omega^2} \inf \{ \chi_A(\omega^1) \wedge \{(1 - \chi_B(\omega^2)) \vee \chi_P(\omega^1, \omega^2)\} \} \quad (10)$$

$$\chi_{\oplus \ominus P}(A, B) = \inf_{\omega^1, \omega^2} \sup \{ (1 - \chi_A(\omega^1)) \vee \{ \chi_B(\omega^2) \wedge \chi_P(\omega^1, \omega^2) \} \} \quad (11)$$

$$\chi_{\oplus \oplus P}(A, B) = \inf_{\omega^1, \omega^2} \{ (1 - \chi_A(\omega^1)) \vee (1 - \chi_B(\omega^2)) \vee \chi_P(\omega^1, \omega^2) \} \quad (12)$$

$$\chi_{\ominus \ominus P}(A, B) = \inf_{\omega^2, \omega^1} \sup \{ (1 - \chi_B(\omega^2)) \vee \{ \chi_A(\omega^1) \wedge \chi_P(\omega^1, \omega^2) \} \} \quad (13)$$

$$\chi_{\oplus \oplus P}(A, B) = \sup_{\omega^2, \omega^1} \inf \{ \chi_B(\omega^2) \wedge \{(1 - \chi_A(\omega^1)) \vee \chi_P(\omega^1, \omega^2)\} \} \quad (14)$$

(9)式～(14)式の意味を解釈すると、それぞれ、“ A が B より可能的に選好することが可能である関係”、“ A が B より必然的に選好すること

が可能である関係”、“ A が B より可能的に選好することが必然である関係”、“ A が B より必然的に選好することが必然である関係”、“ B が A に可能的に選好されることが必然である関係”、“ B が A に必然的に選好されることが可能である関係”となる。

さらに、 A, B がファジィ集合 \tilde{A}, \tilde{B} 、 $\mu_{\tilde{A}}(\omega^1, \omega^2)$ がファジィ選好関係 $\mathcal{P}(\omega^1, \omega^2)$ であるときは、メンバシップ関数が特性関数に対応するから特性関数をメンバシップ関数に置き換えればよい。したがって、(5)式～(14)式に対応して、それぞれ、次のように定義することができる。

$$\mu_{\ominus P}(\omega^1, \tilde{B}) = \sup_{\omega^2} \{ \mu_{\tilde{B}}(\omega^2) \wedge \mu_{\mathcal{P}}(\omega^1, \omega^2) \} \quad (15)$$

$$\mu_{\oplus P}(\omega^1, \tilde{B}) = \inf_{\omega^2} \{ (1 - \mu_{\tilde{B}}(\omega^2)) \vee \mu_{\mathcal{P}}(\omega^1, \omega^2) \} \quad (16)$$

$$\mu_{\ominus P}(\tilde{B}, \omega^1) = \sup_{\omega^2} \{ \mu_{\tilde{B}}(\omega^2) \wedge \mu_{\mathcal{P}}(\omega^2, \omega^1) \} \quad (17)$$

$$\mu_{\oplus P}(\tilde{B}, \omega^1) = \inf_{\omega^2} \{ (1 - \mu_{\tilde{B}}(\omega^2)) \vee \mu_{\mathcal{P}}(\omega^2, \omega^1) \} \quad (18)$$

$$\mu_{\ominus \ominus P}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sup_{\omega^1, \omega^2} \{ \mu_{\tilde{A}}(\omega^1) \wedge \mu_{\tilde{B}}(\omega^2) \wedge \mu_{\mathcal{P}}(\omega^1, \omega^2) \} \quad (19)$$

$$\mu_{\ominus \oplus P}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sup_{\omega^1, \omega^2} \inf \{ \mu_{\tilde{A}}(\omega^1) \wedge \{(1 - \mu_{\tilde{B}}(\omega^2)) \vee \mu_{\mathcal{P}}(\omega^1, \omega^2)\} \} \quad (20)$$

$$\mu_{\oplus \ominus P}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \inf_{\omega^1, \omega^2} \sup \{ (1 - \mu_{\tilde{A}}(\omega^1)) \vee \{ \mu_{\tilde{B}}(\omega^2) \wedge \mu_{\mathcal{P}}(\omega^1, \omega^2) \} \} \quad (21)$$

$$\mu_{\oplus \oplus P}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \inf_{\omega^1, \omega^2} \{ (1 - \mu_{\tilde{A}}(\omega^1)) \vee (1 - \mu_{\tilde{B}}(\omega^2)) \vee \mu_{\mathcal{P}}(\omega^1, \omega^2) \} \quad (22)$$

$$\mu_{\ominus \ominus P}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \inf_{\omega^2, \omega^1} \sup \{ (1 - \mu_{\tilde{B}}(\omega^2)) \vee \{ \mu_{\tilde{A}}(\omega^1) \wedge \mu_{\mathcal{P}}(\omega^1, \omega^2) \} \} \quad (23)$$

$$\mu_{\oplus \oplus P}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sup_{\omega^2, \omega^1} \inf \{ \mu_{\tilde{B}}(\omega^2) \wedge \{(1 - \mu_{\tilde{A}}(\omega^1)) \vee \mu_{\mathcal{P}}(\omega^1, \omega^2)\} \} \quad (24)$$

次に、(15)式～(24)式で定義されたファジィ関係の性質について述べる。なお、詳しい証明は文献[2]に記述されている。

[命題1] (逆関係に関する性質)

$$\ominus \mathcal{P}(\tilde{B}, \omega^1) = \ominus \mathcal{P}^t(\omega^1, \tilde{B}) \quad (25)$$

$$\oplus \mathcal{P}(\tilde{B}, \omega^1) = \oplus \mathcal{P}^t(\omega^1, \tilde{B}) \quad (26)$$

$$\ominus \ominus \mathcal{P}(\tilde{B}, \tilde{A}) = \ominus \ominus \mathcal{P}^t(\tilde{A}, \tilde{B}) \quad (27)$$

$$\textcircled{\square} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\beta, \tilde{A}) = \textcircled{\square} \textcircled{\square} \mathcal{R}^t(\tilde{A}, \beta) \quad (28)$$

$$\textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\beta, \tilde{A}) = \textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \mathcal{R}^t(\tilde{A}, \beta) \quad (29)$$

$$\textcircled{\square} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\beta, \tilde{A}) = \textcircled{\square} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}^t(\tilde{A}, \beta) \quad (30)$$

$$\textcircled{\square} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\beta, \tilde{A}) = \textcircled{\square} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}^t(\tilde{A}, \beta) \quad (31)$$

$$\textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\beta, \tilde{A}) = \textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \mathcal{R}^t(\tilde{A}, \beta) \quad (32)$$

が成立する。ただし、 $\mathcal{R}^t(\omega^1, \omega^2)$ は $\mathcal{R}(\omega^1, \omega^2)$ の逆関係であり、次のように定義される。

$$\mathcal{R}^t(\omega^1, \omega^2) = \mathcal{R}(\omega^2, \omega^1) \quad (33)$$

[命題2] (否定関係に関する性質)

$$\textcircled{\square} \mathcal{R}(\omega^1, \beta) = \sim \textcircled{\diamond} \sim \mathcal{R}(\omega^1, \beta) \quad (34)$$

$$\textcircled{\square} \mathcal{R}(\beta, \omega^1) = \sim \textcircled{\diamond} \sim \mathcal{R}(\beta, \omega^1) \quad (35)$$

$$\textcircled{\square} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) = \sim \textcircled{\diamond} \textcircled{\diamond} \sim \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \quad (36)$$

$$\textcircled{\square} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) = \sim \textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \sim \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \quad (37)$$

$$\textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) = \sim \textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \sim \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \quad (38)$$

が成立する。ただし、 $\sim \mathcal{R}(\omega^1, \omega^2)$ は $\mathcal{R}(\omega^1, \omega^2)$ の補集合(否定関係)であり、次のように定義される。

$$\mu_{\sim \mathcal{R}}(\omega^1, \omega^2) = 1 - \mu_{\mathcal{R}}(\omega^1, \omega^2) \quad (39)$$

[命題3] (包含に関する性質)

$$\textcircled{\square} \mathcal{R}(\omega^1, \beta) \subseteq \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\omega^1, \beta) \quad (40)$$

$$\textcircled{\square} \mathcal{R}(\beta, \omega^1) \subseteq \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\beta, \omega^1) \quad (41)$$

$$\textcircled{\square} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \subseteq \textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \quad (42)$$

$$\subseteq \textcircled{\square} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \subseteq \textcircled{\diamond} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta)$$

$$\textcircled{\square} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \subseteq \textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \quad (43)$$

$$\subseteq \textcircled{\square} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \subseteq \textcircled{\diamond} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta)$$

が成立する。ただし、 \subseteq は包含関係で、 $\tilde{A} \subseteq \beta$ とは、

$$\mu_{\tilde{A}}(\omega) \leq \mu_{\beta}(\omega) \quad , \quad \forall \omega \in \Omega \quad (44)$$

が成立することである。

[命題4] \tilde{A}, β が上半連続なメンバシップ関数をもつ有界なファジィ集合であり、 \tilde{A}, β のいずれかが正規なファジィ集合であるとする。このとき、ファジィ選好関係 $\mathcal{R}(\omega^1, \omega^2)$ が上半連続なメンバシップ関数をもち、 Ω 上のある全順序関係 $\Pi(\omega^1, \omega^2)$ に関して、 Ω の要素 $\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4$ について、条件

$$(i) \Pi(\omega^1, \omega^3) \text{ かつ } \Pi(\omega^4, \omega^2) \text{ ならば、} \\ \mu_{\mathcal{R}}(\omega^1, \omega^2) \geq \mu_{\mathcal{R}}(\omega^3, \omega^4)$$

あるいは、

$$(ii) \Pi(\omega^3, \omega^1) \text{ かつ } \Pi(\omega^2, \omega^4) \text{ ならば、} \\ \mu_{\mathcal{R}}(\omega^1, \omega^2) \geq \mu_{\mathcal{R}}(\omega^3, \omega^4)$$

を満足すれば、

$$\textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) = \textcircled{\square} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \quad (45)$$

かつ、

$$\textcircled{\diamond} \textcircled{\square} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) = \textcircled{\square} \textcircled{\diamond} \mathcal{R}(\tilde{A}, \beta) \quad (46)$$

が成立する。ただし、ファジィ集合 \tilde{A} が有界であるとは、集合 $\{\omega / \mu_{\tilde{A}}(\omega) > 0, \omega \in \Omega\}$ が有界であることとし、ファジィ集合 \tilde{A} が正規なファジィ集合であるとは、 $\mu_{\tilde{A}}(\omega) = 1$ となる要素 $\omega \in \Omega$ が存在することとする。

ファジィ無差別関係 $\mathcal{R}(\omega^1, \omega^2)$ についても同様に拡張される。

2.2. 包含関係の拡張

ファジィ集合間の包含関係は、Zadehにより、(44)式で定義されている。しかし、この包含関係は、包含するかしないかの二値的な関係であり、包含の度合が考慮されていない。そこで、包含の度合が考慮できるように、(44)式の包含関係をファジィ関係に拡張する。

DuboisとPrade[3]は、(44)式の包含関係をファジィ関係に拡張する方法を示唆している。以下では、この方法によりファジィ関係に拡張する。

通常の場合 A, B について、次の等価関係が成立する。

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \ominus B = \phi \quad (47)$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \sim(A \ominus B) = \Omega \quad (48)$$

ここで、 $A \ominus B$ は A と B の差集合を表す。また、集合 A, B の差集合 $A \ominus B$ は、次のように表すことができる。

$$A \ominus B = \cap \{S, A \subseteq B \cup S\} \quad (49)$$

また、 $\sim(A \ominus B)$ は、

$$\sim(A \ominus B) = \cup \{S, A \cap S \subseteq B\} \quad (50)$$

と表される。このことより、(44)式の包含関係をもちいて、ファジィ集合 \tilde{A}, β の差集合 $\tilde{A} \ominus \beta$ およびその補集合 $\sim(\tilde{A} \ominus \beta)$ のメンバシップ関数 μ_1, μ_2 は、それぞれ次のように定義できる。

$$\mu_1(\omega) = \inf \{s \in [0, 1], \\ s \quad \mu_{\tilde{A}}(\omega) \leq \mu_{\beta}(\omega) \vee s\} \\ = \begin{cases} 0 & ; \mu_{\tilde{A}}(\omega) \leq \mu_{\beta}(\omega) \\ \mu_{\tilde{A}}(\omega) & ; \mu_{\tilde{A}}(\omega) > \mu_{\beta}(\omega) \end{cases} \quad (51)$$

$$\mu_2(\omega) = \sup \{s \in [0, 1], \\ s \quad \mu_{\tilde{A}}(\omega) \wedge s \leq \mu_{\beta}(\omega)\} \\ = \begin{cases} 1 & ; \mu_{\tilde{A}}(\omega) \leq \mu_{\beta}(\omega) \\ \mu_{\beta}(\omega) & ; \mu_{\tilde{A}}(\omega) > \mu_{\beta}(\omega) \end{cases} \quad (52)$$

ここで、 $\mu_1(\omega) \neq 1 - \mu_2(\omega)$ であることに注意されたい。これは、ファジィ集合理論において、相補律が成立しないことに起因している。

これらを用いると、ファジィ集合間の包含関係は、(47)式、(48)式より、次の二つのファジィ関係に拡張される。

$$\mu_{\mathcal{R}}(\tilde{A}, \beta) = 1 - \sup_{\omega} \mu_1(\omega) \quad (53)$$

$$\mu_{\mathcal{Z}}(\tilde{A}, \beta) = \inf_{\omega} \mu_2(\omega) \quad (54)$$

ここで、(53)式、(54)式に関する性質について述べる。

[命題5]

$$\mu_{\mathcal{R}}(\tilde{A}, \beta) = \mu_{\mathcal{Z}}(\sim\tilde{A}, \sim\beta) \quad (55)$$

$$\mu_{\mathcal{Z}}(\tilde{A}, \beta) = \mu_{\mathcal{R}}(\sim\tilde{A}, \sim\beta) \quad (56)$$

が成立する。

[命題7] $\{\omega / \mu_{\tilde{A}}(\omega) > \mu_{\beta}(\omega)\} \neq \phi$ であるならば、

$$(i) \mu_{\mathcal{R}}(\tilde{A}, \beta) \geq 0.5 \text{ ならば、} \mu_{\mathcal{Z}}(\tilde{A}, \beta) < 0.5$$

(ii) $\mu_Z(\tilde{A}, \tilde{B}) \geq 0.5$ ならば、 $\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B}) < 0.5$ が成立する。

$\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B})$ は、メンバシップ値の高いところでの包含関係を議論し、 $\mu_Z(\tilde{A}, \tilde{B})$ は、メンバシップ値の低いところでの包含関係を議論している。メンバシップ値の高いところと低いところの両方を加味したものとして、

$\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B}) \oplus \mu_Z(\tilde{A}, \tilde{B})$ (57) を考えることもできる。ただし、 \oplus は限界和である。

ファジィ集合間の相等関係は、 $\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B})$, $\mu_Z(\tilde{A}, \tilde{B})$, $\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B})$ を用いて、

$$\mu_Z(\tilde{A}, \tilde{B}) = \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B}) \wedge \mu_{\tilde{A}}(\tilde{B}, \tilde{A}) \quad (58)$$

$$\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \mu_Z(\tilde{A}, \tilde{B}) \wedge \mu_Z(\tilde{B}, \tilde{A}) \quad (59)$$

$$\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B}) \wedge \mu_{\tilde{A}}(\tilde{B}, \tilde{A}) = \mu_Z(\tilde{A}, \tilde{B}) \oplus \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}, \tilde{B}) \quad (60)$$

と定義される。

3. 様相論的数理計画問題の定式化

ファジィ数理計画問題

$$\text{optimize } \tilde{A}_0(x) \quad (61)$$

制約条件

$$\begin{cases} \tilde{A}_i(x) \zeta_i \tilde{B}_i(x) \quad (i=1, 2, \dots, m) \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (62)$$

の定式化について議論する。ただし、 $x \in R^n$ であり、 $\tilde{A}_i(x) = \tilde{A}_{i1}(x) \times \tilde{A}_{i2}(x) \times \dots \times \tilde{A}_{i1(i)}(x)$ ($i=0, 1, \dots, m$), $\tilde{B}_i(x) = \tilde{B}_{i1}(x) \times \tilde{B}_{i2}(x) \times \dots \times \tilde{B}_{i1(i)}(x)$ ($i=1, 2, \dots, m$) であり、 $\tilde{A}_{ij}(x)$, $\tilde{B}_{ij}(x)$ ($i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, l(i)$) は、 x により定まるファジィ数であり、 $l(i)$ は i により定まる整数値であるとする。また、 ζ_i は $R^{1(i)}$ 上の関係を表す記号である。本研究では、この関係は、ファジィ選好関係、大小関係、ファジィ無差別関係、同値関係、包含関係および相等関係のいずれかとする。

ファジィ数理計画問題は、制約条件の有無、目的関数の有無から3つに分類される。すなわち、目的関数がない連立制約条件問題、制約条件式がない無制約最適化問題、目的関数及び制約条件式がいずれも存在する有制約最適化問題の3種類である。

3.1. 制約条件の扱い方

機会制約条件計画問題[4]と同様に、制約を常に満たさなければならないという条件をゆるめ、制約をあらかじめ与えられた度合(充足水準)以上で満足すればよいとみなす。たとえば、 ζ_i がファジィ選好関係であるならば、(19)式~(24)式のいずれか一つあるいは複数個用いて、

$$\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_i(x), \tilde{B}_i(x)) \geq h_1 \quad (63)$$

$$\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_i(x), \tilde{B}_i(x)) \geq h_2 \quad (64)$$

などのように扱う。また、 ζ_i が包含関係である

ならば、(53)式、(54)式あるいは(57)式のいずれか一つあるいは複数個用いて、

$$\mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_i(x), \tilde{B}_i(x)) \geq h_1 \quad (65)$$

$$\mu_Z(\tilde{A}_i(x), \tilde{B}_i(x)) \geq h_2 \quad (66)$$

などのように扱う。

3.2. 目的関数の扱い方

(61)式の目的関数の値は、ファジィ数となるので、 $\tilde{A}_0(x)$ の最適化の解釈により、種々の定式化が考えられる。

(a) 制約化モデル 目的関数に適切な目標値 \tilde{B}_0 と適当な関係 ζ_0 を与えて、

$$\tilde{A}_0(x) \zeta_0 \tilde{B}_0 \quad (67)$$

として、制約条件と同等に扱う。したがって、この場合、(61)式、(62)式のファジィ数理計画問題は、連立制約条件問題となる。この方法は、ファジィ数理計画法では、当初から用いられていたものである。

(b) 様相性最大化モデル 目的関数に適切な目標値 b と適当な選好関係 ζ を与えて、 b よりも選好する度合(可能性と必然性)を最大化する。すなわち、

$$\text{maximize } \mu_{\zeta}(\tilde{A}_0(x), b) \quad (68)$$

あるいは、

$$\text{maximize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), b) \quad (69)$$

とする。また、意思決定者の満足できるファジィ集合 \tilde{B}_0 が与えられた場合には、目的関数の値 \tilde{B}_0 と無差別となればよいから、適当な無差別関係 $\tilde{\zeta}$ を用いて、

$$\text{maximize } \mu_{\tilde{\zeta}}(\tilde{A}_0(x), \tilde{B}_0) \quad (70)$$

$$\text{maximize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), \tilde{B}_0) \quad (71)$$

$$\text{maximize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), \tilde{B}_0) \quad (72)$$

$$\text{maximize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), \tilde{B}_0) \quad (73)$$

$$\text{maximize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), \tilde{B}_0) \quad (74)$$

$$\text{maximize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), \tilde{B}_0) \quad (75)$$

とする。これらの方法は、機会制約条件計画問題での確率最大化モデルに対応するものである。

(c) 適合度最適化モデル 意思決定者の満足できるファジィ集合 \tilde{B}_0 が与えられているとき、目的関数の値がこの集合 \tilde{B}_0 に包含されることを望むので、

$$\text{maximize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), \tilde{B}_0) \quad (76)$$

$$\text{maximize } \mu_Z(\tilde{A}_0(x), \tilde{B}_0) \quad (77)$$

$$\text{maximize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), \tilde{B}_0) \quad (78)$$

とする。また、満足でないファジィ集合 $\sim \tilde{B}_0$ に包含される度合は小さい方がよいので、

$$\text{minimize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), \sim \tilde{B}_0) \quad (79)$$

$$\text{minimize } \mu_Z(\tilde{A}_0(x), \sim \tilde{B}_0) \quad (80)$$

$$\text{minimize } \mu_{\tilde{A}}(\tilde{A}_0(x), \sim \tilde{B}_0) \quad (81)$$

この考え方と類似したものとして、区間目標計画問題[5]がある。

(d) 満足水準最大化モデル 様相性最大化モデルとは逆に、可能性の値 h 、必然性の値 h を与

え、目標値 b を最大化する。すなわち、

$$\mu_{\tilde{A}_0}(x, b) \geq h \quad (82)$$

あるいは、

$$\mu_{\tilde{A}_0}(x, b) \geq h \quad (83)$$

のもとで、 b を最大化する。この方法は、その名の通り機会制約条件計画問題の満足水準最大化モデルに対応する。

(e) あいまいさ最小化モデル 目的関数の値がある集合 B_0 に含まれる度合を与え、その度合以上で、 B_0 のあいまいさ $\rho(B_0)$ を最小化する。すなわち、

$$\mu_{\tilde{A}_0}(x, B_0) \geq h \quad (84)$$

のもとで、 $\rho(B_0)$ を最小化する。ただし、

$$\rho(B_0) = \sup_{b, c \in B_0} \left(\sum_{i=1}^l (b_i - c_i)^2 \right)^{1/2} \quad (85)$$

であり、 $b = (b_1, b_2, \dots, b_l)$, $c = (c_1, c_2, \dots, c_l)$ である。

(f) 混合モデル 以上のモデルを組み合わせて、目的関数を扱う。

以上のように、制約条件および目的関数を扱い、ファジィ数理計画問題を定式化する。これらの方法にしたがって定式化された数理計画問題を様相論的数理計画問題と呼ぶことにする。なお、連立制約条件問題の場合は目的関数が存在しないので、制約条件の成立する度合を最大化するように定式化される。

4. 従来のファジィ数理計画問題との関係

表1に本研究の様相論的数理計画問題と従来のファジィ数理計画問題の関係を示す。

5. 結言

機会制約条件計画問題と同様な考え方により、ファジィ数理計画問題を定式化した。この定式化に際し、意思決定者がどのように制約条件および目的関数を扱うかにより、定式化が異なる。したがって、意思決定者の微妙な様相を反映した定式化が可能である。また、従来のファジィ数理計画問題が、本研究の様相論的数理計画問題により、統一的に取り扱うことができる。

参考文献

- [1] Zadeh, L.A.: Fuzzy Sets. Information and Control, Vol.8(1965), 338-353.
- [2] 乾口雅弘: 様相論的数理計画問題の定式化に関する研究. 大阪府立大学修士論文昭和62年3月(1987).
- [3] Dubois, D. and Prade, H.: Fuzzy Set-theoretic Differences and Inclusions and Their Use in the Analysis of Fuzzy Equations. Control and Cybernetics, Vol.13, No.3(1984), 129-146.
- [4] 石井博昭: 数理計画法の展開をさぐる-IV-確率計画法. システムと制御, Vol.24, No.11(1980), 742-749.
- [5] Ignizio, J.P.: Linear Programming in Single- and Multiple-objective Systems. Prentice-Hall, 1981.
- [6] 田中英夫, 奥田徹示, 浅居喜代治: Fuzzy数理計画法. 計測自動制御学会論文集, Vol.9, No.5(1973), 607-613.
- [7] Zimmermann, H. J.: Description and Optimization of Fuzzy Systems. Int. J. General Systems, Vol.2(1976), 209-215.
- [8] Negoita, C.V. and Sularia, M.: On Fuzzy Mathematical Programming and Tolerances in Planning. ECECSR Journal, Vol.1(1976), 3-14.
- [9] Orlovsky, L.A.: On Formalization of a General Fuzzy Mathematical Programming Problem. Fuzzy Sets and Systems, Vol.3(1980), 311-321.
- [10] Narasimhan, R.: Goal Programming in a Fuzzy Environment. Decision Science, Vol.11(1980), 325-336.
- [11] Hannan, E. L.: On Fuzzy Goal Programming. Decision Science, Vol.12(1981), 522-531.
- [12] 田中英夫, 浅居喜代治: ファジィ関数による線形計画問題の定式化. システムと制御, Vol.25, No.6(1981), 351-357.
- [13] 田中英夫, 市橋秀友, 浅居喜代治: ファジィ線形計画問題における情報の評価. システムと制御, Vol.28, No.10(1984), 583-589.
- [14] 乾口雅弘, 市橋秀友, 田中英夫, 浅居喜代治: 可能性と必然性に基づくファジィ多目的線形計画法. 第二回ファジィシステムシンポジウム講演論文集(1986), 172-178.
- [15] 田中英夫, 市橋秀友, 浅居喜代治: ファジィ目的関数によるファジィ線形計画問題の定式化. J. Operations Research Society of Japan, Vol.27, No.2(1984), 178-190.
- [16] Ramik, J. and Rimanek, J.: Inequality Relation between Fuzzy Numbers and Its Use in Fuzzy Optimization. Fuzzy Sets and Systems, Vol.16(1985), 123-138.
- [17] Dubois, D.: Linear Programming with Fuzzy Data. The Analysis of Fuzzy Information (ed. Bezek, J.C.), CRC Press, (1986).
- [18] Luhandjula, M.K.: On Possibilistic Linear Programming. Fuzzy Sets and Systems, Vol.18(1986), 15-30.

表1. 種々のファジィ数理計画問題と様相論的数理計画問題との関係

| 従来のファジィ 数理計画問題 | 制約条件式 | | 意思決定 者の選好 態度 | ファジィ数 理計画問 題の種 類 | 様相論的数理計画問題 | |
|---------------------------------------|------------------|------------------|--------------------|---------------------------|----------------------|----------------|
| | $\tilde{A}_i(x)$ | $\tilde{B}_i(x)$ | | | 関係 α_i | モデルの種類 |
| フレキシブル 計画問題[6,7] | 通常の 関数 | 実数 | ファジィ 目標 | 連立制約条 件問題 | ファジィ 選好関係 | ————— |
| ロバスト 計画問題[8] | ファジ ィ関数 | ファジ ィ区間 | ————— | 有制約最適 化問題 | 包含関係 | 満足水準最 大化モデル |
| Orlovskyのファジィ 数理計画問題[9] | ファジ ィ関数 | ファジ ィ関数 | ファジィ 選好関係 | 有制約最適 化問題 | ファジィ 選好関係 (注1) | 満足水準最 大化モデル |
| ファジィ目標 計画問題[10,11] | メンバ シップ 関数 | 実数 | ファジィ 目標 | 連立制約条 件問題 | ファジィ 選好関係 | ————— |
| 田中・浅居のファジ ィ数理計画問題[12] | ファジ ィ関数 | 0 | ————— | 連立制約条 件問題 | 大小関係 | ————— |
| 田中・市橋・浅居の ファジィ数理計画問 題[13,14] | ファジ ィ関数 | 実数 | ファジィ 目標 | 連立制約条 件問題 | ファジィ 選好関係 | ————— |
| ファジィマックスを 用いるファジィ数理 計画問題[15,16] | ファジ ィ関数 | ファジ ィ区間 | ————— | ————— | 包含関係 (注2) | ————— |
| Duboisのファジィ 数理計画問題[17] | ファジ ィ関数 | ファジ ィ関数 | ————— | 連立制約条 件問題 | 大小関係 | ————— |
| Luhandjulaのファジ ィ数理計画問題[18] | ファジ ィ関数 | ファジ ィ区間 | ————— | 有制約最適 化問題 | 大小関係 | 満足水準最 大化モデル |

(注1) ファジィ選好関係 $\mu(\omega^1, \omega^2)$ は反射的で、次の条件を満たすものとする。
 $\omega^1 \geq \omega^3, \omega^2 \geq \omega^4$ ならば、 $\mu_{\tilde{A}}(\omega^1, \omega^2) \geq \mu_{\tilde{B}}(\omega^3, \omega^4)$

(注2) $\tilde{A}_i^1(x)=[\tilde{A}_i(x), +\infty)$, $\tilde{A}_i^2(x)=(-\infty, \tilde{A}_i(x)]$, $\tilde{B}_i^1(x)=[\tilde{B}_i(x), +\infty)$,
 $\tilde{B}_i^2(x)=(-\infty, \tilde{B}_i(x)]$ と定義して、制約条件を

$$\tilde{A}_i^1(x) \subset \tilde{B}_i^1(x) \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

$$\tilde{B}_i^2(x) \subset \tilde{A}_i^2(x) \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

とする。ただし、 $[\tilde{A}_i, +\infty)$ および $(-\infty, \tilde{A}_i]$ のメンバシップ関数をそれぞれ μ^+ , μ^-
 とすると、それぞれ次のように表される。

$$\mu^+(\omega^1) = \sup_{\omega^2 \leq \omega^1} \mu_{\tilde{A}}(\omega^2) \quad , \quad \mu^-(\omega^1) = \sup_{\omega^2 \geq \omega^1} \mu_{\tilde{A}}(\omega^2)$$

ファジィグラフの近似システムと応用

Approximation System of Fuzzy Graph and its Application

山下 元*, 勝又保雄**, 津田 栄***
H. Yamashita Y. Katsumata E. Tsuda

* 早稲田大学, ** 目黒高校, *** 国学院高校
Waseda U. Meguro HS. Kokugakuin H S.

Abstract

Uncertain phenomena concerning human behavior, mental process and cognition are often represented by fuzzy graphs. In order to clarify its main feature, we analyze the global structure of a fuzzy graph and express it as an approximate ternary graph.

In this paper, we discuss the approximation system of a fuzzy graph and present an application method to the instructional analysis in education.

1. はじめに

ファジィ理論は、人間の行動、認識などに関する確定しにくい情報を解析し、意志決定を行う理論で、近年、教育学、心理学などにも応用されるようになった。実際、確定しにくい情報をファジィグラフで表し、その構造を近似して三値グラフで示せば、情報の大域的な特徴が明確になり、ある程度、正確な判断をすることが可能になる。

本稿では、ファジィグラフの近似三値化法を提案し、近似三値グラフの作成システムと教育学における教材構造分析への応用について論ずる。

2. ファジィグラフの近似アルゴリズム

ファジィグラフを、正方行列 $\underline{F} = (f_{ij})$ で表す。ただし、 f_{ij} はノード i から j への関連のファジィ度で、 $0 \leq f_{ij} \leq 1$ ($i \neq j$)、 $f_{ij} = 1$ ($i = j$) である。

定義 2.1 ファジィグラフ $\underline{F} = (f_{ij})$ と $\underline{G} = (g_{ij})$ の C -係数 (Coincidence Index, 相対ハミングの距離) を $C(\underline{F}, \underline{G})$ で表す。

$$C(\underline{F}, \underline{G}) = \sum |f_{ij} - g_{ij}| / (n^2 - n) \quad (2.1)$$

C -係数の定義から、 $C(\underline{F}, \underline{G})$ の値が 0 に近いとき、すなわち、 $C(\underline{F}, \underline{G}) < \epsilon$ であれば、ファジィグラフ \underline{F} と \underline{G} は類似するといひ、 $\underline{F} \sim \underline{G}$ で表す。ただし、 ϵ は、ファジィ決定による数値で、通常、0.20, 0.27 などとされる。

$$\underline{F} \sim \underline{G} \iff C(\underline{F}, \underline{G}) < \epsilon \quad (2.2)$$

定義 2.2 ファジィグラフ $\underline{F} = (f_{ij})$ の p -グラフを、 $\underline{F}^p = (f_{ij}^p)$ で表す。ただし、

$0 \leq p \leq 0.5$ とする。

$$\underline{F}^p = (\underline{f}_{ij}^p), \underline{f}_{ij}^p = \begin{cases} 1 & (\underline{f}_{ij} > 0.5 + p) \\ 0 & (\underline{f}_{ij} < 0.5 - p) \\ \underline{f}_{ij} & (\text{その他}) \end{cases} \quad (2.3)$$

定理 2.1 p が 0.5 に近づくば、ファジイグラフ \underline{F} と p -グラフ \underline{F}^p の C -係数 $C(\underline{F}, \underline{F}^p)$ は 0 に近づく。

$$p \uparrow 0.5 \rightarrow C(\underline{F}, \underline{F}^p) \downarrow 0 \quad (2.4)$$

定理 2.2 任意のファジイグラフ \underline{F} に対して、 ϵ を与えると、 p を適当にとることにより、 \underline{F} に類似する p -グラフ \underline{F}^p が存在する。

$$\forall \underline{F}, \exists \underline{F}^p; C(\underline{F}, \underline{F}^p) < \epsilon \quad (2.5)$$

定義 2.3 ファジイグラフ \underline{F} に類似する p -グラフ \underline{F}^p のうちで、 $p=0$ とした p -グラフ \underline{F}^0 に最も近いグラフを \underline{F} の最適な近似 p -グラフといい、 \underline{F}^q で表す。

$$\underline{F}^q = (\underline{f}_{ij}^q); q = \text{Min} \{ p : \underline{F} \sim \underline{F}^p \} \quad (2.6)$$

定理 2.3 任意のファジイグラフ \underline{F} に対して、 \underline{F} の最適な近似 p -グラフ \underline{F}^q が存在する。

$$\forall \underline{F}, \exists \underline{F}^q; \underline{F} \sim \underline{F}^q \quad (2.7)$$

ファジイグラフ \underline{F} の近似三値化問題としては、 \underline{F} の最適な近似 p -グラフ \underline{F}^q を次のように定義して近似三値グラフとすれば妥当である。

定義 2.4 ファジイグラフ \underline{F} の最適な近似 p -グラフを \underline{F}^q とする。このとき、グラフ \underline{F}^* を \underline{F} の近似三値グラフという。

$$\underline{F}^* = (\underline{f}_{ij}^*), \underline{f}_{ij}^* = \begin{cases} 1 & (\underline{f}_{ij} > 0.5 + q) \\ 0 & (\underline{f}_{ij} < 0.5 - q) \\ \alpha & (\text{その他}) \end{cases} \quad (2.8)$$

ファジイグラフ \underline{F} の最適な近似 p -グラフ \underline{F}^q に基づいて作成された近似三値グラフ \underline{F}^* は、グラフ \underline{F} を適切に表す近似三値グラフであり、ファジイ情報の大域的な特性解析に応用される。

ファジイグラフ $\underline{F} = (\underline{f}_{ij})$ から、その近似三値グラフ $\underline{F}^* = (\underline{f}_{ij}^*)$ を作成する方法は、次のようにアルゴリズム化される。

山下の近似アルゴリズム

- (a) $p \leftarrow 0$ として、 \underline{F}^p を作成して(b)に移る。
- (b) $C(\underline{F}, \underline{F}^p) < \epsilon$ であれば、(d)に移る。また、 $C(\underline{F}, \underline{F}^p) \geq \epsilon$ であれば、(c)に移る。
- (c) $p \leftarrow p + \delta$ として、 \underline{F}^p を作成して(b)に移る。ただし、 $\delta > 0$ で適当な小さい数とする。
- (d) \underline{F}^p から \underline{F}^* を作成して終る。

ファジイグラフ $\underline{F} = (\underline{f}_{ij})$ から、その近似三値グラフ $\underline{F}^* = (\underline{f}_{ij}^*)$ を構成する近似チャートは図 2.1 となる。

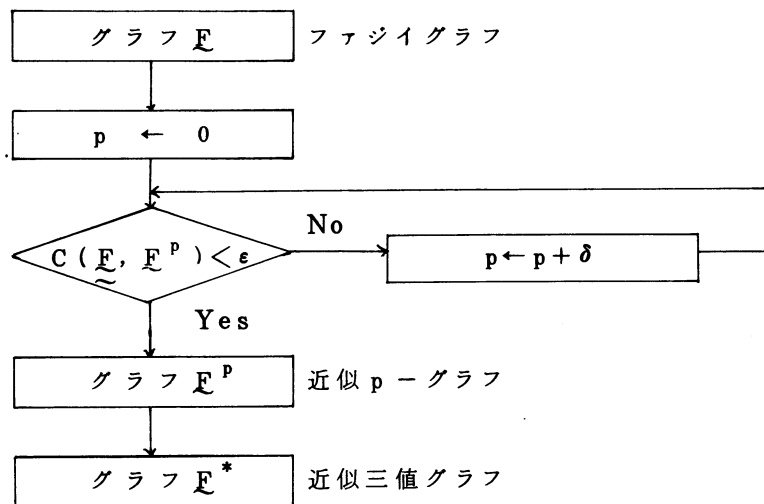


図 2.1 ファジイグラフの近似チャート

図 2.2 で、 $\epsilon = 0.20$ 、 $\delta = 0.01$ とするとき、ファジイグラフ $\underline{F} = (f_{ij})$ の近似三値グラフは $\underline{F}^* = (f_{ij}^*)$ となる。

$$\underline{F} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.54 \\ 0.41 & 1 & 0.50 \\ 0.65 & 0.32 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{F}^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \alpha \\ 0 & 1 & \alpha \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

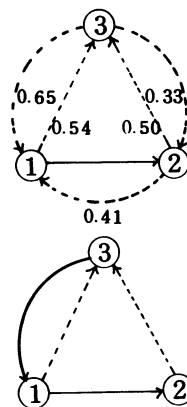


図 2.2 \underline{F} の近似三値グラフ \underline{F}^*

なお、これらのファジイ情報処理に関しては、コンピュータによる近似システムが開発されており、円滑に、グラフ \underline{F} から \underline{F}^* を作成することができる。

3. 教材の構造解析（教育学）への応用

ファジイグラフの近似三値グラフの応用として、教育学における教材構造の分析方法について述べる。

教材構造は、図 3.1 に示す 4 種類のグラフ S 、 T 、 F 、および F^* を用いて解析される。

- (1) 教材構造グラフ S は、教授項目相互の論理関係を分析して作成される。
- (2) 教授構造グラフ T は、グラフ S を線形に配列して作成される。
- (3) テストファジイグラフ F は、テストデータを解析して作成される。
- (4) 学習構造グラフ F^* は、グラフ F を近似三値化して作成される。

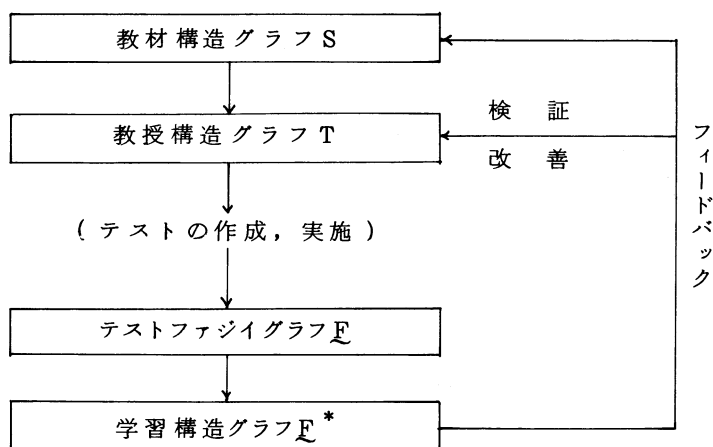


図 3.1 教材構造の解析手順

教材構造グラフ S は教授者の構造であり，学習構造グラフ \underline{F}^* (\underline{F} の近似三値グラフ) は学習者の構造であると考えられる。したがって，グラフ S とグラフ \underline{F}^* を比較し，その合致点，相異点を吟味することにより，教材構造を検証，または，改善することができる。

テストファジイグラフは，テストデータに基づいて，次のよう構成される。 m 人の生徒 $\{S_i\}$ に n 項目のテスト $\{P_j\}$ を実施すると，テストの得点行列 $X = (x_{ij})$ がえられる。ただし， S_i が P_j を正答した場合は $x_{ij} = 1$ ，誤答した場合は $x_{ij} = 0$ とする。

テスト項目 P_i の正答者数を $n(P_i)$ ，誤答者数を $n(\bar{P}_i)$ ， P_i と P_j の同時正答者数を $n(P_i, P_j)$ 等とすると，図 3.2 の応答者数分類表がえられる。

| P_i / P_j | 1 | 0 | 計 |
|-------------|---------------------|---------------------------|----------------|
| 1 | $n(P_i, P_j)$ | $n(P_i, \bar{P}_j)$ | $n(P_i)$ |
| 0 | $n(\bar{P}_i, P_j)$ | $n(\bar{P}_i, \bar{P}_j)$ | $n(\bar{P}_i)$ |
| 計 | $n(P_j)$ | $n(\bar{P}_j)$ | n |

図 3.2 テストの応答者数分類表

$$n(P_i) = \sum x_{ki}, \quad n(\bar{P}_i) = n - n(P_i) \quad (3.1)$$

$$n(P_i, P_j) = \sum x_{ki} x_{kj} \quad (3.2)$$

テスト項目 P_i が P_j の前提項目であれば， $n(\bar{P}_i, P_j)$ の値は相対的に小さいので， $n(\bar{P}_i, \bar{P}_j) / n(\bar{P}_i)$ と $n(P_i, P_j) / n(P_j)$ の値は，それぞれ，1 に近い。この観点から，テスト項目 P_i から P_j への関連の程度を測定する係数が定義される。

定義 3.1 祝原の係数：テスト項目 P_i から，他の項目 P_j への関連程度を f_{ij} で定義する。ただし， $n(\bar{P}_i) n(P_j) = 0$ の場合は， $f_{ij} = 1$ とする。

$$f_{ij} = \lambda n(\bar{P}_i, \bar{P}_j) / n(\bar{P}_i) + \mu n(P_i, P_j) / n(P_j) \quad (3.3)$$

$$\lambda + \mu = 1, \quad \lambda > 0, \quad \mu > 0$$

定理 3.1 祝原の係数 f_{ij} の値は、0 以上で 1 以下である。

$$0 \leq f_{ij} \leq 1 \quad (3.4)$$

定理 3.2 $n(P_i) > n(P_j)$ であれば、 $f_{ij} > f_{ji}$ であり、また、この逆も成り立つ。ただし、 $n(P_i, P_j) n(\bar{P}_i, \bar{P}_j) \neq 0$ とする。

$$n(P_i) > n(P_j) \quad f_{ij} > f_{ji} \quad (3.5)$$

定理 3.1 から、テスト項目 P_i から P_j へのアークに、ファジネス f_{ij} が与えられたファジイグラフ $F = (f_{ij})$ 、 $0 \leq f_{ij} \leq 1$ を考えることができる。これから、ファジイ理論の記号にしたがって、 $\underline{F} = (\underline{f}_{ij})$ 、 $\underline{f}_{ij} = f_{ij}$ と表す。また、 f_{ij} が 1 に近ければテスト項目 P_i から P_j への関連は強く、0 に近ければその関連は弱いと解釈される。

次に、定理 3.2 は、テスト問題の順序関係について f_{ij} が自然であることを示している。たとえば、テスト項目の間にループがない。

教材構造の分析には、大量のテストデータの統計解析が必要とされる。その処理を正確、かつ、迅速に行うため、早稲田大学と玉川大学の共同研究により、マイクロコンピュータ PC 9801 を用いた支援システム MICRO-CARAT が開発され、筆者等のあいだで利用されている。

CARAT は、学習者 S_i のテスト問題 P_j に関する得点行列 $X = (x_{ij})$ を入力として、テストの $S-P$ 表、テストファジイ行列 $\underline{F} = (\underline{f}_{ij})$ 、学習構造行列 (\underline{F} の近似三値行列) $\underline{F}^* = (\underline{f}_{ij}^*)$ 等を出力する。したがって、利用者は、グラフ S とグラフ F^* を比較することにより、適切に教材構造を分析することができる。

4. おわりに

本稿では、ファジイグラフの近似三値化法を提案し、その近似システム、および、教育学への応用方法について述べた。本研究は、ファジイ情報の大域的な特徴を抽出し、諸分野で適切な意志決定を行うために有用である。

なお、末筆ながら、本研究に関して、ご教示を賜った早稲田大学の洲之内治男教授に感謝する。また、本稿をまとめるに際して、ご検討いただいた早稲田大学の滝沢武信助教授、および、宮城教育大学の森岡正臣講師に感謝する。

【参考文献】

1. Yamashita, Morioka: On the Global Structure of a Fuzzy Graph, Proc. of 1st Int'l Conf. on Fuzzy Information Processing A6.1984.
2. Sunouchi, Yamashita: Crisp Relation and Fuzzy Relation of a Fuzzy Graph, Proc. of NAFIP Society FR-3, 1985.
3. Sunouchi, Yamashita: Instructional Analysis System Applying Fuzzy Graphs, Proc. 12th Int'l Conf. on IUT, 1986.
4. Yamashita, Sunouchi: Approximate Expression of a Fuzzy Graph and its Application, Proc. of 22nd ETIC P-12, 1987.

凸結合形ファジィ関係式による あいまいなシステムの同定

Identification of Ill-defined Systems by Means of
Convexly Combined Fuzzy Relational Equations

大里有生*, 菅野道夫**

Ario Ohsato* and Michio Sugeno**

* 横浜国立大学 工学部

Faculty of Engineering, Yokohama National University

** 東京工業大学 システム科学専攻

Department of Systems Science, Tokyo Institute of Technology

Abstract

The identification problem for ill-defined system is considered from the standpoint of fuzzy relational system modelling. The fuzzy system model of ill-defined system with finite input and output sets is formalized by means of the convexly combined fuzzy relational equation, $\lambda \cdot (x \Delta Q) + \tau \lambda \cdot (x \circ R) = y$. The method of identification using the observed fuzzy input-output data is proposed with an algorithm for selecting the optimal combination of input items. Numerical example shows that the method proposed is effective for the identification of a fuzzy system which has multidimensional input and output.

1. はじめに

いわゆるあいまいな問題 (ill-defined problem)¹⁾、すなわち、人間を対象とした問題、人間の個別的な心性に関する問題あるいは人間の主観的な判断・思考・意志決定に関する問題を含むシステム (ill-defined system) の同定は、依然としてブラックボックス的モデリング方策に頼らざるを得ないのが現状である。本論文の主たる目的は、こうしたあいまいなシステムを同定する場合のシステムモデルをファジィシステムによって構築するための1つの方法論を提供することである。

具体的には、あいまいなシステムのファジィシステムモデルを凸結合形ファジィ関係式²⁻⁴⁾、 $\lambda \cdot (x \Delta Q) + \tau \lambda \cdot (x \circ R) = y$ 、によって数式化し、観測されたファジィ入力、出力データからモデルを作成する方法を与える。

2. あいまいなシステムとその凸結合形ファジィシステムモデル

本論文では、あいまいなシステム \tilde{S} を以下のように一般的に考える。

あいまいなシステム \tilde{S} ：有限な入力集合としての属性 X とその出力集合としての属性 Y に対して、 X, Y をそれぞれ変域とする変数 x, y を含む言明 $\mathcal{J}(x, y)$ が存在し、かつ、言明 $\mathcal{J}(x, y)$ において、 x, y にそれぞれ X, Y の元を代入したときに、その言明の真偽が明確に定まらない順序対 (x, y) が存在する。ただし、

$$X = \{x_i \mid i = 1, 2, \dots, m\}, x_i \text{を第 } i \text{ 番目の入力項目と呼び、}$$

$$Y = \{y_j \mid j = 1, 2, \dots, n\}, y_j \text{を第 } j \text{ 番目の出力項目と呼ぶ。}$$

上記の定義において、真偽が明確に定まらない言明の存在は、人間が関与している ill-defined problem を抽象化したものに相当する。あいまいなシステムの入力-出力関係を明示的に記述することは一般的に困難であるが、あいまいなシステム \tilde{S} における入力、出力を観測することによって、それらをファジィ集合として明示的に形式化することは基本的に可能である。そこで、あいまいなシステム \tilde{S} を観測することによって得られるファジィ入力 x とファジィ出力 y によって、そのファジィシステムモデルを以下に示す凸結合形ファジィ関係式によって記述する。ただし、次式において、 \circ, Δ はそれぞれ \max, \min, \min, \max 合成演算を表す。

$$\lambda \cdot (x \Delta Q) + {}^7\lambda \cdot (x \circ R) = y \quad (1)$$

ただし、 $x \in F(X), y \in F(Y), R, Q \in F(X \times Y), \lambda \in F(Y)$ は凸結合子パラメータで、 ${}^7\lambda \in F(Y)$ は λ の補を表している。また、(1)式における演算 $\cdot, +$ はそれぞれ、代数積、代数和を表している。

(1)式によって記述されたモデルを凸結合形ファジィシステムモデルと呼ぶ⁵⁾。あいまいなシステム \tilde{S} と凸結合形ファジィシステムモデルとの関係をFig.1に示す。

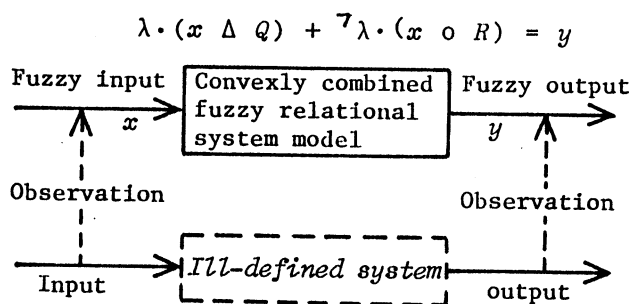


Fig. 1 Ill-defined system and its fuzzy system model.

ファジィ入力 x 、ファジィ出力 y は、各入力項目 x_i 、出力項目 y_j に対して以下のように観測されたとする。

$$x : X \rightarrow [0, 1]$$

$$x = [x(x_1) \quad x(x_2) \cdots x(x_m)]$$

$$y : Y \rightarrow [0, 1]$$

$$y = [y(y_1) \quad y(y_2) \cdots y(y_n)]$$

また、 R, Q を以下のように定義する。

$$R, Q : X \times Y \rightarrow [0, 1]$$

3. 凸結合形ファジィ関係式によるあいまいなシステムの同定法

以下に示す2つの課題を設定し、これらを考慮した同定法を確立する。

課題1： 入力項目 x_i , $i = 1, 2, \dots, m$ の中から、ファジィ出力の決定に関与している入力項目を選択する。(最適な入力項目の組合せの推定)

課題2： ファジィ出力 y をファジィ入力 x の値からどのように演算的に定めるか、すなわち、ファジィ入力 x によるファジィ出力の構成的規定。

3. 1 入力項目の組合せと部分モデル

入力集合 X 、出力集合 Y に対して、 K 個のファジィ入出力対が観測されたとする。

観測されたファジィ入出力対： $(x^{(k)}, y^{(k)})$, $k = 1, 2, \dots, K$

これらのうち、観測されたファジィ入力 $x^{(k)}$ を構成している入力項目 x_i ,

$i = 1, 2, \dots, m$ の組合せ C を以下のように定める。

入力項目の組合せ C ： $C \in B(X)$, ただし、 $B(X)$ は X のベキ集合。

このとき、入力項目の組合せ C 上で定義されるファジィ入力 $x_c^{(k)} \in F(C)$ を、観測されたファジィ入力 $x^{(k)} \in F(X)$ から以下のように定める。

$$x_c^{(k)}(x_i) = x^{(k)}(x_i), \quad \forall x_i \in C, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

そこで、入力項目の組合せ C に対して定まるファジィ入出力対 $(x_c^{(k)}, y^{(k)})$, $k = 1, 2, \dots, K$ に対して、以下に示す凸結合形ファジィシステムモデルを考え、これを「入力項目の組合せ C に対する部分モデル $M(C)$ 」と呼ぶ。

入力項目 C に対する部分モデル $M(C)$ ：

$$\lambda \cdot (x_c^{(k)} \Delta Q) + \lambda \cdot (x_c^{(k)} \circ R) = y^{(k)}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

ただし、 $x_c^{(k)} \in F(C)$, $y^{(k)} \in F(Y)$, $\lambda \in F(Y)$, $R, Q \in F(X \times Y)$

3. 2 部分モデルの決定

部分モデル $M(C)$ の決定は、(3)式の連立した凸結合形ファジィ関係式⁶⁾を近似的に満たす R, Q のうち、出力誤差評価規範 $F_0(R, Q)$ を最小にする2つのファジィ関係 \tilde{R}^* , \tilde{Q}^* を定めることによつて行う。凸結合子パラメータ λ を適当に推定して既知とすれば、(3)式を近似的に満たす R, Q の集合を求めるための方法はすでに確立されている⁷⁾。(3)式を近似的に満たす (R, Q) の集合を準実行可能解集合と呼び、 $D((R, Q); C, \lambda^*)$ と書く。以下に、凸結合子パラメータ λ の推定と出力誤差評価規範を示す。

凸結合子パラメータ λ の推定： (3)式の K 個の凸結合形ファジィ関係式のそれぞれに対する許容凸結合子集合³⁾を $\{\lambda \in F(Y) \mid \underline{\lambda}^{(k)} \subseteq \lambda \subseteq \bar{\lambda}^{(k)}\}$, $k = 1, 2, \dots, K$ として、推定値 λ^* を次式によつて定める。

$$\lambda^*(y_j) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\lambda^{(k)}(y_j) + \bar{\lambda}^{(k)}(y_j)}{2}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

出力誤差評価規範 $F_c(R, Q)$:

$$F_c(R, Q) = \frac{1}{K n} \sum_{k=1}^K \|y^{(k)} - \tilde{y}^{(k)}\|$$

ただし、 $\tilde{y}^{(k)}$ は、以下に示す連立した凸結合形ファジィ関係式、

$$\lambda^*(x_c^{(k)} \Delta Q) + \bar{\lambda}^*(x_c^{(k)} \circ R) = y^{(k)}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (5)$$

を近似的に満たす $(\tilde{R}, \tilde{Q}) \in D((R, Q); C, \lambda^*)$ によって以下のように計算されるファジィ出力 $y^{(k)}$ の推定値を表す。

$$\tilde{y}^{(k)} = \lambda^*(x_c^{(k)} \Delta \tilde{Q}) + \bar{\lambda}^*(x_c^{(k)} \circ \tilde{R}), \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (6)$$

入力項目の組合せ C に対する部分モデル $M(C)$:

$$\lambda^*(x \Delta \tilde{Q}^*) + \bar{\lambda}^*(x \circ \tilde{R}^*) = y \quad (7)$$

$$\text{ただし、} (\tilde{R}^*, \tilde{Q}^*) = \text{Min } F_c(R, Q) \quad (8)$$

$$(R, Q) \in D((R, Q); C, \lambda^*)$$

3.3 入力項目の選択とモデル決定

まず、ファジィ入出力対を $2K$ 個観測し、これを観測データ A, B に分割する。

観測データ A : $(x_A^{(k)}, y_A^{(k)})$, $k = 1, 2, \dots, K$

観測データ B : $(x_B^{(k)}, y_B^{(k)})$, $k = 1, 2, \dots, K$

これらの双方を互いに、入力項目の選択のためのトレーニングデータとチェックデータとして用いる。以下に示す入力項目の選択規範 $\rho(C)$ を最小にする入力項目の組合せ C^* を求めることによって、あいまいなシステム \tilde{S} の最適な入力項目を選択しこれらにより凸結合形ファジィシステムモデルを最終的に定める。

$$\text{入力項目の選択規範 } \rho(C) : \quad \rho(C) = \rho_A(C) + \rho_B(C) \quad (9)$$

$$\text{ただし、} \quad \rho_A(C) = \frac{1}{K n} \sum_{k=1}^K \|y_B^{(k)} - \tilde{y}_{BA}^{(k)}\|, \quad (10)$$

$$\rho_B(C) = \frac{1}{K n} \sum_{k=1}^K \|y_A^{(k)} - \tilde{y}_{AB}^{(k)}\|, \quad (11)$$

$\tilde{y}_{BA}^{(k)}$: 観測データ A によって決定された部分モデル $M_A(C)$ による
観測データ B におけるファジィ出力 $y_B^{(k)}$ の予測値

$\tilde{y}_{AB}^{(k)}$: 観測データ B によって決定された部分モデル $M_B(C)$ による
観測データ A におけるファジィ出力 $y_A^{(k)}$ の予測値

すなわち、 $\rho(C)$ は、入力項目の組合せ C に対する2つの部分モデルによる出力

予測誤差を評価するための規範となっている。

$$\begin{aligned} \text{入力項目の選択問題: } \text{Min } \rho(C) & \quad (12) \\ C \in B(X) & \end{aligned}$$

最終的なモデルの決定は、 $\rho(C)$ を最小にする最適な入力項目の組合せ C^* に対して定まる2つの部分モデル $M_A(C^*)$ と $M_B(C^*)$ のうち、以下に示すモデル選択規範 ϕ の値が小さい方を選択して最終決定する。

$$\phi_A = F_{C^*}(R_A^*, Q_A^*) + \rho_A(C^*) \quad (13)$$

$$\phi_B = F_{C^*}(R_B^*, Q_B^*) + \rho_B(C^*) \quad (14)$$

ただし、上式右辺の第1項は、ファジイ出力に対する部分モデルの推定誤差、第2項は部分モデルによるファジイ出力の予測誤差を表している。

4. 数値例

ここでは、以下に定めるファジイシステム NFS を未知システムと仮定して、本同定法を適用することにより、入力項目の選択結果と同定された凸結合形ファジイシステムモデルによるファジイ出力の予測性を検証する。

$$\text{仮定されたファジイシステム NFS: } y = f(x) \quad (15)$$

ただし、 $x \in F(\hat{X})$ は入力集合 $\hat{X} = \{x_1, x_2, x_3\}$ に対するファジイ入力、 $y \in F(Y)$ は出力集合 $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6\}$ に対するファジイ出力を表している。また、関数 f は次式によって定義されている。

$$y(y_1) = 0.6x(x_1) + 0.3x(x_2) + 0.1x(x_3) \quad (16)$$

$$y(y_2) = \{0.6x(x_1) + 0.3x(x_2) + 0.1x(x_3) + 0.2\} \wedge 1 \quad (17)$$

$$y(y_3) = x(x_1) \vee x(x_2) \vee x(x_3) \quad (18)$$

$$y(y_4) = \{x(x_1) \vee x(x_2) \vee x(x_3) + 0.2\} \wedge 1 \quad (19)$$

$$y(y_5) = x(x_1) \wedge x(x_2) \wedge x(x_3) \quad (20)$$

$$y(y_6) = \{x(x_1) \wedge x(x_2) \wedge x(x_3) - 0.2\} \vee 0 \quad (21)$$

すなわち、このファジイシステムは入力項目 x_1, x_2, x_3 のみによってファジイ出力が規定されている。そこで、このファジイシステムの真の入力項目 x_1, x_2, x_3 および (16) ~ (21) 式が未知と仮定し、以下に示すファジイ入出力データを観測データとして本同定法の適用を行なう。

$$\text{観測されたファジイ入出力データ: } (x^{(k)}, y^{(k)}), k = 1, 2, \dots, 10$$

ただし、 $x^{(k)}$ は $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ 上で観測されたファジイ入力とし、乱数値によって以下のように定め、

$x^{(k)} = [x^{(k)}(x_1) \ x^{(k)}(x_2) \ x^{(k)}(x_3) \ x^{(k)}(x_4) \ x^{(k)}(x_5) \ x^{(k)}(x_6)]$,
 $x^{(k)}(x_1)$, $x^{(k)}(x_2)$, $x^{(k)}(x_3)$ の値を(16)～(17)式に代入して得られた値を観測されたファジイ出力 $y^{(k)}$ としている。

以上のデータを用いて、本同定法を適用した結果、最適な入力項目の組合せは $C^* = \{x_1, x_2, x_3\}$ となり真の入力項目 \hat{X} を選択することができた。また、同定された凸結合形ファジイシステムモデル(部分モデル $M_{\rho}(C^*)$)によって未知のファジイ出力を予測した結果、メンバーシップ値の平均予測誤差が $\rho_{\rho}(C^*) = 0.075$ と小さく、良好な予測精度が得られた。

5. おわりに

あいまいなシステムの同定法としては、他にファジイ推論法によるファジイモデリング⁸⁾がある。本同定法が応用可能性という点でこうしたファジイモデリング法とどのように補い合うのかを明らかにすることも今後の1つの課題と考える。

参考文献

- 1) 寺野：システム工学入門 - あいまいな問題への挑戦 - , 共立出版(1985).
- 2) 大里, 関口：凸結合されたSup・min-Inf・max合成Fuzzy関係式の解法, 計測自動制御学会論文集, 第19巻, 第3号, pp.212-219 (1983).
- 3) 大里, 関口：凸結合形合成Fuzzy関係式の解法, 計測自動制御学会論文集, 第20巻, 第7号, pp.627-634 (1984).
- 4) 大里, 関口：凸結合形Fuzzy関係式の最大・最小解, 計測自動制御学会論文集, 第21巻, 第5号, pp.423-428 (1985).
- 5) 大里, 関口：凸結合形Fuzzy入出力システムの同定, 第10回システムシンポジウム講演論文集(SICE), pp.189-194 (1984).
- 6) 大里, 関口：連立した凸結合形Fuzzy関係式の逐次解法とその応用について, 第2回ファジイシステムシンポジウム講演論文集, pp.191-196 (1986).
- 7) A.Ohsato and T.Sekiguchi: Convexly Combined Fuzzy Relational Equations and Several Aspects of Their Application to Fuzzy Information Processing, Information Sciences (1987). (to be published)
- 8) T.Takagi and M.Sugeno: Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol.SMC-15, No.1, pp.116-132 (1985)

ファジィ構造分析手法の 交通圏分析への適用

An Application of Fuzzy Structural Modeling
Method to the Analysis of Conurbation

飯田恭敬、秋山孝正、四之宮和幸
Yasunori Iida, Takamasa Akiyama, Kazuyuki Sinomiya

京都大学工学部交通土木工学教室
Department of Transportation Engineering
Kyoto University

Abstract:

It is necessary to describe fuzziness in transportation interaction as a structure. The objective of the study is the structure in Tayama-Takaoka conurbation is described as the interaction among cities and towns. The data were gathered from Person Trip Survey. The results of the calculation was reported and extended analysis was also done. It concluded that Fuzzy Structural Modeling Method is very useful to investigate the conurbation precisely.

Keywords: Fuzzy Structural Modeling, Conurbation, Person Trip

1. はしがき

ファジィ集合の概念は、これまで理論的に各種検討がおこなわれているが、積極的な実際の問題への適用も重要とされている。近年、土木計画の分野においては、住民意識の類型化のための分析にファジィクラスタリングを用いたもの¹⁾、交通制御の問題にファジィ制御の方法を適用したもの²⁾、交通圏構造の把握の補助資料としてファジィ構造分析手法を用いたもの³⁾などがある。これらの研究は、いずれも土木計画分野における各種問題のファジィな取扱いをめざしたものである。本研究では、特に地域計画的な問題の分析にファジィ手法の適用を試みた。このように、分析結果を土木計画の資料として用いるような場合には、一意な分析結果を知るよりも、柔軟性の残された形のファジィな考え方は重要であると考えられる。そこで、本研究においては、交通行動を記述する際に有効なトリップチェーンの考え方にに基づき、基礎的データを作成し、これにもとづき、ファジィ構造分析手法を用いることによって交通圏分析を行う。

2. 交通圏分析の方法

2. 1 交通圏の考え方とその取扱い

一般に都市は、いくつかの地域が一体化して一つの交通圏域を形成しており、概念的には「中心的な核を一つあるいは複数個持ち、この核に従属する地域群」が存在している。いくつかの指標からこうした地域間の結合関係を検討することができるが、人の動きの広域化と高度情報化を考慮すれば、人の流動からみた交通圏の把握は有意義であり、これらを交通計画、道路網計画の一資料として用いることも可能である。

実際には、単に交通調査データから現状を導き出すばかりではなく、交通圏の構造的な把握を意図する場合も多く存在する。そこで分析にあたっては、ISM等の構造分析手法が用いられており⁴⁾、いくつかの検討結果を与えている。ここで、さらに必要とされる点として、①分析結果を交通計画上の資料とするためには、一意な交通構造の記述ではなく、いくつかの検討のための側面をもつ柔軟な構造を持つことが必要であること。②従来法によって得られる分析結果と大きく矛盾を生じないこと、などが挙げられる。このような観点から、ファジィ構造分析手法には、従来方法の拡張でありまた構造パラメータによる柔軟な構造分析に対応することからその実用性は高いと考えられる。

2.2 トリップチェーンの基本概念⁵⁾

個人の交通行動に着目したトリップチェーン分析に関する基本的用語を説明する。個人の行動は、図-1に示すような行動連鎖として表現される。

①トリップチェーン

(Trip chain or Trip chaining):

ある個人の一日の連鎖したトリップから構成される交通軌跡を表す。本図の場合には、7トリップによって構成されるチェーンとすることができる。

②サイクル(Cycle)

1つのトリップチェーンのなかで、連続するいくつかのトリップにより形成される閉路をいう。本図の例では、3サイクルが形成されている。

③ベース(Base)

あるトリップチェーンの第1トリップの起点、あるいはサイクルを生じ得る施設と定義される。具体的には、自宅ベース(H.B.:home-base)あるいは事業所ベース(O.B.:office base)が該当する。本図では、前者のホームベースが●、オフィスベースは●で表示されている。

④ソージャー(Sojourn)

個々のトリップチェーンの中で各トリップの着エンドがベース以外のものを示す。すなわち、ベースが人の一日の動きにおける拠点を示すのに対し、ソージャーは個々のトリップにおける訪問先を示す。本例は、S₁~S₃の3ソージャーのチェーンである。

⑤トリップ連鎖パターン(Travel pattern)

トリップチェーンをサイクル数 c とソージャー数 s により、類型化したもの。サイクル数はベースを拠点とした交通生成パターンを、またソージャー数は一日という単位でみたときの流動形態を表す。サイクル数とソージャー数が与えられると一日全体のトリップは、トリップパターン $B(C,S)$ で類型化することができる。

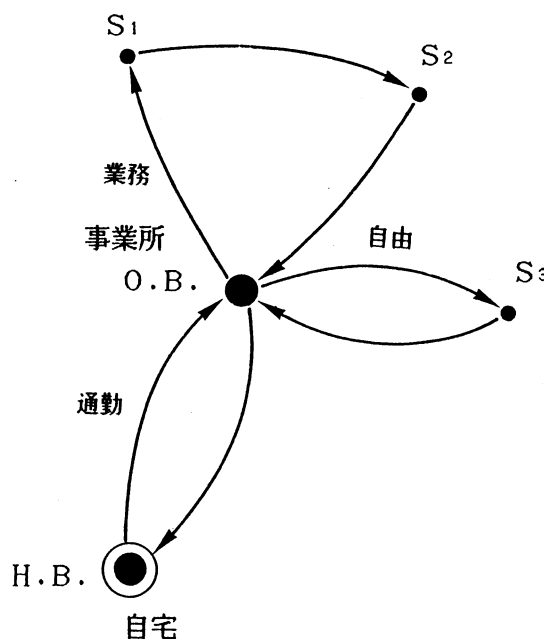


図-1 トリップチェーンの例

2.3 オフィスベースソージャー表

前述したように、トリップチェーン的思考により、従来のOD表(起終点表)に対し、オフィスベースソージャー関係を検討する。オフィスベースソージャー交通量は、ベ

イスからソージャーの交通量として集計される。たとえば、前述の図-1のようなトリップチェーンのOD表の集計過程においては、各トリップを分断して考えるため、

$$O.B. \rightarrow S_1, S_1 \rightarrow S_2, S_2 \rightarrow O.B., O.B. \rightarrow S_3, S_3 \rightarrow O.B.$$

と集計される。一方オフィスベース ソージャー交通量では

$$O.B. \rightarrow S_1, O.B. \rightarrow S_2, O.B. \rightarrow S_3$$

というように、各業務目的トリップにおいて、本来関係があるオフィスベースとソージャーという交通行動として取り扱うことができる。さらにこれをベースごとに集計したものがオフィスベースソージャー表(OS表)であり、

表-1 オフィスベースソージャー表

表-1に示すような形に集計される。ここで、 T_{ij} は、ベース*i*からソージャー*j*への交通量を表す。また G_i は、ベース*i*からの流出交通量を、 A_j はソージャー*j*への流入交通量を表す。本研究では、富山・高岡都市圏を対象とし、パーソントリップ調査結果から、業務目的の車利用トリップについてオフィスベースソージャー表を作成した⁶⁾。

| S O.B. | 1 | 2 | ... | j | ... | n | |
|-----------|----------|-----|-----|----------------------|-----|----------|-------|
| 1 | T_{11} | ... | | | | T_{1n} | A_1 |
| 2 | ⋮ | | | | | ⋮ | A_2 |
| ⋮ | | | | | | | ⋮ |
| i | | | | $\dots T_{ij} \dots$ | | | A_i |
| ⋮ | ⋮ | | | ⋮ | | ⋮ | ⋮ |
| n | T_{n1} | ... | | | | T_{nn} | A_n |
| | G_1 | ... | | G_j | ... | G_n | |

3. ファジィ構造分析手法とその意味

3.1 ファジィ構造分析手法の基本的手順

ファジィ構造分析手法(FSM:Fuzzy Structural Modeling)は、構造分析手法であるISM法と同様な取扱いをファジィ関係行列に対しても行うために、田崎らによって考案された方法である⁷⁾。ここでは、この基本的考え方について述べる。

まず構造同定を行う対象システムを、要素の集合体として、 $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ とし、要素2項間のファジィ従属行列Aを $\{a_{ij}\}$ と定義する。行列Aは、 $n \times n$ 行列でありその要素 a_{ij} は、

$$a_{ij} = fr(S_i, S_j) \quad 0 \leq a_{ij} \leq 1 \quad (1)$$

fr : 要素間のファジィ2項関係に関するメンバーシップ関数。すなわち $fr(S_i, S_j)$ は、ある意味での S_i, S_j 間の結合程度を示すものといえる。

また、ファジィ補集合 \bar{A} のメンバーシップ関数 \bar{fr} と fr との関係は、

$$\bar{fr} = (1 - fr) / (1 + \lambda \cdot fr) \quad (-1 < \lambda < \infty) \quad (2)$$

分析の最初に設定する関係の有無をみるための境界値 p ($0 < p \leq 1$)を設定し、このファジィ従属行列Aを用いて、次の手順でSの構造を決定する。

(1) 最上層レベル集合の要素に関しては行を消去、最下層レベル集合の要素については列を消去、独立レベル集合の要素については行および列を消去し、要素間の従属関係を示す小行列(単一ハイアラーキー行列 $A^{(j)}$)を作成する。これはグラフ上で結合していない箇所について、行列から除去することを示している。

(2) ファジィ構造パラメーター λ の値を設定し、各単一ハイアラーキー行列 $A^{(j)}$ に関してグラフ化する。ここでレギュラー行(列)は要素間の一意的従属関係を示す。

要素 S_i に対するレギュラー行 S_k , $k=1, 2, \dots, m$ の消去は

$$a_{.i}^* = a_{.i}^{(j)} \prod_{k=1}^m (a_{.k}^{(j)}) \quad (3)$$

により、 $a_{.i}^{(j)}$ を $a_{.i}^*$ に置き換えることにより行う。

3.2 ファジィ構造分析の適用上の意味

これまでに述べた方法によって、交通圏の分析を行うが、この時にファジィ構造分析においていくつかの構造化の特徴を挙げることができる。

- ①結合強度を表す値は0以上、1以下である。 ②ファジィ非反射律が成り立つ。
③ファジィ非対称律が成り立つ。 ④ファジィ半推移律が成り立つ。

①のように、結合強度をメンバシップ関数として表現することにより、ファジィ集合としての取扱が可能となる。具体的には、基礎データとしてOS表を用いて、流出側と流入側2つの指標を比率で与えることが考えられる。

(a) $F_{ij} = T_{ij} / G_i$: 流出率, (b) $E_{ij} = T_{ij} / A_j$: 流入率

ここで G_i : 全発生交通量, A_j : 全集中交通量

したがって、いずれも「結合の強いほどその値は1に接近する」ことがわかる。

②については、行列の対角要素すなわち、自ゾーン内でのトリップを省略することで条件を満たすことができる。これは、交通圏を他ゾーンとの結びつきとして捉える場合には、分析上ゾーン内々交通量は必要としないことに対応するものである。

③については、今回用いた形の交通圏のデータの場合には、オフィスベースとソジャーンのあいだの従属関係は比較的明確であり、対角要素間の大小は一意的である。したがって境界値の設定による差異はあるが、基本的に条件を満たす行列となっている。

④については、3ゾーン以上の交通圏としての結合関係を規定するものであり、修正計算が必要である。この結果修正された行列からは、中間層として存在するゾーンが明確に示されることになり、これが副次的核を記述することになる。

以上のような検討から、オフィスベースソジャーン表をもとに、データ行列を作成し、ファジィ構造分析手法を用いた交通圏構造の分析が可能であることがわかった。

4. 業務交通に関する交通圏の構造分析

4.1 構造分析結果について

ここでは、自動車交通からみた業務交通圏の分析を目的としている。そこで、業務目的車利用トリップよりOS表を用いて、それぞれの指標について階層構造化を行った。ファジィ構造パラメーター λ は、これまでも報告されているように、基本的な構造を変化させることは少ない。そこで、ファジィ補集合の帰属度を大きく評価するために、 $\lambda = -0.9$ とした。 p の値は、結びつきの強さをグラフ化する際に表現するため、構造があまり複雑にならない程度でできるだけ小さい値を用いた。図-2に、各ケースのうち基本的な、流出率 F_{ij} を用いた分析結果を図示する。また、以下に分析結果を述べる。

(1) 流出率 F_{ij} からみた構造

富山市、高岡市には、強く結合した町があり核といえる。特に富山市圏内に含まれるゾーンは大きく依存している町が多い。基準値 p を本図の例より若干大きく0.20とすると、県北東部、県南西部は独立都市として表現され、それぞれ滑川市、砺波市が、核との中立都市的性格を持っていることがわかる。また、小杉町は、富山市と高岡市の両ゾーンに結合する中立都市となっている。小矢部市は内々率も71%と高く、また石川県との県境に位置し、特にどの町とも結合しておらず、独立都市的性格の町であるといえる。

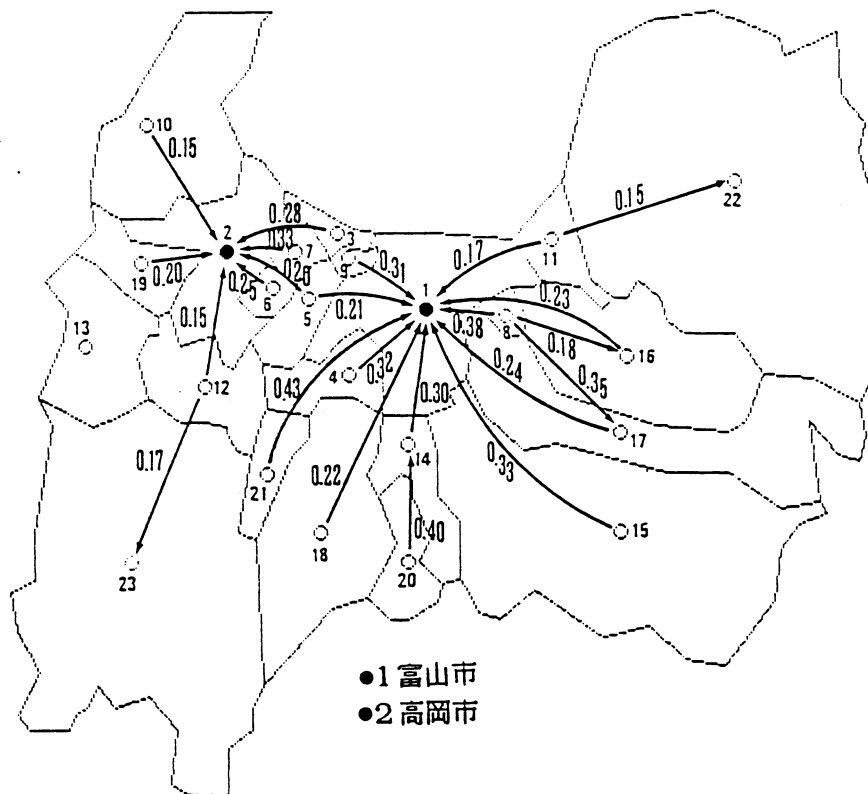


図-2 構造分析結果 ($p=0.15$, $\lambda=-0.9$)

(2) 流入率E_{ij}からみた構造

この場合は、ゾーンごとに、そのゾーンへの交通量のベースをどこに持つかという観点から検討したものである。ここでは、図示は省略するが、流出率の場合に比べて、新湊市が新たに中立圏都市的性格を増す。また、県北東部は、ベースとしては、独立の傾向が強かったが、ソージャーンとしては強く富山市に結びついている。すなわち富山市を中心とした業務活動はこの地域にも至っていることがわかる。

以上の構造分析の結果から、富山市と高岡都市圏について以下の点が整理される。

- ①富山県は、富山市、高岡市を中心とする2核構造を持つ交通圏を形成している。またこの2つの核に対する関連交通は、広域的に広がっている。
- ②小杉市、新湊市が、富山圏域、高岡圏域の中立都市になっている。
- ③県南西部は砺波市に強く結びつき、砺波市は、副次的核都市であるといえる。
- ④小矢部市は流出、流入の両面からみて独立都市的性格を持つといえる。
- ⑤大沢野町は、流出の面からみると細入村の副次的核であるといえる。

4.2 分析結果の検討

表-2 pの値による結合の変化

つぎに、ファジィ構造分析方法の特徴として、基準値pおよびファジィ構造パラメータλの値によって構造が変化する点がある。

結合の有無を判断するためのpの値の最小値はF S M手法の条件、ファジィ非反射律より決定され、

| 境界値 p の値 | 0.15 | 0.16 | 0.20 | 0.30 | 0.40 |
|----------|------|------|------|------|------|
| 関連ゾーン数 | 18 | 17 | 15 | 8 | 2 |
| 結合合計数 | 24 | 22 | 18 | 10 | 3 |

本表に示すように p の値を大きくしていくと、結びつきの強い関係がものが残る。これを、今回の交通圏について検討した結果を表-2に示す。他ゾーンと何等かの関係が表れている関連ゾーン数、結合を示すアークの本数を示す結合合計数ともに、徐々に減少することがわかる。また、境界値 p を大きくした場合には、最も中心的な構造のみ保存される。したがって、境界値 $p=0.3$ 程度以上の場合がこれに対応し、富山市、高岡市ともに近隣ゾーンのみの結合が強調された形で10箇所程度の結合状態になっている。

5. おわりに

本研究では、都市圏の交通流動を構造的に明示することにより交通計画上の基礎的検討資料とすることを目的としてファジィ構造分析手法を用いた分析を行った。この結果、核及びその関連地域が、グラフ表示され、具体的な検討が容易となった。さらに構造の詳細の解明のために各種分析を行い、交通圏の構造把握に以下の対する結論が得られた。

①ファジィ構造分析手法は、要素間の関係を構造として記述することに適している。構造分析手法として有効で、都市圏構造の把握においても、オフィスベースソージャー表のデータを用いて、明確に各地域間の結合状態を表現できることがわかった。

②また、ファジィ構造分析は、パラメータ p を与えることで、いくつかの規準による結合性の差異が表現でき柔軟な構造分析が可能であることがわかった。

さらに交通圏域に関する分析を進め、交通計画上の利用を可能とするためにはなおいくつかの問題点が残されており、今後の課題としてまとめることができる。

①本研究においては、都市の交通行動を業務交通を中心として検討した。実際には、各都市の交通行動はその他の目的を持つ交通についても検討されるべきである。ファジィ構造分析の方法は、本来ファジィなデータの取りまとめに有効と考えられるが、実際の計測データを用いる際には、ファジィ性を残したデータ収集が難しい。

②トリップチェーンとしての取扱いで、詳細な検討が可能となり、またこれにFSMを用いることで構造の明確化がおこなわれた、本来の人間のファジィ性の取扱い方法としては、トリップ行動モデル化への、ファジィ手法の適用を検討すべきである。

最後に、本研究の遂行にあたり、データの収集に御協力いただいた富山県土木部都市計画課に感謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) Tsuna Sasaki and Takamasa Akiyama: An Analysis of Regional Defference in Inhabitants' Consciousness to The Road Construction by Fuzzy Clustering, Proc. of JSCE, No.337/IV-6, pp.107-115, January, 1987.
- 2) 秋山孝正・佐佐木綱・奥村透・広川誠一：ファジィ流入制御モデルの作成と検討，土木計画学研究・論文集，4，pp.93-100，1986.
- 3) 橋木武・吉武哲信：広域圏域の設定に関する基礎的研究，土木計画学研究・講演集，9，pp.369-376，1986.
- 4) 飯田恭敬・高山純一・橋本和重：交通圏の設定とその構造分析に関する一考察，第16回日本都市計画学会学術研究発表会，pp.289-293，1981.
- 5) 西井和夫・佐佐木綱・仲義史：トリップチェーンによる一日生活圏の大きさとその構成に関する計量分析，土木計画学研究・講演集，9，pp.535-542，1986.
- 6) 富山高岡広域都市圏第2回パーソントリップ調査報告書，Vol.1，Vol.2，1986.
- 7) 田崎栄一朗：あいまい理論による社会システムの構造化，数理科学 No.191，pp.55-66，May，1979.

ファジィ集合とメンバーシップ関数

A fuzzy set and a membership function

中島 信之
NAKAJIMA, Nobuyuki

和歌山県立医科大学
Wakayama Medical College

Abstract

A single fuzzy set is often characterized by two or more distinct membership functions. But they are equivalent to each other for some problems. It is shown that a family of fuzzy sets on X , defined as an algebraic system which contains $P(X)$, the power set of X , and satisfies some natural axioms, becomes a family of L-fuzzy sets. A fuzzy set does not depend on the form of membership function.

§ 1. 序

空間 X のファジィ集合は、1965年 Zadeh⁽¹⁾ によって、 X から区間 $[0,1]$ への関数 (メンバーシップ関数) によって特性づけられた「集合」として定義されている。ちょうど通常の集合が特性関数と同一視できるように、ファジィ集合は、 $[0,1]$ を値域とするメンバーシップ関数と同一視されると考えるのである。こうみる限りにおいて、ファジィ集合は通常の集合に似るが、通常の集合が、集合として厳然と存在し、かつ特性関数に 1 対 1 対応しているのに対して、ファジィ集合は、メンバーシップ関数と対応した形で存在しているかのように見えているものの、実際には実体のない虚構の集合である。このため、ある語をラベルとして持つファジィ集合を考えると、語そのものが自動的にメンバーシップ関数を決定するわけではない。ひとつのファジィ集合がいくつもの異なったメンバーシップ関数に特性づけられる、ということが起こりうる。例として old をラベルとして持つファジィ集合を考えてみよう。この集合はときに Zadeh の S-関数⁽²⁾、すなわち

$$\mu_{\text{old}}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 60 \\ 2 [(x-60)/20]^2 & 60 \leq x \leq 70 \\ 1 - 2 [(x-80)/20]^2 & 70 \leq x \leq 80 \\ 1 & 80 \leq x \end{cases} \quad (1)$$

によって特性づけられるが、また別の人あるいは別の機会には、別のメンバーシップ関数、例えば、三角型関数

$$\mu_{\text{old}}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 60 \\ (x-60)/20 & 60 \leq x \leq 80 \\ 1 & 80 \leq x \end{cases} \quad (2)$$

によってしばしば特性づけられることになる。

実際には、ある種の問題に対しては、これらの2種のメンバーシップ関数は、全く同等の解をもたらすので、その点では、どちらをファジィ集合 old のメンバーシップ関数として採用するかは本質的ではないといえる⁷⁾。

いずれにせよ、ファジィ集合とメンバーシップ関数が1対1に対応していないとなると、メンバーシップ関数によってファジィ集合を特性づけるという定義も意味を失ってしまう。そこでファジィ集合の族を、空間 X の部分集合の全体 $P(X)$ を含み、いくつかの性質を満たす代数的系として定義する、という考え方がある。本稿の目的は、こういった考え方でファジィ集合族を定義し、その代数的表現を与えることである。

§ 2. 自然言語とファジィ集合

ファジィ集合論は人間の思考の数学的なモデルといってよい。人間の思考は、自然言語を通じてなされるのであるから、ファジィ集合論は自然言語の体系のある面での数学的モデルであるともいえる。だから、ファジィ集合の族は自然言語の論理にしたがうことが要請されるであろう。

論理学の分野には、古典論理、直観論理、量子論理、そのほか多くの論理が存在することが知られている。現実の世界は十分複雑で、それが統一的に、ただひとつの論理によって支配されているとは考えにくい。それぞれの局面を支配している論理は、ときに古典論理であったり、あるいは、直観論理、あるいは量子論理——というように場面場面に応じてそれにもっともふさわしい論理が支配しているように思われる。つまり上の各論理はいずれも現実の世界を支配している巨大な（必ずしも整合的でないかもしれぬ）論理の、局所的なモデルであるといつてよいかもしれない。

自然言語は、現実世界を支配する論理のある側面の表現であるといえるのであるが、では自然言語の論理としてどれがもっともふさわしいかということになると、にわかには決めがたい問題であろう。ファジィ集合論が自然言語の数学的モデルであるのだから、ファジィ集合論のしたがう論理もまた簡単には決めがたいということになる。竹内¹⁰⁾は、ファジィ集合論について、メンバーシップ関数値の空間 $[0,1]$ は束としてみるとき、完備 Heyting 代数 (cHa) であり、また直観論理のモデルとなる束として cHa が定義されているから、ファジィ集合論の論理が直観論理であるというのは必然的な結論である、と述べており、きわめて示唆に富んだ発言である。

§ 3. 一般ファジィ集合族

自然言語をなぞるように、ファジィ集合の族 $F(X)$ を構成する。いいかえると、自然言語における各語 (term) に対して $F(X)$ の元ファジィ集合が対応しているものとする。 $F(X)$ 内には、2種類の演算、"or" と "and" が定義されていて、それらに関して閉じていると仮定しよう。ファジィ集合の族はこれらの演算に関して、自然言語において成り立っている法則を満たしていなければならないであろう。このために自然言語の世界でどんな法則が成立しているかを知らねばならないのだが、それは決して容易ではない。

まず、交換、結合、吸収の3法則についてみてみよう。自然言語がこれらを満たしているかどうかはよくわからないが、成立しているとみるのも決して不自然ではない。もし自然言語系で成り立っているのならば、ファジィ集合の族もこれらを満たしているとみなしてよい⁸⁾。ゆ

えに $F(X)$ は2種類の演算に関して束を構成する，ということがいえる．自然言語においては，演算の任意回数のくりかえしに関して閉じていると考えるのは極めて自然であり，このことからファジィ集合族は，それらを含む代数的系であるから，完備でなければならないという条件が自然に導き出される．つぎに分配法則．これも自然言語において成立しているか否か容易に判定できない問題である．本稿では成立しているとみなして論を進める^{6, 8)}．

定義1. 完備 Heyting 代数 (cHa)

完備な分配束 L が \wedge に関する完全分配法則

$$\bigvee_i (p_i \wedge q) = (\bigvee_i p_i) \wedge q \quad p_i, q \in L \quad (3)$$

を満たすとき，完備 Heyting 代数という⁹⁾．

定義2. 一般ファジィ集合族

2つの演算 \vee と \wedge に関して閉じた系 $GF(X)$ を，以下の条件を満たすとき，一般ファジィ集合族とよぶ．

- (1) $GF(X)$ は \vee と \wedge に関して完備 Heyting 代数である．
- (2) $GF(X)$ は， X のベキ集合 $P(X)$ を部分束として含んでいる．
- (3) 演算 \vee と \wedge は $P(X)$ においては，集合算 \cup と \cap とに一致する．
- (4) $GF(X)$ の任意の元 A について， $A \vee X = X$ ， $A \wedge \phi = \phi$ ．

定義3. L -ファジィ集合

X の任意の x に対して， L_x を x に対応する束とし， $\mathcal{L} = [L_x \mid x \in X]$ とする． x に対して L_x の値 $\mu_A(x)$ を対応させるメンバーシップ関数 μ_A によって特性づけられる A を L -ファジィ集合とよぶ．

任意の x に対して， $L_x \equiv L$ のときは， \mathcal{L} -ファジィ集合は Goguen²⁾ の L -ファジィ集合と一致することがわかる．

定理1. 任意の x に対して L_x が cHa ならば， L -ファジィ集合の全体からなる族は一般ファジィ集合族をなす．

2つの， E_1, E_2 を表現空間としてもつ Boole 代数 $L_1 = P(E_1)$ ， $L_2 = P(E_2)$ に対して， $E_1 \times E_2$ を表現空間としてもつ Boole 代数を， $L_1 \otimes L_2 = P(E_1 \times E_2)$ と書く． L_1 および L_2 は， L_1 の元 A とおよび L_2 の元 B をそれぞれ $L_1 \otimes L_2$ の元 $A \times E_2$ ，および $E_1 \times B$ を同一視することによって $L_1 \otimes L_2$ の部分束とみなすことができる． $L_1 \otimes L_2$ において L_1 と， L_2 の部分集合 M を含む最小の部分束を， M を付加して得られる L_1 の拡大束といい， $L_1(M)$ と書く．また L_1 と M を含む最小の cHa を M を付加して得られる L_1 の拡大 cHa とよび， $\overline{L_1(M)}$ と書く．

空間 X のベキ集合 $B = P(X)$ に空間 Y のベキ集合 $P(Y)$ の部分束 L を付加して得られる B の拡大 cHa $\overline{B(L)}$ を考える．

定理2. $\overline{B(L)}$ の任意の元 A はメンバーシップ関数 $\mu_A : X \rightarrow L$ によって特性づけられる L -ファジィ集合である.

定理3. 一般ファジィ集合族 $GF(X)$ に対して $L = [L_x \mid x \in X]$ が存在して, $GF(X)$ の任意の元 A は L -ファジィ集合である. もし, $L_x \equiv L$ が任意の x について成立するならば, $GF(X) = B(L)$ が成立する.

定理3を証明するために必要な補題をいくつか準備する.

補題1 (分配束の表現定理) (例えば, 岩村⁵⁾を見よ). 任意の分配的な束に対して, 集合 (表現空間) E が存在して, L は $P(E)$ の部分束と束として同型である.

補題2. 集合 X のベキ集合 $P(X)$ が集合 Z のベキ集合 $P(Z)$ の部分束 S と束同型であるとす, ただし S は $\max S = Z, \min S = \phi$ を満たすものとする. このときつぎのような集合 Y が存在する. すなわち, X の任意の点 x に対して Y の部分集合 Y_x が対応していて, Z の任意の点 z は, $z = (x_z, y_z), x_z \in X, y_z \in Y_{x_z}$ と一意に表され, 逆に, $(x, y), x \in X, y \in Y_x$ は Z の点となる.

補題3. 補題2と同じ条件のもとに, $P(Z)$ の部分束 M の元 A と X の点 x に対して, $A_x = \{y \mid (x, y) \in A\}$ とおく. このとき, $L_x = \{A_x \mid A \in M\}$ は $P(Y_x)$ の部分束である. またもし M が cHa であれば, L_x も cHa である.

定理3の証明. $GF(X)$ は cHa であるから分配的である. したがって補題1によって, $GF(X)$ は $P(Z)$ の部分束と束同型である. $GF(X)$ から $P(Z)$ への束同型写像を h とする. ここで Z は $GF(X)$ の最大元, すなわち X , に対応するように選ぶものとする: $Z = h(X)$. $P(X)$ は $GF(X)$ の部分束であるから, $P(Z)$ の部分束と束同型になる. よって補題2, 3によって $GF(X)$ の元 A は, $GF(X)$ が cHa であるから,

$$\begin{aligned} A &= Z \wedge A \\ &= (\bigvee h(x)) \wedge A \\ &= \bigvee (h(x) \wedge A) \\ &= \bigvee (\{x\} \times A_x). \end{aligned} \tag{4}$$

よって, 写像 μ_A を x に対して L_x の元 A_x を対応させるよう定義すると, μ_A は X 上の L 値メンバーシップ関数である. すなわち A は L -ファジィ集合である.

もし全ての x について $L_x \equiv L$ であれば, $Y_x \equiv Y$ とすることができ, したがって A は

$$A = \bigvee_x (\{x\} \times Y) \wedge (X \times A_x) \tag{5}$$

と表すことができる. ここで $\{x\} \times Y$ は $B = P(X)$ の元であり, $X \times A_x$ は L の元であるから, A は $\overline{B(L)}$ の元である. $\overline{B(L)}$ は B と L を含む最小の cHa であるから, $\overline{B(L)}$ は $GF(X)$ に含まれる. すなわち $GF(X) = \overline{B(L)}$.

§ 4. 考察

1. ファジィ集合族を定義するにあたって、完備 Heyting 代数であることは、ひとつには定理3の証明中で必要であったが、それだけではなく、実用面でも、例えば、ファジィ制御において推論規則 "if x is A then y is B" 入力と "x is A'" が与えられたときの出力 B' は

$$\begin{aligned}\mu_{B'}(y) &= \bigvee [\mu_{A'}(x) \wedge \{\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)\}] \\ &= [\bigvee \{\mu_{A'}(x) \wedge \mu_A(x)\}] \wedge \mu_B(y)\end{aligned}\quad (6)$$

と計算されるが、1行目から2行目へは に関する完全分配法則が用いられている。∧に関する完全分配法則は必要とされていないので cHa であることが必要かつ十分だということがわかる。

2. 最も一般の場合、 L_x は同一である必要はないが、 X の中に演算が定義されていて、拡張原理を使って、ファジィ集合間の演算に拡張したいといったときには、全ての L_x が同一であることが必要となる。このときには $GF(X)$ と $\overline{B(L)}$ とL-ファジィ集合はすべて同等のものとなる。

3. ファジィ集合をメンバーシップ関数を用いずに、代数的に定義しようという試みは少なからずある。その中で最もすぐれているように思われるのは Goguen^{3,4)}の圏 (category) によるものであろう。ただ空対象と空集合との関係がもう一步明瞭さが足りないのではないかと、この印象を筆者は受けた。

4. $GF(X)$ は分配法則を満たしているから、 $L = [0,1]$ のときには、Bellman & Giertz¹⁾に示されたとおり、 $\bigvee = \max$, $\bigwedge = \min$ となる。

参考文献

- 1) Bellman, R. and Giertz, M., On the analytic formalism of the theory of fuzzy sets, Inform.Sci., 5, pp.149/156, 1973
- 2) Goguen, J.A.: L-fuzzy Sets, J.Math.Anal.Appl., 18, pp.145/174, 1967
- 3) Goguen, J.A.: Categories of V-sets, Bull.Amer.Math.Soc., 75, pp.622/624, 1969
- 4) Goguen, J.A.: Concept representation in natural and artificial languages: axioms, extensions and applications for fuzzy sets, Int.J.Man-Machine Studies, 6, pp.513/561, 1974
- 5) 岩村聯: 束論, 共立出版, 1966
- 6) McGoveran, D., Fuzzy logic and non-distributive truth valuations, in Wang, P.P. et al. Ed., Fuzzy sets, Plenum Press, pp.49/57, 1980
- 7) 中島信之: メンバーシップ関数の決定について, 第2回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.154/159, 1986
- 8) Nakajima, N.: Algebraic structure of a family of fuzzy sets, Bull. Wakayama Med. Col., 16, pp.87-91, 1986
- 9) 竹内外史: 直観主義集合論, 紀伊国書店, 1980
- 10) 竹内外史: 線形代数と量子力学, 裳華房, pp.131/162, 1981
- 11) Zadeh, L.A.,: Fuzzy Sets, Inform. Contr., 8, pp.338/353, 1965
- 12) Zadeh, L.A.,: Fuzzy algorithms, Inform. Contr., 12, pp.94/102, 1968

モード型演算の導入

Introduction of Mode-Type Operators On Fuzzy Sets

堀内清光

Kiyomitsu Horiuchi

神戸大学大学院自然科学研究科

The Graduate School of Science and Technology,
Kobe University, Rokkodai Nada, Kobe 657, Japan.

[Abstract]

There are many (aggregation) operators already in existence and some of these were selected and used for fuzzy decision-making, fuzzy logic and so on. We introduced some new type operators. The purpose of these operators is to characterize the class of operators which are pointwise, commutative, associative, compatible and averaging. This class of operators coincides with the class of mode-type operators.

[序]

ファジィ集合の概念の中で本質的で重要なものの一つとして(合成)演算の問題がある。(合成)演算とはいくつかのファジィ集合から別のファジィ集合を出す演算のことである。ここでは特に二項演算を考える。普通の集合における(合成)演算は、pointwise性を仮定すれば16通りしかなく、さらに可換性を保つものは8通りしか存在しない。そしてそれらは、unionとcomplement(これは、一項演算)で表される。ところが、ファジィ集合の演算は、真理値が、二値から多値に変わったのであるからそうはならない。もっともよく知られた $[0,1]$ 区間を真理値とするファジィ集合の演算は当然のことながら無限個存在するのである。よって数学的な理論構築を望む立場からは、どの演算を使うかが問題となり、あるいはもっと進んで、望ましい演算の導入の為に真理値を考え直すということも生じるのである。一方、工学に代表される応用の立場からも、実際の用途にあった演算の構築と導入が大きな課題となるのである。このことは、システムを考える上での自由度が増すことであり、ファジィ論の利点の一つといえる。

今回、演算の中でも特別な位置にある averaging 演算に関する基本的な結果を報告する。

[定義]

X を普通の集合とし、 I^X を X 上のファジィ集合の全体とする。ファジィ集合の二項演算 \oplus (つまり $I^X \times I^X \rightarrow I^X$) について、 $A, B, C, D \in I^X$ として、

$$\text{commutative} \iff A \oplus B = B \oplus A$$

(monotone)

$$\text{associative} \iff (A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$$

$$\text{compatible} \iff A \geq C, B \geq D \text{ のとき } A \oplus B \geq C \oplus D$$

$$\text{averaging} \iff A \vee B \geq A \oplus B \geq A \wedge B$$

と定義する。但し、

$$A \vee B \text{ とは } (A \vee B)(x) = \max(A(x), B(x))$$

$$A \wedge B \text{ とは } (A \wedge B)(x) = \min(A(x), B(x))$$

である。

又、演算 \oplus がある $*$: $I \times I \rightarrow I$ が存在して、

$$(A \oplus B)(x) = A(x) * B(x)$$

と書けるとき pointwise と呼ぶとする。

この条件があるときは I 上の演算を考えるだけでよいことになる。

今後は pointwise を仮定した議論となるので、 $a, b \in I$ に対する $a * b$ を考えることとする。

ここで、上の性質が工学的にも種々の意味を持つことは明らかであろう。

commutative で associative ならば、出力が入力の順序によらないシステムに利用できる。compatible(monotone) は、例えば、弱者と弱者が協力しても、強者と強者の連合に勝てない場合を表現できる。pointwise は、個々の点での演算の結果が、他の要素との関連がないという条件である。

さて、特に注目すべきは、averaging である。実際、 A と B のなんらかの合成を考えるのであれば、人間的な”ちょうどよい”ものは、 $A \vee B$ と $A \wedge B$ の中間に存在するのは自然な発想であろう。

すると、上の5つの性質(commutative, associative, compatible, averaging, pointwise)をすべて満足する演算は、かなりすぐれた演算であると言って良い。

そこで、次のような問題が自然に生じた。

[問題] 上の5つの性質をすべて満たす演算にはどんなものがあるか?

明らかに、 $a \vee b$ 、 $a \wedge b$ は、上の5つの性質をすべて満たしている。又、次のタイプの演算もこれらの性質を満たしていることは古くから知られていた。

$t \in I$ を固定して

$$a * b = \text{median}(a, b, t)$$

但し、median は、中央の値をとることを意味する。

例、 $\text{median}(0, 1/2, 1/3) = 1/3$

ここで、 $t = 0$ のときが $a \wedge b$ で、 $t = 1$ のときが $a \vee b$ である。

では、このタイプ以外にもう存在しないのであろうか?

今までは、associative な averaging 演算はもう存在しないと思われてきた。

[モード型演算]

新たに次のような演算が、5つの性質を満足するものとして構成できた。

関数 $f: I \rightarrow I$ が、次の条件を満たすとする。

(1) いかなる区間 $[a, b] \subset I$ に対しても $f(x)$ は、最大値をもつ。

その最大値を M とおいて、

(2) $f(x) = M$ となる区間 $[a, b]$ の中の x の最大値が存在する。

これを $a *_{f} b$ とおく。

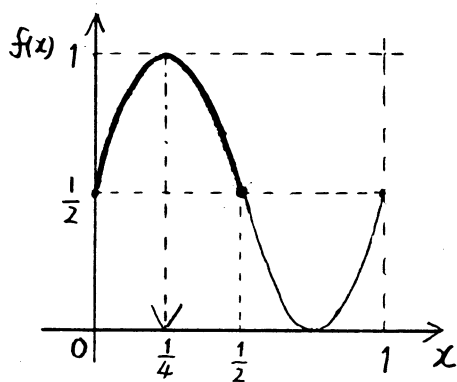
この $*_{f}$ は I 上の2項演算で、上の5つの性質を満足するものである。

ここの f の条件はきつく見えるが、連続関数ならばすべてこの条件を満たしている(連続性の必要はない)。また一見わかりにくそうであるが次の例を見れば明らかであろう。

例 1

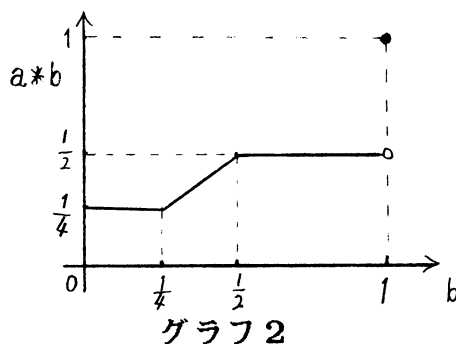
$f(x) = 1/2 \sin 2\pi x + 1/2$ として
 f をグラフに書くと右のようになる。

ここで、例えば $0 *_{f} 1/2$ は、
グラフ 1 をみて、 $1/4$ である。



グラフ 1

$a = 1/2$ と固定したときの、
 $a *_{\tau} b$ と b の関係はグラフ 2 となる。



この演算は median によってつくられた前のタイプ演算をすべて含む。
 つまり、 $a * b = \text{median}(a, b, t)$ は、 $f(x) = 1 - (x - t)^2$ とおくと
 $a * b = a *_{\tau} b$ となる。

L を線形順序集合に拡張して、関数 $f: I \rightarrow L$ を用いて上と同様のことを考えることができる。このとき次の定理が得られる。

[表現定理]

上の 5 つの条件を満たす演算は、すべてこの型の演算で書き表される。

このことは本質的に上の 5 つの性質を満たす演算は、ここで与えた型のもののみであることを意味する。

[結]

$a \vee b \leq a \oplus b$ となる演算（積演算）や、 $a \wedge b \geq a \oplus b$ となる演算（和演算）は Yager や Weber らによって多くの研究がされている。しかし、averaging 演算については、意外に知られていなく、応用研究も比較的少なかった。今回作り出した演算が今後広く利用されることを期待します。

最後に、今回の研究のもとになる話題を紹介していただいた大阪電通大学水本雅晴教授に深く感謝を申し上げます。

[参考文献]

K.Horiuchi, Mode-Type Operators On Fuzzy Sets, Fuzzy Sets and Systems, to appear.

人間の主観的あいまい数量概念の認知と操作について

On human cognition and operation of subjective fuzzy quantities

中村和男
Kazuo Nakamura

製品科学研究所
Industrial Products Research Institute

Abstract

In human information processing for understanding and judgment, subjective quantities are frequently to be operated. Even though the situation of the problem is moderately complicated, we can derive appropriate results by employing somewhat vague quantity concepts and their approximate operations. This article examines first the sources generating vagueness in the process operating subjective quantities. Then, more specifically, through some brief experiments the nature of vagueness introduced in quantitative perception and round calculation was investigated in the framework of fuzzy sets theory.

Keywords : Human information processing, Fuzzy quantity, Fuzzy operation.

1. はじめに

我々は日常生活においてもしばしばあいまいな数量的情報を頭の中で適当に処理し物事の理解や判断などを行っている。例えばおおよその合計額の見当をつけながらスーパーで買物をし、電車の時刻表をながめて平均の運行間隔を意識し、“少々”などという量表現でも料理法を納得したりする。人間は複雑な問題に直面しても大局的には当を得た認識なり判断なりをすることが多く、そこでは情報自体あるいは処理様式の縮約化、単純化がなされそれにともないあいまいな情報処理が有効に活用されているように思われる。

ここでは、人間の主観的な数量概念の認知と操作におけるあいまい性出現の源泉について考察を行い、簡単な実験を通してファジィ集合論の枠組によりあいまい性の出現性向に関する検討を行う。

2. あいまい数量概念の源泉

2.1 記号としての認知と感覚量としての認知

人間の内的な情報処理過程のモデルにはさまざまな考え [2, 3] があるが、ここでは伝統的な枠組にしたがい Fig. 1 のように考えてみよう。

内的情報処理過程における数量概念を考える時、記号的数量と感覚的数量を区別した方がよいように思われる。記号的数量は数値のように、単位なり原点なりが明確に意識できる概念上の大小順序をもったレベルを表現する記号であって数理的演算が意識上明確に把握できる。感覚的数量はコインをもった時感じる重量感のようにあいまいであっても大小の順序関係を意識でき、場合によっては間隔、比率らしき感覚をもつことができるレベル感覚であり、数理的演算を行おうとするとそれに近い操作ができるが明確にメカニズムを意識しにくい操作もなされる。

2.2 人間の内的情報処理過程におけるあいまい性

人間への入力数量情報 I 自体が本質的にあいまい性を含んでいる時これがどのように処理されてゆくかは 1つの問題であるが、加えて I が明確な数値や物理量でもそれが知覚、操作、記憶、反応へと処理されてゆく段階であいまい性が付与されることがあろう。

以下では、内的過程の各段階でのあいまい性生成の可能性を順次考察してみよう。

(1) 知覚処理段階におけるあいまい性の生成

通常桁数の多い数値データに出会うとせいぜい2、3桁の概数として認識され記憶されることが多い。実際、物理学、数学関連の常識的な定数の扱いをみても273°K、3.14などとなっている。このあいまい性は、記憶の困難さ、実用的有効桁数、データの精度に関する信頼性などがもたらすものである。

物理的感覚刺激として明示された量的入力の場合は人間は感覚量として知覚し、その実感を頭の中で記憶し、想起できるが、500円硬貨と100円硬貨の重さの比を正確に答えるのは困難である。従って操作上はあいまいな量とみなしてもよいであろう。

「弱めの中火」などという言語的程度表現が与えられた場合には、言語自体のもつ程度としての意味が本質的にあいまい性をもっており、何らかの解釈を通して認知空間上のあいまいな部分へ対応付けられる。

(2) 操作処理段階におけるあいまい性の生成

まず明確な数量、概数を問わず知覚された数量情報Pをその課題操作上おおよその数量として扱うために(一層の)あいまい化がなされることがある。この時課題における演算の意味は単純明解であってよく、例えば与えられた数値の合計や平均値を求めたり、比率配分を求めたりする場合などである。このことを、フuzzy集合論的に表現すると以下のようなだろう。

A_i : 知覚された数量情報 $i=1, 2, \dots$

これらを何らかの演算のしやすい明確な数量 A_i^* (以下、基準数量と呼ぶ)とそれとのあいまい偏差 \tilde{A}_i とに分解する。

$$A_i \approx A_i^* + \tilde{A}_i \quad (1)$$

そして、課題の演算 f を

$$f(A_1, A_2, \dots, A_n) \approx f(A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^*) + \tilde{f}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n | A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^*) \quad (2)$$

なる操作で求めようとする。ここに \tilde{f} はあいまい偏差に対する直感的あいまい補正関数であり、一般的には基準数量に依存している。例えば、AとBの積の場合、

$$f(A, B) = A \times B \approx A^* \times B^* + \tilde{f}(\tilde{A}, \tilde{B} | A^*, B^*) \quad (3)$$

ここに、

$$\tilde{f}(\tilde{A}, \tilde{B} | A^*, B^*) = A^* \times \tilde{B} + \tilde{A} \times B^* \quad (4)$$

などが考えられる。平均値演算については後述する。

つぎに、与えられた課題の演算 f の意味が明解であっても複雑な場合を考えてみよう。この場合演算自体を操作しやすい別の近似演算 f^* に置き換え、 f と f^* の差分に関する直感的あいまい補正関数 \tilde{f} で修正する。

$$f(A_1, A_2, \dots, A_n) \approx f^*(A_1, \dots, A_n) + \tilde{f}(A_1, \dots, A_n) \quad (5)$$

現実の問題では、(1), (2), (5)の適当な組合せと、いくつかのタイプの基準数の設定が試行錯誤的に行われることもある。そして、(2)式の

$f(A_1^*, \dots, A_n^*)$ や(5)式の $f^*(A_1, \dots, A_n)$ は記号的数量の論理的処理が、 \tilde{f} については感覚的数量処理が中心になるのではなかろうか。

以上は、演算の意味自体には数理的な明確さがあるが、情報処理の負荷軽減のために積極的に内的にあいまい性を導入する場合であった。しかし、現実には課題の演算の意味が定性的で明確さがなく、あいまいな演算処理を用いなければならないこともある。そうした課題の代表的なものとしては、補間や傾向外挿の問題がある。これらについてはあいまいなぼけた関数を内的に描くであろう。

さらに演算自体が本質的に心理的な情報変換に関わる場合には意識的、無意識的を問わず演算のメカニズムを明確に把握することは困難なことが多く、例えば図形の大きさの判断のようにいくつかの感覚的な量の統合としての感覚量の導出の場合や、多属性代替案間の選好判断のように各評価属性に関する好ましさを比較、統合によって総合的な好ましさを程度の比較を行う場合などがある。

(3) 記憶処理段階におけるあいまい性の生成

人間の数量概念に関する記憶処理においてあいまい性の生成がなされる可能性は記憶へしまわれる段階、記憶が継続している段階、記憶から取り出される段階が考えられる。数値のような記号の情報はそのまま記憶されることもあるが、概数やカテゴリーな言語的程度表現として記憶されることもある。またあいまいな感覚量としての記憶もありそうである。また時間と

ともに初期の数量情報が記憶の中でうすれてあいまいになっていく現象もある。

(4) 反応出力処理段階におけるあいまい性の生成
日常的には内的にあいまいな数量概念、そして時には内的に明確な数量概念をもあいまいな表現を用いて表出することが多い。特に言語的出力の場合にこの傾向が強い。しかし、選択肢である言語表現側の意味のあいまい性が、内的数量概念のあいまい性と必ずしも一致しないことが普通と考えられるので、この段階でもあいまい性の生成や変容がなされることになる。

3. 試行的実験に基づく考察

3.1 知覚処理におけるあいまい性の生成に関する実験

ここでは知覚処理段階でのあいまい性に関連して、視覚的な長さの知覚実験を行った。

〔実験方法〕被験者はFig. 2のような8種の図形を提示され、左側の部分の長さの全長に対する割合を%表現で答えるよう求められた。その際、最も真らしい%値(x^*)と、その周辺の各%値(x)に対する真値としての可能性の程度 $\{\pi(x)\}$ を応答しなければならない。可能性の程度は4段階評定とした。被験者は女性3名であった。

〔実験結果〕知覚判断のあいまい性を定性的に検討するため、可能性反応の $\pi(x) > 0$ なる x 上の台集合の幅(可能判断幅)をFig. 3に示した。図中折線は各被験者の各刺激真値毎の可能判断幅平均値である。

さて、知覚処理のファジィ集合論的仮説モデルを導入する。図形の長さの割合を知覚する感覚的数量空間と割合の数値を表現する記号的数量空間を考える。

R_k^N : 内的に想定する記号的数量空間上の第 k 参照基準割合、($k=1, 2, \dots, m$)

R_k : R_k^N に対応する感覚的数量空間上のファジィ数であるが、その広がりには k により異なる、

x_i : 第 i 提示刺激の感覚的数量空間上の位置。

すると x_i とそれに近い R_k (以下 $R_{k(i)}$)の間の感覚的数量空間上の差として

$$\tilde{X}_i \approx X_i - R_{k(i)} \quad (6)$$

なるファジィ数が認知され、 \tilde{X}_i に対応する記号的数

量空間上のファジィ偏差 \tilde{X}_i^N が導かれ、記号的数量空間上の可能性分布として $R_{k(i)}^N + \tilde{X}_i^N$ が帰結されると考える。従って可能判断幅の広がりには、①参照基準割合 $R_{k(i)}$ の広がり、②感覚的数量空間上の偏差から記号的数量空間上の偏差へのファジィ対応の広がりによって支配されるとみられる。ここで、①の R_k の広がりには R_k^N が単純な分割比であるほど小さく、また、0%、100%に近いほど小さいという傾向の合成によって規定され、②のファジィ対応の広がりには偏差が小さいほど小さいと仮定する。

この仮説的モデルにより各被験者の反応をみると、

- 3者とも0(=0%)、1(=100%)を $R_{k(i)}^N$ とする98%のケースで最もあいまい性が小さい、
- $\{R_k^N\}$ としては0、1以外には、被験者Aは明確な意識がなく、被験者Bは1/2を強く意識し、1/3、2/3もやや意識しており、被験者Cは1/2、1/3、2/3を強く意識している。
- ②のファジィ対応の広がりには偏差が被験者Aでは15%、被験者Bでは20%、被験者Cでは10%程度を超えるとプラトーとなる。

3.2 操作処理におけるあいまい性の生成に関する実験

ここでは操作処理段階で生成されるとみられるあいまい性を検討するため、簡単な計算問題として暗算でおおまかに平均値を求める実験を行った。

〔実験方法〕被験者はFig. 5に示されたような形式で問題が与えられ、その回答欄に最も真らしい概数と可能性が0ではない範囲の上下限を有効数字2~3桁で記入するよう求められた。また、実験終了後計算の方略についての陳述を求められた。各問題はTable 1のような特徴をもっている。被験者は女性5名である。

〔実験結果〕Fig. 6には各設問についての最も真らしい数の応答を(a)に、可能判断幅を(b)に被験者毎に示した。ここに、尺度は各設問毎に与えられた数値の平均値を0、標準偏差1となるように正規化している。また、Table 2に各被験者の計算方略を示す。

さて、計算方略には次のような傾向が見られる。

- 1) 問題の数値が群に分れて分布している時には被験

者S5を除いて何らかの意味で数値をグループ化し、その平均値を求め、それを再統合している。

2) 問題の数値が比較的一様に分布している時はS5を除いて、参照基準数を設け各数値との偏差についてその平均値を見積り、さらに全体平均を求めている。

反応結果については次のような特徴が抽出される。

3) 後半の11問での可能判断幅が前半の11問でのそれよりも小さい傾向がある。

4) 与えられた数値が大小の2群、大中小の3群に分れている場合には小さな可能判断幅となっている。

5) 与えられた数値がかなりバラツキているとき、分布が山形の方が一様な場合に比べて可能判断幅がやや小さい。ただし片側山形の場合にはその計算方略との関連で大きい場合もある(被験者S1、S2)。

6) 被験者S5は計算方略が他者とは全く異なり、通常の筆算による方略に近い。その結果一貫して真の解と近い応答をしており、その可能判断幅も4桁の計算を要する問10、11で著しく大きくなっている。

7) 被験者S3、S4は問17以降、各群の平均値を単純に加算平均するという方略をとっており、最も真らしい値において全く同様のエラー傾向を示した。

以上の結果に対しあいまい性の生成傾向を検討するため、平均値概算のファジイ集合論仮説モデルを導入する。概括的には2.2(2)で述べた考えに従うが、ここではより具体的な枠組を設定しよう。Fig.7はFig.4と同様内的に記号的数量空間と感覚的数量空間を考え、 f を平均値演算として処理の流れを示している。

X_i^N : 与えられた問題における第*i*番目の数値
($i=1, \dots, n$)

X_i : X_i^N に対応する感覚的数量空間上のファジイ数

$R_{k(i)}^N$: 想定された計算方略で X_i^N が参照すべき記号的数量空間上の参照基準数、($k=1, \dots, m$)

$R_{k(i)}$: $R_{k(i)}^N$ に対応する感覚的数量空間上のファジイ数。($k=1, \dots, m$)

すると、感覚的数量空間上での X_i と $R_{k(i)}$ とのファジイ偏差 \tilde{X}_i がすべての*i*に関して算出され、これに対して、あいまい補正関数 $\tilde{f}(\cdot | R_1, \dots, R_m)$

すなわちあいまい偏差平均演算が適用されて感覚的数量空間上のファジイ数 Δ が導かれる。そしてこれにファジイ対応する記号的数量空間におけるファジイ補正数量 Δ^N がセットされる。一方記号的空間上の論理的演算処理として $f(R_k^N(1), R_k^N(2), \dots, R_k^N(n))$ あるいは、 f が近似化されて f^* を用いる場合には $f^*(R_k^N(1), \dots, R_k^N(n))$ が計算され、 Δ^N とあわせて最終的な平均値の見積り μ^N が帰結される。この枠組における $\{R_k^N\}$ や \tilde{f} は各被験者の計算方略によって異なる。比較的一様に分布している数値の平均値概算について被験者S2、S4の場合を記述してみよう。

設定される参照基準値 R^N はただ一つで、

$$R^N \approx (\max\{X_i^N\} - \min\{X_i^N\})/2 : S2の場合$$

$$\approx X_1^N, \dots, X_n^N \text{の間での中央値} : S4の場合 \quad (7)$$

$$\tilde{X}_i = X_i - R, \quad (8)$$

$$f(R^N(1), \dots, R^N(n)) = (nR^N)/n = R^N, \quad (9)$$

$$\Delta = \tilde{f}(\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_n | R) = (\tilde{X}_1 + \dots + \tilde{X}_n)/n \quad (10)$$

$$\Delta \xrightarrow{\varphi} \Delta^N \quad (\xrightarrow{\varphi} \text{ファジイ対応 } \varphi),$$

とすると

$$\mu^N \sim R + \varphi((\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + \dots + \tilde{X}_n)/n). \quad (11)$$

ここで、

①ファジイ偏差 \tilde{X}_i の広がり(は)は $(X_i^N - R^N)$ の絶対値と単調増加関係にある。([1])、

②感覚的数量空間上の偏差 Δ から、記号的数量空間上の Δ^N へのファジイ対応 φ のあいまい性の広がり(は)は Δ の代表値の絶対値と単調増加関係にある、

と仮定する。これにより、与えられた数値の分布が山形の場合が比較的一様な場合や片側山形の場合に比べてあいまい性が小さく認識されることが解釈される。また、被験者S1の場合に問1~15における大きな可能判断幅は、 R^N を0とすると解釈ができそうである。

さらに、与えられた数値分布が n_1 個と n_2 個の2つの群 I_1 と I_2 に分れている場合、各群毎に上記の方略で各群の平均値を求めそれを統合するとすると、設定される参照基準値は R_1^N と R_2^N となり、例えば

$$\begin{cases} R_1^N \approx (\max_{i \in I_1} X_i^N - \min_{i \in I_1} X_i^N)/2 \\ R_2^N \approx (\max_{i \in I_2} X_i^N - \min_{i \in I_2} X_i^N)/2 \end{cases} \quad (12)$$

である。すると

$$\tilde{X}_i = \begin{cases} X_i - R_1^N, & i \in I_1, \\ X_i - R_2^N, & i \in I_2. \end{cases} \quad (13)$$

$$f(R_k^{N(1)}, \dots, R_k^{N(n)}) = (n_1 R_1^N + n_2 R_2^N) / n \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \tilde{f}(\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_n | R_1, R_2) \\ &= (\sum_{i \in I_1} \tilde{X}_i + \sum_{i \in I_2} \tilde{X}_i) / n \\ \mu^N &= (n_1 R_1^N + n_2 R_2^N) / n \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} &+ \varphi((\sum_{i \in I_1} \tilde{X}_i + \sum_{i \in I_2} \tilde{X}_i) / n) \\ &\approx (n_1 / n) (R_1^N + \varphi((1/n_1) \sum_{i \in I_1} \tilde{X}_i)) \\ &\quad + (n_2 / n) (R_2^N + \varphi((1/n_2) \sum_{i \in I_2} \tilde{X}_i)) \end{aligned} \quad (16)$$

(ここでは φ に準同形的性質を付与)

したがって前述の①②の仮定を考慮するとファジィ数 μ^N の広がりや参照基準数を1つにした場合より群毎に設定した方が小さくなるのが期待される。群化の細分化はあいまい性の減少をもたらす可能性があるものの、一方で $f(R_k^{N(1)}, \dots, R_k^{N(n)})$ の論理的演算部はよりめんどむになる。

4. おわりに

人間は数量的情報を処理する際に、内的にはあいまい性を導入してかなり複雑な課題に対しても柔軟に対処しているように思われる。このため本論では、数量的情報の内的処理過程におけるあいまい性生成の源泉を探るとともに、そうしたあいまい性の性向を検討するための手掛りとして2つの簡単な実験を行った。この実験課題に関し内的な記号の数量空間および感覚的数量空間という概念を導入し、その上の数量の参照基準数量およびそれとのファジィ偏差という形への分解、そして両空間間のファジィ対応という操作を用いたファジィ情報処理過程として定性的記述を行った。さらに、これをふまえてあいまい性の増減にかかわる条件について考察を行った。本論での仮説や考察は十分な実験に支えられたものではない。今後一層実証的知見の積み重ねが必要であろう。

〔参考文献〕

- (1) 中村和男：2次元正準ファジィ数と選好判断におけるファジィ効用差，第2回ファジィシステムシンポジウム，1986。
- (2) D. ノーマン編，佐伯監訳：認知科学の展望，産業図書，1984。
- (3) M. ミンスキー他著，佐伯編：認知科学の基底，産業図書，1986。

Table 1 各設問の特徴

| 問題番号 | 項数 | 有効桁数 | 数値の分布 | 具体性 |
|-------|-------|------|-------|------|
| 1~5 | 5~12 | 3 | 比較的一様 | 旅行費用 |
| 6~7 | 21 | 2~3 | 片側山形 | 各地温度 |
| 8~9 | 26 | 3 | 山形 | 各地湿度 |
| 10~11 | 22~25 | 4 | 平な山形 | 各地燃費 |
| 12~13 | 10 | 3 | 比較的一様 | — |
| 14~15 | 10 | 3 | 片側山形 | — |
| 16~18 | 10 | 3 | 2つの群 | — |
| 19~22 | 10 | 3 | 3つの群 | — |

Table 2 各被験者の計算方略

| 被験者 | 計算方略 | |
|-----|---|-----------------------------|
| | 比較的一様に分布 | 群に分れて分布 |
| S1 | そのままおおよその数にして直接平均 | 大小の数をペアにしてグループ化し，各グループ平均を統合 |
| S2 | (Max - Min)/2を仮平均とし，これを基準とした偏差で補正 | 百の位と十以上の位までとを区別して別々に平均を求め統合 |
| S3 | (Max - Min)/2と頻度の多いあたりの平均値とを調整 | 各群における平均値から全体平均を算出 |
| S4 | Min，あるいは中位の値を基準にして，偏差の平均を求む | 各群における平均値を求め，さらにそれらを統合 |
| S5 | 暗算で各桁毎の和を求めてゆき全体を項数で除す。ただし，下位桁の和演算ではおおよそ10となるような組合せをみつけくり上げ丸め | |

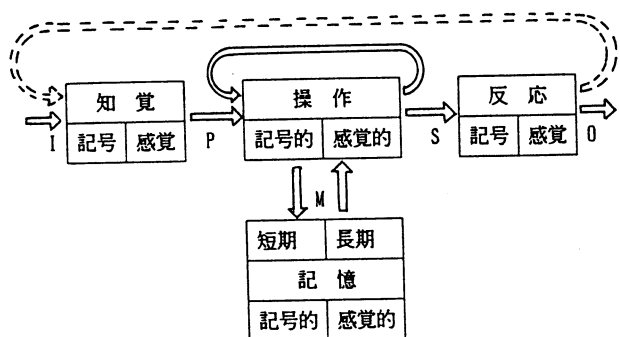


Fig.1 数量情報処理の内的過程の枠組みの仮定

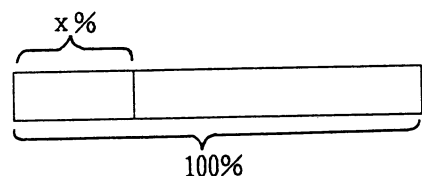


Fig.2 長さの割合に関する知覚判断実験用刺激図形

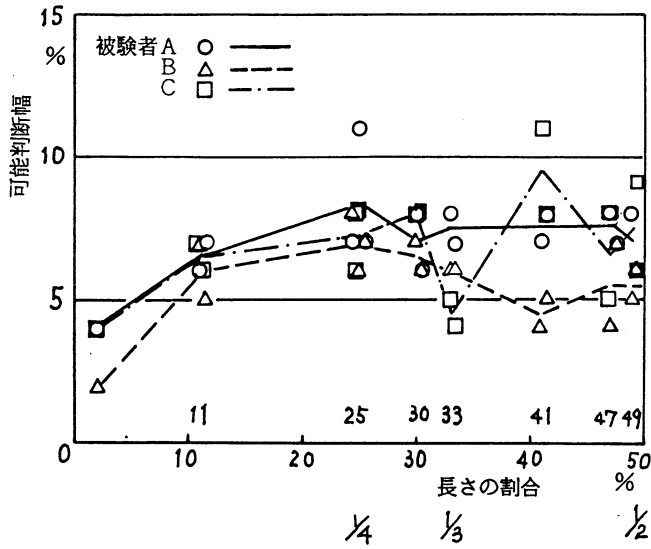


Fig. 3 長さの割合に対する可能判断幅

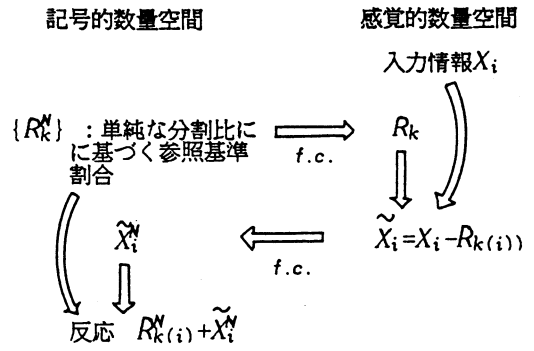


Fig. 4 長さの割合知覚判断の仮想的枠組み

〔問題2〕季節別旅行費用 (ナイアガラ 8日間)

- 458,000
- 468,000
- 498,000
- 578,000
- 528,000
- 498,000

{ } 最もありそうな値
 { } から { } は可能性あり

Fig. 5 平均値概算問題の設問形式

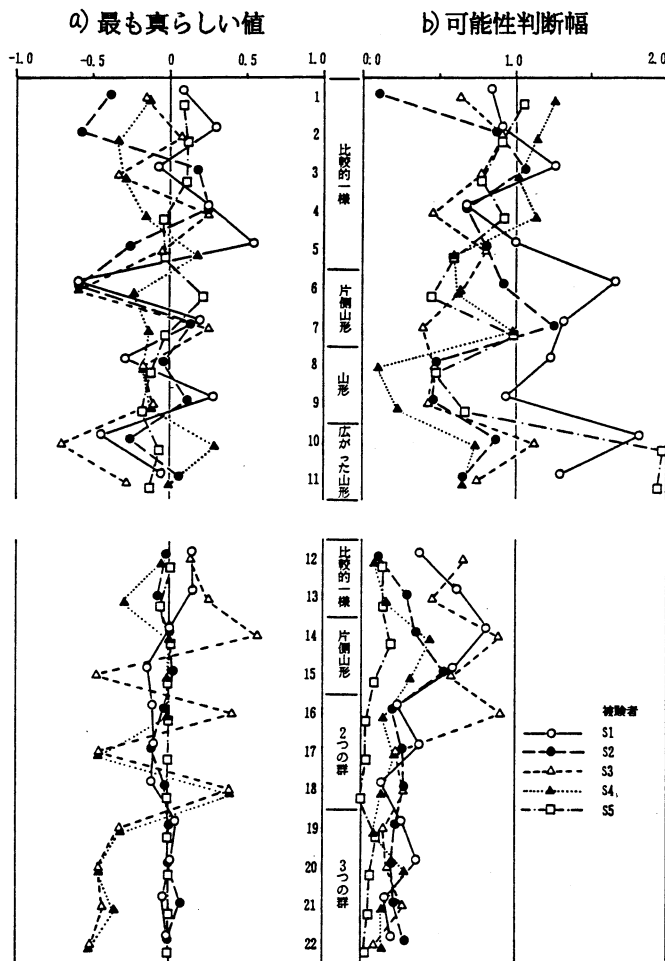


Fig. 6 各被験者の各設問に対する反応

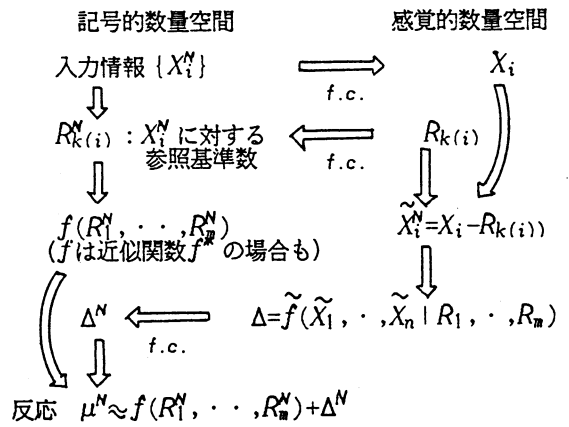


Fig. 7 平均値概算過程の仮想的枠組み

ファジィ・オートチューニング
コントローラ
Fuzzy Auto-Tuning Controller

野本 弘平、 近藤 倫正
Kohei Nomoto, Michimasa Kondo

三菱電機株式会社 情報電子研究所
INFORMATION SYSTEMS AND ELECTRONICS DEVELOPMENT LABORATORY
MITSUBISHI ELECTRIC CORPORATION

Abstract

An auto-tuning controller which tunes its PID parameters using fuzzy reasoning is presented. Actually, a skilled human operator tunes PID parameters using his experimental rules. The fuzzy reasoning plays the role of intermediary between qualitative linguistic rule and quantitative PID tuning. The scheme and the algorithm of the fuzzy auto-tuning controller are described and results of computer simulation are shown.

1. まえがき

諸工業の各分野において、PIDコントローラは今なお汎用コントローラとして広く利用されている。しかし、このPID制御パラメータのチューニングは、長らく現場の熟練オペレータの勘と経験に頼ってきた。近年になって、チューニング自体も自動化されたPIDコントローラが次々と提案され(1)、いわゆるオート・チューニング・コントローラとして実用に供せられはじめている。現在すでに提案されているオート・チューニング・コントローラの方式は、大別して数値解析的な方法と知識を利用する方法に分かれる。数値解析的な方法では、線形モデルを仮定しているため、非線形性が強い場合には理論的保証が崩れてしまう。また、知識を利用する方法では、現場のノウハウを取り入れることはできるが、0-1論理では、一般にルール数が増えてしまう。

本文では、ファジィ推論を応用したオートチューニング・コントローラを提案する。このコントローラは熟練オペレータの勘や経験を定性的なルールとして表し、ファジィ推論を用いて定量的なPIDパラメータのチューニングを行っている。

2. ファジィ・オートチューニング・コントローラの構成

ファジィ・オートチューニング・コントローラの構成を図1に示す。図において、特徴量抽出部は、制御偏差EVなどの波形から特徴量を抽出し、ファジィ推論部に送る。ファジィ推論部は、知識として持っているルールおよびメンバーシップ関数を用いて、この特徴

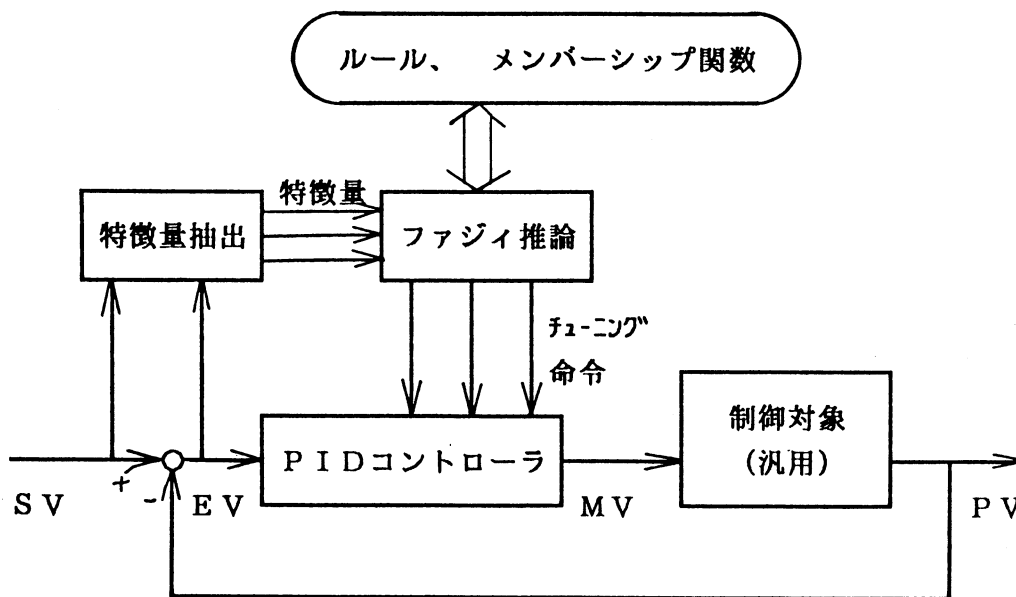


図1. ファジィ・オートチューニング・コントローラの構成

量を推論前件部で評価し、その評価の度合いに応じて後件部を重み付けする。最後に、各ルールの釣り合いがとれたところで、その値をチューニング命令としてPIDコントローラに与える。このようにして、PIDパラメータは常に適切な値に保たれる。

提案のファジィ・オートチューニング・コントローラの詳細アルゴリズムを以下に示す。ここでは、次のルールを例にとり具体的に説明する。

ルール : 「もし、制御系が不安定であるならば、比例ゲインを下げよ。」

2.1 特徴量の抽出

いま、制御系は、比例ゲイン K_c で運転されているものとする。特徴量抽出部は、偏差EVの波形のピークを監視しており、振動傾向が認められれば、特徴量として振幅の比を計算する(図2)。

ここで特徴量とは、目標値SV偏差EVの波形から(場合によっては操作量MVや制御量PVなどの波形からも)抽出される、制御特性を表わす量であり、たとえば、偏差が振動している場合の振幅比、目標値が一定である場合の定常偏差などである。これらの量は、推論の入力となるものであるが、ファジィ制御の場合とは異なり、常に観測できるとは限らない。そこで、これらの量が現れるかどうかを注意して監視していて、現れ次第、対応するルールを起動するようになっている。

2.2 前件部命題による評価

前記特徴量はファジィ推論部に転送される。ファジィ推論部では、この特徴量を、前記ルールの前件部命題「制御系が不安定である」というファジィ集合を定義するメンバーシップ関数にあてはめ、その成立度を評価する(図3)。

ここで、ルールとメンバーシップ関数は提案のコントローラがノウハウとして持って

いるものであり、このうちルールは言語で表された定性的な知識であり、メンバーシップ関数はこのルールに定量的な意味付けを行う。

2.3 指数型推論による後件部

前記成立度に応じて各ルールの後件部命題メンバーシップ関数を重み付けし、他のルールの後件部メンバーシップ関数と組み合わせて、釣り合い q をとる (図4)。

ここで、指数型推論という形式は、提案のファジィ・オートチューニング・コントローラのために考え出したものである。ファジィ推論は、その後件部命題が値そのものを指定しているか、値の変化分を指定しているかにより、それぞれ位置型、速度型と呼ばれているが、この指数型では、値を今の何倍にするかということ指定する。これは、例えば比例ゲイン K_c のチューニングにおいて、値の小さい部分では $K_c = 0.1$ から 0.2 に変われば大きな変化であるが、値の大きい部分では $K_c = 2.1$ から 2.2 に変わっても非常に小さな変化にしかならないという、感度の違いを扱うために工夫したものである (図5)。

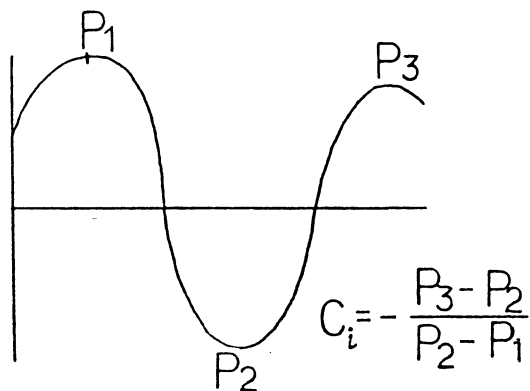


図2. 特徴量の抽出

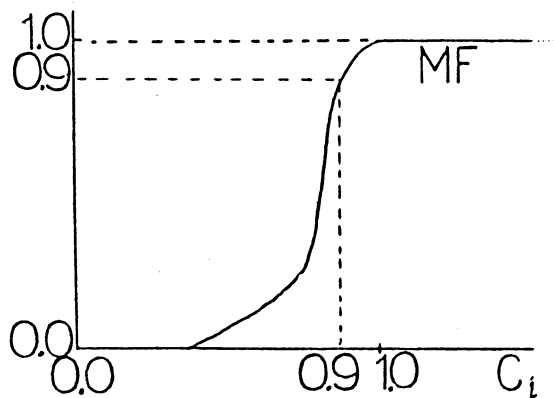


図3. 前件部命題の評価

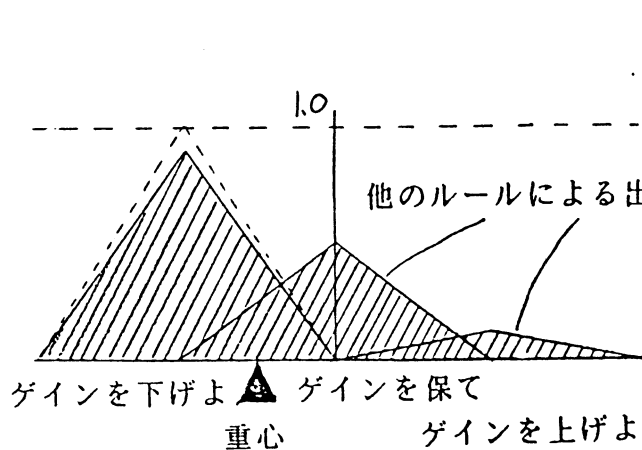


図4. 後件部命題の重み付け

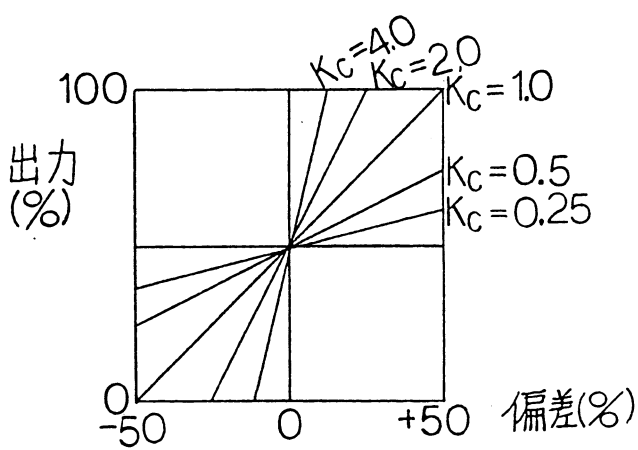


図5. 比例ゲイン K_c の値

2.4 チューニング命令

前記釣り合い q は、 -1 から 1 までの連続的な値をとり、 C (例えば $= 2$) のべき乗を、古い比例ゲイン K_c に掛ける係数とする。新しい比例ゲイン K_c' は、次式によって

求められる。

$$K_c' = K_c \cdot C^q$$

具体的には、比例ゲインを今の値の1.1倍に上げよ、あるいは0.7倍に下げよ、というようなチューニング命令となる。

このようにして求められた新しい比例ゲイン K_c' により、さらに制御は続けられて、オンライン・チューニングが行われることになる。

3. 性能検証

提案のファジィ・オートチューニング・コントローラによる制御の例を図6に示す。制御対象は、時定数50、むだ時間10の1次遅れ+むだ時間系であり、サンプリング間隔は1.0である。この例では、初めはP制御だけを行いながら比例ゲインをチューニングしており、TIME=1100の時点から、それまでの波形から算出した積分時間でPI制御に入っている。いまのところ、PI同時のチューニングにはまだ問題を残すものの、基本的には所期の効果が得られている様子がわかる。

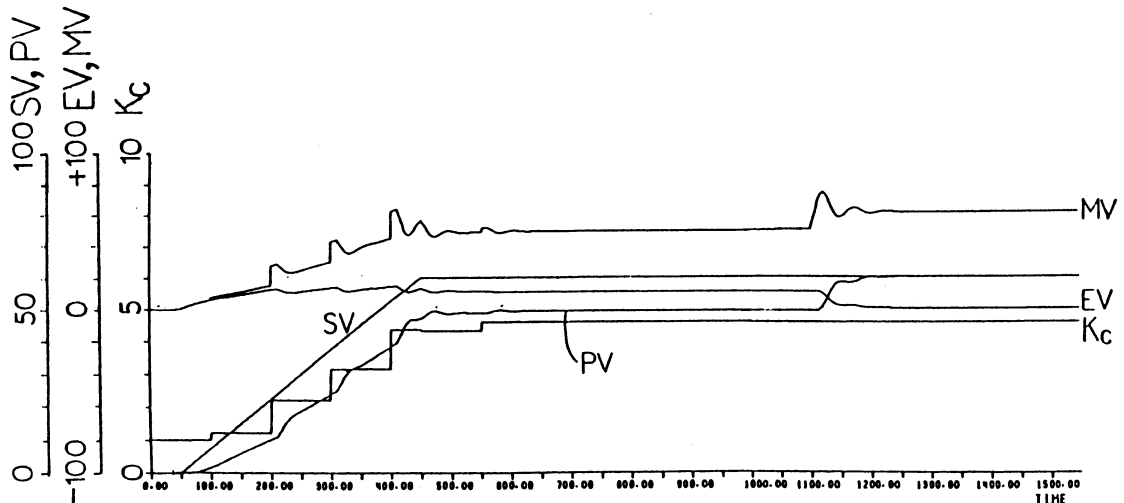


図6. 計算機シミュレーションの例

4. むすび

ファジィ・オートチューニング・コントローラを提案した。ファジィ推論を応用することにより、パラメータのチューニングという階層においても所期の目的が達せられることがわかった。

参考文献

- (1)「特集 適用面からみたオートチューニング調整計の発展方向」、計装、vol.29、no.11、pp.9-72、1986
- (2)安信、宮本、井原、「Fuzzy制御による列車定位置停止制御」、計測自動制御学会論文集、vol.19、no.11、pp.873-880、1983
- (3)柳下、伊藤、菅野、「ファジィ理論の浄水場薬品注入制御への応用」、システムと制御、vol.28、no.10、pp.597-604、1984

雨水ポンプ運転におけるファジィ適応制御

Fuzzy Adaptive Control of Wet Pump Operation

* * ** ***
伊藤修 右田博久 柳下修 青木隆
Osamu Itoh, Hirohisa Migita Osamu Yagisita, Takasi Aoki

* 富士ファコム制御株式会社 第1システム開発部
Systems Development Department No.1、FUJIFACOM CORPORATION

** 富士電機株式会社 水処理技術第1部
Water treatment Department No.1、Fuji Electric Co., Ltd.

*** 富士電機株式会社 水処理技術第2部
Water treatment Department No.2、Fuji Electric Co., Ltd.

Abstract

Wet pump at pumping station is used to prevent inundation from stormwater runoff in a combined pumped sewerage area, and its operation rely largely upon skilled operators' perception and experiences because of existing of rapid inflow change and many control aim according to rainfall condition. For the purpose of automatic control of wet pump, we have studied a fuzzy adaptive control using computer simulation. After describing the outline of simulation model and a fuzzy adaptive control method, we show its effectiveness of wet pump operation by means of simulation results in case of various rainfall and other control method.

1. はじめに

降雨時における雨水ポンプの役割は雨水をすみやかに河川等に排除し、排水区域内の浸水被害を防ぐことである。そのため、流入する雨水量に合わせた運転が要求され、一般にはポンプ井水位による台数制御運転が行われている。近年、雨水流入量予測に基づくポンプ制御も試みられるようになった。しかし、台風や集中豪雨時には、

- (1) 急激な流入量変化が生じ水位の上昇が速い。
- (2) ポンプの起動・停止にかなりの時間を要し、ポンプ井水位の変動のみでは急激な水位変化に追従できず、ポンプ操作がどうしても遅れる。

という問題点がある。更に、

- (3) 信頼できる計測項目は水位のみで、しかも計測位置も限られ、管渠内の貯留量が流入状況により変化(水位に対する有効水面積が非線形)する為、雨水流入量を的確に予測する数学モデルの作成が難しい。
- (4) ポンプ運転は安全優先であるが、降雨状況によっては管渠内貯留を活用し、ポンプの起動・停止回数をできるだけ少なくしたい。即ち、安全優先と起動・停止頻度最小という2つの制御目標があり、降雨や運転状況により変化する。

等の理由で、熟練オペレータの高度な判断による手動操作に頼っている場合が多い。

本論文では、この雨水ポンプの運転にファジィ適応制御手法を適用し、その効果をシミュレーションで確認したのでその結果について報告する。

2. プロセスの概要と数学モデル

プロセスの概要を図2に示す。降雨による雨水は円形管渠を流下し、ポンプ場のポンプ井より雨水ポンプで排除される。このプロセスの数学モデルは次のとおりである。

2. 1 雨水流出モデル

降雨強度より円形管渠の先端から流入する雨水量を1段のタンクモデルで求める。このモデルを図1に示す。側面及び底面に流出孔を有するタンクを想定し、側面の流出孔から流れるものを流出、底面から流れるものを浸透として雨水流出をモデル化したものである。

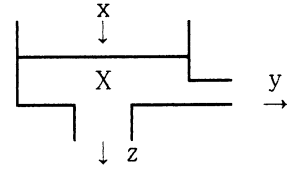


図1 タンクモデル

$$\frac{dX}{dt} = -(y+z) + x \quad (1) \quad \begin{array}{l} X: \text{貯留高 (mm)}, \quad x: \text{降雨強度 (mm/h)} \\ y: \text{流出高 (mm)}, \quad z: \text{浸透高 (mm)} \end{array}$$

$$y = \alpha X, \quad z = \beta X \quad (2) \quad \begin{array}{l} Q: \text{流出量 (m}^3/\text{s)}, \quad t: \text{時間} \end{array}$$

$$Q = y \times S / 360 \quad (3) \quad \begin{array}{l} S: \text{排水区域面積 (ha)}, \quad \alpha, \beta: \text{定数} \end{array}$$

2. 2 管渠モデル

円形管渠内の雨水の流れを開水路の不定流の運動方程式(4)と連続の式(5)で記述し、管内貯留の効果も含めた扱いを可能とした。これらの式の解法は蛙飛法(Leap Frog Method)を用いている。

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} - i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{n^2 |v| v}{R^{3/4}} = 0 \quad (4) \quad \begin{array}{l} v: \text{流速 (m/s)}, \quad x: \text{距離 (m)} \\ g: \text{重力加速度 (m/s}^2\text{)} \end{array}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial v A}{\partial x} = 0 \quad (5) \quad \begin{array}{l} i: \text{水路勾配}, \quad A: \text{通水断面積 (m}^2\text{)} \\ h: \text{水深 (m)}, \quad n: \text{粗度係数} \\ R: \text{径深 (m)}, \quad t: \text{時間 (s)} \end{array}$$

2. 3 ポンプ場モデル

ポンプ井は流入量と流出量の差から水位の変化を求める貯水槽のモデルを使用し、ポンプは揚程曲線と管路抵抗曲線を2次方程式で近似し、その交点よりポンプ吐出量を求めるモデルである。

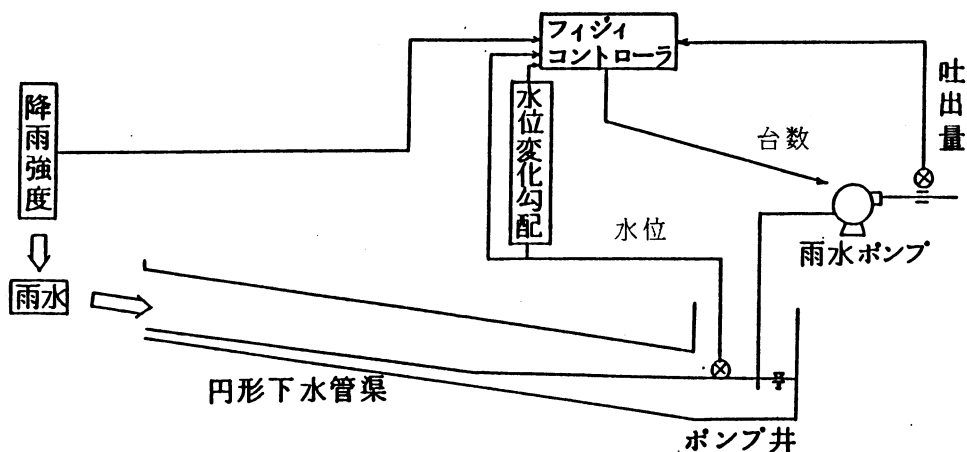


図2 プロセス概要

3. ファジィコントローラ

3. 1 ファジィ適応制御の適用方法

ポンプ場の熟練オペレータはポンプ井水位だけでなく、降雨量、流入量、ポンプの運転状態などの多くの情報と過去の運転経験より、安全優先とポンプの起動・停止頻度を抑えるという2つの相反する制御目標をうまく調整してポンプ運転を行っている。

このオペレータの制御方法を制御規則でモデル化し、ファジィ推論で操作量を総合的に決定する従来のファジィ制御を用いた場合、制御規則が複雑で設計が難しい。その為、熟練オペレータの判断方法を降雨状況とポンプ吐出量により雨水の流入状況を判断し、その結果とポンプ井水位およびその勾配により、ポンプの運転・停止を推論する2段階の決定プロセスとして捉え、階層構造を持つファジィコントローラを設計した。図3にそのブロック図を示す。

降雨強度とポンプ吐出量により降雨の状態（普通の雨か台風かの状況判断）を制御規則2を用いた推論2により求める。その指標 ω （ $\omega = 0$ ：普通の雨、 $\omega = 1$ ：台風）を用いて、ポンプ井水位とその勾配より、ポンプの運転台数の切替を推論するために使用する制御規則1の前件部メンバーシップ関数を適応させる。これにより次の効果が得られる。

- (1) 制御規則の設計が容易で規則の数も少なく済む。
- (2) 制御の頑健性が高まる。

ファジィ推論の方法は推論1、推論2とも重心法を用い、前件部メンバーシップ関数、後件部メンバーシップ関数は三角形を用いている。そのため、前件部メンバーシップ関数の適応計算は普通の雨の時（ $\omega = 0$ ）と台風の時（ $\omega = 1$ ）に対応するメンバーシップ関数のパラメータ（図4のP1, P2, P3等）を用いて次のように行う。例えば、

水位HのMM（ $\omega = 0$ ）

普通の雨の時の目標水位

$$\begin{matrix} P1 & 0 & = & -25. & 0 \\ P2 & 0 & = & -24. & 0 \\ P3 & 0 & = & -23. & 0 \end{matrix}$$

水位HのMM（ $\omega = 1$ ）

台風の時の目標水位

$$\begin{matrix} P1 & 1 & = & -25. & 25 \\ P2 & 1 & = & -24. & 50 \\ P3 & 1 & = & -24. & 00 \end{matrix}$$

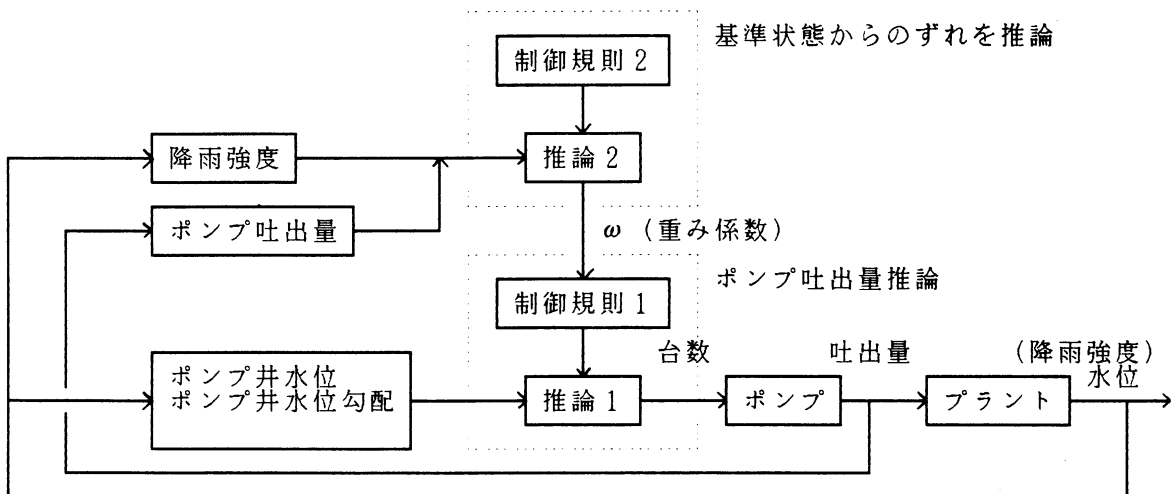


図3 ファジィ適応制御のブロック図

としたとき、ファジィ推論 1 の実行に用いる MM を表すメンバーシップ関数のパラメータはファジィ推論 2 で求めた ω を用いて次の式で計算する。

$$P1 = P10 \cdot (1 - \omega) + P11 \cdot \omega \quad (6)$$

$$P2 = P20 \cdot (1 - \omega) + P21 \cdot \omega \quad (7)$$

$$P3 = P30 \cdot (1 - \omega) + P31 \cdot \omega \quad (8)$$

3. 2 制御規則

降雨強度とポンプ吐出量により降雨の状態を判断する制御規則を表 1 に示す。降雨強度は弱い (SA)、やや弱い (SM)、普通 (MM)、やや強い (ML)、強い (LA) の 5 段階とし、ポンプ吐出量も少ない (SA)、やや少ない (SM)、普通 (MM)、やや多い (ML)、多い (LA) の 5 段階としている。その時の降雨の状態は普通の雨 (ZE)、やや弱い (SM) 中位 (MM)、やや強い (ML)、強い (LA)、台風 (LL) の 6 段階である。

従って、表 1 の () の場合は ” 降雨強度が普通 (MM) でポンプ吐出量がやや多い (ML) ときには降雨はやや強い (ML) ” と判断することを表している。

入力量として降雨強度とポンプ吐出量を用いたのは、前者でこれから流入して来るであろう雨水量を予測し、後者で現在の流入量を評価することにより、降雨の状況を判断するためである。

一方、ポンプ井水位とその勾配を用いてポンプ吐出量変化を求める制御規則 1 を表 2 に示す。ポンプ井水位とその勾配を表すファジィ変数は SA から LA までの 5 段階であり、その時のポンプ吐出量変化を表すファジィ変数は NB (大きく減少) から PB (大きく増加) までの 7 段階としている。尚、ZE はポンプ吐出量を変化させないことを示す。

このときの普通の雨 ($\omega = 0$) におけるポンプ井水位のメンバーシップ関数の例を図 4 に示す。

| | | QP 吐出量 | | | | |
|-----------|------|--------|----|----|------|----|
| | | SA | SM | MM | (ML) | LA |
| R 降雨強度 | SA | ZE | ZE | SM | MM | ML |
| | SM | SM | SM | MM | ML | ML |
| | (MM) | MM | MM | MM | (ML) | LL |
| | ML | MM | MM | ML | LL | LL |
| | LA | MM | ML | ML | LL | LL |

表 1 制御規則 2

| | | H 水位 | | | | |
|------------|----|------|----|----|----|----|
| | | SA | SM | MM | ML | LA |
| DH 水位勾配 | SA | NB | NM | ZE | ZE | ZE |
| | SM | NM | NS | ZE | ZE | PS |
| | MM | ZE | ZE | PS | PS | PM |
| | ML | ZE | PS | PM | PM | PM |
| | LA | PS | PM | PM | PM | PB |

表 2 制御規則 1

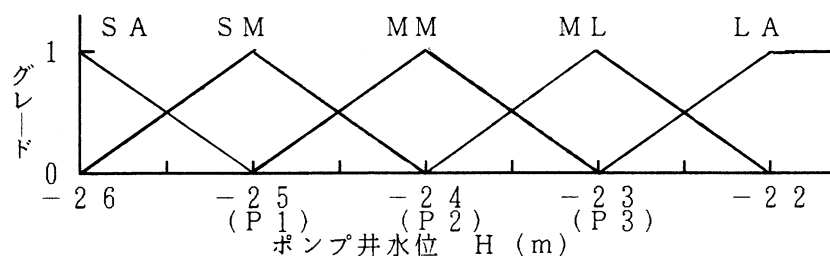


図 4 前件部メンバーシップ関数の例

4. シミュレーション結果

ポンプ場のモデルとして、管渠の長さ2.05km、管径5.5m、ポンプ場における管底高-2.7m、管渠の勾配1%、初期ポンプ井水位-2.6m、ポンプ定格吐出量5.5m³、ポンプ井面積450m²、ポンプ台数9とし、降雨として中央集中形の最大降雨強度を80mm/h、29mm/h、15mm/h、7mm/hとしたときの、ファジィ適応制御の効果をポンプ井水位による台数制御、適応させないファジィ制御の場合と比較することにより調べた。

降雨開始より120分間（一部240分間）のシミュレーション結果の例を図5から図10に、表3に全体の結果を示す。制御周期は1分である。図5から図8は台風時を想定したシミュレーション結果である。台数制御の場合（図5：CASE1）降雨強度の増大とともに流入量が増加し、ポンプ井水位もそれに伴い最高-22.33mに達し、変動幅も大きい。そのため、浸水の危険性が高い。一方、ファジィ適応制御の場合（図6：CASE2）ポンプの台数増加（ポンプ吐出量の変化で分る）が台数制御と比較して早く、降雨強度の増大から流入量の増加を予測し、水位を下げる運転を行おうとしていることが分る。ポンプの切替頻度が17回と多くなっているが水位が低く、かつその変動も小さい。これは降雨強度が大きいときは水位を低くして安全な運転を行おうとするためである。又、適応させない場合を図7（CASE3）、図8（CASE4）に示す。図7では管内貯留を利用するため、ポンプの運転が水位の変動に遅れながら追従し、図8では水位の少しの変化に対してもポンプの切り替えが行われ、水位を低く抑えようとする動きがみられる。

図9（CASE11）と図10（CASE12）は少降雨時の場合である。台数制御ではポンプ運転にハンチングが生じているが、ファジィ適応制御では降雨量が少ないと判断し管内貯留を利用した運転方策がうまく機能していることが分る。表3には最大降雨強度が29mm/hと15mm/hの場合の結果も示しているが、いずれもファジィ適応制御の効果が示されている。

| CASE NO. | 最大降雨強度 | 制御方法 | | 最高水位(m) | 水位変動(m) | 切替頻度(回) | 評価 |
|----------|--------------|-------|--------------|---------|---------|---------|--------------|
| 1 | 80 (mm/h) | 台数 | | -22.33 | 3.86 | 15 | 水位が上昇し危険 |
| 2 | | FUZZY | 適応 | -23.48 | 2.71 | 17 | 降雨に応じた運転、水位低 |
| 3 | | | $\omega = 0$ | -22.87 | 3.32 | 15 | 強降雨時の安全配慮なし |
| 4 | | | $\omega = 1$ | -23.54 | 2.53 | 19 | 水位が低く変動小さい |
| 5 | 29 (mm/h) | 台数 | | -24.18 | 2.02 | 7 | 水位が上昇 |
| 6 | | FUZZY | 適応 | -24.39 | 1.81 | 7 | 降雨に応じた運転、水位低 |
| 7 | | | $\omega = 0$ | -23.85 | 2.35 | 5 | 水位変動大、切替頻度小 |
| 8 | | | $\omega = 1$ | -24.85 | 1.22 | 13 | 水位変動小、切替頻度大 |
| 9 | 15 (mm/h) | 台数 | | -24.85 | 1.36 | 11 | 切替頻度大 |
| 10 | | FUZZY | 適応 | -24.27 | 1.94 | 4 | 管内貯留で切替頻度小 |
| 11 | 7 (mm/h) | 台数 | | -25.33 | 0.88 | 22 | 切替頻度大、ハンチング |
| 12 | | FUZZY | 適応 | -23.55 | 2.66 | 0 | 管内貯留有効利用 |

表3 シミュレーション結果

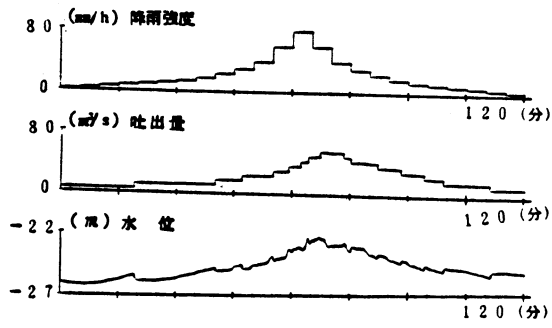


図5 台風時の台数制御 (CASE 1)

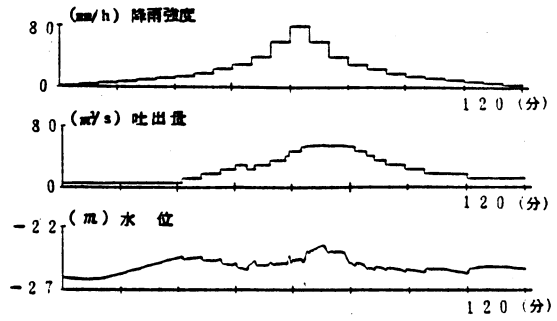


図6 台風時のファジィ適応制御 (CASE 2)

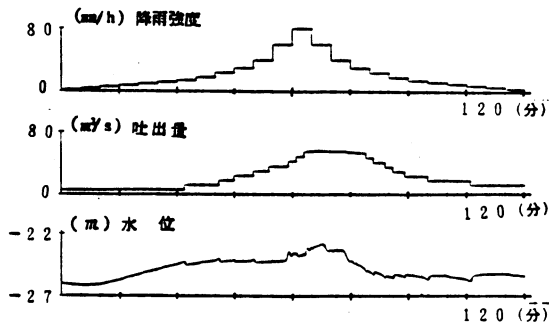


図7 台風時のファジィ制御 (CASE 3)

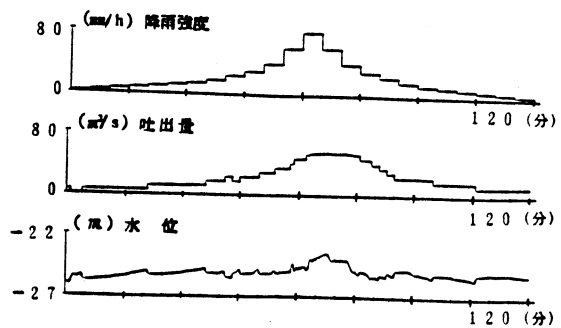


図8 台風時のファジィ制御 (CASE 4)

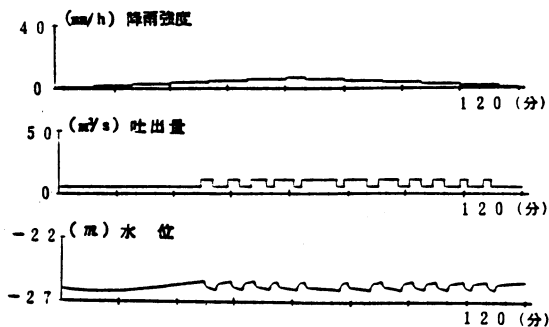


図9 少降雨時の台数制御 (CASE 1.1)

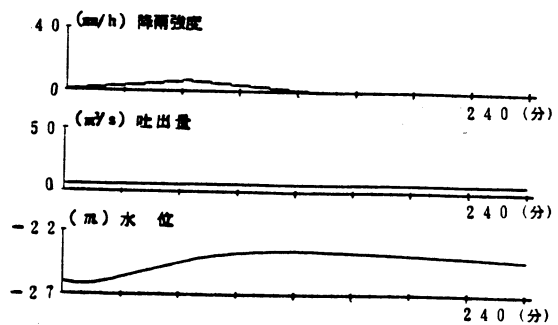


図10 少降雨時のファジィ適応制御 (CASE 1.2)

5. あとがき

雨水ポンプ場のポンプ制御にファジィ適応制御を使用した場合の効果をシミュレーションで検討した。台数制御と比較し、降雨量が少ない場合は管内貯留を利用することによりポンプ切替頻度を抑え、機械的に無理な運転を強いることのない制御が行え、降雨量が多い場合にはポンプの運転開始を早め、水位を低い位置に保つことにより、浸水の危険性を抑え、安全な運転の可能なことが確認できた。

最後になりましたが、本研究を進めるに当たって御指導いただいた東京工業大学の菅野教授に深く感謝致します。

ファジィ論理を用いた農産物の形状認識

Recognition of Crops by Fuzzy Logic

法政大学 寺野寿郎 増井重弘 河野修一 山本勝也
Hosei University T. Terano S. Masui S. Kono K. Yamamoto

Abstract

As a method of pattern recognition, the comparison of the object with the standard pattern is most popular. However, in this paper, we study the recognition of crops which have no exact standard pattern. First, the local properties of the contour are detected, and then classified into some categories by fuzzy logic. Next, the general character of the object is obtained from the combination of local characters. All these characters correspond to the linguistical representation, then the fuzzy identification is performed.

1. はじめに

画像の認識は、従来数多くの論文が発表されており、AI(Artificial Intelligence:人工知能)において重要な分野の一つになっている。これらの論文の多くは、パターンマッチング法を用いるものである。すなわち、認識しようとする対象の、標準パターンをあらかじめ作成しておき、未知の入力パターンと比較し相対誤差を最少にして入力画像を認識するものである。

この方法では、工業製品のような規格化されたものは、標準パターンを作りやすく、また入力パターンとの整合度も高いため、比較的容易に認識できる。このことから、実用化されているものも数多くある。

しかし、対象が自然物のような場合、認識は困難になる。その原因の第一は、標準パターンを作ることが困難な事である。第二は、標準パターンを作る事ができても、対象物との整合度の低いものが数多く出てくる事である。第三は、標準パターンの変更や拡張が容易に出来ない事である。⁽¹⁾

そこで、本論文では、上記の問題を解決するために、ファジィ論理を導入することにする。⁽²⁾すなわち、認識しようとする対象の標準的な特徴を、自然言語で表し、それをメンバーシップ関数の形で標準知識としてコンピュータに記憶させておく。一方、未知の入力画像も、言語形式のメンバーシップ関数で表す。そして両者の整合度をとる。この結果により入力画像を認識する。

今回は、認識の対象となる自然物を12種類の野菜として実験を行った。以下でその結果を報告する。

2. 画像の特徴抽出

対象の物体を言語表現するために、まず、物体の画像の特徴抽出を行う。その方法は、2値画像から輪郭線を検出し、輪郭線内の面積や、座標、輪郭線の角度変化等を求めるものである。^{(3)、(4)、(5)}

2.1. 輪郭線の抽出

CCDカメラによって、テーブル上の対象を上から撮影する。その画像に対してノイズ削除のために前処理として、平滑化をし、2値化した後、膨張、収縮を行う。そしてラプラジアンによって輪郭線を抽出する。

2.2. 面積の抽出

検出された輪郭線内の画素の数を求める。次にあらかじめ決めておいた単位面積の画素の数を求める。そして両者の比で面積を求める。

2.3. 長さ、幅の抽出

図1に示すように、輪郭線の各点の座標から最小二乗法により、対象物の方向性を求める。次に、対象物の重心を原点として座標変換をする。そしてA、Bを求め、長い方を長さ、短い方を幅とし、縦横比を算出する。

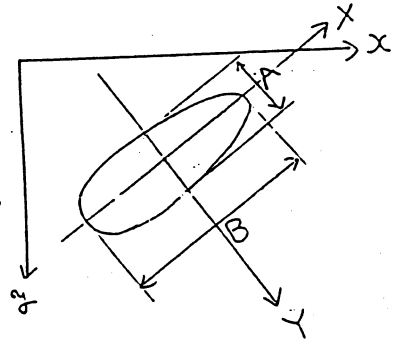


Fig.1 Aspect Ratio

2.4. 輪郭線の直線部、曲線部、角部の抽出

輪郭線の角度変化を求めるため、輪郭線の20等分点を代表点とする。それを図2に示す。次に、その代表点の隣接する2点間を結ぶ線分の傾きの差 a_i を図3のように求める。この a の変化 (Δa) によってしきい値を10度と設定し代表点のグルーピングを行う。すなわち、式(1)のように a_i の値を変換する。

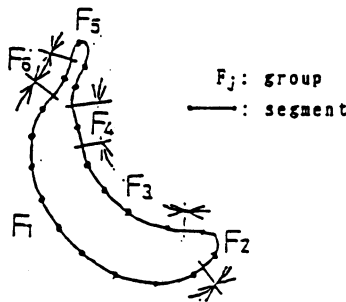


Fig.2 Grouping of Segment

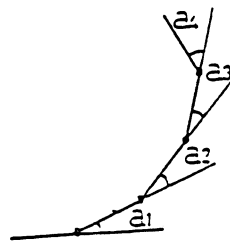
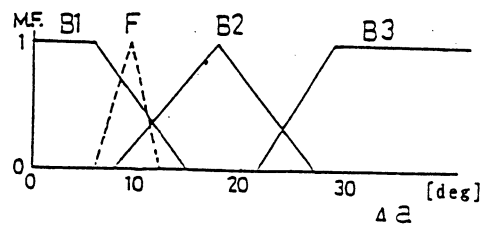


Fig.3 Angle Between Two Segments

$$g(a_i) = \begin{cases} 5 & (a_i < 5) \\ a_i & (5 \leq a_i \leq 35) \\ 35 & (35 < a_i) \end{cases} \quad (1)$$

そして、 $|g(a_i) - g(a_{i+1})| \leq 10$ の時、代表点 i と $i+1$ は、同じグループとする。次に、分けられたグループが直線部、曲線部、各部のどれであるか調べる。まず、グループ内の各代表点の a_i の平均値を頂点とし、偏差をあいまい幅とした二



F : character of section
B1 : straight line
B2 : curve line
B3 : angle line

Fig.4 Identification of a Section

等辺三角形 (F_i) のメンバーシップ関数を、図4のように作る。一方、直線部 (B1)、曲線部 (B2)、角部 (B3) という標準知識をそれぞれファジィ集合で与えておき、(F_i) と標準知識 (B1 B2 B3) とのファジィマッチングを行い属性を決定する。ファジィ集合同士のマッチングには、式(2)の数値的真理値による逆真理値限定法を用いた。(6)

$$N(A/B) = (\text{Sup}(\mu_a \wedge \mu_b) + \text{Inf}(\mu_a \vee \mu_b)) / 2 \quad (2)$$

(μ_a, μ_b は、それぞれA, Bのメンバーシップ関数である)

なお、輪郭線は、常に左回りで探索しているため、 a_i が正の時は凸曲線で、負の時は凹曲線である。

2.5. 湾曲形物体の抽出

上記で求めた曲線部の中で正の曲線と、負の曲線の割合に依存するものである。即ち、正の曲線と、負の曲線が、25%以上あれば弓形であると見なせる。

3. 対象物の形の言語表現

対象物の言語表現は、標準図形（円、楕円、三角、四角、棒、弓形）と、どの程度似ているかで表すものとする。まず、標準図形の特徴を上記の方法で求めておく。また、その他の特徴（大きさ、凹凸）についても定義し、そのどれに近いかによって言語表現が実現する。

3.1. 円の定義

円とは、縦横比がほとんど1で、曲線の割合がほとんど100%であり、角の数が、ほとんどゼロか、あるいは、6個以上であり、弓形成分は、ほとんどゼロに近いものである。

図5に示すように、ファジィ集合のマッチングの値で、円である度合、すなわち円らしさが表される。すなわち、図5の縦横比において1に近ければ、より円らしさが増し、円である度合は大きくなる。また、曲線の割合においては100%に近ければ、それだけ円である度合が大きくなる。そして、角については、ゼロ個に近い、あるいは、6個に近ければ円である度合が大きくなる。湾曲成分においては、ゼロまたは1に近ければ、それだけより円らしさが増し、円である度合が大きくなる。以上のように、各項目のファジィ集合のマッチングの度合を求める。

次に、求めた各項目（縦横比、曲線の割合、角の数、弓形）を定性的な言語表現をするために、図6の様なファジィラベル付けをする。それには、各項目のマッチングの値を頂点として、その値の偏差をあいまい幅とし、それを底辺とする二等辺三角形のメンバーシップ関数を作る。そして、図6の3の山とのマッチングの値が、もっとも大きな所の表現を適応する。

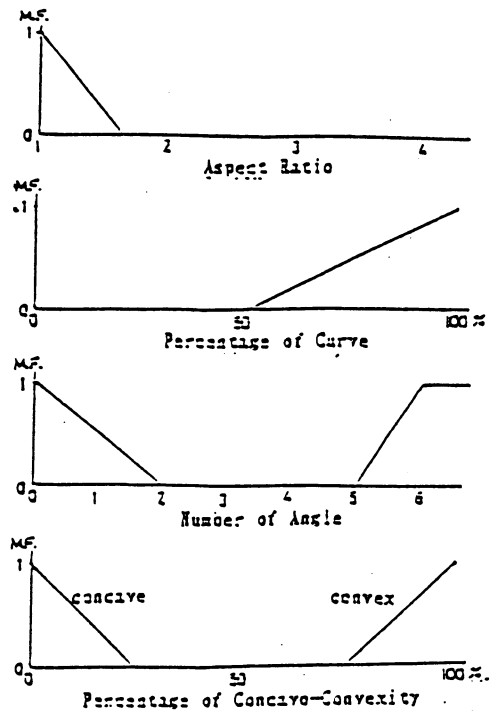


Fig. 5 Fuzzy Characters of a Circle

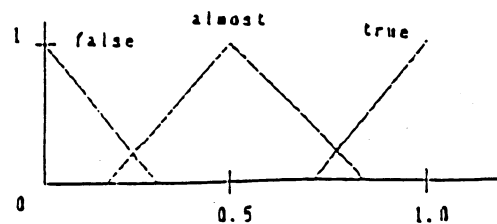


Fig. 6 Fuzzy Labels of a Circle

3.2. 楕円の定義

楕円についても、円と同様にして、ファジィ表現をする。そこで楕円の定義は、縦横比が約1.5ぐらいで、曲線の割合が、ほとんど100%あり、角の数がゼロか、あるいは、6個以上あり、弓形成分は、ほとんどゼロに近いものである。

3.3. 三角の定義

三角形の定義は、角が3個あり、曲線の割合は、ほとんど0%であり、縦横比が2.5以下であり、弓形成分は、ほとんどゼロであるものである。

ただし、角については、角の数だけでなく角の度合を考慮した。なぜならば、鈍角三角形の場合、鈍角を角と判断せずに2個の角を持った図形として認識してしまう場合がある。また、角の一部がノイズのため欠けている三角形の場合、一つの角を二個の角と判断し、四個の角を持った図形として認識する場合がある。そこで、本論文では角についての三角形である度合を、次の(1)～(4)の方法で求めた。

- (1) 角が、2個の時は、度合の小さな方の値を、3で割った値とした。
- (2) 角が、3個の時は、度合が一番小さなものの値とする。
- (3) 角が、4個の時は、度合が2番目に小さい値から、一番小さい値を引いた値とする。
- (4) (1)～(4)以外の時は、ゼロとする。

3.4. 四角の定義

四角形とは、角が4個あり、曲線の割合は、ほとんど0%であり、縦横比が、2.5以下であり、弓形成分は、ほとんどゼロに近いものである。ここにおいても、三角形の定義と同様に、角の数だけでなく角の度合も考慮に入れた。

- (1) 角が、3個ある時は、一番大きな値から、一番小さな値を引いて2で割ったものである。
- (2) 角が、4個ある時は、一番小さな値とする。
- (3) 角が、5個ある時は、2番目に小さい値から、一番小さい値を引いた値とする。
- (4) (1)～(3)以外の時は、ゼロとする。

3.5. 棒の定義

棒とは、縦横比が約4倍以上のものである。

3.6. 弓形の定義

弓形とは、1つの連続した負の曲線、正の曲線がともに25%以上あり、全体で50%以上あるものである。

3.7. 大きさの定義

大きさは、すなわち、大、中、小といった定性的表現とするためには、面積と長さが必要である。長さだけを考えると、約200dot以上が大で、面積だけを考えると、約4000dot以上が大である。今まで定義してきた方法で2つのマッチングの値の、ANDの値を、ファジィラベルの、横軸の値にとり、大、中、小といった定性的な言語表現をする。

3.8. 凹凸の定義

凹凸は、輪郭線の、代表点の傾きの差 a_i が、負である点の数が、3個以上あるものである。ここで、3個以上あれば、完全に、凹凸とするので、0～3を0～1の値に換算して、表現する。ただし、代表点の、隣同士が、負の傾きの差であるならば、それは1個と考え、

4個以上連続していれば、凹凸と言うより、えぐれ、または湾曲に近いもの になるので、そういった代表点は、凹凸の数には数えないことにする。また|a_i|が、小さくても数えない。

4. 実験例

上記で定義した言葉を使って、各農産物の標準知識を作成する。その例として、バナナを表1に示す。次に、画像の探索ツリーを作る。画像の特徴の内どれをツリーの上位に持つてくるかによって探索の効率が左右されるからである。まず、実験により人間の形状認識行動で調べ、それを主成分分析することによってどの特徴が、物を識別する上で重要かを求め、その重要度の高いものの順に探索した。ここでは、大きさ、縦横比、角数、丸味弓形度、凹凸の順であることが分かった。そのツリーを用いて、12種類の物体の中から特定のものを選び出す実験を行った。12種の物体の輪郭を図7に示す。人工物であるビン、包丁は直線部や角部の認識が容易で判別し易い。また、バナナ、にんじん、ピーマン、ねぎなども、明解な特徴があるので判別し易い。しかし、じゃがいも、トマトなどは形が似ていて大きさも同程度なため判別は困難である。図8はピーマンを選別した時の探索結果である。

Table 1 Knowledge about Shape of Banana

| |
|---------------------------|
| Banana |
| Size : middle |
| (Area : middle |
| Length : middle) |
| Macro shape : Bar and Bow |
| (Aspect Ratio : big |
| Angularity : 2 angles |
| Roundity : about 80% |
| Concave : 30% |
| Convex : 70%) |
| Unevenness : smooth |

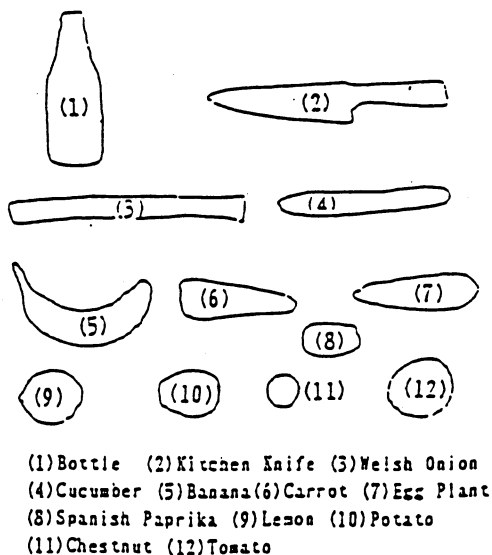


Fig. 7 Candidate Crops

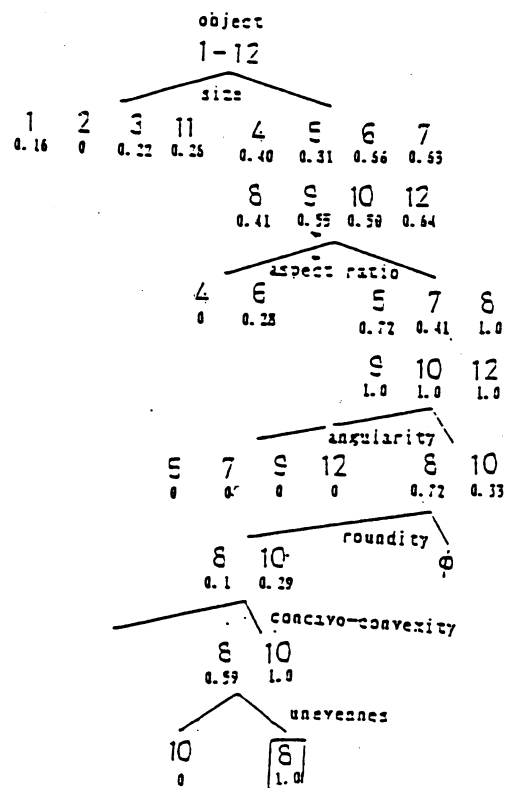


Fig. 8 Recognition of Spanish Paprika

5. おわりに

今回、本論文において報告した画像認識は、画像データの情報の中から輪郭線だけを用いるものであった。従ってこの方法は、画像装置として、輪郭線を、取り出せる性能があれば、十分に、利用できる。また、認識する対象としたのは、主に農産物であり、比較例として人工物を2個用いた。このことは、工業製品のような、規格化されたもの以外にこの方法を、使用できることを、示している。そして、認識にパターンマッチングではなく言語表現を用いた、このことによって、標準知識を、作り易くすることができ、また、実行もし易くなる。しかし、この方法は、12種類のものにしか、実験しておらず、大きさも形も似ているものは、判別困難である。

参考文献

- (1) 廣田 薫 著：画像パターン認識、マグロウヒル、1984
- (2) D. Dubois, M. C. Joulent: Shape Understanding Via Fuzzy Models, IFAC Sympo. on "Analysis Design and Evaluation of Man-Machine Systems", pp. 302/307 Varese, Sept. 10-12, 1985
- (3) 高野 英彦：複雑な図形の輪郭形状認識への一提案、計測自動制御学会論文集、Vol. 17, No. 3, pp. 381/388, 1981
- (4) 黒住 祥祐：形状解析のための点グラフとヒストグラム、情報処理学会論文集、Vol. 26, No. 4, pp. 626/631, 1985
- (5) 山崎、勝野：輪郭線抽出における色情報の利用、情報処理学会論文誌、Vol. 26, No. 4, pp. 632/637, 1985
- (6) H. Imaoka, T. Terano, M. Sugeno: Recognition of Linguistically Instructed Path to Destination, in "Approximate Reasoning in Decision Analysis" ed. by M. M. Gupta & E. Sanchez, North-hollan, pp. 341/350, 1982

手書き図形の
F u z z y 自己組織化意味理解

Fuzzy Self-Organizing Recognition of Freehand Drawings

荒井 良徳
Yoshinori ARAI

CSK総合研究所 AI研究所
AI Lab., CSK Reserch Institute

Abstract

Line drawing understanding system is proposed based on Black-Board model with fuzzy inference. Fuzzy based semantic net is used for the knowledge representation. Self-organizing recognition system for freehand drawings is discussed using the knowledge representation.

1. はじめに

人間が日常行っている画像情報の理解は、物の推定・同定・認識等だけでなく、更に見たものを他人に説明・伝達する時のような、認識された対象間の関係などの認識がよく行われている。'大きいビルの前の三角屋根の家の正面にある少し斜めなドア'などのように物の認識だけでなく、それらの関係等を知ることが人間と計算機とのインターフェースとしても重要となってくる。

計算機が発達・普及に伴い文字情報ばかりでなく画像情報もその上で処理を行われるようになり、画像理解の研究は三次元画像をも対象にして盛んに行われている¹⁾²⁾³⁾。しかし、これらの多くは、対象とする物の認識が主である²⁾³⁾。一方、質問に回答するビジョンシステム⁴⁾の研究も進められているが、実用段階には至っていない。

また、図面の計算機処理の要求から紙面上の図面を読み取る装置の研究開発⁵⁾も盛んに行われてい、更にそれらの図面は手書きのようなある程度不正確なものでも認識可能になってきている⁶⁾⁷⁾。このような柔軟な画像処理の実現は図面ばかりでなく、もっと身近な図形にも応用可能でそのニーズは高まってきている。

現在、手書きの二次元平面幾何図形を対象とし、示された画像情報を説明伝達可能にするような図形の意味理解を目的としたシステムの構築をしているが、今回は全体のモデルと手書き直線の認識について述べる。

この手書き図形理解システムは、エキスパートシステムの手法を取入れ、黑板モデル⁸⁾⁹⁾を用いている。黑板モデルにおける制御にファジィ推論¹⁰⁾を用い、あいまいな情報でも早く全体像を掴むことを可能にしている。知識表現ではファジィ論理¹¹⁾の概念を適用した意味ネット表現を用い、画素レベルの知識構造から上位レベルへ自己組織化していくことを考える。また、手書き図形の認識においても確率集合論の拡張ファジィ表現¹²⁾を応用して、柔軟な認識を可能とした。

2. Fuzzy推論を用いた図形意味理解

本章では、手書き図形意味理解システムの概要について述べる。ここで言う手書き図形とは、書かれた図形がある程度の情報の不足、冗長、あいまい（不正確）であってもよいことを言う。図形意味理解とは、書かれた図形郡を対象に各々の図形間の位置・重なり関係、大きさ等を認識することを言う。

手書き図形意味理解システムは、図形を通した人間と計算機のインターフェースの役割をする。更にその図は人間が書いたものでもよく、柔軟な認識を目的とするシステムである（図2-1参照）。本システムは、入力する（図形）画像が人間が書いたようなある程度不正確なものでも許すことにし、書かれている図形を柔軟に認識した上で、それらの図形の関係をも認識するのが目的である。

入力図形情報は計算機内部ではデジタル二値画像として表現されており、画素（点）を単位として構成されている。図形は、複数の画素の集まりである直線（線分）、曲線を単位として構成される。更に、それらの線（直線及び曲線）の間に、交差、平行対、長さ比等の関係（これを線関係と呼ぶ）がある。基本図形（三角、四角や円）は、これらの線とその関係の組合せによって決定される。

本システムでは、提示された二値画像の画素の集まりから線つまり図形要素を抽出し、それらの関係を調べて基本図形を認識し、更に基本図形間の関係を認識する方法を取っている。これらの認識に人間の手は介在しなく、自動的にそれらの知識構造を自ら構成していく。しかし、ここではボト

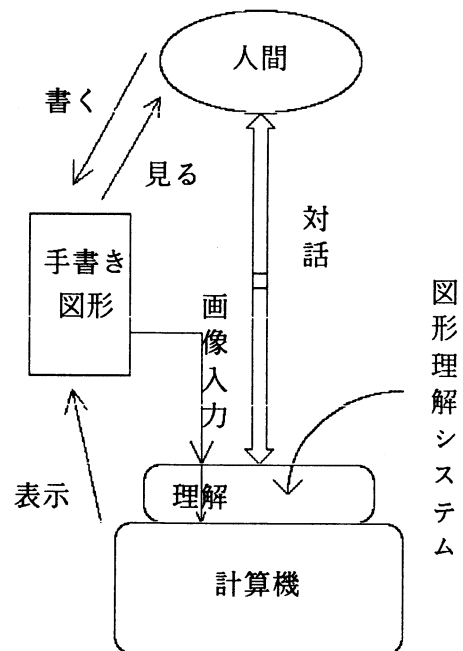


図2-1 手書き図形意味理解システムの概要

ムアップ的に図形要素のみを全て抽出し、それから基本図形を認識する方法ではなく、黒板モデルを用い、試行錯誤に処理を行っている。

つまり、認識し易い正確な図形要素（線）を大まかに抽出し、それからある基本図形が推定されるならば、それに含まれる未確認の線やその関係が実際に存在するかを認識する。数少ない局所的なあいまい情報から、全体像を把握するわけで、どこにどういう線があるかある程度予測がつかないならば、線を認識する処理の負担はかなり軽減され、処理時間を大幅に減らすことができる。

ここでは、このような仮説を立てるのにFuzzy推論を用いている。つまり、既に分かっている局所的な情報は必ずしも正確なデータとは限らず、これらのいくつかのあいまい情報から、全体像をFuzzy推論によって導くわけである。

Fuzzy推論の入力情報は黒板モデルの黒板上に示される線、線関係の認識テーブルであり、出力として基本図形が推論される。例えば、今判っている線が三つあり、その内二つが直線らしく、一つが直線に近いが曲線だろうと認識され、更に、直線らしい二つは平行で同長であり、曲線かも知れない一つが二つの直線の同方向単点を結んでいる場合には、これは四角形であるかも知れなく、残り一本の直線と予測される線を確認すれば良い。もし、この予測された線が存在し、直線であったならば、曲線らしかった線が直線でありそうなので、今度は詳しく確認する。また、もし二本の直線が認識されているとした場合、その位置関係から、それが本当は一本の直線である場合もこのようにして、仮説・検証をくりかえしながら認識される。この推論機構は、線が認識されていく途中、スーパーバイザが推論できる状態になったかを判断して起動される。

これらの推定つまり仮説を立てることはある特定範囲の知識に基づいて行われる。つまり、基本図形の仮説は、基本図形全般の知識を必要とし、線を認識するにはそれ固有の知識が必要となる。このように、仮説を立てるまたはそれを検証する過程に於て必要とする知識は対象とする固有の知識を用いるわけで、それらは各々別々の知識として明確に区別して個々の知識源として格納しておく。

3. Fuzzy論理による画像認識

本章では、画像認識の中で最も基本的処理である直線の認識について、Fuzzy論理を用いた柔軟な認識方法を提案する。手書きや、入力条件などにより（直線）線画像が不正確（情報の欠落、あいまい、冗長）となる主な現象は、途切れ、蛇行、二重線、雑音等が考えられる。これらの現象を考慮して直線を認識する方法には、細線化をしてから追跡して行く方法と、

しないで長方形のテンプレートなどを用いて追跡する方法がある6)。ここでは、階層的画像表現であるピラミッドを用いて細線化は行わず、粗い画像（ピラミッドの上レベル）において、画素一つ一つを追いかけて直線の認識をする方法を用いる。

ピラミッド法は膨大なデータ量の原画像を詳しく解析する前に、その縮小画像を作って粗く調べようという考えの基に生まれた画像表現方法の1つである。通常 2×2 画素の4点の濃淡値を平均化して $1/2 \times 1/2$ の縮小画像を次々と作っていくが、ここでは0（無し）、1（有り）

の二値画像であり、正確な平均値ではなく4点中0が0個、1個、2個、3か4個の場合の4通りの値を次の縮小画像に継承するようにした。ただし0か1かの二値を判断するときは2個以上の場合には有り（1）、2個未満の場合には無し（0）とした。

このピラミッド法による画像表現では、粗いレベルでは孤立点などの雑音はある程度無視される効果も期待できる。また、多少の傾きや途切れ等も解消される。よって確実ではないかもしれないが、およその粗い認識が可能となる。

この直線の認識も黑板モデルの基で行われるわけであり、検証する場合とそうでなく探索する場合とある。今、検証でなく探索をしている場合、正確でなくとも迅速な認識ならば良く、粗いがデータ量の少ない上位レベルの画像を対象とすれば良い。もし、検証の場合ならば、対象とするピラミッドのレベルを下位の細かい画像とすれば良い。

粗いレベルの画像を対象とし、およその認識をすれば良い場合の直線の認識は、斜影を用いれば比較的簡単に可能となる。例えば、図3-1のようにまずx, y方向の斜影をし、グラフの突出している部分が直線成分となる。

このようにピラミッド法による階層的画像表現を用いることにより、ある程度柔軟な認識処理が可能となる。しかし、検証の時など何れかのレベルの画像で細かく一つ一つのが画素を追跡していく必要も生ずる。

このような場合ここでは、Fuzzy論理を適用した直線認識を行った。線の追跡を始める画素から、一定順序に従ってその近傍に黒点があるかを探る。

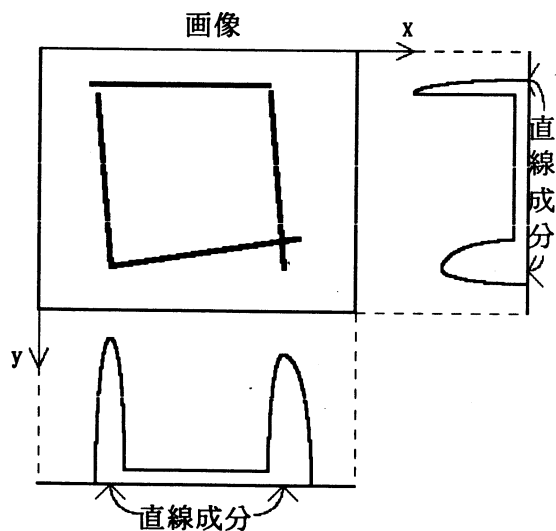


図3-1 粗い処理の直線認識

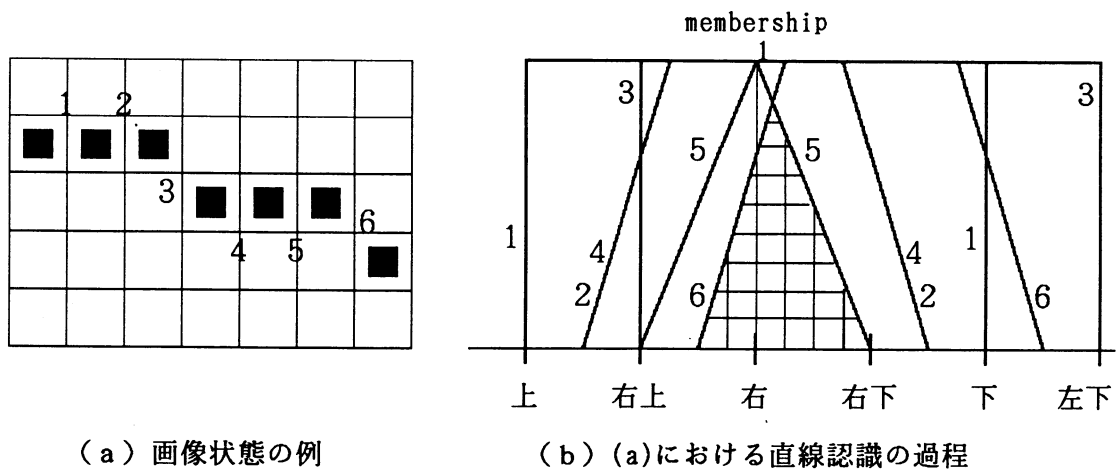


図3-2 Fuzzy論理を用いた直線の認識

その方向は上下左右及びその中間の8方向の何れかであり、まずはその方向への直線である可能性がある。更に探索をし、同じ方向に黒点が延びていけば更にその方向の直線である可能性が強まる。ここでは、このような考え方にに基づき、確率集合論の拡張Fuzzy集合表現を適用し、直線の認識を行う。

具体的には、この方向をFuzzyラベルで表し、それらの積 (and) をとっていく。例えば図3-2(a)のように、最初右方向であったならば上部及び裾の幅が広い (vagueness値の大きい) 右Fuzzyラベル (同図(b)) とする。更に次も同じ右方向であったならば、ややとんがった少し幅の狭い (vagueness値のやや大きい) ラベルとし両ラベルの積をとる。このように同じ方向ならば、段々と上部及び裾の幅を狭くしていく。そして、積をとった部分の最高値 (u) かその面積 (s) が一定値を下回った時点で中断し、そこまでを一区切りの直線とし、その方向は積の部分とすればよい。

このように、直線の認識に粗い認識と細かい認識の二通りの方法を用意し、状況に合わせて使い分けるようにした。また、細かい認識の際、しきい値 (面積もしくは最高値) を変化させることにより、目的に合わせたより柔軟な認識を可能とし、手書きのような不正確な直線にも対応可能とした。

5. おわりに

図形の認識だけでなく、更にそれらの関係などを説明可能な図形理解のシステムの一部の構築を試みた。画像の表現方法にピラミッド法を用い、粗い認識ではあるが処理速度は高速となり、ある程度の不正確さを吸収でき、柔軟な認識に役立つことが分かった。更に、fuzzy論理を併用すること

によって、より柔軟な認識が可能となった。また、図形の知識構造を自動的に構成させる方法に黑板モデルを用いたモデル化を試みた。黑板モデルにFuzzy推論を適用することにより、粗い認識を有効に行うことができた。

図形意味理解システムはまだ不十分で、曲線の認識や基本図形などの知識の編集等が今後の課題である。

謝辞

本研究を行う機会と有用なアイデア及び貴重な意見を下さったCSK総合研究所・矢田光治社長並びに御指導頂いた同・岡本憲治所長及び法政大学・広田薫助教授に深謝いたします。

参考文献

- 1) Nagao, Matsuyama: A Structural Analysis of Complex Aerial Photographs, Plenum (1979)
- 2) Duda, Hart: Pattern Classification and Scene Analysis, New York: Wiley (1973)
- 3) Young, Fu eds.: Handbook of Pattern Recognition and Image Processing, Academic Press (1986)
- 4) Ballard, Brown, Feldman: An approach to knowledge-directed image analysis, Computer vision systems, New York Academic Press, pp271/281 (1978)
- 5) 長田, 井上, 吉田: 論理回路図の自動入力処理, 電子通信学会, Vol. J68-D, No. 4, pp837/844 (1985)
- 6) 美濃他: 手書き図形清書システムFACORES, 情報処理学会研究報告, Vol. 87, No. 2, CV46, PP79/88 (1987)
- 7) 清末, 西村: 手書き線図形の自動浄書化, 情報処理学会第34回全国大会, pp1813/1814 (1987)
- 8) Hayes-Roth: A Blackboard Architecture for Control, Artificial Intelligence, 26 pp251/321 (1985)
- 9) Nagao: Control Strategies in Pattern Analysis, Pattern Recognition, Vol. 17, No. 1, pp45/56 (1984)
- 10) Mamdani, Assilian: A Case Study on the Application of Fuzzy Set Theory to Control, Proc. IFAC Symp. on Stochastic Control (1974)
- 11) Zadeh: Fuzzy Sets, Inf. and Control 8, pp338/353 (1965)
- 12) Hirota: Extended Fuzzy Expression of Probabilistic Sets, Advances in Fuzzy Set Theory and Applications, Gupta et al eds., North Holland, pp201/214 (1979)

計測のあいまいさについて

Concerning the Fuzziness of Measurement

森田 矢次郎

Yajiro Morita

東京工業大学

Tokyo Institute of Technology

Abstract

This paper presents a perspective on the problems of measurement recently recognized in the field, emphasizing the importance of the study of fuzziness. The theory of measurement will meet an epoch by taking in some of the newly developing ideas and concepts of the study of fuzziness. For one thing, the author sketches the fuzziness of pairwise comparison and its measurement-theoretic significance which have been studied by his research group.

1. Introduction

A few conspicuous features of modern measurement motivate our study of theoretical foundation or rather philosophy, of measurement. Never in the history of measurement we have had so many resources of measured data, thanks mainly to the advancement of semi-conductor devices, amplifiers, transmitters, data-loggers, computers, recorders and so on. However, these hordes of data must somehow be cooked up to the need of us that have been left out with inborn capacities of memorizing and understanding un-changed. "Trash-in trash-out" was once a popular joke for the use of computers. Now with a large-scale measurement we have so much trash hiding genuine information that a careful valuation is required at each end of the measuring system. The valuation is typically a function of human being. As shown later there are many ways of evaluating things all of which are not necessarily congruous with a numerical scale.

A sensory measurement is another area where human beings and mechanical measuring devices are not easily interchangeable. The sense of taste e.g., may be thoroughly studied and some mechanical, chemical or spectroscopic analyser may tell which noodle tastes best when cooked and eaten in such and such a way. However, do we not know the best taste by just eating, at appropriate time intervals, several bowls of noodles?

All seem to point out the necessity of studying the human being and its relationship to outside world when it performs various acts of life. Some functions are mechanical, others, however, are less so and more fuzzy. The study of subjectivity, evaluation, and decision is very much relevant to the general theory of measurement, which tries to encompass all the important issues of measurement and evaluation.

2. Fuzziness in Nominal Scale and Partitioning

The most common style of evaluation or measurement is to map the set \mathcal{Q} of evaluated objects q_1, q_2, \dots into \mathcal{R} , real numbers. One kind of units, dimensions or denominations is attached to a real number to specify the attribute, and more significantly, to enable us to perform algebraic operations in the range of \mathcal{R} . Fig. 1 shows the four traditional scales:

nominal, ordinal, interval and linear scales.

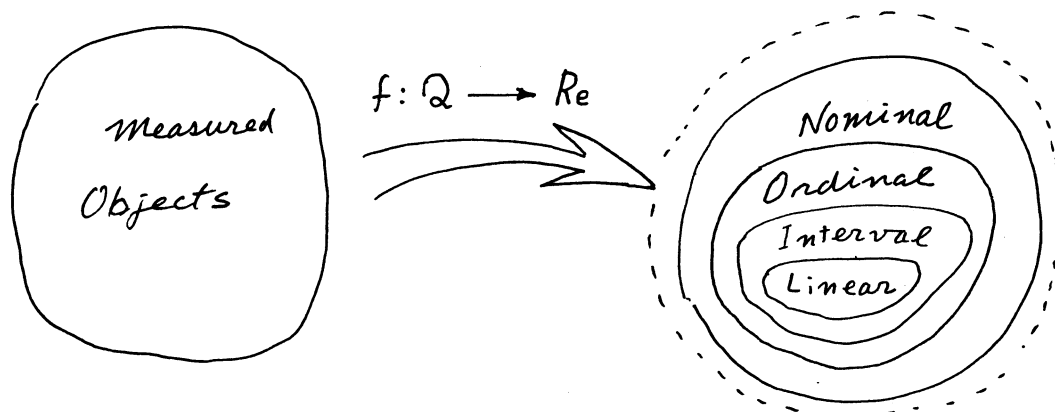


Fig. 1 Measurement Mapping Using Numbers

The interval and linear scales have been well studied. All the theories of linear systems take it for granted that the physical world is explainable somehow by the linearity. The traditional measure theory is really a theory of linear quantities¹. However, many objects of measurement are so complicated, multiphasic and not easily linearizable as human sensory organs are. If a human being can tell good noodle from bad noodle without bothering numerals, he should seek for a simple measure scale congruous to his taste being measured and studied.

The nominal and ordinal scales are more flexible than the linear scale. They can be applied to all the objects measurable by a linear or interval scale plus great many more objects.

The nominal scale is the crudest, it will differentiate q_i from q_j ($i \neq j$), but not say very much more as long as we stick to the traditional interpretation where no algebraic operation can be performed. Probably we stretch the meaning of the nominal scale a little bit. The number may signify an equivalence without magnitude. Thus the domain may be mapped into R_e as $f: Q \rightarrow R_e$ to give a partition R_f of Q induced by f . Fig. 2 shows various types of crisp and fuzzy partitions. A fuzzy partition is really making some subsets fuzzy but it needs not be the traditional membership fuzziness, which is too naive to be mentioned here. Later an adimensional case will be shown to have an epimorphic mapping from Q to $A \subset Q$. If the purpose of measurement is to distinguish the elements of

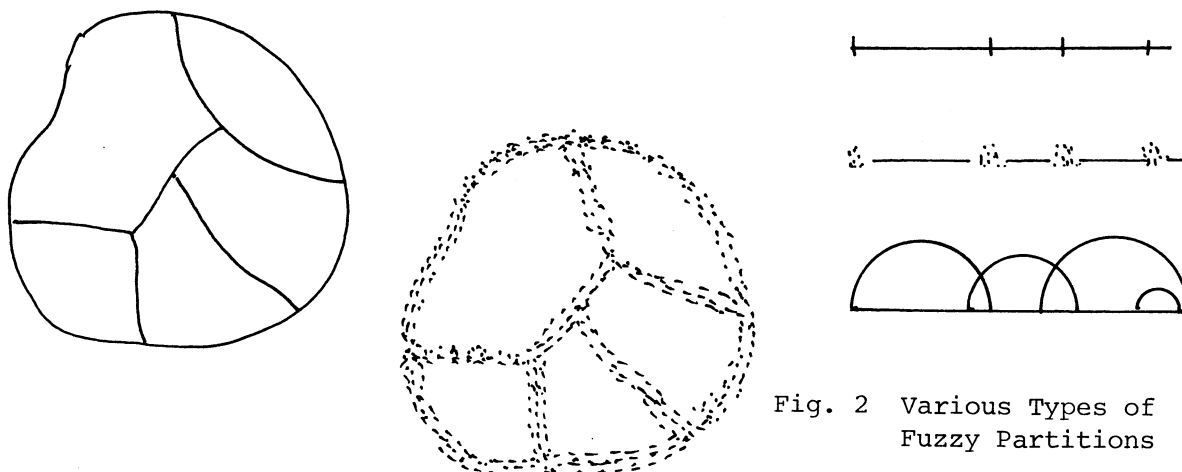


Fig. 2 Various Types of Fuzzy Partitions

the set Q , which is better to have few crisp partitions or many fuzzy partitions? This is a fundamental question of precision of measurement. The author once tried to analyse this question from an information theoretic view².

Another interesting idea is the linkage³. When by means of nominal scales f and g , we have two equivalence relations R_f and R_g on a set S which induce two natural mappings $\pi_f: S \rightarrow S/R_f$ and $\pi_g: S \rightarrow S/R_g$, given $(A)_f$ in the quotient set S/R_f consider the set of R_g -classes which intersects $(A)_f$, i.e., consider the set $\pi_g \pi_f^{-1} (A)_f$. We shall say that:

- 1) g is totally linked to f at $(A)_f$ if the above set consists of single R_g -class.
- 2) g is partially linked to f at $(A)_f$ if this set consists of more than one R_g -class but is not all of S/R_g .
- 3) g is un-linked to f at $(A)_f$ if this set is all of S/R_g .

We shall further say that g is totally (un)linked to f if it is totally (un)linked at each $(A)_f$.

The idea of linkage is fundamental to classification, identification and recognition. An expert is probably one who can refine R_g by a totally linked nominal scale f . By totally un-linked g the quotient set S/R_f is subdivided to a maximum degree. Fig. 3 depicts the linkage.

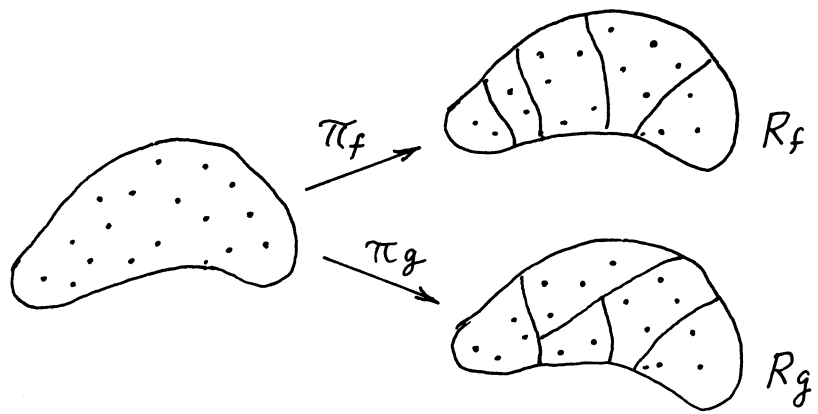


Fig. 3 The Linkage

Fuzziness may be brought into the linkage as is in Fig. 2. Also in one-dimensional scaling, a totally unlinked g to f means a totally linked g to f .

3. Fuzziness in Ordinal Scale and Preference

The ordinal scale has its simplest form in pairwise comparison. "Either this or that" seems to be a basic act of measurement or evaluation. A set of tall men is a fuzzy set. So is a set of beautiful women. It is said because the adjectives "tall" and "beautiful" are fuzzy the both sets are fuzzy. But can the both be fuzzy on equal terms? Is it not too much to say that we can adjust the membership so as to make the second set fuzzier than the first?

Take any pair of women, one can be asked to decide with reasonable certainty which is more beautiful. The same decision can be done with the heights of men, where the same method can be applied probably with a lot easier feeling, irrelevant of course to the present discussion. In this crude form of measurement, the set of women is given a relational structure. This structure identifies the set in relation to "beauty", a fuzzy term.

In other words, the set of beautiful women is mapped to a structured set, whose structure is broad enough to include a total order, a linear scale and the real numbers.

The authors once called this structure a fuzzy scale⁴ induced by an intransitive ordering. Since the pairwise comparison is one of the most powerful means to measure fuzzy entities, the authors feel it important to study its theoretical foundations, its position relative to giving membership, and its own ways to represent fuzziness.

The authors' structure given in the following is a tournament in the terminology of Roubens and Vincke, who have published an excellent note on preference modelling⁵. Many other researchers as well have shown concern on the same sort of problems (e.g. 6). However, it is felt by the authors that they ought rather explore the less tight structures to bring about new concepts and methods than merely sort out various structures on different degrees of orderliness.

The above-given example of comparing one woman with another is typical of the pairwise comparison. If the number of elements (the size) of the set is n , there will be $nC_2 = n(n-1)/2$ pairs in the measurement. For simplicity, let us exclude equivalence in the following argument. We shall

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 |
| x_2 | -1 | | 1 | -1 | -1 | 1 |
| x_3 | -1 | -1 | | 1 | -1 | -1 |
| x_4 | -1 | 1 | -1 | | 1 | 1 |
| x_5 | -1 | 1 | 1 | -1 | | 1 |
| x_6 | -1 | -1 | 1 | -1 | -1 | |

Fig. 4 Pairwise Comparison

have something like Fig. 4 i.e. "pairwise-comparison (p.c.) table" "p.c. matrix" "tournament", etc. It is a graph with finite nodes⁷. Fig. 4 represents a subjective comparison of 6 elements. Each 1 or -1 signifies local judgement which cannot be otherwise. If the set of the n elements is X , we are introducing a pairwise comparison (p.c.) structure $(X, <)$. The axiomatic approach to the p.c. will be presented in the coming IFSA '87⁸. However, some new ideas about the p.c. are introduced here.

By p.c. we introduce a degree of quality which is described by an adjective such as tall, beautiful, loud, sour, etc. The paired objects are assumed to be identifiable, or in

other words, measurable by a nominal scale. The p.c. adds yet another quality by which we can introduce a relational structure as examined in the following.

Now let us take $s \in X$, s classifies $X - \{s\}$ into two (crisp) subsets $\{x; s < x\}$ and $\{x; x < s\}$. It is a partition induced by $<$ and s that is created by a mapping f_s . Let us further take a subset $S \supset_s$ of X and map each element of S in a similar manner. The totality of mapping may be written as f_S . The mapping may be regarded as an equivalence mapping for $X - S$.

The nominal scale assumed to identify each element of X evolves toward an ordinal scale by p.c. but not necessarily toward the traditional ordinal scale of real number. The qualifier "tall" or "beautiful" etc. under consideration may be given to each element of $X - S$ by using f_S . We call S a "standard set". If the purpose of measurement is to distinguish all the elements with respect to the quality under consideration, there will be two fundamental questions. 1) What is the smallest S ? 2) What is the difference between the results obtained by using different S_1 and S_2 ? The latter question is more difficult to answer, but the former question may

need some explanation about the meanings of the question and its answer. Perhaps the best way of explanation is by an example.

A balance is used to measure which objects are light and which are heavy. The fundamental technique is the p.c. Suppose that we have a set of objects and a balance and that we have to select some objects from among the set and use them as the standard subset (weights). We are to tell the unknown weights of the rest of the objects by using the balance and the standard weights, so that each object may be identified with respect to its weight.

Assuming that the balance is so sensitive that no two weights can bring it in equilibrium, we have a situation of our Fig. 4 except that the situation is much simpler because the physics of gravity assures us that the objects' weights will be linearly ordered. The following propositions are readily proved.

Proposition 1. If a set X of n linearly ordered elements is to be measured by paired comparison, the standard set S defined above will have at least $(n-1)/2$ elements when n is odd, at least $n/2$ elements when n is even, in order that each element of $X-S$ is to be identified.

Proposition 2. For the identification of Proposition 1, exactly one S is necessary and sufficient when n is odd, there are $(n/2)+1$ subsets (S 's) when n is even.

In general, no linear order can be ascertained in the pairwise comparison. Nor is the identification required for all $X-S$. The standard set S may be a small set and so is the identified subset. There comes the effectiveness of S , or in other words, a good or bad choice of S in X in terms of identification may become significant. The maximum number of identifiable elements by means of S having p elements is 2^p and it is a theoretical upper limit. Looking at the Propositions, the linearly ordered elements seem to require a relatively large standard subset S in order to identify $X-S$.

Now when a metaphysical quality of X is pairwise measured, the instrument is a human being. The sensory measurement with respect to color, smell, tone, feeling, taste, etc. is a big application field for pairwise comparison.

Next we define the distance between two elements x and y both in $X-S$ where S is a standard set. The distance $d(x, y)$ is defined:

$$\forall x, y \in X-S, d(x, y) = \sum_{i=1}^n |z_i - v_i|,$$

where the following maps are restricted on $X-S$,

$$f_S(x) = (z_1, \dots, z_i, \dots, z_n)$$

$$f_S(y) = (v_1, \dots, v_i, \dots, v_n).$$

The idea of this distance is a natural extension of the identification of the elements of $X-S$ by the standard set S . The elements of $f_S(x)$ and $f_S(y)$ take on the value of either 1 or -1. So the distance $d(x, y)$ satisfies the inequality:

$$0 \leq d(x, y) \leq 2n.$$

The distance signifies the difference between x and y as seen from the standard set S . If $z_i = v_i$ for any i , $d(x, y) = 0$, or we cannot distin-

guish x, y by the standard set S .

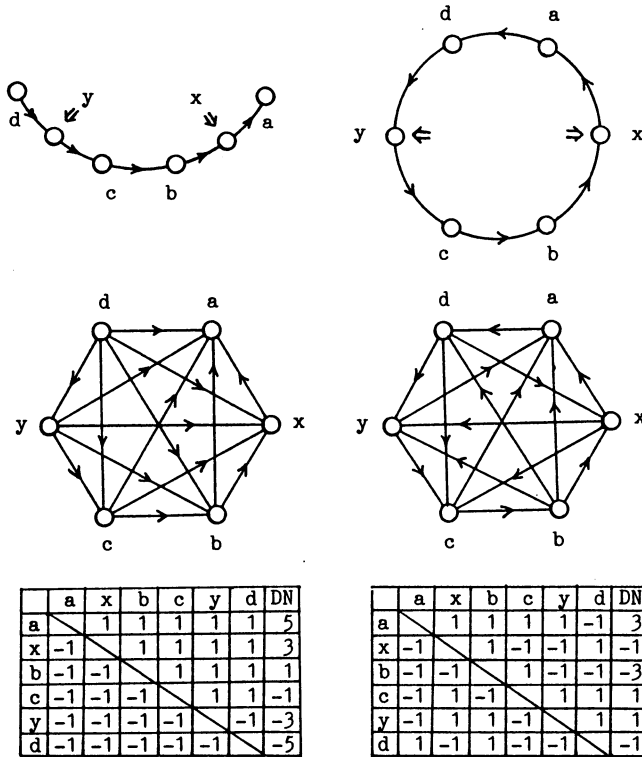


Fig. 5

(a) Linearly Ordered Pairwise Comparison

(b) Intransitive Structure of Pairwise Comparison

(a)

(b)

Fig. 5 is an example of p.c. among the elements of a set $X = \{a, b, c, d, x, y\}$. The standard set S is $\{a, b, c, d\}$ and the distance between x and y is questioned. If the elements are lining up as they are in Fig. 5(a), the distance is $d(x, y) = 4$. If we compare the dominance number DN (outdegree⁵), the difference of x and y is 6. There is no way to regard the two elements x and y being close to each other.

Turning to Fig. 5(b), we see the graph is no longer a transitive string. It has what we call an intransitive structure. There the distance $d(x, y) = 0$, that is, x and y are quite close when measured by p.c. with the standard set $\{a, b, c, d\}$. The difference in DN of x and y is 2.

4. The Main Path Diagram and the Standard Set

The analysis of a set by using p.c. over a quality has revealed many interesting points of fuzzy-theoretic argument. One powerful method of the analysis is the main path diagram (m.p.d.)⁹. With Def. 1 and the following definitions, the characteristics of m.p.d. may roughly be conjectured.

Def. 1 In $(X, <)$, a sequence $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ where each element is distinct, is called a path of length $n-1$.

Def. 2 If $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ is not coincident with $x_j (i \neq j; i, j=1, 2, \dots, n)$ the path being cyclic is called a cycle of size n .

Def. 3 A subset $Y(\subset X)$ consisting of all the points of cycle in $(X, <)$ is called to be cycle representatible and the cycle the representative cycle.

Def. 4 A subset $Y(\subset X)$ being cycle representatible in $(X, <)$ is called a loop and the number of points constituting the representative cycle is defined as the size of the loop.

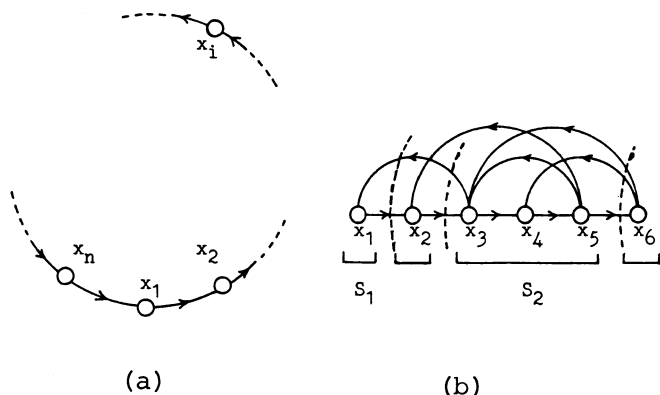


Fig. 6

- (a) Representative Cycle
 (b) Main Path Diagram (m.p.d.)

Fig. 6(a) is a representative cycle and Fig. 6(b) is a m.p.d. of the representative cycle. The figure is self-explanatory, however, the m.p.d. is constructed by laying a representative path on a line and writing an arrow for \prec . All the inversely ordered arrows (defined as arcs) against the representative path as in Fig. 6(b).

On a m.p.d. we may have a pseudo-interval order⁹. This is illustrated as S_1 and S_2 in Fig. 6(b).

Now the m.p.d. is a way to represent p.c. and in Fig.

6(b), if we apply the idea of distance to $x, y \in S_2$ with S_1 as the standard set, we see $d(x, y) = 0$. It is noteworthy also that the m.p.d. is not unique. We may assign an order to a m.p.d., and we see that the higher the order is, the more informatively the whole set is arranged with respect to the quality in question in the original p.c. We tentatively suggest that given a table of p.c. we construct the highest order m.p.d. and translate it to the membership. This is the meeting point of the classical fuzzy theory and the theory of pairwise comparison.

The pairwise comparison tableau is a collection of crisp preferences. There is no fuzziness of the relation within a pair. As a whole, however, the tableau reflects the fuzziness of its writer and therefore lays a basis of fuzzy classification (grading) using membership functions.

The pseudo interval order is not one-dimensional, nor is of any dimension. It is just a fuzzy order seen in a tournament. That is why back in Fig. 2 the author pointed out that a fuzzy partition could be adimensional.

5. Concluding Remark

The author has tried to draw the attention of the readers of this paper to some possible research areas of the fundamental theory of measurement. The interval and linear scales using numbers are probably too narrow to measure sensory, psychological, social and metaphysical variables. The nominal and ordinal scales are more adaptable to such fuzzy objects of measurement. In studying pairwise comparison, the authors' group has come across with some new concepts and ideas in the measurement theory.

References

1. Ash, R.B.; Measure, Integration, and Functional Analysis (Academic Press, New York, 1972) 4.
2. Morita, Y. et al.; A Theoretical Study on Classification in Pattern Measurement, SICE Transactions, 13 (1977) 509/516.
3. Rosen, R.; Fundamentals of Measurement and Representation of Natural Systems (North-Holland, New York, 1978) 4.
4. Morita, Y. and Oka, Y.; A Fuzzy Scale Induced by Intransitive Ordering, Fuzzy Information and Decision Processes, Vol. II (North-Holland, New York, 1982) 139/150.
5. Roubens, M. and Vincke, P.; Preference Modelling, (Springer-Verlag,

- 1985) 4.
6. Tversky, A. et al.; Foundations of Measurement, Vol. I (Academic Press, New York, 1971).
 7. Garre, B.; Graphs and Networks, (Clarendon Press, Oxford, 1979) 32/39.
 8. Morita, Y. et al.; IFSA '87 Paper Acceptance No.108, Tokyo, 1987.
 9. Morita, Y. et al.; Properties of Intransitive Ordering in Evaluation, SICE Transactions, 17 (1981) 223/230

ファジィ制御則の順序構造モデルによる推論方法

Fuzzy Reasoning by Ordinal Structure Model of Control Rules

三菱重工業(株)技術本部 横浜研究所 大西 巍, 小野秀隆
システム技術部 寺田郁二

T.Ohnishi*, H.Ono*, Y.Terada**

*Yokohama Research & Development Center **System Engineering Department
Technical Headquarters, Mitsubishi Heavy Industries Ltd. Tokyo, Japan

Abstract- The inference method "If x is A, then y is B" is effective in description of operator's control rules, but it is not necessarily practical when its input variables and fuzzy variables become numerous.

Here a structure model of priority ranking among control rules has been prepared. From some case studies, it is concluded that this method is practical and useful in simplifying the description of control rules as well as in reducing the number of control rules.

Key Words: Fuzzy reasoning, Ordinal structure, Preference function

1. はじめに

ファジィ制御における "If x is A, then y is B" 形式の推論方法は、オペレータの持つ経験的な制御則を記述するうえで理解し易く簡明な方法と考えられる。¹⁾ 一方、この方法は入力変数とそのファジィ変数の数が多くなると、制御則の数が膨大になる、あるいは、前件部の条件の作り方が複雑である、などの理由により必ずしも実用的な方法ではない。

本稿では、オペレータが経験的に持つ制御則間の優先順位の取り扱いを類似する制御則の順序構造モデルを提示して、これを用いて優先順序関係にある2つの制御則の優先の度合いと、前件部適合度の相対的な大きさにより、従来の "If ~, then ~" 形式の推論計算を補正する方法を示した。この方法は、前件部制御則の記述を簡略にしたり、制御則の数を低減するうえで有効と考えられる。以下、その計算手順とケース・スタディによる検討結果を紹介する。

現在、この方法は都市ごみ焼却プラントの燃焼制御²⁾を目的とした多入力多出力系のファジィ制御に適用中である。

2. 問題点

"If x is A, then y is B" 形式の推論プロセスは、通常、1) 制御則の前件部適合度の計算 2) 各規則の推論計算 3) 推論結果の前件部の適合度による重み付き平均計算 の3つのプロセスにより成り、これらは他の推論方法でも本質的に同様である。³⁾

この形式の推論計算方法の良く使われる一例として、制御則 $R_i (i=1, 2, \dots, n)$ を

$$R_i ; \text{If} (A_{i1}(x_1), A_{i2}(x_2), \dots, A_{in}(x_n)), \text{then} (B_i(y)) \dots\dots\dots(1)$$

ただし、 x_j, y ; 入力、および 出力変数 ($j=1, 2, \dots, m$)

A_{ij}, B_i ; 入力、及び出力のファジィ変数 ($i=1, 2, \dots, n$)

で表わし、前件部の適合度 β_i を

$$\beta_i = \min(A_{i1}(x_1), \dots, A_{in}(x_n)) \dots\dots\dots (2)$$

として、出力 y を次式により計算する方法がある。

$$y = \frac{\int_{y \in Y} \max(\beta_1 \cdot B_1(y), \dots, \beta_n \cdot B_n(y)) y dy}{\int_{y \in Y} \max(\beta_1 \cdot B_1(y), \dots, \beta_n \cdot B_n(y)) dy} \dots\dots\dots (3)$$

この方法の問題点は、入力変数の数とそのファジィ変数の数が多くなると、これらの組み合わせ数が膨大になる結果、入力空間の分割の仕方が複雑になり、制御則の数が多くなる点にある。

また、出力 y が各々の制御則前件部適合度の重み付き平均として計算される点については、これは各制御則が全く対等な重要度で扱われていることに他ならない。したがって、オペレータが経験的に制御則の間に優先順序を持つような場合には、矛盾する解集合が現われるとき、オペレータの選択する出力とコントローラの推論結果が異なる場合が現われてくる。この例を fig.1 に示した。

ファジィ制御は、矛盾する解集合が現われても全体的には平均的なバランスのとれた出力がえられる特徴を持つが、これは (3) 式の演算方法に基づく性質であり、逆に制御則の間に優先順序がある場合のオペレータの微妙な動作の表現に困難をもたらすことになる。このような不具合の解消には、入力空間の分割をさらに細かくして解集合に現われる矛盾を少なくする必要があるが、これは必然的に制御則の数の増大をもたらすことになる。このような事情は、現在使われている他の方法、例えば入力空間の部分空間で線形な入出力関係を見出す方法、即ち後件部を

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m) \dots\dots\dots (4)$$

として表現する方法などでも、全く同様である。

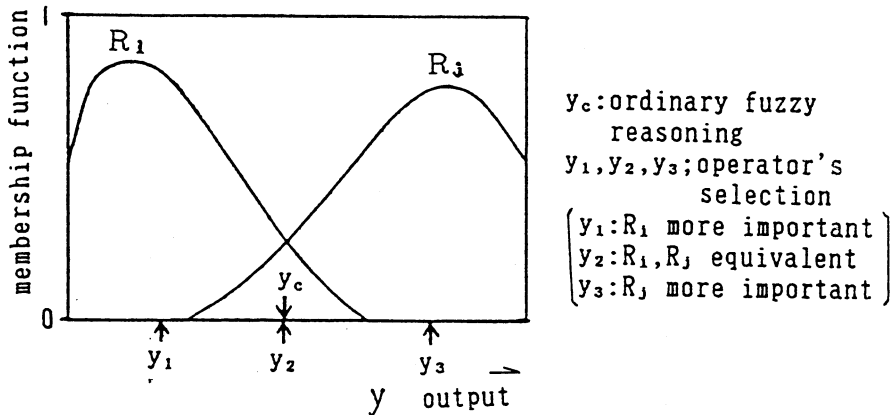


fig.1 Difference between ordinary fuzzy reasoning and operator's selection

3. 制御則の順序構造モデル

熟練オペレータは、(1)式で表わされる様な多次元空間での思考により操作内容を決定するよりも、むしろ少ない次元の入力空間で作られる簡単な制御則を数多く持ち、これらの制御則の前件部適合度の相対的な大きさと経験的に持つ優先の順序とにより操作内容を決定することが多い。例えば、ごみ焼却炉の運転では、炉内の燃焼炎が消えかかっている状況下では、鎮火を防止するための処置が優先され、排ガスの性状やごみの処理量を目標値に維持するための制御則は一時的に無視される。以下、このような意志決定プロセスを類似する計算法の一案を示す。

いま、互いに矛盾する解集合をもつ制御則 R_1, R_2 の間に、オペレータが「 R_1 の前提部の適合度が大きい場合、 R_2 よりも R_1 に基づき動作をより優先的に選択する」という経験則をもつものとする。この関係 $R \ni (R_1, R_2)$ を、 $R_1 \succeq R_2$ で表わす。

次に、 R_1, R_2 の前提部適合度 β_1, β_2 の大小関係 τ_{12} を次の二項演算により定義する。

$$\tau_{12} \triangleq \beta_2 / (\beta_1 + \beta_2) \dots\dots\dots(5)$$

大小関係 $\tau_{12} \in [0, 1]$ は、優先される制御則の前提部適合度が相対的に大きいほど0に、逆に小さいほど1に近づく。

次に優先関係 $R_1 \succeq R_2$ の程度の強さを表わす優先関数 $\Phi_p(\tau_{12})$ を次式により定義する。パラメータ p は、優先順序関係の強さを表わす指数であり、これが大きいほど優先関係が強くなる。

$$\Phi_p(\tau_{12}) = (\tau_{12})^p, \quad (p \geq 0) \dots\dots\dots(6)$$

優先関数 Φ_p は、必ずしも (6)式の形である必要はなく、

- ①単調性 ($p_1 \leq p_2 \rightarrow \Phi_{p_1} \geq \Phi_{p_2}$) ,
- ②単調増加 ($\tau_1 \leq \tau_2 \rightarrow \Phi_p(\tau_1) \leq \Phi_p(\tau_2)$) ,
- ③完備 ($0 \leq \Phi_p \leq 1$)

の性質をもち、fig.2 に示すような形の関数であればよい。

制御則の集合は、優先関係 R において反射的、反対称的、推移的関係を満たし、半順序集合として扱うことができる。優先関係 $R_1 \succeq R_2$ により補正された適合度 β_j^* を

$$\beta_j^* = \beta_j \cdot \Phi_p(\tau_{12}) \dots\dots\dots(7)$$

とすると、 β_j^* は β_1 と β_2 の相対的な大小関係と、 R_1, R_2 の優先関係の強さにより補正された適合度となる。

ここで、一つの制御則 R_j に対して複数個の優先規則がある場合には、個々に求められる β_j^* の最小値を使用する。また、 R_j よりも下位の制御則に対しては、前提部適合度を β_j^* / β_j 倍乗じて補正し、同様の演算を行なうものとする。このようにして得られた全ての β_j^* を (1)式の β_j の代わりに使用するものとする。

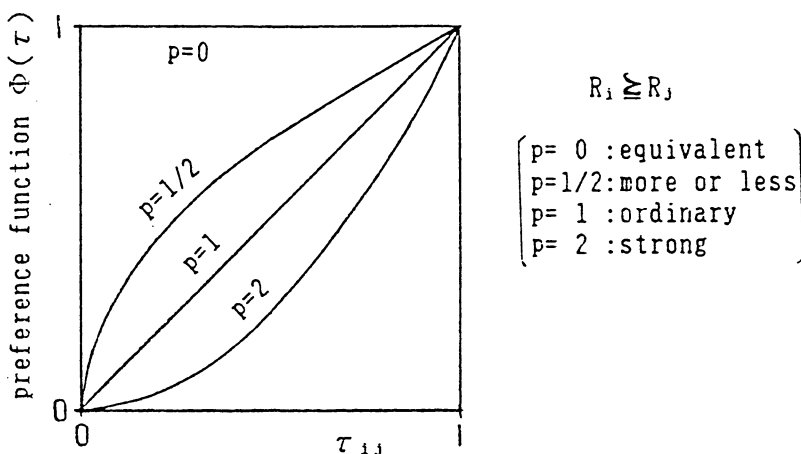


fig.2 Graphic representation of preference function

4. 計算例

制御則の優先順序構造モデルを用いた推論の一例として、fig.3 に示す一次遅れとムダ時間を持つプロセスでの検討結果を記す。制御則はtab.1 に示すように、目標値との偏差またはその変化速度についての簡単な一次元入力空間で記述した。これらの制御則は、「偏差が十分小さくない場合はその変化速度に関係なく偏差を減ずる動作を優先させ、また、偏差が十分小さくなったらその変化速度を安定する動作を優先して、安定な、かつ応答の速い制御特性を得る」ことを制御目標として、fig.4 に示す順序構造モデルを持つものとする。

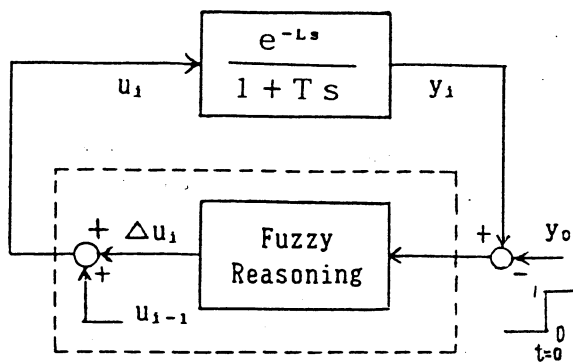
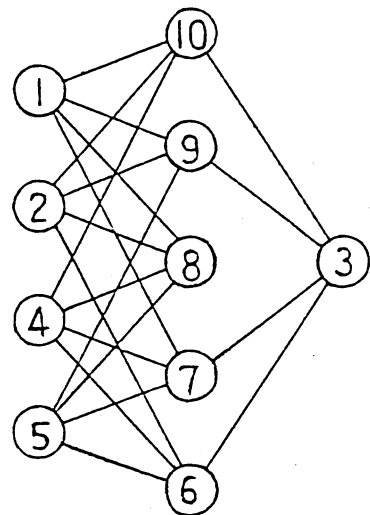


fig.3 Process model (T=10 sec, L= 2 sec)



(high) ← level → (low)
fig4. Ordinal structure of control rules (tab.1)

tab.1 Control rules of ordinal structure model

| | | |
|------|----------------------------|-----------------------|
| R 1; | If Δy is PB, | then Δu is NB |
| R 2; | P | N |
| R 3; | P | Z |
| R 4; | N | P |
| R 5; | NB | PB |
| R 6; | If $\Delta \dot{y}$ is PB, | then Δu is NB |
| R 7; | P | N |
| R 8; | Z | Z |
| R 9; | N | P |
| R10; | NB | PB |

membership function

NB N Z P PB

$\Delta y, \Delta u$

NB N Z P PB

$\Delta \dot{y} \quad 1/s$

tab.2 Control rules by ordinary fuzzy reasoning (Δu)

| | | Δy | | | | |
|------------------|----|------------|----|----|----|----|
| | | NB | N | Z | P | PB |
| $\Delta \dot{y}$ | NB | PB | PB | PB | P | Z |
| | N | PB | PB | P | Z | N |
| | Z | PB | P | Z | N | NB |
| | P | P | Z | N | NB | NB |
| | PB | Z | N | NB | NB | NB |

note; membership functions are shown in tab.1

fig.4 示した構造モデルの具体的な計算手順は、次のようになる。

(1) 優先順序関係により比較される制御則間の大小関係 τ_{ij} を (5)式により計算;

例えば R_{10} については R_1, R_2, R_4 が優先されるから、 $\beta_j = \beta_{10}$,

$\beta_1 = \max\{\beta_1, \beta_2, \beta_4\}$ として算出する。

(2) (6)式により被優先関数前件部の充足度を補正する (β_j^* の計算)。

以上の計算を、 $R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}$ についてそれぞれ行なう。次に、

(3) 極小元 R_3 の補正; $\beta_1 = \max\{\beta_6^*, \beta_7^*, \beta_8^*, \beta_{10}^*\}$, $\beta_3 = \beta_3'$; ただし、

$\beta_3' = \beta_3 \cdot \beta_3^* / \beta_3$, として、(1),(2) と同じ手順で前件部充足度を補正する。

(4) 極大元 R_1, R_2, R_4, R_5 については $\beta_k^* = \beta_k$ ($k=1,2,4,5$)とする。

以上のようにして求めた β_k^* ($k=1,2,\dots,10$)を、(3)式 β_k の代わりに代入して、出力 y を算出する。

プロセスの目標値をステップ状に変化させたときの、動特性をfig.5 に示す。なお、比較のため、tab.2 に示す制御則をもつ通常のパジィPIコントローラの特長も併せて記した。

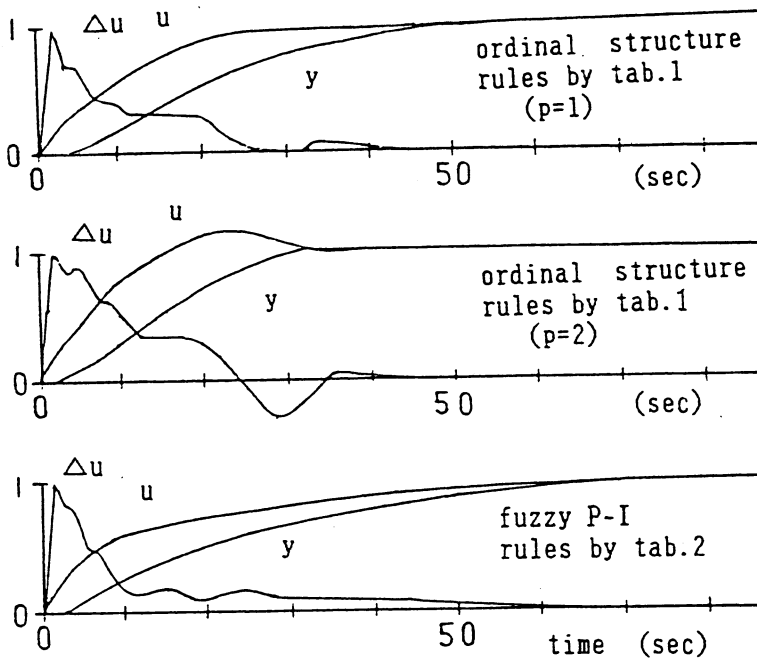


fig.5 Calculation results of dynamics

計算結果によると、優先順序構造モデルを用いた演算方法は制御方針の目標通り、安定性を損なうことなく整定を早める効果をもつ。tab.1, tab.2 の2種類の制御則の比較から判るように、順序構造モデルを用いた制御則は1次元空間の分割により記述されるため、入力変数の数が多くなっても、制御則の数が通常の方法よりも遥かに少なく済む利点をもつ。したがって、提示した推論方法は、オペレータの危急時の動作の表現に優れるほか、制御則記述の簡略化や制御則数の低減に有効であることが判る。

焼却炉のファジィ制御では、蒸発量や、 NO_x 、 O_2 量などを目標範囲に収めるための制御則の間で、炉の状況に応じた適切な制御を可能にすることを狙いに、以上のような優先順序構造モデルによる演算方法を採用している。

5. まとめ

制御則の順序構造モデルを用いて、制御則間の前件部適合度の相対的な大きさと優先順序関係の強さにより、出力を推論する方法を提示した。この方法は、制御則の間に優先順序の構造モデルを導入し、優先順序関係にある制御則 ($R_i \succeq R_j$) に関し、優先側制御則 R_i 前件部の条件が満たされる場合、被優先側制御則 R_j の適合度 β_j と優先関係の強さにより R_j の効きを減じ、逆に β_i が小さいときには、そのまま R_j を活かすことを意図するものである。これらの手順は、“If x is A, then y is B” 形式の従来の推論計算に付加して使用される。ファジィ推論結果の解集合は2次元のパターンで与えられ、それ自体一つの情報を持つがファジィ制御ではこれを唯一つの数値(出力)として決定する必要があり、ここで示した方法は解集合解釈の一つの方法を提供するものである。

提示した方法は計算例で示したようにオペレータが制御則間に重要さの順序を持つ場合の操作内容を表現する手法として有効と考えられる。また、制御則前件部を少ない次元の入力空間で作ることができ、特に入力とそのファジィ変数の数が多い場合には、制御則記述の簡略化と制御則数の低減の利点が期待できる。

制御則の順序構造モデルの作成には、操作対象に対するオペレータの状況判断と操作内容の分析や、プロセスの動的性質に関する専門的知識が必要であり、また、コントローラの良否は順序構造モデルの妥当性にかかっている。これらの点は通常ファジィ・コントローラと全く同じである。

REFERENCES

- 1) Laesen, P.M. “Industrial application of fuzzy logic control”
Int.J.Man-Machine Studies 12 pp3/10 (1980)
- 2) 岡田光浩, 小野秀隆 “ごみ焼却プラントの自動化システムの開発” 三菱重工技報
Vol.22 No.6 pp926/930 (1985)
- 3) 菅野道夫 “ファジィ制御” 第2回ファジィシステム・シンポジウム 講演論文集
pp1/8 (1986)
- 4) 大西 巍, 小野秀隆, 寺田郁二 “ファジィ制御による都市ごみ焼却炉の
燃焼方式の一案” 第29回自動制御連合講演会論文集3083 pp545/546 (1986)

ファジィ制御に対する改善法

Improvement of Fuzzy Controls

水本 雅晴

Masaharu MIZUMOTO

大阪電気通信大学

Osaka Electro-Communication University

A fuzzy logic controller consists of linguistic control rules tied together by means of two concepts of fuzzy implications and compositional rule of inference. Most of the existing fuzzy controllers are based on the approximate reasoning method by Mamdani.

This paper introduces other fuzzy implications such as arithmetic rule and maximin rule as the fuzzy implications for linguistic control rules, and compares control results for a plant model with first order delay under various approximate reasoning methods. Control results are compared when the widths of fuzzy sets of linguistic control rules are changed. Moreover, two improvement methods of fuzzy controls are proposed: the one uses new definitions of fuzzy intersections when obtaining a fuzzy set of control action, and the other introduces the concept of linguistic hedges acting on a fuzzy set of control action.

1. はじめに

ファジィ集合の概念が1965年に Zadehによって提唱されて以来、ファジィ理論とその工学的応用は目を見張るものがある。特に、列車制御、プラント制御、クレーン制御などに対するファジィ制御の実用化は産業界から多大な関心を集めている [1-3]。

本論文では、種々のファジィ推論の下でのファジィ制御を取り上げ、一次遅れの系に適用する。また、ファジィ制御規則を構成するファジィ集合の中を変化させた場合の制御結果を掲げる。ファジィ制御の改善法として、各制御規則から得られたファジィ集合を統合する際に通常の交わり \cap ではなく代数積や限界積を使用すると Zadehの方法

Ra では大幅な改善結果が見受けられることを示す。また、通常の方法で統合されたファジィ集合に対してある言語修飾語を施すと制御結果の改善が得られることも示す。

2. ファジィ推論

簡単なファジィ推論形式として

$$\begin{array}{l} \text{前提1: If } x \text{ is } A \text{ then } y \text{ is } B \\ \text{前提2: } x \text{ is } A' \\ \hline \text{結論: } y \text{ is } B' \end{array} \quad (1)$$

を考えよう。A, A', B, B' は U, U, V, V におけるファジィ集合である。

結論 B' は、ファジィ集合 A' とファジィ条件 "If A then B" から得られるファジィ関係 A → B との max-min合成 "o" によって得られる ("推論の合成規則")。すなわち、

$$B' = A' \circ (A \rightarrow B) \quad (2)$$

$$\mu_{B'}(v) = \bigvee_u \{ \mu_{A'}(u) \wedge \mu_{A \rightarrow B}(u, v) \}$$

ここで、 \vee, \wedge はそれぞれ max, min を表す。

ファジィ制御の議論では A' は確定した値 (偏差など) であるとすることが多い。たとえば、A' = u₀ である場合、 $\mu_{A'}(u_0) = 1, \mu_{A'}(u) = 0 (u \neq u_0)$ と表されることに注意すれば、式 (2) による結論 B' は

$$\begin{aligned} \mu_{B'}(u) &= \bigvee_u \{ \mu_{A'}(u) \wedge \mu_{A \rightarrow B}(u, v) \} \\ &= \bigvee_{u \neq u_0} \{ 0 \wedge \mu_{A \rightarrow B}(u, v) \} \vee (1 \wedge \mu_{A \rightarrow B}(u_0, v)) \\ &= \mu_{A \rightarrow B}(u_0, v) \end{aligned} \quad (3)$$

と簡単に表される。

たとえば、含意公式 $a \rightarrow b = a \wedge b$ に基づく Mamdani の方法 Rc [4] では次のようになる。

$$\mu_{B'}(v) = \mu_{A'}(u_0) \wedge \mu_B(v) \quad (4)$$

表1は以後の議論で使用される種々の含意公式を列挙したものである。これらの含意公式 $a \rightarrow b$ より、ファジィ関係 $A \rightarrow B$ 、すなわち結論 B' は

$$\mu_{A \rightarrow B}(u_0, v) = \mu_{A'}(u_0) \rightarrow \mu_B(v) \quad (5)$$

のようにして得られる。

【例1】 A, B をファジィ集合とし、A' = u₀ である場合、表1の種々の含意公式 $a \rightarrow b$ に基づいた A → B の下での推論結果 B' を図示すると図1のようになる。ここで、 $\mu_{A'}(u_0) = a$ であり、 $a = 0.3$ (一点鎖線)、 $a = 0.7$ (実線) の場合を描いている。

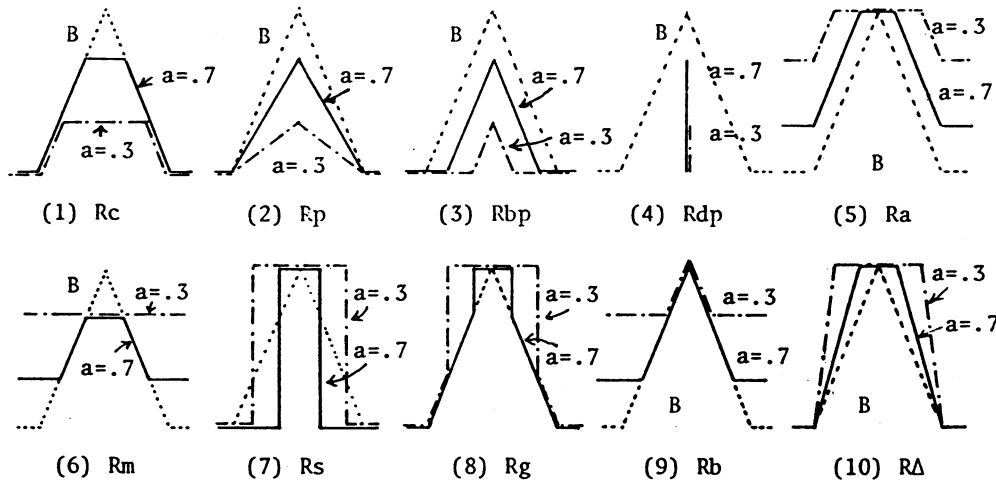


図1 $\mu_B(v) = \mu_{A \rightarrow B}(u_0, v)$, 但し $\mu_A(u_0) = a$

表1 種々の含意公式 $a \rightarrow b$

| | | |
|------|--|-------------------|
| Rc: | $a \rightarrow b = a \wedge b$ | Mamdani |
| Rp: | $a \rightarrow b = ab$ | Larsen |
| Rbp: | $a \rightarrow b = 0 \vee (a + b - 1)$ | 限界積 |
| Rdp: | $a \rightarrow b = \begin{cases} a & \dots b = 1 \\ b & \dots a = 1 \\ 0 & \dots a, b < 1 \end{cases}$ | 激烈積 |
| Ra: | $a \rightarrow b = 1 \wedge (1 - a + b)$ | Zadeh |
| Rm: | $a \rightarrow b = (a \wedge b) \vee (1 - a)$ | Zadeh |
| Rs: | $a \rightarrow b = \begin{cases} 1 & \dots a \leq b \\ 0 & \dots a > b \end{cases}$ | Standard sequence |
| Rg: | $a \rightarrow b = \begin{cases} 1 & \dots a \leq b \\ b & \dots a > b \end{cases}$ | Godel |
| Rb: | $a \rightarrow b = (1 - a) \vee b$ | フル含意 |
| RΔ: | $a \rightarrow b = \begin{cases} 1 & \dots a \leq b \\ \frac{b}{a} & \dots a > b \end{cases}$ | Gougen |

次にファジイ制御で最もよく使用されている、式(1)よりも複雑なファジイ推論形式

$$\begin{array}{l}
 \text{前提1: } A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1 \text{ else} \\
 \text{前提2: } A_2 \text{ and } B_2 \rightarrow C_2 \text{ else} \\
 \dots \\
 \text{前提n: } A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n \\
 \text{前提n+1: } A' \text{ and } B' \\
 \hline
 \text{結論: } C'
 \end{array} \quad (6)$$

を考えてみよう。ここで、 A_i, A' は U での、 B_i, B' は V 、 C_i, C' は W でのファジイ集合である。
 "and" で結ばれた「 $A_i \text{ and } B_i$ 」は $U \times V$ における直積 $A_i \times B_i$ で表されるとすると、

$$\mu_{A_i \text{ and } B_i}(u, v) = \mu_{A_i}(u) \wedge \mu_{B_i}(v) \quad (7)$$

となる。ファジイ条件文「 $A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i$ 」は $U \times V \times W$ におけるファジイ関係となり、

$$\begin{aligned}
 \mu_{A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i}(u, v, w) & \quad (8) \\
 & = [\mu_{A_i}(u) \wedge \mu_{B_i}(v)] \rightarrow \mu_{C_i}(w)
 \end{aligned}$$

たとえば、Mamdaniの方法 Rc では $a \rightarrow b = a \wedge b$ であることに注意すれば、 $A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i$ は $\mu_{A_i}(u) \wedge \mu_{B_i}(v) \wedge \mu_{C_i}(w)$ のように表される。

これより式(6)の結論 C' は、方法 Rc の場合 "else" は "or"、すなわち結び (\cup) と解釈され、次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
 C' & = (A' \text{ and } B') \circ [(A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1) \cup \dots \\
 & \quad \cup (A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n)] \quad (9) \\
 & = [(A' \text{ and } B') \circ (A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1)] \cup \dots \\
 & \quad \cup [(A' \text{ and } B') \circ (A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n)]
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 (A' \text{ and } B') \circ (A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i) & \quad (10) \\
 & = [A' \circ (A_i \rightarrow C_i)] \cap [B' \circ (B_i \rightarrow C_i)]
 \end{aligned}$$

A', B' が確定した値を取る場合、すなわち $A' = u_0, B' = v_0$ の場合、方法 Rc による結論 C' は式(7)-(10)から次のようになる。

$$C' = C_1' \cup C_2' \cup \dots \cup C_n' \quad (11)$$

ここで、各 $C_i'(i = 1, \dots, n)$ は

$$\mu_{C_i'}(w) = \mu_{A_i}(u_0) \wedge \mu_{B_i}(v_0) \wedge \mu_{C_i}(w) \quad (12)$$

以上のことは、表1の積演算に基づいた方法 Rp, Rbp, Rdp に対しても同様なことが成立する。

一方、多値論理の含意公式に基づいた表1の方法 Ra, Rm, Rb 等による結論 C' は、"else" が "and"、すなわち交わり (\cap) と解釈されることに注意すれば、次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
 C' & = (A' \text{ and } B') \circ [(A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1) \cap \dots \\
 & \quad \cap (A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n)] \quad (13) \\
 & \leq [(A' \text{ and } B') \circ (A_1 \text{ and } B_1 \rightarrow C_1)] \cap \dots \\
 & \quad \cap [(A' \text{ and } B') \circ (A_n \text{ and } B_n \rightarrow C_n)]
 \end{aligned}$$

ここで

$$(A' \text{ and } B') \circ (A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i) \quad (14)$$

$$= [A' \circ (A_i \rightarrow C_i)] \cup [B' \circ (B_i \rightarrow C_i)]$$

ここで注意すべきことは、式(13)において結論 C' は個々の推論結果 $(A' \text{ and } B') \circ (A_i \text{ and } B_i \rightarrow C_i)$ の交わり \cap とは等しくならないことである。しかしながら、以下の議論では、計算の簡単化のため、結論 C' は各推論結果の \cap として与えられるものとしておく。すると、

$A' = u_0, B' = v_0$ の場合、例えば方法 Ra による結論 C' は式 (7,8,13,14) より次のようになる。

$$C' = C_1' \cap C_2' \cap \dots \cap C_n' \quad (15)$$

ここで、各 $C_i' (i = 1, \dots, n)$ は

$$\mu_{C_i'}(w) \quad (16)$$

$$= 1 \wedge [1 - (\mu_{A_i}(u_0) \wedge \mu_{B_i}(v_0)) + \mu_{C_i}(w)]$$

$A' = u_0, B' = v_0$ から結論 C' が式(11),(15) によって得られるが、このファジイ集合 C' の代表値 w_0 を求める (ファジイ制御では操作量またはその変化量を求めることに相当) 方法としては (i) C' の最大グレードを取る点を w_0 とする (ii) C' の重み付き重心を w_0 とする

$$w_0 = \frac{\int w \mu_{C'}(w) dw}{\int \mu_{C'}(w) dw} \quad (17)$$

がある。以後では後者を利用する。

以上述べてきたファジイ推論法を利用して簡単な一次遅れの系に対するファジイ制御を取り上げてみよう。

3. ファジイ制御

対象とするプラントモデルは時間遅れを有する一次遅れの系で $Tdh/dt + h = q$ で表される。

$e, \Delta e, \Delta q$ を

偏差: $e = (\text{現在値}h) - (\text{設定値})$

偏差の変化分: $\Delta e = e(k) - e(k-1)$

操作の変化分: Δq

とする。

山崎ら[5] は一次遅れの系に対するファジイ制御規則を表2のように与えた。この13個の制御規則は $e, \Delta e$ より Δq を評価するもので、

$$\begin{aligned} e \text{ is NB, } \Delta e \text{ is ZO} &\rightarrow \Delta q \text{ is PB} \\ e \text{ is NM, } \Delta e \text{ is ZO} &\rightarrow \Delta q \text{ is PM} \end{aligned} \quad (18)$$

$$e \text{ is ZO, } \Delta e \text{ is PB} \rightarrow \Delta q \text{ is NB}$$

を意味する。ここで、NB (負で大)、NM (負で中位)、NS (負で小)、ZO (0位)、PS (正で小)、PM (正で中位)、PB (正で大) は $[-6, 6]$ におけるファジイ集合で図2のようであるとする。

$e = e_0, \Delta e = \Delta e_0$ と確定した値が前提として式(18)に与えられたとき、 $i = 1, \dots, 13$ に対して

表2 ファジイ制御規則

| Δe | e | | | | | | |
|------------|-----|----|----|----|----|----|----|
| e | NB | NM | NS | ZO | PS | PM | PB |
| NB | | | | | | | PB |
| NM | | | | | | PM | |
| NS | | | | | PS | | |
| ZO | PB | PM | PS | ZO | NS | NM | NB |
| PS | | | | | NS | | |
| PM | | | | | NM | | |
| PB | | | | | NB | | |

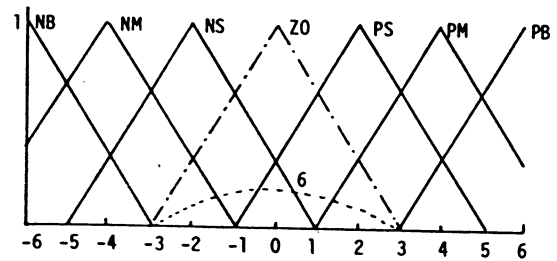


図2 ファジイ集合

$$\mu_{C_i'}(\Delta q) = [\mu_{A_i}(e_0) \wedge \mu_{B_i}(\Delta e_0)] \rightarrow \mu_{C_i}(\Delta q) \quad (19)$$

より、各制御規則に対して式(11)または(15)の方法で結論 Δq に対するファジイ集合 C' を求め、その重み付き重心(17)を求めることにより、実際の操作の変化分 $\Delta q = \Delta q_0$ が求められる。図3は表2の13個の制御規則より $e_0, \Delta e_0$ に対する Δq_0 を求め図示したものである。同図 (a) は Mamdani の方法 Rc(12)、同図 (b) は Zadeh の方法 Ra(16) により求めたものである。

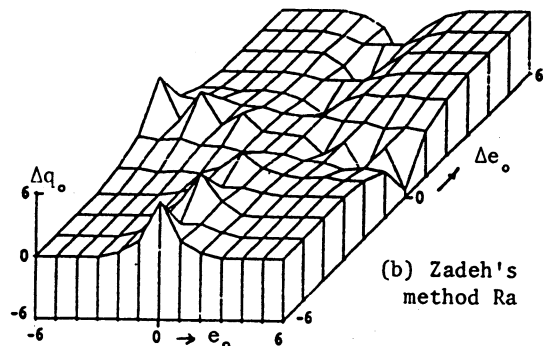
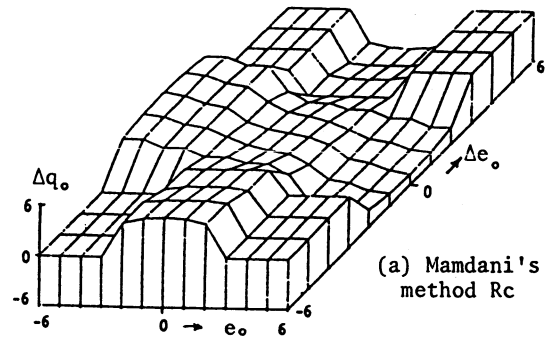


図3 表2の制御規則による $e_0, \Delta e_0 \rightarrow \Delta q_0$

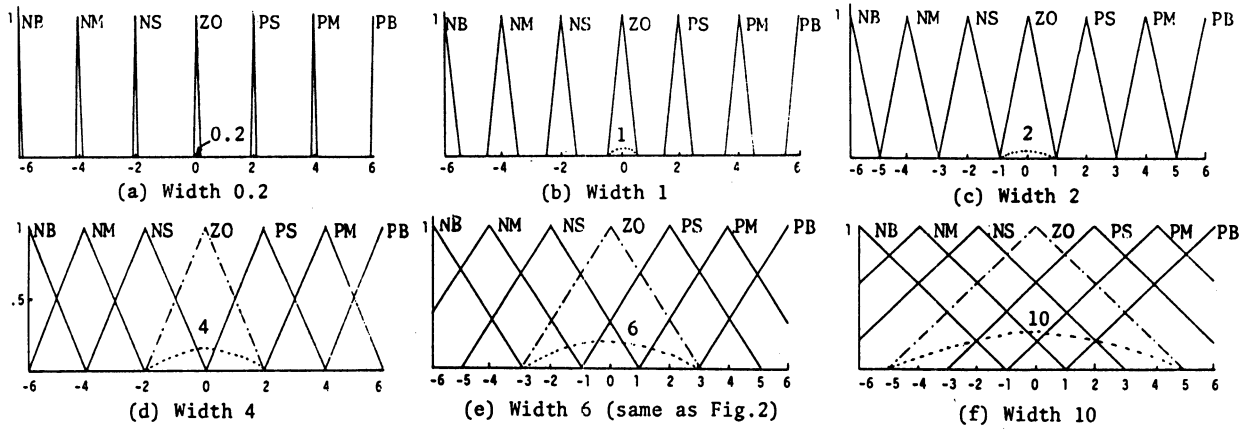


図5 巾Wを変化させた場合のファジイ集合

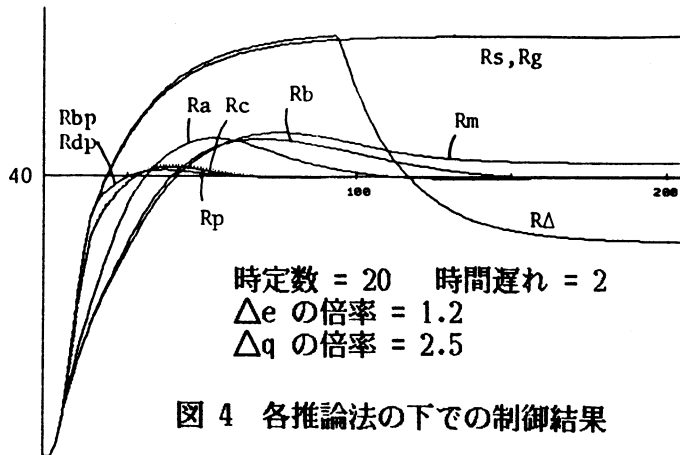


図4 各推論法の下での制御結果

以上のような方法で、時間遅れを有する一次遅れの系 $G(s) = e^{-2s}/(1+20s)$ に対して各推論法(表1)の下で制御させたのが図4の制御結果である。方法 $R\Delta$, R_s , R_g , R_m 以外は満足すべき制御結果を得ているが、特に積演算に基づいた方法 R_c , R_p , R_{bp} , R_{dp} が最良の結果を得ていることがわかる。この傾向は別の実験結果からも観測される。注意すべきことはファジイ推論では良好な推論結果[6]を得ている推論法 R_s , R_g , $R\Delta$ が共に最悪の制御結果を得ていることである。また、方法 R_a , R_b にしても良い結果であるとはいえないであろう。これらの方法はすべて多値論理の合意公式に基づいたものであることは興味ある。

4. ファジイ集合の巾を変化させた場合のファジイ制御

式(18)のファジイ制御規則を定義しているファジイ集合(図2)を変化させた場合、たとえば移動させた場合、制御結果は変化する。もしファジイ集合の巾だけを変化させた場合、制御結果はどのようになるかを調べることは興味深い。ここでは図2のファジイ集合の巾 W ($W=6$ である)を $W=0.2, 1, 2, 4, 6, 8, 10$ と変化させた場合に(図5)、Mamdaniの方法を適用してみると図6のようになる。これより、巾を $0.1, 1$ のようになりかなり細くした場合、収束しないことがわかる。巾を $2, 4$ とした場合が一番制御結果がよく、巾を太く $6, 8, 10$ としていくとオーバーシュートが大きくなり、収束点も遅くなっていく。この傾

向は他の実験結果からも観測される。これより、ファジイ制御規則を定義するファジイ集合は適当にオーバーラップしている必要があることが分かる。ちなみに、最良の制御結果を得ている巾4のファジイ集合の場合、隣のファジイ集合と高さ 0.5 で交わっていることがわかる。

図7は Zadehの方法 R_a (16)による場合であるが、余り改善は見られないが、巾を太くしていくと収束点が速くなっているのが観測される。

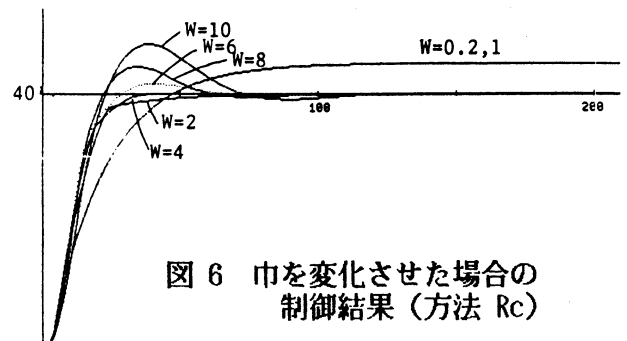


図6 巾を変化させた場合の制御結果(方法 Rc)

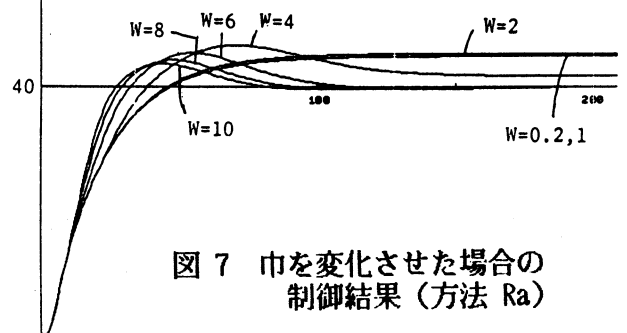


図7 巾を変化させた場合の制御結果(方法 Ra)

5. ファジイ制御の改善法(1)

Zadehの方法 R_a による制御結果は図4、7から分かるように余り良いものとはいえないが、次に述べる方法を使用するとかなり良い制御結果が得られることを示そう。

式(15)において、最終的な結論 C' は個々の推論結果 C_i' の交わり (\cap) を取ることにより求められるとした。一般に、ファジイ集合 A, B の \cap は $\wedge = \min$ を用いることにより定義される。

$$\mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(u)$$

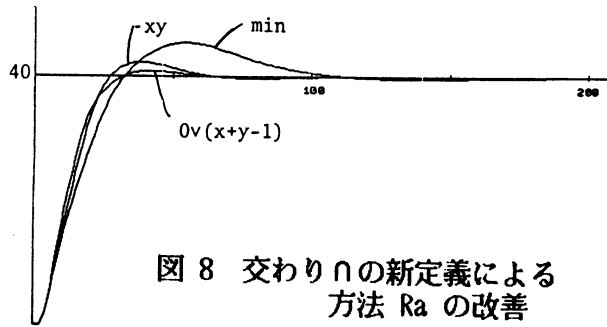


図8 交わり \cap の新定義による方法 Ra の改善

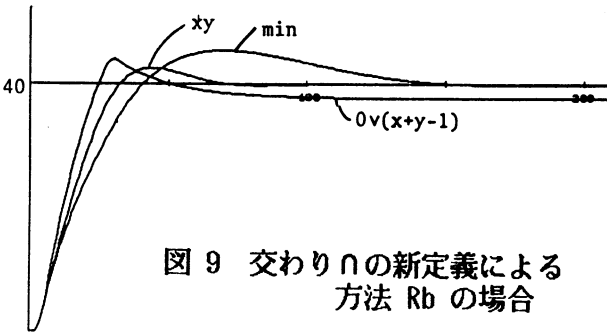


図9 交わり \cap の新定義による方法 Rb の場合

ファジイ集合の交わりを定義するのに、 $x \wedge y$ の代わりに、代数積 xy 、限界積 $0 \vee (x+y-1)$ を使用することも可能である。したがって、このような積演算を用いた交わりを式(15)に適用することによって推論結果 C' を得、ファジイ制御を行わせると、方法 Ra の場合、図8のような制御結果が得られ、 $x \wedge y$ を使用した場合よりも良い結果が得られていることがわかる。また、ブール論理の含意公式 $a \rightarrow b = (1-a) \vee b$ に基づいた方法 Rb は図4から分かるように余り良い制御結果を得ていないが、代数積 xy を用いると制御結果の改善が見受けられる(図9)。しかし、限界積の場合ではかえって結果は悪くなっている。

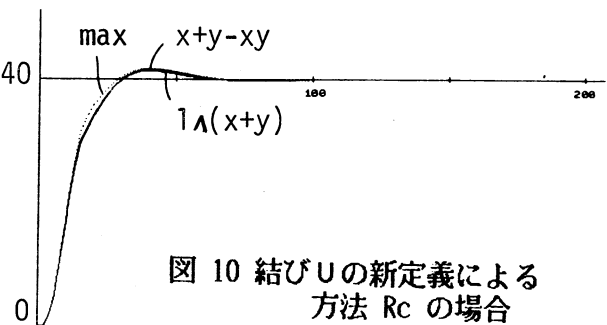


図10 結び \cup の新定義による方法 Rc の場合

では、式(11)のように結び (\cup) を用いる方法 Rc の場合はどうであろうか。結び \cup は通常

$$\mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) \vee \mu_B(u)$$

のように $\vee = \max$ を用いるが、代数和 $x+y-xy$ 、限界和 $1 \wedge (x+y)$ を用いることも可能である。このような和演算を用いて定義された結び \cup を式(11)に適用して、Mamdani の方法 Rc の下で実行させると図10のような制御結果が得られる。これから分かるように方法 Rc の場合は結び \cup の定義方法を変えても制御結果には殆ど影響しないことがうなずける。

6. ファジイ制御の改善法(2)

改善法(1)では、式(15)における交わり \cap の新定義法による場合であったが、以下では、 \max , \min を用いて得られた式(11), (15)のファジイ集合 C' に対して”言語修飾語”を施した場合のファジイ制御を考えてみる。

一般に、ファジイ集合 A に対する言語修飾語 (linguistic hedges) としては以下のものが知られている[9,10]。

$$\mu_{\text{CON}(A)}(u) = \mu_{\text{very } A}(u) = \mu_A(u)^2$$

$$\mu_{\text{DIL}(A)}(u) = \mu_{\text{rather } A}(u) = \sqrt{\mu_A(u)}$$

$$\mu_A(u) = a \quad \text{と置くと、}$$

$$\mu_{\text{INT}(A)}(u) = \begin{cases} 2a^2 & \dots 0 \leq a \leq 0.5 \\ 1-2(1-a)^2 & \dots 0.5 \leq a \leq 1 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{WEAK}(A)} = \begin{cases} 2(a-a^2) & \dots 0 \leq a \leq 0.5 \\ 2(a-0.5)^2+0.5 & \dots 0.5 \leq a \leq 1 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{SLND}(A)}(u) = 0 \vee (2\mu_A(u) - 1)$$

$$\mu_{\text{SWEL}(A)}(u) = 0.5\mu_A(u) + 0.5$$

ここで、CON (concentration), DIL (dilation), INT (contrast intensification), WEAK (contrast weakening), SLND (slenderizing), SWEL (swelling)であり、図11のようになる。

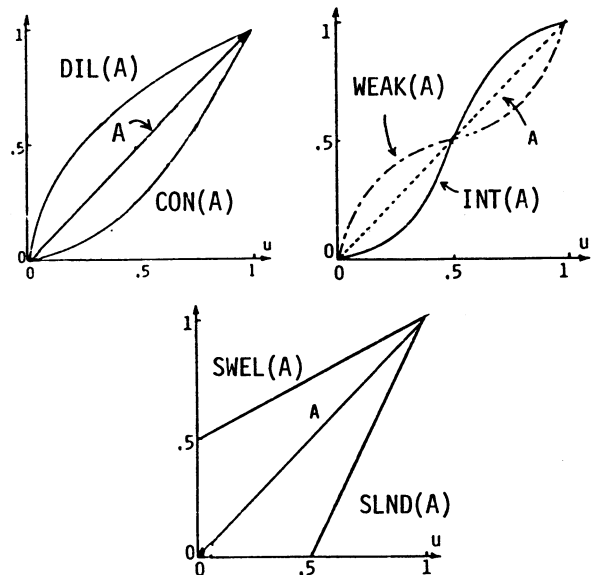
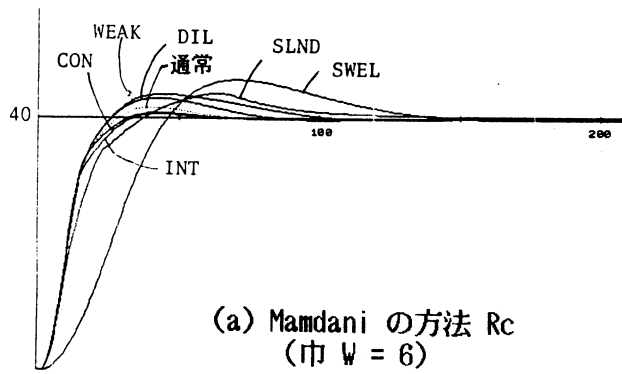
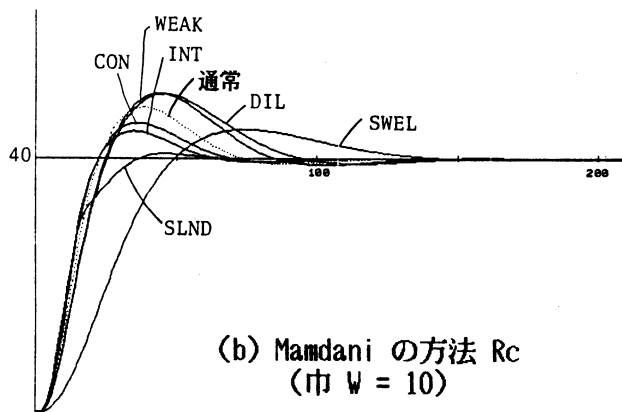


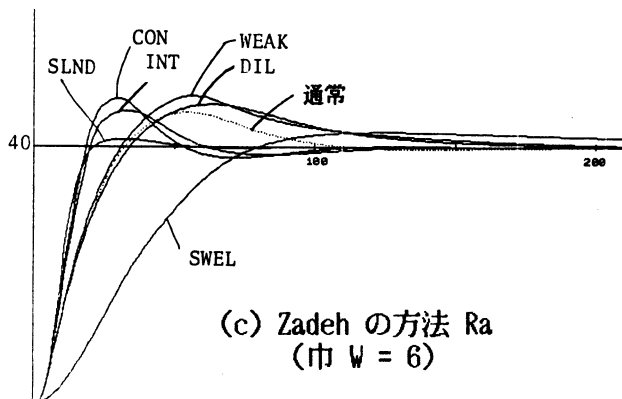
図11 種々の言語修飾語



(a) Mamdani の方法 Rc
(巾 $W = 6$)



(b) Mamdani の方法 Rc
(巾 $W = 10$)



(c) Zadeh の方法 Ra
(巾 $W = 6$)

図 12 言語修飾語を作用させた場合の制御結果

これらの言語修飾語を式(11),(15)の C' に施すことによって制御結果を得たのが図12である。同図(a)より Mamdaniの方法 Rc では CON, INT を施した場合に改善が見られる。また、ファジイ集合の巾 W を10にした場合 (図(b))では SLND が最良の結果を得ている。一方、Zadehの方法 Ra でも CON, INT の場合に改善が見られるが、SLND の場合に最良の制御結果を得ることがうなずける。

7. むすび

種々のファジイ推論法の下でのファジイ制御について述べてきたが、一般に、積演算に基づいた推論法 Rc, Rp, Rbp, Rdp が良好な制御結果を得ることが得られた。一方、含意公式に基づいたその他の推論法では余り良い結果が得られなかったが、ある改善法を施すと良好な制御結果が得られることも分かった。また、ファジイ制御規則を規定するファジイ集合は適度に重ね合わさっている必要があることも観測された。

謝 辞

本論文を作成するに当たり、数多くのコンピュータシミュレーションを行って下さった本学卒研生の宮崎裕司 (現 NTTソフトウェア) および宮川靖伸 (現 日本電気エンジニアリング) の両君に深く感謝する。

参 考 文 献

1. 実現に一步近づいた”直感”を持つファジイ・コンピュータ: 日立制作所, 富士電機を先頭に着々進むファジイ制御の商用化, 日経コンピュータ, 48-65, 9月16日号, 1985年.
2. 安信・宮本・井原, 予見Fuzzy 制御方式による列車自動運転, システムと制御, 28, 10, 46-54, 1984.
3. Sugeno, M. (ed.), Industrial Applications of Fuzzy Controls, North-Holland, 1985.
4. Mamdani, E.H., Applications of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic plant, Proc. of IEEE, 121, 1585-1588, 1974.
5. 山崎・菅野, ファジイ制御, システムと制御, 28, 7, 442-446, 1984.
6. Mizumoto, M., Zimmermann, H.J., Comparison of fuzzy reasoning methods, Fuzzy Sets & Sys. 8, 253-284, 1982.
7. Mizumoto, M., Fuzzy controls under various approximate reasoning methods, 2nd IFSA Congress, Tokyo, July 20-25, 1987.
8. 水本, ファジイ推論とファジイ制御, 第5回知識工学シンポジウム資料 (東京, 3月19-20日, 1987), 17-22, 1987.
9. Zadeh, L.A., A fuzzy-set-theoretic interpretation of linguistic hedges, J. of Cybernetics, 2, 4-34, 1972.
10. Mizumoto, M., Fuzzy inferences with various fuzzy inputs, Fuzzy Mathematics, 3, 1, 45-54, 1983.

ファジィ集合の可能性・必然性と そのグラフィック表現

Possibilities and Necessities of Fuzzy Sets and Their Graphical Representations

市橋 秀友* 田中 英夫* 下村 武**
H. ICHIHASHI H. TANAKA T. SHIMOMURA

* 大阪府立大学 Univ. of Osaka Prefecture
**大阪電気通信大学 Osaka Electro-Communication Univ.

Three forms of integrals for fuzzy measures in the sense of Sugeno are compared. Zadeh's possibility and necessity measures of fuzzy sets are recovered in two cases. Graphical representations are shown.

1. はじめに

ファジィ測度¹⁾は測度の加法性の条件をゆるめたもので、可能性測度²⁾、必然性測度³⁾、t-normに基づくファジィ測度^{4, 5)}など種々のものが提案されている。また、DempsterとShaferの確率^{6, 7)}もファジィ測度であることが知られている⁸⁾。ファジィ測度に関する積分は菅野によるファジィ積分¹⁾以来いくつかのものが提案されていて^{5, 6, 9-13)}、あいまいで主観的な評価問題などに多くの応用が示されている¹⁴⁻¹⁷⁾。

確率測度 P_r が与えられた全体集合 X の部分集合 A の確率は集合 A の特性関数 χ_A を用いて

$$P_r(A) = \int \chi_A dP_r \quad (1.1)$$

と表すことができる。(1.1)式の右辺はルベグ積分¹⁸⁾である。このことからZadehはファジィ集合の確率を

$$P_r(\tilde{A}) = \int \mu_A dP_r \quad (1.2)$$

と定義している。ただし μ_A はファジィ集合 \tilde{A} のメンバシップ関数である。(1.2)式から $P_r(\tilde{A})$ はメンバシップ関数の期待値として定義されているといえる。

この考え方は確率測度に代えて、ファジィ測度¹⁾が与えられている場合にも拡張することができる。ファジィ測度についての積分は、多くの文献でいくつかの形式のものが提案されているが、本論文では、3つの形式のもの

が一般化された期待値としての性質を持つことを示す。また、特殊なファジィ測度である可能性測度²⁾と必然性測度³⁾の場合に、これらの積分により定義されるファジィ集合の可能性と必然性が簡潔な式で表され、2つの形式の場合にZadehの提案によるファジィ集合の可能性と必然性に一致することを示す。これらはメンバシップ関数の関数、すなわち汎関数であり、コンピュータ・グラフィックスを用いて、その形状を視覚的に明らかにする。

2. 菅野のファジィ積分を用いる場合

確率測度によるルベグ積分が期待値を表すように、ファジィ測度によるファジィ積分も次の一般化された平均値としての性質を持っている。

[定義 2.1] 有限集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ から区間 $[0, 1]$ への関数を $f(x)$ 、 $x \in X$ としたとき

$$M1. \quad \min_{x \in X} f(x) \leq h(f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)) \leq \max_{x \in X} f(x)$$

M2. h は連続な増加関数である。

の条件を満たす関数 h を平均関数とよぶ。

平均関数はM1の性質から、べき等律に相当する。

$$\forall x \in X, f(x) = K \Rightarrow h(f(x_1), \dots, f(x_n)) = K \quad (2.1)$$

の性質がある。ただし、 K は $K \in [0, 1]$ である任意の定数である。 X の要素が2個のとき、定義1はファジイ集合演算子としての $\text{mean}^{21)}$ の定義から可換律を除いたものである。

[定義 2.2] X 上のファジイ測度 g は次の性質を満たす集合関数 $g: 2^X \rightarrow [0, 1]$ によって定義される。

- 1) $g(\emptyset) = 0$
- 2) $g(X) = 1$
- 3) $\forall A, \forall B \in 2^X, A \subset B \Rightarrow g(A) \leq g(B)$

関数 $f(x)$ のファジイ積分¹⁾は

$$(s) \int f(x) \cdot g = \sup_{\alpha \in [0, 1]} (\alpha \wedge g(\{x | f(x) \geq \alpha\})) \quad (2.2)$$

と定義されている。ただし、 \wedge は mini演算子である。

[命題 2.1] ファジイ積分 $(s) \int f(x) \cdot g$ は平均関数である。

(証明) $f(x_i) = a_i$ として、 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ であるとする。

$$(s) \int f(x) \cdot g = \bigvee_{i=1}^n [a_i \wedge g(\{x_j | j \geq i\})] \quad (2.3)$$

となる。 a_i が $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ を満たすとき $g(\{x_j | j \geq i\})$ は任意の a_i が増加しても一定である。 \vee と \wedge は連続な増加関数であるので (2.3) 式は連続増加である。 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ が満たされなるときも、添字を付けかえることによって一般性は失われない。したがって、M2が成立する。

定数 $K \in [0, 1]$ について、 $(s) \int k \cdot g = k$ である¹⁾。したがって、M2より

$$\min_{x \in X} f(x) = (s) \int (\min_{x \in X} f(x)) \cdot g \leq (s) \int f(x) \cdot g \quad (2.4)$$

となる。同様にして

$$\max_{x \in X} f(x) \geq (s) \int f(x) \cdot g \quad (2.5)$$

となるので、条件 M1 が満たされる。□

[定義 2.3] 中位数 $\text{med}_*(a, b)$ は²¹⁾

$$\text{med}_*(a, b) = \begin{cases} b; & a \leq b \leq a \\ a; & a \leq a \leq b \\ a; & a \leq a \leq b \end{cases} \quad (2.6)$$

と定義されている。

med_* は可換律を満たし、 $\text{mean}^{21)}$ である。

[命題 2.2] X を $\{x_1, x_2\}$ なる2つの要素からなる集合とし、ファジイ測度 g が、 $g(\{x_1\}) = g(\{x_2\}) = a$ 、 $(g(\{x_1, x_2\}) = 1)$ であるとき、ファジイ積分 $(s) \int f(x) \cdot g$ は med_* である。

(証明) $f(x_1) = a$ 、 $f(x_2) = b$ とすると (2.3) 式より、 $a \leq b$ のとき

$$\begin{aligned} (s) \int f(x) \cdot g &= (a \wedge 1) \vee (b \wedge a) \\ &= a \vee (b \wedge a) \\ &= \begin{cases} b; & a \leq b \leq a \\ a; & a \leq a \leq b \\ a; & a \leq a \leq b \end{cases} \\ &= \text{med}_*(a, b) \end{aligned} \quad (2.7)$$

[定義 2.4] 可能性測度²⁾ Π と必然性測度³⁾ N は定義 2.2 のファジイ測度であり²⁾、

- i) $\Pi(X) = 1, \Pi(\emptyset) = 0$
- ii) $\forall A, \forall B, \Pi(A \cup B) = \Pi(A) \vee \Pi(B)$
- iii) $N(X) = 1, N(\emptyset) = 0$
- iv) $\forall A, \forall B, N(A \cap B) = N(A) \wedge N(B)$

と定義される。

Π と N は、 $\forall A$ について

$$N(A) = 1 - \Pi(A) \quad (2.8)$$

の関係が成立する。

[命題 2.3] 可能性測度 Π と必然性測度 N による菅野のファジイ積分¹⁾ はそれぞれ、

$$(s) \int f(x) \cdot \Pi = \bigvee_{i=1}^n [a_i \wedge r_i] \quad (2.9)$$

$$(s) \int f(x) \cdot N = \bigwedge_{i=1}^n [a_i \vee (1 - r_i)] \quad (2.10)$$

と表される。ただし、 $r_i = \Pi(\{x_i\})$ で $f(x_i) = a_i$ である。

(証明) $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ と仮定すると、(2.3) 式より、

$$(s) \int f(x) \cdot \Pi = \bigvee_{i=1}^n [a_i \wedge \Pi(\{x_j | j \geq i\})]$$

$$= \bigvee_{i=1}^n [a_i \wedge (\bigvee_{j \geq i} r_j)]$$

$$= \bigvee_{i=1}^n [\bigvee_{j \geq i} (a_i \wedge r_j)]$$

$\forall j > i$ について $a_i \wedge r_j \leq a_j \wedge r_j$ であるので、

$$= \bigvee_{i=1}^n [a_i \wedge r_i] \quad (2.11)$$

となる。

$$(s) \int f(x) \cdot N = \bigwedge_{i=1}^n [a_i \wedge N(\{x_j | j \geq i\})]$$

$$= \bigwedge_{i=1}^n [a_i \wedge (1 - \Pi(\{x_j | j < i\}))]$$

$$= \bigwedge_{i=1}^n [a_i \wedge (1 - \bigvee_{j < i} r_j)]$$

$$= \bigwedge_{i=1}^n [a_i \wedge (\bigwedge_{j < i} (1 - r_j))] \quad (2.12)$$

次に、

$$\bigwedge_{i=1}^n [a_i \wedge (\bigwedge_{j < i} (1 - r_j))] = \bigwedge_{i=1}^n [a_i \vee (1 - r_i)] \quad (2.13)$$

となることを示す。(2.13) 式の右辺の値を k とすると、 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ であり、ある i について $r_i = 1$ であるので $k \leq a_n$ となる。また、

ある i^* が存在して $i^* \leq i$ なる i について $a_i \geq k$ であり, $i < i^*$ なる i については $a_i < k$ である。また $a_i < k$ のとき $1 - r_i \geq k$ である。したがって

$$a_i \wedge \left[\bigwedge_{j < i^*} (1 - r_j) \right] \geq k \quad (2.14)$$

となり

$$\bigvee_{i=1}^n [a_i \wedge \left(\bigwedge_{j < i} (1 - r_j) \right)] \geq \bigwedge_{i=1}^n [a_i \vee (1 - r_i)] \quad (2.15)$$

となる。また, (2.13) 式の左辺の値を k とし

$$a_i \wedge \left(\bigwedge_{j < i} (1 - r_j) \right) = k \quad (2.16)$$

となる i を i^* とすると $a_{i^*} \geq k$ がかつ

$$\bigwedge_{j < i^*} (1 - r_j) \geq k \quad (2.17)$$

である。したがって $i \geq i^*$ なる i について $a_i \geq a_{i^*} \geq k$ で, $i < i^*$ なる i について $1 - r_i \geq k$ となり 任意の i について

$$a_i \vee (1 - r_i) \geq k \quad (2.18)$$

が成立する。したがって

$$\bigwedge_{i=1}^n [a_i \vee (1 - r_i)] \geq \bigvee_{i=1}^n [a_i \wedge \left(\bigwedge_{j < i} (1 - r_j) \right)] \quad (2.19)$$

となり, (2.15) 式と (2.19) 式より (2.13) 式が示された。□

$f(x)$ をメンバシップ関数とすれば $(s) \int f(x) \cdot \Pi$ は Zadeh²⁾ の意味でのファジイ集合の可能性であり, $(s) \int f(x) \cdot N$ は Dubois と Prade³⁾ の意味でのファジイ集合の必然性である。各々

$$\Pi(\widetilde{A} \cup \widetilde{B}) = \Pi(\widetilde{A}) \vee \Pi(\widetilde{B}) \quad (2.20)$$

$$N(\widetilde{A} \cap \widetilde{B}) = N(\widetilde{A}) \wedge N(\widetilde{B}) \quad (2.21)$$

が成立する^{2, 3)}。

[命題 2.4] X 上の 2 つの可能性測度の分布 Π_1 と Π_2 が, 条件

- 1) ある x_j について $\Pi_1(\{x_j\}) = \Pi_2(\{x_j\}) = 1$ である。
- 2) $i \neq j$ であるすべての i について $\Pi_1(\{x_i\}) \geq \Pi_2(\{x_i\})$ である。

を満たすとき,

$$\begin{aligned} \min_{x \in X} f(x) &\leq (s) \int f(x) \cdot \Pi_1 \leq (s) \int f(x) \cdot \Pi_2 \\ &\leq f(x_j) \leq (s) \int f(x) \cdot N_2 \leq (s) \int f(x) \cdot N_1 \\ &\leq \max_{x \in X} f(x) \end{aligned}$$

が成立する。

(証明) 命題 2.3 より, $(s) \int f(x) \cdot \Pi$ は $\Pi_1(\{x_i\})$ について単調増加であり, $(s) \int f(x) \cdot N$ は $\Pi_1(\{x_i\})$ について単調減少であることから明らかである。□

3. t-norm, t-conorm に基づくファジイ積分を用いる場合

t-norm, t-conorm²²⁾ に基づくファジイ測

度^{4, 5)} の場合のファジイ積分^{9, 10, 11, 16, 18)} について考察する。

[定義 3.1] t-conorm²²⁾ \perp は次の条件を満たす実数の区間 $[0, 1]$ における 2 項演算であり, 任意の $a, b, c, d \in [0, 1]$ について,

$$T1. \quad 1 \perp 1 = 1, \quad a \perp 0 = 0 \perp a = a$$

$$T2. \quad a \leq c, \quad b \leq d \Rightarrow a \perp b \leq c \perp d$$

$$T3. \quad a \perp b = b \perp a$$

$$T4. \quad a \perp (b \perp c) = (a \perp b) \perp c$$

が成立する。

t-conorm は t-norm²²⁾ $*$ と

$$a * b = 1 - (1 - a) \perp (1 - b) \quad (3.1)$$

の関係がある。

[定義 3.2] t-conorm に基づくファジイ測度^{4, 5)}

は次の性質を満たす集合関数 $g: 2^X \rightarrow [0, 1]$ によって定義される。

$$1) \quad g(\phi) = 0$$

$$2) \quad g(X) = 1$$

$$3) \quad A \cap B = \phi \Rightarrow g(A \cup B) = g(A) \perp g(B)$$

性質 3) よりこの g は定義 2.2 の 3) を満たしファジイ測度である。性質 3) を

$$3)') \quad A \cup B = X \Rightarrow g(A \cap B) = g(A) * g(B)$$

としたものが, t-norm に基づくファジイ測度⁴⁾ である。可能性測度 Π は t-conorm に基づく場合であり, 必然性測度 N は t-norm に基づく場合である。

次に連続な t-conorm と, t-norm を用いて積分を定義する。

[定義 3.3] 関数 $f(x); X \rightarrow [0, 1]$ の t-conorm \perp に基づくファジイ測度による積分を

$$(\perp) \int f(x) \cdot g = \bigvee_{i=1}^n [f(x_i) * g(\{x_i\})] \quad (3.2)$$

t-norm $*$ に基づくファジイ測度による積分を, $\{x_i\}$ の補集合を $\{\overline{x_i}\}$ で表し

$$(*) \int f(x) \cdot g = \bigwedge_{i=1}^n [f(x_i) \perp g(\{\overline{x_i}\})] \quad (3.3)$$

と定義する。ただし, $\bigvee_{i=1}^n a_i = (a_1 \perp a_2) \perp a_3) \perp \dots) \perp a_n$ で $\bigwedge_{i=1}^n a_i = (a_1 * a_2) * a_3) * \dots) * a_n$ である。また, \perp と $*$ は次の限定された分配律²³⁾ を満たすものとする。

$\forall a \in [0, 1], D_1 \cap D_2 = \phi$ である $\forall D_1, D_2 \subset X$ について (3.2) 式の \perp と $*$ は

$$\begin{aligned} a * (g(D_1) \perp g(D_2)) &= (a * g(D_1)) \\ &\perp (a * g(D_2)) \end{aligned} \quad (3.4)$$

(3.3) 式の \perp と $*$ は

$$\begin{aligned} a \perp (g(\overline{D_1}) * g(\overline{D_2})) &= (a \perp g(\overline{D_1})) \\ &* (a \perp g(\overline{D_2})) \end{aligned} \quad (3.5)$$

(3.4) 式と (3.5) 式の条件は, 積分の値が集合 D_i の決め方によらず一定となるための不可

欠な条件である。

条件(3.4)を満たす連続な t-conorm は \vee (max) と正規型生成関数を持つ nilpotent t-conorm⁴⁾のみである。また、条件(3.5)を満たす連続な t-norm は \wedge (min) と正規型生成関数を持つ nilpotent t-norm⁴⁾のみである。

[命題3.1] ファジイ積分 (\perp) $\{f(x) \cdot g$ と $(*)$ $\{f(x) \cdot g$ は平均関数である。

(証明) 条件 M 2 は ことでの t-conorm と t-norm が連続であることと、条件 T 2 より明らかである。条件(3.4)より、定数 $K \in [0, 1]$ について

$$\begin{aligned} (\perp) \{ k \cdot g &= \bigwedge_{i=1}^n [k * g(\{x_i\})] \\ &= k * [\bigwedge_{i=1}^n g(\{x_i\})] = k * 1 = k \end{aligned} \quad (3.6)$$

である。したがって、

$$\min_{x \in X} f(x) \leq (\perp) \{ k \cdot g \leq \max_{x \in X} f(x) \quad (3.7)$$

となり M 1 が成立する。 $(*)$ $\{f(x) \cdot g$ の場合も条件(3.5)から同様に示される。□

条件(3.4)を満たす nilpotent t-conorm に基づくファジイ測度 g は同時に nilpotent t-norm に基づくファジイ測度であり、(3.2)式の積分を(3.3)式のように書き替えることができる¹⁸⁾。また、このとき(3.2)式の積分は nilpotent t-conorm \perp の生成関数 t として

$$\begin{aligned} (\perp) \{ f(x) \cdot g &= t^{-1} [\sum t(f(x_i)) \\ &\cdot P_r(\{x_i\})] \end{aligned} \quad (3.8)$$

と書ける。ただし、 $t(g(\{x_i\})) = P_r(\{x_i\})$ であり、 $\sum_{i=1}^n P_r(\{x_i\}) = 1$ である。

f をファジイ集合のメンバシップ関数として定義3.3の(3.2)式によってファジイ集合のファジイ測度 $g(\tilde{A})$ を定義すると、定義3.2の集合 A, B をファジイ集合としたものが成立する¹⁸⁾。すなわち

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \phi \Rightarrow g(\tilde{A} \cup \tilde{B}) = g(\tilde{A}) \perp g(\tilde{B}) \quad (3.9)$$

である。ただし、 \cap や \cup はファジイ集合の積集合と和集合であり、それぞれメンバシップ関数の \wedge と \vee によって定義される。

また、定義3.3の(3.3)式を用いるとき

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = X \Rightarrow g(\tilde{A} \cap \tilde{B}) = g(\tilde{A}) * g(\tilde{B}) \quad (3.10)$$

が成立する。

つぎに、t-conorm を \vee 、t-norm を \wedge とする場合について考察する。このとき条件(3.4)と(3.5)は成立していて、定義3.2と定義2.4の i) と ii) より $g = \Pi$ と表せ、

$$\begin{aligned} (\perp) \{ f(x) \cdot \Pi &= \bigvee_{i=1}^n [f(x_i) \wedge \Pi \{x_i\}] \\ &= \bigvee_{i=1}^n [a_i \wedge r_i] \end{aligned} \quad (3.11)$$

となる。ただし、 $\Pi(\{x_i\}) = r_i$ とし $f(x_i) = a_i$ としている。(3.11)式は命題2.3の(2.9)

式に等しい。

また、定義3.2の3)'と定義2.4の iii) と iv) より $g = N$ と表せ、

$$\begin{aligned} (*) \{ f(x) \cdot N &= \bigwedge_{i=1}^n [f(x_i) \vee N \{x_i\}] \\ &= \bigwedge_{i=1}^n [f(x_i) \vee (1 - \Pi \{x_i\})] \\ &= \bigwedge_{i=1}^n [a_i \vee (1 - r_i)] \end{aligned} \quad (3.12)$$

となる。これは命題2.3の(2.10)式に等しい。 f をファジイ集合のメンバシップ関数とすると、(3.11)式は Zadeh²⁾ によるファジイ集合の可能性測度であり、(3.12)式はそれに対するファジイ集合の必然性測度³⁾である。(3.11)式と(3.12)式が各々(2.9)式と(2.10)式に等しいので、命題2.4の性質が成立している。

4. ルベグ・スチルチェス積分を用いる場合

Dempster⁶⁾ は上限確率 P^* と下限確率 P_* による期待値をルベグ・スチルチェス積分によって定義している。これは Sugeno and Murofushi¹³⁾ によって述べられているように Choquet²⁴⁾ の積分を適用して表すことができる。可能性測度に等価な P^* や必然性測度に等価な P_* が存在するので、 Π や N による積分は Dempster の方法で表せる²⁵⁾。さらに、任意のファジイ測度についても、その分布関数を用いて積分を定義できる。

[定義4.1] $f(x)$ を被積分関数とするとき、ファジイ測度の分布関数を

$$F(a) = g(\{x | f(x) \leq a\}) \quad (4.1)$$

として、ルベグ・スチルチェス積分を用いるファジイ積分を

$$(L) \int_0^1 f(x) \cdot g = \int adF(a) \quad (4.2)$$

と定義する。ただし、(4.2)式の右辺は(4.1)式を分布関数とするルベグ・スチルチェス積分¹⁹⁾である。

[命題4.1] ファジイ積分 $(L) \{f(x) \cdot g$ は平均関数である。

(証明) $f(x_i) = a_i$ として、 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ であるとする、

$$\begin{aligned} (L) \{ f(x) \cdot g &= \sum_{i=1}^n [g(\{x_j | j \leq i\}) \\ &- g(\{x_j | j \leq i-1\})] \cdot a_i \end{aligned} \quad (4.3)$$

となるので、M 2 は明らかである。定数 $k \in [0, 1]$ に対して

$$\begin{aligned} (L) \{ k \cdot g &= k \cdot \sum_{i=1}^n [g(\{x_j | j \leq i\}) \\ &- g(\{x_j | j \leq i-1\})] \\ &= k \cdot g(\{x_j | j \leq n\}) = k \cdot 1 = k \end{aligned} \quad (4.4)$$

条件 M 2 と(4.4)式より条件 M 1 が満たされる。□

[命題 4.2] $X = \{x_1, x_2\}$, $f(x_1) = a$, $f(x_2) = b$, $a \leq b$ であり, $g(\{x_1\}) = \alpha$, $(g(\{x_1, x_2\}) = 1)$ とすると

$$(L) \int k \cdot g = a \cdot \alpha + b(1 - \alpha) \quad (4.5)$$

となり, $g(\{x_1\}) = g(\{x_2\}) = 1$ のとき $\forall a, b \in [0, 1]$ について

$$(L) \int k \cdot g = a \wedge b \quad (4.6)$$

$g(\{x_1\}) = g(\{x_2\}) = 0$, $(g(\{x_1, x_2\}) = 1)$ のとき

$$(L) \int k \cdot g = a \vee b \quad (4.7)$$

である。

(証明) (4.5)式は (4.3)式より明らかで, (4.6)式と (4.7)式は (4.5)式より導かれる。□

いま, 被積分関数 $f(x)$ が $x_i \in X$ に対応して $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ であるような有限個の値をとるものとする。このとき $B_1 = \{x | f(x) \leq a_1\}$ とすると, $\phi = B_0 \subset B_1 \subset B_2 \subset \dots \subset B_n$ となる。

[命題 4.3] 可能性測度 Π と必然性測度 N によるファジイ積分 $(L) \int f(x) \cdot g$ はそれぞれ

$$(L) \int f(x) \cdot \Pi = \sum_{i=1}^n [(r_i - r_{i-1}) \min_{x \in A_i} f(x)] \quad (4.8)$$

$$(L) \int f(x) \cdot N = \sum_{i=1}^n [(r_i - r_{i-1}) \max_{x \in A_i} f(x)] \quad (4.9)$$

と表される。ただし, r_i は $\Pi(\{x\})$ のとる値で $r_0 = 0$ であり, $r_1 \leq r_2 \leq \dots \leq r_n$ であるとする。したがって, 必ずしも $\Pi(\{x_i\}) = r_i$ ではない。また, $A_i = \{x | \Pi(\{x_i\}) \geq r_i\}$ である。

(証明) X を n 個の要素 x_1, x_2, \dots, x_n からなる有限集合であり, $f(x_i) = a_i$, $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ であるとする。 $B_1 = \{x | f(\{x\}) \leq a_1\}$ とすると $\phi = B_0 \subset B_1 \subset B_2 \subset \dots \subset B_n$ となり, $i = 1, \dots, n$ について

$$\begin{aligned} \Pi(B_i) &= \max_{x \in B_i} \Pi(\{x\}) \\ &\geq \max_{x \in B_{i-1}} \Pi(\{x\}) = \Pi(B_{i-1}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

である。 $\Pi(\{x\})$ も r_1, r_2, \dots, r_n の有限個の値をとり $r_1 \leq r_2 \leq r_3 \leq \dots \leq r_n$ である。分布関数 $F(a) = \Pi(\{x | f(x) \leq a\})$ を用いて, ルベグ・スチルチェス積分を適用すると

$$\begin{aligned} (L) \int f(x) \cdot \Pi &= \sum_{i=1}^n [\Pi(B_i) - \Pi(B_{i-1})] \cdot a_i \\ &= \sum_{i=1}^n [\max_{x \in B_i} \Pi(\{x\}) - \max_{x \in B_{i-1}} \Pi(\{x\})] \cdot a_i \\ &= \sum_{i=1}^n [\max_{1 \leq i} \Pi(\{x_i\}) - \max_{1 < i} \Pi(\{x_i\})] \cdot a_i \\ &= \sum_{i=1}^n (r_i - r_{i-1}) (\min_{x \in A_i} f(x)) \end{aligned} \quad (4.11)$$

となる。つぎに, 分布関数 $F(a) = N(\{x | f(x) \leq a\})$ として, ルベグ・スチルチェス積分

を適用する。 $N(A) = 1 - \Pi(A)$ より,

$$\begin{aligned} N(B_i) &= 1 - \max_{x \in B_i} \Pi(\{x\}) \geq 1 - \max_{x \in B_{i-1}} \Pi(\{x\}) \\ &= N(B_{i-1}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

であり,

$$\begin{aligned} (L) \int f(x) \cdot N &= \sum_{i=1}^n [N(B_i) - N(B_{i-1})] \cdot a_i \\ &= \sum_{i=1}^n [(1 - \max_{x \in B_i} \Pi(\{x\})) - (1 - \max_{x \in B_{i-1}} \Pi(\{x\}))] \cdot a_i \\ &= \sum_{i=1}^n [\max_{x \in B_i} \Pi(\{x\}) - \max_{x \in B_{i-1}} \Pi(\{x\})] \cdot a_i \\ &= \sum_{i=1}^n (\max_{1 \geq i} \Pi(\{x_i\}) - \max_{1 > i} \Pi(\{x_i\})) \cdot a_i \\ &= \sum_{i=1}^n (r_i - r_{i-1}) (\max_{x \in A_i} f(x)) \end{aligned} \quad (4.13)$$

となる。□

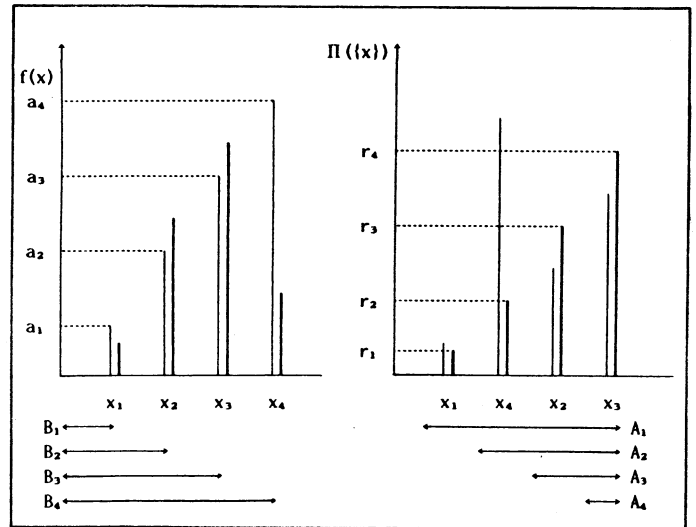


図1. $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ の場合の被積分関数 $f(x)$ と可能性測度 $\Pi(\{x\})$ の例

図1は $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ の場合の $f(x) \in \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ と可能性測度 $\Pi(\{x\}) \in \{r_1, r_2, r_3, r_4\}$ の例を示している。図1の左図は $f(x)$ の大きさの順に, 右図は $\Pi(\{x_i\})$ の大きさの順に並べている。このとき

$$\begin{aligned} (L) \int f(x) \cdot \Pi &= \sum_{i=1}^4 (\max_{1 \leq i} \Pi(\{x_i\}) - \max_{1 < i} \Pi(\{x_i\})) \cdot a_i \\ &= a_1 r_1 + a_2 (r_3 - r_1) + a_3 (r_4 - r_3) + a_4 (r_4 - r_4) \\ &= a_1 r_1 + a_2 (r_2 - r_1) + a_2 (r_3 - r_2) + a_3 (r_4 - r_3) \\ &= \sum_{i=1}^4 (r_i - r_{i-1}) (\min_{x \in A_i} f(x)) \end{aligned} \quad (4.14)$$

となっていて,

$$\begin{aligned} (L) \int f(x) \cdot N &= \sum_{i=1}^4 (\max_{1 \geq i} \Pi(\{x_i\}) - \max_{1 > i} \Pi(\{x_i\})) \cdot a_i \\ &= a_3 (r_4 - r_2) + a_4 r_2 \\ &= a_3 (r_4 - r_3) + a_3 (r_4 - r_2) + a_4 (r_2 - r_1) \\ &\quad + a_4 r_1 \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n (r_i - r_{i-1}) (\max_{x \in A_i} f(x)) \quad (4.15)$$

となっている。

[命題4.4] X上の2つの可能性測度の分布 Π_1 と Π_2 が条件

- 1) ある x_j について $\Pi_1(\{x_j\}) = \Pi_2(\{x_j\}) = 1$ である。
- 2) $i \neq j$ であるすべての i について $\Pi_1(\{x_i\}) \geq \Pi_2(\{x_i\})$ である。

を満たすとき

$$\begin{aligned} \min_{x \in X} f(x) &\leq (L) \int f(x) \cdot \Pi_1 \\ &\leq (L) \int f(x) \cdot \Pi_2 \leq f(x_j) \\ &\leq (L) \int f(x) \cdot N_2 \leq (L) \int f(x) \cdot N_1 \\ &\leq \max_{x \in X} f(x) \end{aligned} \quad (4.16)$$

が成立する。

(証明) ある x_j について $\Pi(\{x_j\}) = 1$ で、 $i \neq j$ であるすべての i について $\Pi(\{x_i\}) = 0$ であるとき命題4.3から

$$(L) \int f(x) \cdot \Pi = (L) \int f(x) \cdot N = f(x_j) \quad (4.17)$$

となり、すべての i について $\Pi(\{x_i\}) = 1$ であるとき

$$(L) \int f(x) \cdot \Pi = \min_{x \in X} f(x) \quad (4.18)$$

$$(L) \int f(x) \cdot N = \max_{x \in X} f(x) \quad (4.19)$$

となる。 Π_1, Π_2 についての(4.1)式は、それぞれ

$$F_1(a) = \Pi_1(\{x | f(x) \leq a\}) \quad (4.20)$$

$$F_2(a) = \Pi_2(\{x | f(x) \leq a\}) \quad (4.21)$$

であるので、 $F_1(a) \geq F_2(a)$ となる。(4.2)式はルベグ・スチルチェス積分であるので(4.16)式の左側の3つの不等号が成立する。必然性測度の場合は

$$N(\{x | f(x) \leq a\}) = 1 - \Pi(\{x | f(x) > a\}) \quad (4.22)$$

の関係を用いて同様にして、(4.16)式の右側の3つの不等号が成立する。□

Sugeno and Murofushi¹³⁾によるChoquetの積分²⁴⁾を用いたファジイ積分 $(C) \int f(x) \cdot g$ は

$$(C) \int f(x) \cdot g = \int g(\{x | f(x) \geq a\}) da \quad (4.23)$$

と定義されている。Dempsterの期待値をChoquetの積分で表すことができるので¹³⁾、可能性、必然性の場合もChoquetの積分で表せる。

[命題4.5] 可能性測度 Π と必然性測度 N によるファジイ積分 $(L) \int f(x) \cdot g$ は Choquet

の積分 $(C) \int f(x) \cdot g$ を用いて各々

$$(L) \int f(x) \cdot \Pi = (C) \int f(x) \cdot N \quad (4.24)$$

$$(L) \int f(x) \cdot N = (C) \int f(x) \cdot \Pi \quad (4.25)$$

と表される。

(証明) $a_i, B_i, i=1, \dots, n$ を命題4.3と同様に定めると、

$$\begin{aligned} (C) \int f(x) \cdot N &= \int_0^1 [1 - \Pi(\{x | f(x) < a\})] da \\ &= 1 - \sum_{i=1}^n (a_{i+1} - a_i) \cdot \Pi(B_i) \\ &= \sum_{i=1}^n [\Pi(B_i) - \Pi(B_{i-1})] \cdot a_i \\ &= (L) \int f(x) \cdot \Pi \end{aligned} \quad (4.26)$$

ただし、 $a_{n+1} = 1$ であり、 $\Pi(B_1) = 1$ である。

$$\begin{aligned} (C) \int f(x) \cdot \Pi &= \int_0^1 [1 - \Pi(\{x | f(x) \geq a\})] da \\ &= \sum_{i=1}^n (a_i - a_{i-1}) \cdot \Pi(\overline{B_{i-1}}) \\ &= \sum_{i=1}^n (a_i - a_{i-1}) (1 - N(B_{i-1})) \\ &= \sum_{i=1}^n [N(B_i) - N(B_{i-1})] \cdot a_i \\ &= (L) \int f(x) \cdot N \end{aligned} \quad (4.27)$$

ただし、 $N(B_0) = N(\phi) = 0$ で $N(B_n) = N(X) = 1$ である。□

図2の斜線部分の面積が $\int_0^1 \Pi(\{x | f(x) < a\}) da$ の値を表している。

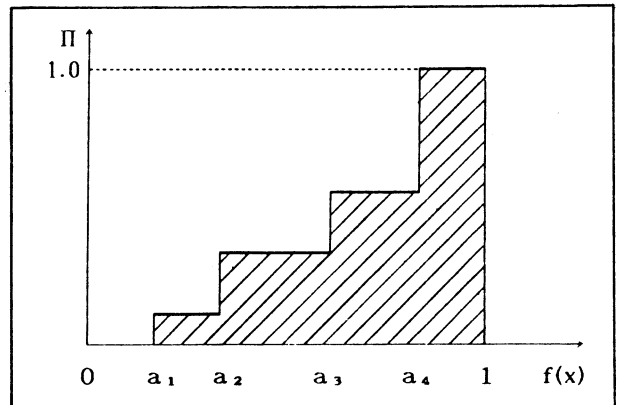


図2 積分 $\int \Pi(\{x | f(x) < a\}) da$ の説明

図3に菅野のファジイ積分のグラフを示す。図3では3つの要素 $\{x_1\}, \{x_2\}, \{x_3\}$ からなる全体集合 X を考え、可能性分布は $\Pi(\{x_i\})$ として示している。 $f(x_1)$ と $f(x_2)$ が区間 $[0, 1]$ 内でとる値に対応した積分の値が縦軸に表されている。 $f(x_3)$ の値は固定している。

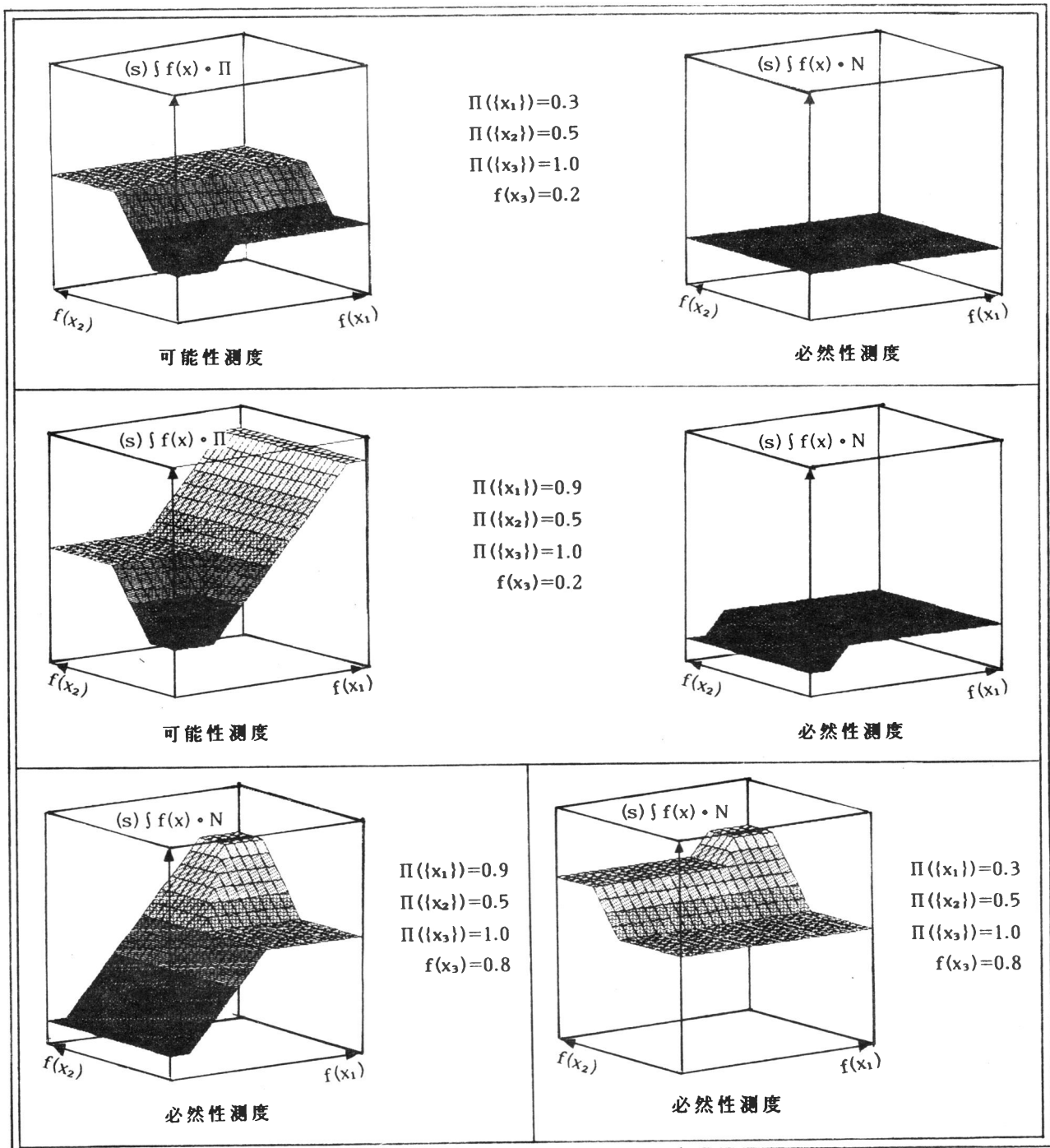


図3 菅野のファジイ積分・t-normに基づくファジイ積分のグラフ

t-norm に基づくファジイ積分の場合は 図3のグラフに完全に一致している。図4は同様にルベグ・スチルチェスを用いたファジイ積分のグラフである。

参考文献

- 1) 菅野: Fuzzy測度とFuzzy積分, 計測自動制御学会論文集, 8-2, 218/226(1972)
- 2) L.A.Zadeh: Fuzzy Sets as a Bases for a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, 1-1, 3/28 (1978)
- 3) D.Dubois and H.Prade: Fuzzy Sets and Systems. Theory and Applications, Academic Press, New York (1980)

- 4) D.Dubois and H.Prade: A Class of Fuzzy Measures Based on Triangular Norms, Int.J. of General Systems, 8-1, 43/61 (1982)
- 5) S.Weber: \perp -Decomposable Measures and Integrals for Archimedean t-conorm \perp , J. of Math. Anal. Appl. 101-1, 114/138 (1984)
- 6) A.P.Dempster: Upper And Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping, Ann. Math. Stat., 38-2, 325/339 (1967)
- 7) G.Shafer: A Mathematical Theory of Evidence, Princeton University Press (1976)
- 8) G.Banon: Distinction between Several Subsets of Fuzzy Measures, Fuzzy Sets and Systems, 5-3, 291/307 (1981)
- 9) R.Kruse: Fuzzy Integrals and Conditional Fuzzy Measures,

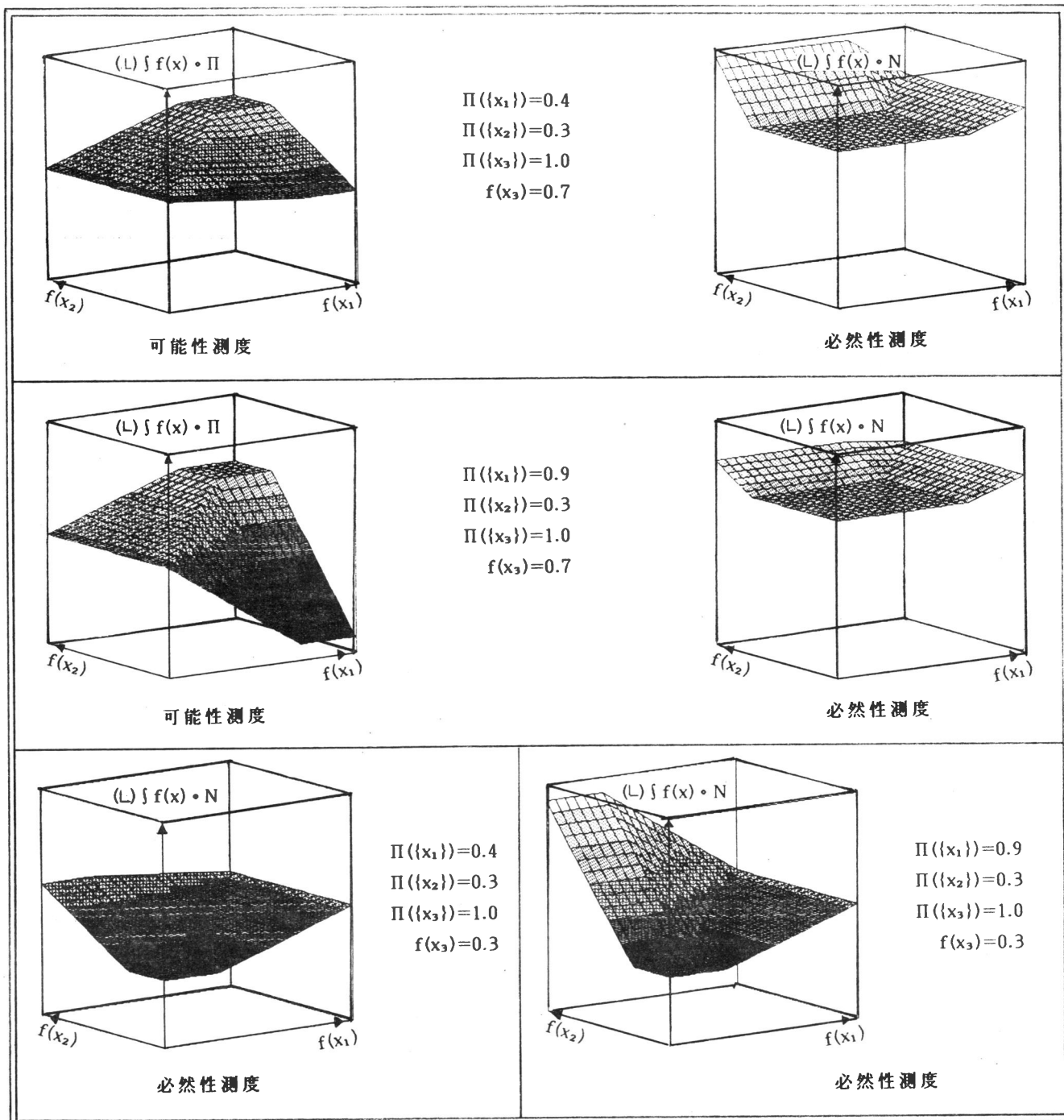


図4 ルベーグ・スチルチェス積分を用いたファジィ積分のグラフ

- Fuzzy Sets and Systems, 10-3, 309/313 (1983)
- 10) W.Schwylha: About the Isomorphism between some Sugeno Measures and Classical Measures, Proc.2nd Int. Seminar on Fuzzy Set Theory, ed. by E.P.Klements, 344/355(1982)
 - 11) M.Sugeno and T.Murofusi: Pseudo-additive Measures and Integrals, J. Math. Anal. Appl., (to appear)
 - 12) P.Smets: The Degree of Belief in a Fuzzy Event, Information Sciences, 25-1, 1/19 (1981)
 - 13) M.Sugeno and T.Murofusi: Choquet's Integral as an Integral Form for a General Class of Fuzzy Measures, IFSA'87 (to appear)
 - 14) M.Sugeno: Fuzzy Measures and Fuzzy Integrals A Survey, Fuzzy Automata and Decision Processed. by M.M.Gupta, et al., 89/102, North-Holland (1977)
 - 15) 泉谷, 三上, 井上: Fuzzy積分を用いた顔グラフの表情評価モデル, システムと制御, 28-10, 590/596 (1984)
 - 16) 市橋, 田中, 浅居: ファジィ積分とその多属性意思決定問題への応用, 計測自動制御学会論文集, 22-5, 557/596 (1986)
 - 17) H.Ichihashi and H.Tanaka: A Fuzzy Fault Tree: Formulated by a Class of Fuzzy measures, Bulletin of University of Osaka Prefecture, 35-2, (1986)

Lisp によるファジィ集合処理システム Fuzzy Set Manipulation System in Lisp

馬野 元秀
Motohide Umano

大阪大学 大型計算機センター
Computation Center, Osaka University

Abstract

We developed a fuzzy set manipulation system in Lisp, where we can write a program in a fuzzy-set oriented Lisp. We can write various kinds of fuzzy sets and relations such as ordinary, type-n, level-m, L- and generalized ones. A lot of built-in functions are available, which are classified into 11 groups, namely, assignment operator, fuzzy set operators, fuzzy relational operators, grade operators, element operators, extension of Lisp functions, functions to define new fuzzy-set operator, predicates, type conversion functions, I/O functions and miscellaneous functions. All operators and functions are applicable to any kinds of fuzzy sets.

The system is implemented in three Lisps (Franz Lisp, UTI-Lisp and mulisp-86) on super mini, mainframe and personal computers.

1.はじめに

人間の持つあいまいさを表現するために、ファジィ集合の概念[1]が L. A. Zadeh により 1965 年に提案されて以来、1970 年代から 1980 年代にかけて、いろいろな分野に適用されてきた。しかし、ファジィ集合をベースにした実際に稼動する応用システムが現われ始めたのは、ごく最近になってからである。

ファジィ集合に基づいた応用システムを作成しようとする、まず、ファジィ集合を表現する部分を作成し、それから応用システムの作成にとりかかることになる。このとき、自分のシステムで使う範囲のファジィ集合しか考慮に入れないので、これを他のシステムの作成に利用することは難しい。

そこで、著者らはファジィ集合を表現・処理することを目的として、Fortran により FSTDS(Fuzzy-Set-Theoretic Data Structure) システムを作成した[2]。しかし、人工知能などの分野で利用するには、機能が十分ではなかった。

そこで、新たに Lisp によりファジィ集合処理システムを作成した。基になる言語として Lisp を選んだのは、構成が動的に変わるファジィ集合を実現するには、Lisp のリスト構造が適しているうえに、人工知能システムとの相性もよいからである。

以下、第2章でファジィ集合処理システムの概要として、本システムで表現できるファジィ集合と使用できる関数について述べ、第3章でインプリメントについて簡単に述べる。

2. ファジィ集合処理システムの概要

本システムでは、今までに提案されたほとんどの種類のファジィ集合を表現し、処理することができる。さらに、Lisp のほとんどの機能をそのまま使うことができ、Lisp にファジィ集合と組 (tuple) という型とそれらに関する演算子を追加した形で実現できた。

2.1. 表現できるファジィ集合

本システムでは、通常の集合、関係、ファジィ集合、ファジィ関係だけではなく、タイプ n ファジィ集合、レベル m ファジィ集合、L-ファジィ集合およびこれらを組み合わせた一般ファジィ集合を表現し、処理することができる。

本システムでは、これらは次のように表記する。

通常の集合: $\{a, b, c\}$

通常の関係: $\{<a,b>, <c,d>\}$

ファジィ集合: $\{0.3/a, 0.8/b, 1/c\}$

ファジィ関係: $\{0.8/<a,b>, 0.5/<c,d>\}$

タイプ 2 ファジィ集合:

$\{\{0.9/0, 0.6/0.1\}/a, \{0.7/1, 0.8/0.9\}/b\}$

レベル 2 ファジィ集合:

$\{0.8/\{0.9/a, 0.6/b\}, 0.9/\{0.7/a, 0.8/c\}\}$

L-ファジィ集合: $\{<0.3, 0.5>/a, <0.7, 1>/b\}$

一般ファジィ集合:

$\{\{0.9/0, 0.6/0.1\}/\{0.9/a, 0.6/b\}, \{0.7/1, 0.8/0.9\}/\{0.7/a, 0.8/c\}\}$

組、タイプ、レベルの深さは、任意である。

より一般的には、ファジィ集合の表記法、

$\{g_1/e_1, g_2/e_2, \dots, g_n/e_n\}$ (1)

を考えて、これに対して次の規則(a)-(e)を

任意の回数、適用したものであってもよい。

(a) グレードが 1 の場合は、グレード g_1

と / を省略してもよい。→ 集合

(b) 要素 e_1 は組 $\langle e_{11}, e_{12}, \dots, e_{1m} \rangle$ であってもよい。→ 関係

(c) グレード g_1 は組 $\langle g_{11}, g_{12}, \dots, g_{1m} \rangle$ であってもよい。→ L-ファジィ

(d) 要素 e_1 はファジィ集合 $\{e_{11}, e_{12}, \dots, e_{1m}\}$ であってもよい。→ レベル +1

(e) グレード g_1 はファジィ集合 $\{g_{11}, g_{12}, \dots, g_{1m}\}$ であってもよい。

→ タイプ +1

ただし、最後には、グレード g_1 は区間 $[0,1]$ の数値に、要素 e_1 は記号や数値などの Lisp のデータ型になるものとする。

2.2. ファジィ集合演算子

本システムには、ファジィ集合用の多くの演算子(関数)が組み込まれている。これらは、(a)代入演算子、(b)ファジィ集合演算子、(c)ファジィ関係演算子、(d)グレードに関する演算子、(e)要素に関する演算子、(f)Lisp 関数の拡張、(g)演算子を定義する関数、(h)述語関数、(i)型変換関数、(j)入出力関数、(k)その他の関数、に分類することができる(各演算の定義については、文献[1],[2]を参照)。

(a) 代入演算子: 代入には、Lisp の代入関数 `setq` をそのまま用いる。

[例 1] 本システムで、ファジィ集合 $F1$ と $F2$ にファジィ集合を代入するには、

`--> (setq F1 {0.1/a, 0.2/b, 0.3/c})`
`{0.1/a, 0.2/b, 0.3/c}`

`--> (setq F2 {0.7/b, 0.2/c, 0.4/d})`
`{0.7/b, 0.2/c, 0.4/d}`

とすればよい。ここで、--> はシステムからのプロンプトで、下線を引いた部分がユーザの入力である。そして、その次の行がユーザの入力をシステムが評価した結果である。■

代入を用いると、タイプ n やレベル m のファジィ集合を、順次、定義することもできる。

[例2] まず、ファジィ集合 high、middle、low を

```
--> (setq high
      {1/1, 0.8/0.9, 0.4/0.8})
{0.4/0.8, 0.8/0.9, 1/1}
--> (setq middle
      {1/0.5, 0.5/0.6, 0.5/0.4})
{0.5/0.4, 1/0.5, 0.5/0.6}
--> (setq low {1/0, 0.8/0.1, 0.4/0.2})
{1/0, 0.8/0.1, 0.4/0.2}
```

と定義しておく。すると、タイプ 2 ファジィ集合 X は、

```
--> (setq X {middle/a, low/b, low/c})
{middle/a, low/b, low/c}
```

と定義することができる。high と middle の定義において、入力したファジィ集合と setq の結果のファジィ集合では要素の順序が異なっている。これは、後の処理のために、システムが並べ換えたからである。■

(b) ファジィ集合演算子：この演算子は、同じ要素のグレードに対して種々の計算を行なう演算である。これには、union(和集合；グレードの演算は max)、intersection(共通集合；min)、product(積集合；積)、asum(代数和集合；和と積の差)、adif(絶対差集合；差の絶対値)、bsum(限界和集合；和と 1 の min)、bdif(限界差集合；差と 0 の max) がある。また、これらの引数の数はいくつでもよい。

[例3] 例1で定義したファジィ集合 F1 と

F2 に対して、上の演算を行なうと、

```
--> (union F1 F2)
{0.1/a, 0.7/b, 0.3/c, 0.4/d}
--> (intersection F1 F2)
{0.2/b, 0.2/c}
--> (product F1 F2)
{0.14/b, 0.06/c}
--> (asum F1 F2)
{0.1/a, 0.76/b, 0.44/c, 0.4/d}
--> (adif F1 F2)
{0.1/a, 0.5/b, 0.1/c, 0.4/d}
--> (bsum F1 F2)
{0.1/a, 0.9/b, 0.5/c, 0.4/d}
--> (bdif F1 F2)
{0.1/a, 0.1/c}
--> (bdif F2 F1)
{0.5/b, 0.4/d}
```

となる。■

引数は、関係であってもよい。

[例4] ファジィ関係 R1 と R2 を

```
--> (setq R1
      {0.3/<a,1>, 0.9/<b,2>, 0.1/<c,3>})
{0.3/<a,1>, 0.9/<b,2>, 0.1/<c,3>}
--> (setq R2
      {0.5/<b,2>, 0.8/<c,3>, 1/<d,4>})
{0.5/<b,2>, 0.8/<c,3>, 1/<d,4>}
```

と定義する。そして、R1 と R2 の和集合と共通集合を求めるには、

```
--> (union R1 R2)
{0.3/<a,1>, 0.9/<b,2>, 0.8/<c,3>,
 1/<d,4>}
--> (intersection R1 R2)
{0.5/<b,2>, 0.1/<c,3>}
```

とすればよい。■

さらに、タイプ n ファジィ集合、レベル m ファジィ集合、L-ファジィ集合、一般ファジィ集合についても、同様に演算できる。

(c) ファジィ関係演算子：ファジィ関係の要素である組に対して演算を行なう。これには、

compose(合成)、converse(逆関係)、image(像)、cimage(逆像 converse image)、domain(定義域)、range(値域)、project(射影)、join(結合)、cp(直積 Cartesian product)、restrict(限定)がある。射影、結合、直積、限定はファジィ・データベース用の演算子であり、文献[3]で詳しく述べた。ここでは、残りの演算子についての例をあげることにする。

[例5] ファジィ関係 R、S とファジィ集合 X、Y を

```
--> (setq R {0.2/<a,1>, 0.5/<a,3>,
             0.9/<b,1>, 0.3/<c,2>})
{0.2/<a,1>, 0.5/<a,3>, 0.9/<b,1>,
 0.3/<c,2>}
--> (setq S
     {0.4/<1,u>, 0.7/<2,w>, 0.1/<3,u>})
{0.4/<1,u>, 0.7/<2,w>, 0.1/<3,u>}
--> (setq X {0.1/a, 0.3/b, 0.5/c})
{0.1/a, 0.3/b, 0.5/c}
--> (setq Y {0.2/1, 0.4/2, 0.6/3})
{0.2/1, 0.4/2, 0.6/3}
```

と定義し、合成、逆関係、像、逆像、定義域、値域の演算を行なうと、

```
--> (compose R S)
{0.2/<a,u>, 0.4/<b,u>, 0.3/<c,w>}
--> (converse R)
{0.2/<1,a>, 0.9/<1,b>, 0.3/<2,c>,
 0.5/<3,a>}
--> (image X R)
{0.3/1, 0.3/2, 0.1/3}
--> (cimage R Y)
{0.5/a, 0.2/b, 0.3/c}
--> (domain R)
{0.5/a, 0.9/b, 0.3/c}
--> (range R)
{0.9/1, 0.3/2, 0.5/3}
```

となる。■

(d) グレード演算子：これには、getgrade(与えられた要素に対するグレードの値)、cut (α レベルカット)、maxgrade(最大グレード)、

cardinal(グレードの和)、norm(正規化)がある。スペースの都合で、例は省略する。

(e) 要素に関する演算子：これには、nelement(要素数)、sfuzzify(ファジィ化)、separate(組を分割)、flatten(組を統合)がある。これも、スペースの都合で、例は省略する。

(f) Lisp 関数の拡張：通常の Lisp 関数をファジィ集合に対しても使えるようにしたい。そこで、Lisp 関数の前に & を付けることにより、これを可能にした。

[例6] ファジィ集合 small を、

```
--> (setq small {1/0, 1/1, 0.8/2,
               0.6/3, 0.4/4, 0.2/5})
{1/0, 1/1, 0.8/2, 0.6/3, 0.4/4, 0.2/5}
```

とする。そして、Lisp の関数として、引数を 2 乗する関数 square を、

```
--> (defun square (u) (expt u 2))
square
```

と定義する。ここで、expt は Lisp のべき乗を計算する関数である。このとき、

```
--> (&square small)
{1/0, 1/1, 0.8/4, 0.6/9, 0.4/16,
 0.2/25}
```

とすることにより、small の要素の 2 乗を計算できる。■

この場合の計算には、「すべての要素に関数を適用し、結果のグレードはもとの要素のグレードを採用する」という 1 変数の拡張原理 [4]を用いている。

[例7] Lisp の加法関数は plus であり、乗法関数は times である。いま、「3 くらい」、「4 くらい」というファジィ数を

```
--> (setq 3-kurai
      {0.3/2, 0.9/3, 0.5/4})
{0.3/2, 0.9/3, 0.5/4}
--> (setq 4-kurai
      {0.4/3, 0.8/4, 0.6/5})
{0.4/3, 0.8/4, 0.6/5}
```

のように定義し、3-kurai と 4-kurai に対して 加法と乗法を行ない、結果を 7-kurai と 12-kurai に代入しようとする、

```
--> (setq 7-kurai
      (&plus 3-kurai 4-kurai))
{0.3/5, 0.4/6, 0.8/7, 0.6/8, 0.5/9}
--> (setq 12-kurai
      (&times 3-kurai 4-kurai))
{0.3/6, 0.3/8, 0.4/9, 0.3/10, 0.8/12,
 0.6/15, 0.5/16, 0.5/20}
```

とすればよい。■

この場合は、2つのファジィ集合に 2 変数関数を適用する場合であり、このときには、「各ファジィ集合の要素のすべての組み合わせに関数を適用し、結果のグレードは各要素のグレードの min をとる。ただし、結果の要素で同じものが複数個あるときは、グレードの max をとり、1つにまとめる」という 2 変数関数の拡張原理を用いる。一方が要素でもう一方がファジィ集合の場合には、要素 a を $\{1/a\}$ というファジィ集合であると考えて、この拡張原理を適用すればよい。

さらに、組に対して、これらの演算子を適用する場合には、組の対応する要素に関数を適用する。

(g)演算子を定義する関数：これには、sapply、fapply、gapply の3つがある。

関数 sapply は、和集合や共通集合を求める演算のように、同じ要素のグレードに対して種々の計算を行なうというタイプの演算子

を定義するのに使う。

[例8] 関数 sapply を使って、union と同じ演算を行なうには、

```
--> (sapply 'max
         '({0.3/a, 0.4/b, 0.5/c}
           {0.2/b, 0.8/c}))
{0.3/a, 0.4/b, 0.8/c}
```

とすればよい。■

本システムの和集合、積集合などはこれを用いて定義してある。これを用いると、ユーザ独自の演算子を容易に定義することができる。なお、ファジィ集合の内部表現で要素を小さい順に整列させてあるのは、この関数を高速に実行するためである。

もう1つの関数 fapply は、要素に対して定義されている関数をファジィ集合に拡張する拡張原理を実現するもので、引数にファジィ集合も組も含まれていない場合には、Lisp の関数 apply と同じ働きをする。&関数は fapply の省略形と考えることができる。

[例9] &plus は、関数 fapply を使って、

```
--> (fapply 'plus
         '({0.3/2, 0.9/3, 0.5/4}
           {0.4/3, 0.8/4, 0.6/5}))
{0.3/4, 0.4/6, 0.8/7, 0.6/8, 0.5/9}
```

のように展開してから、実行している。■

この関数は sapply の中のグレードの計算にも使われているので、和集合や共通集合などの演算は、タイプ n ファジィ集合、L-ファジィ集合、一般ファジィ集合に対しても適用できる。

関数 gapply は、関数をグレードに適用するもので、ファジィ集合とグレード値を引数とする。スペースの都合で、例は省略する。

(h)述語関数: fsetp(ファジィ集合か)、tuplep(組か)、ftypep(引数の型)、subset(部分集合か)、disjoint(共通部分を持たないか)、比較関数(eql、ne、lt、le、gt、ge)などがある。

(i)型変換関数: tolist(ファジィ集合や組をリストに)、tofset(リストをファジィ集合に)、totuple(リストを組に)などがある。

(j)入出力関数: ファジィ集合や組を 入出力する関数がいくつかある。

(k)その他の関数: parameter (システム定数の変更)などがある。

3. インプリメント

ファジィ集合や組は、内部ではすべてリストで表現している。Lisp のトップ・レベルの read と print を本システム用のものに入れ替えることにより、入力時に、{ } や / や < > をチェックして対応する内部表現に変換し、出力時に { } や / や < > を用いてファジィ集合の表記を生成するようにした。この結果、Lisp のほとんどすべての機能をそのまま使うことができ、Lisp にファジィ集合と組という型とそれらに関する演算子を追加した形でインプリメントできた。

現在、本システムは次の3つの異なる計算機上で稼動している。

- (1) オリジナル版 : VAX-11/780 の Eunice (VAX/VMS 上の Unix 4.1 BSD エミュレータ)上の Franz Lisp。
- (2) 移植版: ACOS システム 1000 の ACOS-6 /MXV 上の UTI-Lisp。
- (3) 改訂サブセット版: PC-9800 の MS-DOS 上の muLisp-86。

4. おわりに

以上、Lisp によるファジィ集合処理システムについて、表現できるファジィ集合と使用できる演算子と関数について例を用いて述べ、インプリメントについて簡単に触れた。

本システムを用いて、すでに、ファジィ・プロダクション・システム[5]とファジィ集合に基づく FS-Prolog[6] を作成している。

本ファジィ集合処理システムは、ファジィ集合に基づくほとんどすべてのシステムの作成に使用でき、広い応用範囲を持っている。

最後に、本システムの実際のインプリメントは、久米健司君(現在、新学社)による所が大である。深く感謝する。

【参考文献】

1. L.A. Zadeh (1965) : "Fuzzy Sets", Information and Control, Vol.8, pp. 338-353.
2. 馬野、水本、田中 (1977) : 「Fuzzy 集合処理システムの構成」、情報処理、Vol. 18、No.9、pp.884-892。
3. 馬野 (1986) : 「ファジィ・データベースにおける関係代数の実現」、電子通信学会技術研究報告、Vol.86、No.192、pp.1-8、DE86-4 (データ工学研究会)。
4. L.A. Zadeh (1975) : "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning", Information Sciences, Vol.8, pp.199-248; Vol.8, pp.301-357; Vol.9, pp. 43-80.
5. 馬野 (1986) : 「ファジィ・プロダクション・システムの実現」、情報処理学会 第32回(昭和 61 年前期)全国大会、pp.1255-1256、No.4M-11。
6. 馬野 (1986) : 「ファジィ集合の概念を用いた Prolog について」、第 2 回ファジィ・システム・シンポジウム(1986 年 6 月 16 - 18 日)、pp.88-93。

F U Z Z Y P R O L O G について

O n F u z z y P r o l o g

向 殿 政 男*、武 田 明 秀**、沈 祖 梁*、丁 利 亜*

M. Mukaidono, A. Takeda, Z. Shen and L. Ding

* (明治大学・工学部) ** (㈱ソフトピア)

* Faculty of Engineering, Meiji University

** SOFTPIA CO,LTD.

Abstract

A fuzzy prolog which is based on fuzzy resolution principle is proposed. At first, we discuss some difficulties concerning on assigning a fuzzy truth value of the closed interval $(0,1)$ to each statement of prolog. Next, we introduced a new interpretation on values of $(0,1)$, by which we propose fuzzy negative logic and fuzzy positive logic. Although the fuzzy logic inference by resolution principle was significant only when the truth values of all variables are in the half closed interval $(0.5,1)$, we can infer a significant conclusion in the sense of the proposed interpretation even if the truth values of all variables are in the closed interval $(0,1)$. Lastly, a new method for calculating a truth value of the conclusion from values of the rule and the promise is proposed.

1 はじめに

一階述語論理に基づいたプログラミング言語としてPrologが近年広く知られ様々な研究に使用されるようになった。Prologは設計段階において導出原理を基本的枠組みとし、その実行は一階述語論理の部分系であるHorn節に対する証明手続きとしてみる事ができる。また、従来の手続き型言語にみられない特徴をもっており、人工知能研究、知識表現などにも応用されるようになった。このような背景から本報告では、人間の持つ知識に内包されている、あいまいさを許容する形での論理としてFuzzy論理を考えて、一般的なPrologになんらかの形で適用することを試みた。つまり、通常の2値論理に基づくPrologを含み、更にProlog中の各節に0から1までの確信度を付加したFuzzy Prologを考え、それが有意な結果をもたらすことのできる推論法についてのべる。

Fuzzyな命題が取り扱えるPrologには、以下に述べるように、三つの発展段階が考えられる。

(A) 多値論理を基礎としたものであって、Prologの各ルール及び事実に真理値として[0, 1]の任意の値を与える形式のもの。

(Fuzzy Prolog-MVL)

(B) Fuzzy集合を基礎としたものであって、各命題、及び各真理値は基本的には、すべてFuzzy集合とするもの。

(Fuzzy Prolog-FS)

(C) Zadehが提案しているFuzzy論理を基礎としたものであって、各命題、及び各真理値がFuzzy集合であると共に、言語真理値やFuzzy限定詞等を使用できるもの。

(Fuzzy Prolog-FL)

(A) については幾つかの提案と実際のシステムが製作されている⁽¹⁾、⁽²⁾。

(B) についてはこれに近いシステムが、ルールベースにおけるパターンマッチングに基いて試作されている⁽³⁾。しかし、論理としての完全性、及び速度等の問題が残されている。(C) については、実用的システムはかなり先になると思われる。

第一に、このFuzzy論理が形式的体系として整備されない限り、プログラミング言語としてのFuzzy prologを開発することは困難と思われる。

以上のような状況を考えると、当面は(A)の形式のFuzzy Prologを検討して問題点を解決し実用経験を得てその有用性を確かめてから、(B)、(C)へ進むのが妥当と思われる。多値論理に基づくFuzzy Prologは通常の2値論理におけるPrologを基礎としてそのまま用いることができ、更に、以下のような利点が考えられる。

(1) 確信度付きの結論が得られる。

(2) 真理値の度合いに応じて刈り込みを行うことにより、高速に推論できる可能性がある。

(3) エキスパートより得られたルールの確信度を、推論を通して学習できる可能性がある。

等々である。本論文では、まず、Fuzzy導出原理について述べ、次に、多値論理に基づいたFuzzy Prologについて検討する。

2 Fuzzy論理とFuzzy導出形

Fuzzy論理の研究には、大きく分けて二つの流れがある。ひとつは、各命題の真理値は閉区間[0, 1]の値をとり、論理演算としては、AND、OR、NOT等を用いた多値論理の一分野としての研究であり、もう一つはL. A. Zadehにより始められたもので、真理値として[0, 1]上のFuzzy集合をとり、言語真理値等を用いるものである。本報告で示すFuzzy Prologは、この前者の流れに沿っている。なお、このようなFuzzy論理に基づく導出原理において、その論理的帰結である導出形が、2値論理におけると同様な意味で、意味があるための条件については既に明らかになっている。

ここでは問題を簡単にするために命題論理に限って、Fuzzy論理を説明するが、述語論理にも同様に適用できる。なお、この場合、述語はメンバーシップ関数になる。真理値の値は、1の場合は全く真、0の場合は全く偽、0.5の場合は全く不明という意味に対応している(本節では、命題の確信度を真理値として扱う)。

まず、Fuzzy推論をおこなうためのFuzzy論理式を以下に定義する。

【定義1】

- (1) 0、1及び命題 X_i ($i=1, \dots, n$)は論理式である。
- (2) A, B が論理式ならば、 $A \vee B, A \wedge B, \sim A$ も論理式である。
- (3) 上記で与えられるもののみが論理式である。

ある解釈 I が与えられると、各命題に対して、先に述べた $[0, 1]$ 上のある値が真理値としてつけられ、この値を以下、 $T(X_i)$ と記すことにする。この時、ある解釈 I における論理式の値は、つぎのようにして定義される。

【定義2】

- (1) $T(A \vee B) = \max(T(A), T(B))$
- (2) $T(A \wedge B) = \min(T(A), T(B))$
- (3) $T(\sim A) = 1 - T(A)$

任意の論理式 Ψ が与えられたとき、ある解釈 I に対して、 Ψ の真理値 $T(\Psi)$ は、定義2より一意的に定まる。ただFuzzy論理では、2値論理で成立するほとんどの等式、例えば分配律、べき等律、吸収律、交換律等は成立するが、相補律

$$\begin{aligned} A \vee \sim A &= 1 \\ A \wedge \sim A &= 0 \end{aligned}$$

は成立しない。また、以下の二つのFuzzy論理式

- (4) $A, T(A)$
- (5) $B, T(B)$

があって、 $A \rightarrow B$ の真理値を求めるには、 \rightarrow (含意)の定義に基づいていくつかの計算方法が考えられる。主なものに次の二つがあるが、これ以外にも数多く提案されている。

- (6) $T(A \rightarrow B) = T(\sim A \vee B) = \max(1 - T(A), T(B))$
- (7) $T(A \rightarrow B) = \min(1, 1 - T(A) + T(B))$

(6)の式はKleene、(7)の式はŁukasiewiczによる定義である。導出原理では(6)の定義が用いられている。導出原理で用いられている導出形による推論は、一般的に次のように書ける。

$$(X_i \vee L_1), (\sim X_i \vee L_2) \implies (L_1, L_2)$$

ここで導出形 $(L_1 \vee L_2)$ は、前提 $(X_i \vee L_1)$ と $(\sim X_i \vee L_2)$ とからキーワード X_i を用いて推論した論理的帰結である。この推論法は、 \rightarrow をKleeneの定義とすると、通常のmodus ponensや三段論法の一般化になっている。

Fuzzy論理の場合に、上の定義をそのまま用いたのでは全体として意味のない場合がある。ところが、

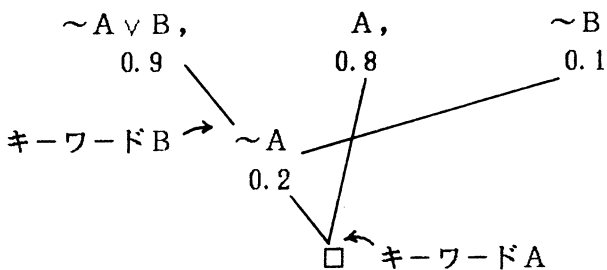
系1(4),(5)

すべての前提の真理値が狭義に0.5よりも大きければ、その導出形は、常に意味のある結論である。

ことがわかっている。

例えば、 $A \rightarrow B$ と A とから B を推論する場合、右のような導出が行われる。

今、 $T(A \rightarrow B) = \omega = 0.9$
 $T(A) = a = 0.8$ と仮定すると、図より $T(B) = b$ と置くと
 $T(A \rightarrow B) = \max(1 - a, b) = \omega$



より $T(B) = b = \omega = 0.9$ が得られる。しかし、上の方程式は常に解が存在するとは限らない。例えば、 $\omega \leq 1 - a$ の場合には解は存在しないし、又 $\omega = 1 - a$ の場合には、 $b \in [0, \omega]$ の任意の値となる。ここで、第一の問題点、 $T(A \rightarrow B) = \omega$ 、及び $T(A) = a$ が与えられた時、どのようにして一意的に $T(B) = b$ を導くかという問題が生ずる。

次に、前提の真理値 $T((A \rightarrow B) \text{ AND } A)$ よりも論理的結論の真理値 $T(B)$ の方が常に大きくなければならないという、通常の意味で導出形が意味のあるためには系1に述べたように、各前提の真理値 $T(A \rightarrow B)$ 、 $T(A)$ は0.5よりも大きければよい。しかし、ほかの解釈、すなわち、あいまいさを減少させるという意味では、 $T(A \rightarrow B)$ 、 $T(A)$ の値にかかわらず、導出形は常に意味のあることが知られている⁽⁵⁾。第二の問題点として、一意的に $T(B)$ を算出する方法が見出されたとして、推論結果である導出形が、それに対してどのような意味で常に意味のある推論になっているのか、という問題が生ずる。次節で、上の二つの問題点に答える一つの解釈を提案する。

3 真理値、ルールの重み、及び推論の確信度

Prologは基本的には、ルール ($A \rightarrow B$ に相当する)、事実 (A に相当する) 及び質問 ($?B = \sim B$ に相当する) の三種の種類のステートメントからなっている。推論の基本は、 $A \rightarrow B$ と A より B を導く *modus ponens* である。よって、第一の問題点は、 $T(A \rightarrow B) = \omega$ と $T(A) = a$ が与えられた時どのような計算機構で $T(B) = b$ を求めるかということである。上述した方程式を解く方法では解が求まらない場合や不定の場合があり、もし解があったとしても、 $a \geq 0.5$ 、 $\omega \geq 0.5$ ならば常に $b = \omega$ となり興味ある推論結果とはならない。金井、石塚⁽²⁾、馬野⁽³⁾は

$$b = \min(a, \omega)$$

を採用している。この方法は b の値が、 a 又は ω のどちらかと一致してしまい、互のコンフリクトがうまく表されていない。

本論文では次の三つの数値を導入する。一つはルール $A \rightarrow B$ に対してそのルールの重み (*weight*) を考える。これを C_w と置き、前提 A と結論 B との結合の強さ、又はこのルールの重要度などを表す数値を考えることにする。 $C_w \in (-1, 1)$ とし、

$$C_w = 1 \quad \dots \quad A \text{ と } B \text{ とは、正の強い因果関係あり}$$

$$C_w = 0 \quad \dots \quad A \text{ と } B \text{ とは、因果関係はなし}$$

$$C_w = -1 \quad \dots \quad A \text{ と } B \text{ とは、負の強い因果関係あり}$$

と解釈する。 C_w を

$$\omega = \frac{C_w + 1}{2}$$

により、 $\omega \in [0, 1]$ に変換して用いることもできる。

他の一つの数値は真理値 $T(A) = a \in [0, 1]$ である。これは

$$C_a = 2a - 1$$

として $[-1, 1]$ の値に交換して、 C_a を A の確信度と呼ぶことにする。

この場合

$$C_a = 1 \quad (a = 1) \quad \dots \quad \text{強い確信あり}$$

$$C_a = 0 \quad (a = 1/2) \quad \dots \quad \text{確信なし}$$

$$C_a = -1 \quad (a = 0) \quad \dots \quad \text{強い逆の確信あり}$$

と解釈される。一般に Fuzzy 論理では $C_a \geq 0$ 、即ち、 $T(A) \geq 0.5$ で展開

されるが、ここでは、 $C_a \leq 0$ 、即ち、 $\pi(A) \leq 0.5$ も認めて、この場合には否定 $\sim A$ を意味していると解釈する。 $\pi(A) \geq 0.5$ の時を正論理 (positive logic)、 $\pi(A) \leq 0.5$ の時を負論理 (negative logic) と呼ぶことにする。ここで、ルールは $C_w \geq 0.5$ の時、 $a \geq 0.5$ ならば $A \rightarrow B$ を、 $a \leq 0.5$ ならば $\sim A \rightarrow \sim B$ を意味しており、 $C_w \leq 0$ の時、 $a \geq 0.5$ ならば $A \rightarrow \sim B$ を、 $a \leq 0.5$ ならば $\sim A \rightarrow B$ を意味していると解釈することができる。

さて、 C_w と C_a とが与えられたとき C_b を求める計算機構であるが、少なくとも、+1と-1の2値の時には通常の2値論理と一致する必要がある。(表1の*印) 表1の*印の関係を満たすものに、例えば

$$C_b = C_w \times C_a \quad \dots \textcircled{1}$$

$$C_b = \frac{C_w}{C_a} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$C_b = \frac{C_a}{C_w} \quad \dots \textcircled{3}$$

| C_w | C_a | C_b | |
|-------|-------|-------|---|
| 1 | 1 | 1 | * |
| 1 | 0 | 0 | |
| 1 | -1 | -1 | * |
| 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | |
| 0 | -1 | 0 | |
| -1 | 1 | -1 | * |
| -1 | 0 | 0 | |
| -1 | -1 | 1 | * |

表 1

がある。

更に、上式は、+1、0、-1の3値の場合の常識とも一致する。(但し、②式では $|C_w| > |C_a|$ の時、③式では $|C_w| < |C_a|$ の時には推論できないものとする) 上式は、 C_a と C_w より C_b を推論する計算機構の候補者となり得よう。例えば、①式を採用してみよう。この場合、 a 、 b 、 C_w (a 、 b 、 ω) で置きなおしてみると、

$$b = a C_w + \frac{1}{2} - \frac{C_w}{2} \quad \dots \textcircled{4}$$

$$(b = 2 a \omega - a - \omega)$$

となる。各 C_w の値に対して、 a が与えられた時の b の値は図1より求められる。

第三番目の数値は推論の確信度である。導出形を導くのに、キーワードとして命題Aを用いた場合には、 $|C_a|$ を以て、その推論の確信度を定義することにする。(図2) ここで、 $|C_a| \in [0, 1]$ である。 A_1, \dots, A_n をキーワードとし、連続して導出形を導いた場合の推論の確信度は

$$\min(|C_{a1}|, \dots, |C_{an}|)$$

とする。但し、 $\pi(A_i) = a_i$ である。

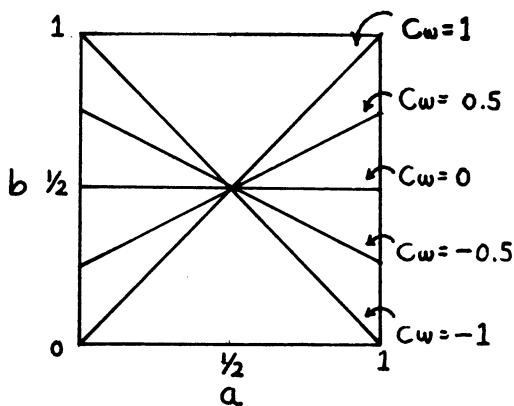


図 1

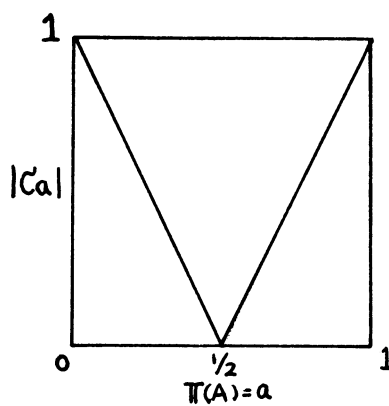


図 2

[例題] $A \rightarrow B$: $(C_a =) 0.8$
A : $(a =) 0.6$ の時、Bの真理値bを求める。

①式の定義により求めてみると、

$$b = 0.6 \times 0.8 + 0.5 - 0.4 = 0.58$$

となる。導出原理を用いてBを推論すると、キーワードとして、AとBとを用いているので、推論の確信度は

$$\min(|C_a|, |C_b|) = \min(0.2, 0.16) = 0.16$$

となる。なお、①式の定義の場合には、この値は $|C_b|$ と常に一致する。

4 あとがき

2値論理におけるPrologに対して、ルールの重み、真理値（又は確信度）、及び推論の確信度という、三つの数値を導入することにより、確信度付きの推論を得る、一つの方法を提案した。本システムでは、真理値が0.5以下の場合では、負の論理という考え方を導入することにより、いかなる真理値に対しても意味のある推論となっているように考慮されている。前提の真理値とルールの重みとから、結論の真理値を計算する機構は、応用分野により異なったものを用いる必要があるだろう。その妥当性は実際の応用を通して確認される必要がある。本論文の考え方に従い、実際にFuzzy Prologが実装されている⁽⁶⁾。本論文で提案した考え方に基づいたProlog - Fuzzy Prolog - は、論理体系としてまとまっている2値のPrologに、Fuzzy理論としての一つの解釈を与えたことに相当している。

5 参考文献

- (1) 向殿; "Fuzzy Prologの試み", 情報処理学会第27回全国大会, 1N-2, (Oct., 1983)
- (2) 金井, 石塚; "Prolog-EFL: ファジー論理を組み込んだProlog", 情報処理学会論文誌, Vol. 27, No. 4, pp. 411-416 (April, 1986)
- (3) 馬野; "ファジー集合の概念を用いたPrologの作成", 情報処理学会第31回全国大会, 9M-4, (Oct., 1985)
- (4) R. C. LEE; "FUZZY LOGIC AND THE RESOLUTION PRINCIPLE", J. ACM 19 109~119, (June, 1972)
- (5) 向殿, 増沢; "FUZZY論理における導出形の性質について" 電子通信学会論文誌 (D), J66-D, No. 7, pp 776~803, (July, 1983)
- (6) M. Mukaidono, Z. Shen and L. Ding; "Fuzzy Prolog", Congress Preprints of the 2nd IFSA Congress, (July, 1987)

ファジィ観測からのキュムラントの補正 と最尤推定

Corrections of Cumulants and Maximum Likelihood Estimation
from Fuzzy Observations

奥田 徹示
Okuda, Tetsuji

大阪工業大学
Osaka Institute of Technology

ABSTRACT: In this paper, we consider fuzzy observations on a probability space. When statistics are calculated from fuzzy data obtained by fuzzy observations, the corrections for the effect of fuzziness are given in order to estimate actual cumulants and parameters of a population transforming the effect of fuzziness contained in fuzzy observations into correction terms. Furthermore, maximum likelihood estimates from fuzzy data and the loss of the amount of information due to fuzziness are discussed. From this discussion, the importance of the application of fuzzy data to estimation problems will become clear.

1. まえがき

本研究では、観測値に主観的なあいまいさを伴う場合の統計的なデータ処理について考察している。ここでは、Zadeh[1]の定義したファジィ事象の確率概念と Sheppard の補正[2],[3]を計算する場合の考え方を基礎としている。すなわち、あいまいな幅をもって観測されたファジィ観測値の中心の値を代表値として、この値を通常の統計的手法に当てはめて計算するとき、必要と思われる補正量をメンバシップ関数を背景として考察している。モーメント計算に対する補正については既に報告しているが[4]、ここではキュムラント計算についての補正および最尤推定値にたいする補正について考察する。なを、通常の Sheppard の補正に対するキュムラントに関する結果や最尤推定値に関する結果は[5],[6]などが参考になる。ここでの結果は、Sheppard の補正のファジィ観測への拡張であると考えられる。

2. ファジィ観測データに基づくキュムラントの補正

ここでの観測値は、ある点 x_j のまわりのある区間 $I_j = [x_j - h/2, x_j + h/2]$ に主観的なあいまいさが伴っているファジィ事象 χ_j として観測される場合を考える。ファジィ事象 χ_j のメンバシップ関数を $\chi_j(x) (x \in I_j)$ で表し、 $\chi_j(x_j) = 1$ とする。 $\chi_j(x) (I_j \rightarrow [0, 1])$ は x のファジィ事象 χ_j への帰属度を表している。母集団の連続密度関数を $f(x)$ として、Zadeh の定義から、ファジィ事象 χ_j の出現確率は

$$P_j = \int_{x_j - h/2}^{x_j + h/2} \chi_j(x) f(x) dx \quad (1)$$

と表される。この確率をファジィ観測 χ_j の代表値 x_j の出現確率と見なし、代表値 $\{x_j\}$ を用いて統計的な計算を行うものとする。なを、 $x_{j+1} = x_j + h/2$ で、 $\sum P_j = 1$ を満たすような左右対称なメンバシップ関数をここでは取り扱う。

代表的なものとして、次の3種類の型を示しておく。

(三角形型) ; $\chi(v)=2|v|/h+1,$ (2)

(2次曲線型) ; $\chi(v)=(8/h^2)(|v|-h/2)^2[2(|v|+h/4)/h]$
 $+ (1-8v^2/h^2)\{1-[2(|v|+h/4)/h]\},$ (3)

(台形型) ; $\chi(v)=\max\{0, 1 \wedge (-|v|/(2e)+h/(8e)+1/2)\}.$ (4)

ここで、[A]は A の整数部を意味し、v および e の範囲は $-h/2 \leq v \leq h/2, 0 \leq e \leq h/4$ である。これらを図示すると、Fig.1 のようになる。

さて、代表値 $\{x_j\}$ から計算される積率母関数は

$$\phi(s) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \exp(sx_j) \int_{-h/2}^{h/2} \chi(v) f(x_j+v) dv \quad (5)$$

であり、Euler-Maclaurin の和分公式[3]が妥当性を失わないとして、

$$\phi(s) = (2/h) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-h/2}^{h/2} \exp\{s(u-v)\} \chi(v) f(u) du dv \quad (6)$$

が導ける。そこで、

$$\psi(s) = (2/h) \int_{-h/2}^{h/2} \exp(-sv) \chi(v) dv \quad (7)$$

として、 $\phi(s)$ の対数をとって、

$$\log\{\phi(s)\} = \log\{\psi(s)\} + \log \int_{-\infty}^{\infty} \exp(su) f(u) du \equiv \sum_{k=1}^{\infty} c_k s^k / (k!) \quad (8)$$

と表せば、 c_k はファジィ観測値の代表値から計算される生のキュムラント (raw cumulant) ということになる。つまり、 β_k を密度関数 $f(x)$ に対する正確なキュムラントとすると、

$$\sum c_k s^k / (k!) = \log\{\psi(s)\} + \sum \beta_k s^k / (k!) \quad (9)$$

なる関係が成立することになる。したがって、 $\log\{\psi(s)\}$ のベキ展開を求めれば、キュムラントの補正が導けることになる。

ところで、Bernoulli 多項式

$$z / (\exp(z) - 1) = \sum_{j=0}^{\infty} B_j z^j / (j!) \quad (10)$$

を

$$2 / (\exp(z) - 1) - 2/z + 1 = 2 \sum_{j=2}^{\infty} B_j z^{j-1} / (j!) \quad (11)$$

と変形して、この両辺を 0 から z まで積分すると、

$$\log\{(2 \cosh(z) - 2) / z^2\} = 2 \sum_{j=2}^{\infty} B_j z^j / \{(j!) j\} \quad (12)$$

となる。 B_j は Bernoulli 数と呼ばれ、 $B_0=1, B_1=-1/2, B_2=1/6, B_4=-1/30, \dots, B_3=B_5=\dots=0$ の値を持っている。実は、三角形型の場合、

$$\psi(s) = \{(2 \cosh(sh/2) - 2) / (sh/2)^2\} \quad (13)$$

となるので、(12)式の関係を用いると、

$$\log\{\psi(s)\} = \sum \{B_j h^j / (j 2^{j-1})\} \{s^j / (j!)\} \quad (14)$$

となり、

$$c_r = B_r h^r / (r 2^{r-1}) + \beta_r \quad (r > 1) \tag{15}$$

なる関係が得られる。したがって、キュムラントの補正公式として、

$$\begin{aligned} \beta_2 &= c_2 - h^2/24, \\ \beta_4 &= c_4 + h^4/960, \\ \beta_6 &= c_6 - h^6/8064, \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \tag{16}$$

が導かれる。

同様な計算法を用いて、2次曲線型の場合、

$$\psi(s) = \sinh(sh/4)(2\cosh(sh/4) - 2)/(sh/4)^3, \tag{17}$$

$$\beta_r = c_r - B_r (2^r + 2)h^r / (r 2^r) \quad (r > 1), \tag{18}$$

台形型の場合、

$$\psi(s) = \{\sinh(se)/(se)\} \{\sinh(sh/4)/(sh/4)\}, \tag{19}$$

$$\beta_r = c_r - (B_r h^r / r) \{1/2^r + (2q)^r\} \quad (r > 1) \tag{20}$$

が導かれる。ただし、 $e=qh$ と変換している。

三角形型、2次曲線型、台形型の何れの場合も、 r 次の補正のオーダーは h^r になっている。したがって、 h がそれほど大きくなく、 h^4 以上の項が無視できるとすれば、キュムラントの補正は2次の項のみについて考慮すればよいことになる。たとえば、 $N(\mu, \sigma^2)$ からのファジィ観測値の分布は、Euler-Maclaurin の和分公式の近似誤差が無視できて、 $0(h^r) \doteq 0(r \geq 4)$ の場合、 $c_1 \doteq \mu$, $c_2 \doteq \sigma^2 + h^2/24$, $c_3 \doteq c_4 \doteq \dots \doteq 0$ となるので、ファジィ観測値の分布も、ほぼ平均 μ 、分散 $\sigma^2 + h^2/24$ の正規分布と考える大きな障害にはならないのではないかと予想することもできなくはない。このような意味で、モーメントの補正公式に比べて、キュムラントの補正公式は理論上の見通しを分かりやすくするといった利点があるのではないと思われる。

〔例 2.1〕 ベータ分布

$$dF = \{x^9(1-x)/B(10,2)\}dx, \quad 0 \leq x \leq 1 \tag{21}$$

を考えてみる。 $h=0.4$ として、三角形型のファジィ観測の場合について、Table 1 の頻度を用いて4次までのキュムラントを調べるとTable 2 のようになる。

Table 1. Frequencies

| k | x_k | P_k | k | x_k | P_k |
|---|-------|-----------|---|-------|-----------|
| 0 | 0.0 | 0.0000001 | 3 | 0.6 | 0.1251655 |
| 1 | 0.2 | 0.0001396 | 4 | 0.8 | 0.5560721 |
| 2 | 0.4 | 0.0087903 | 5 | 1.0 | 0.3098322 |

(TOTAL) 0.9999998

Table 2. Corrections of cumulants

| k(order) | $\beta_k(\text{true})$ | $c_k(\text{raw})$ | (error) | Corrected (error) |
|----------|------------------------|-------------------|--------------|----------------------|
| 1 | 0.8333333 | 0.8333332 | (-0.0000001) | _____ |
| 2 | 0.0106838 | 0.0177458 | (0.0070620) | 0.0110791(0.0003953) |
| 3 | -0.0010176 | -0.0009273 | (0.0000903) | _____ |
| 4 | -0.0000901 | -0.0000014 | (0.0000887) | 0.0000253(0.0001154) |

なを、ここでの補正が正しく働くかどうかは、Euler-maclaurin の和分公式の適応の妥当性にかかっている。このことについては文献[4]を参照されたい。一般的に、密度関数 $f(x)$ の尾部が高次の滑らかさを保つことが条件となる。通常の Sheppard の補正に対しても、この指摘は多くの文献にみられるが、[7]には簡明な記述がある。実際の計算面からは [3],[8]などが参考になる。また、これらとは異なった観点からの分析が[9]に見られる。われわれの場合も同じであるが、必ずしも極端な滑らかさは必要ないと思われる。

3. ファジィ観測データに基づく最尤推定

さて、母数を θ として、密度関数を $f(x|\theta)$ で表し、ファジィ観測 χ_j の出現確率を $P_j(\theta) \equiv \Pr(\chi_j|\theta)$ と表す。そこで、 n 個の独立なファジィ観測 $\{X^F_1=\chi_1, \dots, X^F_n=\chi_n\}$ を得たとして、 $L_F(\chi|\theta) = \Pr(\chi_1|\theta) \cdots \Pr(\chi_n|\theta)$ を最大にする最尤推定値 θ_F を求める問題を考える。ここでは、議論を簡単にするため、尤度方程式

$$\partial\{\zeta_F(\theta)\}/\partial\theta=0, \quad \zeta_F(\theta)=\sum\log\{P_j(\theta)\} \quad (22)$$

の解として最尤推定値が定まる場合を考えておく。得られたファジィ観測の n 個の代表値 $\{X^R_1=\chi_1, \dots, X^R_n=\chi_n\}$ を用いて、 $\partial\{\zeta_R(\theta)\}/\partial\theta=0$ ($\zeta_R(\theta)=\sum\log\{f(x_j|\theta)\}$) の解を $\theta_R(n)$ とする。一方、(22)式の解を $\theta_F(n)$ として、 $\theta_F(n)=\theta_R(n)+\Delta$ と表現しておく。

Taylor の定理を用いて、

$$P_j(\theta)=d_0f(x_j|\theta)+(d_2/2)f^{(2)}(x_j|\theta)+(d_4/24)f^{(4)}(x_j|\theta)+\dots, \quad (23)$$

$$\log\{P_j(\theta)\}=\log\{h/2\}+\log\{f(x_j|\theta)\}+(d_2/h)\{f^{(2)}(x_j|\theta)/f(x_j|\theta)\} \\ +\{(hd_4-6d_2^2)/(12h^2)\}\{(f^{(4)}(x_j|\theta)-f^{(2)}(x_j|\theta))/f(x_j|\theta)\}+\dots \quad (24)$$

なる表現を得る。ここで、 d_r はファジィ集合 χ の r 次の“F-モーメント”で

$$d_r = \int_{-h/2}^{h/2} x^r \chi(x) dx \quad (25)$$

と定義している。われわれの場合、 $d_0=h/2$ となっている。Newton-Raphson 法を用いて、Fig.2 のようにスタート点を $\theta_1=\theta_R(n)$ 、2番目の点を θ_2 として、 Δ の第1次近似

$$\Delta \doteq -(\theta_1 - \theta_2) = -(d_2/h)\{\sum(\partial f^{(2)}(x_j|\theta)/f(x_j|\theta))/\partial\theta\}_1 \\ / \{\sum(\partial^2(\log\{f(x_j|\theta)\})/\partial\theta^2)_1\} + 0(h^4) \quad (26)$$

を得る。ここで、 $(\partial/\partial\theta)_1$ は点 θ_1 での偏微分を意味している。

〔例 3.1〕正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ の場合、 $\theta=\sigma^2$ として、

$$\Delta \doteq -(d_2/h)\{n(1/\sigma^4 - 2(x-\mu)^2/\sigma^6)\} \\ / \{n(1/(2\sigma^4) - (x-\mu)^2/\sigma^6)\} + 0(h^4) \\ = -(2d_2)/h + 0(h^4) \quad (27)$$

となり、 h^2 の項は2次のキユムラントの補正項と、何れの型のファジィ観測の場合とも一致する。また、 $\theta=\mu$ とすれば、 $\Delta \doteq 0 + 0(h^4)$ となる。

4. 情報量の損失

明らかに、補正公式を利用すれば、キユムラントの不偏推定量を作ることは容易であり、一般に不偏推定量の分散の下限はフィッシャー情報量の n (データ数) 倍の逆数で規定される。また、一般に最尤推定量は漸近的に有効となることが知られている。したがって、観測のあいまいさのために生じる情報量の損失は、母数推定の立場から基本的にはフィッシャー情報量で計量できることになる。

通常のフィッシャー情報量を $I_U(\theta)$ 、ファジィ観測の代表値を用いる場合の情報量を $I_R(\theta)$ として、Euler-Maclaurin の和分公式の妥当性のもとに、

$$\begin{aligned} \Delta I(\theta) &= I_U(\theta) - I_R(\theta) \\ &= (d_2/2d\theta) \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ (\partial^2(\log\{f(x|\theta)\})/\partial\theta^2)f^{(2)}(x|\theta) \right. \\ &\quad \left. + (\partial^2(f^{(2)}(x|\theta)/f(x|\theta))/\partial\theta^2)f(x|\theta) \right\} dx + O(h^4) \end{aligned} \quad (28)$$

となる。したがって、情報量の損失比率は $R(\theta) = \Delta I(\theta) / I_U(\theta)$ と計算できる。

なお、通常の Sheppard の補正と情報量との関係については[10]が参考になる。

[例 4.1] 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ の場合、 $O(h^4)$ が省略できるとして、

$$(1) \text{ 三角形型; } R(\mu) = (1/24)(h/\sigma)^2, R(\sigma^2) = (1/12)(h/\sigma)^2, \quad (29)$$

$$(2) \text{ 2次曲線型; } R(\mu) = (1/32)(h/\sigma)^2, R(\sigma^2) = (1/16)(h/\sigma)^2, \quad (30)$$

$$(3) \text{ 台形型; } R(\mu) = (1/3)(1/16+q^2)(h/\sigma)^2, R(\sigma^2) = (2/3)(1/16+q^2)(h/\sigma)^2 \quad (31)$$

と求められる。これらは、母数推定に対して、通常の観測に比べて観測のあいまいさのために生じるデータ 1 個当りの情報量の損失比率を表している。

5. 若干の注意と検討

あいまいさの幅を標準偏差 σ との比で考察したい場合、

$$x/\sigma = u, f(\sigma u) | dx/du | = g(u), \chi_j(\sigma u) = \nu_j(u), h/\sigma = \alpha \quad (32)$$

なる変換を用いればよい。これらの変換によって α は本論文での h の役割を果たすことになる。この場合、 h は σ を越えないことが望ましい。

また、ここで導いたキュムラントの補正量は、既に導かれているモーメントの補正公式[4]を、一般的に成り立っているキュムラントとモーメントの関係式

$$\mu_1 = \beta_1, \mu_2 = \beta_1 \mu_1 + \beta_2, \dots \quad (33)$$

μ_r ; r 次のモーメント

に代入しても得られることは言うまでもない。したがって、 r 次のモーメントの不偏推定量は $m_n(r) = (1/n) \sum (X^r)_j$ からモーメントの補正公式に現れる補正量を追加すれば作ることができるので、これらの $m_n(r)$ をキュムラントをモーメントで表した関係式に代入したものを $C_n(r)$ とすれば、 r 次のキュムラントの補正量を ε_r として ($\beta_r = c_r - \varepsilon_r$)、 r 次のキュムラントの不偏推定量は $C_n(r) - \varepsilon_r$ で与えられることは明らかである。

最後に、(32)式の変換を用いたときの情報量の損失を求めておくと、

$$\begin{aligned} \Delta I(\theta) &= (\sigma^2 D_2 / \alpha) \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ (\partial^2(\log\{g(u)/\sigma\})/\partial\theta^2)(g^{(2)}(u)/\sigma^2) \right. \\ &\quad \left. + (\partial^2(\{g^{(2)}(u)/g(u)\}/\sigma^2)/\partial\theta^2)g(u) \right\} du + O(\alpha^4) \end{aligned} \quad (34)$$

となる。ここで、 D_2 はファジィ集合 ν の 2 次の F-モーメントである。 $D_2' = D_2 / \alpha^3$ とし、(34)式の $O(\alpha^4)$ を省略して、 $N(\mu, \sigma^2)$ の場合、

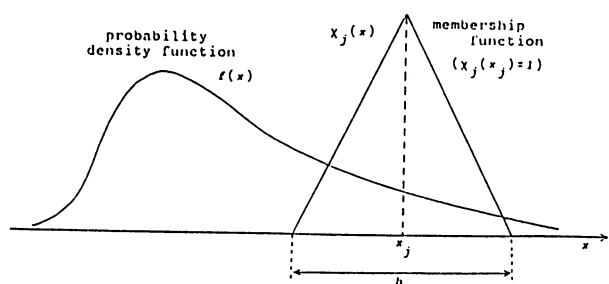
$$R(\mu) = 2D_2'(h/\sigma)^2, R(\sigma^2) = 4D_2'(h/\sigma)^2 \quad (35)$$

となる。 $h/\sigma = 0.5$ とすると、何れの型のファジィ観測に対しても、 $R(\theta)$ ($\theta = \mu$ or σ^2) は約 0.02 を越えない値になる。この値は大きくはない。つまり、推定問題に対しては、Fisher 情報量で測って、100個のファジィ観測値からなるサンプルは約 98個の正確な観測値からなるサンプルと同等になる。このことは、推定問題において母集団を十分に代表する不偏なランダムサンプルをとることの重要性に対して、あいまいさの故にファジィ観測データの使用をあきらめてしまうということが、母集団の推測に悪い影響を与えるであろうことを示している。このような意味で、ファジィ観測データに対してはなんらかの対処が必要であると考えられる。このような観点から、本論文はファジィ観測データの効率的な取扱のためのある種の理論上の背景となるであろう。

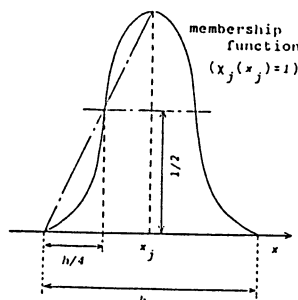
参考文献

1. Zadeh, L.A., Probability Measures of Fuzzy Events, J. Math. Anal. Appl., 28, 421-427, 1968.
2. Sheppard, W.H., On the Calculation of the most Probable Values of Frequency-Constants, for Data arranged according to Eqidistant Divisions of a Scale, Proc. London Math. Soc., 29, 353-380, 1898.
3. Kendall, M.G. and A. Stuart, The Advanced Theory of Statistics, Vol.1, Charles Grif., London, 1943.
4. 奥田, ファジィ観測に対するモーメントの補正について、第2回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 222-228, 1986,6,18.
5. Langdon, W.H. and O. Ore, Semi-Invariants and Sheppard's Correction, Ann. Math., 31, 230-232, 1930.
6. Lindley, D.V., Grouping Corrections and Maximum Likelihood Equations, Proc. Camb. Phil. Soc., 46, 106-110, 1950.
7. Cramér, H., Mathematical Methods of Statistics, Princeton Univ. Press, 1946.
8. Kendall, M.G., The Conditions under which Sheppard's Corrections are Valid, J. Roy. Stat. Soc., 101, 592-605, 1938.
9. Fisher, R.A., On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistics, Phil. Trans. Roy. Soc., A, 222, 309-368, 1921.
10. 竹内 啓, 数理統計学的方法的基礎, 東洋経済, 1973.

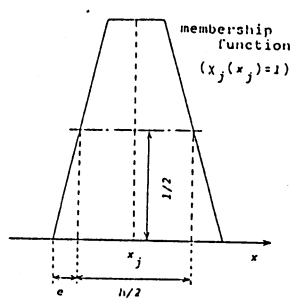
【Figures 1 & 2】



(1) Triangle type



(2) Quadratic curve type



(3) Trapezoid type

Fig.1 Fuzzy observation

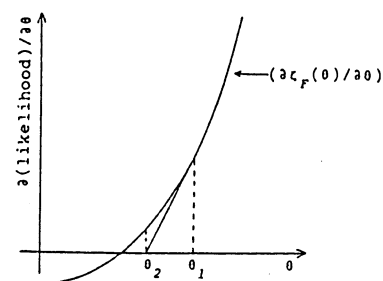


Fig.2 Approximation for Δ

ソフトウェア技術者のための適性検査の評価

Evaluation of the Aptitude Test for Software Engineer

立田ルミ

Lumi Tatsuta

三重野博司

Hiroshi Mieno

独協大学

Dokkyo Univ.

東京理科大学

Science univ. of Tokyo

Abstract

We tried to develop the aptitude tests for the programmer. In this paper, we made examinees select the degree of self-confidence and we evaluated the test by using Fuzzy integration, by reason of the lack of the completely additive.

1. 試験問題に解答者の自信度を加味した試みとファジー積分の適用

選択枝による筆記試験等では、解答が不明でも選択枝数を適当に選ぶことで正解になる場合がある。これをさける為に解答毎に自信度を付記させ、自信がなければ正解でも低い採点にし、自信があれば正解には高得点とする。勿論、誤解答では自信がなければ少しの減点とし、自信があるとした場合は多い減点とする事でバランスをとる。

選択枝によらない通常の筆記試験でも、同様に採点することで自信がなければその後の教育に反映できる。

以上の理由で、問題の得点と自信度の相乗効果点は真の個人の實力得点ということができし、試験の目的が選抜でなく教育にある場合はことさら有効である。

ただ、相乗効果をどんな関数とするかは不明の場合が多いから、ここにファジー測度〔1〕を適用する。そこで非加法性の程度を示す未知数 λ を逆に他の信用おける評価法から求めるものとする。その関数は

$$g_{\lambda} = (H(x_{\lambda}) - H(x_{\lambda-1})) / (1 + \lambda H(x_{\lambda-1}))$$

で、 i についての並べた g の列は単調性を示すものである。なお、空集合は 0 に全体集合が 1 に写像される有界非負性と全体集合の部分集合列が連続性をしめすものである。

λ は $-1 \sim \infty$ で 0 の時は加法性が成り立つ場合である。

2. プログラマ適性検査への応用

プログラマ適性検査は情報処理技術者採用に広く実施されている。ここではそれに類する図形の特徴抽出の問題〔2〕について適用してみる。これは採用に現在は多くもちいられるが、今後社内配置転換にも適用され教育指針ともなるのでここに適用する。また、選択枝の問題であるため、その欠点を補う意味もあり適用する。

図形の特徴抽出の問題は図形の変換列を外挿する問題もあるが、ここでは図 1 に示すような、左右図形群のそれぞれに共通で群間で異なる特徴を抽出発見する問題であり、前種と特徴抽出という点で同一問題である。人は経験した事の総てを記憶する事は不可能であるから物事の特徴を把握する能力を生得する。当然プログラム作成にもその能力が発揮されるので、プログラム文法をしらないでもその能力を検査できる方法がこれである。

ここでは理工系学生と文化系学生に実施した。その計算手順は

- ① その自信度を問題毎に記入させ、自信度の大小順で問題をグループ化し、グループ毎の採点平均と自信度平均のより小さい方を求めた。
- ② グループ間で上記の値の最大値をもとめれば、それが個人の問題得点と自信度の相乗効果をとったファジー積分となる。(表1参照)
- ③ 上記は個人の真の実力得点とみなされるので、他の方法で得たプログラム作成能力、例えばプログラム教育を実施した上での成績と比較し、相関のあるフィットした λ の値を求めた。
- ④ その後の実施はその λ で行った。

参考文献

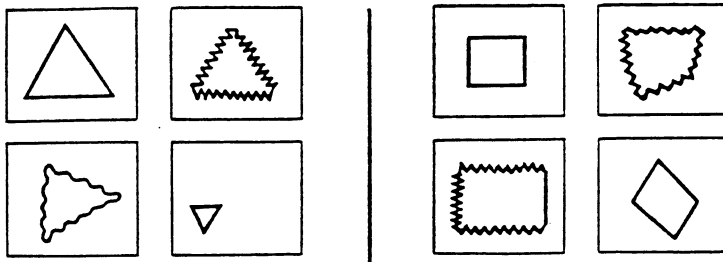
- ①菅野；Fuzzy 測度とFuzzy 積分、計測自動制御学会論文集、8,2,218 ~226 (1972)
- ②三重野；プログラマ適性検査(原理と演習)オーム社(昭和60年8月)

*** 例題 ***

この問題は左4個、右4個の絵があり、左の組の絵と右の組の絵とが、なんらかの特徴で異なります。その特徴に関して、正しく書かれているものを、1~4の中から選びなさい。そしてその答えに関して、

- たいへん自信がある . . . 1
- やや自信がある . . . 2
- どちらとも言えない . . . 3
- やや自信がない . . . 4
- 自信がない . . . 5

として○をつけなさい!!



- 1)
- ②
- 3)
- 4)

- たいへん自信がある . . . 1
- やや自信がある . . . ②
- どちらとも言えない . . . 3
- やや自信がない . . . 4
- 自信がない . . . 5

図 1 自信度を加味したプログラマ適性検査例

| 入の値 入 | -1 | 0 | +1 | +10 |
|----------|------|------|------|------|
| 1 | 1 | 0.75 | 0.6 | 0.25 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0.33 | 0.33 | 0.33 | 0.33 |
| 4 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| 5 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| 6 | 1 | 0.67 | 0.67 | 0.67 |
| 7 | 0.33 | 0.33 | 0.33 | 0.33 |
| 8 | 1 | 0.67 | 0.5 | 0.67 |
| 9 | 1 | 0.67 | 0.67 | 0.67 |
| 10 | 0.56 | 0.42 | 0.33 | 0.25 |
| 11 | 1 | 0.67 | 0.67 | 0.67 |
| 12 | 1 | 0.75 | 0.6 | 0.25 |
| 13 | 0.67 | 0.67 | 0.67 | 0.67 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 15 | 1 | 0.83 | 0.83 | 0.83 |
| 16 | 1 | 0.33 | 0.33 | 0.33 |
| 17 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| 18 | 1 | 0.75 | 0.6 | 0.25 |
| 19 | 0.9 | 0.75 | 0.42 | 0.27 |
| 20 | 0.67 | 0.48 | 0.34 | 0.25 |
| 21 | 0.67 | 0.67 | 0.67 | 0.67 |
| 22 | 1 | 0.67 | 0.67 | 0.67 |
| 23 | 1 | 0.58 | 0.58 | 0.58 |
| 24 | 1 | 0.7 | 0.62 | 0.3 |
| 25 | 1 | 0.67 | 0.67 | 0.69 |
| 26 | 1 | 0.5 | 0.5 | 1 |
| 27 | 0.67 | 0.67 | 0.67 | 0.32 |
| 28 | 0.06 | 0.67 | 0.67 | 0.09 |
| 29 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 30 | 0.56 | 0.42 | 0.33 | 0.23 |
| ... | 1 | 0.67 | 0.67 | 0.67 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 80 | ... | ... | ... | ... |

表1 入より異存了総合評価値

イメージ調査における項目および
集団間の同一性の検討
Examination of Items and Homogeneity of
Groups on Image Surveys

吉田 光雄
Mitsuo Yoshida

大阪大学人間科学部
Faculty of Human Sciences
Osaka University

Abstract

Results of image surveys by SD (semantic differential) method were re-examined concerning fuzziness of items and concepts, and also homogeneity of groups. The neutral category of "neither" was taken and checked whether its observed frequency was larger than the expected, obtained by fitting logistic curve on cumulative frequencies. As to groups, three parameters or moments of their distributions, variance, skewness and kurtosis, were calculated to compare response patterns. A foreign group showed a slight difference from the Japanese ones.

1. 序

イメージとは対象に対する複合的評価であって、整合性や一貫性の乏しい漠然とした全体的な印象である。例えば、企業のイメージ、国家のイメージと言われるが、多くの場合はステレオタイプな評価、または印象であって、必ずしも客観的に分析され、明確に規定づけられたものではない。しかし、心理学の領域にあって、こうしたイメージが、特に企業イメージ、ブランドイメージ等が商品の購買に大きく関わるとして、一時期、購買動機調査の一つとしてイメージ調査が盛んに行われ、販売戦略の基礎資料として重要視された。

筆者はかねてより、神戸商船大学心理学研究室との共同研究、「日本人の海洋志向性に関する研究」(1,2,3)の一環として、海、船、船乗りのイメージを測定してきた。その際常に問題となったのは、果して調査対象が如何なる態度で調査に臨み、配布された調査票に記入したかということであった。つまり、調査対象にとって、イメージとはなにか、それをどう理解しどう反応すればよいのか、といった点の吟味が不十分のまま調査がなされてきた、ということである。

イメージ調査は伝統的に5~7段階の反応カテゴリからなる双極性の形容語対(尺度)を用意し、そこへの回答を求めるというものであった(SD, semantic differential法)。評価する対象は普通<概念、concept>と呼ばれているが、時によっては、日本語として概念とは結び付かない形容語が用いられる場合も多い。例えば、たばこの銘柄<ピース>のイメージを

評価するのに”興奮したー落ちついた”、”社交的ー非社交的”、”大きいー小さい”、”熱いー冷たい”、”明るいー暗い”等が用いられている。”興奮した”、”社交的”はたばこの属性としてはナンセンスであろうが、それを愛飲する人のイメージと置き換えればまだしも理解できる。しかし、”大きい”、”熱い”、”明るい”にいたっては被験者も困惑するであろう。イメージ自身が曖昧なものであるため、少々言葉に無理があってもなんとなく、漠然とした感じで○をつけて下さいとインストラクションをし、被験者(被調査者)もおかしいと思いながらも無理に何とか○をつける。集計された結果、論理的な解釈が棚上げされ、ムードとして考察されて、しかもそれで一向に矛盾を感じない、といったことで研究が進められてきた。一般に、とえばそれは言い過ぎであろうが、少なくとも筆者の場合においてはこうした点は一つの反省点であった。

そこで本稿では、(1)調査項目(尺度)の検討、(2)調査対象(集団)の検討、を企図して分析を行うものである。但し、データとしては過去の調査結果を再分析するものであり、調査票記入時における被験者の内的過程についてのデータは取られていない。

2. 方法

7段階のカテゴリで<海>、<船>についてのイメージを求めた。

| | | | | | | |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|-----|
| 非常に | | やや | | やや | | 非常に |
| 身近な | +-----+ | +-----+ | +-----+ | +-----+ | +-----+ | 遠い |
| | | かなり | | どちらでもない | | かなり |

集計に際しては必要に応じてネガティブな方向のカテゴリから、1, 2, …, 7のウェイトを用いた。また、その他の形容語は次の通りである。<船乗り>の結果については本稿では省略する。

<海>

- | | |
|--------------|-----------------|
| 1. 身近なー遠い | 6. おおらかなーせせこましい |
| 2. 楽しいーおそろしい | 7. 重々しいー軽々しい |
| 3. 快いー不快な | 8. 偉大なーちっぽけな |
| 4. 力強いー弱々しい | 9. 夢のあるー夢のない |
| 5. 明るいー暗い | 10. 男性的ー女性的 |

<船>

- | | |
|--------------|----------------|
| 1. 美しいーみにくい | 6. 面白いーつまらない |
| 2. 安全なー危険な | 7. 快いー不快な |
| 3. 身近なー遠い | 8. 男性的ー女性的 |
| 4. 楽しいーおそろしい | 9. 興味のあるー興味のない |
| 5. 重要なー重要でない | 10. 夢のあるー夢のない |

被験者群は表1のごとき5群、合計2116名である(1~4: 日本、5: インドネシア。また、インドネシアの場合には<海>の尺度10、<船>の尺度8が欠けている)。先ず、調査項目の検討として中位のカテゴリに注目し、そこへの反応が多い場合を曖昧な項目と見なす。デ

一タの頻数が期待度数よりも多い場合を拾い上げ検討するが、期待度数としてはロジスチック曲線をあてはめたものを用いることとする。集団間の検討としては反応分布から1次～4次の標本積率を計算し、それより歪度、尖度を求めて分布の異同の検討を行う(5)。

表1 調査対象数

| | | |
|------------------------------------|--------------|-----|
| 1. GS (General college students) | 一般大学生(日本) | 337 |
| 2. MS (Mercantile marine students) | 商船大学生(〃) | 198 |
| 3. CD (Cadets of training ships) | 練習船実習生(〃) | 467 |
| 4. SM (Seamen at work) | 船員(〃) | 438 |
| 5. IN (Indonesia) | 商船大生(インドネシア) | 676 |

3. 結果及び考察

曖昧な項目、概念と尺度がうまくフィットせず、評価し難い項目の検討は、中位のカテゴリ「4.どちらでもない」に注目し、それが理論値よりも大のものを探ることとした。即ち、評定が困難な場合には無記入として回答を保留するか、あるいは左右いずれにも偏らない「どちらでもない」に反応するのではないかと思われるが、データを見る限り無記入は極めて少なかった。例えば図1はカテゴリ別の反応比率であるが、特にグループ4(船員)が中位のカテゴリに多く反応し、回答に際して戸惑いのあったことを暗示するようである。そこで、各尺度別に理論比率を算出し、観測比率との差を求めた。理論比率は、各カテゴリに対する反応数から累積比率を求め、それに最小2乗法によりロジスチック曲線 $y=1/(1+\exp(a+bX))$ をあてはめてみた。累積比率がロジスチック曲線となる理論的根拠

表2 中位カテゴリにおける(観測比率) - (期待比率)

| <海> | | | <船> | | |
|-------|-------|--------------|-------|-------|---------------|
| グループ | 尺度 | | グループ | 尺度 | |
| 1. GS | .004 | 1. 身近な -.032 | 1. GS | .013 | 1. 美しい .030 |
| 2. MS | .037 | 2. 楽しい .002 | 2. MS | .021 | 2. 安全な -.037 |
| 3. CD | .027 | 3. 快い .029 | 3. CD | -.001 | 3. 身近な -.003 |
| 4. SE | .075 | 4. 力強い .015 | 4. SE | .040 | 4. 楽しい .018 |
| 5. IN | -.015 | 5. 明るい .053 | 5. IN | -.033 | 5. 重要な .005 |
| | | 6. おおらか .017 | | | 6. 面白い .005 |
| | | 7. 重々しい .093 | | | 7. 快い .014 |
| | | 8. 偉大な .025 | | | 8. 男性的 .046 |
| | | 9. 夢のある .004 | | | 9. 興味ある -.009 |
| | | 10. 男性的 .051 | | | 10. 夢のある .011 |

は薄く、ここではただ曲線の表面上の類似性のみであり、対称性を外したゴンペルツ曲線 ($y=g\hat{c}^x$) も試みたがデータ・ポイントが7点と少ないせいもあってか、殆ど全ての尺度でロジスティック曲線の方があてはめが良かった。また、分布の正規性の根拠もなく、正規分布のあてはめは行わなかった。

分散分析の結果、<海>の場合、尺度、グループ間でともに有意差がみられ($p<0.001$)、<船>の場合にはグループ間のみ有意差が見られた($p<0.001$)。平均値を示すと表2のごとくである。

グループ別では両概念共に、4. (船員)のずれが大きく評定が困難であった事を示している。他のグループは大学生の青年層であり、柔軟な解釈と判断をしているが、成人の船員にあってはややSD法の実施が困難の様相である。

項目尺度別にみたとき、<海>では”7.重々しい”、”5.明るい”、”10.男性的”、等の差が大きく、観測データの集中がみられている。そして、船員の中でその他に”3.快い”、”4.力強い”、”8.偉大な”等に大きい差がみられた。<船>では全体としては差は少ないが、個々のグループ内では、例えば”1.美しい”、”6.面白い”、”8.男性的”、等に10%近い差がみられた。

次にグループ間の検討に移る。問題の発端は、偶々、ほぼ同一項目によるインドネシアのデータを入手し、その分析に際して、そもそもイメージ調査が外国でも可能かということであった。対象を必ずしも言語的、内容的にフィットしない形容語を用いて評価するといったことが果して可能か、というのが当初からの疑問であった。調査時点でこのことの検討はデザインされておらず、それを調べるための項目は組み込まれていないし、また記入時の被験者の内観も取られていない。従って、ここでは事後の調査結果のみに基づいて検討せざるを得ず、例えばインドネシアの反応パターン(分布)が日本のそれと同じか違うのか、をチェックすることによって、この問題に対する一つのアプローチとしてみたい。

表 3 グループ・尺度別標本積率(海)

| 尺 度 | 2次(分散) | | | | | 3次(歪度) | | | | | 4次(尖度) | | | | |
|--------|--------|-----|-----|-----|-----|--------|------|------|------|------|--------|------|------|-----|------|
| | GS | MS | CA | SE | IN | GS | MS | CA | SE | IN | GS | MS | CA | SE | IN |
| 1. | 1.5 | 1.4 | 1.1 | 1.3 | 1.6 | -.3 | -.5 | -1.3 | -.96 | -.75 | -.96 | -.33 | 2.61 | .64 | -.25 |
| 2. | 1.4 | 1.6 | 1.7 | 1.6 | 1.4 | -.27 | -.09 | .10 | -.03 | -1.1 | -.43 | -.71 | -.75 | -.7 | 1.07 |
| 3. | 1.0 | 1.2 | 1.3 | 1.3 | 1.0 | -.64 | -.51 | -.57 | -.19 | -1.3 | .23 | -.01 | .13 | .27 | 2.67 |
| 4. | 0.9 | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | -.99 | -1.1 | -1.2 | -.04 | -1.2 | 1.02 | .42 | 1.66 | -.3 | 2.38 |
| 5. | 1.2 | 1.4 | 1.5 | 1.3 | 1.3 | -.18 | -.30 | -.26 | -.28 | -.63 | -.31 | .04 | -.31 | -.1 | .21 |
| 6. | 0.9 | 1.1 | 1.1 | 1.4 | 1.3 | -.98 | -.90 | -1.3 | -.83 | -.40 | .24 | -.12 | 1.67 | .34 | -.19 |
| 7. | 1.1 | 1.4 | 1.2 | 1.2 | 1.7 | -.11 | -.28 | .05 | .16 | -.09 | -.61 | -1.3 | -.95 | -.5 | -.69 |
| 8. | 1.1 | 1.0 | 1.1 | 1.3 | 1.0 | -.98 | -1.0 | -1.3 | -.85 | -1.4 | .66 | -.05 | 1.32 | .32 | 2.70 |
| 9. | 1.1 | 1.1 | 1.7 | 1.7 | 1.5 | -.90 | -1.1 | -.88 | -.40 | -.77 | .60 | 1.17 | -.15 | -.4 | 1.17 |
| 10. | 1.4 | 1.7 | 1.7 | 1.3 | - | -.50 | -1.1 | -.55 | -.51 | - | .10 | .25 | -.49 | -.1 | - |

表1のごとき5群の各々について、カテゴリ別の反応比率をもとに1~4次の標本積率 $m_k = (X - m_1)^k / n$ を算出した。1次の積率は position parameter であるので省略し、2次 (s^2 :分散)、3次 (g_3 :歪度)、4次 (g_4 :尖度)について、一覧すると表3のごとくである。

<海>の場合について、インドネシアの4次の積率に有意差がみられた以外はグループ間では有意差はみられず、ほぼ群間の差はないとみてよいであろう。項目間についてはすべてに有意差がみられたが、これは反応分布型の差であり、いくつかのパターンに分類できることを示している。表3を総合的にみると、歪度がマイナスで尖度の大きい項目”4.力強い”、”6.おおらかな”、”8.偉大な”、”9.夢のある”、あたりが一つのグループ(クラスター)、逆に共に小で平坦な分布を示す項目”2.楽しい”、”5.明るい”、”7.重々しい”、”10.男性的”、あたりが別のものとして分類できるようである。部分的にインドネシアがやや異なる分布を示す場合もあるが(例えば項目2,6,7)、日本の場合と全く異質という程ではない。

<船>の場合については、結果の表示を省略するが、検定の結果は逆に項目間よりもグループ間に多く有意差がみられた。特に歪度と尖度に関して、インドネシアが他の日本のグループとかけ離れている。即ち、”3.身近か”、”10.夢のある”を除く殆ど全ての項目で異なっており、”2.安全な”に関しては1次の積率の符号が逆転している。日本では船はむしろ危険とされているのに対し、インドネシアでは安全というイメージである。”1.美しい”、”4.楽しい”、”5.重要な”、”6.面白い”、”8.男性的”、”9.興味ある”、の歪度が極めて大で、40%以上の反応が「7.非常に」のカテゴリに集中している。普通、SD法では両端のカテゴリは反応を拡げるために用いられ、そこにはあまり反応されないとされているが、インドネシアのデータでは必ずしもそうではなかった。

大小併せて13,000の島々よりなる世界最大の群島国家で、総延長4万キロにも及ぶ海岸線を持ち、太古より海運を重要な交通手段としてきたインドネシア(4)は、わが国以上のスケールの海洋国家といえよう。<海>に対してはほぼ同様のイメージ構造を持ち反応パターンも似ているが、<船>に関しては一応先進工業国と位置づけられるわが国と、最近わが国の援助によっていくつかの商船大学(勿論古くからある伝統的大学もある)が開校したという国では、やはり<船>という言葉に対して思い浮かべる船の規模も異なり、それがイメージや回答パターンの相違をもたらしたのかもしれない。

分布型の相違が即集団の相違を示すものではないが、船に関してはインドネシアは日本の4グループとはかなり違ったパターンであった。

4. まとめ

SD法を用いて、海、船のイメージを測定したが、その結果に基づき、項目(尺度)が曖昧で、概念の評定がむしろ困難なものの検討を試みた。

反応分布の累積比率にロジスチック曲線をあてはめたとき、中位のカテゴリ「4.どちらでもない」について、観測比率が期待比率をかなり上まわるものを、回答に戸惑いがあるものとみなしてこれを取り上げ検討した。

また反応分布型の検討として、1次~4次の積率を求め、分散・歪度・尖度を基に分布の形状を比較し、調査対象諸集団間の比較検討を行った。

その中に、インドネシアの商船大学生も含まれていたが、日本の調査対象と比較するとき、海については類似、船については相違する、といった結果であった。

文献

1. 黒田隆・吉田光雄、船員の自己イメージ、日本航海学会論文集、Vol.68, 87-94, 1983.
2. 黒田隆・吉田光雄他、練習船実習生の自己イメージ、日本航海学会論文集、Vol. 70, 159-166, 1984.
3. 黒田隆・吉田光雄他、インドネシア商船大生の海洋志向性、日本航海学会論文集、Vol.77, 1987(投稿中).
4. 三野正博他、インドネシア・ハンドブック、ジャカルタ・ジャバンプラブ法人部会、1983.
5. 田中豊他、パソコン統計解析ハンドブック、(I、II)、共立出版、1984.

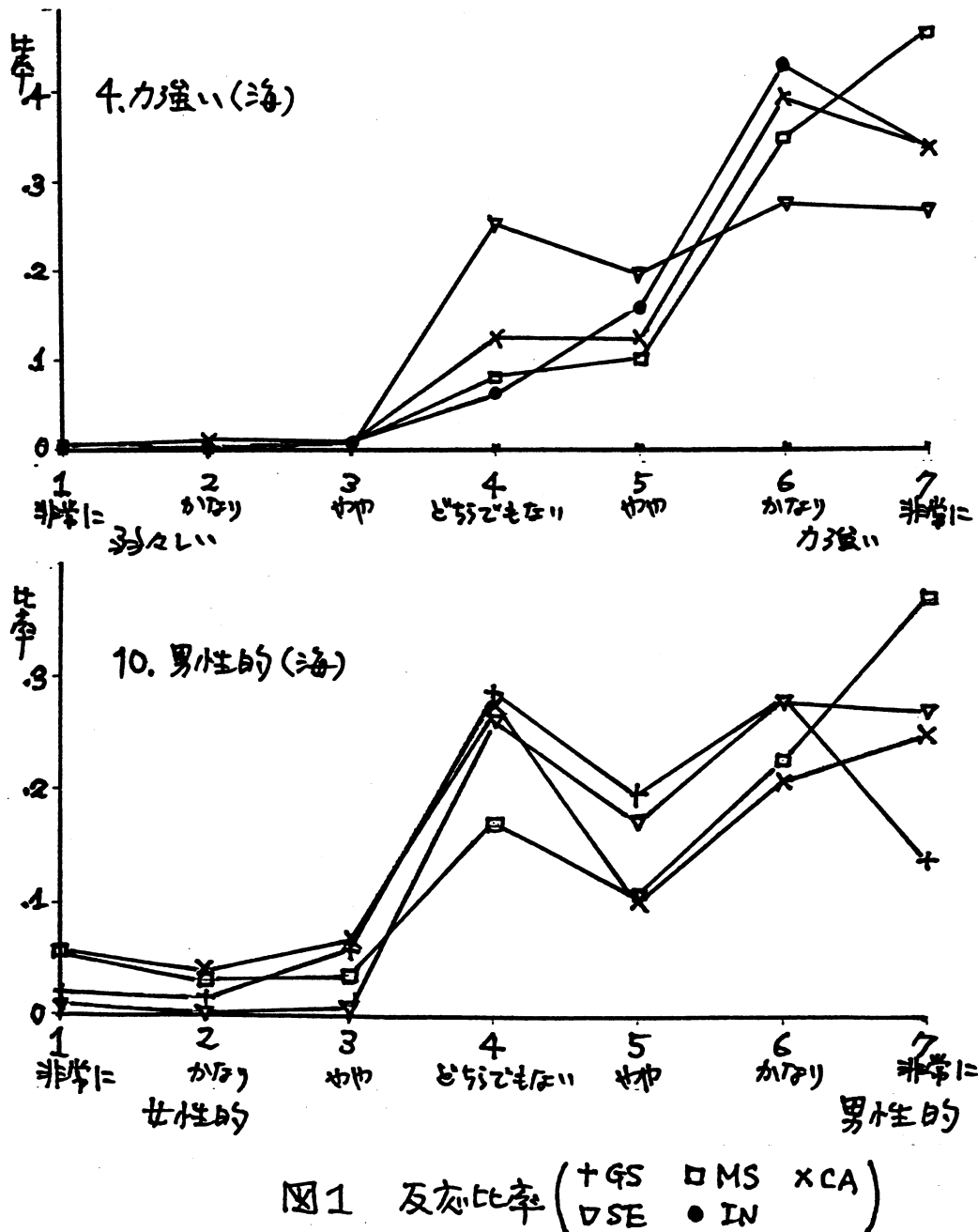


図1 反応比率 (+GS □MS xCA) (▽SE ●IN)

ファジィ理論によるデータベースの最小化
Minimization of Database using Fuzzy theory

及川 覚 小寺 次夫
Satoru Oikawa Tsuguo Koderu

シャープ株式会社 情報システム研究所
Information Systems Laboratories , SHARP Corporation

Abstract

One of the main tasks of information processing is decrease memory space of a computer operating a input information to the data which has already been.

It is usual to categorize data into sets to decrease memory space, so that to make a data model. It adopt input data to mapping and data, which has already been, to sets. Many ideas and theories are proposed to maintain consistency to avoid redundant data caused of redundant mapping.

We propose a new idea in this paper which adopts fuzzy theory to evaluate standard to minimize the data space, and shows the availability by means of generalizing the procedure of minimizing data space and its good operability because of set theory.

1. はじめに

システムに対して新たなデータが入力されると、データファイル管理システムは、メモリー内にすでに蓄えられているデータに、新しいデータを処理する手続きを生成する。入力データの種類によっては、システムはファイル内のデータに新しいデータを与え、簡単化、抽象化、モデル化を行なうことが出来る。

格納されているデータの領域が小さくできれば、処理手続きは小さなメモリー領域を扱うこととなる。コンピュータが処理するものが小さくできるなら、システムは使用者に対して、高速レスポンスと高度に精練されたデータ検索を可能とする。

今日、リレーショナルデータベースを始めとして多くのデータモデルが提案されている [3,6,9,10,14]。また、ERモデルを代表とする概念データモデルが高度な表現能力を目的として提案されている [2,5]。オブジェクト指向の概念も、その自由なデータモデルから、概念データモデルのひとつであるととらえられる。

しかし、ほとんどのDBMSの研究は問い合わせと更新に対してのデータ管理を目的としており、論理構造の自己発展には殆ど手が付けられていない。我々は、システムがその論理構造を保持するような、自己発展を行うデータベースシステムに

ついて述べる。そのための枠組みとしては、数学の最も基本的な理論である集合論とファジィ集合論を用いる。

われわれのDBMSは、冗長な処理の呼び出しを減らす為に、高密度の情報を管理、利用する。我々は、少ないメモリーと少ない呼び出しを同時に達成することを目的とする。本論文では、テキストデータを扱う文書データベースについて考え、その上でメモリー領域を減らすための条件と手続きについて述べる。第2章では、集合論に基づくデータモデルについて述べる。第3章では、ファジィ理論に基づくメモリー領域の最小化について述べる。

2. 集合モデル[11,13]

データモデルのほとんどは、集合の概念を利用している。我々の集合モデルは、集合という考え方だけでデータを扱っていく。

データベース内の全データを要素とする集合を全体集合とする。全体集合から部分集合を構成させていくことが、データベースに構造化処理を行なうこととなる。集合を構成するには、その集合の要素に対しての定義が必要である。この定義付けに入力情報を用いることとする。ただし、ここでは、入力情報をデータベースに対しての検索要求に限定することとする。

文書データについて考えると、ユーザに指定された文字列に対して、その文字列を含む文を持つという条件により、データ集合に対して部分集合を作ることができる。該当文字列をより物理量の少ないもので置換することで、データの物理量の減少を実現できる。

もとの集合と、一部が部分集合化された集合は実際には別の集合である。そのために行なわれた手続きは関数であり、それは写像集合をなす。写像集合はデータベースの要素ではなく、データベースに関しての情報集合の要素である。写像集合により変更された集合は、写像集合を利用し、変更前の集合に戻すことができる。

集合に対しては、一般的に交換則、分配則、背反則、結合則が成り立つ。条件の複数指定された検索に対しては、実際には行なわれていない問い合わせに対して、現在の情報を最大限に利用し、検索の効率化を図るために、これらの法則をシステムが知っていることが必要である。

一つのデータに対して同時に、しかも一つだけ適用可能な複数の写像集合が存在することがある。文書データで考えると、文字列が重複した場合がこれである。この時、システムは、なんらかの基準により複数の可能性の中から一つを選択することがなければ、情報量の増加と、データの一貫性の喪失を引き起こすこととなる。本システムでは、選択の方法として、選択の基準値となるような値を、各部分集合に与えることとする。この値を各部分集合に与えるために、ファジィ理論を利用したデータ構造情報の管理を行う。

3. ファジィ理論の利用[4,7,8,12]

ファジィ理論の基本となるものはファジィ集合論である。本論文もこの考えを用いている。初めに、全体集合の総ての部分集合を要素とする集合を考える。写像集合によって生成される部分集合は、総てこの集合の要素である。つまり、部分集合を要素とする集合をファジィ集合とし、その要素(部分集合)にメンバーシップ値を与える。そしてメンバーシップ値の大きい部分集合の要素としてデータを存在させる事とする。メンバーシップ値が0のときは、部分集合の存在しないことを示す。値が1の時は部分集合の絶対的な存在を示すので、全体集合以外には与えないことにする。初めの状態において部分集合は全く存在しないため、その値は総て0である。写像集合の生成と適用により部分集合が生成された時、メンバーシップ値が部分集合に与えられる。部分集合に対してその内部に部分集合が生成された時には、値に変更が加えられる。このことからメンバーシップ値は写像集合によって与えることが可能であるといえる。

写像集合の持つ情報としては、置換前の文字列と置換後の文字列、置換された文字の位置、その部分となる写像集合の情報がある。情報の物理量は少ないほど良いという観点より、置換前の文字列は長いほど、置換数は多いほど良い。置換前の文字列の長さ、置換される文字列の数には、最低点を与える必要がある。置換前の文字列が置換後の文字列と同じかそれ以上の時、置換は行なわれない。置換後の文字列を一定にすることにより、この数値は固定的に決まる。置換される文字列の最低個数は、置換される文字列の長さに反比例した値として与えられる。これは、情報量の減少からいって当然の事である。また、部分集合に対して、その内部に部分集合が生成されたとき、もとの部分集合はメンバーシップ値を増加させる。それは、内部的に情報量が減ったことをもとの部分集合に反映させることになる。

条件が重複を持つ場合には、積集合の生成により、もとの集合にのみ存在する要素が極端に減少し、もとの集合が存在する意味が薄れることがある。これは、文字列の最低個数による、構造化の最低点に関連した問題である。もし既に生成されている部分集合のメンバーシップ値が0以下になった場合は、写像集合を逆に適用し、それが適用される前の形に戻しておく必要がある。

本システムのデータ管理方法では、文字列が部分集合と一対一対応を持つため、部分集合の持つメンバーシップ値は、文字列の持つメンバーシップ値と見なせる。ここから、データベース内の全データに対する重要文字列を得ることが出来る。更に、部分集合間の積集合は、部分集合間の関係とみなす事が可能であるから、そこから文字列と文字列との関係を得ることができる。この関係を用いて文字列間の関係記述を定式化する事で、システムは、単に文書を管理するだけでなく、単語間の関係やカテゴリー化が可能となる。この情報を利用して、システムの自動的なデータ変更やあい昧なデータ管理の枠組みを与えることになる。

4. おわりに

集合という概念は、ユーザにとって自然で容易なオペレーションを提供する。さらには、情報の管理が単一で明確になり、特殊な操作を必要としないため、システム管理者にとっても、良い環境を与える。

我々は、本理論に基づく文書データ管理システムをUNIX上に開発した [1]。UNIXは本来文書処理用のOSであり、シェルコマンドの利用により短期間でのプロトタイピングが可能であった。さらに、UNIXの分散処理機能を使い、分散環境での利用を検討している。

第3章後半で述べたような、システムの作成した構造化情報を利用した高機能データ管理システムの研究開発が興味深い課題であるといえる。

Reference

- [1] AT&T Bell Laboratories, UNIX System V user reference manual, AT&T All Right Reserved, 1986
- [2] P. P. Chan, The entity-relationship model : Towards a unified view of date, ACM Trans. Database Systems 1 (1) 9-36, 1976
- [3] E. F. Codd, A relational model for large shared data banks, Comm. ACM 13 (6) 377-387, 1970
- [4] D. Dubois and H. Prade, Fuzzy sets and systems : Theory and applications, Academic Press, 1980
- [5] R. Elmasri et al, The category concept : an extension to the entity-relationship model, Data & Knowledge Engineering 1 75-116, 1985
- [6] IBM, IBM SYSTEM/38 functional concepts manual, IBM GA21-9330-0, 1980
- [7] A. Kandel, Fuzzy mathematical techniques with applications, Addison-Wesley publishing company, 1986
- [8] A. Kaufmann, Introduction to the theory of fuzzy subset volume I, Academic Press, 1975
- [9] L. Kerschberg (ed.), Expert database systems, The Benjamin/Commings Publishing Company, 1986
- [10] D. Li, A prolog database system, Research Studies Press, 1984
- [11] B. Mitchell, Theory of categories, Academic press, 1965
- [12] K. J. Schmucker, Fuzzy sets, natural language computations, and risk analysis, Computer Science Press, 1984
- [13] J. T. Schwartz et al, Programming with sets : an introduction to SETL, Springer-Verlag, 1986
- [14] J. D. Ullman, Principles of database systems, Pitman Publishing Limited, 1980

引用関係に基づくファジィ検索システム

A Fuzzy Retrieval System Based on Citations

野本 弘平、若山 栄夫、桐本 哲郎、近藤 倫正

Kohei Nomoto, Shigeo Wakayama, Tetsuo Kirimoto, Michimasa Kondo

三菱電機株式会社 情報電子研究所

INFORMATION SYSTEMS AND ELECTRONICS DEVELOPMENT LABORATORY

MITSUBISHI ELECTRIC CORPORATION

Abstract

A fuzzy retrieval system based on citations is proposed. The network of citations is the key concept in this paper. The network will imply the stream of researches. We apply fuzzy graph theory to evaluation of relations among documents. Finally, a fuzzy subset of background or descendant researches of a cue document is obtained.

We have implemented this fuzzy retrieval system on a personal computer. An example of the proposed retrieval is presented.

1. まえがき

検索結果が度合付きで現われるようなファジィ検索システムの研究が行われている。そして、その多くは、ファジィ化キーワードに基づいた方法(1)である。この場合、ファジィ化キーワードには、登録の際に文献に付けるものと、検索の際に利用者が指定するものの2種類があるが、このうち前者は人間の主観ではなく、その文献の性質を表わす基準によって定められるべきであろう。しかるに、その明確な基準はまだ示されてはいない。宮本(2)はシソーラス生成法として、単語の組み合わせの同時出現率にファジィ化の基準を求めた手法を提案しているが、筆者等も、ファジィ技術が実際に使われるようになるためには、主観を積極的に利用する場合と、客観的な基準が必要な場合とを使い分けるべきであると考えている。

ここで提案するファジィ検索システムは、引用関係にそのファジィ化の基準を求めたものである。文献の1件1件が研究の1コマずつを表わしているとすれば、文献とその引用関係を数多く登録していくことにより構成される引用関係の網は、その分野における研究の流れを示す指標であると考えられる。引用関係それ自体はブーリアンであるが、我々はファジィ・グラフ理論を用いて、これをファジィ文献検索に利用する方法を考案した。これは、利用者が指定した文献(元文献と呼ぶ)の背景研究群あるいは継承研究群をファジィ集合として検索する方法である。

2. 引用関係の網と引用度

引用関係の網をグラフとして解釈すると、個々の文献は各頂点に相当し、引用関係は弧すなわち写像とみなすことができる。本章では、ファジィ・グラフ理論を用いて、任意の

2件の文献の間に、0から1の値をとる引用度という量を定義する。

2.1 引用度

文献 x_i が文献 x_j に引用されている場合、これを図1に示すグラフで表わすことにする。矢印の向きは、研究の流れの方向を示している。

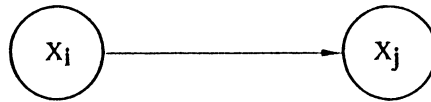


図1. 引用度

文献 x_M が文献 x_{M-1} に引用され、文献 x_{M-1} が文献 x_{M-2} に引用され、・・・、文献 x_1 が文献 x_0 に引用されている場合、文献 x_M は文献 x_0 にM段で引用されているということにする。

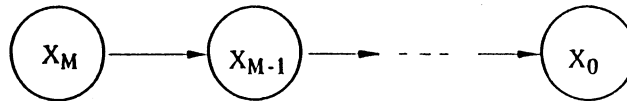


図2. M段の引用度

一般に、文献 x_i が文献 x_j にM段で引用されている度合というものを考え、これを引用度と呼び、 $\mu_M(x_i, x_j)$ と書くことにする。

2.2 1段の引用度

引用度の基本となる1段の引用度を以下のように定義する。

(イ) 文献 x_i が文献 x_j に引用されていない場合。

$$\mu_1(x_i, x_j) = 0 \quad (1)$$

(ロ) 文献 x_i は文献 x_j に引用されているが、そのintroductionには現われない場合、この2つの文献の間には弱い流れが存在すると考えられる。

$$\mu_1(x_i, x_j) = a \quad (2)$$

(ハ) 文献 x_i は文献 x_j に引用されており、かつそのintroductionにも現われる場合、この2つの文献の間には強い流れが存在すると考えられる。

$$\mu_1(x_i, x_j) = b \quad (3)$$

ここで、 a 、 b は、予め決められた定数であり、次式の関係を持つ。

$$0 < a < b < 1 \quad (4)$$

(ニ) 文献 x_j は、別の文献の引用文献として登録されたが、手元にないためにこの文献が更に他のどの文献を引用しているかは不明である。この場合は、引用が無いという場合とは区別しておき、引用度は次式のように定義するが、わかった時点で引用関係を追加するようにする。

$$\mu_1(x_i, x_j) = 0 \quad (\text{for all } i) \quad (5)$$

2.3 直列の引用関係

図3に示すように、文献 x_i が文献 x_j に引用され、その引用度は $\mu_1(x_i, x_j)$ であり、さらに文献 x_j が文献 x_k に引用されており、その引用度は $\mu_1(x_j, x_k)$ である場合に、直接には引用関係のない文献 x_i と x_k の間の引用度を定義する。このような直列の引用の場合には、全体の引用はそれぞれの引用が同時に成立しなければならないから、代数積の演算を採用することにする。

$$\mu_2(x_i, x_k) = \mu_1(x_i, x_j) \cdot \mu_1(x_j, x_k) \quad (6)$$

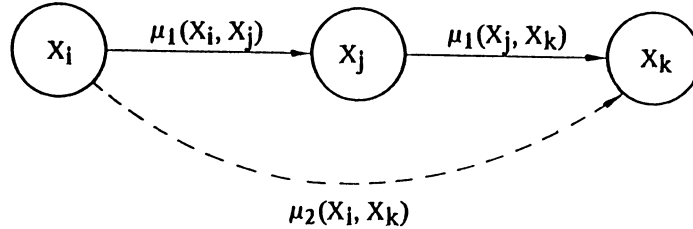


図3. 直列の引用関係

2.4 並列の引用関係

図4に示すように、文献 x_i が2つの経路を経て文献 x_j に引用されている場合を考える。2つの経路による引用度をそれぞれ $\mu_2(x_i \rightarrow x_A \rightarrow x_j)$ 、 $\mu_2(x_i \rightarrow x_B \rightarrow x_j)$ とすると、全体の引用度 $\mu_2(x_i, x_j)$ は、これらのいずれかが値を持っていれば0でない値を得ることができる。そこで代数和の演算を採用することにする。

$$\mu_2(x_i, x_j) = \mu_2(x_i \rightarrow x_A \rightarrow x_j) \oplus \mu_2(x_i \rightarrow x_B \rightarrow x_j) \quad (7)$$

ただし、

$$a \oplus b = a + b - a \cdot b. \quad (8)$$

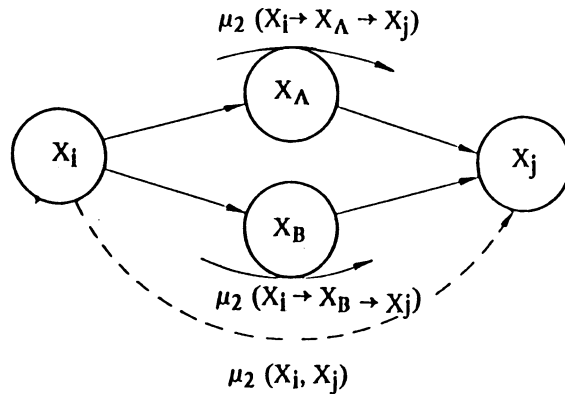


図4. 並列の引用関係

2.5 一般の引用度の計算

以上の定義を利用すれば、一般に引用の網の中における任意の2つの文献の引用度を計算することができる。ただし、引用度は必ず元文献に近い方から順に計算しなければならない。特に、3段以上の引用度については、計算の方向性を明らかにするために、表記法も2通りに分けて書くことにする； 元文献 x_c の m 段の背景研究群のファジィ集合 $\{x_i\}$ を求める場合。

$$\mu_m^B(x_i, x_c) = \bigoplus_{k=1}^N \mu_1(x_i, x_k) \cdot \mu_{m-1}^B(x_k, x_c) \quad (9)$$

元文献 x_c の m 段の継承研究群 $\{x_j\}$ を求める場合。

$$\mu_m^D(x_c, x_j) = \bigoplus_{k=1}^N \mu_{m-1}^D(x_c, x_k) \cdot \mu_1(x_k, x_j) \quad (10)$$

ここで N は、登録されている文献の件数である。

このような計算の方向性に関する規則は、直列の引用関係、並列の引用関係の演算として、それぞれ代数積・代数和を採用したことに起因している。この演算系は、1段では3値(0, a, b)しかとらない引用度を、段数が増すにしたがって高い階調性に導く役割を果たす。ところが、その数学的性質を吟味してみると分配則が成立していないことがわかる。このことが3段以上の引用度の計算において、計算の順番により値の不一致を生じさせるのである。そこで、前記の計算の方向性に関する規則を導入し、値の一意性を保証することにより、この検索システムを矛盾なく作動させている。

2.6 総合的な引用度

さてここで、1段から M 段までの引用度の和集合をとり、総合的な引用度として定義する。これは、理論的には、擬似的な推移包・逆推移包を求めていることになる。文献 x_i から元文献 x_c への M 段までの総合的な引用度 $\overline{\mu}_M^B(x_i, x_c)$ 、および、元文献 x_c から文献 x_j への M 段までの総合的な引用度 $\overline{\mu}_M^D(x_c, x_j)$ を、それぞれ次式のように定義する。

$$\overline{\mu}_M^B(x_i, x_c) = \bigoplus_{m=1}^M \mu_m^B(x_i, x_c) \quad (11)$$

$$\overline{\mu}_M^D(x_c, x_j) = \bigoplus_{m=1}^M \mu_m^D(x_c, x_j) \quad (12)$$

これらの総合的な引用度によって、それぞれ背景研究群、継承研究群の検索結果のファジィ部分集合を定義する。

3. 実際の運用例

提案のファジィ検索システムを、パーソナル・コンピュータ上に実現し、実際の文献を登録して、試験運用を行なった。まず、実現システムの諸元を示す。

表1. 実現システムの諸元

| | | | |
|---------|---|-------------------|----------------------|
| H/W | ; | MULTI-16 | (16ビット・パーソナル・コンピュータ) |
| S/W | ; | FORTAN | |
| 登録文献の分野 | ; | 追尾フィルタ | |
| 登録文献の数 | ; | 606 件 | |
| 検索パラメータ | ; | a=0.5, b=0.8, M=3 | |

次に、検索の例を紹介する。元文献としたのは、図5に示す文献である。この文献はカルマン・フィルタが発表された文献であり、これが追尾フィルタの分野にどのような影響を与えたかを、提案のファジィ検索システムにより調べてみた。図5に示したように入力

し、リターン・キーを押した。検索の処理にかかった時間は、6分38秒であった。検索結果として最初に利用者に提示される画面は、図6に示すものである。棒グラフの1本1本が各文献に相当し、その高さは、検索結果のメンバーシップ値を表わしている。この中で最も高度合で検索されている文献を図7に示す。この文献では、追尾目標の運動状況に適応してフィルタリングの内部状態の次元を変化させるという、改良型カルマン・フィルターが提案されており、カルマン・フィルターを追尾フィルターの分野で継承、発展させた研究として確かに納得できるものである。さらに、特筆すべきことは、この文献自身は、直接には図5の文献を引用していないということである。

| | |
|------|--|
| AUTH | : KALMAN, R.E. |
| TITL | : A NEW APPROACH TO LINEAR FILTERING AND PREDICTION PROBLEMS |
| JOUR | : JBAEAI; TRANS. ASME SER. D |
| YEAR | : 1960 |
| Vol. | : 82 |
| No. | : 0 |

図5. 元文献

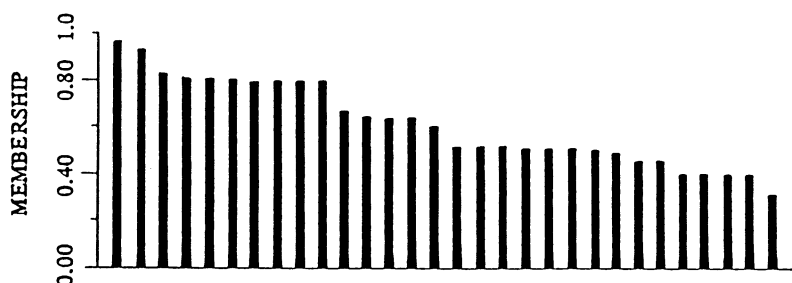


図6. メンバーシップ値

| | | | | | |
|------|---|------|-------|------|------|
| AUTH | BAR-SHALOM, Y. | GRAD | .9558 | | |
| TITL | VARIABLE DIMENSION FILTER FOR MANEUVERING TARGET TRACKING | | | | |
| JOUR | IEARAX; IEEE T. AES | | | | |
| Vol. | 18 | No. | 5 | YEAR | 1982 |

図7. 最高の度合で引用された文献

最後に、総合的な引用度を計算する際の最大検索段数Mについて検討する。このMの値が大きいほど、メンバーシップの階調性は高くなり、0でない引用度の文献の数も多くなっていく。しかし一方、代数積の演算の性質により、高次段数の影響は次第に無視できるようになってくるので、検索時間節約のためには、低い段数に抑えたい。図8は、上記と同様の検索をMを変えて行ったものである。図9は、Mにより、0でない引用度を持つ文献の数がどのように変わるかを示した図、図10は、Mによる検索時間の変化である。

以上の実験結果から、適当な最大検索段数の値は、 $M = 3$ であり、それ以上高くしても、効果は飽和してしまうことがわかる。

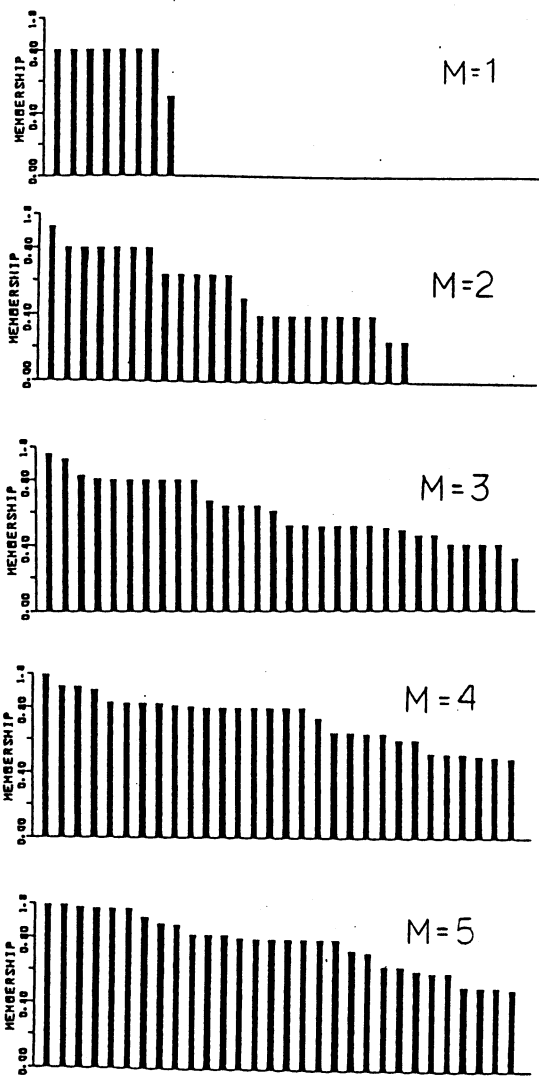


図 8 . 最大検索段数Mとメンバーシップ

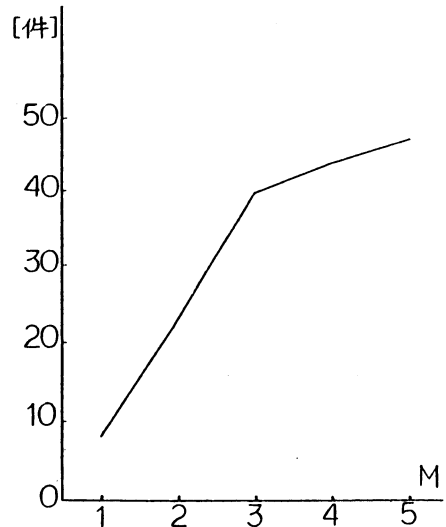


図 9 . 最大検索段数Mと検索件数

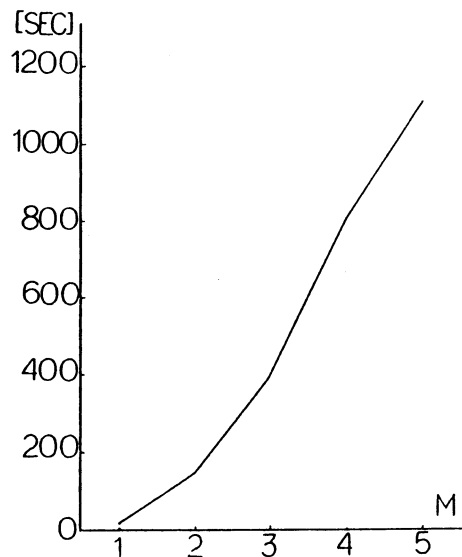


図 10 . 最大検索段数Mと検索時間

4. むすび

引用関係に基づくファジィ検索システムを提案した。パーソナル・コンピュータ上で追尾フィルターの文献606件を用いてケーススタディを行なった結果、引用度を伴った所期の検索が可能であることがわかった。

参考文献

- (1) Radecki, T. : Outline of a fuzzy logic approach to information retrieval ; Int.J.Man-Mach.Stud., Vol.14, pp.169-178 (1981)
- (2) Miyamoto, S., Miyake, T., Nakayama, K. : Generation of a pseudthesaurus for Information retrieval based on cooccurrences and fuzzy set operations ; IEEE Trans.Syst., Man & Cybern., Vol.SMC-13, no.1 pp.62-70 (1983)
- (3) 野本、若山、桐本、近藤： 引用関係に基づくファジィ検索システム； 第29回自動制御連合講演会、3031, pp.417-420 (1986)

ファジィ・シソーラスによる日本語処理を用いた
対話型ファジィ意思決定手法

An interactive Fuzzy Decision Making Method
with the Japanese Language Processing by Fuzzy Thesaurus

前田 博 小林 元宏 村上 周太
H. Maeda M. Kobayashi S. Murakami

九州工業大学 工学部

Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology

Abstract

We develop an interactive fuzzy decision-making method for multiobjective decision problems on a personal computer system. The main target of this system is to construct the following interactive functions by fuzzy set approach, that is fuzzy thesaurus and fuzzy inference: a) the system can understand various expressions of objectives described by the Japanese Language, b) the system can retrieve and display the basic data to be related to each objective from data base. The interactive process is demonstrated on the company choice problem for getting a job.

1. はじめに

多目的意思決定問題における規範的意思決定手法の中で、代替案の各評価目的に対する達成度合の望ましさのある種々のファジィ測度によって表現していく方法に、ファジィ意思決定手法^{1)~4)}やAHP⁵⁾がある。多属性効用関数法⁶⁾が、評価目的を細分し、その達成度合をできる限り一つの数量的な属性によって評価しようとするのに対し、これらの手法は、むしろ評価目的にあいまいな表現を許し、それらの達成度合を主観的に評価する点に一つの特徴がある。しかし、このために、意思決定者は評価目的に関連する数量的あるいは非数量的な基本データを代替案ごとに事前に用意しておく必要があった。

本研究は、予備知識を持たない利用者でもあいまいな環境下の意思決定問題に対する決定支援システムとして利用できるように、筆者等の提案するファジィ意思決定手法⁴⁾をパーソナル・コンピュータ上に対話型システムとして実現することを目的としている。

前述したように、意思決定者が評価するために必要な基本データを前もって準備することを前提にすると、対話型システムの構築は容易になるがその機能は低いものとなる。本対話型システムでは、データベースとファジィ・シソーラスおよびファジィ推論を用いた日本語処理によってこの部分をシステム内に組み込むことを試みた。すなわち、意思決定者が決定問題の評価目的を自然言語で入力すると、システムがその表現を解釈し、代替案を評価する際に、その評価目的に関連するであろう基本データをデータベースから検索し意思決定者に提示するという機能を実現した。

以下、第2章で、筆者等の対話型ファジィ意思決定手法の概要を説明し、第3章、第4章でこの対話機能を実現するための理論と事例を示す。そして第5章が結論となる。

2. 対話型ファジィ意思決定手法の概要

ファジィ・シソーラスによる日本語処理を用いた対話型ファジィ意思決定手法の手順と簡単な説明を以下に示す。

Step 1. 意思決定者による評価目的の階層構造の入力

意思決定者は、自分自身の選好構造がはっきりしなくて悩む場合がある。これをすっきりさせるために、主目的を確認し、それをサブ目的へと分割していく過程を通して目的の階層構造を構築する。また、本意思決定手法においては、一般の意思決定分析と異なり、目的の記述のあいまいさも許容できるし、強いて目的を細分化しなくてもよい。

Step 2. 意思決定者の選好構造調査

意思決定者は、全ての評価目的を全く同等に扱う訳ではなく、中にはかなり重視するものもあれば、それほど重視しないものもある。このような複数の目的の評価を1つの評価値にまとめ上げる過程を選好構造と呼ぶ。この選好構造を引き出すために対話的なアンケート調査を全ての階層について行う。

Step 3. ファジィ結合演算のパラメータの同定⁴⁾

γ 演算及びそれを拡張した2種類の拡張 γ 演算の3つのファジィ結合演算を選好構造モデルの候補とし、Step 2の選好構造調査データに最小2乗法を適用して各演算のパラメータを同定する。そして、AIC基準によって階層毎に1つの選好構造モデルを選択する。

Step 4. ファジィ・シソーラスを用いた代替案データの抽出と最下位目的の達成度の入力

まず、Step 1で意思決定者が入力した最下位の評価目的の自然言語表現から、構文解析によって、評価目的の概念を代表するキーワードを抽出する。つぎに抽出されたキーワードをファジィ・シソーラスとファジィ推論を用いて、システム内の検索用登録語に置き換える。そして、それをもとに代替案を評価するのに必要な基本データを検索し、表示して、意思決定者に各代替案の各評価目的に対する達成度合の入力を求める。意思決定者は、システムが用意した0から10まで1ランク刻みの言語的評価尺度から、達成度合を選択し入力する。

Step 5. 代替案の評価

最下位レベルの評価目的の達成度合をStep 3で求めた選好構造モデルを用いて、階層的にまとめ上げ、総合評価し、代替案のランク付けを行う。

3. ファジィ・シソーラスを用いた日本語処理による対話システム

従来の対話システムでは、階層化された最下位の評価目的について、各代替案を評価する際、評価する代替案のデータを利用者が予め用意しておく必要があった。しかし、このままでは利用者にとって、かなり不便であり、完全な対話システムとは言えない。そこで本研究では、自然言語で入力された最下位の評価目的から、自動的にそれに対応する代替案の基本データを検索し、意思決定者に提示するシステムを作成した。また、利用者が入力する自然言語は、まず第1段階として名詞句に限ることにした。

代替案と評価目的の自然言語による入力から代替案で評価するために必要な基本データの検索表示までの処理の流れを図1に示す。

3.1 構文解析・意味解釈

まず、与えられた自然言語を、助詞や用言の活用語尾を区切りとし構文解析する。そして、それらの各構文の意味を解釈し、評価目的の概念を代表するキーワードを捜し出す。構文解析、意味解釈のルールは次に示す通りである。

- rule 1. 空文字、句読点は読みとばす。
- rule 2. 動詞、形容詞および形容動詞は読みとばす。
- rule 3. 主語につく格助詞およびそれに相当する語の直前の語をキーワードとする。
- rule 4. 特定の語（会社・企業・私等の一般語）はキーワードにならない。

3.2 ファジィ・シソーラスを用いたマッチング

3.2.1 シソーラスとファジィ・シソーラス

シソーラスとは、意味の上から用語を整理した用語相互の上位概念語、下位概念語、同義語などを集めた特殊な辞書である。情報検索においては、利用者が入力する自然言語をシステムにどのように理解させるかという問題がある。利用者が、システム内にない語を入力してきた際に、システム内に蓄積されている他の同義語に自動的に置き換える必要がでてくる。そこに、シソーラスが採用されるのである。

本システムでは、図2に示すような評価目的のラベルである見出し語とそれに類似する語を登録語としてもった形式のシソーラスを辞書として持っている。このシソーラスに、さらに各用語間に意味的関連度を持たせたのがファジィ・シソーラスである。

まず、演算の効率を考慮して、シソーラスの類似した概念を持つ見出し語をまとめて幾つかのクラスターを形成する。そして、各クラスターごとに見出し語と全ての登録語との関連度 r を定義する。関連度は、0.50.75.100の4段階とする。次に、登録語相互の類似関係 RS を見出し語 O_i と登録語 W_j との関連度 r_{ij} より、次の演算⁷⁾によって求める。

$$RS(i, j) = \sum_{k=1}^N (r(k, i) \cap r(k, j)) / \sum_{k=1}^N (r(k, i) \cup r(k, j)) \quad (1)$$

ここで、 \cap は minimum, \cup は maximum を表す。

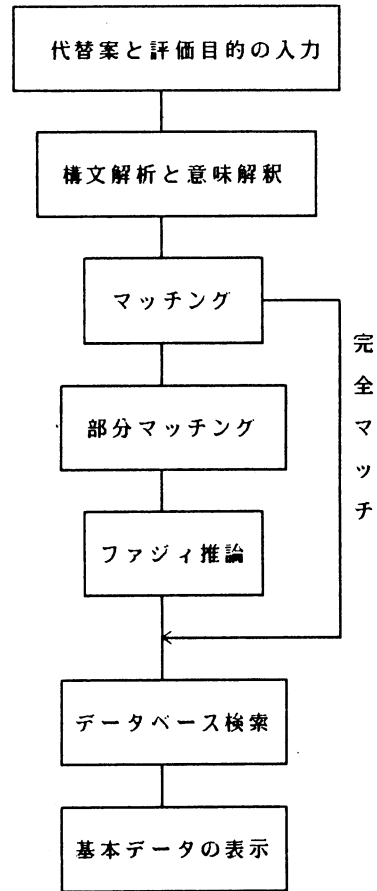


図1. 処理の流れ

| | |
|---------|-------------------------------|
| クラスター1: | 見出し語1 (登録語1.1, 登録語1.2, ……………) |
| | 見出し語2 (登録語2.1, 登録語2.2, ……………) |
| | 見出し語3 (登録語3.1, 登録語3.2, ……………) |
| クラスター2: | 見出し語4 (登録語4.1, 登録語4.2, ……………) |
| | 見出し語5 (登録語5.1, 登録語5.2, ……………) |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

図2. シソーラスの形式

3.2.2 マッチング

キーワードがシソーラスリストに含まれている場合（これを完全マッチという）は、問題なく基本データの検索ができるのであるが、必ずしも、シソーラスリストに含まれるとは限らない。そこで、そのような場合に部分マッチングを行う。部分マッチングとは、キーワードを文字単位で分割し、改めて文字単位のマッチングを試みることである。部分マッチングを行うことによって、同じ文字を用いた類似語の省略が可能となり、システムが辞書として持つシソーラスの大きさを小さくすることができる。

ここで、キーワードKの文字数を L_k 、キーワードにマッチした登録語Wの文字数を L_w 、連続してマッチした部分の文字数を L_m とすると、部分マッチングによるキーワードKと登録語Wとの関連度 R_{kw} を次の演算によって定義する。

$$R_{kw} = \min (L_m / L_k, L_m / L_w) \quad (2)$$

そして、部分マッチングの結果、最も大きな関連度をもつ登録語が属するクラスターを検索の対象とする。この時、関連度の評価はs-normの中から確率和

$$S_c = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_{ci}) \quad (3)$$

を用いる。ここで、 n はクラスター c の登録語の数である。

3.3 ファジィ推論

部分マッチングはあくまで表面的なマッチングであり、意味的には何ら関与しない。そこで、式(1)で求めた関連度を用いて、表面的関連度と意味的関連度を同時に考慮しようというのがこのファジィ推論の狙いである。

クラスター c 上の部分マッチにより得られたキーワードとの表面的関連度を表すファジィ集合を

$$\tilde{A}_c = \{ \mu_{Ac}(W_i) / W_i \} , \quad i = 1, n \quad (4)$$

とする。ここで、 μ_{Ac} はクラスター c 内の登録語に対する R_{kw} である。RSを登録語間のファジィ関係と捉え、 \tilde{A}_c とRSとの合成則によるファジィ推論結果を \tilde{B}_c とすると、これはキーワードと登録語 W_i との表面的かつ意味的関連度を表すファジィ集合であり、その関連度合 $\mu_{Bc}(W_i)$ は次式で求められる。

$$\mu_{Bc}(W_i) = \bigcup_{j=1}^n (\mu_{Ac}(W_i) \cap RS(i, j)) \quad (5)$$

3.4 データベース検索

データベースに登録されている代替案に関する基本データは、評価目的の概念を代表する見出し語と関連性を考慮して対応付けられている。この対応表を用いて代替案の基本データを検索し、ディスプレイに表示するためには、キーワードと最も関連の深い見出し語を選択する必要がある。このために、式(5)から得られる関連度をクラスター内の各見出し語別に分類し、それぞれのグループとキーワードとの関連度を式(3)と同様に確率和で評価する。この確率和が最大となるグループの見出し語が検索語となる。

4. 事例

ファジィ・シソーラスを用いた日本語処理による対話システムの適用事例として、就職先選択問題を取り上げる。

まず、利用者により代替案と最下位レベルの評価目的が図3のように入力されたとする。そうすると、システムは評価目的の概念を代表するキーワード『地理』を抽出、表示する。そして、キーワードと図4に示すシソーラスの登録語とのマッチングを行う。この場合、完全マッチする登録語がないので部分マッチングが行われ、式(2)、(3)の演算により、クラスター2が検索の対象となった。さらに式(5)のファジィ推論および式(3)の結果より、キーワードと表面的かつ意味的に最も関連のある基本データの検索の対象となる見出し語として『勤務地』が得られた。表1は、式(5)の演算に必要な各登録語間の関連度表の一部であり、表2は、その関連度を求めるのに必要な見出し語と登録語との関連度表の一部である。最終的に、表3に示す見出し語と基本データの対応表より、評価目的に関連するであろう基本データを図5のように表示する。

表1. 各登録語間の関連度表の一部

| 登録語 登録語 | 勤務地 | 場所 | 地元 | 国際性 | 海外 | 輸出 |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 勤務地 | 100 | 88 | 50 | 25 | 70 | 40 |
| 場所 | 88 | 100 | 57 | 0 | 0 | 100 |
| 地元 | 50 | 57 | 100 | 0 | 30 | 0 |
| 国際性 | 25 | 0 | 0 | 100 | 40 | 69 |
| 海外 | 70 | 0 | 30 | 40 | 100 | 27 |
| 輸出 | 40 | 100 | 0 | 69 | 27 | 100 |

表2. 登録語と見出し語の関連度表の一部

| 登録語 見出し語 | 勤務地 | 場所 | 地元 | 国際性 | 海外 | 輸出 |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 勤務地 | 100 | 100 | 100 | 75 | 75 | 0 |
| 国際性 | 75 | 75 | 0 | 0 | 100 | 100 |
| 将来性 | 0 | 0 | 0 | 75 | 50 | 0 |

選択候補社を1社ずつ入力して下さい

- 1: 住友金属
- 1: 小松製作所

1:

評価目的を入力して下さい

- 1: 地理的条件の望ましいところ

図3. 代替案と最下位の評価目的の入力例

| 見出し語 | 登録語 |
|---------|---|
| C1: 収入 | (収入, 給料, 報酬, 賞金, サラリー, 賞与, ボーナス, 手当, 待遇) 昇進 (昇進, 地位, 課長, 部長) |
| C2: 勤務地 | (勤務地, 場所, 地域, 位置, 地元, 転勤) 国際性 (国際性, 海外, 外国, 世界, 輸出, 多国籍, 外資, 留学) |
| C3: 休暇 | (休暇, 休日, 休み, 有給, 週休二日) 福利厚生 (福利厚生, 施設, 設備, 社宅, 寮) |
| C4: 業種 | (業種, 業務, 事業, 種類, 分野, 業界) 特徴 (特徴, 主力製品, 技術力, 業界地位, イメージ, 伝統, 社風, シェア) 歴史 (歴史, 履歴, 沿革, 設立, 創立, 伝統) |
| C5: 将来性 | (将来性, 成長性, 斜陽, 発展, 進歩) 安定性 (安定性, 安全, 健全, 創産, 危険) 業績 (業績, 実績, 利益, 売上, 赤字, 無配) 規模 (規模, スケール, 資本) |

ただし、C_iはクラスターiを表す。

図4. 就職先選択問題に対するシソーラス

表3. 見出し語と基本データとの対応表

| 見出し語 | 収入 | 勤務地 | 休暇 | 福利厚生 | 業種 | 将来性 | 安定性 | 特徴 | 業績 | 規模 | 歴史 | 国際性 | 昇進 |
|--------|----|-----|----|------|----|-----|-----|----|----|----|----|-----|----|
| 基本データ | | | | | | | | | | | | | |
| 初任給 | ○ | | | | | | | | | | | | |
| 賞与 | ○ | | | | | | | | | | | | |
| 諸手当 | ○ | | | | | | | | | | | | |
| 平均給与 | ○ | | | | | | | | | | | | |
| 本社 | | ○ | | | | | | | | | | | |
| 支社 | | ○ | | | | | | | | | | | |
| 営業所 | | ○ | | | | | | | | | | | |
| 工場 | | ○ | | | | | | | | | | | |
| 研究所 | | ○ | | | | | | | | | | | |
| 出張所 | | ○ | | | | | | | | | | | ○ |
| 週休二日制 | | | ○ | | | | | | | | | | |
| 長期休暇 | | | ○ | | | | | | | | | | |
| 有給休暇 | | | ○ | | | | | | | | | | |
| 施設 | | | | ○ | | | | | | | | | |
| 従業員数 | | | | | | ○ | | | | ○ | | | ○ |
| 男子 | | | | | | | | ○ | | | | | |
| 女子 | | | | | | | | ○ | | | | | |
| 平均年齢 | | | | | | | | ○ | | | | | |
| 平均勤続年数 | | | | | | | | ○ | | | | | |
| 設立年 | | | | | | | | | | | | ○ | |
| 社長略歴 | | | | | | | | | | | | ○ | |
| 事業内容 | | | | | ○ | ○ | ○ | ○ | | | | | |
| 資本金 | | | | | | ○ | ○ | | | ○ | | | |
| 売上高 | | | | | | ○ | ○ | ○ | | ○ | | | |
| 経常利益 | | | | | | ○ | ○ | ○ | | ○ | | | |
| 売上構成 | | | | | | ○ | ○ | ○ | | | | | |
| 輸出依存率 | | | | | | | | | | | | | ○ |
| 自己資本比率 | | | | | | ○ | ○ | | | | | | |
| 借入金 | | | | | | ○ | ○ | | | | | | |
| 株式 | | | | | | ○ | ○ | | | | | | |
| 企業イメージ | | | | | | | | ○ | | | | | |

5. おわりに

本論文では、ファジィ・シソーラスおよびファジィ推論を用いた日本語処理による対話システムを提案し、就職先選択問題に適用した。その結果、本システムを従来のファジィ意思決定システムに組み込むことによって、予備知識を持たない利用者でもあいまいな環境下の意思決定問題に対する意思決定支援システムとして利用できることが確かめられた。今後、さらに実用性を高めるためには、評価目的の単文、複文等での入力を可能にすること、シソーラスへの登録語の追加手続きの自動化、またファジィ・シソーラスとデータベースを交換するだけでさまざまな意思決定問題に対処できるようなシステムにすることが必要であり、現在進行中である。

[住友金属工業株式会社 (住金)] 1985

| | |
|-----|-----------------|
| 本社 | 大阪 |
| 営業所 | 全国各地 |
| 工場 | 大阪 尼崎 和歌山 小倉 鹿島 |
| 出張所 | ニューヨーク ロサンゼルス等 |

[株 小松製作所] 1985

| | |
|-----|------------------------|
| 本社 | 東京 |
| 営業所 | 全国各地 |
| 工場 | 粟津(石川) 氷見(富山) 大阪 川崎 小山 |
| 研究所 | 平塚 大阪 |
| 出張所 | カイロ ハバナ |

図5. 評価目的に関連する基本データの出力例

参考文献

- 1) R. Bellmann and L. A. Zadeh : Decision-making in a Fuzzy Environment, Management Science, 17, 141-164, 1970
- 2) R. R. Yager : Fuzzy Decision Making Including Unequal Objectives, Fuzzy Sets and Systems, 1, 87-95, 1978
- 3) H. J. Zimmermann and P. Zysno : Decisions and Evaluations by Hierarchical Aggregation of Information, Fuzzy Sets and Systems, 10, 243-260, 1983
- 4) 前田博, 村上周太 : ファジィ結合演算による選好表現を用いた多目的問題のファジィ意思決定手法, 計測自動制御学会論文集, 23, 5, 1987 (掲載予定)
- 5) T. L. Saaty : The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, 1980
- 6) R. L. Keeney and H. Raiffa : Decision with Multiple Objectives, John Wiley & Sons, 1976
- 7) S. Miyamoto, T. Miyake, K. Nakayama : Generation of a Pseudothesaurus for Information Retrieval Based on Cooccurrences and Fuzzy Set Operations, IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, vol. SMC-13, no. 1, 66-70, 1983

ファジィフレーム型知識表現と フレーム型ファジィ推論

Fuzzy Frame Based Knowledge Representation and Frame Based Fuzzy Inference

廣田 薫^{*}, 渡辺 彰彦^{**}

Kaoru HIROTA and Akihiko WATANABE

^{*} 法政大学工学部電気工学科計測制御専攻

Dept. of Instrument & Control. Eng., College of Eng., HOSEI Univ.

^{**} 法政大学大学院工学研究科システム工学専攻

Dept. of Systems Eng., Eng. Division, Grad. School of HOSEI Univ.

Abstract

Knowledge representation based on fuzzy production rules has been studied in a lot of applicational fields. However, fuzzy frame based knowledge representation has not been studied enough.

In this paper, we analyze the fuzzy frame based knowledge representation from a view point of membership and vagueness, and propose a new frame based fuzzy inference method. Matching of two fuzzy sets, sequential conflict resolution method and multistage inference method are described.

§1 はじめに

エキスパートシステムであいまい情報を扱う手法としてファジィ推論がある。ファジィ推論の多くは、手続き的知識を言語戦略規則すなわちプロダクション型規則を用いて行っている。これに対しフレーム型ファジィ推論も検討されている¹⁾²⁾。フレーム型表現は、対象中心表現であり、ある典型的な状況や事例、宣言的知識や手続き的知識を同一のデータ構造に表現できる。また推論方法は固定していないので、対象とする領域の性質や問題の目的によって、適切に選択できる。文献²⁾では、マン・マシン・システムとしてフレーム型ファジィ推論が述べられている。しかし、フレーム型ファジィ推論を意思決定問題等に用いるには、知識表現の立場からより高度の議論が必要である。

本論文では、ファジィ理論のmembership概

念³⁾、確率集合論の拡張ファジィ表現で提案されたvagueness概念⁴⁾の立場からファジィフレーム型知識表現を解釈し直す。また推論に関連して、2つのファジィ集合の照合度計算を新たに提案し、さらに逐次的競合解消や多段階推論について述べる。

§2 ファジィフレーム型知識表現

2.1 ファジィフレーム型知識表現

人間同士の情報交換では、知識を限られた言葉で表現している。人間の専門家から知識を獲得するには言葉を介して知識が得られるが、有用な知識の多くは不確実で、その表現された言葉にはあいまいさが含まれている。例えば、“車や建物のカラーコーディネートについて”の知識を考えてみる。これを“スポーティ”という限られた言葉でのみ表現することにすれば、例えば“白は、だいたいスポーティ

な感じがする。”等が考えられる。これは、“スポーティである。”と言いつつ表現でなく、“だいたい”、“感じがする”といったあいまいな表現が含まれている。この2つのあいまいさの意味は異なっており、前者は“白”のイメージを“スポーティ”で表現する際の言葉のあいまいさであり、後者は知識自体のあいまいさである。これらのあいまいさは、限定された言葉を用いて述べる際の適合性と、知識の不確実性とに起因していると考えた。

あいまいさの取り扱い方法として、membership概念と、vagueness概念を用いる。ここでは、membershipを特定の言葉を用いて表現する際の適合性、vaguenessを知識の不確実性と解釈する。先の例では、“だいたい”が“スポーティ”という言葉に対する適合性であり、membershipで表す。また、“感じがする”は、“スポーティである”という知識の不確実性を表しており、vaguenessで表す。

言葉の適合性を表すmembershipと知識の不確実性を表すvaguenessは、個々の知識それぞれに依存して決まる。従ってこのような状況を表す知識表現としてのファジィフレーム型知識表現では、2値のフレーム型知識表現を拡張し、属性値(スロットの値)として、データ、membership、vaguenessの3つ組を付加して表すことにする(Fig. 1)。そしてこの3つ組を属性を構成する成分“エレメント”と呼ぶことにする。2値のフレーム型知識表現は、各エレメントがデータのみから成り立っていると考えれば、本手法はその拡張と見なせる。また文献2)では、データをファジィ数と言語的表現に分けて表現しており、ファジィ数はピーク値とその値の広がり幅で、また言語的表現は真理値であいまいさを表している。ここで提案した手法では、“スポーティな感じがする”と“スポーティである”という微妙なニュアンスの違いもmembershipとvaguenessであいまいさを客観的に表現できるという点で特徴がある。

| frame | slot | data | membership | vagueness |
|-------|-------|--------|------------|-----------|
| (白 | (イメージ | (スポーティ | TR | R) |
| | (格調ある | | VT | C)) |
| | | ... | | |
| | (反対色 | (黒 | | CT C)) |
| | (... | (... | |)) |

Fig. 1 An example of fuzzy frame based knowledge representation

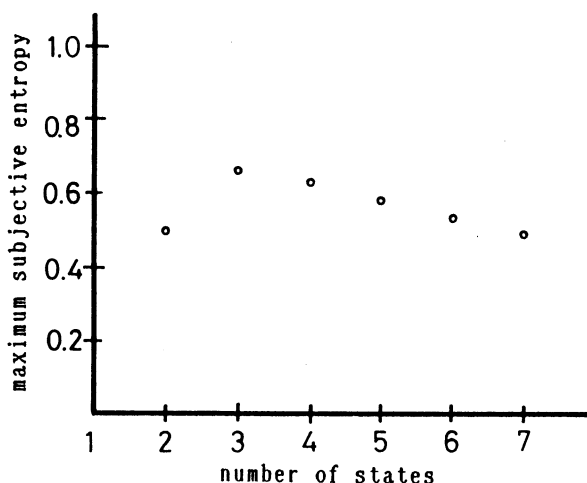


Fig. 2 Relation between maximum subjective entropy and number of states

Table. 1 Correspondence of numerical truth value t and its linguistic expression τ

| membership τ | t |
|-----------------------|------|
| Unknown :UK | 0 |
| More or Less True :ML | 0.25 |
| True :TR | 0.5 |
| Very True :VT | 0.75 |
| Completely True :CT | 1 |

| vagueness τ | t |
|------------------|-----|
| Clearly :C | 0 |
| Roughly :R | 0.5 |
| Vague :V | 1 |

2.2 あいまいさの表現

ここで提案するファジィフレーム型知識表現では、membership, vaguenessの値を、いくつかの状態を表す言語値(τ)で与え、計算機上で推論を行うために数値に変換した。あいまいさの状態は、vaguenessよりも membershipの方をより詳しく表現することにし、主観エントロピー⁵⁾を用いて決定した。Fig. 2の様に3値の時、状態数が最適であって情報量が最大となる。また5値の時にも良好な結果が得られることが知られている⁵⁾。そこで、membership, vaguenessをそれぞれ、5値、3値で表すことにした。また、計算機上で推論を行わせるためにこれを数値に変換した。数値に変換する際ファジィ集合論に準じて [0, 1] 実数値を用いることにした(Table. 1)。その妥当性は文献⁵⁾で検討されている。

2.3 ファジィ集合の同定

membership, vaguenessを用いて表された個々の知識のあいまいさを、ファジィ集合として扱うことにする。ファジィ集合は、メンバーシップ関数 μ によって定義され、vagueness概念は、そのメンバーシップ関数の広がりを規定するものと解釈する。membership, vagueness のとる値をそれぞれ数値 m, v とするとメンバーシップ関数の広がり下限 mL と上限 mH は、

$$mL = m - m \times v \quad (1)$$

$$mH = m + (1 - m) \times v \quad (2)$$

と定義でき、Fig. 3のようなファジィ集合が形成される。メンバーシップ関数は、ファジィ論理関数の論理和(\vee), 論理積(\wedge)の演算を用いて

$$\mu(x) = \left(\frac{x - mL}{m - mL} \wedge \frac{mH - x}{mH - m} \right) \vee 0 \quad (3)$$

と表される。

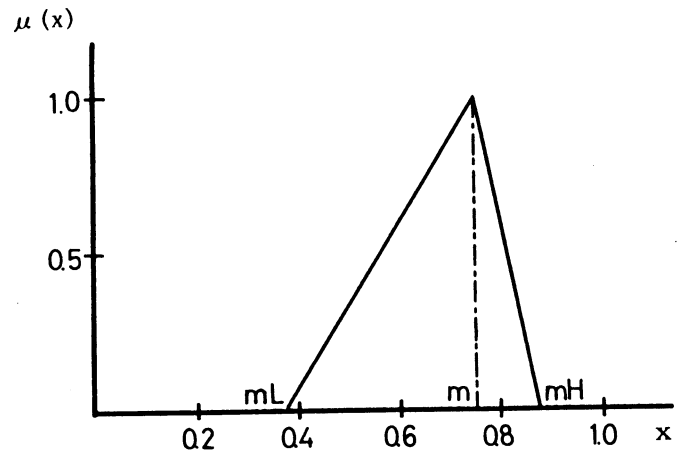


Fig. 3 A fuzzy set induced by membership and vagueness

2.4 ファジィフレーム型知識表現の特徴

この様にmembership, vaguenessを用いて知識を表現することは、次に述べるいくつかの長所がある。

- ①個々の知識のあいまいさを論理的根拠を持って客観的に表現することができる。
- ②あいまいさはファジィ集合を形成するので、論理的、定量的に推論することができる。
- ③vagueness概念を導入したことで、知識の不確実性が客観的に表現できる。

当然これら長所に対し短所もある。membership, vaguenessを付加したことで処理負担が増加する。これに関しては、処理として簡単な演算のみを用いているので、さほど負担にはならない。

§3 フレーム型ファジィ推論

知識をデータ構造の一種とみなしたフレーム型ファジィ推論では、以下のことを行う。

- ①入力情報と同じ構造を持つ内部知識の知識フレームを探索する。
- ②データは、membership, vaguenessを伴って、ファジィ集合を形成しているので、ファジィ集合の照合度計算を行い知識フレームの各エレメントに対する

照合度を求める。③各エレメントに対する照合度について競合解消を行い、各スロットに対する照合度とその不確実性を求める。④各スロットに対する照合度について競合解消を行い、個々のフレームに対する照合度とその不確実性を求め、これを最終的推論結果とする。全体として後向き推論を行いながら、状態空間（現在の状態）を示す知識名を検索空間（内部知識）の中から探索する。さらに、競合解消の方法から多段階推論も行う。

3.1 ファジィ集合の照合度

ファジィ集合のマッチングでは、ファジィ集合AとBの共通ファジィ集合Cが、ファジィ集合Aに含まれるのか、あるいはファジィ集合Bに含まれるのか、その両者を併せて評価した尺度として"照合度"を定義する。ファジィ集合A, B, Cのメンバーシップ関数の面積をそれぞれ S_A, S_B, S_C とし (Fig. 4) 照合度 m_{AB} を、

$$m_{AB} = \frac{S_C / S_A + S_C / S_B}{2} \quad (4)$$

なる $[0, 1]$ 実数で定義する。

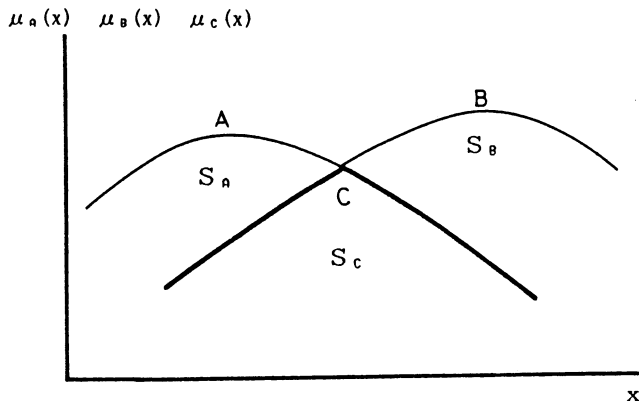


Fig. 4 Intersection of two fuzzy sets

3.3 逐次的競合解消

競合解消は、同一の結果に対する評価値系列から、代表値を選ぶ作業である。競合数（競合解消する評価値の数）と評価値の出現順

序を考慮し、逐次的競合解消を行う。ここでは、評価値の出現順序に関して、最初に現れるものほどその評価値の信頼度が高いと定義した。一般に評価値がN個のときの競合解消における最終評価値 f_N は、評価値の個数がN-1個のときの最終評価値 f_{N-1} を基準とし、その最終評価値 f_{N-1} とN番目の評価値 m_N との差、及び競合数Nの関数 g との和によって決定されたと考えた。すなわち、

$$\begin{cases} f_N(m_1, m_2, \dots, m_N) = f_{N-1}(m_1, m_2, \dots, m_{N-1}) \\ \quad + g(m_N - f_{N-1}, N) \quad (5) \\ f_0 = 0 \quad (6) \end{cases}$$

さて、ここで関数 g の必要条件として、以下の要請を考えることにする。

【公理I】 g は $(m-f)$ について連続、単調増加

【公理II】 g は N について単調減少

【公理III】 $\lim_{N \rightarrow \infty} g(m-f, N) = 0 \quad (7)$

$\lim_{(m-f) \rightarrow 0} g(m-f, N) = 0 \quad (8)$

【公理IV】 $g(m-f, 1) = m-f \quad (9)$

$g(m-f, 2) = \frac{1}{2}(m-f) \quad (10)$

公理Iの連続性は安定な尺度としての要請であり、単調増加性は評価値の差が大きいほど最終評価値の変化分も大きくなることを意味している。また公理IIは、競合数Nが大きいくほど、最後の評価値 m_N の、それまでの評価値 f_{N-1} に対する影響が少ないことを要請している。公理IIIの(7)式は、競合数が無限に大きくなれば、最後の評価値はそれまでの評価値に影響を与えないことを、(8)式は、最後の評価値がそれまでの評価値と同一ならば、最終評価値も同じにすることを意味する。公理IVの(9)式は、 $N=1$ のとき、その評価値自身が最終評価値であることを、

$$f_1(m_1) = m_1 \quad (11)$$

(10)式は、 $N=2$ のとき最終評価値を2つの評価の平均値

$$f_2(m_1, m_2) = \frac{m_1 + m_2}{2} \quad (12)$$

で与えることを意味する。

以上の4つの要請にもとづき関数 g を同定しよう。最終評価値の増分 Δf と評価の増分 Δm の比は、

$$\frac{\Delta f}{\Delta m} = \frac{f_N - f_{N-1}}{m_N - f_{N-1}} \quad (13)$$

で与えられる。これは競合数 N に依存する関数と考えられる。その変化の割合は、人間の心理的な要因が大きい。心理学的尺度構成としてべき法則⁶⁾を導入すると、パラメータ k 、 p を用いて

$$\frac{\delta}{\delta N} \left(\frac{\Delta f}{\Delta m} \right) = k \cdot p^{-N} \quad (14)$$

と表現できる。(14)式を解くと

$$\frac{\Delta f}{\Delta m} = -\frac{k}{\log p} p^{-N} + c \quad (15)$$

となる。積分定数 c は公理Ⅲ(7)式より

$$c = 0 \quad (16)$$

と求まる。また公理Ⅳから導かれる(9)式、(10)式を用いてパラメータ p 、 k を求めると、

$$p = 2, \quad k = -2 \log 2 \quad (17)$$

すなわち

$$\frac{\Delta f}{\Delta m} = \frac{1}{2^{N-1}} \quad (18)$$

となり

$$f_N(m_1, m_2, \dots, m_N) = f_{N-1}(m_1, m_2, \dots, m_{N-1}) + (m_N - f_{N-1}(m_1, m_2, \dots, m_{N-1})) \times \frac{1}{2^{N-1}} \quad (19)$$

を得る。

3.4 競合解消の手法

フレーム型ファジィ推論は、エレメント間の競合解消とスロット間の競合解消の2回の競合解消を行う。

エレメント間の競合解消で、スロットの照合度が求まる。エレメントはスロットの具体的なデータである。1つのスロットに対し質問として入力される複数のエレメントは、一言では表現できない多様な状態をその不確実性と共に表している。そこで、エレメントの

照合度を競合解消して得られるスロットの照合度を、不確実性と共に表す。スロットの不確実性は、求められたスロットの照合度と各エレメントの照合度との不偏分散を値とする。

スロット間の競合解消で、フレームの照合度とその不確実性が求められる。スロットの照合度は、不確実性と共に求められているので広がりを持っている。そこでスロットの照合度、広がり下限、広がり上限の3つについてそれぞれ別々に競合解消を行う。得られた3つの値は、フレームの照合度、フレーム下限の照合度、そして上限の照合度である。フレームの照合度の不確実性は、フレームの照合度と上限、下限各々の照合度との不偏分散を求め、これを値とする。最終推論結果は、フレームの照合度とその不確実性で表す。

3.6 多段階推論

1回の推論で必ずしも満足いく結論が得られるとは限らない。このフレーム型ファジィ推論では、競合解消の評価値の順序に依存して推論結果が変わってくる。そこで競合解消の順番を変えて推論を行う。逐次的競合解消の評価値の順序については、最初に現れるものほど評価値の信頼度が高いと定義した。ここで提案するフレーム型ファジィ推論では、エレメント間の競合解消とスロット間の競合解消の2回の競合解消を行う。

エレメントはスロットの具体的なデータである。エレメントの照合度は、質問として入力されるエレメントのvaguenessが低いもの(0に近いもの)とのマッチングで得られた照合度ほど、その評価の信頼度が高い。エレメントの競合解消順序は、エレメントのvaguenessが小さいもの順で行う。すなわち、多段階推論では問題にしないことにした。

多段階推論は、スロット間の競合解消順序を変えて行う。競合解消順序の指定は、ユーザに入力させることが望ましい。スロットは、

フレームの属性であり、入力状態、状況によりその重みが違って来るからである。また、ユーザ自身でも頭の中で推論結果を予想することができ、推論結果の解釈が容易になる。

§5 おわりに

確率集合論のmembership概念, vagueness概念の立場から、ファジィフレーム型知識表現を解釈し直し、あいまいさを論理的根拠を持って客観的に表現した。知識をデータ構造の一種とみなしたフレーム型ファジィ推論では、ファジィ集合の照合度計算を新たに提案し、さらに逐次的競合解消や多段階推論を提案した。

今後の研究課題として、多段階推論についてさらに言及し、ファジィフレーム型知識表現の拡張を考えている。

参 考 文 献

- 1) 寺野, 増井, 笠井: ファジィ集合を用いたフレームシステム, 第28回自動制御連合講演会, pp. 261/262, (1985)
- 2) 笠井: ファジィ推論を用いたフレームシステムの一研究, 法政大学大学院修士論文 (1986)
- 3) L. A. Zadeh: Outline of a New Approach to the Analysis of Complex System and Decision Process, IEEE Trans. SMC-3, pp. 28/44, (1973)
- 4) K. Hirota: Extended Fuzzy Expression of Probabilistic Sets, Advances in Fuzzy Set Theory and Applications, M. M. Gupta et al. eds., North Holland, pp. 201/214, (1979)
- 5) K. Hirota, E. Czogala and W. Pedrycz: A New Data-Input Method Based on the Concept of Extended Fuzzy Expression & Subjective Entropy of Probabilistic Sets, in Applications of Fuzzy Set theory in Human Factors, edited by W. Karwowski and A. Mital, Elsevier Science Publishers B. V., pp. 87/100 Amsterdam (1986)
- 6) P. H. Lindsay, D. A. Norman: 「情報処理心理学入門I」, サンエンス社, pp. 259/279

多重推論則に対する準同型基準について
On the Homomorphism Criteria of Fuzzy Multiple Inference Rules

江澤 義典
Yoshinori Ezawa

関西大学 工学部
Faculty of Engineering, Kansai University

Abstract

The problem-solving power of an expert system based on approximate reasoning primarily depends upon the function of the inference method it employs. The homomorphism criteria of fuzzy inference rules are introduced and discussed by several researchers. In this paper, the concepts of homomorphic negative fuzzy modus ponens as the extensions of ordinary negative modus ponens. Then the condition for the reasonable "multiple fuzzy inference" with respect to the homomorphism criteria is derived.

1. はじめに

プロダクションシステムにおいては曖昧な事象に対する知識をファジィ集合で表現することによって、重み集合とか確信度などの便宜的方法で曖昧さを扱うシステムでは非常に複雑な処理を要求されていた多くの推論過程に対して、簡潔な取り扱いが可能となる。

プロダクションシステム等の宣言的知識表現を採用しているエキスパートシステムにおいては、観測された事象の帰属度がシステムに格納されている知識の条件部における事象の帰属度に類似している場合には、推論結果の事象もまた条件部と同様にシステムに格納されている知識の帰結部における事象の帰属度と同様に類似していることが期待される。そこで、プロダクション規則における個々の条件部で表現される知識が単一である場合について、準同型の意味で合理的なファジィ推論を行うシステムの条件を先に報告した。

本報告では、新たに条件部の知識対象空間に対する専門家知識が多重である場合 (IF~ THEN~ELSE~を含む多重推論形式) に対しても準同型の意味で合理的な類推を行うファジィ推論システムの性質を明らかにする。

2. ファジィ推論

本節ではファジィ推論に関する定義を確認しておく。ここではファジィ集合の帰属関数

は対象集合から単位区間 $[0, 1]$ の上への写像であると考える。

[定義 1] 直接型ファジィ推論則はファジィ前提からファジィ結論を導く図式であり、以下の様に定式化される。

大前提：もしも x が A であるならば y は B であり、

小前提： x が C であるならば、 (1)

結論： y は D である。

ここで、 x と y は対象名であり A, B, C, D はそれぞれ対象集合 U, V, U, V の上で定義されたファジィ集合である。

[定義 2] ファジィ集合 A ならびにファジィ集合 B を用いて表現されたファジィ命題

「もしも x が A であるならば y は B である」を直積対象集合 $U \times V$ の上のファジィ関係 R で表現することにする。このとき、 R の帰属度は A の帰属度と B の帰属度との関数であり、次式で定める。

$$\mu_R(u, v) = f(\mu_A(u), \mu_B(v)). \quad (2)$$

[定義 3] 図式 (1) においてファジィ命題である大前提と小前提から結論となるファジィ命題を導くには、大前提を表現するファジィ関係 R と小前提のファジィ集合 C との MAX-MIN 合成を行うことにより、ファジィ集合 D を求めることに帰着する。

次に、図式 (1) の対偶を考える。すなわち、小前提が大前提の帰結部の否定に対応するファジィ命題となっている場合である。

[定義 4] 対偶型ファジィ推論則はファジィ前提からファジィ結論を導く図式であり、以下の様になる。

大前提：もしも x が A であるならば y は B であり、

(対偶：もしも y が $\sim B$ ならば x は $\sim A$ であり)

小前提: y が D であるならば, (3)

結論 : x は C である.

3. ファジィ推論の準同型基準

実際のシステムにおける推論過程をファジィ推論で表現するとき、大前提条件部のファジィ集合と小前提のファジィ集合が近似的に等しい場合には結論のファジィ集合は大前提の帰結部のファジィ集合と近似的に等しいことが期待される。しかも、それらの近似度合いも同程度であることになるだろう。

[定義 5] 同一の対象空間上のファジィ集合 A とファジィ集合 B とが ψ 順序準同型であるとは全ての要素に対して A の帰属度の順序と B の帰属度の順序とが一致していることである。すなわち, $u \in U$,

$$\mu_A(x) = \psi(\mu_B(x)). \quad (4)$$

$A = \psi(B)$ と略記する。

[定義 6] 図式(1)の小前提においてファジィ集合 C がファジィ集合 $\psi(A)$ と等しいときに、結論のファジィ集合 D がファジィ集合 $\psi(B)$ と等しくなるとき準同型基準(ψ -ファジィmodus ponens, ψ -fmp)が成立するという。

同様に、図式(4)の小前提において $D = \psi(\sim B)$ なるとき結論においても $C = \psi(\sim A)$ となるならば対偶準同型基準(ψ -ファジィmodus tollens, ψ -fmt)が成立するという。

[定理 1] 図式(1)において任意の順序準同型写像 ψ に対して ψ -fmpが成立するための必要十分条件は、任意の $u \in U, v \in V$ に対して

$$\begin{aligned} \mu_A(u) = \mu_B(v) \quad \text{ならば} \quad \mu_R(u, v) \geq \psi(\mu_B(v)), \\ \mu_A(u) > \mu_B(v) \quad \text{ならば} \quad \mu_R(u, v) \wedge \psi(\mu_A(u)) \leq \psi(\mu_B(v)), \end{aligned} \quad (5)$$

が成立することである。

[定理 2] 図式(3)において任意の順序準同型写像 ψ に対して ψ -fmtが成立するための

必要十分条件は、任意の $u \in U, v \in V$ に対して

$$\mu_A(u) = \mu_B(v) \quad \text{ならば} \quad \mu_R(u, v) \geq \psi(\mu_{\neg A}(u))$$

$$\mu_A(u) > \mu_B(v) \quad \text{ならば} \quad \mu_R(u, v) \wedge \psi(\mu_{\neg B}(v)) \leq \psi(\mu_{\neg A}(u)) \quad (6)$$

が成立することである。

一般的には、ある命題が真である場合に、その逆命題が真であるとは限らないものである。つまり、逆推論の結果は未知 (“unknown”) にならざるを得ない。ファジィ集合で表現するならば対象空間全域が指定される事になるはずである。そこで、図式 (1) の逆を考える。すなわち、小前提が大前提の条件部の否定に対応するファジィ命題となっている場合である。さらに、準同型近似が成立する場合には以下の否定型基準が得られる。

[定義 7] 図式 (1) の小前提においてファジィ集合 C がファジィ集合 $\psi(\sim A)$ と等しいときに、結論のファジィ集合 D がファジィ集合 $\psi(V)$ と等しくなるとき否定型準同型基準 (ψ -否定ファジィ modus ponens, ψ -nfmp) が成立する。

同様に、図式 (4) の小前提において $D = \psi(B)$ なるとき結論部において $C = \psi(U)$ となるならば否定型待遇準同型基準 (ψ -否定ファジィ modus tollens, ψ -nfmt) が成立する。

以下の図式で表現される。

大前提: もしも x が A であるならば y は B であり,

小前提: x が $\psi(\sim A)$ であるならば, (7)

結論 : y は $\psi(V)$ である。

[定理 3] 図式 (7) において任意の順序準同型写像 ψ に対して ψ -nfmp が成立するための必要十分条件は、任意の $v \in V$ に対して $u^* \in U$ が存在し

$$\mu_A(u^*) = 0 \quad \text{かつ} \quad \mu_R(u^*, v) \geq \psi(1) \quad (8)$$

が成立することである。

[定理 4] ファジィ推論図式において任意の順序準同型写像 ψ に対して ψ -nfmp が成立するための必要十分条件はファジィ関係 R が次式を満たすことである。

任意の $u \in U$ に対して $v^* \in V$ が存在し

$$\mu_B(v^*) = 1 \quad \text{かつ} \quad \mu_R(u, v^*) \geq \psi(1). \quad (9)$$

次に、複数個の大前提を包含した推論図式を考える。

[定義 8] n 重ファジィ推論図式とは以下のように n 個の大前提を含む推論図式であり、以下の様になる。

大前提 1: もしも x が A_1 であるならば y は B_1 であり、

大前提 2: もしも x が A_2 であるならば y は B_2 であり、

...

大前提 n : もしも x が A_n であるならば y は B_n であり、

小前提: x が C であるならば, (10)

結論 : y は D である。

[定義 9] 図式 (10) の小前提においてファジィ集合 C がファジィ集合 $\psi(A_k)$ と等しいときに、結論のファジィ集合 D がファジィ集合 $\psi(B_k)$ と等しくなるとき準同型基準 (ψ -fmp) が成立するという。

[定義10] ファジィ命題 P_1 と P_2 が相補的であるとは、各命題の条件部のファジィ集合が互いに相補的である場合をいう。また、各命題の帰結部が互いに分離的であるとき P_1 と P_2 は分離的關係にあるという。

[定理 5] n 重ファジィ推論図式(10)において任意の順序準同型写像 ψ に対して ψ -fmp が成立する十分条件は、各命題について ψ -fmp および ψ -nfmp が成立し、かつ任意の命題対が相補的であることである。

[定理 6] n 重ファジィ推論図式(10)において任意の序準同型写像 ψ に対して ψ -fmt が成立する十分条件は、各命題について ψ -fmt および ψ -nfmtが成立し、かつ任意の命題対が分離的であることである。

4. おわりに

ルールベースのプロダクションシステムなどにおいてファジィ集合を応用する場合には複数個の命題を制御することが要求される。そのようなとき、知識ベースの相互関連をどのように設定するかは難問であった。本報告で示した準同型基準を実現する十分条件は、一見、とても制限の「きつい」ものに見えるが、 $If \sim then \sim else \sim fi$ の構文に対しては大変常識的であることが分かる。

参考文献

- 1) Ezawa, Y. & Mizumoto, M. : Linguistic Hedges and Reasonable Fuzzy Inferences, Proceedings of the IFAC Symposium, Marseille, PP.243-248 (1983).
- 2) Ezawa, Y.: Homomorphism Criteria of Fuzzy Inference under MAX-DRASTIC Composition, First IFSA Congress on July 1-6 at Mallorca, (1985).
- 3) Buckley, J.J. Siler, W. & Tucker, D. : A fuzzy expert system, Fuzzy Sets and Systems, 20, pp.1-16 (1986).
- 4) Leech, M.Z. & Kandel, A. : Fuzzy relational data bases - a key to expert system, Verlag TUV Rheinland, (1984).
- 5) Mizumoto, M & Zimmermann, H.J. : Comparison of Fuzzy Reasoning Method, Fuzzy Sets and Systems, 8, PP.253-283 (1982).
- 6) 水本 : ファジィ論理とファジィ推論, 数理科学, 25, 2 pp.10-18 (1987).
- 7) 菅野 : あいまい理論, 計測と制御, PP.1-6, 171-174, 380-384, 454-458, 554-559 (1983).
- 8) Yager, R.R. : On the Implication Operator in Fuzzy Logic, Information Science, 31, PP.141-164 (1983).
- 9) Zadeh, L.A. : Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes, IEEE Tran. SMC-3, PP.28-48 (1973).
- 10) Zadeh, L.A. : Is probability theory sufficient for dealing with uncertainty in AI? in Kanal & Lemmer eds. "Uncertainty in Artificial Intelligence", Elsevier Science Pub. (1986).

Min, Max演算によるファジィフリップフロップ回路の実現
Fuzzy Flip Flop Implementation using Min Max Operations

廣田 薫*, 小沢 和浩**
Kaoru HIROTA and Kazuhiro OZAWA

* 法政大学工学部電気工学科計測制御専攻
Dept. of Instrument & Control Eng. College of HOSEI Univ.
** 法政大学大学院工学研究科電気工学専攻
Dept. of Electric Eng., Eng. Division, Grad. School of HOSEI Univ.

Abstract

Two types of characteristic equations, that are set type and reset type, of fuzzy flip flop have already been proposed as an extension form of that of binary J-K flip flop using concepts of fuzzy negation, t-norm, and s-norm operations. The characteristic equations of fuzzy flip flop are unified in the case of 1-, Min, and Max system. Based on this definition, real hardware implementation of a fundamental part of fuzzy flip flop is performed. Good agreement is obtained between the results of computer simulation and the results of real hardware implementation.

1. はじめに

近年、ファジィコンピュータの実現に向けて、ファジィ推論などの各種演算を直接ハードウェアレベルで実行可能なプロセッサがいくつか提案され、電流モードでファジィ演算を行うICや¹⁾、デジタル近似によりファジィ推論を行うVLSIがすでに実現されている²⁾。しかし、より人間に近い推論及び処理機能を持つ本格的なファジィコンピュータのアーキテクチャーを考えると、推論途中の一時記憶素子として、ファジィ情報の記憶装置を実現しなければならない。

我々は、以前に二値情報の記憶素子として最も基本的な J-K フリップフロップ回路について、その真理値表から得られる特性方程式を t-norm, s-norm, ファジィ否定を用いて二値論理からファジィ論理への拡張を行い、ファジィフリップフロップの定義を行った^{3) 4)}、さらに、各種ファジィ演算を用いた場合のファジィフリップフロップの特性も明らかにした⁵⁾。

本研究では、この定義に基づきファジィフリップフロップ回路の基本部分のハードウェアレベルからの構築を試み、その特性を明らかにした。

2. ファジィフリップフロップの定義

2値J-Kフリップフロップの特性方程式(2-1)をファジィ否定、t-norm, s-norm をもちいて2値論理からファジィへの拡張を行うと、式(2-2)が得られる。

$$Q(t+1) = J\bar{Q} + \bar{K}Q \quad (2-1)$$

$$Q(t+1) = (J \oplus Q^0) \odot (K^0 \oplus Q) \quad (2-2)$$

また、主乗法標準形を用いて得られる結果を簡単化した論理式(2-3)から、同様に、ファジィ

ィへの拡張を行うと、式(2-4)を得る。

$$Q(t+1) = (J+Q)(\bar{K}+\bar{Q}) \quad (2-3)$$

$$Q(t+1) = (J \oplus Q) \oplus (K^0 \oplus Q^0) \quad (2-4)$$

2値論理においては、式(2-1)と式(2-3)が等価なことは2値論理において成立する各種演算規則を適用することによって確かめることができる。しかし、ファジィ論理においては、相補律が成立していないため、式(2-2)と式(2-4)の演算結果は等しくない。これは、ファジィ論理では、相補律に対応する演算が式(2-5)のように不等号で与えられていることや分配律も一般には成立していないことに起因している。

$$A \oplus A^0 \geq 0, \quad A \oplus A^0 \leq 1 \quad (2-5)$$

ただし、次の命題は成立している。

[命題2.1] ファジィ否定、t-norm, s-norm に

$$A \oplus (B \oplus C) \geq (A \oplus B) \oplus (A \oplus C) \quad (2-6)$$

が成立すれば

$$(J \oplus Q) \oplus (K^0 \oplus Q^0) \geq (J \oplus Q^0) \oplus (K^0 \oplus Q) \quad (2-7)$$

が成立する。

[証明2.1] $(J \oplus Q) \oplus (K^0 \oplus Q^0)$

$$\begin{aligned} &\geq (J \oplus (K^0 \oplus Q^0)) \oplus (Q \oplus (K^0 \oplus Q^0)) \\ &\geq (J \oplus K^0) \oplus (J \oplus Q^0) \oplus (Q \oplus K^0) \oplus (Q \oplus Q^0) \\ &= \{(J \oplus Q^0) \oplus (K^0 \oplus Q)\} \oplus \{(J \oplus K^0) \oplus (Q \oplus Q^0)\} \\ &\geq \{(J \oplus Q^0) \oplus (K^0 \oplus Q)\} \oplus 0 \\ &= \{(J \oplus Q^0) \oplus (K^0 \oplus Q)\} \quad (\text{q. e. d.}) \end{aligned}$$

次に、2値論理との対応を考えるために、JとKがそれぞれ{0, 1}の場合のみについて式(2-2)と式(2-4)の値を計算した結果を表2.1に示す。ここで、式(2-2)の計算結果は、J=0, K=1のreset

表 2.1 reset形set形と2値論理との対応

| J | K | 二値 J-K FF | reset type 式(2-2) | set type 式(2-4) |
|---|---|--------------|----------------------|--------------------|
| 0 | 0 | Q | Q | Q |
| 0 | 1 | 0 | 0 | $Q \oplus Q^0$ |
| 1 | 0 | 1 | $Q^0 \oplus Q$ | 1 |
| 1 | 1 | Q | Q^0 | Q^0 |

入力に対して出力値0が実現され、式(2-4)の結果はJ=1, K=0のset入力に対して出力値1が実現されていることがわかる。そこで、式(2-2)で表されるものをreset形ファジィフリップフロップ、式(2-4)で表されるものをset形ファジィフリップフロップと呼ぶことにする。

3. Min, Max演算を用いたファジィフリップフロップ

ファジィ論理で最も基本的なt-normとしてMin(\wedge)、s-normとしてMax(\vee)、ファジィ否定とし

て1からの差を用いた場合のファジィフリップフロップについて述べる。式(2-2)と式(2-4)をこれらの演算を用いて書き直せば、

$$Q_R(t+1) = \{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-K) \wedge Q\} \quad (3-1)$$

$$Q_S(t+1) = (J \vee Q) \wedge \{(1-K) \vee (1-Q)\} \quad (3-2)$$

が得られる。ここで、式(3-1)がreset形、式(3-2)がset形である。これらの計算を実行すると、 $Q(t)=0$ 、 $Q(t)=1$ のときset形はreset形と同一の値をとることがわかる。また、 $0 < Q(t) < 1$ の場合ではこのset形のとる値は、式(3-1)で示したreset形の取る値以上になっている。これは、式(2-6)を満たし（しかもこの場合等号すなわち分配律が成立している）命題2.1が成立することからも明かである。さらに、 $J=K$ のとき、set形、reset形の計算結果が一致していることがわかる。これは、解析的にも証明可能である。

そこで、2値フリップフロップの性質を保存してファジィへの拡張を行うため、 $J \geq K$ の領域においては式(3-2)で示したset形をまた、 $J \leq K$ の領域においては式(3-1)で示したreset形を用いることにすると、set入力に対する出力値1を、また、reset入力に対する出力値0を実現することが可能となる。すなわち、

$$Q(t+1) = \begin{cases} (J \vee Q) \wedge \{(1-K) \vee (1-Q)\} & (J \geq K) \\ \{J \wedge (1-Q)\} \vee \{(1-K) \wedge Q\} & (J \leq K) \end{cases} \quad (3-3)$$

これを、基本的なファジィフリップフロップの演算式と考えることにする。この出力特性を $Q(t)$ の値が $Q(t)=0$ 、 $Q(t)=0.25$ 、 $Q(t)=0.5$ 、 $Q(t)=0.75$ 、 $Q(t)=1.0$ について表示したものを図3.1(a)～(e)に示す。

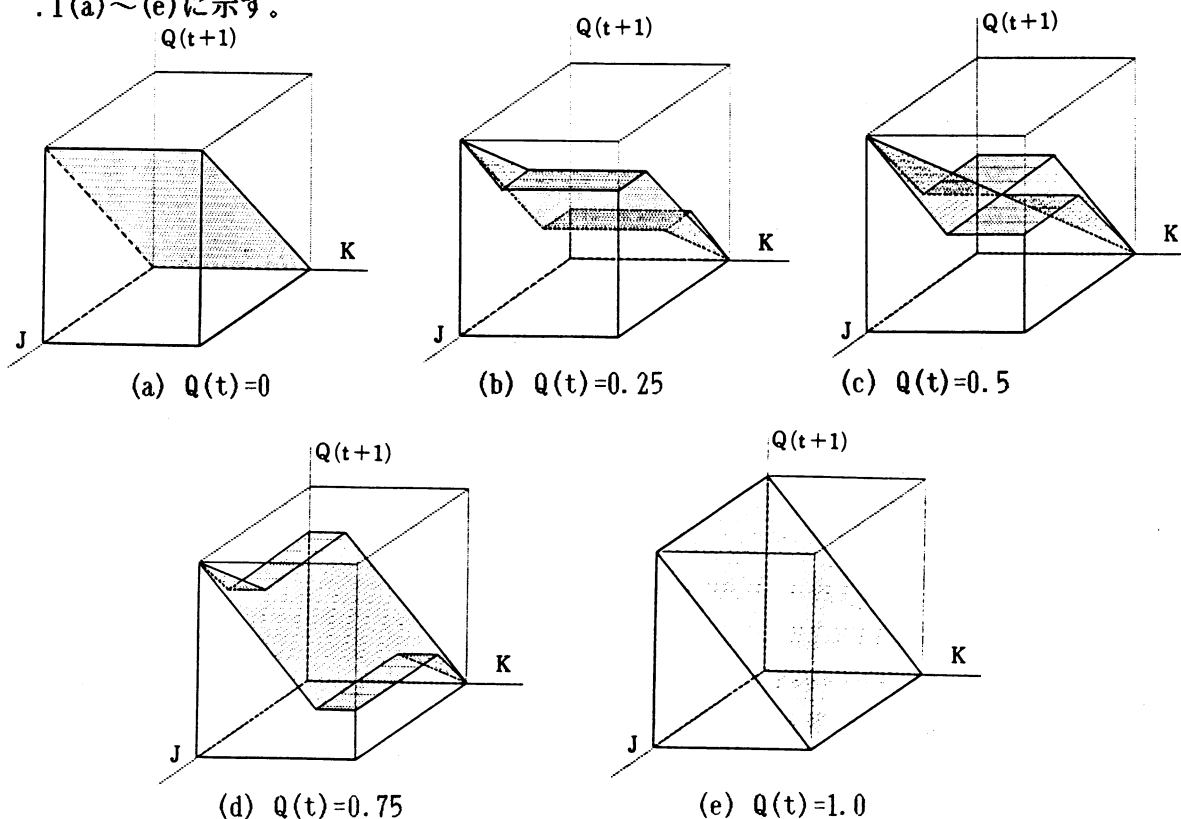


図 3.1 Min, Max演算を用いたファジィフリップフロップの出力特性

4. ファジィフリップフロップの回路化

ファジィフリップフロップの回路は、一般に、ファジィ否定ゲート回路、t-normゲート、s-normゲートが与えられれば、容易に実現することができる。set形ファジィフリップフロップ、およびreset形ファジィフリップフロップの回路図を図4.1(a)、(b)に示す。

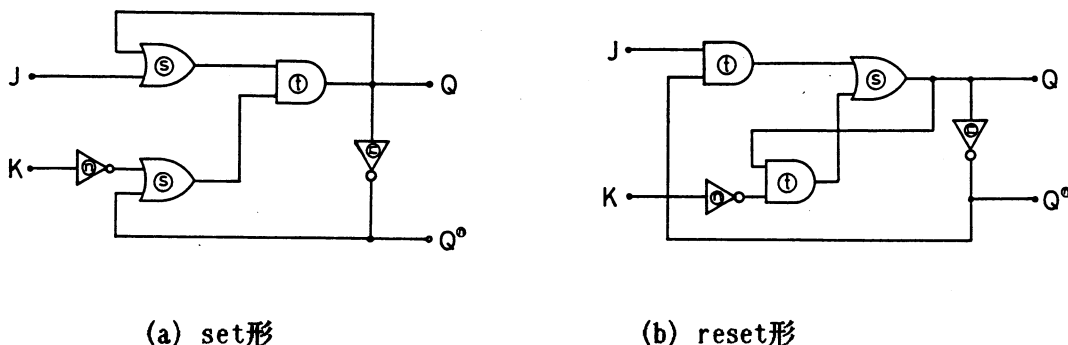


図4.1 ファジィフリップフロップ回路

1-、Min, Max演算を用いJとKの大小により場合分けを行ったファジィフリップフロップの基本的な演算式として定義した式(3-3)の演算を実現する回路としては、図4.1のset形、reset形にJとKの大小で切り替えを行う比較器とリ-を加えた回路を考えればよい。しかし、回路の集積化を考慮すると、これはあまり好ましいことではない。

そこで、JとKの大小によって場合分けすることなく、set形、reset形の出力値の合成結果が得られる式(4-1)を用いることにする。この表現法は、2値J-Kフリップフロップ回路の出力値を与え

$$Q(t+1) = (J \otimes K^0) \oplus (J \otimes Q) \oplus (K^0 \otimes Q^0) \quad (4-1)$$

る論理式(2-1)から、主乗法標準形により得られる式(2-3)への変形の途中に現れる、

$$\overline{JK + JQ + QK} \quad (4-2)$$

にド・モルガンの法則を適用することによって、

$$(J + \bar{K}) (J + Q) (\bar{K} + \bar{Q}) \quad (4-3)$$

と変形し、さらに t-norm, s-norm, ファジィ否定を用いてファジィへの拡張を行ったものである。式(4-1)でJとKが{0, 1}の場合のみについて計算を行ったものを表4.1に示す。J=0, K=1のreset入力に対する出力値Q(t+1)=0とJ=1, K=0のset入力に対する出力値Q(t+1)=1がともに実現され、また、J=0, K=0の入力に対しては、現在の出力値Q(t)を保持し、J=1, K=1の入力に対しては、反転の動作を行うことから、set形、reset形の両方の性質を持ち合わせていることがわかる。式(4-1)の演算を実現する回路はゲートレベルでは、図4.2のように表すことができる。

表 4.1 ファジィフリップフロップの出力値

| J | K | Q (t+1) 式(4-1) |
|---|---|-------------------|
| 0 | 0 | Q |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | Q [ⓐ] |

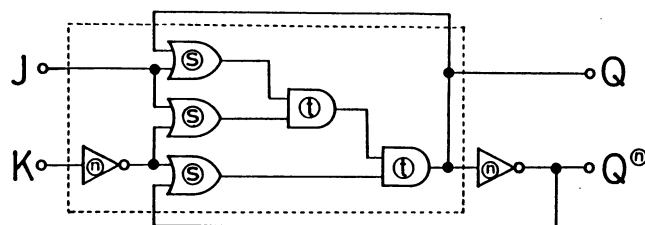


図4.2 ファジィフリップフロップ回路

さらに、1-, Min, Maxの場合には、式(4-1)と式(3-3)の値は、全てのJ, K, Q(t)に対して完全に一致することも確認できる。そこで、実際の回路化については、式(4-1)から得られる

$$Q(t+1) = (J \vee (1-K)) \wedge (J \wedge Q) \vee ((1-K) \wedge (1-Q)) \quad (4-4)$$

に従って考えることにする。

山川らにより既に提案されている 1-, Min, Max のファジィ演算を電圧レベルで実行できるファジィ論理素子^{6) 7)}を用いると、式(4-4)の演算を実現する回路は図4.3に示すようにトランジスタレベルから構成することができる。ここでは、簡単のため図4.2に示した点線の部分のみについての回路の構築を試みた。電源電圧としては±6.5Vを用い[0, 1]を[0V, 5V]の電圧値に対応させている。

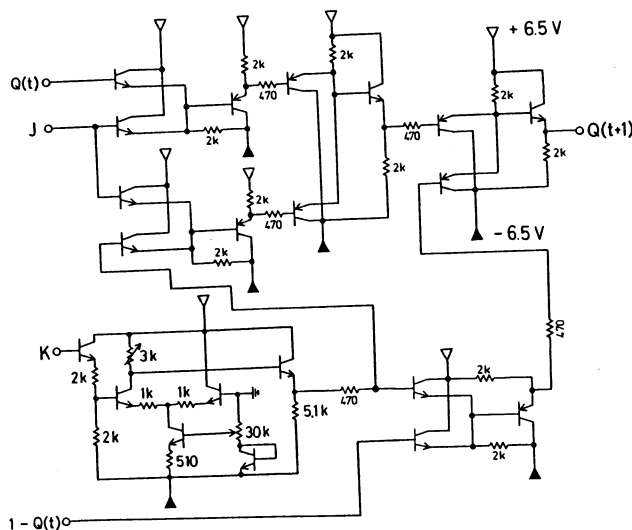


図4.3 ファジィフリップフロップ回路の回路図

図4.4(a)~(c)に、この回路の入出力特性の一例を示す。(a)は、J=K=0のファジィ情報の記憶動作を示すもので、(b)は、J=K=1の反転の動作を示している。また、(c)はJ=0, K=0.4のときの出力特性を示している。いずれの場合にも、計算機シミュレーションの結果とよく一致している。

これらの実験結果は簡単のためクロック信号は無視しているが、ファジィフリップフロップ回路の基本部分の特性については良い結果が得られている。

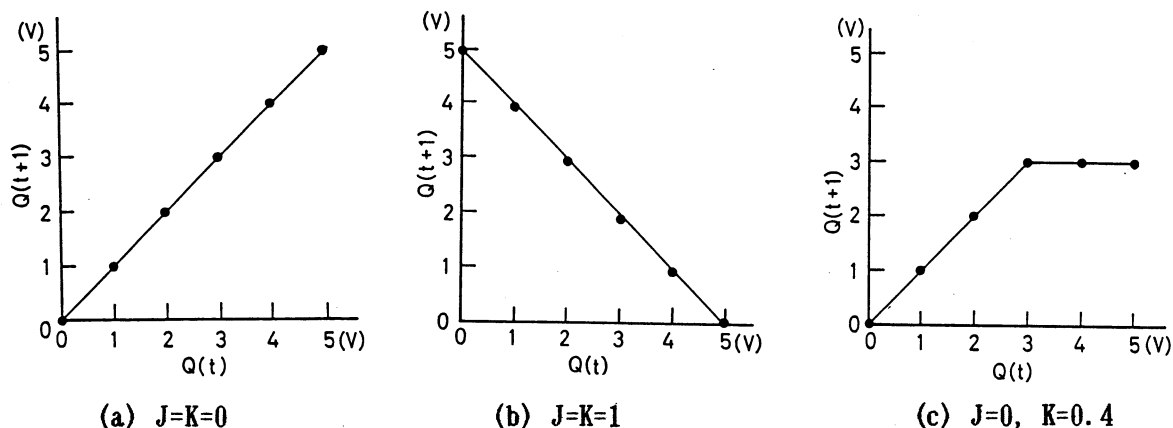


図4.4 ファジィフリップフロップ回路の入出力特性の一例

5. おわりに

2値J-Kフリップフロップの拡張として定義されたreset型、set型ファジィフリップフロップについて、1-, Min, Max演算を用いた場合に、reset型、set型の両特性を表現できる統一式を提案した。この定義から、ファジィフリップフロップのハードウェア化への可能性が示されたため、その基本的な部分の回路化を試みた。今回作成した回路では、 $[0, 1]$ の値を $[0V, 5V]$ の電圧値に対応させている。また、回路の入出力特性は計算機シミュレーションの結果をよく再現している。

この結果から、ファジィ推論における多段階推論の一時記憶素子として、またファジィコンピュータの記憶素子として利用が期待される。

References

- 1) T. Yamakawa, T. Miki and F. Ueno, The Design and Fabrication of The Current Mode Fuzzy Logic Semi-Custom IC in The Standard CMOS IC Thechnology, Proc. 1985 ISMVL (IEEE), pp. 76/82
- 2) M. Togai and H. Watanabe, A VLSI Implementation of Fuzzy Inference Engine toward an Expert System on a Chip, Proc. 2nd Int. Conf. on AI and Applications (IEEE), Dec. 1 1985, pp. 192/197
- 3) K. Hirota and K. Ozawa, Concept of Fuzzy Flip Flop, Proc. 2nd IFSA Congress, Jul. 2 0/25, 1987 (to appear)
- 4) 廣田、小沢、Fuzzy Flip Flop のモデル化、第25回SICE学術講演会予稿集、Jul., 23/25, 1 986, pp. 223/224
- 5) 廣田、小沢、各種ファジィ演算を用いたフリップフロップのファジィ化、法政大学工学部研究集報、第23号、1987, pp. 69/94
- 6) T. Yamakawa, High-Speed Fuzzy Controller Hardware System, Proc. 2nd Fuzzy System Symposium, Jun. 16/18, 1986, pp. 122/130
- 7) 山川、白井、井上、上野、ファジィ論理のハードウェア化(基本演算回路)に関する一考察、電子通信学会論文誌(C)、 Vol. J63-C No. 10, 1980, pp. 720/721

多入力ファジィメンバーシップ関数 によるハードウェア

A Hardware Using Many-Inputs Fuzzy Membership Function

白井 雄二

佐々木 守

上野 文男

井上 高宏

Yuji Shirai

Mamoru Sasaki

Fumio Ueno

Takahiro Inoue

(八代 高専)

(熊本大学 工学部)

Yatsushiro National

Faculty of Engineering, Kumamoto University

College of Technology

Abstract

A many-inputs membership function is shown by groups of one-input membership functions. And this many-inputs membership function is described from the bounded difference equations.

The circuit of many-inputs membership function which is described for difference equations, is constructed using current mirror circuits.

1. まえがき

1入力メンバーシップ関数回路を拡張した多入力メンバーシップ関数回路は、ファジィシステムをより効果的にするために重要な回路である。

今までのファジィ制御ではまず入力値をメンバーシップ関数により0~1のファジィ・グレードに直し、その値で論理演算を行い、その結果より制御を行うことがこれまでの方法であった。

本論文では、ファジィ・グレードで論理演算せず、複数の入力に対する出力が分かっているものとし、その値を対応させた入出力システムを考えた。

即ち、入力が与えられると回路中で演算することなしに、すぐさまそれに対応する出力が得られるような多入力メンバーシップ回路を構成しておけば、動作速度が上がり効率的な動作が行える。

この論文では多入力ファジィ論理メンバーシップ関数回路をシステム化するための理論と、実際にファジィ論理演算の最小単位である限界差と加算で多入力メンバーシップ関数回路を構成して得られた論理動作について述べる。

2. メンバーシップ関数

ファジィ集合Aとはメンバーシップ関数 μ_A によって特性づけられた集合で、値 $\mu_A(x)$ はAのxにおけるグレード(所属度)を表す。

そしてそのファジィ集合Aの表記法として有限集合の場合、次のように表される。

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_N)}{x_N} = \sum_{i=1}^N \mu_A(x_i) / x_i \quad (1)$$

($\mu_A(x_i) \in [0, 1]$)

同様にして多入力の集合Rのメンバーシップ関数 μ_N を考える。

多入力メンバーシップ関数は、x番目の集合 U_x のi番目の要素を u_{xi} と表し、N個の集合の入力変数値の組、

($u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{Ni}$)

に対するファジィグレードは、

$\mu_N(u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{Ni})$,

となる。このとき集合Rの表記法を、次のように表記する。

$$R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dots \sum_{k=1}^N \mu(u_{1i}, u_{2j}, \dots, u_{Nk}) / (u_{1i}, u_{2j}, \dots, u_{Nk}) \quad (2)$$

($\mu(u_{1i}, u_{2j}, \dots, u_{Nk}) \in [0, 1]$)

ただし、ポイント $u_{1i}, u_{2j}, \dots, u_{Nk}$ は、最小単位uの非負整数倍の値を取り、ポイント間は線形補間することで定義する。

マトリックスによる表現も可能である。

2. 1 メンバーシップ関数の基本関数

1入力メンバーシップ関数を表現するための標準関数としてS関数、Z関数、 π 関数等が考えられている。

しかし、Z関数、 π 関数はS関数の論理補、論理積を取ることで構成できる。またこのS関数は、限界差回路で構成可能である⁽¹⁾。

そして、多入力メンバーシップ関数 μ_N は基本の1入力メンバーシップ関数の交わりで表せる。

S関数の形は図1のようになり、 $S_x^{(u_{xi})}$, $S_x^{(u_{xi})}$ を次のように定義する。

$$S_x^{(u_{xi})} = \begin{cases} 0 & (x \leq u_{xi} - u) \\ x - u_{xi} + u & (u_{xi} - u < x < u_{xi}) \\ u & (x \geq u_{xi}) \end{cases} \quad (3)$$

(x : 入力値)

(u_{xi} : パラメータ)

(u : 最小単位)

$$S_x^{(u_{xi})} = (S_x^{(u_{xi})} - S_x^{(u_{x(i+1)})}) \quad (4)$$

(4)式は本論文の基本関数であり図2に示す。

ここで、xは全体集合Rの要素である入力値、パラメータ u_{xi} は変化するポイントを示す。

2.2 多入力メンバーシップ関数

前述の基本関数を用いて、離散メンバーシップ関数の線形補間によって定義した連続メンバーシップ関数の構成法を提案する。

多入力メンバーシップ関数における集合 U_1, U_2, \dots, U_N 各々の入力値に対しても基本関数の式を対応させ、それら N 個の式の交わりの形で表すと、次のようになる。

$$R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dots \sum_{k=1}^N \mu_N(u_{1i}, u_{2j}, \dots, u_{Nk}) / u \quad S_1 \cap S_2 \cap \dots \cap S_N \quad (5)$$

(\cap : 交わり, $S_x \in [0, u]$)

(u は最小単位)

この式で、最小単位 u で割り算をしている。これは、メンバーシップ関数 μ_N の値の範囲が、 $\mu_N \in [0, 1]$ であるが、基本関数の形が、図2に示すように高さが最小単位 u となるからである。

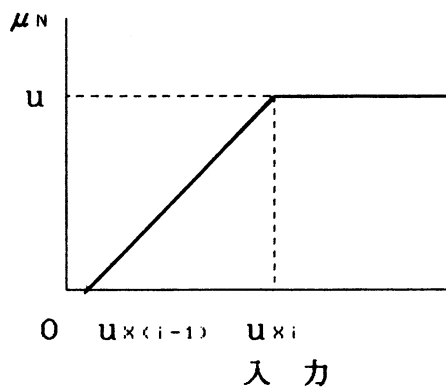


図1 S関数

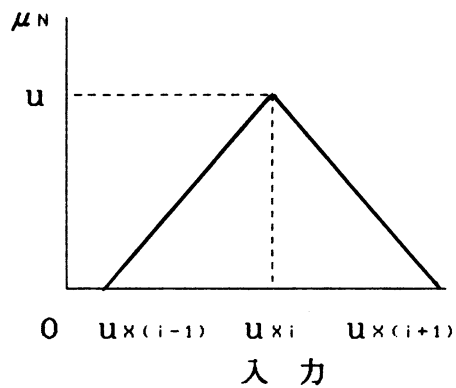


図2 メンバーシップ関数の基本関数

2.3 ナイキスト展開

前記の式(5)をS関数で表すように変形する。

$$R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dots \sum_{k=1}^N g_{1i, 2j, \dots, Nk} S_1 \cap S_2 \cap \dots \cap S_N \quad (6)$$

(\cap : 交わり, $S_x \in [0, u]$)

このとき、 $g_{1i, 2j, \dots, Nk}$ は係数である。これはナイキスト展開によって求められる⁽²⁾。

限界差式 Z は以下の式で定義される。

$$Z = x \ominus y = \begin{cases} 0 & (x \leq y) \\ x - y & (x > y) \end{cases} \quad (7)$$

これを用いて $S_x^{(u_{xi})}$ を限界差式で表すと、

$$S_x^{(u_{xi})} = u \ominus (u_{xi} \ominus u_x) \quad (8)$$

(u_x : 集合 U_x の要素である入力変数値)

(u_{xi} : パラメータ)

(u : 最小単位)

となる。

本論文では、S関数の交わりを回路化する際、wired-sumを用いた。メンバーシップ関数の交わりを限界差式にすると、以下のようなになる。

$$S_x \cap S_y = \{u \ominus ((u_{xi} \ominus x) + (u_{yi} \ominus y))\} \quad (9)$$

N個のS関数の交わりについていえば、

$$S_1 \cap S_2 \cap \dots \cap S_N = \{u \ominus \sum_{x=1}^N (u_{xi} \ominus u_x)\} \quad (10)$$

と定義する。従って、式(6)はS関数により、

$$R = \sum_{g_k \in J_0} g_k \{u \ominus \sum_{x=1}^N (u_{xi} \ominus u_x)\} \ominus \sum_{g_h \in J_1} |g_h| \{u \ominus \sum_{x=1}^N (u_{xi} \ominus u_x)\} \quad (11)$$

と表される。

式(11)で、多入力メンバーシップ関数Rは、正の値のみを取るので、集合 J_0 の要素を係数とするS関数の交わり項は、集合 J_1 の要素を係数とするS関数の交わり項より大きい。

係数 g_k 、 $|g_h|$ は、乗算であるが、乗算は非負の正数倍なので加算の個数によって表される。

そこで、多入力メンバーシップ関数は、限界差と加算によって記述されることになる(限界差式)。

そして、この限界差式は電流ミラー回路を用いた限界差回路で実現可能である。

3. ハードウェア化

2. で述べた多入力メンバーシップ関数の具体例として、2入力メンバーシップ関数 Z_{xy} について、実際に回路構成をした。

表1はマトリックス表現された2入力メンバーシップ関数 Z_{xy} である。

集合Xの要素xおよび集合Yの要素y、それらの組に対するメンバーシップ値 $\mu(x, y)$ はどれも最小単位0.5の0,1,2倍のいずれかの値を取り、メンバーシップ値(ファジィ・グレード)も、最小単位0.5の非負整数倍の値を取る。

また、各ポイント間は線形補間することで連続メンバーシップ関数を定義する。
 表1 マトリックス表現した2入力メンバーシップ関数

| | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|
| | | y | | |
| | | 0 | 0.5 | 1 |
| x | 0 | 1 | 0.5 | 1 |
| | 0.5 | 0.5 | 0 | 0.5 |
| | 1 | 1 | 0.5 | 1 |

これを入力 x , y と、その組合せに対する出力 μ_{xy} の、三次元の立体としてグラフィック表現したのが、図3である。この図に於て、線形補間されているので、ポイント間は連続した直線となっている。

このマトリックスを式に表すと、

$$Z_{xy} = \frac{1}{(0,0)} + \frac{0.5}{(0,0.5)} + \frac{1}{(0,1)} + \frac{0.5}{(0.5,0)} + \frac{0}{(0.5,0.5)} + \frac{0.5}{(0.5,1)} + \frac{1}{(1,0)} + \frac{0.5}{(1,0.5)} + \frac{1}{(1,1)} \quad (12)$$

この式より入力値 x , y に関する限界差式 Z_{xy} は、

$$Z_{xy} = \{1 + 0.5\theta(1 \ominus X) + 0.5\theta(1 \ominus Y)\} \ominus \{0.5\theta(0.5 \ominus X) + 0.5\theta(0.5 \ominus Y)\} \quad (13)$$

となった。その回路を図4に示す。

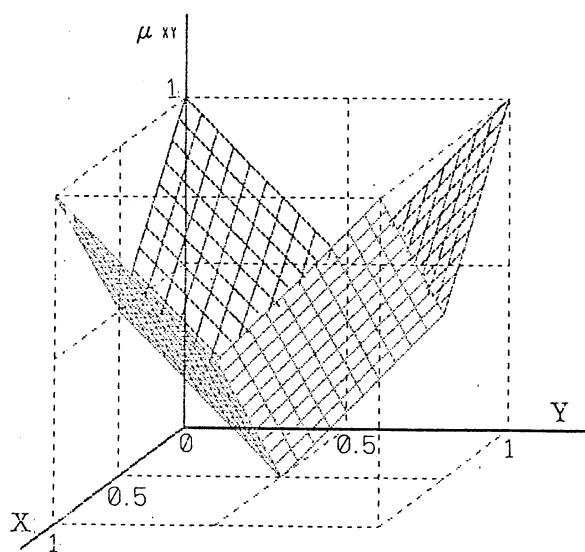


図3 Z_{xy} のグラフィック表現

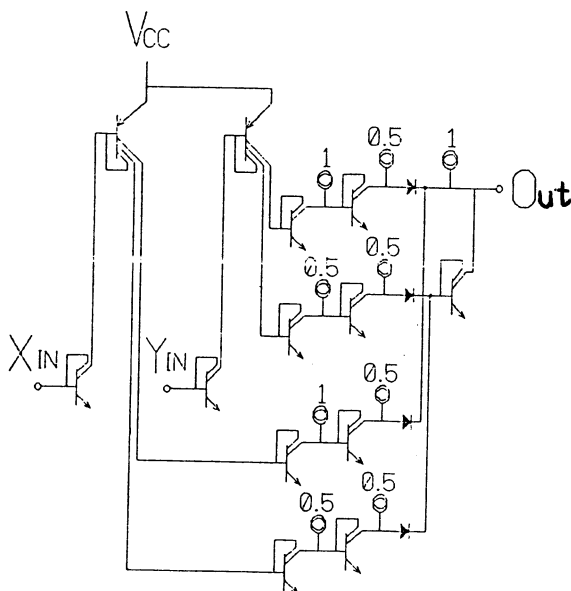


図4 Z_{xy} のメンバーシップ関数回路

4. むすび

これまでのファジィ制御システムは，入力部，演算部，出力部，の3ブロックに分け，メンバーシップ関数を入力部のみに適用させていた。

この考えを拡張し，システム全体にファジィ関係が成り立つことから，ファジィ制御システム全体を多入力のメンバーシップ関数とみなして，複数の入力変数が与えられると演算をせずに出力が対応するようなシステムを構成した。

多入力メンバーシップ関数は，1入力メンバーシップ関数の要素関数であるS関数の交わりであることから，ナイキスト展開を用いS関数に分解した。S関数は限界差関数で表される。

そこで，1入力メンバーシップ関数同様，多入力メンバーシップ関数も限界差回路によるハードウェア化が可能であることが分かった。

実際に入力値と出力値を任意に決め，それに従う論理動作をするメンバーシップ関数回路を構成し，良好な結果が得られた。計算値ともほぼ一致することが確かめられた。

今回，トランジスタによる回路構成をしたが，MOS FETアレイICがあれば，さらに良好な結果が得られるであろう。

文献

- (1)白井,上野,井上:"電流モードによるファジィ論理のメンバーシップ関数回路の一構成方法",信学論(C),J69-C,9,pp.1200-1206(昭61-09)
- (2)M. Davio and J. P. Deschamps:"Synthesis of Discrete Function Using I²L Technology",IEEE Trans. on Computer, vol.C-30,pp.653-661(Sept.1981)

言語変数を用いたコンサル テーションシステムの設計 (Consultation System in Terms of Linguistic Variables)

和多田 淳三(J.Watada) 龍谷大学 (Ryukoku Univ.)
立花 正道(M.Tachibana) 住友金属工業(株) (Sumitomo Metal Ind.)
横井 八郎(H.Yokoi) 住友金属工業(株) (Sumitomo Metal Ind.)

Abstract. In this paper an expert system using linguistic variables is proposed to interactively support a user for obtaining a knowledge. The stress should be placed on the following points: (1) A user can elicit the required range and depth of knowledge from the system according to the linguistic variables. (2) A global search is efficiently performed over the knowledge base through fuzzy relation and historical data on users.

1. はじめに

従来の検索システムやデータベースシステムは、検索方法をある程度限定して利用することを前提に、設計されている。しかしながら多くの知識、例えば法文、規格、規定、さらにマニュアルなどは複雑な専門的知識から成り立っており、その利用方法は多岐に渡っている。計算機を用いてこのような複雑な構造の知識を処理するには、種々の質問形態を許す検索システムが必要である。知識データベースそのものも複雑な専門的知識の表現及びそれへのアクセスを可能にするものでなければならない^(2,3)。

この20年間に専門家のもつ知識を計算機に移植し、計算機に知的な作業を行わせる技術が飛躍的に進展している⁽⁶⁾。本論文では、このようなエキスパートシステムの技術に基づいた、文書形式の知識に対するコンサルテーションシステムの設計方法を提案する。

フレーム構造を用いて文書形式の知識を表現し、プロダクションルールを用いてそれを処理する。さらに、知識の探索効率を増すために述語型表現による索引を用いている。特に、言語変数及びファジィ関係を用いて、各利用者の必要な知識の範囲・深さの制御を行い、全域探索の効率を挙げている。DCG文法をもちいた自然言語処理^(1,5)によるユーザインターフェイスをもちいて、利用者の日常用いる表現で対話することを可能にしている。

本コンサルテーションシステムでは、文書型の知識の一例として、JIS規格⁽¹⁰⁾を問い合わせるシステムを構成した。このシステムの構築のために日本電気(株)のエキスパートシステム構築ツールであるEXCOREを用いている。

2. コンサルテーションシステムの必要機能

コンサルテーションシステムを構成するためには、(1)ユーザインターフェイス、(2)知識表現及び探索方法、(3)利用者の必要とする知識の範囲と深さの選択、(4)知識の探索効率の向上を考慮しなければならない。以下これらの問題点を検討する。

(1) ユーザインターフェイス

システムが特定の習熟した専門家ではなく、広範な人々を利用者として想定しているときには、利用者に複雑なシステムの利用技術を習得させることは困難である。さらに、複雑な処理をコマンド形式で実現することは、コマンド体系が

複雑になりコマンドの簡潔さが失われるため適切な方法ではない。

利用を簡潔で容易にするために、メニュー方式及びスプレッドシート方式等が採用されている。これらの方法は予め利用方法を習得する必要がない反面、複雑な対象や表現を扱うときには必ずしも適当でない。

このため複雑な対話が想定されるときには、日常用いる自然言語でのシステムとの対話が望ましいであろう。特にワードプロセッサが普及した今日では、自然言語による入力タッチ数の多さはそれほど問題にはならない。

(2) 知識表現及び知識の探索

広範な利用者からの種々の利用目的を持った問い合わせを処理し、知識データベースから必要とする情報を取り出すためには、知識表現は柔軟な構造でなければならない。このため検索方法が限定される従来のデータベースより、意味ネットやスクリプト、フレーム等の柔軟な表現構造を用いて、知識表現することが望ましいであろう。

(3) 利用者の必要に応じた知識の選択

種々の利用形態が想定されるコンサルテーションシステムの場合には、利用目的や利用者の理解度及び必要度に応じて提供される知識の範囲や深さを柔軟に変化できなければ、実用的なコンサルテーションシステムとはいえない。例えば、理解度の低い利用者に余りにも詳細な知識を提供することは混乱を招くのみで適切なコンサルテーションとは言えないであろう。逆に、非常に専門的な知識を要求している利用者に概要を説明することは当を得ないであろう。このため、回答すべき知識の範囲及び深さの適切な制御がコンサルテーションシステムには必須である。

(4) 探索の効率化

データベースや従来の検索システムでは利用形態が限定されているため検索キーによって対象情報にアクセスできた。結果としてシステムの効率化は検索キーの索引時間及び所定の対象情報の位置へのアクセス速度を効率化することで行われる。

一方、一般的なコンサルテーションシステムでは質問形態が複雑多岐に渡っており、全ての知識要求を処理できる検索辞書を構築することは困難であり、また効果的でもない。このため、必要に応じて全域探索が行われる。結果として、探索効率がコンサルテーションシステムの効果及び効率を決定する重要な要因となる。

3. コンサルテーションシステムの構成

図1は本システムの構成を示している。ユーザインターフェイスである自然言語処理部、質問処理を管理し言語変数を用いた知識の詳細度及び全域探索の管理を行う制御部、意味解析部、疑問文処理部、規格知識フレーム部、利用者データベース・言語変数辞書・規格知識フレーム探索用の辞書で構成される述語部、等からなっている。

4. 規格知識ベースの構造

文章表現の知識の取扱に適した方法として、フレームや意味ネット、スクリプト等が提案されている^(3,4)。また、法文の表現として文章の構造をそのままフレームに構成する方法が小川らによって提案されている⁽⁵⁾。ここでは、規格文書の構造がある程度階層構造になっていることに着目し、その構造をそのままフレーム構造としている。すなわち、規格文書は、知識としての分類、記述の順に従って、適用範囲、種類、製造方法、化学成分、機械的性質、検査、外観、報告、表示等に、ブロック分けされており、この構造をほぼそのままフレーム構造とし

た。

(1) フレームの記述

利用者に抽出すべき知識単位としては、単語、数値及び文節があり、さらにそれらの文や単語、数値は分散して存在する。質問にはそれらの知識単位を収集し、回答しなければならない。このため、文または文節毎に抽出すべき知識単位に基づいて規格の知識情報をフレーム、スロット、ファセットとして設定している。知識ベースでは、文を構成する二次的な情報である接続語、修飾語、述語、単位等は固定的な表現を用いて、スロットの属性値として設定している。図2は規格文書と規格知識のフレーム例を示している。

(2) 検食用辞書

検食用辞書は述語型表現を用いて構成し、質問文に含まれる単語と規格知識ベースのフレーム名、スロット名を対応させている。これによって質問文の単語からアクセスすべき規格フレームの位置を検索している。

検食用辞書の鍵語には複数のクラス名、スロット名の対応するものがあり、それらの情報の詳細度は、利用者の所属、例えば製造部門であるか営業部門であるかによって異なり、さらに同じ項目についても関心のある領域によって異なる。例えば製造部門の人にとって寸法や製造条件の情報は重要であるが、試験の情報はそれほど重要でないであろう。一方原料部門のものにとっては材質は重要であるが、寸法情報はそれほど重要でないであろう。営業部門のものには技術的に詳細な情報を必要としない、寸法や用途等の情報が重要であろう。次の節で説明する言語変数を用い、それらの情報の制御を行っている。このため、検食用辞書にはフレーム名、ファセット名の対に詳細度がファジィ数で設定されている(図3)。

5. 知識の範囲及び深さの制御

利用者の求める知識は知識ベースの中に、(1)一つの情報単位として、あるいは体系的にまとまった形態で存在する場合と(2)各所に分散して存在し、適切に必要な知識を抽出し統合して質問に回答する場合とがある。後者の場合には特に、知識の範囲、知識の意味する深さが、同じ質問文であっても利用者の所属や利用者の現在の関心領域によって異なる。例えば製造部門の人が製造に関する知識を概略知りたいといったとき、営業部門の人が同じ知識を詳細に知りたい場合よりも、必要とする知識の範囲及び深さは深く詳しいであろう。さらに同じ利用者においても話題になっている領域によってその範囲及び深さすなわち詳細度の意味が異なるであろう。

ここではこのため知識の詳細度の制御を言語変数⁽⁸⁾を用いて行っている。図4は言語変数辞書を示しており、図5は言語変数と詳細度の関係が図示されている。

知識の深さを指示する[0,1]上の尺度を詳細度とする。言語変数と詳細度を示すファジィ数との対応は利用者の所属(D)及びその人の現在話題としている関心領域(K)とによって決定される。

$$G = M(D, K) \cdot L$$

ここで、Lは言語変数、Mは言語変数をファジィ数に変換する演算子である。Gは言語変数に対応する[0,1]上のファジィ数である。

検食用辞書によって検索された知識 $E = \{e_1, \dots, e_n\}$ 、ある知識単位の詳細度を $\mu(e)$ で表す。演算子Mを用いるとg以上の詳細度をもつ、利用者の必要とする現在の処理対象となる知識は、次式で表すことが出来る。

$$V_{[0,1]} \{M(D, K) \cdot L \wedge \mu(e)\} > g$$

ここで、 V はmax演算子、 \wedge はmin演算子である。

この式を知識集合から適切な知識を引き出すためのフィルタとみなし、知識抽出フィルタと呼ぼう。すなわち、知識抽出フィルタ M^* は上式より、

$$M^*(D, K, L) \cdot e = V_{[0,1]} \{M(D, K) \cdot L \wedge \mu(e)\}$$

である。利用者の必要とする適切な知識 E^* は

$$E^* = M^* \cdot E$$

となる。利用者の必要とする知識 E^* は、利用者の所属 D 、利用者の関心のある領域 K および利用者が指定する詳細度によって、知識抽出フィルタを通して決定される。

6. 全域探索の効率的制御

検索辞書から必要なフレーム、スロットにアクセスが出来ないとき、全域探索を行わなければならない。全域探索の探索効率を挙げるために次の方法を採用している。

(1) 知識の領域とフレームとの関係をファジィリレーショナルデータベースとして構成し、現在話題になっている領域に関連するフレームの中で最も関連度の高いものを優先的に探索する方法を採用している。すなわち、

$$F = R(O, F) \cdot O$$

ここで、 O は対象の集合、 F はフレームの集合、 R はファジィ関係^(7,9)である。現在話題が O_0 である場合の最優先探索領域は上式から、

$$\begin{aligned} f_0 &= V_i \{F_i\} \\ &= V_i \{R_i \cdot O_0\} \end{aligned}$$

また、 n 番目の探索フレームは

$$f_n = V_i [R_i \cdot O_0 - \{f_0, f_1, \dots, f_{n-1}\}]$$

(2) さらに、探索領域の決定において現在話題となっている領域のみでは決定できないときには、過去の履歴に基づいて(1)と同様の操作で探索域を広げる。すなわち、

$$f_0 = V_i \{R \cdot O_0, R \cdot O_1 * 0.9, \dots, R \cdot O_g * 0.1\}$$

である。ここで、 O_t は t 時点での対象集合、 $*$ は算術積である。

7. ルール

規格知識のハンドリングおよび質問の意味解析等をプロダクションルールで構成している。特に、質問の解析については次のことに注意すべきである。

既に述べたように検索用辞書を用いて、質問文に含まれる単語からアクセスすべき規格フレームの位置を検索している。

しかしながらこの方法には次の問題点がある。第一に、表現

”AのB”

に対するAとBの関係が解析できない。一般には”AのB”の関係は複雑であるが、フレームの構成が階層的になっているためその上下関係をチェックしている。しかし、例えば、

”Aの測定”や”Aの誤差”

のようなBが一般的な概念や属性を示す場合には、上下関係を付けることが困難である。この様な言葉については特別のチェックを行っている。

第二の問題として、数値やファセットにまで検索辞書を用意することは困難であるため、

”Aは数値Bですか。”

の質問に対しては、言葉Aから引いたフレーム、スロットの値として数値Bを持っているかを確認するように構成されている。また、

” 数値Aは何ですか。”

の質問については、検索辞書からフレーム、スロットを検索できない。このため、全域探索を行うことになる。

” 条件Aである場合には、BはCですか。”

の質問に対して、条件Aが単語Bの上位概念であるかを確認し、そうでなければ単語Bの含まれているフレームが成立するための制限条件を確認する。それが満たされていれば単純疑問文

” BはCですか。”

の処理を行っている。

特に、利用者との話題が何であるかに関する履歴を持っており、現在処理されている話題を理解しており、話題の集合が制限条件を満たしているかどうかをチェックしている。

図6は本コンサルテーションシステムの使用例を示している。

8. むすび

本論文では、文書によって表現された知識に関するコンサルテーションシステムの構成について論じた。強調すべき点は、次の3点である。(1) フレーム、プロダクションルールをもちいて柔軟な対応を実現している。(2) 言語変数を用いることによって知識の範囲、深さを制御している。(3) ファジィ関係を用いて現在話題となっている領域及び過去の履歴から探索域の制御を行うことで、効果的なコンサルテーションシステムを設計している。本システムではJIS規格文書を取り扱ったが、法文やマニュアル等広範な対象に適用できるであろう。

参考文献

- (1) 水谷静夫ほか著；「文法と意味I」朝倉書店、1983年9月
- (2) I.Monarch & J.Carbonell; "CoalsORT: A Knowledge-Based Interface", IEEE EXPERT, pp 39-53, 1985 Spring.
- (3) 田中幸吉編著、「知識工学」、pp 156-160、朝倉書店、1984年1月
- (4) 田中幸吉、淵一博監訳；「人口知能ハンドブックI」共立出版、1983年4月
- (5) 田中穂積、元幸文男、山梨正明；「Lispで学ぶ認知心理学3：言語理解」佐伯監修、東京大学出版会、1983年7月
- (6) P.h.Winston & K.A.Prendergust:The AI Business, Comercial Uses of Artificial Intelligence, The MIT Press, 1984
- (7) R.T.Yeh & S.Y.Bang; "Fuzzy Relations, fuzzy Graphs and Their Applications to Clustering Analysis", In L.A.Zadeh, K.S.Fu, K.Tanaka & M.Shimura eds., Fuzzy Sets and Their Applications to Coginitive and Decision Process, pp125-149, Academic Press, 1971
- (8) L.A.Zadeh; "The Concept of A linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning, Parts 1, 2 & 3", Inf.Sci., 8, pp 199-249; 8, pp301-357; 9,43-80, 1975.
- (9) L.A.Zadeh; "Similarity Relations and Fuzzy Orderings" Inf.Sci., pp177-200, 1971
- (10) 日本規格協会編；「JISハンドブック；鉄鋼編」日本規格協会、1984

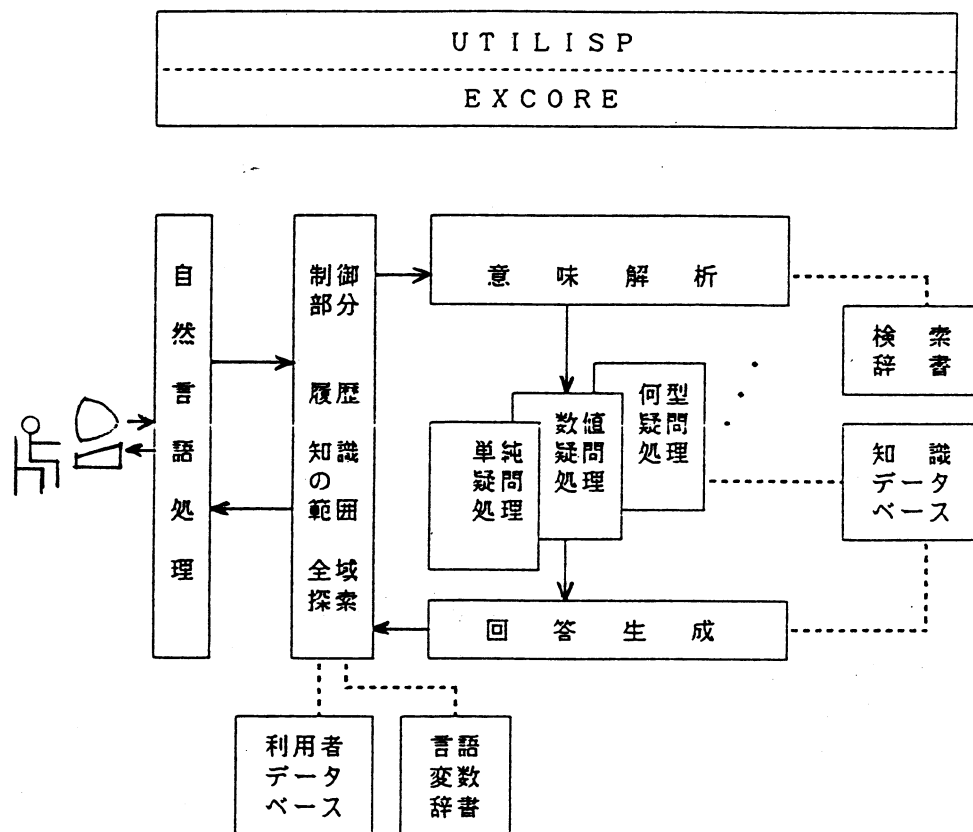


図1. システム構成図

規格文：「管の化学成分は、とりべ分析により、その値は表3のとおりとする。」

(表3)

| 種類の記号 | 化学成分% | | | | |
|--------|------------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| | C | Si | Mn | P | S |
| STPT38 | 0.25 以下 | 0.10 -0.35 | 0.30 -0.90 | 0.035 以下 | 0.035 以下 |

フレーム：
 (CLASS (NAME 化学成分<J I S - G 3 4 5 6)
 (SUP J I S - G 3 4 5 6)
 (CV (変数 (成分区分 変数)
 (成分区分 とりべ分析
 (処理 による))
))

```
(CLASS (NAME STPT38 化学成分<J I S - G 3 4 5 6)
(SUP 化学成分<J I S - G 3 4 5 6)
(CV (変数 (分類 C S i M n P S 変数))
(分類 (STPT38 とりべ分析の値))
(C 0.25 (修飾 以下) (単位 %) )
(S i (0.10 0.35) (修飾 から) (単位 %) )
(M n (0.30 0.90) (修飾 から) (単位 %) )
(P 0.035 (修飾 以下) (単位 %) )
(S 0.035 (修飾 以下) (単位 %) )
))
```

規格文：「注文者の要求がある時、ベベルエンドに加工することができる。」

フレーム：
 (CLASS (NAME 管端仕上げ<J I S - G 3 4 5 6)
 (SUP 製法<J I S - G 3 4 5 6)
 (CV (変数 (管端仕上げ 変数)
 (管端仕上げ ベベルエンド
 (条件 注文者の要求がある時)
 (処理 に加工 することができる))
))

図2. 規格フレームの例

| (PREDICATE 鍵語辞書) | | |
|------------------|-------------------------|--------------------|
| (JIS-G3456 | JIS-G3456 | 目次 ((0.0 1.0)) |
| (製法 | 製法 < J I S - G 3 4 5 6 | 鋼質 ((0.5 0.6)) |
| (鋼質 | 製法 < J I S - G 3 4 5 6 | 鋼質 ((0.5 0.6)) |
| (キル下鋼 | 製法 < J I S - G 3 4 5 6 | 鋼質 ((0.5 0.6)) |
| (粗粒 | 製法 < J I S - G 3 4 5 6 | 鋼質 ((0.5 0.6)) |
| (製管法 | 製管法 < J I S - G 3 4 5 6 | NIL ((0.2 0.3)) |
| (製法 | 製管法 < J I S - G 3 4 5 6 | NIL ((0.2 0.3)) |
| (STPT38 | 製管法 < J I S - G 3 4 5 6 | STPT38 ((0.2 0.3)) |
| (STPT42 | 製管法 < J I S - G 3 4 5 6 | STPT42 ((0.2 0.3)) |
| (STPT49 | 製管法 < J I S - G 3 4 5 6 | STPT49 ((0.2 0.3)) |

図3. 検索辞書

| (PRE 言語変数辞書) | |
|--------------|--|
| (製造 製造 | ((非常に概略的 (0.0 0.2))(概略的 (0.2 0.6))(普通 (0.6 1.0)) (詳細な (0.6 1.0))(非常に詳細な (0.6 1.0))) |
| (製造 検査 | ((非常に概略的 (0.0 0.2))(概略的 (0.2 0.6))(普通 (0.6 1.0)) (詳細な (0.6 1.0))(非常に詳細な (0.6 1.0))) |
| (製造 試験 | ((非常に概略的 (0.0 0.3))(概略的 (0.2 0.5))(普通 (0.4 0.7)) (詳細な (0.6 0.9))(非常に詳細な (0.8 1.0))) |
| (製造 寸法 | ((非常に概略的 (0.0 0.3))(概略的 (0.2 0.5))(普通 (0.4 0.7)) (詳細な (0.6 0.9))(非常に詳細な (0.8 1.0))) |
| (製造 全般 | ((非常に概略的 (0.0 1.0))(概略的 (0.0 1.0))(普通 (0.0 1.0)) (詳細な (0.0 1.0))(非常に詳細な (0.0 1.0))) |

図4. 言語変数辞書

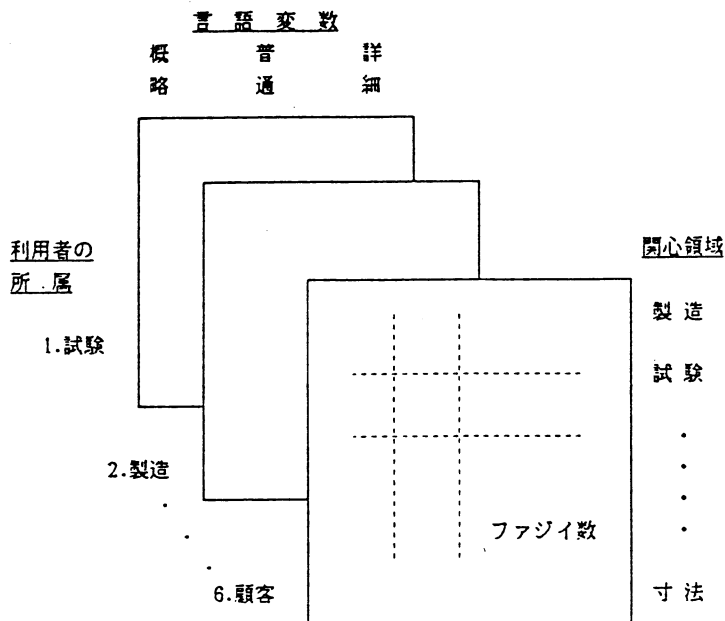


図5. 言語変数と詳細度の関係

> (SEND-M '試験01 'RUN)
規格情報コンサルティングのサービスを始めます。
=====

あなたの氏名を入力してください。
> 富士紀治

あなたは次のどれですか、番号を入力してください。
1 試験部門所属、2 製造部門所属、3 開発部門所属、4 検査部門所属、5 営業部門所属、6 顧客部門所属
> 4

あなたの必要情報は次のどれですか、番号を入力してください。
1 製造、2 検査、3 試験、4 寸法、5 全般
> 1

あなたの必要な情報の詳細度は次のどれですか。番号を入力してください。
1 非常に概略的、2 概略的、3 普通、4 詳細な、5 非常に詳細な
> 2

質問文を入力して下さい。
-> J I S - G 3 4 5 6 の製造方法を説明して下さい。

STPT38は継目無し又は電気抵抗溶接で製造する。STPT42は継目無し又は電気抵抗溶接で製造する。STPT49は継目無しで製造する。管端は注文者の要求がある時はベベルエンドに加工することができる。検査項目は化学成分、機械的性質、水圧試験又は非破壊検査、外観、寸法とする。

質問文を入力して下さい。
-> もっと詳しく。

鋼質は粗粒のキルド鋼とする。ベベルエンド形状は、特に指定のない限り、管厚22mm以下において、ベベル角度=30° +5° -0° ルートフェース=2.4mm以下。外径許容差は熱間仕上継目無鋼管=+-0.5mm 冷間仕上継目無鋼管=+-0.3mm 電気抵抗溶接鋼管=+-0.3mm

質問文を入力して下さい。
-> おわり。

=====
規格文書コンサルティングを終了します。

図6. 使用例

Application of Fuzzy Set Theory to Customer Problem Analysis Procedures Manual Development Expert System

Takashi Inui and Atsushi Kumaki
RAS Design No.1, Yamato Laboratory, IBM Japan
1623-14, Shimotsuruma, Yamato-shi, Kanagawa-ken 242, Japan

Abstract

In case a computer terminal has a trouble, a manual which helps the user to resolve the problem is provided. In IBM, the manual is named Customer Problem Analysis and Resolution (CPAR) guide. Procedures in the CPAR guide must be simple and highly usable for all users. However, the criteria of simplicity and usability are hard to determine. Because of this reason, expert's knowledge to develop the ideal CPAR guide is very important, though it has many vague factors. In this paper, we introduce CPAR Development Support System (CDSS) as the application example of the fuzzy set theory. The CDSS produces and evaluates an ideal CPAR guide based on the expert's knowledge represented by fuzzy sets in Prolog.

1. Introduction

We have been working on the development of some expert systems to improve productivity and quality of our tasks. In one of these tasks, we have a mission to develop a source information of Customer Problem Analysis and Resolution (CPAR) guide. The CPAR guide is a manual which helps the user to resolve a problem on the using computer terminal. Procedures in the CPAR guide must be simple and highly effective for all users, even if the user has no experience for the computer. So, quality and productivity of the development of the CPAR guide deeply depends on the engineer's experience and knowledge. Because of this reason, we started the development of the expert system named CPAR Development Support System (CDSS). The expert's knowledge and user's requirements for the system inputs and outputs have vague, imprecise, and uncertain factors in themselves. In the CDSS, to represent and control these vague factors, fuzzy sets are used.

In the following sections, we introduce the structure of the CDSS firstly. Then the implementation of the fuzzy sets on the expert's knowledge and user's requirements are described. Finally, the output of the CDSS is shown as an example.

2. Structure of the CDSS

The CDSS mainly consists of three subsystems, i.e. *Membership Function Entry System*, *Fault Machine Model Generation System*, and *CPAR Generation and Evaluation System*. Following is the function of each subsystem. See *Figure 1 in Appendix A* for overall system configuration.

- **Membership Function Entry System:**
 - Reads hand written fuzzy set data via digitizer.
 - Regulates the data.
 - Sets the name of the membership function and converts the data to the Prolog rule.See *Figure 2 in Appendix B* for examples of membership functions in Prolog.
- **Fault Machine Model (FMM) Generation System:**
 - Acquires the machine characteristics from the user.
 - Makes structured syndrome lists¹⁾ from the machine characteristics using the resident syndrome data base and the resident procedure data base.
 - Provides the special editor for the user to edit the structured syndrome lists.

¹ Structured syndrome lists are the lists which have all failure symptoms of the machine with their recovery procedures, some related factors like occurrence probability, and their relations with one another.

- Generates the FMM²⁾ from structured syndrome lists using the modeling rules.
- **CPAR Generation and Evaluation System:**
 - Generates the preliminary level of the CPAR from the FMM.
 - Evaluates the CPAR and calculates its fitness grade for user's requirements.
 - Improves the CPAR according to the fitness grade.
 - Repeats the evaluation and the improvement cycle until the fitness grade reaches to a sufficient level.
 - Formats and outputs the source information of the CPAR which reached to the sufficient level.

3. Expert's Knowledge and User's Requirements in the CDSS

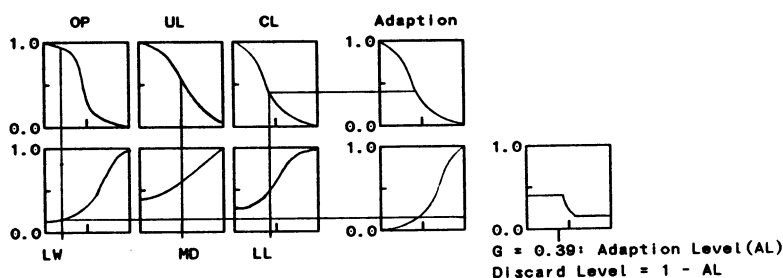
In this section, we describe the expert's knowledge and user's requirements option used in the *CPAR Generation and Evaluation System*. Each of the rules are written by hand as fuzzy sets and converted to Prolog rules by *Membership Function Entry System*. For simplicity, we use some abbreviations in the following, see *Appendix D. Definitions and Terms* for detail.

- **CPAR Development Basic Rules:**
 - Classify the syndromes into big categories.
 - The syndrome which has high *OP* should appear formerly in the CPAR.
 - The syndrome which has high *CL* should appear formerly in the CPAR.
- **Evaluation Rules:**
 - *A_UL*: the higher, the better.
 - *A_PDT*: the shorter, the better.
 - *A_PDS*: the less, the better.
 - *T_SYND*: the less, the better in the range of user's requirement.
 - *EFF*: the higher, the better in the range of user's requirement.
 - Trade-off of these five rules.
- **Improvement Rules:**
 - Gathers up the syndromes which have inclusive relations based on their *CL* and *OP*.
 - Discards the syndromes of which *CL*, *OP*, and *UL* are low.
 - Eliminates the steps which have very low *UL* in the procedures.
- **User's Requirements Option:**
 - CPAR Type: One sheet CPAR (Type 1), Average CPAR (Type 2), Extreme CPAR (Type 3).
 - Effectiveness of the CPAR: about 80%, about 90%, about 95%, over 80%, over 90%, or over 95%.

4. Fuzzy Set Theory Implementation in the CDSS

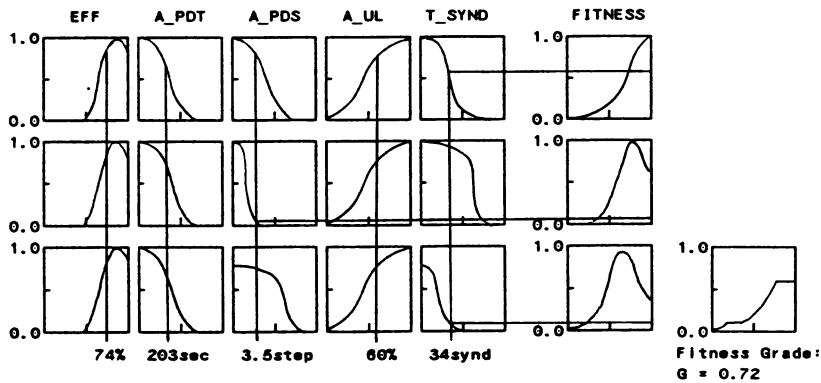
Following shows the samples of implementation of the fuzzy sets theory on the *Improvement Rules* and *Evaluation Rules*. Prolog rules are used for the calculation of the fuzzy sets, e.g. fuzzy sets union, fuzzy sets intersection, and center of gravity of fuzzy set. See *Figure 3 in Appendix C* for an example.

a. Improvement Rules - Discards Syndromes



² FMM is a software model which is written by Prolog.

b. **Evaluation Rules** - User's Requirement: Type 1 CPAR, *EFF* is about 80%.



5. Output Example of the CDSS

- Your Request: Type 1 CPAR, A80
 - Fitness Grade = 0.79
 - EFF=73.6% A_PDT=184sec A_PDS=4.0steps A_UL=64.6% T_SYND=22
- KEYBOARD ERROR
 - Press RESET key Does "KEYBOARD ERROR" reappear?
 - Y The problem is in either the logic element or keyboard. Go to "Analysis Procedures"
 - N No problem exists;resume work.
 - NO KEYBOARD / PROBLEM IN KEYBOARD
 1. Check that the keyboard is attached to the logic element. the keyboard attached ?
 - Y Go to step 2.
 - N If your application program does not require.....

6. Results of Comparison Test

To evaluate the CDSS, we applied the CDSS to an announced products and compared the development workload, *EFF*, *PDT*, and *T_SYND* of each CPAR. Following is the results:

| | Source Dev. | Test&Update | EFF | PDT | T_SYND |
|------------------|-------------|-------------|-------|----------------|--------------|
| Ann'd CPAR(spec) | 3 days | 40 days | 95% | < 15 minutes | 33 syndromes |
| CDSS CPAR | 2 days | (15 days) | 95.8% | Av.4.8 minutes | 27 syndromes |

Notes:

- a. Workload of CDSS CPAR for Test&Update is estimation.
- b. PDT of CDSS CPAR is A_PDT.

7. Consideration and Further Remarks

An application of fuzzy set theory for handling vague factors in a small expert system is presented. The focal point of this system is the method of fuzzy set representation and calculation by Prolog. Although this method seems to be basic and low performance, comparing with the method which has the grades of inference in Prolog itself [10] [11] [12], this method has the following merits:

- Easy to convert membership function into Prolog (in the sequel: Prolog list). A simple conversion program provides the function that anyone, even if the person who doesn't know Prolog at all, can change, add, and delete membership functions.

- Easy to handle the membership function in Prolog. Since all membership function has unique name as a variable of the predicate "mfdef", the rules can be used for any membership function.
- The hand written graph of fuzzy set seems to be able to express human feeling very well.
- Performance is acceptable. The *CPAR Generation and Evaluation* process is not a conversational mode, so the expected low performance is negligible. *For your information, average running time is less than 2 minutes.*

In addition, through the development of this system, we found that the software model which is written by Prolog, e.g. *FMM*, is useful for many applications like *Software Generation System*, *Specifications Documentation System*, *Maintenance Strategy Planning System*, etc.

Currently, this system is not a completed system, however, the results of comparison test suggested us the accuracy and the usefulness of this system. We will continue the enhancement of this system to apply it to a new product. Following is the enhancement plan of this system.

- Regulate the rules for the evaluation and the generation.
- Enhance the knowledge representation laws, i.e. currently use *Union*, *Intersection*, and *Center of Gravity* only.
- Upgrade the usability of *FMM Generation System*.
- In addition to the documentation outputs, generates the expert system for problem determination as an output.

Acknowledgments

Throughout the research and development phase of this project, several individuals have made significant contributions in the implementation and enhancement of the system and the review of this paper. We would like to take the opportunity to thank those individuals. Many thanks to S. Takeshita, K. Asaka, Y. Tanaka, K. Toshihiro, and RAS Design No.1 members.

References

1. P. Harmon and D. King, "Expert Systems", *John Wiley & Sons, Inc.*, 1985.
2. L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets", *Inform Contr.*, vol 8, pp. 338-343, June, 1965.
3. T. Murai, M. Miyakoshi, and M. Shinbo "A Modeling of a Thesaurus Use Based on Fuzzy Reasoning", *2nd Fuzzy System Symposium*, pp. 82-87, June, 1986.
4. S. Yasunobu, "Predictive Fuzzy Control and its Application to the Automatic Container Crane Operation System", *2nd Fuzzy System Symposium*, pp. 32-37, June, 1986.
5. T. Sasaki, T. Akiyama, T. Okumura, and S. Hirokawa, "Fuzzy Traffic Control Model on Expressway", *2nd Fuzzy System Symposium*, pp. 50-55, June, 1986.
6. Jonghee Lee and Samuel D. Bedrosian, "Fault Isolation Algorithm for Analog Electronic Systems Using the Fuzzy Concept", *IEEE*, vol CAS-26, No.7, pp. 518-522, July, 1979.
7. Igor Gazdik, "Fault Diagnostics and Prevention by Fuzzy Sets", *IEEE*, vol R-34, No.4, pp. 382-388, October, 1985.
8. T. Nishida and E. Takeda, "Fuzzy Sets and Its Applications", *SUUGAKU LIBRARY 48 - Morikita Shuppan*, vol 1, November, 1978.
9. G. Birkhoff and S. MacLane, "A Survey of Modern Algebra", *Macmillan Publishing Co., Inc.*, 4th Edition, 1977.
10. N. Kanai and M. Ishizuka, "Prolog-ELF Incorporating Fuzzy Logic", *IPSJ*, vol. 27, No.4, pp. 411-416, April, 1986.
11. M. Mukaidono, "Trial of Fuzzy Prolog", *IPSJ 27th Forum*, No. 1N-2, pp. 289-290, 1983.
12. M. Umano, "Prolog Based on Fuzzy Set Theory", *2nd Fuzzy System Symposium*, pp. 88-93, June, 1986.
13. H. Ueno and M. Ishizuka "Knowledge Representation and Use", *CHISHIKI KOUGAKU KOUZA 2 - Ohm Shya*, vol 1, February, 1987.

Appendix A. Structure of the CPAR Development Support System (CDSS)

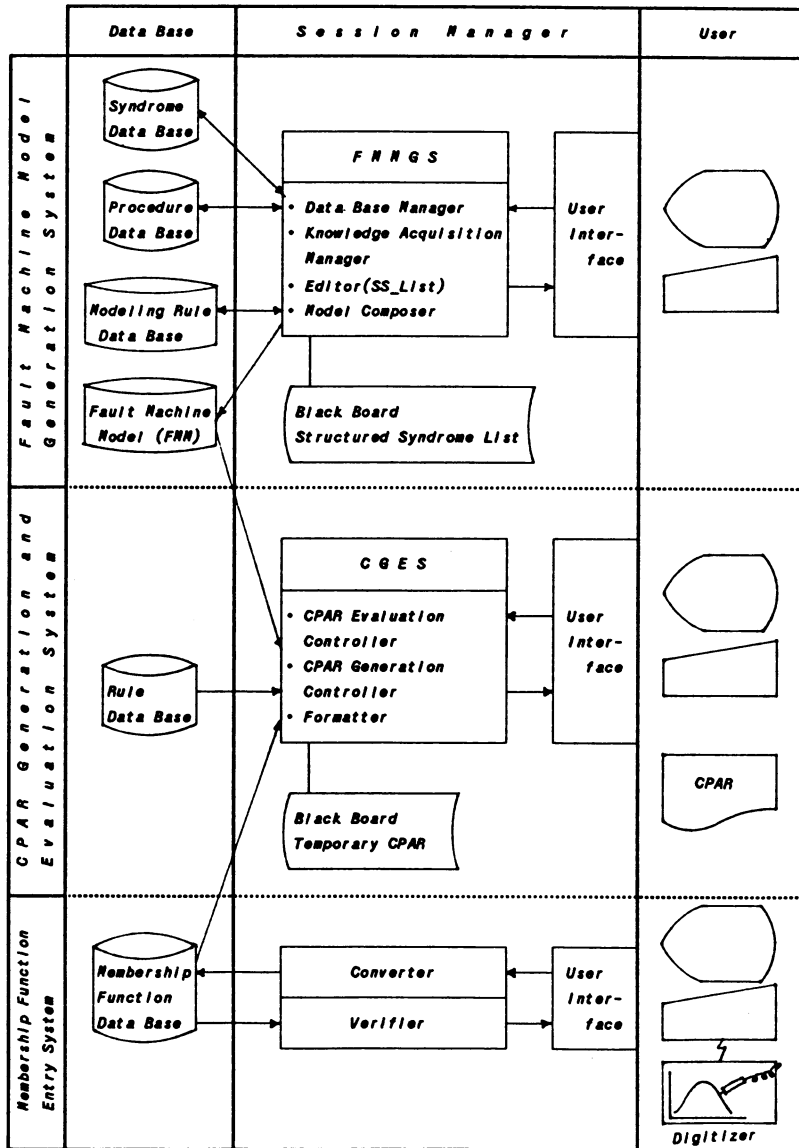


Figure 1. CDSS Structure

Appendix B. Fuzzy Sets in the CDSS

```

Membership Function "Very Low" in VM/Prolog
mfdef('VL',(0.96 .0.97 .0.98 .0.99 .0.99 .1 .0.99 .0.99 .0.97 .0.96 .0.96 .0.92 .0.90 .0.87 .0.81 .0.77 .0.70
.0.67 .0.59 .0.54 .0.46 .0.39 .0.35 .0.28 .0.26 .0.21 .0.18 .0.15 .0.13 .0.09 .0.07 .0.06 .0.05 .0.04
.0.02 .0.01 .0.01 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0
.0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .0.0 .nil)).

Membership Function "About 95%" in VM/Prolog
rmfdef('A95',(0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0
.0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0
.0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .0 .02 .0.05 .0.10 .0.22 .0.55 .0.82 .0.89 .0.95
.0.95 .0.87 .0.79 .0.46 .0.39 .nil)).
    
```

Figure 2. Fuzzy Sets in the CDSS

Appendix C. Fuzzy Set Calculation Rules - Example

```

Union of Two Fuzzy Sets
funion(nil,nil,nil).
funion(Car1.Cdr1, Car2.Cdr2, UniCar.UnvCdr)
  <- UniCar := max(Car1, Car2)
  & funion(Cdr1, Cdr2, UniCdr).

Intersection of Two Fuzzy Sets
fintersection(nil,nil,nil).
fintersection(Car1.Cdr1, Car2.Cdr2, IntCar.IntCdr)
  <- IntCar := min(Car1, Car2)
  & fintersection(Cdr1, Cdr2, IntCdr).

Center of Gravity of Fuzzy Set
g(List, CenterOfGravity) <- xsumlist(List, Xsum)
  & sumlist(List,Sum)
  & CenterOfGravity := Xsum / Sum.

sumlist(nil,0).
sumlist(Car.Cdr, Sum) <- sumlist(Cdr, Temp) & Sum := Temp + Car.
xsumlist(List, XSum) <- xsumlist(Cdr, 0, XSum).
xsumlist(nil,X,0).
xsumlist(Car.Cdr, X, XSum) <- XX := X + 0.01
  & xsumlist(Cdr, XX, Temp)
  & XSum := Temp + Car * X.

```

Figure 3. Fuzzy Sets in the CDSS

Appendix D. Definitions and Terms Used in the CDSS

Occurrence Probability (OP)

The occurrence rate of a syndrome. In the Fault Machine Model (FMM), these values are represented as fuzzy terms, i.e. Very High(VH), High(HI), Little High(LH), Medium(MD), Little Low(LL), Low(LW), Very Low(VL), however, in the CPAR Generation and Evaluation process, they are translated to numbers, i.e. 0.98, 0.82, 0.66, 0.50, 0.34, 0.18, 0.02 respectively.

Occurrence Probability - Percentage of Item (OPPi)

Let OPi be a OP of a syndrome and n = total number of syndromes in FMM.

$$OPPi = OPi \times 100 / \sum_{i=1}^n OPi$$

Conspicuousness Level (CL)

The attraction rate of a syndrome, i.e. how much does the syndrome arrest user's attention. These values are represented as fuzzy terms defined in OP.

Understanding Level (UL)

The grade of recognition applied on the wording of syndrome name and procedures, e.g. the syndrome name which is easy to understand has high UL and the procedures which includes vague wording has low UL. These values are represented as fuzzy terms defined in OP.

Average Understanding Level (A_UL)

Weighted average of the UL by the OPPi in the CPAR.

Problem Determination Time (PDT)

The necessary time to complete the recovery procedures. PDT is calculated by the summation of the time (seconds) assigned to each step used in the procedures.

Average Problem Determination Time (A_PDT)

Weighted average of the PDT by the OPPi in the CPAR.

Problem Determination Steps (PDS)

The number of the necessary steps to complete the recovery procedures.

Average Problem Determination Steps (A_PDS)

Weighted average of the PDS by the OPPi in the CPAR.

Total Number of Syndromes (T_SYND)

Total number of syndromes in the CPAR.

Effectiveness (EFF)

The ability of the CPAR to identify the failed element.

土構造物内の浸透流解析についてのファジィ理論の応用
Application of Fuzzy Sets Theory to Seepage Analysis through Soil Structures

大野 研
Ken Ono

三重大学農学部
Faculty of Agriculture, Mie University

Abstract: An attempt is made to apply the fuzzy sets theory to the seepage problem through soil structures. By expressing the coefficient of permeability as the fuzzy sets, it is possible to take the undetermined coefficient of permeability in the seepage analysis, that is a more reasonable manner than using the determined coefficient of permeability, because the undetermined feature of the coefficient of permeability is known.

1. まえがき

フィルダムや河川堤防などの盛土構造物の止水性、及び安定性の検討に際して、浸透流解析は重要な役割を担っている。しかし、フィルダムに使われる土質材料は、厳しい品質管理の下に工場生産されるコンクリートなどの人工材料と違い、本質的に不均質なものである。その中でも均質と思われる土を取ってみても、その力学的挙動は複雑であり、自然地盤や盛土構造物の場合さらに土質材料が層を成すのだから、その力学的挙動はさらに複雑になる。したがって、土の物理的特性を確定するのは、非常に困難である。

従来、土木技術者は工学的判断を用いて、その複雑な土質材料の不確定性に対処してきたと考えられる。また、RELIABILITY OF GEOTECHNICAL INSTRUMENTATION¹⁾という会議では、土を計測する際の信頼性のキイポイントは、人間にあると結論づけている。このように、土を扱う場合には、人間のファクターが非常に大きい。したがって、土の不確定性を取り扱うためには、ファジィネスの概念を導入するのが自然であると思われる。

以上の事から、不確定性の度合いが大きい土の透水係数に注目し、その不確定性をファジィ関数で置き換えて、透水係数の不確定性を考慮することが出来る土構造物内の浸透流解析法の開発を行った。

2. 透水係数の測定に関するアンケート

種々の透水試験で得た透水係数の信頼の度合(0-10)、信頼性の置ける範囲、他の透水試験に対しての比較などのアンケート(Fig.1参照)を、現在建設中のフィルダムのある県及び事務所、建設会社等185箇所を送付したところ104件の返答が得られた。アンケート結果の例をFig.2に示す。その中で特に透水試験の信頼性に注目し、これをファジィ集合における標準的なメンバーシップ関数である π 関数で近似した(Fig.3参照)。

3. 解析方法と解析例

3-1 確からしい透水係数の決定方法とその例

異なった透水試験（あるいは同一の透水試験）によって、幾つかの透水係数が得られたとき、それぞれの試験の信頼性に基づいて、次式により確からしい透水係数が得られるとする。

$$K\alpha = \{ (k_i * W_{i\alpha}) / \{ (W_{i\alpha}) \} \dots (1)$$

ここで

k_i : i 試験で得られた透水係数 $W_{i\alpha}$: i 試験の信頼性の α レベル集合, $K\alpha$: 確からしい透水係数の α レベル集合 $\{$: ファジイ集合和

例えば、幾つか行った変水位透水試験で得られた透水係数の平均値が $1.0 * 10^{-6} \text{ cm/s}$ で、現場透水試験で得られた透水係数の平均値が $1.0 * 10^{-5} \text{ cm/s}$ であったなら、各々の Fig. 3 に示した信頼性のデータを使って、Fig. 4 に示した確からしい透水係数が得られる事になる。

3-2 解析方法とその例

3-1の方法により求めた確からしい透水係数を、有限要素法による飽和浸透流解析のプログラムに組み込んで流量と流速を求める。ただし、この場合にも α レベル集合の概念を用いる。即ち、(2)式を解いてポテンシャルを求めた後、(3)式で流速を(4)式で流量を求める。

$$[KK\alpha] \{ \Phi\alpha \} = \{ F\alpha \} \dots (2)$$

$$\mathbf{v}\alpha^{(e)} = -K\alpha \mathbf{i}^{(e)} E \mathbf{i} N_j, \mathbf{i}^{(e)} \Phi\alpha_j \dots (3)$$

$$\mathbf{Q}\alpha = \sum \mathbf{v}\alpha \mathbf{i}^{(e)} A \mathbf{i}^{(e)} \quad (\text{各断面当り}) \dots (4)$$

$$\mathbf{i} = x, y \quad j = 1, 2, 3$$

ここで、 $[KK]$: 材料特性マトリックス, Φ : 節点ポテンシャル, $\{F\}$: 流入(流出)ベクトル, $\mathbf{v}^{(e)}$: 要素流速ベクトル, N : 形状関数, \mathbf{Q} : 断面流量ベクトル, $A^{(e)}$: 要素の面積, $E \mathbf{i}$: 単位ベクトルである

例えば、Fig. 5 に示すようなゾーン型のフィルダムがあるとする。そのコア部の確からしい透水係数が3-1で求めたもの、シェル部の透水係数が、変水位透水試験で $1.0 * 10^{-4} \text{ cm/s}$ 、粒度試験で $2.0 * 10^{-4} \text{ cm/s}$ と求められていたとした時、このダムを流れる浸透流の流量と最大流速は、Fig. 6 の様に推定される。

4. まとめ

以上に示した方法で、土木技術者の判断を用いた土の不確定性を考慮に入れた浸透流解析が出来たと思う。透水係数のように非常に不確定な土の特性は、確定的な1つの値でなく、ファジイ数として捕らえた方がより合理的な土構造物の設計につながるであろう。

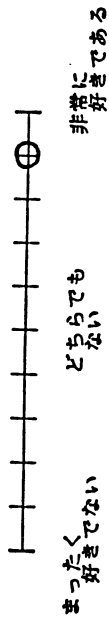
参考文献 : 1) RELIABILITY OF GEOTECHNICAL INSTRUMENTATION, TRANSPORTATION RESEARCH RECORD 1004, 1985

透水係数の測定に関するアンケート

現在、土構造物内の浸透流の解析は、電子計算機によるシミュレーションによって数多く行われてきています。しかし、解析に用いる水理定数のうちで重要なもののひとつである透水係数に関しては、その決定法はかなりありまちな面を持っていきます。すなわち、解析に用いる透水係数を、何種類または何個か行われた透水試験で求めた透水係数を参考にして、設計技術者が工学的な判断を加えて決定しているのが現状であると考えられます。そこで、我々は正確な解析を行うためには、設計技術者の工学的判断を定量化することが重要で有ると考えてこのアンケートを実施することにしました。

アンケートの結果を整理する方法として、我々はファジー集合（ファジー集合については、同封の報文を参考にしていただきたい）の利用を考えています。そこで、以下の質問にお答えいただければ幸いです（質問の中には、今や当然と思われるものも混同されていますが）。その中にある次のような質問には、次ぎに示す例のようにお答え下さい。

(例) 松本伊代は好きですか？



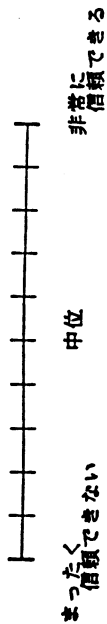
私自身は松本伊代がかなり好きのために、上図のような位置に○を付けることになりました。

1. 室内透水試験（定水位透水試験）に関して

1-1. 定水位透水試験により測定した透水係数のうち信頼の置ける値の範囲は、どれ位だとお考えですか？

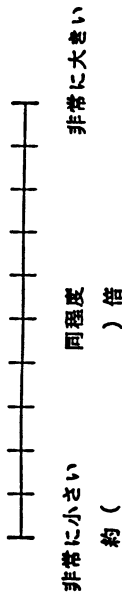
() cm/s

1-2. その範囲で、定水位透水試験の信頼性はどれくらいあるとお考えですか？



1-3. その範囲で、定水位透水試験で求めた透水係数は、定水位透水試験で求めた透水係数と比較してどの程度の大きさだとお考えですか？

A.

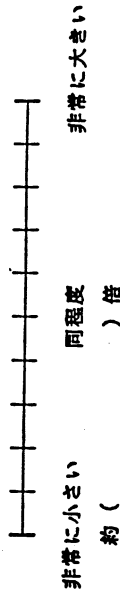


B. 比較したことがない

C. 信頼できる範囲が異なるので比較しても無駄

1-4. その範囲で、定水位透水試験で求めた透水係数は、現場透水試験で求めた透水係数と比較してどの程度の大きさだとお考えですか？

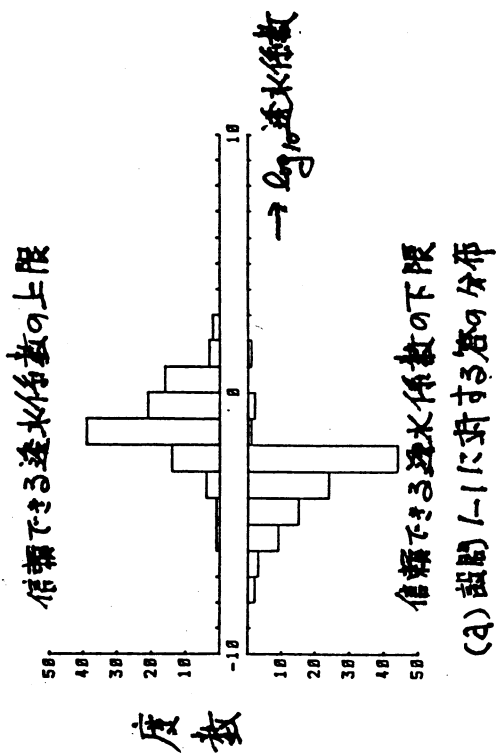
A.



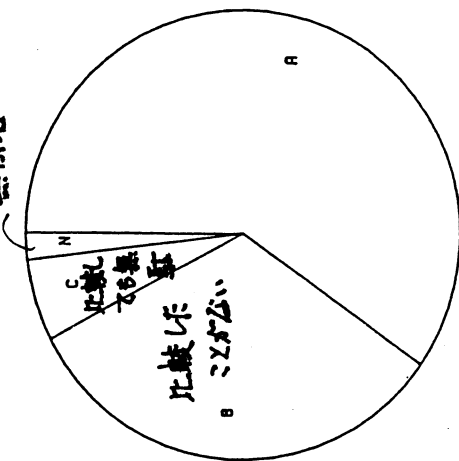
B. 比較したことがない

C. 信頼できる範囲が異なるので比較しても無駄

Fig. 1 透水係数の測定に関するアンケートの一部



歴解者



(c) 設問1-4に対する答の割合

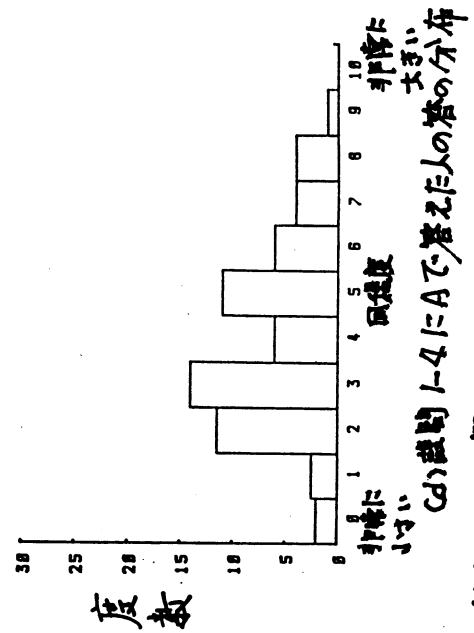
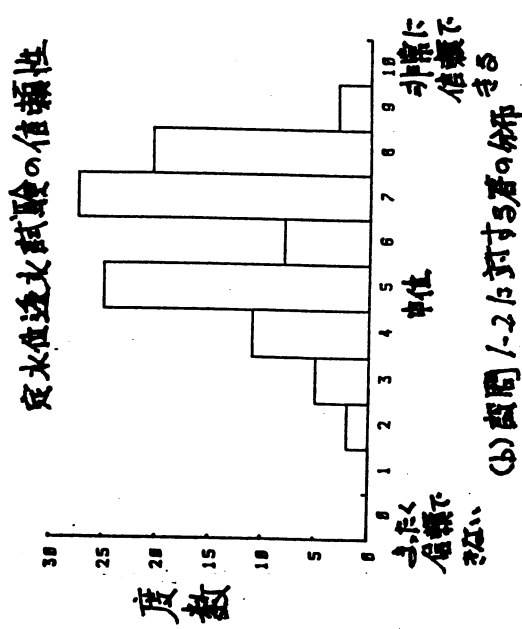


Fig. 2 アンケート結果の一部

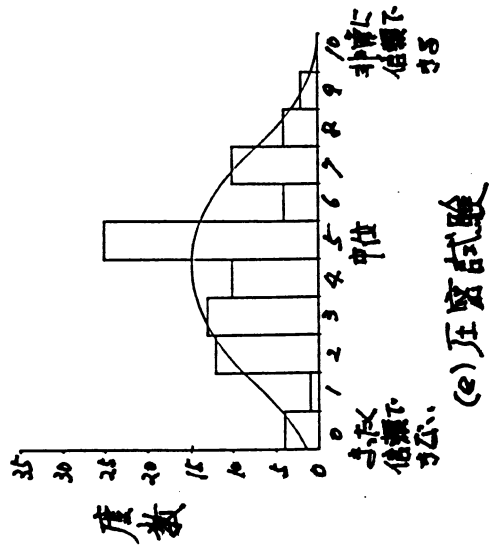
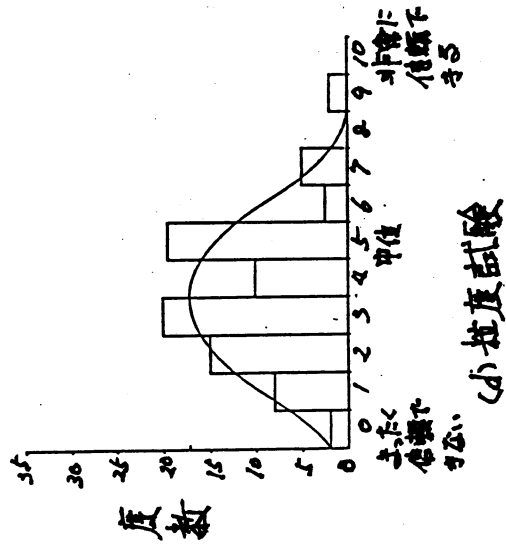
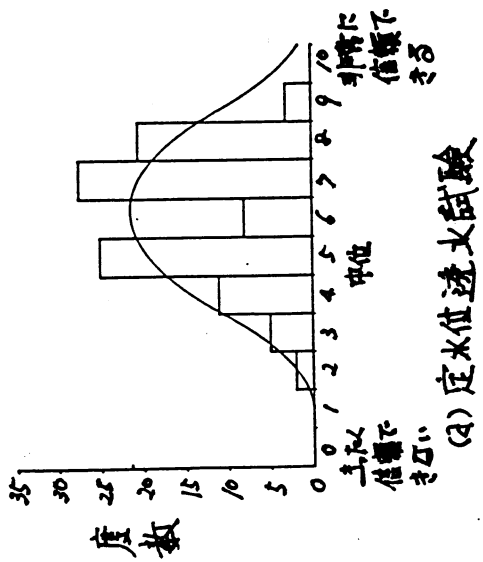
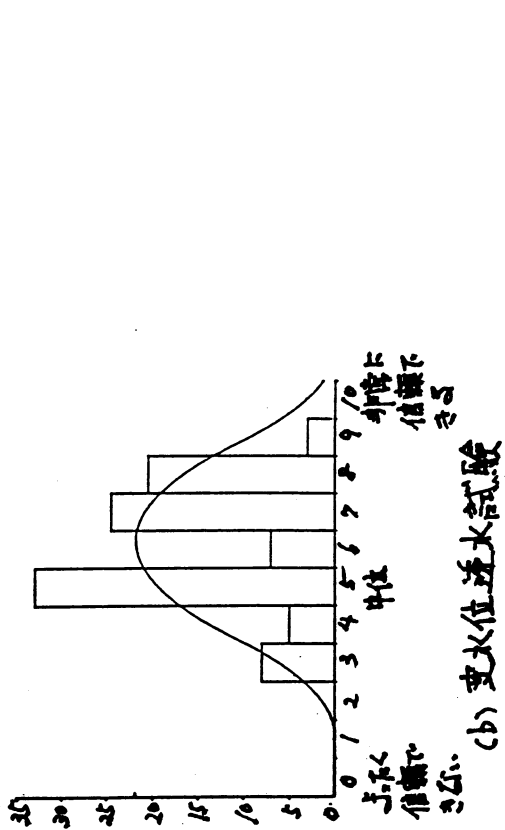
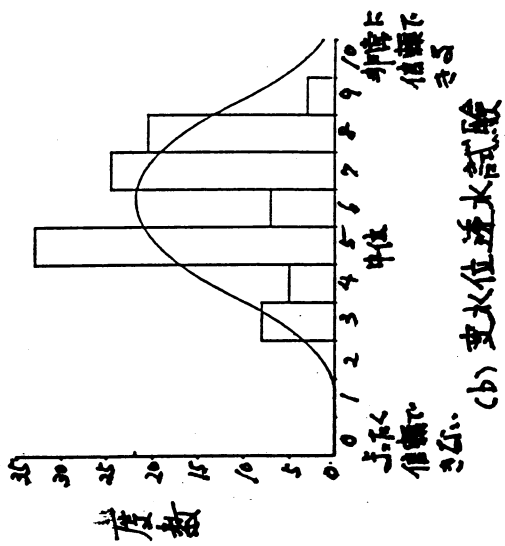


Fig. 3 各透水試験の信頼性の正関数近似

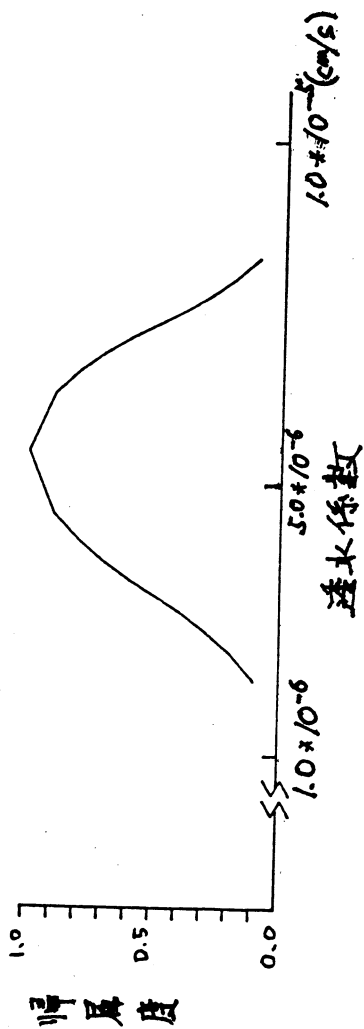


Fig. 4 確かでない透水係数

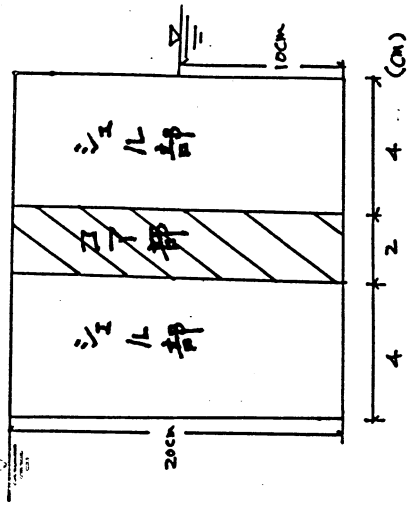
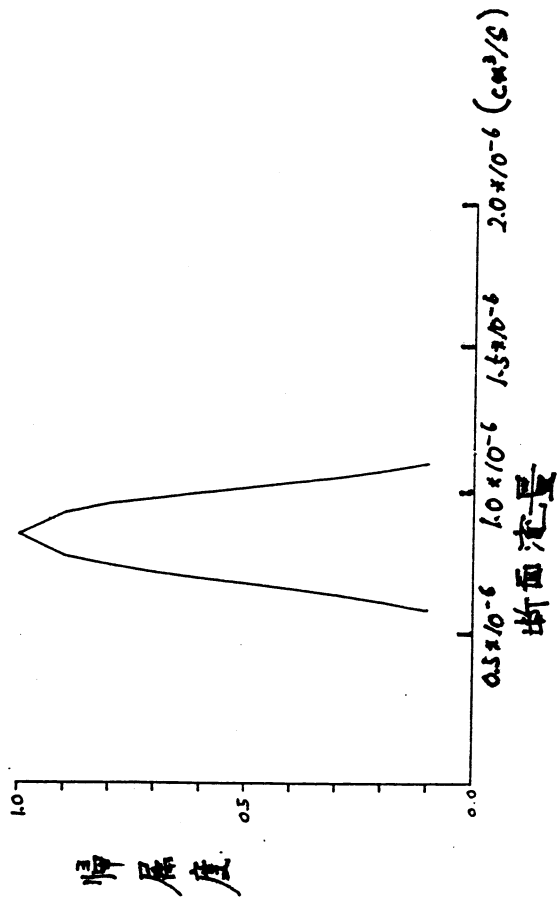


Fig. 5 Z型フィルタム



断面流量

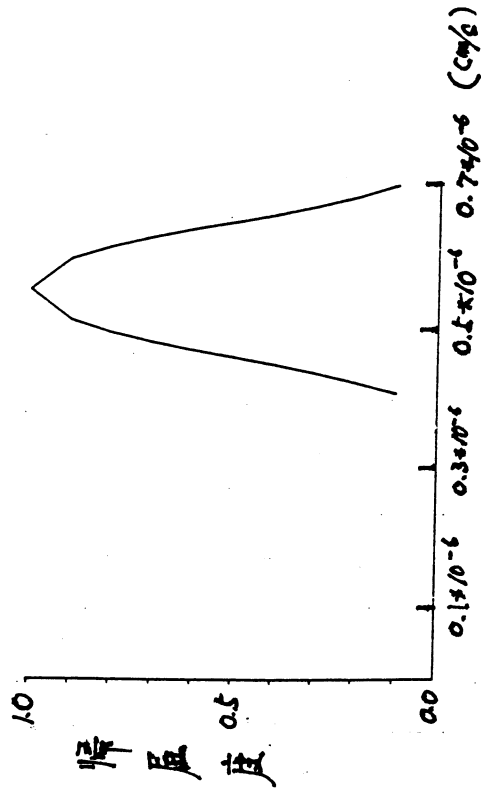


Fig. 6 推定される断面流量と最大流速
最大流速

ファジィ理論を用いた不静定構造物の信頼性評価
Reliability Assessment of Indeterminate Structure Using Fuzzy Set Theory

白石成人*、古田均*、小山徳成**

Naruhito Shiraishi, Hitoshi Furuta, Tokunari Koyama

*京都大学工学部

Faculty of Engineering, Kyoto University

**日本アイ・ビー・エム㈱

International Business Machine Japan Ltd.

Abstract

In this paper, an attempt is made to apply the concept of fuzzy set theory to the reliability analysis of damaged structure. Damage states are represented in terms of fuzzy sets which define several linguistic variables such as "severely damaged", "moderately damaged", "slightly damaged", etc. Information regarding the damage states can be introduced in the formulation of reliability analysis of damaged structure, by coupling with the PNET method proposed by Ang and Ma. Several numerical examples are presented to illustrate the method proposed herein.

1. まえがき

構造物の安全性を保持し、適切な維持・管理計画を立てるには、既存構造物の信頼性が評価できなければならない。その際、損傷を受けた構造物に対する信頼性評価をどのように行うかが重要となる¹⁾。

従来の信頼性理論においては、種々の不確定因子を確率変数で表し、主として確率統計理論を用いて構造物の安全性を評価してきた。損傷構造物の損傷程度も不確定因子の一つと考えることも出来るが、これを確率変数として取り扱うには、その裏付けとなる十分な量の統計データを得ることが不可欠である。このためには、対象構造物あるいは同型・類似の構造物に対して詳細な実態調査を行わなければならない。ところが、実際にこのような調査を行うには以下のような問題点がある。

- 1) 確率統計解析に必要なデータ数は膨大であり、その入手と解析に多くの時間と労力が必要である。
- 2) 対象となる特定の構造物の損傷状態を正確に推定することは、新たに開発された非破壊検査装置を用いても困難であり、しかもこの検査には巨額の費用が必要である。

このように損傷状態を正確に知り、それを確率変数として扱うには、経済的、時間的な面から種々の制約がある。それゆえ、従来損傷を受けた構造物に対する安全性の評価は、その構造物から得られる数少ない情報を基に技術者の経験や工学的判断によって主観的に決定される場合が少なくなかった²⁾。これらの方法の経験に裏付けされた信頼性と簡便さは評価できるとしても、理論的根拠に乏しく各々の構造物間の安全性評価に整合性が欠けているという事実は大きな問題点と言えよう。

上記のような詳細な調査を必要とせず、かつ人間の経験や工学的判断をできるだけ有益な形で利用でき、しかも理論的な整合性を持つ、より現実的な安全性評価法が望まれる。そこで本研究では、ファジィ理論を従来の信頼性理論に組み合わせることを試みる。すなわち損傷程度をファジィ集合で定義し、低減係数を用いてその影響を信頼性解析に導入する。このようにすれば構造物の安全性の尺度である破壊確率がファジィ量(ファジィ集合)として表現できることになる。破壊確率をファジィ量で表すことにより、損傷程度の推定に含まれるあいまいさの影響を直接的な形で評価することができる。さらに、各部材の損傷に対する頑健性あるいは、損傷による各破壊モードの重要度の変化などを、より汎用的な形で知ることができると思われる。

つぎに、このファジィ確率を用いた信頼性解析法を不静定構造物の信頼性評価に適用する。不静定系は土木構造物においても多く用いられており複数の荷重伝達経路つまり不静定特性を持つことから、安全性あるいは経済性の向上が期待されている³⁾。すなわち、ある構造要素が完全に破壊しても構造物全体としては依然安全であり、しかもその機能を保っていることが期待されている。一般にこのような構造物はフェイルセーフ機能を持つと言われるが、土木構造物は電気回路や他の機械システムとは異なり、一部の構造要素が完全に破壊すれば、他の要素がその機能を完全な形で代行することは考えられず、厳密な意味でのフェイルセーフの機能は期待できない。しかし、だからといって土木構造物においてフェイルセーフの概念が全く無意味であるわけではない。

土木構造物はその性格から全体系の崩壊が起こった場合、多数の人命を奪いその社会的影響は計り知れない。このことを考えると、土木構造物におけるフェイルセーフシステムとは全体系のカタストロフィックな破壊が生じる前に人々が避難できる、あるいは人命を救助できる時間的余裕を持つシステムと定義すべきであろう。この意味ではフェイルセーフシステムの意義は、構造物の供用中にあると考えられ、その場合損傷と不静定特性がどのように関連し、構造物の安全性に影響を与えるかを研究することが重要であろう。すなわち地震、台風、過荷重、部材の疲労、摩耗、腐食、クリープ、クラック等により損傷を受けた構造物の不静定特性が崩壊時にどのような動きをするかを評価することが必要であると考えられる。

本研究では、PNET法⁴⁾を用いて構造系全体の破壊確率を算定する。ただし各崩壊モードの破壊確率は、ファジィ量で定義されているため通常の方法では計算ができないので、新たな計算法を導く。損傷程度と全体系の破壊確率の対比から、各構造部材の重要度が規定でき、さらにその結果から、その構造物の維持・管理に対する有益な情報を得ることができると思われる。

2. 損傷構造物の信頼性解析

構造物の損傷程度を評価するに当たって、まずどのような調査を実施するか、また調査によって得られた情報をいかに損傷度評価に応用してゆかが問題である。現状は、非破壊試験などが供用後に行われることはほとんどなく、調査の中心は目視等による外観的評価におかれ独自に決められた点検要領に従って、日常点検、定期点検等が行われている。その結果から得られる情報は、質・量ともに不十分でまた特性が異なることから同一のレベルで扱うことはできず、何らかの重み付けを行い総合的な形で損傷度を判定している。ここで問題となるのは、調査の中心が目視等による外観的評価におかれていることと、得られたデータの重み付けが不十分なデータからなされていることである。なぜならば、この両者には人間の主観に起因するあいまいさが含まれていると考えられるからである。このことより損傷度の評価には、人間の主観のあいまいさを取り扱うために考慮されたファジィ理論を用いることが有用であると思われる。

本研究では、上記の理由により損傷度を評価するためにファジィ集合を用い、従来の信頼性解析と組み合わせることにより損傷構造物の信頼性解析法を導く。本論文では損傷による抵抗強度の低減係数として図1のファジィ集合を考える。図1において横軸 u は $[0, 1]$ の値をもち、 $u=1$ の時は全く損傷を受けていない状態、 $u=0$ に近づくにつれて損傷が大きくなると規定している。メンバーシップ関数の形としては、ここでは簡単のため三角形を採用しているが、損傷の種類により随時適当な形を選ぶべきである。損傷の程度が非常に曖昧な形でしか推定できない場合は、メンバーシップ関数は末広りの形となり、かなりの精度で推定できる場合は、もっと尖った形にすべきであろう。

いま、損傷は抵抗強度 R のみに影響を与え、荷重効果 S には全く関係しないと考える。このとき安全余裕 Z は損傷を表す低減係数 $\tilde{\phi}$ を用いて

$$Z = \tilde{\phi}R - S \quad (1)$$

で表され、ファジィ量となる。ここで確率変数 R と S が正規分布に従い互いに統計的に独立であるとすると、安全性指標 β は

$$\tilde{\beta} = \frac{\tilde{\phi} \mu_R - \mu_S}{\sqrt{\tilde{\phi}^2 \sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2)$$

となり、破壊確率は

$$\tilde{P}_T = \Phi\left(-\frac{\tilde{\phi} \mu_R - \mu_S}{\sqrt{\tilde{\phi}^2 \sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) \quad (3)$$

となる。ただし、 μ_R , μ_S , σ_R , σ_S はそれぞれ R と S の平均値と標準偏差である。また、 Φ は正規分布関数である。ここで注意しなければならないのは、安全性指標及び破壊確率もファジィ量となり、式(2)、(3)は通常の演算法では計算できないことである。そこで、ここでは拡張原理⁵⁾を用いて演算を行う。計算を簡単にするためにDubois, Prade⁶⁾が提案したL-R関数を用いる。式(2)の計算には、四則演算に加えて平方根の演算が含まれている。この近似法は、Dubois, Pradeは提案していないので、ここでは彼らの方法に基づいて新たな近似計算法を導いた。以下にその式を示す。

$$\textcircled{\phi} ; \sqrt{(m, \alpha, \beta)} \cong (\sqrt{m}, \alpha/2\sqrt{m}, \beta/2\sqrt{m}) \quad (4)$$

ただし、Dubois, Pradeの近似法が使えるのは計算するファジィ量どうしのメンバーシップ関数が同形であるという条件付きであるので、式(4)も、この形状に関する制約があることに注意しなければならない。

3. 構造系全体の破壊確率の算定

安全余裕 Z_i が式(5)で表され、部材抵抗 M_j ($j=1, 2, \dots, m$)、荷重 S_j ($j=1, 2, \dots, l$)が互いに独立な正規確率変数であると仮定すると、 Z_i は次に示すような平均値 μ_{Z_i} 、分散 $\sigma_{Z_i}^2$ 、共分散 $\sigma_{Z_i Z_j}$ をもつ正規確率変数となる。

$$Z_i = \sum_{j=1}^m a_j M_j - \sum_{j=1}^l b_j S_j \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

$$\mu_{zi} = \sum_{j=1}^n a_{ij} \mu_{nj} - \sum_{j=1}^1 b_{ij} \mu_{sj} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

$$\sigma_{zi}^2 = \sum_{j=1}^n a_{ij}^2 \sigma_{nj}^2 - \sum_{j=1}^1 b_{ij}^2 \sigma_{sj}^2 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

$$\sigma_{zizj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} a_{jk} \sigma_{nk}^2 - \sum_{k=1}^1 b_{ik} b_{jk} \sigma_{sk}^2 \quad (i, j=1, 2, \dots, n; i \neq j) \quad (8)$$

ここで、 a_j, b_j は定数である。ここで、 i 番目の崩壊モードの破壊確率 P_{ri} は式(3)と同じように次式で計算される。⁷⁾

$$P_{ri} = \Phi(-\mu_{zi}/\sigma_{zi}) \quad (9)$$

いま、この構造物がある損傷を受けたとすると、式(6)~(8)は低減係数 ϕ_j を用いて以下のように書き直せる。

$$\mu_{zi} = \sum_{j=1}^{m1} \phi_j a_{ij} \mu_{nj} + \sum_{j=m1+1}^n \mu_{nj} - \sum_{j=1}^1 b_{ij} \mu_{sj} \quad (10)$$

$$\sigma_{zi}^2 = \sum_{j=1}^{m1} a_{ij}^2 \phi_j^2 \sigma_{nj}^2 + \sum_{j=m1+1}^n a_{ij}^2 \sigma_{nj}^2 - \sum_{j=1}^1 b_{ij}^2 \sigma_{sj}^2 \quad (11)$$

$$\sigma_{zizj} = \sum_{k=1}^{m1} a_{ik} a_{jk} \phi_i \phi_j \sigma_{nk}^2 - \sum_{k=1}^1 b_{ik} b_{jk} \sigma_{sk}^2 \quad (12)$$

ここで、 $m1$ は損傷を受けている箇所（塑性ヒンジの生じる点）の数である。

つぎに各崩壊モードに対する破壊確率 P_{ri} から構造破壊確率 P_r を求めることを考える。本研究ではAng等によって提案されたPNET法⁴⁾を用いて近似的に P_r を求めることを考える。PNET法では、まず各崩壊モードをその構造破壊確率への寄与度によって並べかえる必要がある。ところが本論文では損傷の影響を表す低減係数をファジィ量として定義しているため、安全余裕、崩壊モードの破壊確率、各モード間の相関、構造破壊確率全てがファジィ量となる。このとき問題となるのは、崩壊モードの重要度の分類および各モード間の相関の評価をどのように行うかである。すなわち、 P_{ri} や相関係数がファジィ量として定義されているため、通常の大小関係のみでは正確な評価ができない。よってPNET法を損傷構造物の信頼性解析に適用するには、何らかの措置をとる必要がある。

PNET法とは、崩壊モード $i, j (i, j=1, 2, \dots, n; i \neq j)$ 間の相関係数 ρ_{ij} に注目して、 ρ_{ij} がある値 ρ_0 よりも大きいときは完全従属、反対に小さいときは完全独立 ($\rho_{ij}=0$)とみなし、多重積分を用いずに P_r を求めるために考え出された近似解法である。この完全独立が完全従属かを決定する ρ_0 の値としては、両者の破壊確率のオーダーが共に 10^{-1} のときは $\rho_0=0.5$ 、 10^{-2} のときは $\rho_0=0.6$ 、 10^{-3} のときは $\rho_0=0.7$ 、 10^{-4} のときは $\rho_0=0.8$ という具合に多分に経験的に決定されている。しかし本論文では相関係数もファジィ量となるので、 ρ_0 を決めても ρ_{ij} が ρ_0 よりも大きいかわかりか小さいかを容易に決定することは難しい。そこで、ここでは ρ_0 もファジィ量と考えて、 ρ_{ij} と ρ_0 の関係より完全独立あるいは完全従属の分類を行う。

ρ_0 のメンバーシップ関数の決定は従来のPNET法に基づいてそれを拡張した形で行う。つまり2組の崩壊モードの破壊確率 P_{ri} の中央値のオーダーがともに 10^{-1} のときは ρ_0 は0.5をとっていたので、 ρ_0 は中央値が0.5で幅が[0.45, 0.55]のメンバーシップ関数を持つと規定する。つぎに P_{ri} の中央値のオーダーに差がある場合、例えば 10^{-1} と 10^{-3} といったときには、中央値が0.6で幅が[0.5, 0.7]のメンバーシップ関数を持つ ρ_0 を考える。これは従来のPNET法では破壊確率のオーダーが同じものしか扱っておらず、オーダーが 10^{-1} のときは $\rho_0=0.5$ 、 10^{-3} のときには $\rho_0=0.7$ であることから、その間をとって中央値を0.6、幅を[0.5, 0.7]としたわけである。

次に各崩壊モードの重要度の順序付であるが、これもファジィ量であるため容易ではない。そこで本研究では以下に示す3つの方法を考えた。

第1法

各崩壊モードの破壊確率 P_{ri} の中央値だけに注目して順序付を行う。このとき P_{ri} の中央値のオーダーが 10^{-6} 以下のものは計算には含めない。そして ρ_{ij} の評価には、 ρ_0 の中央値と ρ_{ij} の中央値のみの順序関係から独立、従属を規定してPNET法を適用する。この方法はファジィ量の中央値のみに注目しているため、従来のPNET法と全く同じ計算をしていることになる。本方法の結果は主として第2、第3法との結果の対比に用いる。

第2法

この方法では、 P_{ri} のメンバーシップ関数の形が尖っているもの、言い替えれば、幅の小さいものに注目して順序付を行う。すなわち、同じファジィ集合の中でもあいまいさの小さいものを重視することにより、構造破壊確率 P_{ri} のメンバーシップ関数の幅をできるだけ小さくし、あいまいさの少ない P_{ri} を算定することを目的としている。本方法でも P_{ri} の中央値が 10^{-6} 以下のときは微少量として計算上無視した。このとき相関係数 ρ_{ij} の評価は以下のように行う。 ρ_0 及び ρ_{ij} の最小値と中央値、最大値をそれぞれ a, b, c, A, B, C とすると

$$i) a \leq A \quad \text{かつ} \quad c \geq C$$

$$ii) c \leq A$$

$$iii) a \leq A < c \quad \text{かつ} \quad c < C$$

のとき $\rho_{ij}=(1, 0, 0)$ 、それ以外のとき $\rho_{ij}=(0, 0, 0)$ と考える。

第3法

各崩壊モードの破壊確率 P_{ri} のメンバーシップ関数の中央値より右側のいわゆる危険側のすそ野が大きいものを重視して順序付を行う。これより P_{ri} のメンバーシップ関数は中央値がより危険側に、しかもその幅が大きく算定されることになる。これにより第2法とは違った意味での有用な情報が得られると思われる。この場合の ρ_{ij} の評価には第2法と同じ a, b, c, A, B, C を使って

$$i) c < A$$

$$ii) a > A \quad \text{かつ} \quad c < C$$

$$iii) a \leq A < c \quad \text{かつ} \quad c < C$$

$$iv) a = A \quad \text{かつ} \quad c = C$$

のとき $\rho_{ij}=(1, 0, 0)$ 、それ以外のとき $\rho_{ij}=(0, 0, 0)$ と考える。

以上のようにして算定された P_{ri} 、 P_r 、 ρ_{ij} によりつぎのようなことがわかる。

- 1) 損傷を受けたために構造物の崩壊モードの重要度の順序が変わる。これにより損傷がその程度、位置によりどの崩壊モードに大きな影響を与えるのかがわかる。また、同時に損傷評価に含まれているあいまいさの影響を明確な形で把握することができる。
- 2) 崩壊モードの重要度の順序が変わることにより、構造破壊確率も変化する。これより1)とあわせて、損傷の程度、位置によりどの部材が破壊に大きく寄与しているかを知ることができ、維持・補修計画に有益な示唆を与えることができる。
- 3) PNET法の精度を左右する ρ_0 の値をファジィ量と考えることにより、構造破壊確率算定に必要な崩壊モードの選定がより汎用的な形で行うことができ、2)の特徴と併せてより情報量の多い信頼性評価ができる。
- 4) 構造破壊確率をファジィ量で定義することにより、メンバーシップ関数の形状（例えば危険側の広がり大きいとか、全体に尖った形をしている等）をみることにより、構造物の安全性を評価する人間に対して多くの情報を与え、損傷を受けた場合の不静定特性の役割を類推する手がかりを与えることができる。

以上のように従来の信頼性理論にファジィ理論を導入し、PNET法を用いることにより損傷を受けた不静定構造物の信頼性が評価できる。基本的な損傷の程度、種類、位置等を規定することによって、損傷構造物の信頼性解析に必要な崩壊モードを限定できる可能性があり、大規模な構造物に対しても本方法が適用できると思われる。

4. 数値計算結果および考察

本研究に用いた一層ラーメンおよび二層ラーメンをそれぞれ図2、図3に、各々の損傷パターンを図4、図5に示す。図6、図7はそれぞれ一層および二層ラーメンの破壊確率のメンバーシップ関数を表す。各々低減係数は図8に示す $\phi=0.75$ である。

図6および図7に示すように、損傷による影響をファジィ量 ϕ で規定することにより、構造物の安全性をファジィ確率としてより汎用的な形で評価することができる。

図6において第1法と第3法の結果が全く同じになったのは、モデルの単純さに起因すると思われる。図6、図7が示すように、第2法と第3法を比べた場合、メンバーシップ関数の幅は第2法の方が小さく、危険側のすそ野の広がり第3法の方が大きいことがわかる。これより構造物の設計等において破壊確率を求める際に、精度が必要な場合には第2法を、安全性の確保を重視する場合には第3法を用いるべきであろう。

5. 結論および今後の課題

本研究を通じて得られた結果および今後の課題を以下に示す。

- 1) 損傷度の評価という人間の半断基準に関わるあいまいさを包含する不確定性をファジィ理論を使うことによって定量化でき、その影響を信頼性解析に導入することができる。
- 2) 損傷度をファジィ量で定義することにより、安全性指標、相関係数、破壊確率がファジィ量となるが、本論文で提案し

た近似法を用いれば比較的簡単に計算ができる。

- 3) 破壊確率をファジィ量で定義することにより、損傷度の構造信頼性への影響を直接的な形で把握でき、各破壊モードの重要度をより一般的な形で評価できる。
- 4) PNET法で重要な働きをする相関係数をファジィ量で定義し、より柔軟な従属・独立の判別法を導き、構造破壊確率を算定するための3つの方法を提案した。これらを用いれば、目的に応じて破壊確率の評価方法を変えることができる。
- 5) 損傷の程度、パターン、位置等による構造破壊確率の変化を見ることにより、各部材の損傷時の重要度あるいは崩壊モードの重要度がわかる。さらに基本的な損傷パターンを設定し、 ρ_0 の評価尺度を変えることにより、損傷時の信頼性解析に必要な崩壊モードを特定できる。

今後の課題として以下のものが考えられる。

- 1) ファジィ量の近似演算法として、Dubois, Pradeの提案したL-R関数による方法を用いたが、これは演算に用いられるファジィ量のメンバーシップ関数が同形であるという条件があり、汎用性に欠ける。
- 2) メンバーシップ関数の決定法には、まだ合理的な方法論が確立されておらず、心理学、社会学等の他の分野の協力を得て考究されるべきである。
- 3) 崩壊モードの重要度別の並び替えや相関係数と ρ_0 の大小関係など、一般にファジィ量を用いればメンバーシップ関数の形により明確な順序関係がつけられない場合が生じる。本研究でいくつかの考え方を示したが、今後さらに検討を加えより適切な方法を見いだすことが必要である。
- 4) PNET法において ρ_0 をファジィ量と考える意義についてさらに検討を加え、その決定法について考究すべきである。
- 5) 数値計算に用いた骨組み構造物があまりに単純すぎて、PNET法における相関の評価の違いがはっきり現れていない。今後もう少し実際的な大規模な構造物を扱い、より詳細な検討を加える必要がある。

参考文献

- 1) 古田均、白石成人、J. Yao: 損傷構造物の信頼性解析、材料(投稿中)
- 2) H. Furuta, N. Shiraishi and J. T. P. Yao: An Expert System for Evaluation of Structural Durability, Proc. of 5th OMAE Symp., Tokyo, 1986.
- 3) P. Thoft-Christensen and Y. Murotsu: Application of Structural Systems Reliability Theory, Springer Verlag, 1985.
- 4) A. H-S. Ang and H-F. Ma: On the Reliability of Structural Systems, Proc. of ICOSSAR '81, Trondheim, Norway, pp. 295-314, 1981.
- 5) Dubois, D. and H. Prade: Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, 1980.
- 6) Dubois, D. and H. Prade: Fuzzy Real Algebra: Some Results, Fuzzy Sets and Systems, 2, 327-348, 1979.
- 7) トフクリステンセン、パーカー(室津監訳): 構造信頼性—理論と応用—、シュプリンガーフェアラーク 東京、1986

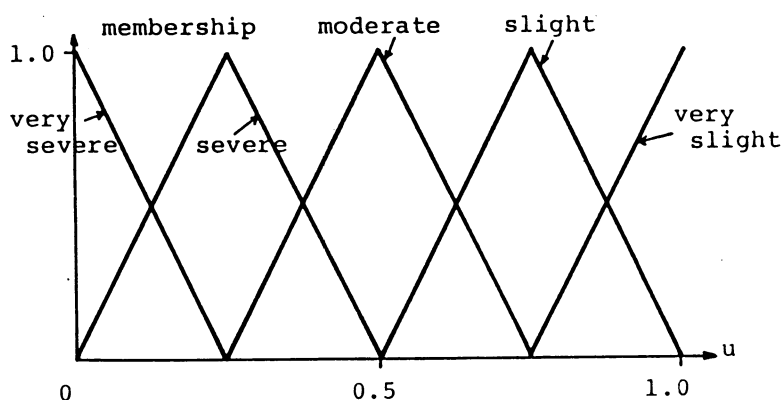


図1 言語変数に対するメンバーシップ関数

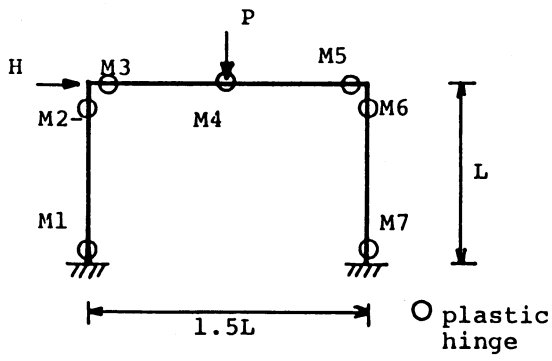


図2 一層ラーメンの例題

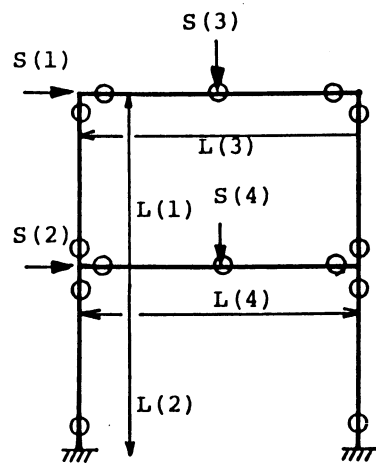


図3 二層ラーメンの例題

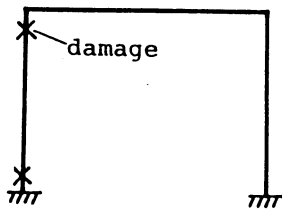


図4 一層ラーメンの損傷パターン

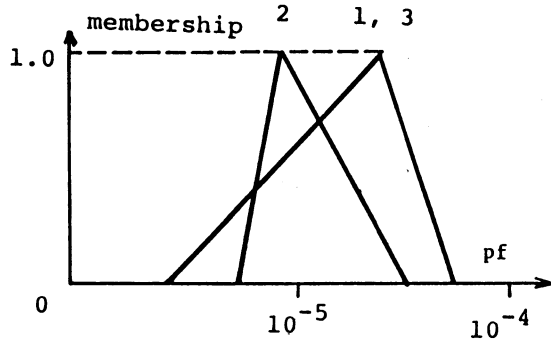


図6 一層ラーメンの数値計算結果

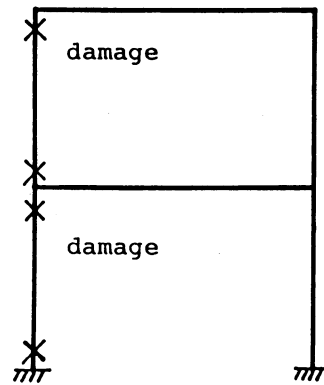


図5 二層ラーメンの損傷パターン

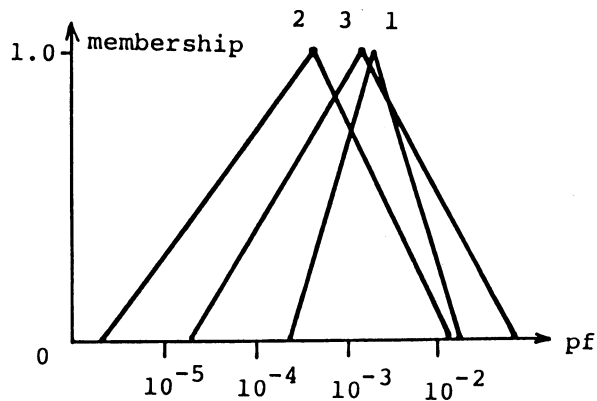


図7 二層ラーメンの数値計算結果

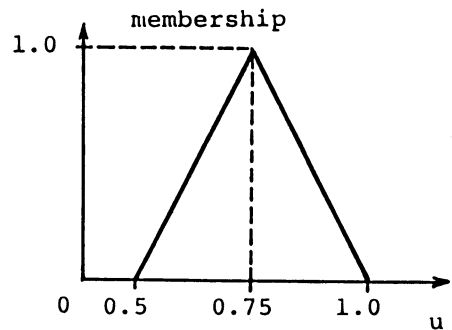


図8 低減係数 $\phi=0.75$

パネル討論

ファジィ理論と知識情報処理

司会：岩井 壮介 (京都大学 工学部)

パネリスト：塚本 弥八郎 (名城大学 短期大学部 商経学部)

寺野 隆雄 (電力中央研究所)

廣田 薫 (法政大学 工学部)

山川 烈 (熊本大学 工学部)

あいまい推論への規範的接近

A Normative Approach to Fuzzy Reasoning

塚本弥八郎

Yahachiro Tsukamoto

名城大学短期大学部

Junior College, Meijo University

1. あいまいな情報や知識を用いた推論についての最近のいくつかの研究の特徴の一つに、どんな Implication と Modus Ponens の型を使えば良いのかという点を避けて通るものが多い。しかし、これにはいくつかの理由がある。

一つに、T-Norm の流行がある。これは相当に緩い条件なので、良く使われる型のほとんどのものを含んだまま扱うことができる。数学としてはそれでよいが、応用においてはどれかを特定しなくてはならない。さらに、使ってみて何とかうまくゆけば良いという考え方がある。しかし、論理的背景がはっきりしてないと直感に合わない結果を招くこともある。もう一つに、シミュレーションによる研究がある。実験の積み重ねから、一般形を推測することができるという期待はあるが、たとえばあるモデルで実験すると、そのモデルに合う推論の型は決っても、それ以上の一般化は難しい。

あいまいさをどう捉えるかという点で、いろいろな立場があろうが、しかし、あいまい推論にもそれが満足すべき規範のようなものを考えるべきと思われる。ここでは、いくつかの規範を設定し、いろいろなあいまい推論の型をそれらに照らして捉え直してみたい。

2. あいまい推論が満たすべき規範的ルールとして次の六項目について考える。

(N1) [前提のあいまいさの結論への自然な移行]

結論の真理度は前提の真理度より制約的でない。

(例) $(x \text{ is tall}) \rightarrow (y \text{ is heavy})$ という知識のもとで、 $v(x \text{ is tall})$ is true のとき、 $v(y \text{ is heavy})$ は fairly true 等にはなり得ても、very true にはなりえないという要請である。

(N2) [単調性]

前提の真理度が高いほど、結論の真理度も高い。(m.p.)

前提の真理度が低いほど、結論の真理度も低い。(m.t.)

(N3) [慎重さ]

Implication における前件(後件)の真理度が否定(肯定)的のとき m.p.(m.t.)に基づく結論は非制約的となる。

(例) $(P2, P1 \rightarrow Q1) / Q2$ (m.p.) において、 $P2$ の内容が $P1$ とかけ離れているとき、 $v(Q1)$ is unknown と述べるべきであるという要請である。

(N4) [対称性]

(N5) [敏感さ]

推論を行なう回数が増えるにつれて結論の真理度は非制約的となる。

(N6) [拡張性]

二値論理を特別な場合として含む、または多次元推論へ拡張できる。

3. 特に重要と思われるいくつかの Implication の定義と Modus Ponens について、上述した規範的ルールからの検討と、さらに若干の問題点の指摘を発表時に行ないたい。

参考文献

- (1) 石塚：「演繹的推論から高次推論へ向けてのあいまい知識の役割」
EMRAS 全体会議資料、昭和61年度第2回会合 pp16-17
- (2) 市橋他：「t-norm に基づくファジイ集合のファジイ測度」 第2回ファジイ
システムシンポジウム論文集 pp131-136, 1986
- (3) 水本：「種々のファジイ推論法の下での Fuzzy 制御」 第2回ファジイ
システムシンポジウム論文集 pp131-136, 1986
- (4) 塚本：「あいまい推論」計測と制御、Vol.22, No.1, pp139-145, 1983
- (5) L.A. Zadeh："Fuzzy Logic and Approximate Reasoning" Synthese,
Vol.30, pp407-428, 1975
- (6) J.F. Baldwin and B.W. Pilsworth："Axiomatic Approach to Implication
for Approximate Reasoning with Fuzzy Logic" Fuzzy Sets and systems,
3-2, pp193-219, 1980

エキスパートシステムにおける 不確実な情報の処理

Processing Uncertain Information in Expert Systems

寺野 隆雄

Takao TERANO

(財)電力中央研究所

Central Research Institute of Electric Power Industry

はじめに

エキスパートシステム技術の始まりは、1960年代のトイプロブレムが中心の人工知能研究の行きづまりを打破し、実際的な問題の解決に専門家の“知識”の利用を試みることにあった[1]。そして Dendral や MYCIN などのスタンフォード大学における初期のシステムの成功、Feigenbaum, E.A. 等による知識工学の提唱がきっかけとなって、最近ではありとあらゆる分野でエキスパートシステムの事例が急激に増加している[2]。その結果、かつて数式処理やロボットの技術が人工知能研究から分離・独立していったように、エキスパートシステム技術も本来の人工知能研究から分離しつつあるのが現状である。その中でも、特にルールやフレームの概念は、新しいプログラミング・パラダイムとして定着しつつあるように思える。

ところが、エキスパートシステムはプロトタイプの開発までは比較的容易だが、それを実用システムにまで拡張するのは一般に非常に困難である。その理由のひとつは、問題解決に伴って現れる不確実な情報をどのように取り扱うかが、理論的にも技術的にも明確になっていないことにある。本稿では、エキスパートシステム技術をプログラミング手法と考える立場[3]からこの問題について考察を行う。

従来型システムとエキスパートシステム

従来型のシステムでは、一般に、知識-問題解決に必要な情報-がプログラムと数値データという形で表現される。すなわち、まず与えられた問題を適当な手法で離散的に近似する。そして、その処理に必要な知識をアルゴリズムとデータ構造という形で定式化し、最終的にプログラムの形で記述する。その時に、与えられた問題は、離散化するという意味と適当なアルゴリズムを用いるという意味とから二重に近似される。ただし、従来型シ

ステムの場合は、問題を定式化する際に十分な近似がなされるので、問題を解くにあたって、すなわち、プログラムを動かすにあたっては、不確実な情報を意識して扱う必要性はほとんどなくなる。

それに対し、エキスパートシステムにおける問題解決では、従来型システムにはみられない近似がなされる。エキスパートシステム手法の特徴は、従来ならプログラムに埋め込まれるはずの知識をプログラムの外に出して、陽に記号的に記述することである。しかし、専門家の問題解決知識を網羅的に記述し、その適用条件をすべて明らかにすることは非常に困難である。そのため、一般には、知識を人工知能の概念を使って記述した時点で、自動的にもとの問題は何らかの形で近似される。また、記述された知識は定性的であり、さらに、現在の知識処理技術の未熟さから、知識の正しい解釈や処理手順を推論機構で完全に与えられないことも多い。したがって、すくなくとも知識を問題解決に利用する場合は、その適用方法も(専門家の知識の利用方法に比べると)近似的なものにならざるをえない。

このような近似のやりかたは従来型システムには見られないものである。エキスパートシステムで知識にあいまいさを含んだまま推論処理を行うのは、このような二種類の近似を計算機上で扱うことを意味する。すなわち、エキスパートシステムにおいて不確実な情報を扱う意義は次の二点、専門知識の近似的な表現の容易化と計算機上に蓄えた知識に対する推論処理の効率化にあると考えられる。

不確実な情報の処理が必要なケース

Bhatnagar, R.K., Kanal, L. N. は文献[4]において、不確実な情報の処理が必要なケースを次の四種類に分類している。①情報が部分的な場合、②情報に信頼性が欠ける場合、③表現言語が不完全な場合、④複数の情報が互いに相いれない場合。以下では、視点をかえて、これらを入力データの不確実性、専門

知識の不確実性、推論処理における不確実性という3つの立場から考察する。

(1) 入力データの不確実性：これは、①、②、④の意味をもつ。この種の不確実性を処理するには、たとえば、入力データそのものをファジイ値とするよりも、仮説的な推論方式などを採用して、問題解決知識あるいは推論処理方式を充実させることが重要であろう。

(2) 専門知識の不確実性：これは、前節で述べた問題解決知識を近似することによって生ずる不確実性であり、①、②、③、④のすべてに対応する。特に、知識の収集・記述にあたっては、適用可能な知識処理手法に知識を強引に変換することが必要であるため、③が大きなネックとなる。また、対象とする事象の因果関係を明確にするのは難しく、ルール形式は制約がきつすぎるため、ヒューリスティックなルールにCFなどの確からしさの尺度を導入するという方法がしばしば用いられる。ただし、この種の不確実性を扱うには、さまざまな手法が使える。

(3) 推論処理における不確実性：これも、①、②、③、④のすべてに対応する。それに加えて、重要なのは、前節で述べた推論の効率化に役立っていることである。たとえば、ルールに付属したCF値などは、知識を近似する役割よりも推論の効率化に役立つことが多い。

不確実な情報を処理する手法と課題

不確実な情報をエキスパートシステムで取り扱う手法としては、よく知られているとおり、確率や、上で述べたCF^[5]、それを発展させたDempster & Shafer理論、ファジイ論理^[6]、さまざまな非単調論理などがある。これらの理論は、いったん知識が整理され、計算機上に格納されてしまえば、その後の推論処理にある程度の合理性を与えるものである。しかし、知識(の断片)に割り当てべき不確実な情報をどのように定めれば良いかについては、これらの理論からは答えられない。

筆者は、このような課題に対してはシステム工学的な問題解決手法、ならびに、意志決定理論(たとえば[7]などを参照)が重要な役割を果たすと考えている。我々は、それに関連するひとつのアプローチとして、非ベイズ的な意志決定手法であるAHP^[8]をフレーム型知識表現と組合せて特定のエキスパー

トシステムで利用している^[9]。これは、あいまいさを含む専門知識の整合性がチェックでき、また、広い範囲の意志決定問題に適用可能であるという点で興味深いものと考えている。

おわりに

本稿では、エキスパートシステムにおける不確実な情報処理の意義について考察を行った。上で述べたようにエキスパートシステムで不確実な情報を扱う場合、その意味づけにはさまざまな側面がある。どのような手法で不確実性を処理するにせよ、その意味を常に明確に意識しておくことは、エキスパートシステム設計者の義務であろう。それによって、これまでに提案された手法の明確化や改善方法に関する研究も進展することが期待できる。本稿を取りまとめるにあたっては、当所の知識処理研究会のメンバーとの議論、ならびにICOTのKSS-WGにおける討論が有益であった。感謝の意を表する。

参考文献

- [1] ハイザーロス他編(AIUEO訳)：“エキスパート・システム。”産業図書，1985。
- [2] Waterman, D. A.: “A Guide to Expert Systems.” Addison-Wesley, 1985。
- [3] 寺野隆雄：電力分野における人工知能適用の将来展望。電気四学会関西支部専門講習会講演論文集(電力分野における最近の計算機応用技術)，pp.91-98,1987年2月。
- [4] Bhatnagar, R.K., and Kanal, L.N.: Handling Uncertain Information: A Review of Numeric and Non-numeric Methods. (in Kanal, L.N., and Lemmer, J.F. (eds.): “Uncertainty in Artificial Intelligence.” North-Holland, pp. 3-32, 1986.)
- [5] Shortliffe, E.H.: “Computer-Based Medical Consultation: MYCIN.” Elsevier, 1976。
- [6] 数理科学：“特集：ファジイ理論とその応用。” No. 284 (1987年2月)。
- [7] 寺野寿郎：“システム工学入門。”共立出版，1985。
- [8] オペレーションズリサーチ：“特集：階層化分析法。” Vol.31, No.8 (1986年8月)。
- [9] 寺野隆雄(他)：“ガムゲート診断エキスパート・システムとAHP。” in [8], pp. 500-504 (1986)。

ファジィエキスパートシステムの課題 The Subject for a Future Study in Fuzzy Expert Systems

廣田 薫
Kaoru HIROTA

法政大学工学部
College of Eng., HOSEI Univ.

要 旨

ファジィ理論を適用したエキスパートシステム(以下ESと略す)をファジィエキスパートシステム(以下FESと略す)と呼ぶことにする。通常、人工知能(AI)におけるESというと、シェルを中心とするソフトウェアのイメージが強いが、FESでは、制御機械も含んだハードウェアがらみのイメージが強い。FESの産業レベルでの実用化が始まって約7年、報告された(産業レベルでの)成功事例数も50を越えようとしている。そろそろあの事例この事例と全体を把握していくのが困難になりそうなほど一般化が進行しつつある。一方で、70年代以前のファジィしか知らず(あるいはは知ろうとせず)、相変わらずファジィの有効性を疑問視する声も、まだ時々聞かれる。実際、それらの意見の中には、FESにおいて今後早急に解決すべき(と考える)問題点も時折含まれる。ここでは、そのような問題点をいくつか取りあげて討論する。

◎ファジィネスの概念

[0, 1] ... Machine
言語変数 ... Man
type N
ランダムネス
...

Man-Machine Communicationの問題

◎ファジィ推論の方式

ファジィプロダクションルール
理論面からの統合
並列処理の適用
それ以外の方式の検討
フレーム型
...

◎適用分野の拡大

制御

ソフト指向のES

パターン認識（画像，音声，触覚）

ロボット

OR

土木，建築

経済

認知心理

◎ハードウェアの開発

デジタル技術の利用

アナログの検討

光その他の適用可能性

推論エンジン

ファジィメモリ

アーキテクチャとOS

◎今後の課題

ファジィKEの育成

システム構築法の標準化、簡単化、安定性の保証

多段階推論とあいまいさの爆発問題の解決

ルール数、フレーム数等の大規模化

SCALAR FUZZY INFORMATION IN MIN-MAX FUZZY INFERENCE

TAKESHI YAMAKAWA

DEPARTMENT OF EECS, KUMAMOTO UNIVERSITY

Some fuzzy linguistic informations, e.g. "tall", "slow", can be characterized by membership functions. The membership function is sampled and transformed to a train of grades such as (0, 0, ..., 0.1, 0.2, 0.5, 0.8, 0.9, 1, 1, 1, ...) (Fig.1). It is called fuzzy word^{1),2)}, while 1101 0101 is called binary word of 8 bits. This type of fuzzy linguistic information is regarded as a vector fuzzy information, because it consists of some elements.

On the other hand, fuzzy linguistic informations, e.g. "beautiful", "important", can not be characterized by membership functions, but by singular values. For instance, "she is beautiful at the grade of 0.8". This type of fuzzy linguistic information does not consist of plural elements, so that it is regarded as a scalar fuzzy information.

We have to discriminate the behavior of scalar fuzzy information from that of vector fuzzy information. Consider the following fuzzy inference.

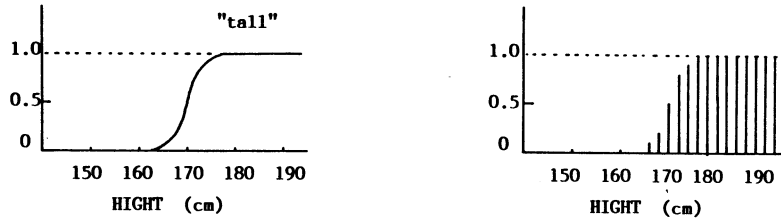
$$\begin{array}{l} \text{If } x \text{ is } \mathbf{A}, \text{ then } y \text{ is } \mathbf{B} \\ x \text{ is } \mathbf{A}' \\ \hline y \text{ is } \mathbf{B}' \end{array}$$

- [Case 1] $\mathbf{A}, \mathbf{A}', \mathbf{B}, \mathbf{B}'$: vector fuzzy informations (Fig.2 (a))
- [Case 2] \mathbf{A}, \mathbf{A}' : vector fuzzy informations
 \mathbf{B}, \mathbf{B}' : scalar fuzzy informations (Fig.2 (b))
- [Case 3] \mathbf{A}, \mathbf{A}' : scalar fuzzy informations
 \mathbf{B}, \mathbf{B}' : vector fuzzy informations (Fig.2 (c))
- [Case 4] $\mathbf{A}, \mathbf{A}', \mathbf{B}, \mathbf{B}'$: scalar fuzzy informations (Fig.2 (d))

A scalar fuzzy information is given as a conclusion of fuzzy inference [Case 2] very often. Therefore, a two-stage fuzzy inference [Case 2] followed by [Case 3] can be merged to a single-stage fuzzy inference as shown in Fig.3.

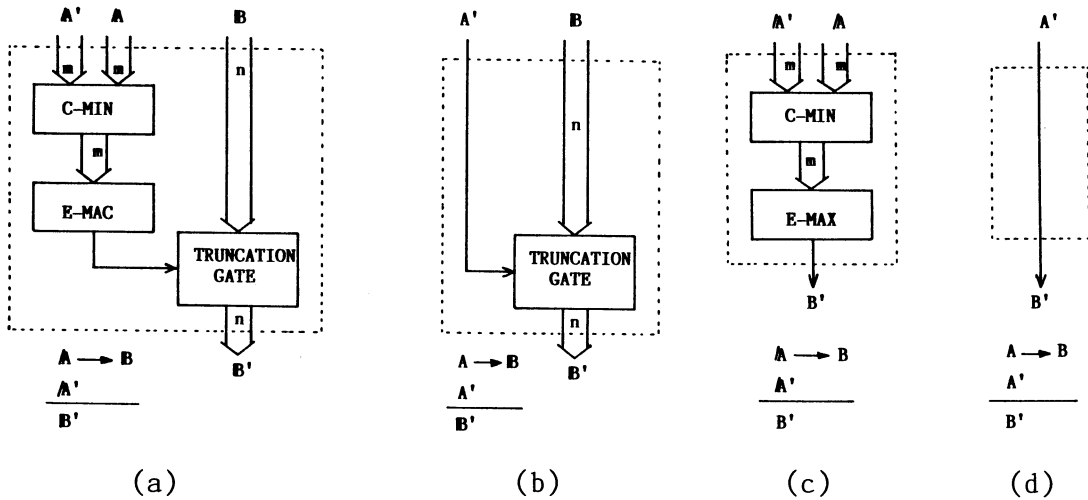
- 1) Takeshi Yamakawa, "An Approach to a Fuzzy Computer Hardware System," Proc. 2nd Int. Conf. Artificial Intelligence, Marseille, France, Annex Volume, pp.1-22 (December 1986).
- 2) Takeshi Yamakawa, "A Simple Fuzzy Computer Hardware System Employing MIN & MAX Operations," Proc. 2nd IFSA Congress, Special Demonstration Session (to be published in July 1987).

$$W_{\text{tall}} = (0, 0, \dots, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1, 1, 1, \dots)$$



(a) (b)

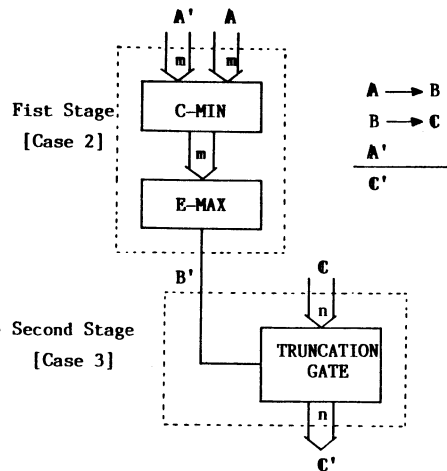
Fig.1 (a) Membership function of "tall" and (b) its sampled grades producing fuzzy word W_{tall} .



(a) (b) (c) (d)

Fig.2 Architecture of fuzzy inference engine. (a) Case 1, (b) Case 2, (c) Case 3 and (d) Case 4.

Fig.3 A two-stage fuzzy inference [Case 2] followed by [Case 3] is equivalent to a single-stage fuzzy inference [Case 1].



Note) C-MIN, E-MAX and Truncation gate blocks are described in 1) and 2) in detail.

第3回 ファジィ システム シンポジウム 講演論文集

昭和62年6月1日発行

編集 第3回 ファジィ システム シンポジウム 幹事
古田 均 (京都大学)、馬野 元秀 (大阪大学)

発行 国際ファジィシステム学会(IFSA) 日本支部
《事務局》

591 堺市百舌鳥梅町4-804

大阪府立大学 工学部 経営工学科 第3講座内

電話 (0722) 52-1161 内線 2377

印刷 株式会社 セイエイ印刷

536 大阪市城東区蒲生2丁目10-33

第9回ファジィシステムシンポジウム参加者

アイザック F. メンサ ボンス (北海道大学)
 アルヌ ティエリ (国際ファジィ工学研究所)
 アンカ ラレスク (国際ファジィ工学研究所)
 アンドレ ハラミーリョ (機械技術研究所)
 バスチアン アンドレアス
 (国際ファジィ工学研究所)
 マシヤール マシンチ (明治大学)
 ルイス ハラルド (福島大学)
 愛須 英之 (国際ファジィ工学研究所)
 赤間 清 (北海道大学)
 浅居 喜代治 (大阪工業大学)
 阿部 啓之 (轉ニコソ)
 阿部 靖則 (新菱冷熱工業轉)
 荒井 哲三 (武蔵工大)
 荒井 良徳 (国際ファジィ工学研究所)
 荒尾 真樹 (オムロン轉)
 荒木 智行 (明治大学)
 有田 清三郎 (関西医大)
 五百旗頭 正 (轉明電会)
 池田 武治 (法政大学)
 生駒 哲一 (東京都中野区野方)
 石川 和男 (轉豊田自動機械製作所)
 石出 忠輝 (木更津工業高等専門学校)
 石原 成浩 (東海大学)
 石淵 久生 (大阪府立大学)
 石丸 恵一 (国際ファジィ工学研究所)
 磯部 光朗 (日本電気轉)
 板倉 直明 (電気通信大学)
 井田 憲一 (足利工業大学)
 市橋 秀友 (大阪府立大学)
 一色 浩 (日立造船轉)
 伊藤 絳 (富士電気総合研究所)
 伊藤 健世 (千葉大学)
 伊藤 公紀 (北海道大学)
 伊藤 英則 (名古屋工業大学)
 伊藤 秀美 (気象研究所)
 伊藤 正満 (轉富士電機)
 稲川 直裕 (九州工業大学)
 稲口 晴久 (大阪工業大学)
 稲田 晃穂 (大阪工業大学)
 乾口 憲弘 (広島大学)
 井上 岳史 (中国電力轉)
 井上 勳 (三田市狭間が丘)
 井上 洋 (東京理科大学)
 今井 英幸 (北海道大学)
 今田 峰文 (大阪大学)
 今林 弘資 (神鋼電機轉)
 今村 佳世 (松下電工轉)
 井村 敦 (国際ファジィ工学研究所)
 岩井 壮介 (京都大学)

岩切 正夫 (大阪電気通信大学大学院)
 岩谷 敏治 (国際ファジィ工学研究所)
 岩本 啓 (国際ファジィ工学研究所)
 上杉 正人 (北海道大野病院)
 上野 文男 (熊本大学)
 上野 祐彦 (日本大学)
 牛窪 大輔 (千葉大学)
 牛込 博康 (石川島播磨重工業轉)
 内川 嘉樹 (名古屋大学)
 内野 英治 (九州工業大学)
 内海 彰 (東京工業大学)
 畠見 達夫 (国際ファジィ工学研究所)
 馬野 元秀 (大阪大学)
 江口 征男 (横浜国立大学)
 江沢 義典 (関西大学)
 榎本 俊文 (大阪大学)
 江守 一 (轉タツノ・メカトロニクス)
 遠藤 経一 (轉東芝)
 及川 達也 (轉タツノ・メカトロニクス)
 王 建義 (神戸大学)
 大内 東 (北海道大学)
 大北 正昭 (鳥取大学)
 大里 有生 (長岡技術科学大学)
 太田 俊彦 (大阪工業大学)
 大塚 和彦 (明治大学)
 大坪 昭文 (佐賀県工業技術センター)
 大坪 亮 (武蔵工業大学)
 大西 真一 (北海学園大)
 大西 たかし (三菱重工業)
 大町 靖高 (神戸大学工学部)
 岡田 真幸 (足利短期大学)
 岡本 渉 (国際ファジィ工学研究所)
 奥田 徹示 (大阪工業大学)
 小坂 賢一 (北海道大学)
 小沢 和浩 (法政大学)
 小田中 敏男 (北海道情報大学)
 鬼沢 武久 (筑波大学)
 尾山 卓也 (国際ファジィ工学研究所)
 甲斐沼 美紀子 (国立環境研究所)
 加賀屋 誠一 (北海道大学)
 影井 清一郎 (横浜国立大)
 片井 修 (京都大学)
 片山 立 (三洋電機轉)
 加藤 直三 (東海大学)
 加藤 信之 (富士ゼロックス轉)
 加藤 康記 (轉インテックシステム研究所)
 加藤 裕一 (呉高専)
 金子 隆臣 (九州東海大学)
 金田 たかし (北海道工業大学)
 川口 博巳 (横河メディカルシステム轉)

- 河口 万由香 (北海道大学)
河口 至商 (北海学園大学)
川路 茂保 (熊本大学)
川瀬 眞 (帝京技術科学大学)
河内 二三夫 (關西テクック)
河村 廣 (神戸大学)
菊池 浩明 (富士通研究所)
北野 孝一 (關インテックシステム研究所)
木下 淳一 (關西テクック)
金 賢哲 (茨木大学)
金 昌恩 (足利工業大学)
國藤 進 (北陸先端技術大学院大学)
久保 祐二 (大阪工業大)
熊崎 幾太郎 (中部電力) 編
栗栖 清浩 (TOA) 編
栗山 隆文 (千代田化工建設) 編
久礼 裕子 (松下電工) 編
黒崎 淳 (山武ハネウエル) 編
黒沢 正明 (東芝エンジニアリング) 編
黒田 賢一 (大阪工業大学)
織田 海平 (三洋電機) 編
玄 光男 (足利工業大学)
河野 英正 (鳥取大学)
古殿 幸雄 (福山大学)
小西 幹彦 (大阪工業大学)
小山 宏 (花王) 編
後藤 啓一 (東海大学)
後藤 秀夫 (社会調査研究所)
斎藤 直正 (日本アドバンステクノロジー)
坂和 正敏 (広島大学)
佐賀 隆人 (テクノバ)
佐々木 雄二 (名古屋大学)
佐藤 幸史 (大阪工業大学)
佐藤 正康 (沖電気工業) 編
佐藤 正由起 (新菱冷熱工業) 編
佐藤 美佳 (北海道大学)
佐藤 義治 (北海道大学)
佐野 学 (金沢大)
木 哲夫 (京都大学工学部)
椎塚 久雄 (工学院大学 電子工学科)
椎名 乾平 (早稲田大学)
柴垣 ゆかり (北陸先端科学技術大学院大学)
柴野 俊弘 (新菱冷熱工業) 編
柴山 秀雄 (芝浦工業大学)
島川 学 (弓削商船高等)
清水 透 (日本電気) 編
下島 康嗣 (名古屋大学)
白井 雄二 (八代高等)
新宮 清志 (日本大学)
菅野 直敏 (玉川大学)
菅原 幅仁 (桐蔭学園横浜大学)
杉本 光公 (筑波大)
菅野 道夫 (東京工業大学)
鈴木 一如 (荏原インフィル) 編
鈴木 成人 (北大医療短大)
鈴木 久吉 (千葉工業大学)
瀬尾 美巳子 (摂南大学)
外岡 正博 (関西大学)
高木 繁則 (關インテックシステム研究所)
高木 敏幸 (東海大学)
高田 英雄 (関西大学)
高萩 栄一郎 (専修大学)
高橋 和浩 (玉川大学)
高橋 成幸 (関西大学)
高村 和央 (足利工業大学)
高柳 浩 (暴闘学聖開発センター)
竹田 英二 (大阪大学 経済学部)
田崎 栄一郎 (桐蔭学園横浜大学)
巽 久行 (神奈川工科大)
田中 一男 (金沢大学工学部)
田中 慶 (法政大学)
田中 祥夫 (新菱冷熱工業) 編
田中 丈久 (神戸市灘区桜ヶ丘町)
田中 英夫 (大阪府立大)
谷 明勲 (神戸大学工学部)
谷口 君雄 (北海道自動車短期大学)
谷口 敏幸 (秋田大学)
田野 俊一 (国際ファジィ工学研究所)
田島 玲 (千葉大学)
玉野 和保 (広島工業大学)
伊達 淳 (北海道大学)
張 育銘 (千葉大学)
塚本 弥八郎 (名城大学短期大学部)
辻村 泰寛 (足利工業大学)
土屋 敏夫 (広島大学)
筒井 宏明 (山武ハネウエル) 編
恒藤 克彦 (オリンパス光学工業) 編
鶴丸 尚之 (法政大学)
寺野 寿郎 (国際ファジィ工学研究所)
戸貝 正喜 (日本インフラロジック) 編
土岐 康之 (武蔵工大)
時松 秀男 (鳥取大学)
徳丸 昭彦 (桐蔭学園横浜大学)
戸田 正章 (神鋼電気) 編
嵩 敏和 (ダイダ) 編
豊田 規人 (SRL)
中岡 謙 (名古屋大学)
中川 友紀子 (法政大学)
中澤 秀夫 (日立) 編
中島 信之 (富山大学)

- 中嶋 宏 (オムロン編)
 中田 雅士 (大阪工業大学)
 中田 典規 (千葉経済大学短大部)
 中津山 幹男 (山形大学)
 中根 康一 (出光興産編)
 中原 陽三 (静岡精華短期大学)
 中村 和男 (生命工学工業技術研究所)
 中村 健 (編アドイン研究所)
 中村 節子 (北海道大学)
 中村 剛士 (名古屋工業大学)
 中森 義輝 (甲南大学)
 中谷 純 (北海道大学)
 中山 正一 (富士通VLSI編)
 長坂 一徳 (大阪府立大学)
 長沢 伸也 (亜細亜大学)
 長屋 敬一 (NKK)
 難波 正之 (日本情報処理開発協会)
 西崎 一郎 (摂南大学)
 西野 順二 (東京工業大学)
 奴久妻 章 (国際ファジィ工学研究所)
 則竹 茂年 (名古屋大学)
 橋山 智訓 (名古屋大学)
 長谷川 貴史 (名古屋大学)
 畑田 明信 (日本インフラロジック編)
 林 健一郎 (佐賀県工業技術センター)
 原 文雄 (東京理科大学工学部)
 原 由美子 (松下電気産業編)
 原田 利宜 (千葉大学)
 原田 直樹 (国際ファジィ工学研究所)
 東 和雄 (九州工業大学)
 日並 泰三 (山本電機工業編)
 平賀 一郎 (名古屋大学)
 平野 勲 (東京工業大学)
 廣田 薫 (法政大学)
 深谷 健一 (北海学園大学)
 福島 欣哉 (日本大学)
 福島 茂信 (国際ファジィ工学研究所)
 福元 伸也 (鹿兒島大学)
 福山 義幸 (東京工業大学)
 藤居 藤樹 (オムロン編)
 藤川 英司 (武蔵工業大学)
 藤沢 隆章 (関西大学)
 藤田 敏治 (九州大学)
 藤巻 俊秀 (編アドイン研究所)
 藤本 勝成 (東京工業大学)
 藤古 誠 (日立造船編)
 藤原 義博 (松下電器産業編)
 古川 長太 (創価大学)
 古川 浩 (国際ファジィ工学研究所)
 古川 万寿夫 (長野工業高等専門学校)
- 古橋 武 (名古屋大学)
 星野 朝子 (編社会調査研究所)
 堀川 慎一 (名古屋大学)
 本多 中二 (電気通信大学)
 本多 中二 (電気通信大学)
 朴 桂旺 (国際ファジィ工学研究所)
 前田 博 (九州工業大学)
 前田 幹夫 (九州工業大学)
 前田 豊 (東京工業大)
 前田 陽一郎 (三菱電気編)
 増井 重弘 (法政大学)
 増田 次郎 (三菱原子力工業編)
 増田 達也 (大阪工業大学)
 松下 聖一 (名古屋市工業研究所)
 松下 光範 (大阪大学)
 松下 裕 (清水建設編)
 松原 行宏 (広島大学)
 松本 外左 (東京ガス編)
 松本 倫子 (湘北短期大学)
 松本 義之 (大阪工業大学)
 間瀬 重昭 (神戸商船大学)
 三浦 正嗣 (鳥取大学)
 神酒 勤 (九州工業大学)
 水谷 修 (東北学院大学)
 水谷 守 (東電設計編)
 水沼 洋人 (大阪工業大学)
 水本 雅晴 (大阪電気通信大学)
 三田村 保 (北海道大学)
 光武 幸 (札幌学院大学)
 宮腰 淳一 (清水建設)
 宮腰 政明 (北海道大学)
 宮崎 敬 (長野工業高等専門学校)
 宮島 耕治 (国際ファジィ工学研究所)
 宮島 廣美 (鹿兒島大学)
 宮武 直樹 (法政大学)
 三好 力 (シャープ編)
 向殿 政男 (明治大学)
 村井 哲也 (北海道教育大学)
 村上 周太 (九州工業大学)
 村上 順 (法政大学)
 村上 譲司 (横河電気)
 村田 忠 (琉球大学)
 村野 健一 (NKK)
 室伏 俊明 (電気通信大学)
 茂木 篤史 (法政大学)
 森 勝之 (大阪大学)
 森 典彦 (川崎市麻生区)
 森 雄一郎 (明治大学)
 森川 幸治 (名古屋大学)
 森谷 正義 (富士通編)

安川 隆廣 (東京工業大学)
安信 誠二 (筑波大学)
藪内 賢行 (大阪工業大)
山川 烈 (九州工業大学)
山口 静馬 (山口大学)
山崎 東 (榊日揮)
山下 利之 (桐蔭学園横浜大学)
山下 光久 (室蘭工大)
山田 耕一 (国際ファジィ工学研究所)
山ノ井 高洋 (北海学園大学)
山羽 和夫 (機械技術研究所)
山本 和美 (大阪工業大学)
山本 博章 (信州大学)
行松 徹 (名古屋大学)
楊 旭華 (名古屋大学)
横川 壽彦 (榊リコー)
古川 歩 (京都工芸繊維大学)
古川 伸一 (大阪府立大学)
古留 英二 (横河メディカル㈱)
古根 勝美 (名古屋市立大学)
李 彦 (大阪大学)
領家 美奈 (甲南大学)
若林 高明 (北海道大学)
若松 裕之 (函館市川原町)
和多田 淳三 (大阪工業大学)
渡辺 成 (名古屋大学)
渡辺 則生 (中京大学)
渡辺 洋 (同志社大学)
渡部 康弘 (砂防エンジニアリング㈱)

氏名、所属に誤りがありました場合は御容赦
ねがいます。