

第 2 回

「ファジィシステムシンポジウム」

講演論文集

期 日 昭和61年 6 月16日(月)―18日(水)

会 場 学習院大学百周年記念会館

主 催 国際ファジィシステム学会日本支部



## 第2回ファジィシステムシンポジウム

### 講演論文集

期日 昭和61年6月16・17・18日

会場 学習院大学100周年記念館

主催 国際ファジィシステム学会日本支部  
〒591 堺市百舌鳥梅町 4-804  
大阪府立大学工学部経営工学科内  
TEL 0722-52-1161 ex. 2377

協賛 計測自動制御学会、日本自動制御協会  
日本OR学会、日本行動計量学会  
日本経営工学会、情報処理学会、電子通信学会  
日本人間工学会、日本機械学会  
土木学会、日本医療情報学会



U.C.BerkeleyのL.A.Zadeh教授による論文”Fuzzy Sets”の発表以来21年になる。Fuzzy理論20周年を記念して発足した国際ファジィシステム学会（International Fuzzy Systems Association, IFSA）も1年半を経て順調に発展しつつある。当初は、理論的色彩の強かったファジィシステム理論も、1980年デンマークのスミス社によるセメントキルンのファジィコントローラの実現を皮切りに、産業レベルでの応用も急速に進み、ここ1～2年の間に実用開発事例の数も20以上になった。その結果、いわゆる”ハイテク”関連技術としてCOCOMの制約を受け、東欧圏との研究者交流等に不都合を来すというような不幸な結果も出始めているが、人類社会に貢献する技術開発は、今後もますます進展していくことが予想される。

さて、1985年1月にスタートしたIFSAでは、隔年で国際会議を開くことになっており、第1回会議は、昨年7月にスペイン（マヨルカ島）で盛会のうちに終了し、来年7月東京における第2回会議に向けて準備も進行中である。IFSA日本支部では、独自の企画で毎年ファジィシステムシンポジウムを開催することを決めており、昨年5月には京都大学学友会館で約120名の参加者を集めて第1回シンポジウムが行われた。今回は、第2回目ということで、一般講演数も、第1回に比べて5件ほど増えており、日程も1日増やして3日間にした。その他第1回と異なる点は、チュートリアルセッションを設けたこと、企業の方を中心に実用レベルのファジィ研究を討論するパネルディスカッションを設けたこと、米国からも特別講演のために来日参加してもらったことなどである。こうして、今回初めて参加された方が、これを機会にファジィ理論を用いて開発研究を進めやすくしようと配慮してみた。今後、一人でも多くの方が、ファジィ手法に関心を持ち、IFSAが発展していくことを期待している。

昭和61年6月16日

第2回ファジィシステムシンポジウム実行委員

廣田 薫、本多中二

国際ファジィシステム学会 ( I F S A ) 日本支部主催  
第 2 回 「ファジィ・システム・シンポジウム」

『あいまい工学による制御・A I ・O R への挑戦』

協 賛 計測自動制御学会、日本自動制御協会、  
日本オペレーションズ・リサーチ学会、日本行動計量学会、  
日本経営工学会、情報処理学会、電子通信学会、  
日本人間工学会、日本機械学会、土木学会、日本医療情報学会

日 時 昭和 6 1 年 6 月 1 6 日 ( 月 ) 10:00 ~ 17:45  
1 7 日 ( 火 ) 9:00 ~ 18:05  
1 8 日 ( 水 ) 9:00 ~ 17:40

会 場 学習院大学 1 0 0 周年記念会館  
[ 東京都豊島区目白 1-5-1 TEL.03-986-0221 ]  
[ 国電山手線目白駅下車徒歩 5 分 ]

- 特別講演 ( 16 日 , 17 日 午後 ) -----

1. ファジィ概念とヒューマン・インタフェース  
浅居喜代治 ( 大阪府立大学 )
2. A Fuzzy Inference Engine on a VLSI Chip : Design and Implementation  
戸貝 正喜 ( AT&T、ベル研 )

- パネルディスカッション ( 18 日 午後 ) -----

〔近未来のあいまい工学：産業界の動向〕

司会 寺野 寿郎 ( 法政大学 )

パネラー 宮本捷二 ( ㈱日立 )、伊藤 修 ( 富士ファコム制御㈱ )、  
山崎 東 ( 日揮㈱ )、西川 広 ( 新日鉄㈱ )、  
田崎栄一郎 ( 立石電機㈱ )、外口健一 ( 三菱化工機㈱ )

- セッションテーマ ( 件数 ) -----

ロボット ( 3 )、ファジィ制御 ( 2 )、構造交通 ( 2 )、MMS ( 3 )、エキスパート ( 2 )  
パターン認識 ( 2 )、ハードウェア ( 2 )、推論論理 ( 2 )、サイバネティクス ( 3 )、  
LP・DP ( 3 )、ファジィ関係 ( 2 )、意思決定予測 ( 3 )、基礎理論 ( 3 )

- チュートリアル ( 16 日、17 日、18 日 午前 ) -----

ファジィ制御 ( 菅野道夫、東京工業大学 )、人工知能 ( 馬野元秀、大阪大学 )  
ファジィOR ( 田中英夫、大阪府立大学 )

懇 親 会 [ 17 日 18:30 ~ 20:00 ]

参 加 費 [ 当日お支払い下さい。 ]

会員および一般 5, 0 0 0 円、学生 3, 0 0 0 円 ( 論文集代含む )

懇親会費 5, 0 0 0 円 懇親会に御出席の方は事前にお申込み下さい。

郵便申込み先 [ 6 月 1 日迄に下記へ郵便にてお申込み下さい ]

〒184 東京都小金井市梶野町 3-7-2

法政大学工学部計測制御工学科

TEL. 0423-81-5341 EXT.304,323

担当 広田 薫 ( 法政大学 )

# プログラムと目次

6月16日 (月)

----- [ チュートリアル I ] -----

10:00 ~ 10:45

電気通信大学

司会 本多 中二 (東京理科大学)

1) ファジィ制御 菅野 道夫 東京工業大学 1

----- [ ロボット ] -----

10:55 ~ 12:15

司会 福田 敏男 (東京理科大学)

2) Fuzzyロボットによる果物の皮むき 9  
 寺野 寿郎 法政大学  
 増井 重弘 法政大学  
 河野 修一 法政大学大学院

3) Fuzzy論理による移動目標認識及び 15  
 移動物体置換ロボットシステム  
 廣田 薫 法政大学  
 荒井 良徳 CSK総研  
 蜂巢 史良 法政大学大学院

4) 自立型移動車のファジィ障害物回避制御 23  
 榎本 暢芳 電気通信大学大学院  
 浅井 克 電気通信大学  
 永井 豊 電気通信大学大学院  
 竹内 俱佳 電気通信大学大学院  
 遠藤 耕喜 電気通信大学大学院

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇ 昼 休 み ◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

----- [ 特別講演 I ] -----

13:15 ~ 14:15

司会 森田 矢次郎 (東京工業大学)

ファジィ概念とヒューマン・インタフェース 30  
 浅居 喜代治 大阪工業大学

----- [ ファジィ制御 ] -----

14:20 ~ 15:15

司会 大里 有生 (横浜国立大学)

5) 予見ファジィ制御とコンテナクレーン 32  
 自動運転システムへの適用  
 安信 誠二 (株)日立製作所

6) ファジィコントローラーの設計 38  
 前田 幹夫 九州工業大学  
 村上 譲司 九州工業大学  
 村上 周太 九州工業大学

----- [構造交通] -----

15:25 ~ 16:20

司会 松島 皓三 (筑波大学)

7) 構造物の疲労解析へのファジィ理論の応用	白石 成人 京都大学 吉田 均 京都大学 尾崎 美伸 京都大学	44
8) 高速道路における ファジィ交通制御モデルについて	佐佐木 綱 京都大学 秋山 孝正 京都大学 奥村 透 京都大学 広川 誠一 京都大学	50

----- [MMS] -----

16:25 ~ 17:45

司会 水本 雅晴 (大阪電気通信大学)

9) 2重倒立振子のファジィ制御	寺野 寿郎 法政大学 村山雄二郎 船舶技術研究所 増井 重弘 法政大学 田中 一男 法政大学大学院	56
10) ある手動制御系において定常不規則入力 に対するオペレータの Fuzzy Model に関する研究	松島 皓三 筑波大学 杉山 秀行 筑波大学大学院 軍司 章弘 筑波大学大学院	62
11) あいまい性を考慮した人間の信頼性	鬼沢 武久 東京工業大学 佐藤 洋一 東京工業大学	68

6月17日 (火)

----- [チュートリアルII] -----

9:00 ~ 9:45

司会 向殿 政男 (明治大学)

12) ファジィ集合と人工知能	馬野 元秀 大阪大学	74
-----------------	------------	----

----- [エキスパート] -----

9:55 ~ 10:50

司会 三重野 博司 (東京理科大学)

13) ファジィ推論に基づいたシソーラス 利用のモデル	村井 哲也 北海道大学大学院 宮腰 政明 北海道大学大学院 新保 勝 北海道大学大学院	82
14) ファジィ集合の概念を用いた Prolog について	馬野 元秀 大阪大学	88





23) メンバースhip関数の決定について

中島 信之 和歌山県立医科大学 154

-----  
18:30 ~ 20:00

懇 親 会

6月18日 (水)

----- [チュートリアルⅢ] -----  
9:00 ~ 9:45

司会 白石 成人 (京都大学)

24) ファジィOR

田中 英夫 大阪府立大学 160

----- [LP・DP] -----  
9:55 ~ 11:15

司会 市橋 秀友 (大阪府立大学)

25) ファジィ線形回帰分析における  
3つの定式化について

田中 英夫 大阪府立大学 166  
和多田淳三 竜谷大学  
林 勲 大阪府立大学

26) 可能性と必然性に基づく  
ファジィ多目的線形計画法

乾口 雅弘 大阪府立大学 172  
市橋 秀友 大阪府立大学  
田中 英夫 大阪府立大学  
浅居喜代治 大阪府立大学

27) ファジィ・フィルターの構成

田崎栄一郎 立石電気(株) 179

----- [ファジィ関係] -----  
11:20 ~ 12:15

司会 宮腰 政明 (北海道大学)

28) 蓋然的ファジィ推論におけるファジィ  
関係の上限

江沢 義典 関西大学 185

29) 連立した凸結合形ファジィ関係式の  
逐次解法とその応用について

大里 有生 横浜国立大学 191  
関口 隆 横浜国立大学

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇ 昼 休 み ◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

----- [意思決定予測] -----  
13:15 ~ 14:35

司会 安信 誠二 ((株)日立製作所)

30) 2次元正準ファジィ数と選好判断における  
ファジィ効用差

中村 和男 製品科学研究所 197

31) ファジィ結合演算による選好表現を用いた 多目的問題のファジィ意思決定分析手法	前田 博 九州工業大学 村上 周太 九州工業大学	203
32) ファジィGMDHによるダム貯水池水温の 解析と予測	林 勲 大阪府立大学 田中 英夫 大阪府立大学 大野 俊夫 豊田高専 高木 不折 名古屋大学	209

----- [基礎理論] -----

14:40 ~ 16:00

司会 江沢 義典 (関西大学)

33) レベルMファジィ集合	中西祥八郎 東海大学	216
34) ファジィ観測に対する モーメントの補正について	奥田 徹示 大阪工業大学	222
35) t-norm に基づくファジィ集合の ファジィ測度	市橋 秀友 大阪府立大学 田中 英夫 大阪府立大学 浅井喜代治 大阪府立大学	229

----- [パネルディスカッション] -----

16:10 ~ 17:40

- 近未来のあいまい工学：産業界の動向 - 237

司会 寺野 寿郎 (法政大学)  
 パネラー 宮本 捷二 (株)日立製作所  
 パネラー 伊藤 修 富士ファコム制御 (株)  
 パネラー 山崎 束 日揮 (株)  
 パネラー 西川 広 新日鉄 (株)  
 パネラー 田崎栄一郎 立石電気 (株)  
 パネラー 外口 健一 三菱化工機 (株)

付録

238



**第1日**

**昭和61年6月16日(月)**  
**10:00 ~ 17:45**

**あいまい工学による制御への挑戦**



# ファジィ制御

Fuzzy Control

菅野道夫

SUGENO, Michio

東京工業大学システム科学専攻  
Department of Systems Science  
Tokyo Institute of Technology

This paper introduces fundamental ideas and techniques for applying fuzzy control to real processes.

## 1. はじめに

ファジィ集合、ファジィ論理の応用として、ファジィ制御の研究が始められてから、既に10数年になる。当初はファジィ理論の有効性を示すデモンストレーション的な意味合いもあったが、ここ数年、知識工学、エキスパートシステムの流行もあって、ファジィ制御は実用面から産業界で注目を浴びるようになってきた。とくに、日本での関心の高まりは著しいものがある。応用範囲も、大規模プラントから始まって、最近では庶民の生活に直接関係する、乗り物、家庭用機器などに広がろうとしている。

本稿ではファジィ制御の応用に当たっての、実際的问题を含め、ファジィ制御の考え方を述べることにする。

## 2. ファジィ制御規則の形式と推論法

ファジィ制御はプロセスの制御アルゴリズムを、制御のためのプロセスの状態に関する情報  $x$ ,  $y$  と、プロセスへの入力(操作量)  $z$  のあいまいな関係として記述するものである。たとえば、

if  $x$  is small and  $y$  is big then  $z$  is medium

if  $x$  is big and  $y$  is medium then  $z$  is big

のように、制御アルゴリズムは if-then 形式のファジィ制御規則と呼ばれるもので表される。規則の if — — の部分は前件部、then — — の部分は後件部と呼ばれる。一般に、変数  $x$ ,  $y$  は入力、 $z$  は出力と呼ばれる。small、big は  $x$ ,  $y$  などがとるファジィ値(ファジィ変数と呼ぶ場合もある)で、ファジィ集合によって表されるものである。

ファジィ制御器はこれらファジィ制御規則を集めたもので構成され、制御器に実際の入力が与えられたときの出力は、ファジィ推論によって計算される。ファジィ推論はファジィ論理に基くものだが、ファジィ制御では計算時間などを考慮して、簡単な方法がとられている。ふつうのファジィ推論と異って、ファジィ制御における推論で

は、推論の前提（ファジィ制御器への実際の入力）はファジィ値ではなく、ふつうの数値であることが多い。また、ファジィ制御における推論では、ほとんどの場合、規則の確からしさの程度（真理値）を考えるのを省略する。いわゆる知識工学のプロダクションルールなどを用いる手法と、ファジィ制御の主な違いは、後者がファジィ表現を許容することと、前者の推論がほとんど多段であることであろう（ファジィ制御は1段の推論）。

さて、ファジィ推論には直接法と間接法があるが、ファジィ制御では直接法が採用されることが多い。以下では、ファジィ集合Aのメンバーシップ関数を簡単のためにA(x)と書くことにする。ファジィ制御規則の形式については、前件部と後件部の形式、ファジィ変数の形、推論法の3つの点から分類されるが、これらは必ずしも独立ではない。ここでは推論の3つの方法をもとに述べる。

### 推論法-1

ファジィ変数は連続形と離散形の2つがある。連続形の場合は図1(a)、(b)に示すようなものである。(a)はつり鐘型、(b)は三角型、いずれも1つのファジィ変数を2つのパラメータで指定することができる。NB、ZO、PSなどはそれぞれNegative Big、Zero、Positive Smallなどを意味する。これらは区間 $[-1, 1]$ のファジィ部分集合（あるいはファジィ数）を表している。ファジィ制御にあっては、入出力変数で正負の値をとるものは変域を $[-1, 1]$ に、正の値のみをとるものは変域を $[0, 1]$ に規格化するのがふつうである。こうすると、どの変数にも共通のファジィ変数を使うことができる。最近では三角型のファジィ変数を使う例が多く見受けられる。表1は離散形のファジィ変数の例である。ただし、グレードを0から10までの整数で表している。入出力変数の変域は-6から+6までの整数の領域に離散化され、1つのファジィ変数は3つのパラメータで指定される。

推論法-1では、ファジィ変数の数は5~7個位がふつうである。しかも、ファジィ変数のパラメータを調整することはそれほど必要ではなく、標準的なものを用いればよい。

さて、2入力、1出力の場合の推論法は以下のようなものである。制御規則はつぎの2つとする。

if  $x_1$  is  $A_{11}$ ,  $x_2$  is  $A_{12}$ , then  $y$  is  $B_1$

if  $x_1$  is  $A_{21}$ ,  $x_2$  is  $A_{22}$ , then  $y$  is  $B_2$

このような規則の例としては、1入力、1出力のプロセスの定置制御で、制御器の入力をe(偏差)と $\Delta e$ (eの1サンプリング間の変化分)、出力として $\Delta u$ (操作量の変化分)を選んだ場合が考えられる。

いま入力を $x_1 = x_1^\circ$ 、 $x_2 = x_2^\circ$ とする。まず、それぞれの規則の前件部の条件に入力がどの程度適合するか、その適合度を求める。一般に前件「x is A」に対する入



力「 $x$  is  $x^\circ$ 」の適合度は  $A(x^\circ)$ 、すなわちファジィ集合  $A$  の  $x^\circ$  におけるメンバーシップ値とする。ここでは前件部は 2 次元なので、適合度を

$$w_i = A_{i1}(x_1^\circ) * A_{i2}(x_2^\circ), \quad i=1, 2$$

とする。ただし、 $i$  は規則の番号、 $*$  は min または乗算である。

つぎに、 $i$  番目の規則による推論結果を

$$y \text{ is } w_i B_i, \quad \text{ただし } w_i B_i(y) = w_i \times B_i(y)$$

とする。2 つの規則による全体の推論結果  $y^\circ$  は  $w_1 B_1$  と  $w_2 B_2$  から

$$B^* = w_1 B_1 \cup w_2 B_2$$

を作り、 $B^*$  のメンバーシップ関数の重心として求める。すなわち

$$y^\circ = \int B^*(y)y \, dy / \int B^*(y) \, dy$$

図 2 はこの推論法を示したものである。

以上の推論のプロセスは 3 つのステップからなる。これは本質的にどの推論法を用いても同じである。① 規則の前件部の適合度を入力について計算する、② 個々の規則の推論結果を求める、③ 各規則による推論結果の適合度による重み付平均として全体の推論結果を求める。

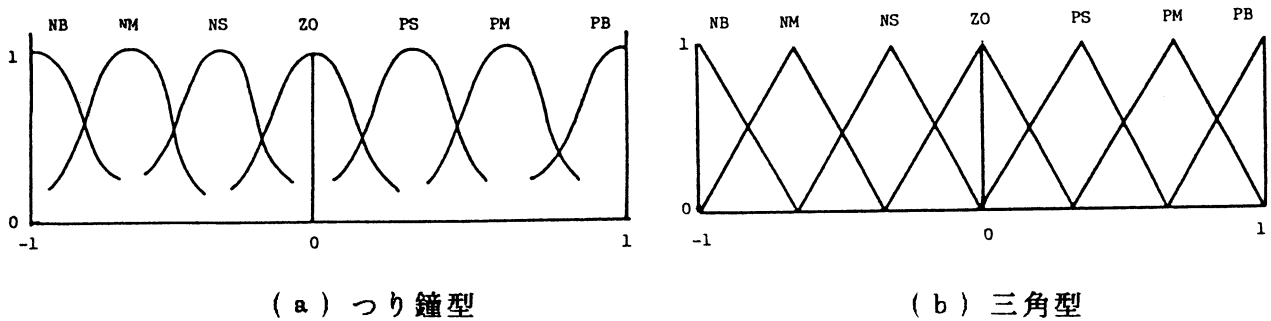


図 1 連続形ファジィ変数

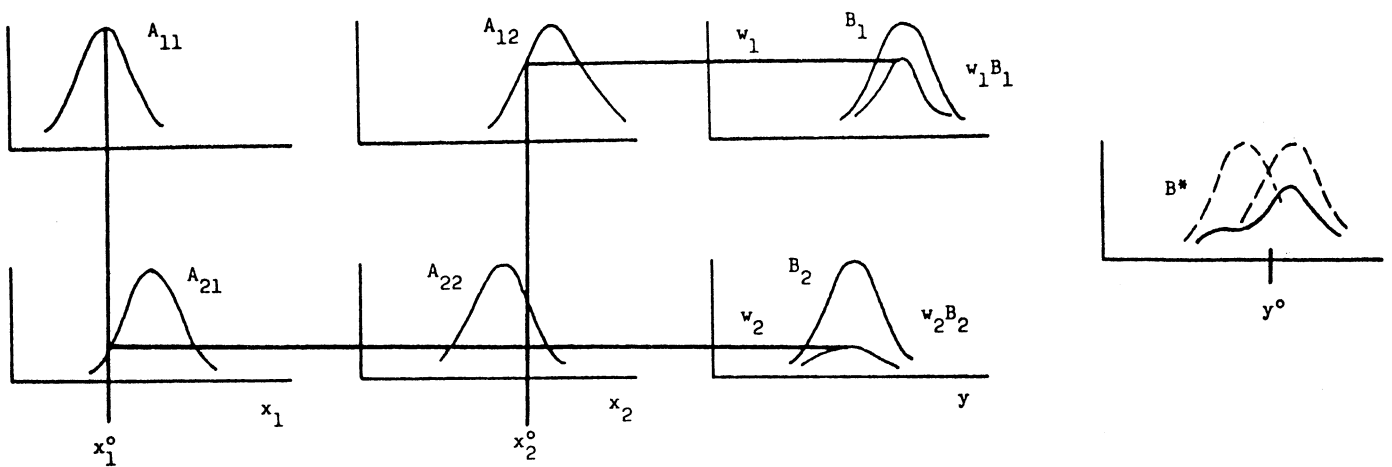


図 2 推論法 - 1

表1 離散形ファジィ変数

	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
PB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	7	10
PM	0	0	0	0	0	0	0	0	3	7	10	7	3
PS	0	0	0	0	0	0	3	7	10	7	3	0	0
ZO	0	0	0	0	3	7	10	7	3	0	0	0	0
NS	0	0	3	7	10	7	3	0	0	0	0	0	0
NM	3	7	10	7	3	0	0	0	0	0	0	0	0
NB	10	7	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

推論法-2

この方法は塚本が提案した推論法を簡略化したものである。図3に示すような単調なメンバーシップ関数をもつファジィ変数を使うのが特徴的である。図に見られるように、ファジィ変数は Positive、Negative の2種類で数は少ないが、その代わりメンバーシップ関数として  $\arctan(x)$  を用いるなどして、傾きに変化をもたせる。

例として、つぎの2つの規則を考える。

if  $x_1$  is N,  $x_2$  is P, then  $y$  is N

if  $x_1$  is P,  $x_2$  is N, then  $y$  is P

入力  $x_1^o$ 、 $x_2^o$  に対する前件部の適合度を前述の方法のように求めて、 $w_1$ 、 $w_2$  とする。

それぞれの規則の推論結果  $y_1$ 、 $y_2$  (ファジィ値ではない) は次の関係式より求められる。

$$w_1 = N(y_1), \quad w_2 = P(y_2)$$

全体の推論結果は  $y_1$ 、 $y_2$  の重み付平均をとることにより

$$y^o = \frac{w_1 y_1 + w_2 y_2}{w_1 + w_2}$$

で与えられる。推論のプロセスを図4に示す。

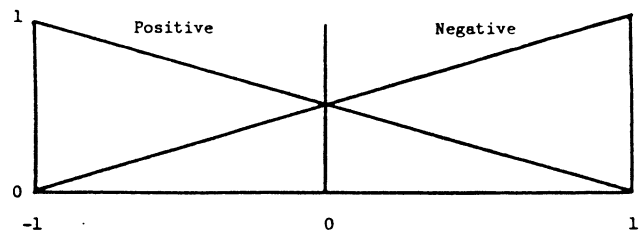


図3 単調型ファジィ変数

この方法は最初の方法よりも、一般に規則の数が少なくすむと言われており、入力変数の数が多い場合に適している。しかし、ファジィ変数の数が少ないので、言語表現によるエキスパートの知識の論理化の手法としてはあまり適切ではない。

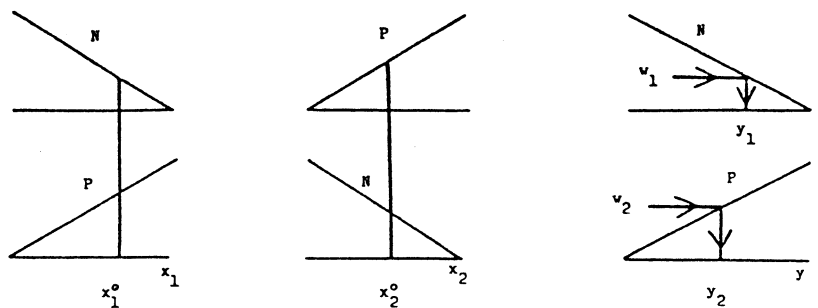


図4 推論法-2

推論法－3

この方法で使われる規則の前件部はファジィ命題からなり、後件部はふつうの入出力関係式からなる。これはファジィ制御よりはむしろプロセスのファジィモデリングのために考案されたものである。

前件部に使われるファジィ変数は直線から構成される、図5に示すような台形型メンバーシップ関数をもつものである。

つぎの2つの規則を考える。

$$\text{if } x_1 \text{ is } A_{11}, x_2 \text{ is } A_{12}, \text{ then } y = f_1(x_1, x_2)$$

$$\text{if } x_1 \text{ is } A_{21}, x_2 \text{ is } A_{22}, \text{ then } y = f_2(x_1, x_2)$$

入力  $x_1^\circ, x_2^\circ$  に対する前件部の適合度を  $w_1, w_2$  とすると、それぞれの規則による

推論結果は、後件部に書かれている式で直接計算される。全体の推論結果は推論法－2と同様、次式で求められる。

$$y^\circ = \frac{w_1 f_1(x_1^\circ, x_2^\circ) + w_2 f_2(x_1^\circ, x_2^\circ)}{w_1 + w_2}$$

ここで、 $f$  はふつう線形関係である。そこで、もし規則の数が1つならば、前件部は不要になり、後件部だけが残るので、線形表現と同じことになる。規則が複数個の場合は、入力空間を部分空間に分割し、それぞれの部分空間で線形な入出力関係を見だし、その集まりによって全体の非線形な入出力関係を近似することに相当する。言語表現としては適切ではないが、この方法は3つの中でもっとも記述能力の点で優れている。推論法－1で使われる規則は入出力の量的関係を記述しているにすぎない。たとえば、

$$\text{if } x_1 = \text{PB}, x_2 = \text{PS} \text{ then } y = \text{NM}$$

という規則は

$$\text{if } x_1 = 10, x_2 = 3 \text{ then } y = -6$$

という関係と本質的に変わるところはない。すなわち、数値表であり、量をファジィにしただけである。これに対して、3番目の形式は前件部で指定された条件（部分空間）で成り立つ法則が、直接後件部に書かれている。

さて、すでに触れたように、規則の前件部は3つの形式共、条件を記述しているというよりも、入力空間をあいまいに分割し、いわばファジィ部分空間を指定していると解釈した方が判りやすい。図6は2次元の入力空間を4つに分割した様子を示すものである。斜線は境界があいまいであることを示している。すぐ判るよ

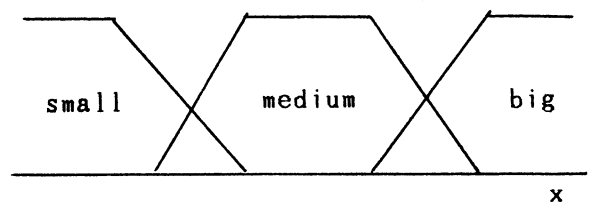


図5 台形型ファジィ変数

うに、分割の数と同じだけの規則があることになる。また、前件部の適合度というのは、入力 $(x_1^o, x_2^o)$ が前件部で指定されたファジィ部分空間に属する程度、すなわち、メンバーシップ値に他ならない。

### 3. ファジィ制御器の設計

ファジィ制御を実際のプロセスに適用するに当たって、問題になるのは制御器の設計の問題である。制御器を設計するというのは、制御規則の形式を定めて、具体的に制御規則を記述することであるが、問題は前件部と後件部の決定の2つに分けられる。前件部については、3つのことを決めなければならない。まず、前件部で使うべき $x_1, x_2$ などの入力情報の

選択である。つぎに、条件、すなわち入力空間のファジィ分割の決定、3番目はファジィ変数のパラメータの決定である。後件部については、出力変数は一般にプロセスの操作量なので、おのずから定まり、問題はファジィ変数のパラメータだけである。したがって、後件部の決定は難しいことではなく、問題はもっぱら前件部を決定することである。大別して3つの設計法がある。

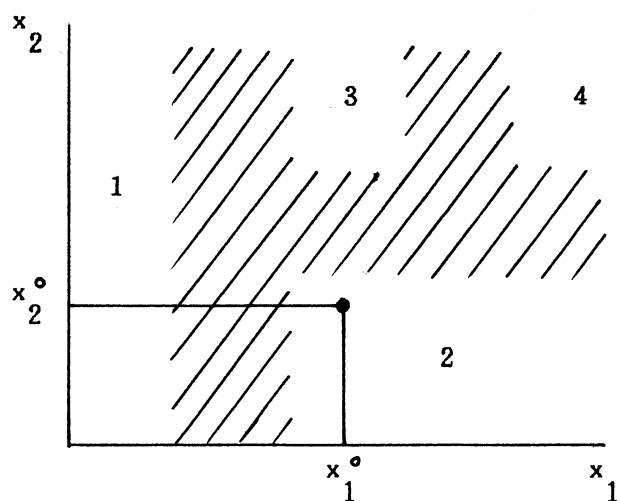


図6 入力空間のファジィ分割

#### エキスパートの経験・知識

いわゆるエキスパートシステムの考え方である。ファジィ制御は実はエキスパートシステムの最初の実例と言ってもよい。熟練したオペレータの経験や制御工学者の知識などを定性的に言葉で表現し、ファジィ制御規則の形に論理化すれば、制御器が設計できる。

規則の前件部の決定問題の内、操作量を推論するための、ファジィ制御器への入力情報はおのずと明らかなので問題はない。主要な問題は入力空間のファジィ分割で、これはオペレータにインタビューするとか、制御工学者のセンスで大体の所を決めなければならない。ファジィ変数のパラメータについては、この設計に適した推論法1を使えば、あまり神経を使う必要はない。

#### オペレータの操作モデル

複雑なプロセスの操作をエキスパートは巧妙に行っているが、エキスパートのノウハウを論理化することはそれほど容易なことではない。第一に、エキスパートは必ずしも、自分の操作を言語表現できるとは限らない。また、できたとしても、応々にして、部分的表現にすぎない場合がある。とくに、自動車の運転などに見られるよう

に、エキスパートが手足で操作を覚えているときなどは、その技能を言葉で言い表すのは不可能に近い。第二に、現場のオペレータなどの協力がうまく得られない場合がある。

このようなとき、有力な設計法として、オペレータの操作のモデリングの方法がある。これはオペレータが使う情報と、彼の操作出力との間の入出力関係のモデルをつくるものである。モデルとして if - then 形式の制御規則と同じものを選べば、そのままファジィ制御器となる。モデルの同定には、オペレータの実際の入出力データを用いる。

この場合も、前件部の入力情報の選択はそれほど問題ではない。どの情報をオペレータが使っているか位のは判るからである。問題はファジィ分割で、これは入出力データを用いる、いわば構造同定の問題として解決しなければならない。この方法ではファジィ変数のパラメータも、パラメータ同定により求める必要があるが、この問題自体は通常の同定問題と変わる所はない。

### プロセスのファジィモデル

前述の2つの方法はエキスパートのモデルを作って、ファジィ制御器とするものであったが、これではしよせんエキスパートを越えることはできない。エキスパートがいないプロセスを対象とする場合、あるいは人間オペレータより良い制御を目指すための制御器の設計法として、プロセスのファジィモデルに基づく方法がある。

ここで、ファジィモデルとはファジィ制御規則と同じ if-then形式を用いてプロセスの特性を記述したものである。1つの if-then表現はプロセス挙動またはプロセス法則と呼ばれる。そして、ファジィモデルは複数個のプロセス法則が集まったものである。ファジィ制御系の概念を表すと図7のようになる。

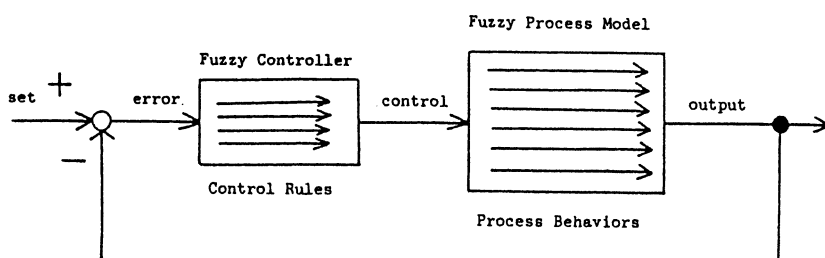


図7 ファジィ制御系

まず、ファジィモデルの同定について考えよう。モデルの形式としては、後件部にプロセスの入出力関係を記述する推論法-3を用いると、高次多変数系を対象とする場合、便利である。同定は前件部と後件部に分れるが、後件部の同定はふつうの線形モデルの同定と実質的に同じである。ただ、プロセス法則ひとつづつ後件部が従来の線形モデルに相当するので計算量が増える。前件部の構造同定については、① 入力変数の選択、② ファジィ分割、の2つを考えねばならない。プロセス入力の内、

どの入力変数を前件部に入れるかが①の問題である。②は既述のような前件部の入力空間の分割の問題である。これらの構造同定には確立された手法はなく、とくに、2は大変難しい問題である。

さて、プロセスの局所的挙動を記述するプロセス法則の集合としてのファジィモデルからファジィ制御器を設計するには、2つの考え方が可能である。

プロセス法則  $\times$  制御目的 = 制御規則

プロセス法則  $+$  制御規則 = 望ましいプロセス挙動

最初のもものは、たとえばある評価関数を最小にするように、制御規則を求める方法で、つぎのもものは、プロセス法則（挙動）を制御規則によって補償して、望ましい挙動になるようにしようとする方法である。いずれにも共通する考え方は、1つのプロセス法則に対応して、1つの制御規則を求めるというように、図7のファジィ制御系表現の特質を活かしたものである。1つの法則は局所的な挙動を表しているから、対応する制御規則も if で条件付けられる局所的な（ファジィ部分空間における）ものとなる。

#### 4. ファジィ制御の特色

ファジィ制御の特色を3つ挙げるとすれば、①論理型制御、②並列型（分散型）制御、③言語的制御、であると言えるだろう。①の論理型というのは、言うまでもなく、if-then形式で制御アルゴリズムを自由に表現できるということである。とくに、ifの部分はいろいろな条件をand、orなどで論理結合して、記述することができる。②の並列型というのは、対局的な制御政策を複数個の制御規則により分散的に実現できるということである。従来の単一の式による実現方法と質的に異なり、いふならば、異なる論理による制御を共存させることが可能となる。③は、とくに規則の前件部にはあいまいな言語変数を使えるということである。言語は定性的で、人間に判りやすく、オペレータとの対話型制御が実現できる。さらに、①～③の特徴を活かすことにより、オペレータが経験で培った“目”で観測する、プロセスに影響を与える外部入力や、プロセスの状態などを制御のための有効な情報として用いることが可能になる。また、実プロセスの操作につきものの、例外処理も容易に制御アルゴリズムとして組み込むことができる。

#### 5. おわりに

セメントキルン、浄水場、電車の制御などへの応用例が発表をされるなどして、ここ数年、ファジィ制御への関心は急速に高まってきており、実用化を目指して研究を進めている日本の企業も多い。本稿では頁数の制約のため、制御器設計の具体的アルゴリズムや応用例には触れることができなかった。参考文献も多数あるが、次の文献に整理されているので参照していただきたい。

M. Sugeno : An Introductory Survey of Fuzzy Control, Information Sciences, 36, 59/83, 1985

# F U Z Z Y R O B O T による果物の皮むき

## Peeling Robot by Fuzzy Logic

寺野 寿郎      増井 重弘      河野 修一  
T.Terano      S.Masui      S.Kohno

法政大学工学部  
School of Engineering, Hosei University

### ABSTRACT

Robots are not always required to perform a job completely, but it is sometimes enough to execute it roughly. In this paper, we study a Fuzzy Robot which acts with incomplete instruction. For example, this robot can peel a banana in accordance with simple instruction.

### 1. 緒言

人間の行動は、厳密なものではなく、不確定な状態においても柔軟に対処しながら目的を達成することができる。しかし、これまでの人工知能におけるロボットの動作は、確定的論理を基としており命令に少しでも不確定な要素が含まれると動作しない。日常生活の中でも、結果さえ満足できれば、そこに達するまでの過程はあまり厳しく問わない作業が多くある。例えば、人間はバナナの皮をむくとき、正確な測定や計算によって行っているわけではなく、大きさが違ってこれもバナナであると判断し大体の見当でへたを見つけて皮をむく。この作業を人間と同じようにロボットに行わせようとした場合、人間の持つ常識とあいまいな情報をどのように取り扱うかが大きな問題となる。<sup>(1)(2)</sup>

そこで、我々は、「バナナの皮をむけ」という漠然とした命令に対して、簡単な認識装置による情報とあいまいな内部知識によって、自ら対象物の位置と形状を探索し、目的を達成するFuzzyロボットを簡単なマニピレータと接触センサを用いて実現した結果を報告する。

### 2. 情報と内部知識の表現と扱い

ロボットに人間と同様な行動を行わせるためには、定性的命令やロボット自身による探索情報と内部知識においてのあいまいさの表現と扱いが重要な問題となる。我々は、定性的命令に対してのロボットの行動位置の決定と、あいまいな対象物の形状認識において、そのあいまいさをFuzzy集合として表現し、それぞれのあいまいな情報とあいまいな内部知識を比較することによりロボットに柔軟な行動を行わせた。

#### 2.1 入力命令と解釈

ロボットにとって効率的な情報というのは、一意的に表現されたものである。しかし、人間の扱いやすい命令は自然言語による定性的なものである。一意的表現というのは、システム全体から見ると柔軟性に欠け、必ずしも合理的な方法ではない。

そこで我々は、人間の発するあいまい命令に対して常識としての意味的範囲をFuzzy集合として理解させた。例えば、あるテーブル上で「右上」という表現は距離のFuzzy数として図1の命令のメンバーシップ関数で表現される。

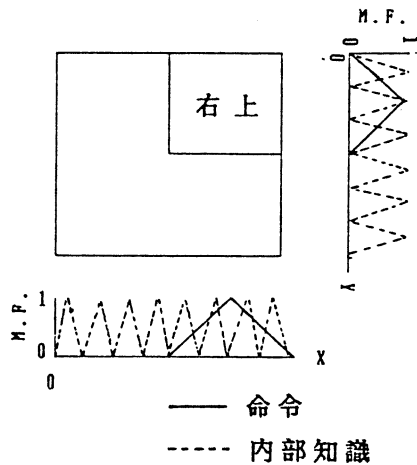


図1 命令と内部知識のメンバーシップ関数

ロボットハンド

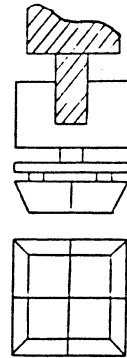


図2 接触センサ

## 2.2 あいまいな探査情報

ロボット自身が探索し情報を得る行動は、人間が手で手探りして物を捜すのを想定し、手の触覚の代りに図2のようなON-OFFの接触センサを4個並べたもので、対象物を上から押え付けることにより情報を得る。(ここで、このセンサによるロボット動作を探索とし、その動作位置を決定するまでのプロセスを探索とする。) このセンサの大きさは、得られた対象物の形状を人間が見て判断出来る範囲のもので十分である。この触覚より得られる情報は、4つのセンサで対象物に接触したときの位置による対象物の大まかな長さ、高さ、方向性などによる形状情報である。

## 2.3 内部知識

内部知識として、あらかじめ探査位置の知識と対象物の形状の知識が格納されている。

定性的命令は、厳密な正確さでの行動を要求するものではない。探査位置の知識は、不必要な探索を避けるため、目的が達成させるために必要最小限な探査範囲の集約をFuzzy数として与えておき、探査した位置の内部知識を削除していく。

また、人間は大きさや形に多少のばらつきがあるにもかかわらず、これはバナナであると判断する。形状に関する知識は、長さや太さや湾曲度などのような形状のあいまいな範囲を含めてFuzzy集合として与えておく。

## 2.4 あいまいな情報と内部知識のマッチング

自然言語による定性的命令や対象物の探査情報といったあいまいさを含むデータに対するロボットの行動は、あいまいな内部知識とのマッチングにより思考される。そのマッチングには数値的真理値による逆真理値限定法を用いた。あいまいなデータとあいまいな内部知識を表すFuzzy集合A, Bが与えられたときAとBのマッチングの割合を次の定義式で数値的に求める。<sup>(3)</sup>

$$\begin{aligned}
 t &= N(A/B) \\
 &= 1/2 \{ \text{Sup}(A \cap B) + \text{Inf}(A \cup B^c) \} \quad (1)
 \end{aligned}$$



3. バナナを認識して皮をむくロボット  
 ロボットは「バナナの皮をむけ」という命令に対して、ロボットアームの接触センサで位置探索、形状探索を行って対象物がバナナであることを認識し、だいたいの大きさとへたの位置の情報により2台のロボットアームで、バナナを把握し、皮をむくプロセスを行なう。

システム構成を図3に示す。入力命令と命令の状況認知、形状の状況認知の上位レベルの問題全体を把握するための部分と問題解決するための探索手段を決定しロボットを実行させる下位レベルの部分からなる。以下にその具体的なシステム構成について述べる。

### 3.1 命令の状況認知

人間が、バナナを見たときに「右上の方に、少し大きなバナナがある。」というような主観により、漠然とした表現をする。しかし、そのような表現の中には、人間同士のコミュニケーションの中で用いられるような暗黙による共通の概念の情報が含まれている。今回はその暗黙の了解をデフォルト推論を用いることにより理解させた<sup>(4)</sup>。例えば、バナナを単に「大きい」とした場合その形状は

指示 (大きい) → 長さ (大きい), 湾曲度 (小さい)  
 長さ (大きい) → 25 [cm]; あいまい幅 5 [cm]  
 湾曲度 (小さい) → 3 [cm]; あいまい幅 1 [cm]

と推論され形状に関する内部知識としてFuzzy集合で格納される。

### 3.2 形状の状況認知

形状の状況認知は、探索した形状情報と、目的とする対象物の形状についての内部知識とのマッチングを行なうことにより認知をする。バナナの形状では、長さ、太さ、湾曲度、方向性についてそれぞれその適合度を計算することにより対象物に対しての探索情報の不足の程度や対象物がバナナであるかどうかを認識する部分である。

### 3.3 探索戦略ルール

形状の状況認知により、不足とされる情報を得るための探索方法を決定する。その戦略ルールは、接触センサで形状を探索して対象物を認知するのに効率的な探索方法をプロダクションルールで選択する。

### 3.4 行動ルール

戦略ルールにより決定された探索方法により、探索の定性的命令を与え、内部知識とのマッチングによりロボットの探索位置を決定する部分である。

実際に探索を行なう位置を決定する部分である。

以下にその探索方法を述べる。

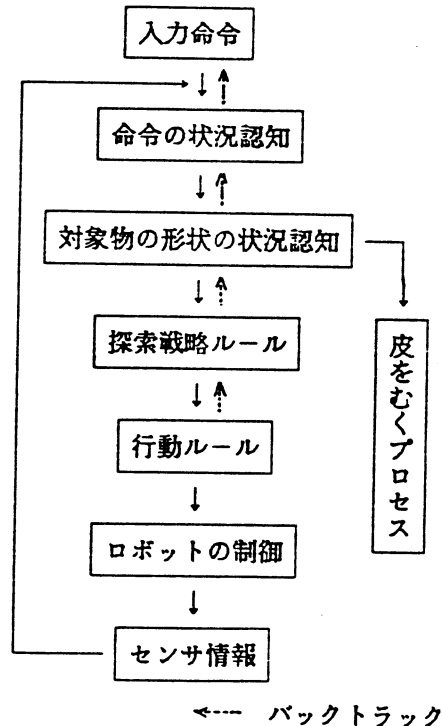


図3 システム構成

o 位置探索

対象物について場所も形状も探索されていないとき得られる情報は入力命令だけである。このときの行動ルールは、位置に関する入力命令と探索位置の内部知識のマッチングをとりX方向とY方向についてマッチングの値が最大の内部知識を選択して探索する。対象物がなければ、その内部知識を削除して、次に最もマッチングの値の大きい内部知識を探索する。「右上」という命令と内部知識のメンバーシップ関数は図1のようになる。

o 局所的探索

対象物の形状を確実なステップでたどる方法である。

1回の探索で4つ並んだ触覚で対象物に接したときのセンサ位置  $S_i$  により図4のように形状の方向性のメンバーシップ関数を与える。探索位置の内部知識は、 $P_0$ の探索点の情報に対して  $P_1 \sim P_8$  が図5のメンバーシップ関数で表される。センサ情報による方向性と内部知識をマッチングすることにより形状の連続している可能性の高い内部知識を以下の式で与える。

$$\max t_j = \sum_i N(S_i / P_j) \quad (j=1,2,\dots,8) \quad (2)$$

となる内部知識  $P_j$  を選択する。

o 大局的探索

局所的な形状ではなく大局的に把握するために範囲を広げて探索する。これまでの探索された対象物の形状の重心位置を原点として局所的探索として式(2)で計算された探索位置より大局的な方向性を求める。この方向性にあいまい幅を  $90^\circ$  としたメンバーシップ関数と角度による Fuzzy 数で表わされた探索点の内部知識のマッチングをとることにより値の最も大きな内部知識を選択する。但し、探索位置の内部知識の距離を図6のように変えることにより探索範囲のレベルを与える。

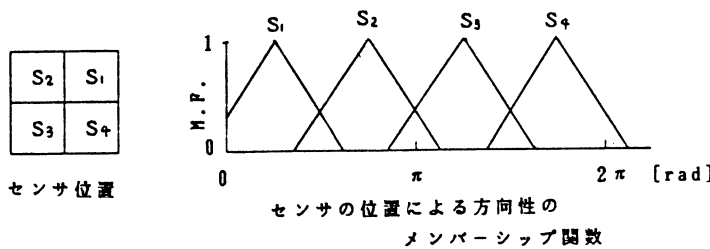


図4 局部探索の情報

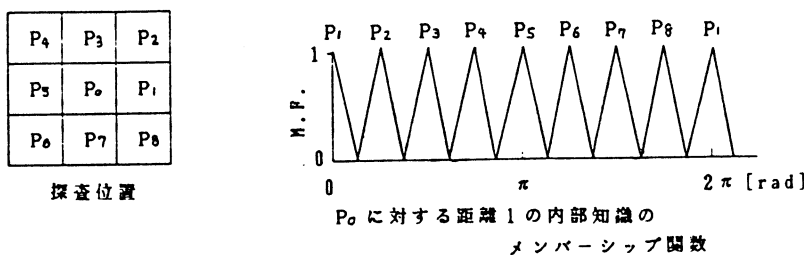


図5 局部探索の内部知識

P <sub>7</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>3</sub>
P <sub>8</sub>				P <sub>2</sub>
P <sub>9</sub>		P <sub>0</sub>		P <sub>1</sub>
P <sub>10</sub>				P <sub>16</sub>
P <sub>11</sub>	P <sub>12</sub>	P <sub>13</sub>	P <sub>14</sub>	P <sub>15</sub>

探索位置

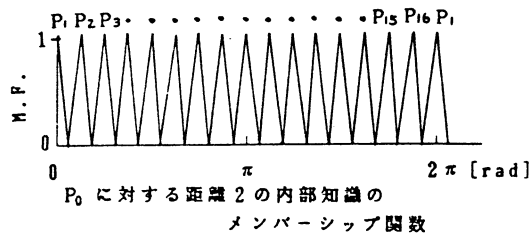


図 6 大局的探索の内部知識

### 3. 5 バックトラック

目的とする探索ができない場合、バックトラックする必要がある。このバックトラックは、階層化された思考過程を、対処できるレベルまで後戻り探索することにより行った。

### 4. 実行結果

「右上にある大きなバナナの皮をむけ」という命令に対してロボットの探索行動は、図 7 の全探索したときのバナナの形状のシルエットに対し図 8 のようなシルエットの形状探索をし、バナナの形状を認識した。得られる情報は、バナナの長さ、方向性と湾曲の度合、へたの位置のあいまいな量である。その情報をもとに一方のアームで、バナナの中心付近を把握しもう一方のアームで、へたをつかんで皮をむくプロセスを行った。

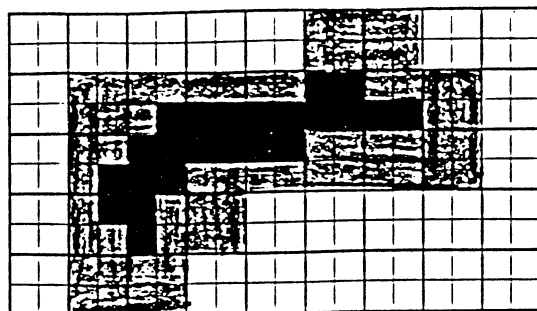


図 7 センサ入力によるバナナの形状

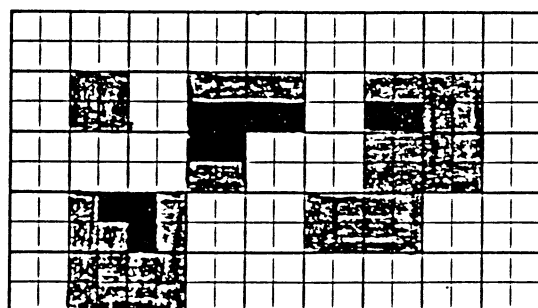


図 8 ロボットによる形状探索

## 5. 結論

人間の発する定性的命令に対してロボットは柔軟に対処し作業を行った。このように厳密な情報や行動をロボットに要求しないような作業においては、あいまいさをFuzzy集合で表現することによりコンピュータ上の処理速度が速く、全体として効率的な情報探索を行なって作業することができる。また、逆真理値限定法を使ったFuzzy集合同士のマッチングによるロボットの思考は、人間の直感に合った行動のルール化やプログラミングが容易である。

## 参考文献

- (1) 寺野・増井：Fuzzyロボットに関する研究，第1回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.133/138,1985
- (2) 庖田・荒井：あいまい制御移動物体把握ロボット，第28回自動制御連合講演会前刷，pp.189/190,1985
- (3) H.Imaoka & T.Terano & M.Sugeno:Recognition of Linguistically Instructed Path to Destination,Fuzzy Information &Decision Process p341/350,1985
- (4) 岩井壮介，片山修：あいまい情報の処理と知識工学，システムと制御，第28巻10号

# ファジィ論理による移動目標認識 及び移動物体置換ロボットシステム

Fuzzy Controlled Robot System Recognizing/Manipulating Moving Object/Mark

法政大学工学部  
CSK総合研究所

廣田 薫, 蜂巣史良  
荒井 良徳

Hosei Univ. Kaoru Hirota, Shiroh Hachisu  
CSK Research Institute Yoshinori Arai

## Abstract.

A robot-arm system which is able to recognize the shape and the size of the moving object on a belt-conveyor at a various speed and manipulate it is built. This system consists of two parts. One is replacing a moving object based on fuzzy-inference rules with the aid of image processing technique. The second part is related to recognizing patterns, where a method of constructing a discriminant tree is proposed.

## 1 はじめに

従来ロボットの制御は、予め決められた軌道の繰り返し動作が基本的であった。しかし、その場の状況に柔軟に対処できる知能的なロボットの出現が望まれるようになってきた。様々な方面からのアプローチが行われているが、その場の状況に柔軟に対応したり、人間との情報交換を円滑に行うために、あいまいさをうまく扱う機能を盛り込む方法が最近になって研究され始めている<sup>1)2)</sup>。

あいまいさを積極的に取り扱う手法の1つに、Zadehの提唱したファジィ集合論<sup>3)4)</sup>がある。MamdaniとAssilianは、このあいまい論理を意志決定問題として制御に適用し<sup>5)</sup>、ファジィ制御分野を開拓した。最近ではこれに学習を取り入れた研究も行われている<sup>6)</sup>。

ファジィ制御は、操作者が運用中に利用している定性的な制御戦略を言語表現した、いわゆる言語制御規則によって推論し、アルゴリズムを決定する点に特徴がある。これを利用して、プラント<sup>7)</sup>、列車運転<sup>8)</sup>の制御等の実用研究も行われている。又筆者はロボットアームに適用し、静止物体を掴み取るアルゴリズム及び応用例を既に開発し、一応の成果を得た<sup>9)10)11)</sup>。

また、探索に関する研究は、人工知能研究の初期から、その中核として盛んに研究されてきた<sup>12)13)</sup>。その応用分野としては、自然言語理解、情報検索、ゲーム、専門家システム、シーンアナリシス、ロボット等、数多く見いだせる。これらの研究では、①状態空間から探索空間を明らかにし、最適に解を導くような探索木を生成する、②探索木より最適に解にたどりつく、という2つのプロセスが重要になる。

この探索木の1種に、パターン認識における識別木というものがある。この識別木は、ある特徴量つまり作用素により、パターンを区別して行って(枝分かれ)、終端節点に個々のパターンを配置するものである。この識別木によるパターン認識は、基礎的手法として従来より用いられてきた。しかし、その識別木の生成は、有る程度経験的に行われる場合が多かった。このパターン認識でいう識別木を、知識工学でいう探索木という立場で論じた研究はあまりなく、識別木より特徴量等に重点を置いたものが殆どであった<sup>14)15)</sup>。

ここでは、状態空間から探索空間を明らかにし、最適に解を導くような探索木を生成する、という考えに基づき、識別木を探索木の一種と見なして、効率良い識別木を生成するアルゴリズムを新たに提案する。

作用素である特徴量は数多く考えられるが、その中から機能的に必要な十分な特徴量を選び出し、それらをうまく適用して、効率の良い識別木を生成させるわけである。必要な情報は、識別したいパターンの各々に対する出現頻度と各特徴量、及び用いた特徴量の処理時間である。

更に、画像パターン認識の分野においては、手書き文字認識のような厳密ではなく、より柔軟なパターンカテゴリに対しての認識も研究されるようになってきた。しかし、大きさ、丸い、四角い等の通常人間が用いている厳密には定義しにくい概念的なものの認識はあまり試みられていない。

ここでは、大きさという概念の認識にファジィ論理を適用する事によりこれを可能にした。識別木を用いた形状認識、ファジィを用いた大きさの認識を実際に実現し、移動するマークのパターン認識に応用した実験結果を報告する。ベルトコンベア上に物体及びマークを載せて移動させ、5自由度垂直多関節型ロボットにより、特定の物体を掴み取り特定のマーク上に置き換えるシステムに、パターン認識を併用し運用実験を行った。

物体置換システムは、ファジィ推論<sup>4)</sup>で制御されるCCDカメラと5自由度垂直多関節型ロボットアームにより、ベルトコンベア上の可変速度移動物体を把握し、更に同様に移動目標マーク上にその物体を置くシステムである。なお、あいまい情報の表現には、ファジィ理論で従来から用いられてきたmembership概念<sup>4)</sup>と共に確率集合論の拡張ファジィ表現で提案されたvagueness概念<sup>16)17)</sup>も適用した。

## 2 画像処理による目標認識

本節ではITVカメラによりとらえた目標パターンを認識する方法を述べる。ここでは目標パターンの大きさと形状の2つの組合せを考え、単独でも両者でも認識可能なようにする。大きさの認識方法は、人間の場合を考慮し、実面積のみでなく、外接長方形の面積も加味して判断させた。

形状認識においては、従来よりパターン認識の基礎手法として用いられている識別木を用いて行うことにした。従来は、適当な特徴量を組み合わせて構成する識別木において、生成する際の特徴量の選択及び適用順はその際の状況により経験的に決める場合が多かった。ここでは、パターンのカテゴリを決定すれば、用意した特徴量の中から処理時間と識別能力を加味して効率よい識別木を生成することのできるアルゴリズムを新たに提案する。

但し、認識される目標パターンは、十分な大きさを持ち、適当にサンプルしても特にその基本的性質を失うことのないものとした。このことは、提案する理論上の制約ではなく、処理時間を向上するための配慮である。

### 2.1 大きさの認識

物理的な大きさは、面積に置き換えて定義可能である。しかし、人間が通常用いている大きさは、厳密な面積ではなく、もっと概念的なものである。

ここでは大きさの認識に、面積のみでなく、外接長方形(パターンに外接する長方形)の面積も見かけの大きさとして考慮にいった。実際には、その評価尺度として面積密度を用いた。

具体的には、大きさを大・中・小の

3種類とし、大・小に関して図1のようにファジィラベルを考える。横軸は面積であり、適当にスケールしておく。ここで面積がa以下又はd以上のものならば、無条件に小さい、大きいとし、b以上c以下ならば中(普通)であるとする。面積がa~b間にある時は、まずそのmembership値 $\mu$ を求める。同じ面積でも、面積密度 $\alpha$ が小さいときは大きく見えるので、面積密度 $\alpha$ と比べmembership値 $\mu$ が大きければ、大きさは中、小さければ小とする。面積がc~d間にある時は、 $\alpha$ と比べて $\mu$ が大きいつき大、小さいとき中とする。

つまり、membership値が1でなくて、明確に大、小と区別できない場合のしきい値に面積密度を適用したわけである。

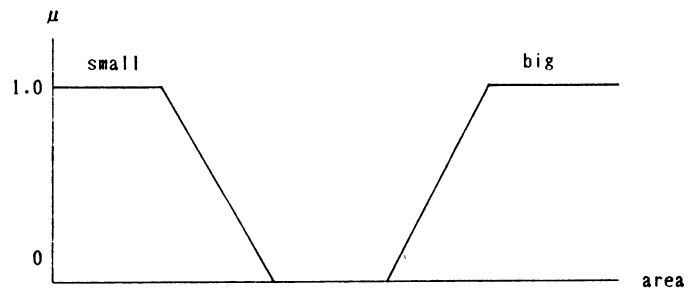


Fig. 1. fuzzy labels of size

### 2.2 各種特徴量の検討

画像処理における特徴量は種々提案されている。以下に、ここで用いるのにおよそ相当と思われる特徴量、もしくはそれを算出するのに必要な情報について簡単に述べる。

#### (1) 外接長方形

以下の特徴量を算出する際に必要となる情報である。目標パターンの左、上、右、下端を通る2組の平行線で囲まれた長方形を外接長方形と呼ぶ。

実際のプログラムでは、一画面(240×256画素)について、まず左端は、 $x=2n$ ライン( $n=0, \dots, 127$ )上をy軸負方向( $y=239-2m$  ( $m=0, \dots, 119$ ))

に探索をし、しきい値により目標らしき画素（白っぽい）を見つけ出す。この見つかった画素が雑音であるかないかを確認するために、この付近の画素を調べ、有る程度の大きさをもっているならば、目標と判断し左端（ $x_l, y_l$ ）とする。もし雑音であるならば、更に探索を進めて行く。右端（ $x_r, y_r$ ）は、 $x=255-2n$ ライン（ $n=0, \dots, 127$ ）上を $y$ 軸正方向（ $y=2m$ （ $m=0, \dots, 119$ ））に探索して行き、同様に決定する（図2（a）参照）。次に上、下端（ $x_u, y_u$ ）、（ $x_d, y_d$ ）は、左右端内で同様に1画素おきに探索して行く（図2（b）参照）。

(2) アスペクト比

縦横比とも呼ばれる形状認識に有効な従来から用いられている特徴量で、(1) 外接長方形により次式のように求められる。

$$\text{アスペクト比} = |y_u - y_d| / |x_r - x_l| \quad \dots (1)$$

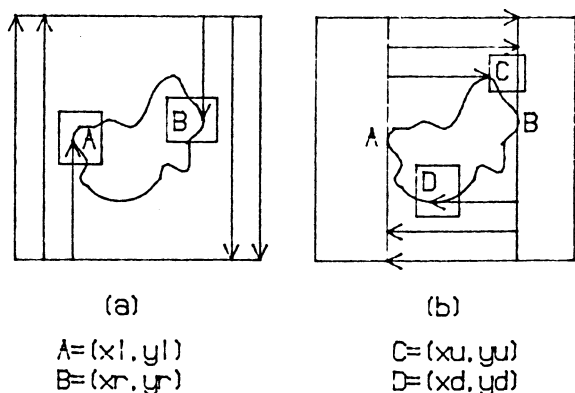


Fig. 2. circumscribed rectangle of an observed pattern

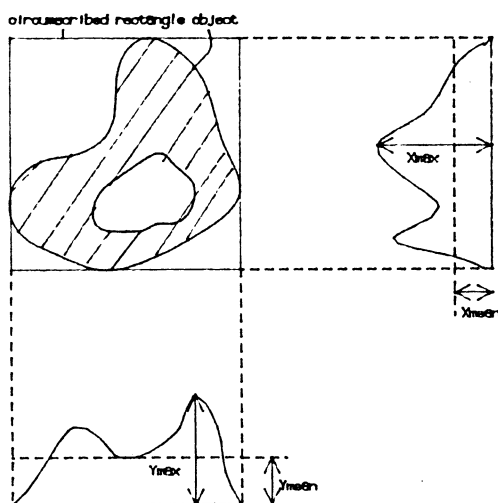


Fig. 3. marginal distribution of an observed pattern

(3) 周辺分布

目標パターンの座標軸への射影を求め、その強度分布の波形で示される情報。従来より用いられており、文字認識ではストローク分布とも呼ばれている。（図3参照）

- (4) x平均長さ：x最大長さ、
- y平均長さ：y最大長さ

周辺分布(3)より、x(y)方向の平均長さ $x_{\text{ave}}$

$y_{\text{ave}}$ とx(y)方向の最大長さ $x_{\text{max}}$ ( $y_{\text{max}}$ )の比で示す新たに用いた特徴量。

(5) 面積(画素数)

通常は写し出された目標パターン部分の全ての画素数を計数して面積とする。大きさに関し、形状には直接的には関与しない特徴量である。ここでは処理時間短縮のため、次のように簡略化して求める。まず、外接長方形内で適当数の画素をサンプルし、目標パターンであった割合を求める。次に外接長方形の面積（ $|y_u - y_d| \times |x_r - x_l|$ ）にこの割合を乗じて、面積とした。

(6) 面積密度

(5)で求めた面積と、(1)で求めた外接長方形の面積との比で示す新たに用いた特徴量。

(7) 重心

大きさ、形状認識に直接的には関与しない情報である。面積を求める際に目標パターン部分の座標値を足し合わせ、足した回数で割れば求めることができる。（座標は（ $x_g, y_g$ ）とする。）

(8) x方向偏り、y方向偏り

重心(7)が、外接長方形(1)内でx(y)方向にどのくらい偏っているかを示す特徴量。各々、 $|x_g - x_l| / |x_r - x_l|$ ,  $|y_g - y_u| / |y_d - y_u|$ で計算される。

(9) 周長

写し出された目標パターンの輪郭の長さで示される情報である。ここでは、各画素を正方形と見なし、1画素の1辺を長さ1として、輪郭線を成す画素の数を周長とした。但し、1画素

1画素によって構成される輪郭線では無く、面積(5)でサンプルした間引きされた画素構成の輪郭により周長を求めた。

(10) 周面比

周長(9)と面積(5)の情報により、周長<sup>2</sup>/面積で示される従来より用いられている特徴量である。

(11) x軸周辺分布分散、y軸周辺分布分散

周辺分布(3)において、x、y軸各々に対しての分散で示される特徴量。

### 2.3 形状認識における特徴量の選択アルゴリズム

識別したいパターンのカテゴリが示されたとき、用意した特徴量の中から、効果的な物を必要なだけ選び出すアルゴリズムを提案する。

例えば、識別したい5個のパターンカテゴリC<sub>1</sub>~C<sub>5</sub>に対する特徴量F<sub>j</sub>の分布の例を図4に示す。ここで1つのパターンに対する特徴量が幅を持っているのは、見る方向による変化や誤差を含んでいるからである。

この特徴量分布により、特徴量F<sub>j</sub>によって個々のパターンが他のどのパターンと判別できるかを調べる。

この特徴量分布より表1のような判別表が書ける。この判別表は、判別可能ならば○、不可能ならば×とする。

しかし、同じ○、つまり判別可能な場合でも程度があり、それも考慮することにする。つまり、重なりがなく判別可能であっても、微妙な差で重なりが無いのか、はっきりと分かれているのかで、優劣を付ける必要がある。離れ具合を数値化すれば良く、図4において、全ての特徴量の幅aと、注目する2つのパターン(例えばC<sub>2</sub>とC<sub>3</sub>)に対する特徴量間隔b(すなわち2a-3b)により、次式のようにして、判別の有効尺度e'を求めた。

$$e' = b/a \quad \dots (2)$$

有効尺度e'は、判別可能なもの(表中○)に対して全て計算可能である。有効尺度という観点で、判別不可能なもの(表中×)は、e'=0と考えれば良い。このようにして式(7)により計算した結果は、表2のようにまとめられる。これら全ての数値を総和したe<sub>j</sub>を、注目している特徴量F<sub>j</sub>がどの程度有効であることを示す評価関数として用いる。ここでは、この判別の有効尺度を示す評価関数e<sub>j</sub>を新たに**効果度**と名付ける。

次に、各特徴量がどの程度重要であるかを考える。効果度は、用いた場合の効果の程度(有効尺度)であった。しかし、例えば同程度の効果であるならば、処理時間の短い特徴量を採用した方が効率上がる。又、各パターンの出現頻度も問題で、頻度の高いパターンを判別できる特徴量の方がより効率上がる。

今、前述の5個のパターンC<sub>1</sub>, ..., C<sub>5</sub>の場合において、各々の出現頻度p<sub>1</sub>, ..., p<sub>5</sub>を5, 4, 3, 2, 1とする。そこで、表2中に示した効果度e<sub>j</sub>の要素素10個に対し、出現頻度を考慮した重要さi'を次式により計算し、表3のようにまとめる。

$$i' = e' \times p \quad \dots (3)$$

ただし、pは2つのパターンの出現頻度を加えたものである。

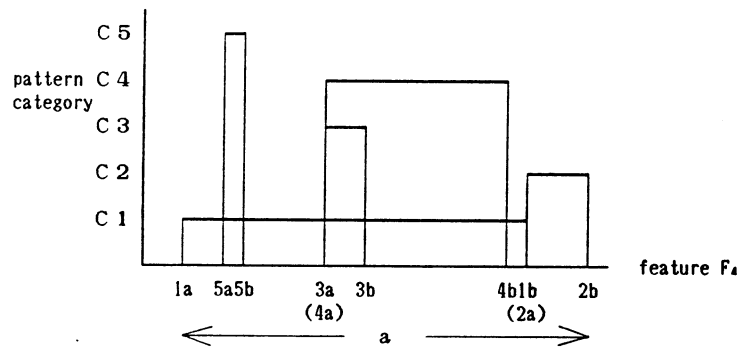


Fig. 4. an example of distribution map of feature F<sub>j</sub>

Table 1. Discriminant table of Feature F<sub>j</sub>

	C5	C4	C3	C2	C1
C1	×	×	×	×	
C2	○	○	○		
C3	○	×			
C4	○				
C5					

Table 2. Effectiveness of Feature F<sub>j</sub>

	C5	C4	C3	C2	C1
C1	×	×	×	×	
C2	0.7	0.05	0.45		
C3	0.15	×	e'		
C4	0.15				
C5					

$E_j = \sum e' = 1.5$



このようにして求めた全ての $i'$ を総和した $\Sigma i'$ に対し、処理時間 $t_j$ を考慮して、特徴量 $F_j$ の重要さの評価尺度 $i_j$ を次式により算出し、

$$i_j = \Sigma i' / t_j \quad \dots (4)$$

これを特徴量 $F_j$ の重要度と名付けた。

どのパターン同士も判別可能である時、それらの特徴量の組合せは十分であるとする。そこで、各特徴量の判別表を重ね合わせていくことを考える。最終的に重ね合わさった時点で、全ての場所に○が埋まれば良いわけである。重ね合わせる順序は、重要度 $i$ の順位に従っていけば良く、その途中で×の上に新たに1つの○も埋めることができなかつた特徴量は必要で無いことが分かる。全てが○になるまで重ね合わせ、全て○で埋まった時点で採用されたものが、必要十分な効率良い最小限の特徴量集合である。

このようにして、新しく提案した効果度、重要度及び、判別表の重ね合わせにより、あるパターンカテゴリ集合の各々を識別するのに必要十分かつ効果的な最小限の特徴量を選択する事ができる。効果的とは、ある特徴量により、出現頻度のより高い物をより明確に判別することを意味し、必要十分な特徴量集合とは、それらのみで全てのパターンを識別可能な最小限の特徴量集合をいう。

#### 2.4 形状認識における識別木の生成アルゴリズム

効率良い識別木を構成するには、出現頻度の高い物を判別し、処理時間の短いものから順に適用する必要がある。特徴量は必要十分なものであり、その効果の程度を考慮に入れる必要はない。

まず識別木の根にどの特徴量を実際に適用するかを決定する。これを決定するにあたって、その評価尺度として新たに適応度を定義し、この値 $a_j$ の高いものを採用することにする

適応度は、識別したパターンカテゴリを識別する際の効率を示す尺度であり、出現頻度を考慮した識別具合、及び処理時間を加味して算出される。

実際の適応度の計算例を、前述の例を用いて以下に示す。まず識別可能なパターンカテゴリのみについて考える。 $C_1 \sim C_5$ の出現頻度は各々5, 4, 3, 2, 1であり、判別表の○の(判別可能な)所を、両パターンカテゴリの出現頻度同士を乗じたもの $a'$ に変える(表4参照)。このようにしてできた表中の数値 $a'$ の総和を処

Table 3. Importance of Feature  $F_i$

$p_i$	1	2	3	4	5
$p_5$	C5	C4	C3	C2	C1
5	C1	×	×	×	×
4	C2	3.5	0.3	3.15	
3	C3	0.6	×	$i'$	
2	C4	0.45	$\Sigma i' = 8$	$t_4 = 2$	
1	C5		$I_4 = 4$		

Table 4. Applicability of Feature  $F_i$

$p_i$	1	2	3	4	5
$p_5$	C5	C4	C3	C2	C1
5	C1	×	×	×	×
4	C2	4	8	12	
3	C3	3	×	$a'$	
2	C4	2	$\Sigma a' = 29$	$t_4 = 2$	
1	C5		$A_4 = 14.5$		

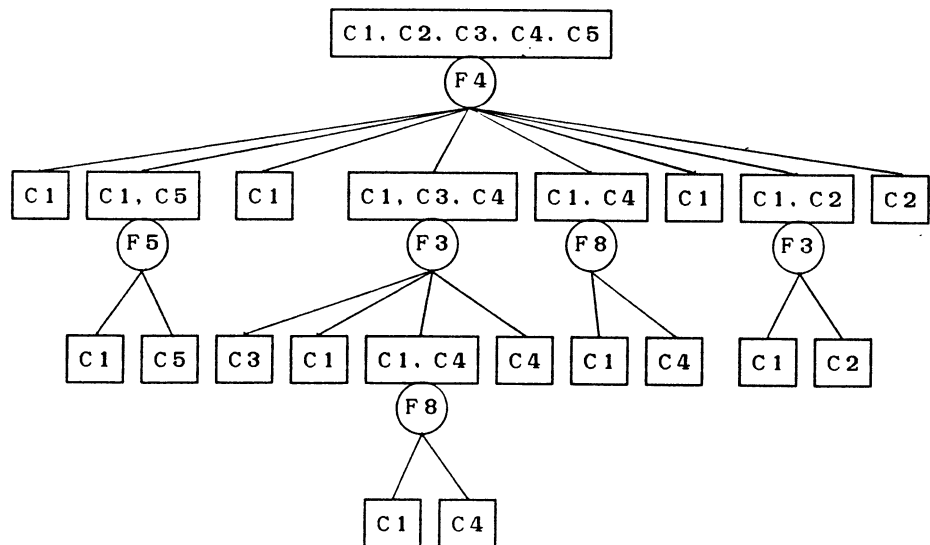


Fig. 5. An example of discriminant tree

理時間  $t_j (=2)$  で除し、これを特徴量  $F_j$  に対する適応度  $a_j$  と定義する。

$$a_j = 29/2 = 14.5 \quad \dots (5)$$

同様に、各々全ての特徴量に対して適応度を算出する。そして、最も適応度の大きい特徴量を採用すれば良い。

根以外の節に適用する特徴量を選ぶ場合も、同様に適応度を計算してやるが、全てのパターンカテゴリを識別するのではないことに注意しなければならない。つまり、適応度を計算する際に、素要素  $a'$  の表を各節毎に必要なパターンカテゴリのみに注意して作り直していく。

このようにして、節毎に適応度を算出しながら、適切な特徴量を採用していき、全ての終端がパターンカテゴリ1個のみになるまで繰り返しながら識別木を生成する(図5参照)。生成された識別木は枝数の多い物となりうるが、厳密でかなり効率の良いものであることが期待される。

### 3. あいまいさの取り扱い

ここでは、“目標”の速度及びハンドー目標間の距離という2つのあいまいな状況情報に対して、どこにハンドをもっていったらよいかという出力情報を推論する方法を用いた。これら2種類のあいまい状況情報のメンバーシップ関数は前もって定義し、24個の制御規則をE L S Eで結合した制御規則全体から求まるファジイ関係も予め計算して記憶しておく。ベークネス関数の形も予め決めておく。ファジイ関係を基にファジイ推論した予想移動量の確かさは、速度が速くて距離が遠いほど減ると考えられ、ベークネス関数の値の大小を基にハンドの移動を途中でとめ、再度ファジイ推論を行うものとした。(詳細は文献18参照)

### 4 移動目標の認識及び物体置換ロボットシステムの運用実験とその結果

移動物(目標マーク又は物体)の認識と移動物体設置を組み合わせたロボットシステムの運用実験結果を報告する。ベルトコンベアにより運ばれる移動物体の上からみた2次元形状を識別し、指定された特定のものを掴み上げる。次に、同じベルトコンベア上にするしたマークパターンを識別し、指定された特定の目標マーク上に、先に掴んだ物体を置く。物体及びマークパターンは、予め特定のパターンを各々指定してやる(図6参照)。

Fuzzy制御ロボットのアルゴリズムは、機能別に、認識部、観測部、量子化部、推論部、解釈部、ロボット制御部、把握/設置部の7ブロックに分けられる。

システム構成は、5自由度の垂直多関節型ロボットアーム三菱製RM501(ムーブマスターII)2台、1TVカメラとしてSONY製CCDカメラ(XC-37)1台、256×240画素で各画素が64階調(6bits)の分解能を持つ画像処理装置e d e c(社)製ED-1161(IMAGE PC)及びカメラの画像を表示する画像モニター、そしてシステム全体を制御する16bitsのパソコンNEC製PC-9800及び周辺機器(キーボード、モニター、8inchフロッピーディスク装置)から成る。また物体及び目標マークは、可変速度産業用ミニベルトコンベア(三和コンベア(株)製)により、1方向に移動される。ロボットアームのうち1台はカメラの台座として、目標物の位置によりカメラを移動させてやる。

実際のプログラムは、N88-日本語BASIC(86)(MS-DOS版)及びアセンブラ言語で制作した。

目標マークパターンの認識は、動画パターン処理ではないが、その処理速度の向上により、移動するマークパターンの認識も可能になる。

ベルトコンベアの速度は秒速最大5cm程度以下の可変速度で、物体及びマークを運ぶ。ロボットはCCDカメラを用いて必要な情報を取得し、推論計算を行い、十分に接近した時点で、物体を掴み取るか置く。十分な接近とは、移動物とハンド間の距離が小さい事を言い、その範囲は目標物の速度及び、掴む時、置く時によって適度に調節される。

運用実験の例を写真1に示す。この例では(1)~(8)間が掴み取る作業で、(9)~(16)間が設置作業である。

また、この時の数値例を表5に示す。把握、設置どちらの場合も第1ステップでは、vaguenessが0.3であり、予測した地点の70%の所でハンドを移動した後に、第2ステップにはいり、推論を繰り返した。把握動作では、第8ステップ終了時において3mm(=85-82)となり十分掴めると判断したわけである。

ベルトコンベアの速度が約5cm/秒以上になると、最後まで追従し得ないこともあるが、それ以下であればパターン認識も含めほぼ確実に処理可能であった。繰り返しステップ数については、掴む又は置く動作を3から15ステップ程度で完了した。

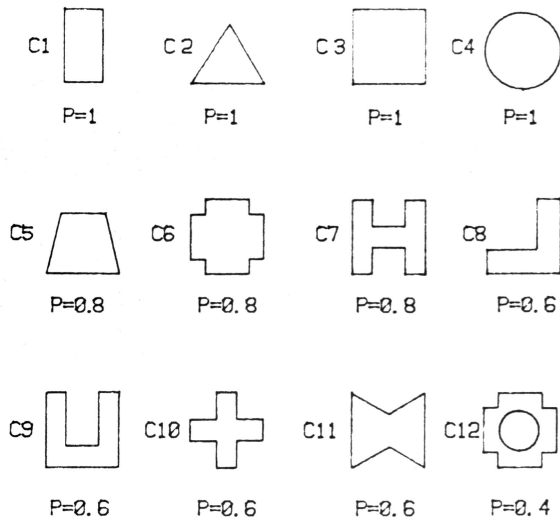


Fig. 6. 12 pattern categories  
( C1~C4 : objects, C1~C12: marks )

Table 5. an example of experimental result

step	1	2	3	4
hand posi.	(160, 0, 498)	(281, 146, 186)	(355, 125, 145)	(256, 109, 145)
object posi.	(404, 343, 100)	(405, 260, 100)	(406, 192, 100)	(408, 123, 100)
next posi.	(404, 209, 100)	(405, 125, 100)	(406, 169, 100)	(408, 35, 100)
	0.3	0	0	0

5	6	7	8
(318, 62, 145)	(357, -81, 145)	(357, -16, 145)	(357, -85, 145)
(407, 58, 100)	(407, 5, 100)	(407, -29, 100)	(407, -82, 100)
(407, -81, 100)	(407, -16, 100)	(407, -85, 100)	(407, -85, 100)
0	0	0	[grasping]

step	9	10	11	12
hand posi.	(160, 0, 498)	(281, 148, 186)	(353, 206, 145)	(355, 173, 145)
mark posi.	(405, 323, 100)	(403, 258, 100)	(405, 209, 100)	(406, 160, 100)
next posi.	(405, 211, 100)	(403, 206, 100)	(405, 173, 100)	(406, 119, 100)
	0.3	0	0	0

13	14	15	16
(356, 119, 145)	(357, 56, 145)	(366, 20, 145)	(366, -46, 145)
(407, 110, 100)	(416, 58, 100)	(416, 10, 100)	(416, -43, 100)
(407, 56, 100)	(416, 20, 100)	(416, -46, 100)	(416, -46, 100)
0	0	0	[putting]

posi.=(X,Y,Z)mm

hand posi. : present position of hand  
 object/mark posi. : present position of object/mark based on imagery data from CCD-camera  
 next posi. : estimated next position of object/mark based on P<sup>e</sup>  
 (calculated by fuzzy inference using L<sup>e</sup> and V<sup>e</sup>)

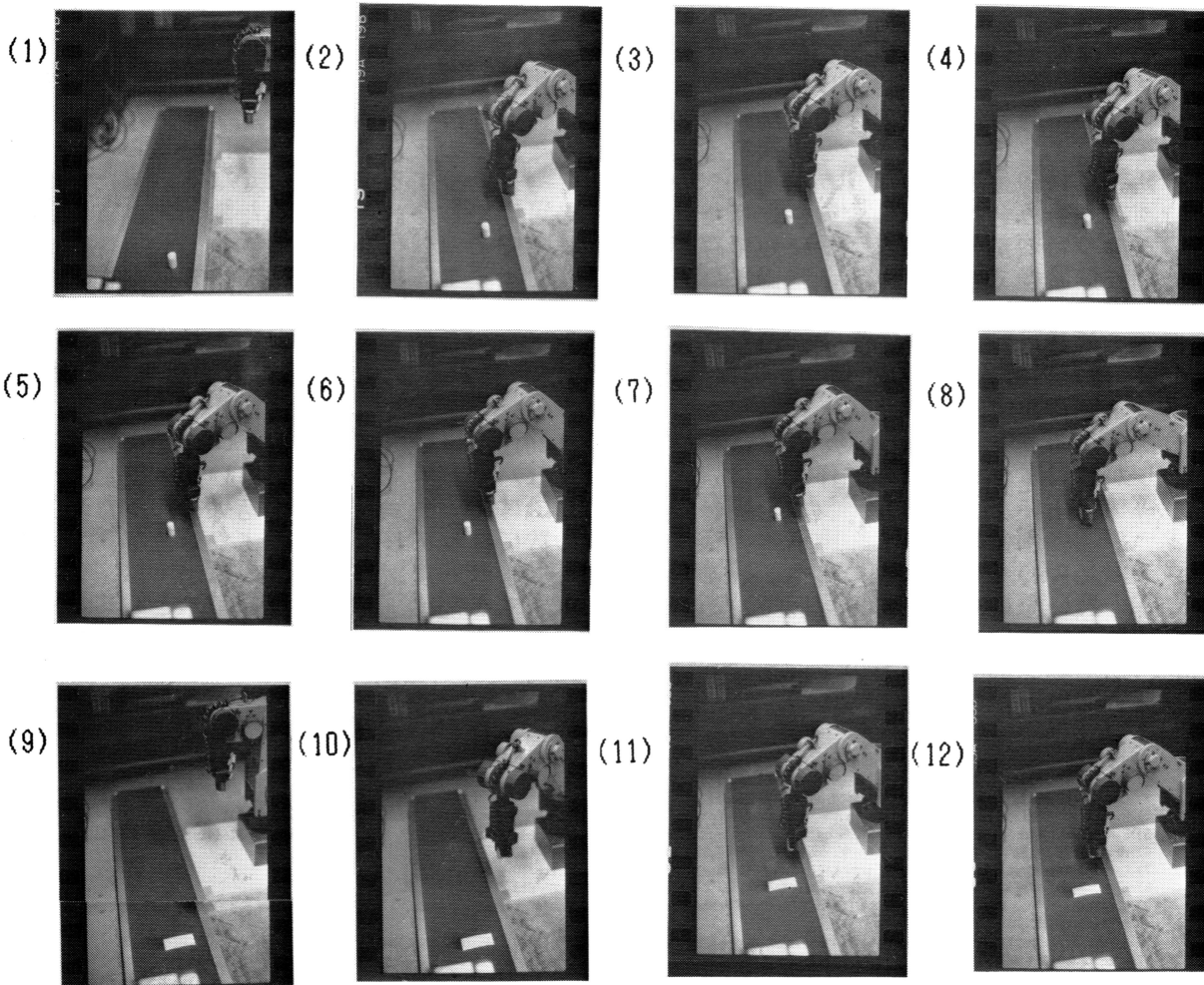


Photo 1. an example of robot movements

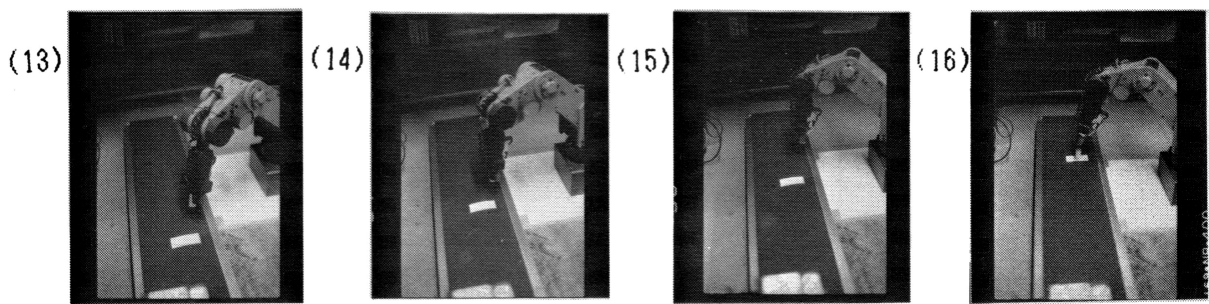


Photo 1. an example of robot movements

## 5 終わりに

可変速度のベルトコンベア上に運ばれてくる物体をカメラでとらえ、パターン認識（大きさ及び形状認識）手法により指定された物体を選出し、ファジィ制御を併用する事によりその物体を掴み取る。更に、ベルトコンベア上の特定のパターン上に、掴み取った物体を同様な方法で置くシステムを構築した。

人間が通常用いている概念的な大きさを認識するのに、ファジィ論理を用いた。

形状認識においては、認識したいパターンを限定する事により、数多く用意した特徴量の中から、必要十分（最小限）な効率良い物を選び出し、効率良い識別木を生成するアルゴリズムを提案し、12種のパターンを認識する実験も行った。このアルゴリズムを用いることにより、試行錯誤で特徴量を選んだり、識別木への適応順を考えたりする必要はなくなる。またパターンに回転や組み合わせ等の柔軟性を持たせることも可能にした。生成された識別木は効率良いものとなり特徴量のプログラムにも依存するが、実時間で処理可能である。

移動物体置換では、ファジィ制御を導入することによって、扱う情報はあいまいなものでも良い。通常は処理時間やメモリが問題となる実時間画像処理においても、比較的低レベルの機器構成で処理可能にした。又アルゴリズムも人間思考型の理解しやすいものとなった。更にvagueness概念の導入により、何回かの繰り返し動作は必要であるが、柔軟な人間思考型の動作のファジィ制御が実現できた。

今回のロボットアームシステムでは、目標物の移動速度は最大でも毎秒5cm程度に限定される。しかしロボット自体の動作範囲は狭く、又特別なハードも備わっていない比較的低レベルの計算機を用いたシミュレーション実験の速度としては、十分満足の行く結果であった。又、パターン認識部分において、識別木の枝はかなりの数になってしまうが、より節密な識別と言う点で満足のいくものと思われる。評価関数（効果度、適応度、重要度）の算出では、他のより効率の良いものも存在する可能性があるため、識別木を知識工学で言う探索木として捕らえた議論を今後検討する価値がある。提示したパターンの識別に関しては、今後更に柔軟性を持たせ、似た物や概念的なもの（例えば丸いもの、四角いものなど）のパターンも識別するアルゴリズムも開発中である。

### 参考文献

- 1) M.Suzeno and M.Nisida: Fuzzy Control of Model Car, Fuzzy Sets and Systems,16-2,pp103/113 (1985)
- 2) 寺野、増井: Fuzzy ロボットに関する研究、第3回知識工学シンポジウム資料、pp137/142(1985)
- 3) L.A.Zadeh: Fuzzy Sets, Inf. and Control 8,pp338/353 (1965)
- 4) L.A.Zadeh: Outline of a New Approach to the Analysis of Complex System and Decision Process, IEEE Trans.,SMC-3,pp28/44 (1973)
- 5) E.H.Mamdani and S.Assilian: A Case Study on the Application of Fuzzy Set Theory to Automatic Control, Proc. IFAC Symp. on Stochastic Control (1974)
- 6) 山崎、菅野: 自動学習ファジィコントローラ、計測自動制御学会論文集、20-8, pp720/726 (1984)
- 7) Larsen: Industrial Application of Fuzzy Logic Control, Man-Machine Studies, 12,pp3/10 (1980)
- 8) 安信、宮本、井原: 予見Fuzzy制御方式による列車自動運転、システムと制御、8-10, pp605/613 (1984)
- 9) K.Hirota, Y.Arai and W.Pedrycz: Robot Control Based on Membership and Vagueness, Approximate Reasoning in Expert Systems,M.M.Gupta et al eds.,North Holland,pp621/635 (1985)
- 10) 廣田、荒井、池津: 画像からのあいまい情報を用いたロボット制御、法政大学工学部研究集報、21, pp55/76 (1985)
- 11) 廣田: あいまい制御知能ロボット、マクロウヒルブック (1985)
- 12) Barr and Feigenbaum eds.: The handbook of artificial intelligence, Kaufman, Los Altos, Calif.,(1981)
- 13) E. Rich: 人工知能、マクロウヒルブック (株)、廣田、宮村訳 (1984)
- 14) 高野: 形状固有値をもちいた凸平面図形の一認識手法、計測自動制御学会論文集、16-2, p222 (1980)
- 15) 高野: 複雑な図形の輪郭形状認識への一提案、自動制御学会論文集、19-3,p381 (1981)
- 16) K.Hirota: Extended Fuzzy Expression of Probabilistic Sets, Advances in Fuzzy Set Theory and Applications, M.M.Gupta et al eds.,North Holland,pp201/214 (1979)
- 17) E.Czogala: Probabilistic Sets in Decision Making and Control, Verlag TUV Rheinland (1984)
- 18) 廣田、荒井: Membership, Vagueness を用いた移動物体把握ロボット、第1回ファジィシステムシンポジウム講演論文集、pp139/144 (1985)

## 自立型移動車のファジィ障害物回避制御

### Fuzzy obstacle avoidance control of autonomous vehicle

榎本暢芳\* 汪赴克\* 永井豊\*\* 竹内俱佳\*\* 遠藤耕喜\*\*

N.Enomoto F.Wan Y.Nagai T.Takeuchi K.Endoh

#### Abstract

This paper discusses fuzzy obstacles avoidance control of an autonomous vehicle, which has two independent driving wheels. The feedback control system is used to maintain speed relatively constants even though disturbing torque may occur. Therefore, the control inputs in order to avoid obstacles, that are outputs of fuzzy controller, are command to the speed control systems of the left wheel and right one. The inputs to fuzzy controller are derived by processing front floor image of the vehicle sensing with CCD camera. Fuzzy control rules are derived by modeling a man's driving actions. Experiments are performed by the vehicle fabricated for a trial.

#### 1. はじめに

原子力施設をはじめ、工場 その他の種々な場所で移動型ロボットが必要とされ、研究開発が行なわれている。移動型ロボットにはレールのように直線あるいは曲線の軌道に拘束されて1次元的に移動するもの、床面走行車のようにある範囲内で3次元空間内を自由に移動できるもの等がある。更に、移動機構によって、走行型のもとは歩行型のものに大別できる。

本論文は平坦な床面を障害物を回避しながら2次元的に自由に移動可能な車輪走行移動車のあいまい論理を用いた障害物回避制御に関するものである。平面を移動する場合、移動経路があらかじめ何等かの方法で指定されている場合は問題はほとんどないが、このような視覚をもった移動車の障害物回避制御の場合には、現在の自分の位置と障害物との相対位置関係を認識し、その障害物を避ける道筋を考え出さなければならない。

人間の障害物の回避動作を考えると、障害物の判定のみで比較的簡単に行っているようにみえる。そこで、著者らはこの問題にFuzzy論理を応用して良好な結果を得た。移動車の誘導制御にFuzzy controlを応用した例<sup>1)2)</sup>はあるが、壁面からの超音波による距離測定情報を使っている。ここでは、CCDカメラによる情報から障害物の有無のみを判定する簡単な情報処理結果を使って、障害物の回避制御を検討した。

#### 2. 制御システムの概要

自立型移動車の全体をFig 1に示す。またその諸元は、右のようになる。障害物回避制御系の構成の概要については、視覚系<sup>3)</sup>と走行系に分けて述べる。

重量	100 Kg	平均進行速度	0.5 m/sec
幅(直径)	0.5 m	最高速度	1.0 m/sec
高さ	1.2 m	最大加速度	0.5 m/sec <sup>2</sup>

##### 2.1 視覚系

視覚系はFig 2に示すように2次元CCDカメラを使って、障害物の有無を判定する。CCDカメラは移動車床面から116cmの頂上にあり、床面を鉛直から約30°の方向から見る。CCDカメラの走査線は進行方向と一致させてある。CCDカメラからの出力信号は床面又は障害物に対応して明るさが異なるから、これを微分するとFig 3のように床面と障害物の境界が検出される。

従って、水平線から境界までのラスタの長さが移動車からの距離を表す。これ等の処理はハードウェアで行い、障害

\* 電気通信大学大学院, University of Electro-Communications, Graduate school.

\*\* 電気通信大学, University of Electro-Communications.

物までの距離はカウンタで求めてマイクロプロセッサに送りこんでいる。走査線の本数は240本である。CCDカメラの視野角を次に示す。

横 : 90° 縦 : 約90°

## 2.2 走行系

走行系は、左右の2輪を独立に駆動するPWS(power wheeled steering)方式である。各動輪は速度制御を行い、微小外乱に対しては定速度で車輪が回転するようにPID制御を行っている。移動車の方位は車輪に対する速度指令VR、VLを変えることによりFig 4のように行っている。従って 前進、後退、円弧回転、その場回転が可能である。速度制御系はFig 5に示すようなセミクロズド方式で、モータは直流モータを使い、ギアで20:1に回転速度を落としている。

## 3 あいまい論理による障害物回避コントローラ

この章ではファジィ誘導制御系の視覚情報処理、あいまい推論による制御則、駆動出力について述べる。

### 3.1 視覚情報処理

障害物回避制御のための視覚情報は前章で述べたようにCCDカメラによって得られた前方の画像である。この画像はFig 6のように移動車と障害物の相対位置関係を示すから、これに横座標(x)、縦座標(y)をとる。横座標は走査線の本数であるが、雑音などの影響を少なくするために走査線8本をまとめてそれぞれの距離のカウンタ値を平均しているので、この走査線8本が横座標の単位を与えることになる。それは3°又は4.3cmに相当する。縦座標はカウンタ値によって示されるが最大230であり、単位は足下で7.5cmになる。従って、画面には移動車の前方の最も近い障害物の相対距離が表れたことになる。

障害物回避制御では進行方向の決定が最も重要である。障害物や壁との相対位置関係を示すCCDカメラの画面情報から進行方向は以下のように決定する。進行方向は画面上からFig 6のように通行可能幅Wを求め、その中心を進行方向とする。通行可能幅Wは適当なスレッシュホールド距離LTをとり、 $y > LT$ を満足する領域を $(x_{1i}, x_{2i})$ とすると、次式から、

$$W = \max \{W_i = x_{2i} - x_{1i}\} \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (1)$$

決定することができる。 $W_i$ を最大にするiをoとすると進行方向を決める座標Pは

$$P = (x_{1o} + x_{2o}) / 2 \quad (2)$$

となる。LTは画面の中心から左右の通行可能面積をそれぞれ $S_L$ 、 $S_R$ とした場合、次式から

$$LT = y_{\max} - k |S_L - S_R| \quad (3)$$

決める。ここで、重みkはシミュレーションによって決定する。 $W \leq WR$ 、 $LT \leq LT_0$ のときは通過不可能とみなす。つぎに、進行方向座標Pから左右DW ( $> W/2$ )の範囲内にある障害物又は壁と移動車との相対距離の最小値を求める。

$$LL = \min \{y(P-x) ; 0 \leq x \leq DW\} \quad (4. a)$$

$$LR = \min \{y(P+x) ; 0 \leq x \leq DW\} \quad (4. b)$$

これは通行可能幅Wの左右にある障害物又は壁の状態に関する情報をあたえる。これらの小さい方、即ち

$$L = \min \{ L_L, L_R \} \quad (5)$$

を障害物または壁までの相対距離とする。

### 3. 2 制御ルールとあいまい推論

移動車の障害物回避制御は、左右の車輪をkサンプリング時点に次式に従う速度制御出力で回転させることによって行う。

$$u_L(k) = u_L(k-1) + g \cdot \Delta u + a \cdot T \quad (6. a)$$

$$u_R(k) = u_R(k-1) - g \cdot \Delta u + a \cdot T \quad (6. b)$$

ここで、 $u_L$  : 左車輪速度制御出力       $u_R$  : 右車輪速度制御出力       $g$  : 制御ゲイン  
 $\Delta u$  : 方位制御入力       $a$  : 加速度制御入力       $T$  : サンプリング周期  
 である。 $\Delta u$ ,  $g$ ,  $u$  を、制御出力用あいまい変数にとる。

言語的制御ルールは方位制御, 方位ゲイン制御, 加速度制御, に分けて制御ルールは次のように構成する。

$$R1-i (\Delta V_i \text{ is } \Delta V_i, P_i \text{ is } P_i) \rightarrow \Delta U_i \text{ is } \Delta U_i \quad (i=1 \dots 49) \quad (7. a)$$

$$R2-i (\Delta V_i \text{ is } S_i, L_i \text{ is } L_i) \rightarrow G_i \text{ is } G_i \quad (i=1 \dots 8) \quad (7. b)$$

$$R3-i (V_i \text{ is } V_i, W_i \text{ is } W_i) \rightarrow U_i \text{ is } U_i \quad (i=1 \dots 16) \quad (7. c)$$

ここで、 $\Delta V$  : 左右車輪の速度差,  $P$  : 通行可能の方向,  $S$  : 速度差の符号,  $L$  : 障害物と移動車の相対距離,  $V$  : 左右車輪の平均速度,  $W$  : 通行可能幅,  $U$  : 目標速度 はあいまい変数である。 $\Delta V_i, P_i, \Delta U_i, S_i, L_i, V_i, W_i, G_i, U_i$  は上記あいまい変数を規定するあいまいラベルで, Table 1 に示すように規格化した離散集合上で定義する。入力として左右車輪の平均速度, 速度差, 通行可能幅とその方向, 障害物までの相対距離が与えられたとき, (7) 式の制御ルールに基づいて制御出力  $\Delta U^0, G^0, A^0$  をもとめるあいまい推論は, 多少複雑にはなるが, 直観的にわかりやすい直接法をもちいる<sup>4)・5)</sup>。入力は測定値であるので, 非ファジイ数として簡略化して, 次式で推論する。

$$\mu \Delta U^0 (\Delta u) = \max_i \{ \mu \Delta V_i (\Delta v^0) \cdot \mu P_i (p^0) \cdot \mu \Delta U_i (\Delta u) \} \quad (i=1 \dots 49) \quad (8. a)$$

$$\mu G^0 (g) = \max_i \{ \mu S_i (\Delta u^0) \cdot \mu L_i (l^0) \cdot \mu G_i (g) \} \quad (i=1 \dots 8) \quad (8. b)$$

$$\mu A^0 (u) = \max_i \{ \mu V_i (v^0) \cdot \mu W_i (w^0) \cdot \mu A_i (u) \} \quad (i=1 \dots 16) \quad (8. c)$$

推論結果は制御規則全体としてのメンバーシップ関数の重心としてもとめる。

### 3. 3 制御ルールの設計

制御ルールは方位制御, 方位ゲイン制御, 加速度制御 のそれぞれについてシミュレーションに基づいて設計を行う。そのとき, Table 3 にしめす制御ルールテーブルをもちいる。

#### 方位制御

方位制御は通行可能幅の中心を移動車が通行するようにする制御である。Table 3 (a) の縦, 横の欄にそれぞれ制御ルール前提部の進行方向P, 左右車輪の速度差 $\Delta V$ をとり, これらのあいまいラベルの交点に結論 速度差の

変化分 $\Delta U$ を記入する。このルールテーブルは、最初、移動車の定性的な動きを考慮して制御出力 $\Delta U$ を決め、次にシミュレーションによって修正している。

#### 方位ゲイン制御

方位制御では移動車が通行する付近の障害物との相対位置を考慮していない。これを、ゲイン $g$ を使って制御する。このために経路の近くの障害物までの相対距離 $L$ と左右車輪の速度差 $\Delta V$ の符号が入力となる。結論はゲイン $G$ でTable 2 (b)に制御ルールを示す。

#### 加速度制御

移動車の通行する経路幅の状態で運転速度を制御する。通行不可能の場合は停止する。このときの入力は通行可能な経路幅 $W$ と左右車輪の平均速度 $V$ が制御ルールの前提で結論は平均速度 $U$ である。加速度 $a$ は移動車特性を考慮して、次式からもとめる。

$$a = (U - V) / mT \quad (9)$$

制御ルールはTable 2 (c)のようになる。 $m = 1 \sim 5$ である。

## 4 障害物回避制御シミュレーションと実験

本章では移動車の障害物回避ファジィ制御のシミュレーションと実験結果について述べる。

### 4.1 障害物回避制御のシミュレーション

2章で自立移動車システムの概要を述べたが、まず障害物回避制御に大きく影響すると考えられるサンプリング周期、CCDカメラの視野角、雑音の影響について、シミュレーションによって検討する。これらの影響をできるだけ定量的に把握するため、鍵型、U型の経路を仮定して、中心を通過する曲線を理想走行パターンとしてその経路からの偏差の平均をPIとして使う。Fig 7にシミュレーションの1例を示す。

#### サンプリング周期

Fig 8は横軸にサンプリング周期、縦軸にPIをとったものである。サンプリング周期が大きくなるにつれて、PIがだんだん悪くなる様子が、わかる。これから、サンプリング周期は0.5 sec以下に設定する必要があることが結論できる。この値は、現在のワンチップマイコンで十分データ処理が可能な値である。このときの、CCDカメラの視野角は、 $116^\circ$ とした。

#### CCDカメラの視野角

更に、Fig 9に示すような経路についてシミュレーションをおこなった。その結果をTable 4に示す。この結果 $90^\circ$ 以上の視野角があれば、障害物回避制御が可能であることがわかる。このときのサンプリング周期は0.2 secとしている。

#### 雑音と外乱の影響

CCDカメラ系による視覚は、Fig 3からわかるようにかなり雑音の影響があると思われる。。これと車輪の速度誤差の影響をシミュレーションによって調べたのがTable 4である。この表からCCDカメラ系の雑音による誤差が30%になると制御性が急激に悪くなっているのがわかる。このため、視覚系について、ハード的に更に検討する必要がある。

### 4.2 障害物回避制御実験

実際に移動車について障害物回避制御実験を試みたのがFig 10である。シミュレーションで予測したような障害物回避制御動作をおこなっているが、まだ問題があり、特に視覚系について更に検討する必要がある。

#### あとがき

自立型移動車の障害物回避制御にファジィ制御を試みた結果、かなり期待できることがわかった。ファジィ制御では推論法に直接法をつかったが、間接法の方が、データ処理がより簡単になると考えられる。、又、視覚系について信号



処理に問題がある。これについては、現在検討中であり、次の機会に報告したい。

参考文献

- 1) M. Sugeno et al, Fuzzy Control of Model car, 文部省科研報告書, 1985.
- 2) M. Sugeno et al, Fuzzy Parking Control of Model car, 同上.
- 3) 永井 他, 移動ロボットの画像による経路認識の一方法, TV学会講演論文集, 17-14, 1985.
- 4) 山崎 他, ファジィ制御, システムと制御, vol. 28, NO7, pp18-22, 1984.
- 5) Mandani, A Case Study of the Application of Fuzzy Set Theory to Automatic Control, Proc. IFAC Symp. on Stochastic Control, 1975.

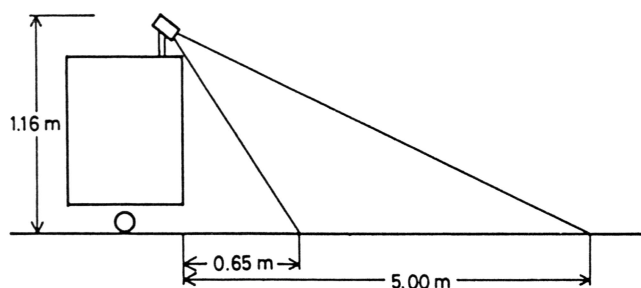
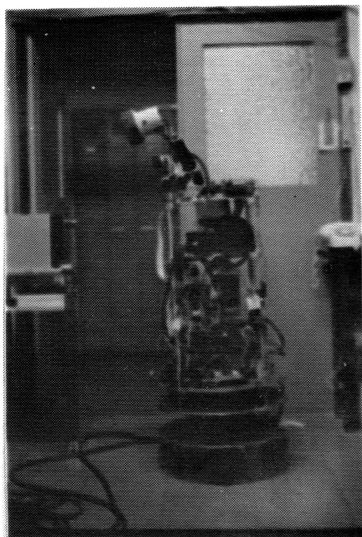


Fig.1 The autonomous vehicle. Fig.2 Visual field of CCD camera.

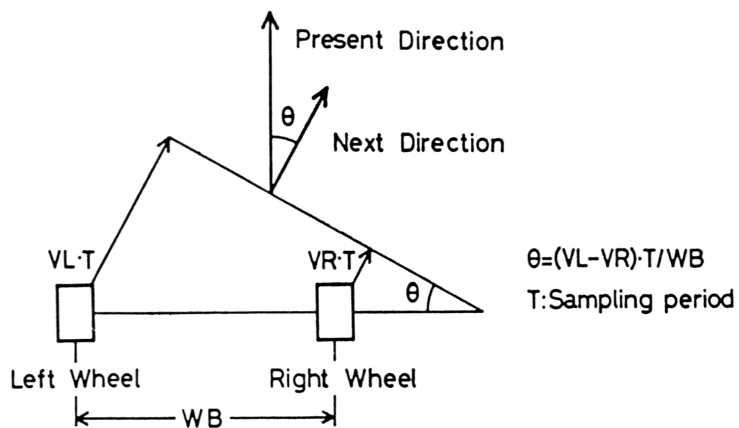


Fig.4 Illustration for the vehicle how to move.

Fig.3 Image sensed with CCD camera.

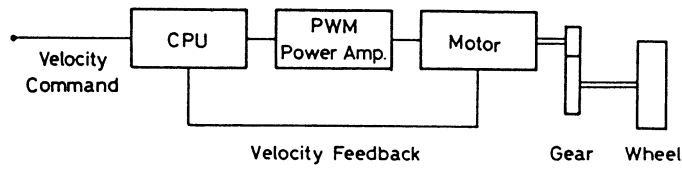


Fig.5 Feedback velocity control of wheel.

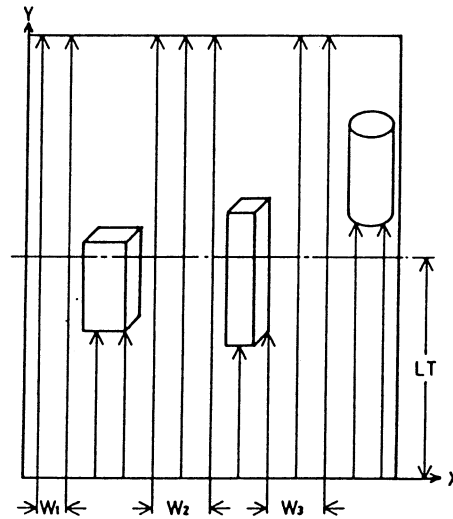


Fig.6 Coordinates and obstacles in the image.

Table 1 Fuzzy labels

(a)  $\Delta V, P, \Delta U$

	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
NB	1.0	0.7	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NM	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0
NS	0	0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0	0	0	0	0	0
ZO	0	0	0	0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0	0	0	0
PS	0	0	0	0	0	0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3	0	0
PM	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.7	1.0	0.7	0.3
PB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.7	1.0	1.0

(b) G

	1	2	3	4	5	6	7
GZ	1.0	0.8	0.3	0	0	0	0
GS	0.3	0.7	1.0	0.8	0.3	0	0
GM	0	0	0.3	0.7	1.0	0.8	0.3
GB	0	0	0	0	0.3	0.7	1.0

(c) LL, LR, W, U

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
ZO	1.0	0.8	0.6	0	0	0	0	0	0
PS	0	0	0.5	1.0	0.6	0	0	0	0
PM	0	0	0	0	0.6	1.0	0.5	0	0
PB	0	0	0	0	0	0	0.6	0.8	1.0

Table 2 Fuzzy control rules

(a)  $(\Delta V)$

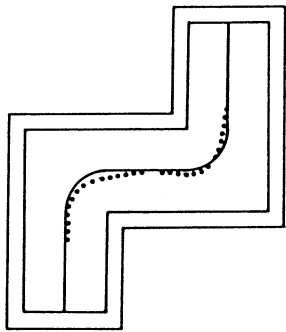
	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	ZO	NS	NM	NB	NM	NS	NS
NM	PS	ZO	NS	NM	NS	NS	NS
NS	PM	PS	ZO	NS	NS	NS	NS
(P) ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
NS	PS	PS	PS	PS	ZO	NS	NM
NM	NS	PS	PS	PM	PS	ZO	NS
NB	NS	PS	PM	PB	PM	PS	ZO

(b) (LL) (LR)

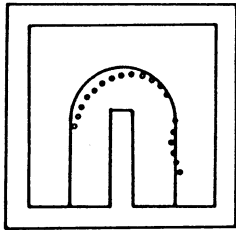
	ZO	PS	PM	PB	ZO	PS	PM	PB
( $\Delta V$ ) PO	GZ	GZ	GS	GS	GB	GB	GM	GS
NE	GB	GB	GM	GS	GZ	GZ	GS	GS

(c) (V)

	ZO	PS	PM	PB
	ZO	ZO	ZO	ZO
(W) PS	PS	PS	PS	PS
	PM	PM	PM	PB
	PB	PM	PM	PB



(a)



(b)

Fig.7 Simulation results of fuzzy control of the vehicle ; visual field angle=90°, sampling period=0.2s

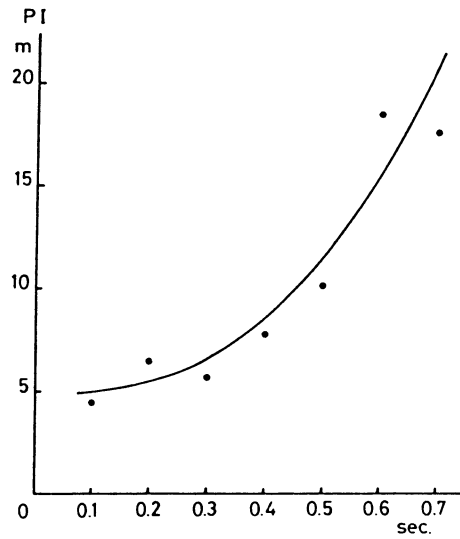


Fig.8 Performance index vs sampling period for fuzzy control of the vehicle.

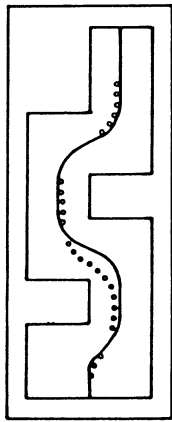


Fig.9 Simulation result of fuzzy control of the vehicle ; visual field=116° sampling period=0.2s.

TABLE 4 CONTROL ERROR DUE TO EYE SYSTEM/VELOCITY

NOISE %	0	0.1	0.1	0	0.3	0.3	0
DISTURBANCE %	0	0.1	0	0.1	0.3	0	0.3
ERROR m	0.10	0.55	0.13	0.38	1.76	0.64	1.08

TABLE 3 CONTROL ERROR DUE TO VISUAL FIELD

VISUAL FIELD		126°	116°	104°	90°	77°
MAP 1	M	2.26	2.63	2.34	2.06	-
MAP 2	M	1.39	3.67	3.25	2.78	2.98
MAP 3	M	3.30	1.43	1.44	3.38	-
TOTAL	M	6.95	7.73	7.03	8.22	-

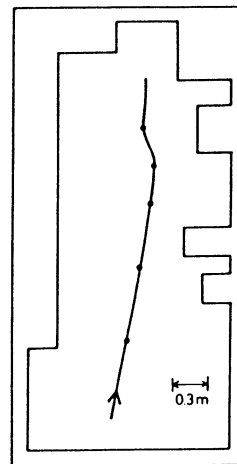


Fig.10 Experimental result of fuzzy control of the vehicle.

# ファジィ概念と

## ヒューマン・インターフェース

### Ideas of fuzzy Systems Theory and Human Interfaces

浅居喜代治 (大阪工業大学)

Kiyoji Asai

(Osaka Institute of Technology)

Various kinds of human interfaces are shown with examples.  
It is suggested that ideas of fuzzy systems theory will be able  
to apply to some problems in these human interfaces.

ヒューマン・インターフェースとは、ヒトと直接にかかわりをもつハードおよびソフトのシステムである。これらを、ヒトの特性を基にして設計・改善することによって、ヒトとの円滑なコミュニケーションが図られ、人間性尊重のシステム設計が進められると共に、ヒトを含むシステムの効率化につながるものと考えられる。

ヒューマン・インターフェースとして、現在注目されているものの例と、ファジィ概念の対象になり得るものを示すと次表のとおりである。ここでは、これらのインターフェースに対するファジィ概念の適用について考える。

ヒューマン・インターフェースとファジィ概念の対象

ヒト	インターフェース	用具・システム	ファジィ概念の対象
オペレータ	プログラム キーボード ディスプレイ	各種VDT	機能分担、プログラム作成、 コミュニケーション、作業評価、 ヒトのエラー解析 (ビジランス 作業)
ドライバー	プログラム 操作部 計器	各種乗物	機能分担、ATCプログラム、 コミュニケーション、ヒトの エラー解析 (ビジランス作業)、 乗心地の評価
主婦	プログラム 操作部 表示部	家電製品	操作法の改善、商品の好みと 使い良さ
身体障害者	プログラム 操作部 表示部	福祉機器	機能分担 (補完)、プログラム 作成、コミュニケーション、 フィーリング

ヒト	インターフェース	用具・システム	ファジィ概念の対象
管理者 医者	プログラム キーボード ディスプレイ	エキスパート システム	入出力コミュニケーション、 経験情報の取扱い
乗客	プログラム 各種標識 各種表示	交通システム (出・改札、 信号など)	人間行動、レイアウト、フィー リング、システム保全
顧客 販売員	プログラム キーボード ディスプレイ	商業システム (自動販売機、 POSなど)	人間行動、レイアウト、フィー リング、信頼性、広告と宣伝、 購買意欲
社員 学生	教材 キーボード ディスプレイ	教育システム (CAI、シミュ レータなど)	人間工学(学習・訓練)、教材、 評価
大衆	プログラム 警報 標識・表示	防災システム	人間行動(避難)、レイアウト 安全性評価、訓練
構成員	規則 情報	組織	機能分担、規則、コミュニケー ション、フィーリング

Predictive Fuzzy Control and its Application to the Automatic Container Crane Operation System

Systems Development Laboratory, Hitachi Ltd. Seiji Yasunobu

**Abstract:** A predictive fuzzy control which predicts the result and selects the most adequate control rules based on a skillfull human operator's experience, had been proposed and applied to automatic train operation systems of a subway system.

In this paper, the predictive fuzzy control scheme is applied to a container crane operation system. The newly developed fuzzy controller evaluates performance indices such as; safety, stop gap, residual sway and carrying time. The simulation results show the crane is controlled with the same way as the skillful operator does. And it is confirmed that the fuzzy controller is applied effectively to an actual container crane operation.

1. はじめに

従来人間が行なってきた制御(運転)に関する知的活動をアルゴリズム化しマイクロコンピュータなどで自動化しようという試みの一つとして、人間の主観的なあいまいさをFuzzy集合によって定量化するFuzzy制御方式の応用がある。このFuzzy制御はこれまで、熟練者の状態評価による制御指令決定に基づく方式が、セメント・キルン<sup>2)</sup>、浄水場の薬剤注入制御などに応用されている<sup>1)</sup>。これに対して我々は対象システムの本来の制御目的を評価し、運用者にとって望ましい状態となるような制御指令を決定する予見Fuzzy制御方式を提案し、列車自動運転への実用化を進めている<sup>3) 4) 5)</sup>。

本報告では、この予見Fuzzy制御方式と、自動化の要求は強いが従来の制御方式では実用的な自動化がむつかしく現在でも熟練者の運転に頼っているコンテナクレーンの運転へ、本方式の適用を検討した結果について述べる。

2. Fuzzy理論の制御への応用

2.1 熟練者の制御

熟練者による制御(運転)では、対象システムに対する過去の経験から対象システムの特性を定性的に把握し、ノウハウを蓄積しながら本来の制御目的を満足する質の良い制御を行なっている。従って人間の制御に関する知的活動は、(1)もし、今の状態ならば、過去の経験からこの制御指令を出したら良いという多次元状態評価と、(2)もし、今の状態でこの制御指令を出したならば、過去の経験から本来の制御目的を満足した制御が

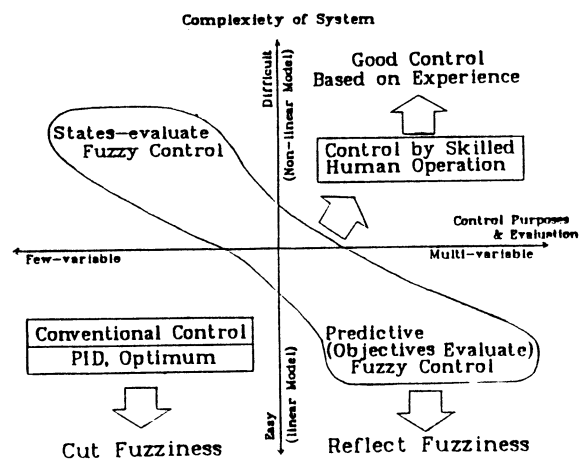


Fig.1 Situation of fuzzy control

できそうだ、との二つの思考過程に分けることができる。

## 2.2 Fuzzy制御の位置付け

この熟練者の制御に関する知的活動をFuzzy集合論によって定量化し、計算機化しようとするのがFuzzy制御である。これには、上記人間の思考過程に対応して、(1)状態評価Fuzzy制御、(2)予見(目的評価)Fuzzy制御の二つのアプローチが提案されている。これらを、Fig.1に示すように、対象の構造と制御目的の評価を二つの軸にとり、分類してみる。

状態評価Fuzzy制御は、対象システムの構造が不明確でありモデル化が困難な対象に対して制御目的の評価を潜在化させた制御則により制御を行なう。また予見Fuzzy制御では、現在及び将来の制御目的を予見しそれらを多次元的に評価しながら制御を行ない制御目的の予見自体は部分的な線形モデルを用いる。

しかし、この二つのFuzzy制御は、相反するものではなく、適用対象に応じてうまく組み合わせることによって、より熟練者の制御に近付くことが可能である。

## 2.3 状態評価Fuzzy制御

人間による制御を、過去の操作経験に基づき、状況の総合判断としてアルゴリズム化するのが、状態評価Fuzzy制御である。

温度と圧力によって燃料を制御するような対象を例にとると、Fig.2(a)に示すように「温度が高く、圧力が高ければ、燃料を大きく減らす」といった制御則により制御指令を決定すると定式化している。一般的に書くと、

If(  $x$  is  $A_i$  and  $y$  is  $B_i$  )  
Then  $\Delta u$  is  $C_i \quad i=1, n$

となる。ここで、 $\Delta u$ は操作量の変化分を表わし、 $A_i$ 、 $B_i$ 、 $C_i$ などは、 $x$ 、 $y$ 、 $\Delta u$ のとり「高い」、「中位」といったFuzzy集合で定義される

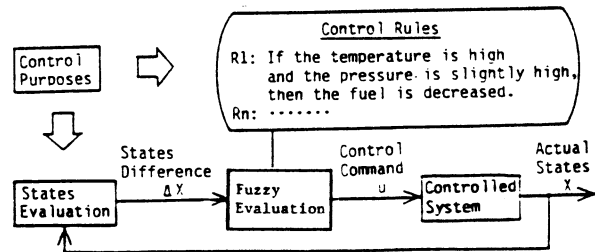
値である。

Fuzzyコントローラは、 $x$ 、 $y$ の観測値、 $x$  is  $x'$ 、 $y$  is  $y'$  が与えられた時、 $n$ 個の制御則の前提部(If部)のFuzzy集合を評価し、その前提部を満たす度合いから $\Delta u$ の値を決定する。

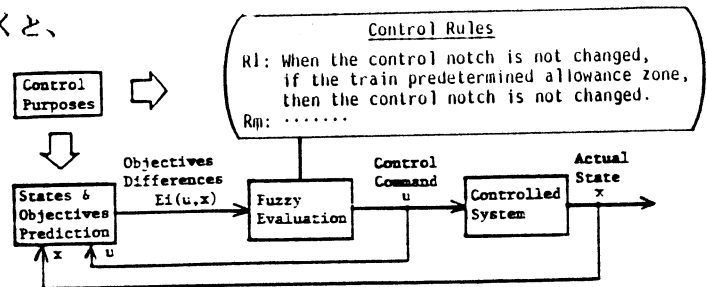
## 2.4 予見(目的評価)Fuzzy制御

人間の制御活動を、制御目的を考えた勘にもとづく代替案の選択としてアルゴリズム化するのが、予見Fuzzy制御方式である。列車運転の場合を例にとると、「過去の経験からブレーキを少しかけて乗り心地良く正確に駅に止まれそうな状況ならば、ブレーキを少しかける。」といった、制御則にもとづき制御指令を決定する。(Fig.2(b)) この制御則を一般的に書くと、

R1: If(  $u$  is  $C_i \rightarrow x$  is  $A_i$  and  $y$  is  $B_i$  ) Then  $u$  is  $C_i \quad i=1, n$



(a) States evaluate fuzzy control



(b) Predictive (objective evaluation) fuzzy control  
Fig.2 Fuzzy control sequence

となる、本制御方式は、現在の時点で制御指令  $u$  を  $C_i$  と仮定した場合の制御目的  $x, y$  の評価値、 $x_i$  is  $x', y_i$  is  $y'$  を予測(予見)し、 $n$ 個の制御則の前提部(I f 部)の Fuzzy 集合を評価し、その前提部を満たす度合いから  $u$  の値を決定する。

### 3. コンテナ・クレーン運転システムの概要<sup>8)</sup>

ここで対象としたコンテナ・クレーンとは、港湾荷役機械設備の中核をなすものでクレーンの軌道上を移動(横行)するトロリとトロリから垂らしたロープの上下によって、船舶用コンテナをコンテナ船とトレーラ間の荷役作業を行なうものである。このクレーンによる荷役作業の高能率化を図るためにはできるだけ早く正確に荷物を所定位置まで運搬することが必要であり、クレーン運転自動化の要求は強い。しかし、従来の制御方式では実用的な自動化がむつかしく現在でも熟練者の運転に頼っている。

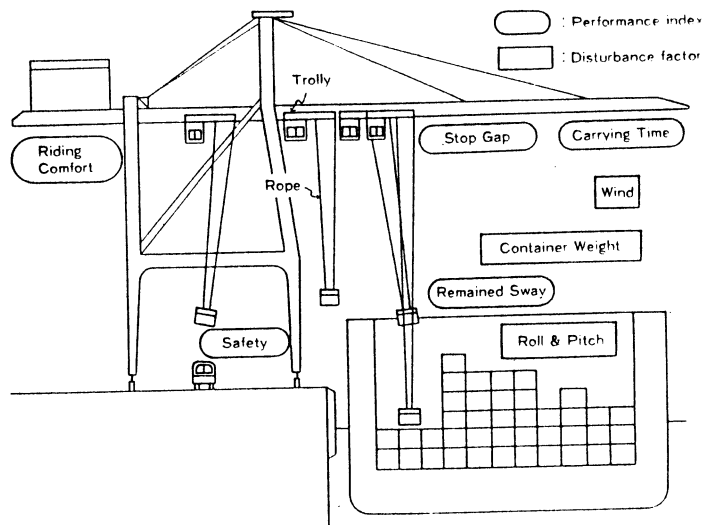


Fig.3 Container crane operation

このコンテナ・クレーンの運転は、(1)トロリの横行速度操作系(トロリ系)、(2)コンテナの巻き上げ速度操作系(ロープ系)、の2つに別けられる。オペレータは、コンテナの位置、振れなどをみながら、トロリ系及びロープ系の目標速度指令とブレーキ指令を操作する。

このコンテナクレーン運転を自動化の観点からその制御目的を考えると、トロリ系とロープ系の二つを操作し、(1)コンテナが他の構造物に触れることなく安全に、(2)最短時間でトロリを目標地点へ移動させ、(3)目標地点で停止精度よくコンテナの振れを止め、うまく運搬することが必要で、さらに、(4)運転手の乗り心地、なども重要な評価指標となる。(Fig.3)

### 4. オペレータの運転経験則

Fuzzy 制御をコンテナ・クレーンなどの制御に適用しようとした場合、熟練オペレータがどのようなことを考えながら運転しているかを明確にし、それを制御則として組み込むことが重要である。そこで、実際のコンテナ・ヤードにおけるオペレータ操作の見学及び話を聞くことにより、コンテナ・クレーン運転の実際を調査し、その運転方法を以下のようにまとめた

#### 4.1 対象クレーンの特性の習熟と運搬方式及び経路の設定

オペレータは各操作レバーを動かしてみるにより、そのクレーンの巻き上げ・横行モータ特性とロープ系の振れ特性を習熟する。またオペレータは、現在位置から目標位置まで荷を運搬するに先立ち、途中にある船体や積載コンテナの状況を見て、荷がクリアすべき障害物の高さとその区間(危険地域)を知り、運搬距離と運搬物から最大横行速度  $V_m$  などの運搬方式を決定する。

#### 4.2 ロープ系の操作

ロープ系に関しては、コンテナの位置によって、以下の経験則に基づきその上下を指令する。

(R1) 危険地域より前では、障害物を安全に越えられる高さを目標として巻き上げる。



(R2) コンテナが危険地域にある時、この障害物を安全に越えられる高さを維持できるよう、ロープ目標速度を操作する。(R3) 危険地域より後では、目標高さ又は前方の障害物の高さで高い方を目標として巻き下げる。(R4) コンテナが目標位置上でほぼ静止している時、目標高さへ巻き下げる。

#### 4.3 トロリ系の操作

トロリ系に関しては、その操作手順を大きく、始動、加速制御、定速走行、減速制御、停止、停止位置補正制御、荷下ろし、の7つ領域に分け、初期振れ、風などの外乱や、独立に操作されているロープ長によって変化する領域の切り替えタイミングを、以下のように判断し運転を行う。

(T1) 始動領域では、現在の状態で加速制御を開始した時、残留振れ少なく、早く、安全に走行速度まで加速できるならば、加速制御を開始する。(T2) 加速制御が終了し横行速度に達すれば、定速走行に移行する。(T3) 定速走行領域では、現在のトロリ速度、ロープ速度で減速制御をした時、残留振れ少なく、早く、安全に停止目標以降に停止できるならば、減速制御に移行する。(T4) 減速制御が終了し速度0に達すれば、停止領域に移行する。(T5) 停止領域に入り暫くして、トロリがほぼ停止した時に、停止精度が悪ければ停止位置補正制御を開始する。(T6) 停止領域に入り暫くして、トロリがほぼ停止した時に、停止精度がよければ横行を終了し荷下ろし領域に移行する。

また、上記判断により決めた各領域では、以下のようにトロリの制御を実行する。

(C1) 始動領域では、目標速度を0とする。(C2) 加速制御領域では、この領域に移行時に決めた加速方法を実行する。(C3) 定速走行領域では、定速走行目標速度を指令する。

(C4) 減速制御領域では、この領域に移行時に決めた減速方法を実行する。(C5) 停止領域では、目標速度を0とする。(C6) 停止位置補正制御領域では、トロリを低速で目標位置の方向へ動かす。(C7) 荷下ろし領域では、目標速度を0とする。

### 5. 予見Fuzzy制御によるコンテナ・クレーン自動運転システム

#### 5.1 制御構造の検討

4章にて述べたオペレータの運転では、人間は荷の重量を感じ、荷及びトロリの位置を見ながらトロリの目標速度を加減している。これをFuzzy制御化しようとした場合、ロープ系に関しては、トロリ制御とは独立に操作可能であり、システムの状態に基づく状態評価Fuzzy制御が適用できる。トロリ系に関しては、現在のトロリ位置・ロープ長で、安全に振れ少なく加速可能か、目標位置に停止可能か、という判断をしており予見Fuzzy制御の適用が必要である。

#### 5.2 評価指標のFuzzy集合

経験則をFuzzy制御則化するため、以下の各評価指標について、経験則の中にある言葉をFuzzy集合として定義する。(Fig.4)

(1) 安全性(S)： 安全性については、予測したコンテナの移動軌跡と積み付けられたコンテナまたは船等の障害物との余裕高さ $h_m$ から高さの安全性、(a) 高さが危険(HD)、(b) 高さが安全(HS)を、運搬経路内の最大高さの障害物の区間から位置に関する安全性、(c) 危険地域(XD)、(d) 巻き上げ地域(XC)、(e) 巻き下げ地域(XE)を評価する。

(2) 停止精度(G)： 停止精度については、停止目標(XT)に対する現在のトロリ位置(x)

及び、予測停止位置 (Xp) により、  
 (a) 停止目標以後に停止 (XT)  
 (b) 停止精度が良い (XG)  
 (c) 停止精度が悪い (XB)  
 (d) トロリがほぼ停止 (VZ)  
 を評価する。

(3) 残留振れ (W) : ロープ系は、ロープ長さにより決まる固有周期 Ta の間加速することにより、残留振れのない加速ができるはずである。そこで、

(a) 加速終了 (AE)、  
 (b) 減速終了 (DE)、  
 (c) トロリが高速 (VM)、  
 (d) トロリが低速 (VL)、  
 により残留振れを評価する。

(4) 運搬時間 (P) : 運搬開始後の経過時間 (t) により、(a) 始動領域 (P0)、(b) 加速領域 (P1)、(c) 定速領域 (P2)、(d) 減速領域 (P3)、(e) 停止領域 (P4)、(f) 停止位置補正領域 (P5)、(g) 荷下げ領域 (P6)、(h) 荷下げ以前 (<P6) の8つの現在の動作領域を評価する。

#### 5.4 Fuzzy制御則

4章で定性的に記述したトロリ系及びロープ系に関する経験則をFuzzy制御則として定式化する。たとえば、トロリ系の判断に関する(T3)の経験則は、上記Fuzzy集合で定義した言葉で「もし、定速走行領域(P2)で現在時刻から減速領域(C3)とシトルクFmで減速した時、目標位置以後に停止する(XT)ならば、減速領域をセットし(C3)、減速トルクFDをセットする。」と表せ、

” If ( P is P2 and ( C is C3 and FD is Fm → G is XT) ) Then C is C3 and FD is Fm ”

判断則として記述できる。他の経験則と合わせ、簡略化してFig.4の右側に示す。

#### 6. 計算機シミュレーション

開発した予見Fuzzy制御コンテナ・クレーン自動運転の特性を計算機シミュレーションにより、従来提案されている最適運転パターンにトロリを追従させる方式(以下、従来方式と呼ぶ<sup>7)</sup>)と比較した。

##### 6.1 シミュレーション条件と結果

コンテナ・クレーンの運転において、制御性能と実用性を評価する上で重要な指標となるのが、運搬時間、停止精度と目標位置上での残留振れである。ここでは、実際の荷役作業を考え、クレーン船上のコンテナを、ヤードまで運搬する場合を想定した。提案したFuzzy制御による結果をFig.5に、従来方式による結果をFig.6に示す。

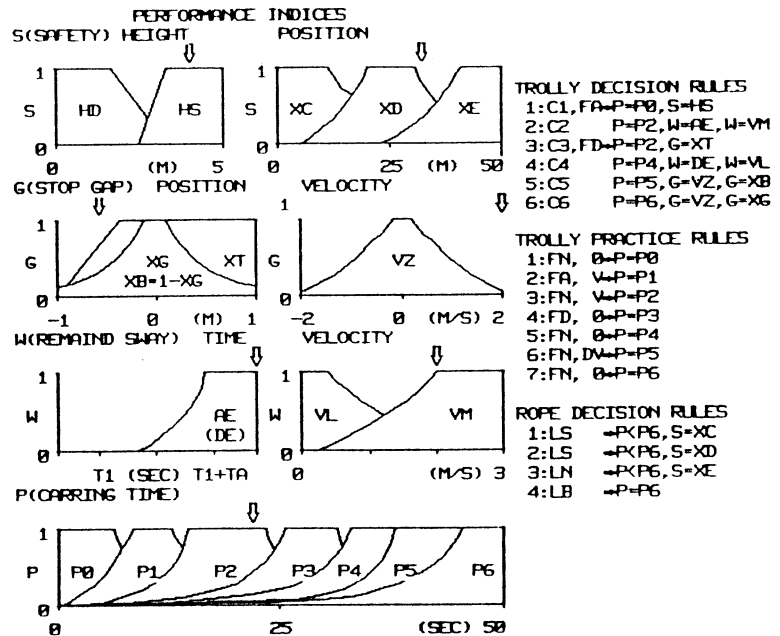


Fig.4 Performance indices and control rules

## 6.2 シミュレーション結果の検討

停止精度に関しては、従来制御方式では4.9cmに対してFuzzy制御では2.2cmとなっている。残留振れに関しては、従来制御方式では、トロリ速度のパターンへの追従遅れの影響で約0.0081rad(23cm)となっている。一方、Fuzzy制御では、加速・減速時にロープ長を変化させているため、残留振れが多少生じているが、運搬終了時には約0.0036rad(10cm)の残留振れとなっている。運搬時間については、従来制御方式では一定の長さにロープを仮定しているため、障害物を完全にクリアできる高さ13mまでロープを巻き上げた後、加速、定速走行、減速を行い、目標位置に停止後コンテナを下ろしている。これに対しFuzzy制御では、巻き上げながら加速し、巻き下げながら減速し、約20秒の運搬時間短縮を実現している。

## 7. おわりに

先に提案し、列車自動運転への実用化を進めている予見Fuzzy制御方式を、従来の制御方式では実用化が困難であったコンテナ・クレーンの運転へ適用し計算機シミュレーションを行った。その結果、熟練者の運転を模擬した高効率な自動運転が可能であり実用化方式として有効であることを確認した。

### 【参考文献】

- 1) 菅野：あいまい集合と理論の制御への応用；計測と制御、18-2、150/160(1979)
- 2) L.P.Holmblad et al.: Control of a Cement Kiln by Fuzzy Logic ; Fuzzy Information and Decision Process (M.M.Gupta & E.Sanchez.), North-Holland Company, 389/399(1983)
- 3) 安信、他：Fuzzy制御による列車定位置停止制御；計測自動制御学会論文集、19-11、873/880(1983)
- 4) 安信、他：予見Fuzzy制御方式による列車自動運転；システムと制御、28-10、605/613 (1984)
- 5) 安信、他：人間の制御戦略に基づく汎用予見Fuzzy制御コントローラの提案；第3回知識工学シンポジウム資料、127/132(1985)
- 6) 進藤、他：コンテナクレーンの振れ止め制御、計測自動制御学会論文集、19-5、430/432(1983)
- 7) 英多、他：トロリーの最大速度に注目したクレーンの最適運転法、計測自動制御学会論文集、15-6、833/838(1979)
- 8) 安信：予見Fuzzy制御方式によるコンテナクレーン自動運転方式；第4回知識工学シンポジウム資料、13/18(1986)

## CONTAINER CRANE CONTROL ANALYSIS

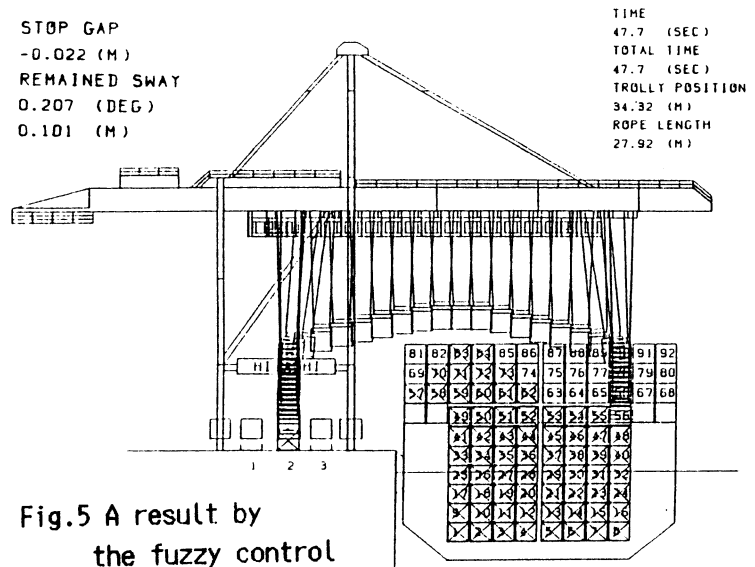


Fig.5 A result by the fuzzy control

## CONTAINER CRANE CONTROL ANALYSIS

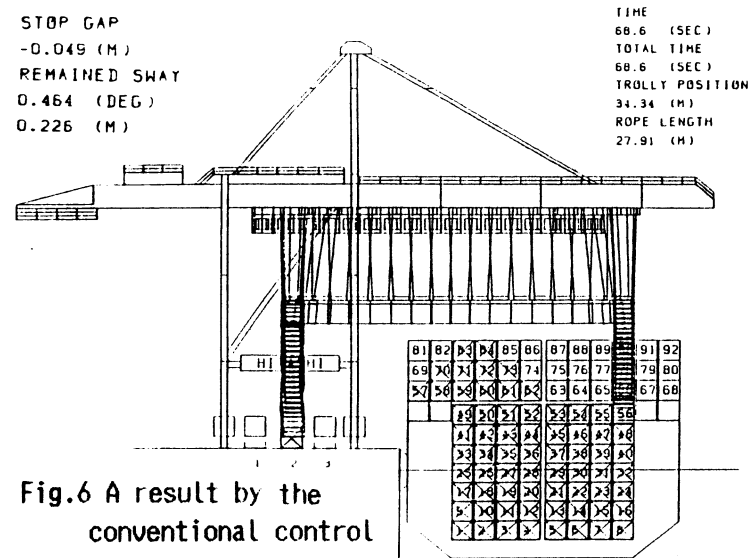


Fig.6 A result by the conventional control

# ファジィコントローラの一設計

九州工業大学 前田 幹夫 村上 譲司 村上 周太

## 1. はじめに

ファジィ制御は、Mamdani<sup>1)</sup> (1974)によって初めて試みられた後、多くの研究<sup>2), 3), 4)</sup>が行なわれその成果が報告されている。

ファジィ制御の特長は、オペレータがもつ定性的な運転ノウハウあるいは制御戦略を制御ルールとして構成し、これにより制御アルゴリズムを決定している点である。例えば、自動車の速度制御において目標速度を60 km/hとするとき、「もし速度が60km/hより小さいならば、アクセルを踏む」といった「If ~ then ...」型の制御ルールを構成することにより、速度制御を行なおうとするものである。したがって、制御対象の正確な数式モデルがわからなくても、コントローラを設計できる利点がある。

一方、コントローラの評価は、速応性、安定性および定常特性によって議論されるが、これらは多少抽象的な概念であり、定量的にあまりはつきりしない。そこで、本研究では、実際にオペレータが手動制御を行なった応答を希望する応答として取り扱い、その応答での制御対象の入出力データをもとにファジィコントローラを設計する。すなわち、「If ~ then ...」型の制御ルールにおける後件の関数を、統計的なモデル評価規準であるAIC(Akaike's information criterion)<sup>5)</sup>により同定し、このコントローラを設計する。

ここで、安定な制御系の一例として自動車の速度制御系、また不安定な制御系の一例として倒立振子の安定化制御系を取り上げ、各制御系におけるファジィコントローラの設計手法について述べる。そして、シミュレーションによって各ファジィコントローラの有効性について検討する。

## 2. ファジィ推論

この章では、次のような形式によるルールを考え、推論アルゴリズムについて説明する。

$$\begin{aligned} R_1 &\triangleq \text{If } g_1(x_1 \text{ is } A_{11}, \dots, x_p \text{ is } A_{1p}) \text{ then } y \text{ is } f_1(x_1, \dots, x_p) \\ R_2 &\triangleq \text{If } g_2(x_1 \text{ is } A_{21}, \dots, x_p \text{ is } A_{2p}) \text{ then } y \text{ is } f_2(x_1, \dots, x_p) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ R_n &\triangleq \text{If } g_n(x_1 \text{ is } A_{n1}, \dots, x_p \text{ is } A_{np}) \text{ then } y \text{ is } f_n(x_1, \dots, x_p) \end{aligned} \quad (2-1)$$

ただし、各変数は次のようなものである。

- y: ルール $R_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )によってその値を推論される変数。つまり、ルール $R_i$ の後件の変数である。
- $x_1, \dots, x_p$ : ルール $R_i$ でyを決定する時に用いられる変数。つまり、ルール $R_i$ の前件を構成する変数である。
- $A_{i1}, \dots, A_{ip}$ : ルール $R_i$ における前件の各変数 $x_1, \dots, x_p$ に対するファジィ集合であり、それぞれの全体集合を $X_1, \dots, X_p$ とする。また、これらのファジィ集合 $A_{i1}, \dots, A_{ip}$ を特性づけるメンバーシップ関数をそれぞれ $\mu_{A_{i1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{ip}}(x_p)$ とする。
- $f_i$ : ルール $R_i$ で、 $x_1, \dots, x_p$ からyを決定する関数である。
- $g_i$ : ルール $R_i$ の前件を表現する論理関数で、次のように示される。

$$g_i(x_1 \text{ is } A_{i1}, \dots, x_p \text{ is } A_{ip}) = g_i(\mu_{A_{i1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{ip}}(x_p)) \quad (2-2)$$

ここで、式(2-1)の各ルール $R_i$ の真値を全て1とすると、各ルール $R_i$ によって主張されるyの値 $f_i$ の真値は、前件の真値すなわち論理関数 $g_i$ の値と等しくなる。これより、次のような推論アルゴリズムを示す。

いま、前提に" $x_1 \text{ is } x_1^*$ ", ..., " $x_p \text{ is } x_p^*$ "という情報が得られたとき、各ルール $R_i$ によって主張されるyの値 $f_i$ に、その真値 $g_i$ を重みとして付加して、平均し、最終的な推論値 $y^*$ とする。これを次式に示す。

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^n g_i(\mu_{A_{i1}}(x_1^*), \dots, \mu_{A_{ip}}(x_p^*)) \cdot f_i(x_1^*, \dots, x_p^*)}{\sum_{i=1}^n g_i(\mu_{A_{i1}}(x_1^*), \dots, \mu_{A_{ip}}(x_p^*))} \quad (2-3)$$

## 3. 後件の関数 $f_i$ の同定

本章では、2章で紹介したルール $R_i$ における前件の論理関数 $g_i$ とファジィ集合 $A_{i1}, \dots, A_{ip}$ を既知として、後件の関数 $f_i$ を同定する手法について述べる。

まず、後件の関数 $f_i$ を次のような線形関数とする。

$$f_i(x_1, \dots, x_p) = \sum_{s=1}^p a_{is} \cdot x_s \quad (3-1)$$

いま、前件を構成する変数 $x_1, \dots, x_p$ のm個のデータ $x_{1t}, \dots, x_{pt}$  ( $t=1, 2, \dots, m$ )とそれに対する後件の変数yのm個のデータ $y_t$ が得られると、これらを次のように行列で記述する。

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1p} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & \dots & x_{mp} \end{bmatrix} \quad (m \times p) \quad (3-2)$$

$$Y = [y_1 \ \dots \ y_m]^t \quad (m \times 1) \quad (3-3)$$

これらの行列をもとに、各ルール $R_i$ について次のような手順を行ない、各ルール $R_i$ における後件の関数 $f_i$ の係数 $a_{is}$ を推定する。

1). 前件を構成する変数 $x_1, \dots, x_p$ の各データ $x_{11}, \dots, x_{1p}$ に対する前件の真理値 $w_i$ を次式より求める。

$$w_i = g_i(\mu_{A_{i1}}(x_{11}), \dots, \mu_{A_{ip}}(x_{ip})) \quad (3-4)$$

そして、これを対角成分に持つ行列 $W$ を次のように作る。

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & w_m \end{bmatrix} \quad (m \times m) \quad (3-5)$$

2). 後件の線形関数 $f_i$ の係数 $a_{is}$  ( $s=1, 2, \dots, p$ )を次のような行列で記述する。

$$A = [a_{11} \dots a_{1p}]^t \quad (p \times 1) \quad (3-6)$$

3). 1), 2)で求めた行列 $Y, X, W, A$ の関係は、次式のようになる。

$$Y = XA + E \quad (\text{重み}W) \quad (3-7)$$

ただし、行列 $E$ は誤差ベクトルで、

$$E = \begin{bmatrix} y_1 - \sum_{s=1}^p a_{1s} \cdot x_{1s} \\ \vdots \\ y_m - \sum_{s=1}^p a_{ms} \cdot x_{ms} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \quad (m \times 1) \quad (3-8)$$

となる。

式(3-7)より、重み付き最小二乗法を用いて行列 $A$ すなわち線形関数 $f_i$ の係数 $a_{is}$  ( $s=1, 2, \dots, p$ )を推定する。式(3-9)に、行列 $A$ を求める正規方程式を示す。

$$X^t W X A = X^t W Y \quad (3-9)$$

実際には、 $x_1, \dots, x_p$ の $p$ 個の独立変数より任意の $r$ 個の独立変数を選び出し、1)~3)の手順を行ない、次式に示されるAICの値が最小になる独立変数の組み合わせとその係数を後件の関数型として採用する。

$$AIC = m \cdot \log\left\{\frac{\sum_{i=1}^m w_i \cdot ER_i^2}{m}\right\} + 2(r-1) \quad (3-10)$$

ただし、各変数は、次のようなものである。

$m$ : データ数

$ER_i$ : 予測誤差  $ER_i = y_i - f_{it}$

$f_{it}$ :  $r$ 個の独立変数の各データより決定される関数値

#### 4. ファジィコントローラ的设计

本章では、2,3章で述べた推論アルゴリズム及び同定手法を用いてファジィコントローラを設計する手法について述べる。

##### 4-1. ファジィ制御則の前件の構成

この節では、オペレータの制御動作の知識および経験をもとに、その制御ルール(ファジィ制御則)の前件の場合分けを行なう。

まず、ファジィ制御則の前件を構成する変数として、( $k$ : サンプル時刻)

”制御偏差”:

$e_k = \text{目標値} - \text{時刻}k\text{での制御量}$

”制御偏差の一階差分”:

$\Delta e_k = e_k - e_{k-1}$

”制御偏差の二階差分”:

$\Delta^2 e_k = \Delta e_k - \Delta e_{k-1}$

を用いる。

いま、制御偏差 $e_k$ についてPositive, NegativeおよびZero近傍のファジィ集合を考え、また、制御偏差の一階差分 $\Delta e_k$ 、制御偏差の二階差分 $\Delta^2 e_k$ についてそれぞれPositive, Negativeのファジィ集合を考える。

そして、各変数のファジィ集合の組み合わせにより制御則の前件を構成すると、制御量のサンプル時刻における12通りの挙動に対する制御動作の場合分けを行なうことができる。これを、図4-1に示す。

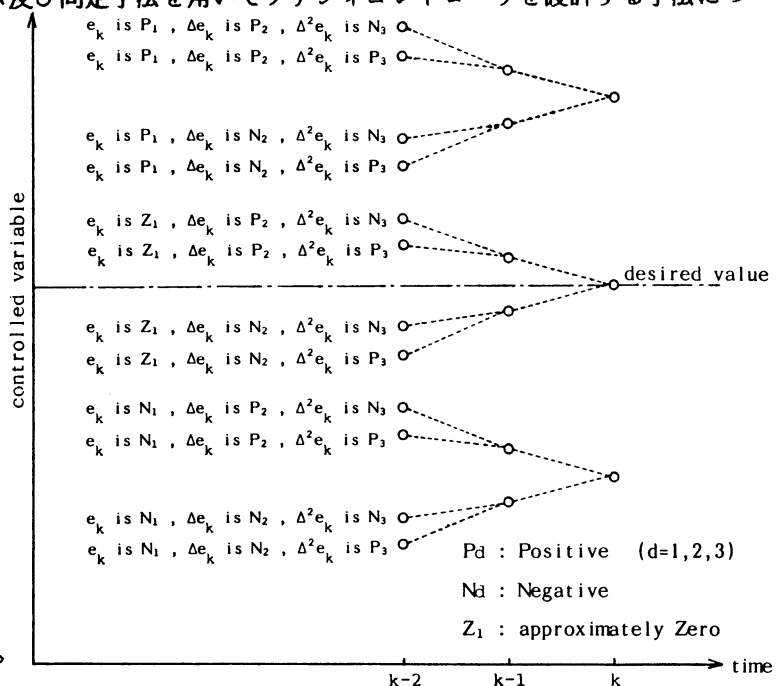
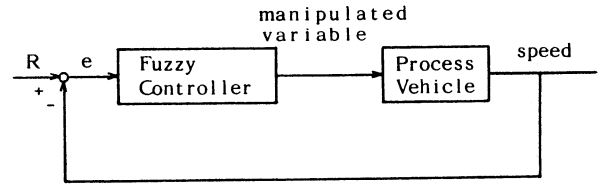


図4-1 制御則の前件の構成

4-2. 自動車の速度制御系のファジィコントローラ  
この節では、図4-2に示される自動車の速度制御系のファジィコントローラを設計する手順について述べる。



R : the desired speed  
e : the error of speed  
図4-2 自動車の速度制御系

(1). ファジィ制御則の構成

4-1節で述べたように、制御則の前件の場合分けを行ない、制御則を構成する。

まず、コントローラの入力変数として、次の変数を用いる。(k : サンプル時刻)

”制御偏差” :  $e_k = \text{目標速度} - \text{サンプル時刻}k\text{での速度}$

”制御偏差の一階差分” :  $\Delta e_k = e_k - e_{k-1}$

”制御偏差の二階差分” :  $\Delta^2 e_k = \Delta e_k - \Delta e_{k-1}$

また、コントローラの出力値は、 $u_k$ を操作量として、

”操作量の変化分” :  $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$

とする。

これより、次のような12個のルールの集りによる制御則を構成する。

$$R_i \triangleq \text{If } g(e_k \text{ is } A_i, \Delta e_k \text{ is } B_i, \Delta^2 e_k \text{ is } C_i) \text{ then } \Delta u_k \text{ is } f_i(e_k, \Delta e_k, \Delta^2 e_k)$$

ただし、(i=1,2,...,12)

$A_i$  :  $e_k$ に対するPositive, Negative, Zero近傍のいずれかを示すファジィ集合

$B_i$  :  $\Delta e_k$ に対するPositive, Negativeのいずれかを示すファジィ集合

$C_i$  :  $\Delta^2 e_k$ に対するPositive, Negativeのいずれかを示すファジィ集合

(2). メンバシップ関数の設定

(1)で構成した制御則の前件の各変数に対するファジィ集合を特性づけるメンバシップ関数の設定を行なう。

まず、制御偏差 $e_k$ に対するファジィ集合Positive, Negative, Zero近傍のメンバシップ関数をそれぞれ $\mu_{P1}(e_k)$ ,  $\mu_{N1}(e_k)$ ,  $\mu_{Z1}(e_k)$ と記述し、これを次式のように設定する。また、図4-3にそれぞれのメンバシップ関数を示す。

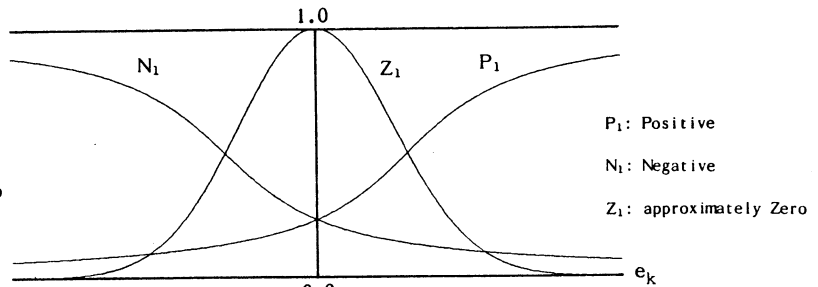


図4-3  $\mu_{P1}, \mu_{N1}, \mu_{Z1}$

$$\mu_{P1}(e_k) = [\tan^{-1}\{\alpha_1(e_k - \beta)\}]/\pi + 0.5 \quad (4-1)$$

$$\mu_{N1}(e_k) = [\tan^{-1}\{-\alpha_1(e_k + \beta)\}]/\pi + 0.5 \quad (4-2)$$

$$\mu_{Z1}(e_k) = \exp(-e_k^2/\tau) \quad (4-3)$$

ただし、 $\alpha_1, \beta, \tau$ はこれらのメンバシップ関数を設定するとき用いるパラメータである。同様に、制御偏差の一階差分 $\Delta e_k$ に対するファジィ集合Positive, Negativeのメンバシップ関数をそれぞれ $\mu_{P2}(\Delta e_k)$ ,  $\mu_{N2}(\Delta e_k)$ と記述し、また、制御偏差の二階差分 $\Delta^2 e_k$ に対するファジィ集合Positive, Negativeのメンバシップ関数をそれぞれ $\mu_{P3}(\Delta^2 e_k)$ ,  $\mu_{N3}(\Delta^2 e_k)$ と記述する。

これらのメンバシップ関数を次式のように設定し、図4-4にそれぞれのメンバシップ関数を示す。

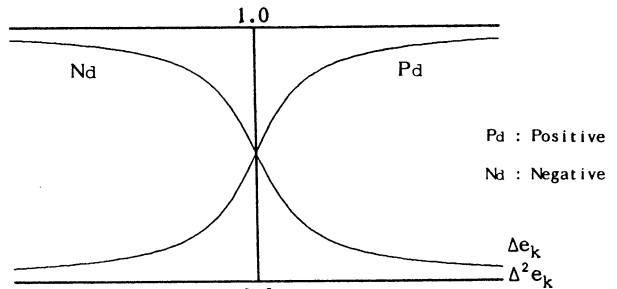


図4-4  $\mu_{Pd}, \mu_{Nd}$

$$\mu_{Pd}(e_{dk}) = \{\tan^{-1}(\alpha_d e_{dk})\}/\pi + 0.5 \quad (d = 2, 3) \quad (4-4)$$

$$\mu_{Nd}(e_{dk}) = \{\tan^{-1}(-\alpha_d e_{dk})\}/\pi + 0.5 \quad (d = 2, 3) \quad (4-5)$$

ただし、 $e_{2k} = \Delta e_k, e_{3k} = \Delta^2 e_k$ であり、 $\alpha_d$ はメンバシップ関数を設定するとき用いるパラメータである。以上、各メンバシップ関数のパラメータは得られた手動データより主観的に決定される。

(3). 論理関数gの定義

(1)で構成した制御則の前件の真理値を表わす論理関数gを次のように定義する。

$$g(e_k \text{ is } A_i, \Delta e_k \text{ is } B_i, \Delta^2 e_k \text{ is } C_i) = g(\mu_{A_i}(e_k), \mu_{B_i}(\Delta e_k), \mu_{C_i}(\Delta^2(e_k)))$$

$$\triangleq \min\{\mu_{A_i}(e_k), \mu_{B_i}(\Delta e_k), \mu_{C_i}(\Delta^2(e_k))\} \quad (4-6)$$

ただし、 $\mu_{A_i}(e_k), \mu_{B_i}(\Delta e_k), \mu_{C_i}(\Delta^2 e_k)$ は、それぞれ各ルール $R_i$ の前件の各変数に対するファジィ集合 $A_i, B_i, C_i$ を特性づけるメンバシップ関数である。

式(4-6)より、論理関数gは、前件の各変数に対するメンバシップ値の最小値を前件の真理値とする関数である。

(4). 後件の関数 $f_i$ の設定

(1)で構成した制御則の後件の関数 $f_i$ を次のように設定する。

$$f_i = \sum_{s=1}^9 a_{is} \cdot z_s \tag{4-7}$$

ただし、独立変数 $z_s$  ( $s=1, 2, \dots, 9$ )は、次のような変数である。

$$\begin{aligned} z_1 &= e_k & z_2 &= \Delta e_k & z_3 &= \Delta^2 e_k \\ z_4 &= (e_k)^2 & z_5 &= (\Delta e_k)^2 & z_6 &= (\Delta^2 e_k)^2 \\ z_7 &= (e_k \cdot \Delta e_k) & z_8 &= (\Delta e_k \cdot \Delta^2 e_k) & z_9 &= (\Delta^2 e_k \cdot e_k) \end{aligned} \tag{4-8}$$

式(4-8)より、コントローラの各入力変数とそれらの二乗また積を変数変換によって独立変数とする。そして、式(4-7)の後件の関数 $f_i$ の係数 $a_{is}$ は、3章の同定手法にもとづいて推定する。すなわち、独立変数 $z_s$ の $m$ 個のデータ $z_{is}$  ( $i=1, 2, \dots, m$ )とそれに対する操作量の変化分 $\Delta u$ の $m$ 個のデータ $\Delta u_i$ より、後件の関数の係数 $a_{is}$ を推定する。

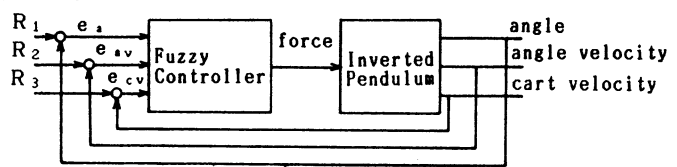
(5). コントローラの出力値(操作量の変化分 $\Delta u_k^*$ )の算出

コントローラの出力値(操作量の変化分 $\Delta u_k^*$ )を、2章の推論アルゴリズムにもとづいて算出する。すなわち、(1)で構成した制御則に" $e_k$  is  $e_k^*$ ", " $\Delta e_k$  is  $\Delta e_k^*$ ", " $\Delta^2 e_k$  is  $\Delta^2 e_k^*$ "という情報が得られると、次のようにコントローラの出力値を算出する。

$$\Delta u_k^* = \frac{\sum_{i=1}^{12} g(\mu_{A_i}(e_k^*), \mu_{B_i}(\Delta e_k^*), \mu_{C_i}(\Delta^2 e_k^*)) \cdot f_i(e_k^*, \Delta e_k^*, \Delta^2 e_k^*)}{\sum_{i=1}^{12} g(\mu_{A_i}(e_k^*), \mu_{B_i}(\Delta e_k^*), \mu_{C_i}(\Delta^2 e_k^*))} \tag{4-9}$$

4-3. 倒立振子の安定化制御系のファジィコントローラ

この節では、図4-5に示される倒立振子の安定化制御系のファジィコントローラを設計する手順について述べる。



$R_1$ : the desired angle  
 $R_2$ : the desired angle velocity  
 $R_3$ : the desired cart velocity  
 $e_a$ : the error of angle  
 $e_{av}$ : the error of angle velocity  
 $e_{cv}$ : the error of cart velocity

図4-5 倒立振子の安定化制御系

(1). ファジィ制御則の構成

4-1節で述べたように、制御則の前件の場合分けを行ない、制御則を構成する。

まず、コントローラの入力変数として次の変数を用いる。(k: サンプル時刻)

- "振子の角度":  $\theta_k$
- "振子の角度の一階差分":  $\Delta \theta_k = \theta_k - \theta_{k-1}$
- "振子の角度の二階差分":  $\Delta^2 \theta_k = \Delta \theta_k - \Delta \theta_{k-1}$
- "振子の角速度":  $\dot{\theta}_k$
- "振子の角速度の一階差分":  $\Delta \dot{\theta}_k = \dot{\theta}_k - \dot{\theta}_{k-1}$
- "振子の角速度の二階差分":  $\Delta^2 \dot{\theta}_k = \Delta \dot{\theta}_k - \Delta \dot{\theta}_{k-1}$
- "台車の速度":  $\dot{x}_k$
- "台車の速度の一階差分":  $\Delta \dot{x}_k = \dot{x}_k - \dot{x}_{k-1}$
- "台車の速度の二階差分":  $\Delta^2 \dot{x}_k = \Delta \dot{x}_k - \Delta \dot{x}_{k-1}$

また、コントローラの出力値は、 $u_k$ を操作量として、

"操作量の変化分":  $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$

とする。

ここで、振子の角度 $\theta_k$ のサンプル時刻における12通りの挙動に対して制御動作の場合分けを行なう。これより、次のような12個のルールの集りによる制御則を構成する。

$$R_i \triangleq \text{If } g(\theta_k \text{ is } A_i, \Delta \theta_k \text{ is } B_i, \Delta^2 \theta_k \text{ is } C_i) \text{ then } \Delta u_k \text{ is } f_i(a_k, b_k, c_k) \tag{4-10}$$

ただし、( $i=1, 2, \dots, 12$ )

$A_i$ :  $\theta_k$ に対するPositive, Negative, Zero近傍のいずれかを示すファジィ集合

$B_i$ :  $\Delta \theta_k$ に対するPositive, Negativeのいずれかを示すファジィ集合

$C_i$ :  $\Delta^2 \theta_k$ に対するPositive, Negativeのいずれかを示すファジィ集合

そして、 $a_k, b_k, c_k$ は、次のような行列である。

$$a_k = [\theta_k \ \Delta \theta_k \ \Delta^2 \theta_k]^t \quad b_k = [\dot{\theta}_k \ \Delta \dot{\theta}_k \ \Delta^2 \dot{\theta}_k]^t \quad c_k = [\dot{x}_k \ \Delta \dot{x}_k \ \Delta^2 \dot{x}_k]^t \quad (3 \times 1) \tag{4-11}$$

(2). メンバシップ関数の設定

(1)で構成した制御則の前件の各変数に対するファジィ集合を特性づけるメンバシップ関数の設定を行なう。

前件の変数である振子の角度 $\theta_k$ 、振子の角度の一階差分 $\Delta \theta_k$ および振子の角度の二階差分 $\Delta^2 \theta_k$ に対するファジィ集合のメンバシップ関数をそれぞれ次式のように設定する。

$$\mu_{P1}(\theta_k) = [\tan^{-1}\{\zeta_1(\theta_k - \eta)\}]/\pi + 0.5 \tag{4-12}$$

$$\mu_{N1}(\theta_k) = [\tan^{-1}\{-\zeta_1(\theta_k + \eta)\}]/\pi + 0.5 \tag{4-13}$$

$$\mu_{Z1}(\theta_k) = \exp(-\theta_k^2/\lambda) \tag{4-14}$$

$$\mu_{Pd}(\theta_{dk}) = \{\tan^{-1}(\zeta_d \theta_{dk})\} / \pi + 0.5 \quad (d = 2, 3) \quad (4-15)$$

$$\mu_{Nd}(\theta_{dk}) = \{\tan^{-1}(-\zeta_d \theta_{dk})\} / \pi + 0.5 \quad (d = 2, 3) \quad (4-16)$$

ただし、 $\zeta_1, \eta, \lambda$  および  $\zeta_d$  はこれらのメンバーシップ関数を設定するとき用いるパラメータである。また、 $\theta_{2k} = \Delta\theta_k, \theta_{3k} = \Delta^2\theta_k$  である。  
以上、各メンバーシップ関数のパラメータは得られた手動データより主観的に決定される。

### (3). 論理関数gの定義

(1)で構成した制御則の前件の真値を表わす論理関数gを次のように定義する。

$$g(\theta_k \text{ is } A_i, \Delta\theta_k \text{ is } B_i, \Delta^2\theta_k \text{ is } C_i) = g(\mu_{A_i}(\theta_k), \mu_{B_i}(\Delta\theta_k), \mu_{C_i}(\Delta^2\theta_k)) \\ \cong \min\{\mu_{A_i}(\theta_k), \mu_{B_i}(\Delta\theta_k), \mu_{C_i}(\Delta^2\theta_k)\} \quad (4-17)$$

ただし、 $\mu_{A_i}(\theta_k), \mu_{B_i}(\Delta\theta_k), \mu_{C_i}(\Delta^2\theta_k)$  は、それぞれ各ルール $R_i$ の前件の各変数に対するファジィ集合 $A_i, B_i, C_i$ を特性づけるメンバーシップ関数である。

### (4). 後件の関数f<sub>i</sub>の設定

(1)で構成した制御則の後件の関数 $f_i$ を次のように設定する。

$$f_i = \sum_{s=1}^9 a_{is} \cdot z_s \quad (4-18)$$

ただし、独立変数 $z_s$  ( $s=1, 2, \dots, 9$ ) は、次のような変数である。

$$\begin{aligned} z_1 &= \theta_k & z_2 &= \Delta\theta_k & z_3 &= \Delta^2\theta_k \\ z_4 &= \dot{\theta}_k & z_5 &= \Delta\dot{\theta}_k & z_6 &= \Delta^2\dot{\theta}_k \\ z_7 &= \dot{x}_k & z_8 &= \Delta\dot{x}_k & z_9 &= \Delta^2\dot{x}_k \end{aligned} \quad (4-19)$$

式(4-19)より、コントローラの各入力変数を独立変数とする。そして、式(4-18)の後件の関数 $f_i$ の係数 $a_{is}$ は、3章の同定手法にもとづいて推定する。

### (5). コントローラの出力値(操作量の変化分 $\Delta u_k^*$ )の算出

コントローラの出力値(操作量の変化分 $\Delta u_k^*$ )を、2章の推論アルゴリズムにもとづいて算出する。すなわち、(1)で構成した制御則に各入力変数について次のような情報が得られるとする。

$$\begin{aligned} & \theta_k \text{ is } \theta_k^*, \Delta\theta_k \text{ is } \Delta\theta_k^*, \Delta^2\theta_k \text{ is } \Delta^2\theta_k^* \\ & \dot{\theta}_k \text{ is } \dot{\theta}_k^*, \Delta\dot{\theta}_k \text{ is } \Delta\dot{\theta}_k^*, \Delta^2\dot{\theta}_k \text{ is } \Delta^2\dot{\theta}_k^* \\ & \dot{x}_k \text{ is } \dot{x}_k^*, \Delta\dot{x}_k \text{ is } \Delta\dot{x}_k^*, \Delta^2\dot{x}_k \text{ is } \Delta^2\dot{x}_k^* \end{aligned}$$

これより、次式のようにコントローラの出力値を算出する。

$$\Delta u_k^* = \frac{\sum_{i=1}^{12} g(\mu_{A_i}(\theta_k^*), \mu_{B_i}(\Delta\theta_k^*), \mu_{C_i}(\Delta^2\theta_k^*)) \cdot f_i(a_k^*, b_k^*, c_k^*)}{\sum_{i=1}^{12} g(\mu_{A_i}(\theta_k^*), \mu_{B_i}(\Delta\theta_k^*), \mu_{C_i}(\Delta^2\theta_k^*))} \quad (4-20)$$

ただし、

$$a_k^* = [\theta_k^* \quad \Delta\theta_k^* \quad \Delta^2\theta_k^*] \quad (4-21)$$

$$b_k^* = [\dot{\theta}_k^* \quad \Delta\dot{\theta}_k^* \quad \Delta^2\dot{\theta}_k^*] \quad (4-22)$$

$$c_k^* = [\dot{x}_k^* \quad \Delta\dot{x}_k^* \quad \Delta^2\dot{x}_k^*] \quad (4-23)$$

## 5. シミュレーション

この章では、4章で設計した自動車の速度制御系および倒立振子の安定化制御系における各ファジィコントローラの有効性を検討するためにシミュレーションを行なう。

### 5-1. 自動車の速度制御のシミュレーション

この節では、4-2節で設計した自動車の速度制御系における速度制御のシミュレーションを行なう。  
速度制御のシミュレーションは、目標速度を60 km/hとし、また、コントローラのロバスト性の検証を行なうために、50秒以後、上り坂、下り坂を想定し、制御対象の伝達関数のゲインを60秒周期で変動させる。

図5-1にシミュレーション結果を示す。ここで、細線は手動データで、太線はシミュレーション結果である。図より、手動データと同じような応答を示すシミュレーション結果が得られており、ロバスト性において、シミュレーションの方が優れていることがわかる。

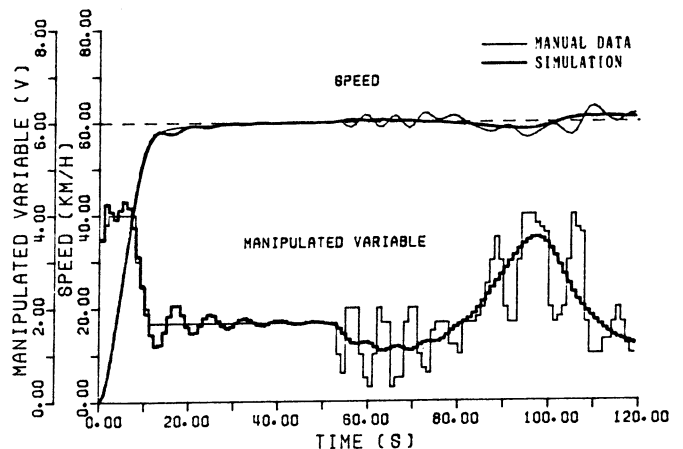


図5-1 シミュレーション結果



## 5-2. 倒立振子の安定化制御のシミュレーション

この節では、4-3節で設計した倒立振子の安定化制御系における振子角制御のシミュレーションを行なう。

振子角制御のシミュレーションは、初期値をそれぞれ

”振子の角度”： $\theta=10$  [deg]，”振子の角速度”： $\dot{\theta}=0$  [deg/sec]，”台車の速度”： $\dot{x}=0$  [m/sec]

として行なう。

図5-2～図5-5にシミュレーション結果を示す。ここで、細線は手動データで、太線はシミュレーション結果である。これより、過渡状態において手動データと同じような応答を示すシミュレーション結果が得られている。また、安定性および定常状態において、シミュレーションの方が優れていることがわかる。

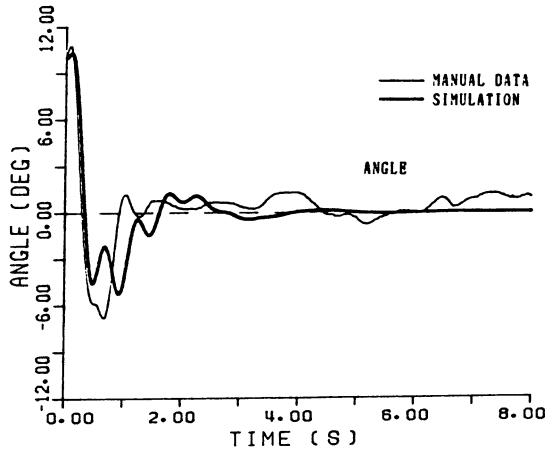


図5-2 振子の角度の時間変化

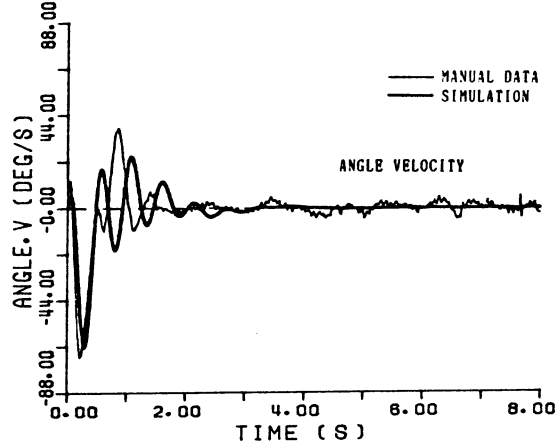


図5-3 振子の角速度の時間変化

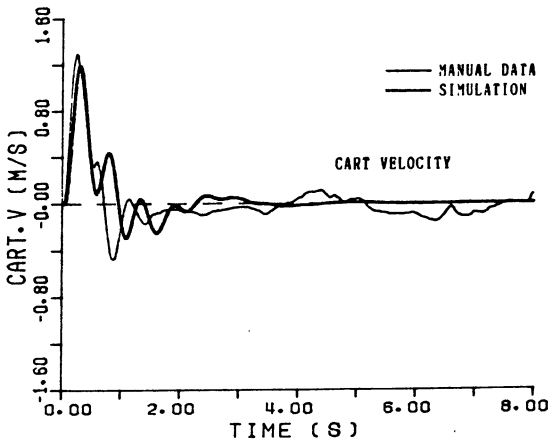


図5-4 台車速度の時間変化

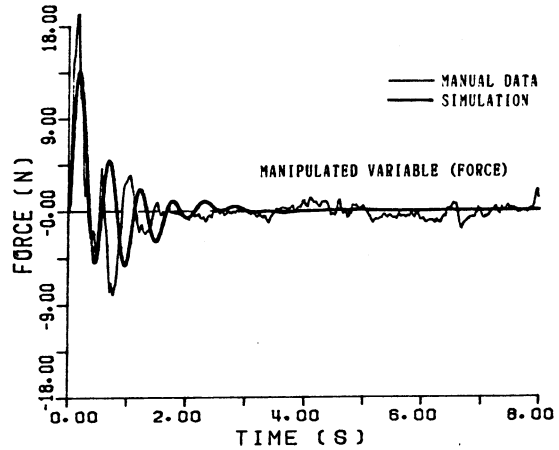


図5-5 操作量の時間変化

## 6. あとがき

本研究では、自動車の速度制御系および倒立振子の安定化制御系におけるファジィコントローラを設計した。そして、各ファジィコントローラの有効性を検討するためにシミュレーションを行なった結果、手動データと同じような応答を示す制御結果が得られ、ファジィコントローラの有効性が確認された。現在は、制御則の前件の各変数に対するファジィ集合を手動データより主観的に決めているが、ファジィコントローラの設計を容易にするために、今後は、制御則の前件の場合分けを手動データを解析することにより行なう必要がある。また、制御則の後件の関数を同定する際、AICの値が最小になるときのモデルを用いたが、このモデルが必ずしも制御結果において優れているとはいえない。したがって、後件の関数の同定における手動データの取り扱いについて検討する必要がある。

## [参考文献]

- 1). E.H.Mamdani: "Application of Fuzzy Algorithms for Control of a Simple Dynamic Plant", Proc. IEE, 121(12):1585-1588, 1974
- 2). S.Murakami & M.Maeda: "Automobile Speed Control System Using a Fuzzy Logic Controller", In: Industrial Applications of Fuzzy Control, M.Sugeno(ed.):105-123, 1985
- 3). S.Yasunobu & S.Miyamoto: "Automatic Train Operation System by Predictive Fuzzy Control", In: Industrial Applications of Fuzzy Control, M.Sugeno(ed.):1-18, 1985
- 4). M.Sugeno & K.Murakami: "An Experimental Study on Fuzzy Parking Control Using a Model Car", In: Industrial Applications of Fuzzy Control, M.Sugeno(ed.):125-138, 1985
- 5). H.Akaike: "A New Look at Statistical Model Identification", IEEE Trans. Automatic Control, AC-19(6):716-723, 1974

構造物の疲労解析へのファジィ理論の応用  
Application of Fuzzy Sets Theory to Fatigue Analysis of Structures

白石成人, 古田 均, 尾崎美伸  
Naruhito SHIRAIISHI, Hitoshi FURUTA and Yoshinobu OZAKI

京都大学工学部土木工学科  
Department of Civil Engineering, Kyoto University

In this paper, an attempt is made to apply the fuzzy sets theory to the fatigue problem of reinforced concrete decks of bridge structures. By using the fuzzy regression analysis, it is possible to develop a possibility model of S-N curve, which is useful to estimate the fatigue life of structures in a more realistic and meaningful manner.

1 まえがき 近年、都市高速道路橋では、大型車交通量の増加、構造物の老朽化にともない、コンクリートの抜け落ちやひび割れなど、RC床版の疲労破壊が数多く発生している。これらの破壊例をもとに、現状のRC床版の断面設計では安全性に対する配慮が十分なされているものの、現存する橋梁の維持補修にあたっては、数多くの未解決な点が残されている。

RC床版の余寿命予測のもととなる疲労解析には、疲労実験や実荷重のモデル化におけるあいまいさ、S-N曲線や累積損傷則の適合性など、様々な不確実性が存在している。この中でも特に、RC床版の疲労実験では供試体の大きさ、載荷方法等に関わる多くの制約条件から実験データの数が限られ、これらの少ないデータからS-N曲線を精度よく推定することは容易ではない。そこで本研究では、個々のデータはそれぞれ何らかの意味をもつと考え、各データから得られる情報を十分に反映できるS-N曲線のモデル化を考える。すなわち、各データのばらつきを考慮するために可能性分布の概念を導入し、疲労寿命をファジィ数として表現することにより、ある程度の広がりをもった形で予測することを試みる。このようにして得られた余寿命推定結果を維持管理業務に反映させ、より実際的な補修、補強計画に対する示唆を与える。

2. 可能性分布に基づくS-N曲線のモデル化 寿命推定におけるS-N曲線の役割は非常に大きく、その誤差は指数的に結果に影響する。しかし、前節でも述べたようにRC床版の疲労実験結果は実験の様々な段階に存在する種々の不確実性によりかなりのバラツキを示し、かなり良好なデータにおいても両対数紙上で直線にはならないものが多い。バラツキがあるということから、S-N曲線を確率的に取扱うことが考えられるが、RC床版の疲労実験データは非常に少なく、しかも載荷方法により結果が全く異なるため、違う条件下で行われた実験データを同じ母集団として統計的に扱うことはできない。高々10個ぐらいのデータに確率統計的手法を適用して平均値や分散を求めても工学的意義は少ないと考えられ、何らかの他の取扱い方が望まれる。

そこで本研究では、データ数が非常に少ないということから「頻度」の概念を用い

ずに、実験データのバラツキをS-N曲線のモデル化に反映させることを試みる。すなわち、回帰式の係数をファジィ数で規定し、各データのバラツキを可能性分布<sup>1)2)</sup>を用いて表現することを試みる。この方法により、各データをS-N曲線の決定にどの程度考慮するかという判断を導入することができる。

一般に定振幅荷重下での疲労特性は、荷重振幅Sと破壊に至るまでの载荷回数Nの関係、すなわちS-N曲線<sup>3)</sup>として次式で表される。

$$\log N = C - m \log S \quad (C, m; \text{定数}) \quad (1)$$

さて、実験データには前述したような様々な不確定性が存在し、両対数紙上においても式(1)の直線上にのらない場合も多々ある。本研究では、これらのデータの取扱い方としてファジィ線形回帰分析<sup>4)</sup>を使ってモデルを作成し、データのバラツキを単なる誤差としてではなく、可能性分布として扱うことを試みる。この考え方によって、疲労実験による数ないデータをより有効に利用することができ信頼し、またその信頼の度合も考慮したS-N曲線が決定できるものと思われる。

いま、次式で示されるようなデータが得られたとする。

$$\begin{matrix} (y_1, x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}) \\ \dots \\ (y_m, x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn}) \end{matrix} \quad (2)$$

(m; データ数, n; 変数の数)

ここで、 $y_i$  の推定値  $Y_i$  を

$$Y_i = \sum_{j=1}^n a_j x_{ij} \quad ; i = 1, \dots, m \quad (3)$$

とおくと、通常の線形回帰モデルでは、推定値とデータの差を観測誤差とみなし、これを最小にする  $a_j$  を求めている。これに対し、ファジィ線形回帰分析では、推定値とデータの不整合はモデル式の係数の可能性に依存しているとみなし、

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_1 x_{i1} + \tilde{A}_2 x_{i2} + \dots + \tilde{A}_n x_{in} \quad (4)$$

をファジィモデルとし、 $y_i$  が  $\tilde{Y}_i$  にある度合以上で含まれるようにファジィ係数  $\tilde{A}_j$  を決定する。式(4)において、記号  $\sim$  はファジィ集合を表す。

本研究ではDubois, PradeによるL-R関数<sup>5)</sup>の考え方をを用いて、図1のように  $\tilde{A}_j$  を  $\alpha_j$  と  $c_j$  の2つの代表値によってメンバーシップ関数の形を三角形に規定し、計算の簡略化を図る。また、ファジィ数の演算は通常の数則では行えないので、ここでは拡張原理<sup>6)</sup>に基づいた演

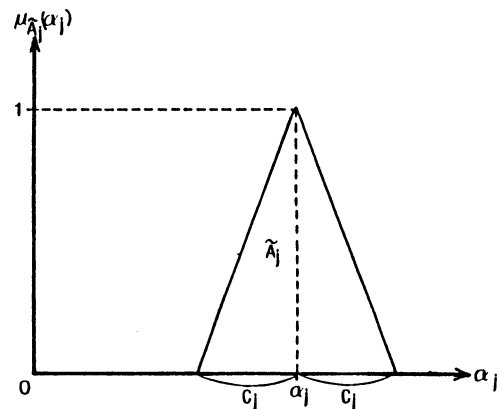


図1  $\tilde{A}_j$  のメンバーシップ関数

算法を用いる。この拡張原理に基づき、DuboisとPrade はL-R関数による近似演算法<sup>5)</sup>を提案しており、本研究におけるファジィ数の演算も、この方法を用いて行う。

ここで、 $\tilde{Y}_i$  と  $y_i$  の適合度を測る基準としてパラメータ  $h$  ( $0 < h < 1$ ) を導入し、ファジィ数  $\tilde{Y}_i$  が  $y_i$  を少なくとも  $h$  以上の度合で含まなければならないと考え、以下に示す制約条件が得られる。

$$\min(\mu_{\tilde{Y}_i}(y_i)) \geq h \quad (5)$$

このとき、係数  $\tilde{A}_j$  全体のあいまいさ、すなわち

$$S = c_1 + c_2 + \dots + c_n \quad (6)$$

が最小になるようなファジィ係数を求めることを目標とする。 $h$  の値は回帰直線の広がりや決定するもので、この値を決定者が自由にcontrol することによって、少ないデータに対する種々の判断を考慮することができる。

ファジィ線形回帰分析は、次のような線形計画問題に帰着される。

$$\text{目的関数;} \quad S = \sum_{j=1}^n c_j \rightarrow \text{Min} \quad (7)$$

$$\text{制約条件;} \quad \begin{cases} (1-h) \sum_{j=1}^n c_j |x_{ij}| + \sum_{j=1}^n \alpha_j x_{ij} \geq y_i \\ (1-h) \sum_{j=1}^n c_j |x_{ij}| - \sum_{j=1}^n \alpha_j x_{ij} \geq -y_i \\ c_j \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

本研究では式(1)のS-N曲線の定義式にこの方法を適用し、Cおよび-mをそれぞれ  $\tilde{A}_0$  ,  $\tilde{A}_1$  とおき、次式のように疲労寿命Nをファジィ数として表現する。

$$\log \tilde{N} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \log S \quad (9)$$

式(9)によりNは荷重Sの関数として可能性分布をもつ形で表現されるので、データのばらつきの影響を直接的な形で寿命に反映させることができる。

なお、この方法は従来の線形回帰分析とは判断の基準が全く異なるので係数の中央値、すなわち  $\alpha_0$  ,  $\alpha_1$  は従来の方法とは異なる値となる場合がある。

さて、参考文献7)に与えられた疲労実験データを基に、ファジィ線形回帰分析を用いてS-N曲線を求める。図2において、S-N曲線は  $\log P/Pd$  と  $\log N$  で直線で表わされると仮定し、くり返し数Nを通常の数で、 $P/Pd$  をファジィ数として規定している。ここで実線はS-N曲線の中央値を表わし、破線は  $h=0.5$  の結果、一点鎖線は  $h=0.7$  のときの幅を表わしている。前述したように、 $h$  が大きくなると、S-N曲線の幅は大きくなって

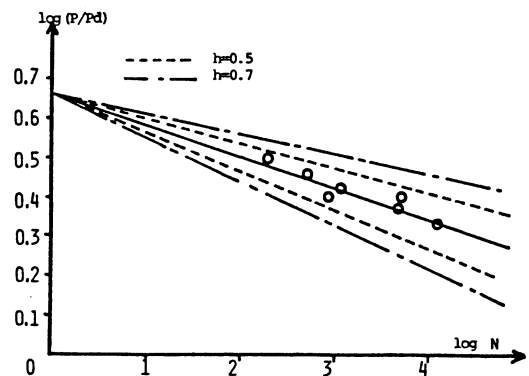


図2 ファジィ線形回帰分析を用いたS-N曲線(1)

いる。ここで  $m$  は幅をもっているが、 $C$  は幅をもたない通常の数となっている。 $m$  がファジィ数として求まったことにより、 $S-N$  曲線はくり返し数  $N$  が大きくなるにつれて、大きな広がりをもつ形で表わされることになる。荷重  $S$  が小さいと破壊に至る数は当然大きくなり、その推定精度は悪くなると考えられ、このモデル化は直感に合致し妥当なものであると考えられる。この  $S-N$  曲線の傾きは通常的回帰分析で求めたものと大きく異なっている。これは、実験データがばらついているため、 $S-N$  曲線の幅を最小にするという最適化の基準がパラメータ決定に大きな影響を与えたためと思われる。

図3に、横軸に  $\log P/P_d$  を、縦軸に  $\log N$  をとった結果を示す。この場合、荷重は通常の数で、くり返し数をファジィ数と考えていることになる。図2および図3より明らかなように、どちらをファジィ数と考えるかにより結果はかなり変化する。図3では傾きを表わすパラメータは通常の数 (crisp number) となり、切片を表わすパラメータがファジィ数となる。これより、 $S-N$  曲線は荷重の大きさに関わらず同じ幅をもつことになる。

本研究では図3の  $S-N$  曲線を基に寿命推定を行う。これは、荷重  $P$  は測定が正確に行われれば厳密な形で定義できるが、荷重が厳密な形で定義できても破壊に至る回数  $N$  は種々の不確定性により明確な形では推定できないと考えているためである。

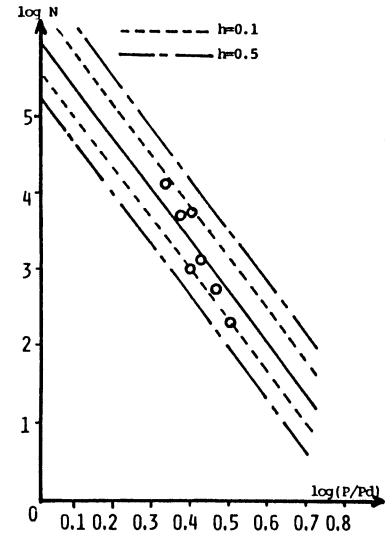


図3 ファジィ線形回帰分析を用いた  $S-N$  曲線 (2)

### 3. RC床版の寿命予測 Minerの累積損傷則によると、

各応力振幅  $S_i$  の発生する回数  $n_i$  と、 $S-N$  曲線から求められる破壊に至るまでの載荷回数  $N_i$  によって、Total Damage  $D$  は式 (10) のように計算され、 $D$  の値が式 (11) を満たすとき、破壊が生じると定義されている。

$$D = \sum_i (n_i / N_i) \quad (10)$$

$$D = 1 \quad (11)$$

さらに、荷重状態が将来も一定と仮定すると、 $D$  を用いて疲労寿命  $T$  は式 (12) より求められる。

$$T = 1 / D \quad (12)$$

本研究ではこの理論を拡張し、 $n_i$ 、 $N_i$  がファジィ数の場合に、 $D$  をファジィ数として式 (13) のように定義する。

$$\tilde{D} = \sum_i (\tilde{n}_i / \tilde{N}_i) \quad (13)$$

上式では疲労実験に含まれる種々の不確定性等により、 $\tilde{N}_i$  はあいまいさな数として与えられると考えている。よって、これを除数とする  $\tilde{D}$  にはそれ以上のあいまいさが存在することになる。ここで、「 $D$  が 1 となるときの破壊が生じる」という定義につい

て考えると、 $d$  ( $\tilde{D}$ の中央値) が、1という正確 (crisp) な数となる場合を破壊と定義することの根拠はそれほどないと思われる。そこで本研究では、種々の不確定性を考慮できるように、「破壊する」という事象をファジィ集合  $\tilde{F}$  で定義し、 $\tilde{D}$  と  $\tilde{F}$  の比較によって破壊を規定することを考える。 $\tilde{F}$  の一例を、図4に示す。ここで横軸の値  $d = 0$  は全く損傷がないことを表わし、 $d = 1$  は破壊を表している。この図は  $d = 1$  以下、例えば  $d = a$  でも破壊する可能性が  $\mu(a)$  あり、また  $d = 1$  でも破壊せず  $d = b$  に至って破壊する可能性も  $\mu(b)$  あることを示している。

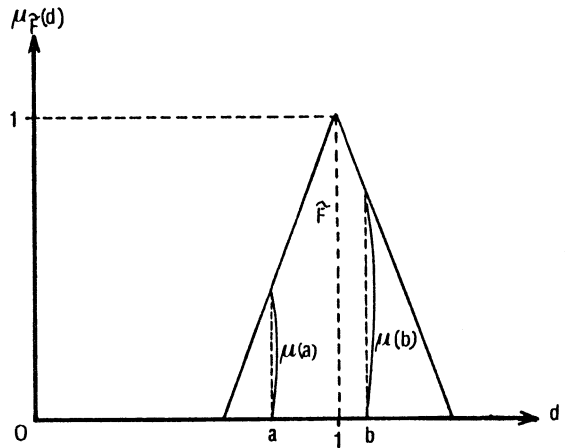


図4 終局破壊に対するメンバーシップ関数

ここで、 $\tilde{F}$  は1という数 (crisp number) を拡張 (ファジィ化) したものであるから、式 (12) を式 (14) のように拡張すると、疲労寿命  $\tilde{T}$  がファジィ数として定義される。

$$\tilde{T} = \tilde{F} / \tilde{D} \quad (14)$$

一方、「使用限界」の集合を  $\tilde{F}'$  とすると、 $\tilde{F}'$  は  $\tilde{F}$  とは全く違ったメンバーシップ関数をもつはずである。さらに、使用限界の定義によりメンバーシップ関数  $\mu_{\tilde{F}'}(d)$  は変化し、その影響で寿命およびその広がりも変動すると思われる。本研究では使用限界状態の集合  $\tilde{F}'$  を、文献8)のデータをもとに終局限界の集合  $\tilde{F}$  から誘導し、以下のように定義する。

$$\tilde{F} = (1.0, 0.1, 0.1) \quad (15)$$

$$\tilde{F}' = (0.435, 0.1, 0.1) \quad (16)$$

上式は、L-R関数の表現法による。式 (14) より、使用限界寿命  $\tilde{T}'$  は、

$$\tilde{T}' = \tilde{F}' / \tilde{D} \quad (17)$$

となる。

さて、文献7)のデータを  $h = 0.3$  でファジィ線形回帰分析を実行し、得られたS-N曲線に各荷重モードを  $Pd = 8.0(t)$  として求めた終局破壊に至るまでの回数  $\tilde{N}$  を表1に示す。表1で  $\alpha$  はくり返し回数の中央値、 $C_L$ 、 $C_R$  はその上下の広がり、 $\alpha - C_L$  が下限、 $\alpha + C_R$  が上限である。どの結果も  $C_L$  より  $C_R$  の方が大きな値となっているのは、S-N曲線の決定時に規定したメンバーシップ関数が対数軸上で三角形をしており、 $\tilde{N}$  の

表1 大型車活荷重データによる終局破壊までの回数  $\tilde{N}$  と  $\tilde{D}$  の一例 ( $h = 0.3$ ,  $Pd = 8.0$ )

車種 番号	$\tilde{N}_i$ (回)			$\tilde{n}_i / \tilde{N}_i$		
	$\alpha$	$C_L$	$C_R$	$\alpha$	$C_L$	$C_R$
1	7.51E+08	8.17E+09	3.47E+10	4.61E-08	2.13E-07	3.79E-08
2	5.15E+07	4.24E+07	2.38E+08	4.48E-08	2.07E-05	3.88E-08
3	7.05E+08	5.80E+09	3.26E+10	8.10E-08	3.74E-07	6.66E-08
	2.67E+11	2.19E+11	1.23E+12	2.14E-09	8.89E-08	1.76E-09
4	3.74E+07	3.07E+07	1.73E+08	2.84E-05	1.31E-04	2.33E-05
	1.46E+09	1.20E+09	8.75E+09	7.26E-07	3.36E-06	5.97E-07
5	3.40E+10	2.80E+10	1.57E+11	1.56E-08	7.20E-09	1.28E-09
	3.83E+10	3.15E+10	1.77E+11	1.38E-08	6.39E-09	1.14E-09
6	4.86E+07	3.99E+07	2.25E+08	1.65E-06	7.62E-06	1.35E-06
	5.47E+07	4.50E+07	2.53E+08	1.46E-06	6.76E-06	1.20E-06
7	5.36E+08	4.41E+08	2.48E+10	4.42E-08	2.04E-07	3.64E-08
	9.09E+09	7.48E+09	4.20E+10	2.61E-08	1.21E-07	2.14E-08
8	1.31E+10	1.08E+10	8.06E+10	1.81E-08	8.36E-08	1.49E-08
	5.36E+09	4.41E+09	2.48E+10	8.41E-08	4.35E-07	7.73E-08
9	9.09E+09	7.58E+09	4.20E+10	5.54E-08	2.56E-07	4.56E-08
	5.90E+07	4.85E+07	2.73E+08	8.56E-06	3.95E-05	7.02E-06
10	1.04E+10	8.52E+09	4.79E+10	4.73E-08	2.19E-08	3.89E-09
	1.59E+11	1.31E+11	7.37E+11	3.07E-10	1.42E-09	2.53E-10
11	8.26E+09	6.79E+09	3.82E+10	1.03E-08	4.76E-08	8.46E-09
	1.04E+10	8.52E+09	4.79E+10	8.20E-09	3.79E-08	6.74E-09
12	2.82E+11	2.32E+11	1.30E+12	3.55E-10	1.64E-09	2.92E-10
	9.77E+11	8.03E+11	4.51E+12	1.02E-10	4.73E-10	8.42E-11
13	3.54E+08	2.91E+08	1.64E+09	6.30E-07	2.81E-08	5.18E-07
	1.20E+09	9.88E+08	5.56E+09	1.86E-07	8.58E-07	1.53E-07
14	2.70E+10	2.22E+10	1.25E+11	3.97E-09	1.83E-08	3.26E-09
	3.54E+10	2.91E+10	1.64E+11	3.02E-09	1.40E-08	2.49E-09
14	3.20E+07	2.63E+07	1.48E+08	2.53E-08	1.17E-05	2.08E-08
	4.19E+07	3.45E+07	1.94E+08	1.93E-08	8.93E-08	1.59E-08
$\tilde{D} = \Sigma (\tilde{n}_i / \tilde{N}_i)$				5.89E-05	2.35E-04	4.18E-05

大きな値に対してよりなだらかな可能性分布を与えているためである。さらに、各荷重モードの一日に通る回数 $\tilde{n}$ を用いて $\tilde{n}/\tilde{N}$ を求める。ここで、 $\tilde{n}$ は輪重が一日に通る回数で、ここでは簡単のために広がりのない数として計算している。また、 $\tilde{n}/\tilde{N}$ は各軸種の一日当りの損傷度を表わしている。

表2 寿命推定結果の一例 (単位;年)

h	Pd (t)	破壊状態	$\tilde{T}$		
			$\alpha$	$C_L$	$C_R$
0.5	8.0	終局限界	60.4	55.7	307.2
0.5	8.0	使用限界	26.3	27.6	149.4
0.5	9.6	終局限界	204.9	189.0	1042.2
0.5	9.6	使用限界	89.1	93.8	507.0
0.1	8.0	終局限界	60.4	43.3	107.0
0.1	8.0	使用限界	26.3	22.3	52.0
0.1	9.6	終局限界	204.9	146.9	363.0
0.1	9.6	使用限界	89.1	75.5	176.8

次に、各荷重モードの $\tilde{n}/\tilde{N}$ を総和すると、 $\tilde{D}$ が求まり、これが床版が一日にうけるDamageと考えられる。hおよびPdを変えて寿命推定を行った結果を表2に示す。hとしては0.1と0.5を考え、Pdは8(ton)とその20%増しの9.6(ton)を考えている。破壊状態としては終局限界状態と使用限界状態を想定している。当然のことながら、 $\tilde{D}$ の中央値 $\alpha$ はPdの値のみによって変化し、 $C_L$ と $C_R$ はhの値によって変化する。h=0.5としてS-N曲線を求めPd=8.0(ton)と仮定すると、終局破壊に至る疲労寿命 $\tilde{T}$ は4.7年から367.6年内にあると推定され、最も可能性の高いのは60.4年ということになる。これに対し使用限界状態には計算上-1.3年から175.7年内で到達することになる。ここで下限値として負の値になっているが、これは実際上は意味をもたないため、0年と考えるべきであろう。

いま、Pd=9.6(ton)と例えば床版が厚くなったと仮定すると、 $\tilde{T}$ は15.9年から1247.1年の範囲と、かなり増加する。 $C_L$ より $C_R$ の方が大きくなるのは、 $\tilde{N}$ の場合と同じ理由による。hを0.5から0.1に下げると $\tilde{T}$ の推定値は小さくなり、S-N曲線を決定する際のhの値の影響が忠実に結果に反映されていることがわかる。

4. あとがき 本研究では、疲労解析の基となる限界状態の定義、疲労実験、S-N曲線の決定に含まれる不確定性の取扱い方について基礎的な検討を加えた。特に、疲労実験データの少なさに注目をして、S-N曲線を可能性分布を用いてモデル化した。可能性分布の概念はファジィ集合論の基本概念の一つであり、不確定性を頻度という概念を用いずに取り扱おうとするものである。この可能性分布を用いてS-N曲線をファジィモデルで定義することにより疲労寿命等をファジィ数で表現することができ、ある程度の広がりをもった形での推定が可能になった。

参考文献 1)Zadeh,L.A. : Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, Vol.1,No.1, pp.3/28, 1978 2)田中英夫:可能性モデルとその応用,システムと制御,Vol.28,No.7, pp.447/451,1984 3)伊藤文人:実働荷重による疲労寿命設計,鋼構造の研究;岡本舜三編, pp.289/328,1977 4)B.Heshmaty and A.Kandel : Fuzzy Linear Regression and Its Applications to Forecasting in Uncertain Environment,Fuzzy Sets and Systems 15,pp.159/191, 1985 5)D.Dubois and H.Prade : Fuzzy Real Algebra:Some Results, Fuzzy Sets and Systems 2, pp.327/348, 1979 6)D.Dubois and H.Prade : Fuzzy Sets and Systems:Theory and Applications, 1980 7)亀田弘行,森田信吾:都市高速道路橋における損傷の要因分析とRC床版の疲労における活荷重の影響に関する解析,都市高速道路の荷重評価と設計規準の最適化に関する研究報告書,阪神高速道路公団報告書, pp.108/146, 1984 8)松井繁之:道路橋コンクリート系床版の疲労と設計法に関する研究,大阪大学博士論文, 1984

# 高速道路におけるファジィ 交通制御モデルについて

Fuzzy Traffic Control Model on Expressway

佐佐木綱、秋山孝正、奥村透、広川誠一  
T.Sasaki, T.Akiyama, T.Okumura, S.Hirokawa

京都大学工学部 交通土木工学教室  
Department of Transportation Engineering,  
School of Civil Engineering, Kyoto University

## Abstract :

The fuzzy traffic control model on urban expressway is one of the application of fuzzy logic control. Presently, the operator is always making decision of traffic control pattern. The objective of the study is developing the fuzzy control system on urban expressway. The outline of the pilot model is reported firstly. The improvement of the model and the some problems are also investigated.

## 1. はじめに

これまでに、ファジィ制御の方法はさまざまな工学的分野に応用され、この中にはすでに実用段階に入っているものもいくつかある。なかでも交通制御の分野では、ファジィ制御は一般道路上の信号制御<sup>1)</sup>を端緒として研究がおこなわれており、その後列車の自動運転制御<sup>2)</sup>、自動車の走行制御<sup>3)</sup>などのいくつかの問題に適用されている。本研究においては、このファジィ制御方法を用い、都市高速道路でおこなわれている交通制御をモデル化し、これを実際の交通制御での効率的運用を図るための資料とすることを目的としている。

## 2. ファジィ交通制御モデルの必要性

### 2.1 高速道路での交通制御

従来の研究にも見られるように、ファジィ制御は一般にこれまで熟練したオペレータによって経験や勘のもとに行われていた各種制御問題に適すると考えられる。これは交通制御に対するいくつかの研究も示唆するところであり、本研究もこの点に注目し実際の都市高速道路における交通制御の現状について検討する。

都市高速道路の交通制御は、これまでにいくつかの方法が提案されている。<sup>4)</sup>しかし一般には渋滞発生などの際に行われる「流入制御」が中心的である。具体的には、定常交通時のLP制御、非定常時の逐次ランプ制御、さらに入路待ち行列を考慮したLP制御も考案されている。しかし、過大な交通需要量が都市内で発生する現在、一般街路を含めた交通網のできる限りの交通の円滑化を考えれば、高速道路上にある程度の渋滞を若干は容認せざるを得ないのが現状である。そこで実際には小数の入路を対象とする「入路閉鎖・ブース制限」方式による交通制御が行われている。

この方式では管制担当者が種々の交通状況や過去の経験に基づいて意志決定を行っている。この人間による判断の特長は入力情報が複雑であったり、また厳密な計測の難しいファジィな量であっても総合的に判断を下せる点にある。しかし反面この方式では管制担当者の労力が増大し判断のおくれや錯誤を生じること、また管制担当者ごとの判断の差異があることなどから適切な交通管制を実施する場合の効率性を妨げる一因となっている。

### 2.2 ファジィ交通制御モデルの概要<sup>5), 6), 7), 8)</sup>

上記のような交通制御の現状を考えれば、①従来人間が判断を実施していたこと、②比較的判断の内容を示すルールが明確に表現できることなどから、これをファジィ制御とし



て記述することが妥当であるといえる。またこの制御内容をファジィ推論によって記述し管制担当者の代替的判断を行いうるモデルを構築することは運用面での効率化という点からも有益である。

ファジィ推論を判断プロセスに持つ交通制御モデルの全体構造を考えたものが図-1である。具体的には入力情報として渋滞状況、交通状況を表す変数をそれぞれ妥当な形の入力変数に置き直していくつかのルール集合を用いたファジィ推論の演算を行う。さらに交通制御の必要性あるいは制御の程度が一定の数値として出力されるがこれを実際に交通制御に対応したブース制限、入路の閉鎖といった形に変換するプロセスを取る。このような手順で実際の交通管制担当者の判断を近似的に表現することができる考えた。具体的な内容については以下で検討する。

### 3. ファジィ交通制御モデルの作成

#### 3.1 ファジィ推論について<sup>9), 10)</sup>

本研究で用いているファジィ推論は最も基本的なものであり、特に内容的に異なるものではない。すなわちメンバシップ関数  $\mu_A(x)$  と  $\mu_B(y)$  によって表現されるファジィ集合、A、B：

$$A = \int_x \mu_A(x)/x, \quad B = \int_y \mu_B(y)/y$$

およびファジィ関係R： $R = \int_{x,y} \mu_R(x,y)/(x,y)$  を用いて集合A、B間の論理関係を示す。つまり「If x is A then y is B」なる推論プロセスを： $A \circ R = \int_y \sup[\mu_A(x) \wedge \mu_R(x,y)]/y$  として表現するものである。以上のように、この構成は従来から各種ファジィ制御モデルに用いられている方法（mamdaniの方法<sup>11)</sup>など）と同様な方法といえる。

#### 3.2 モデルの具体的構成<sup>7), 8)</sup>

##### (1) 対象路線

本研究のモデルでは、都市高速道路の制御の一部として、阪神高速道路の環状線において渋滞が発生した場合に、堺線上りの入路において行われる制御を対象とする。したがってモデルで考慮される路線は、図-2に示すように分流・分岐のない一路線であり、また制御対象ランプは実際の現場での運用に合わせて3つのオンランプとする。（図中●印で示す。）

##### (2) 制御パターンについて

環状線からの渋滞延伸などの交通状態の変化によって制御の判断がなされるが、実際の運用上行われる制御パターンはいくつかに限定することができる。具体的には（堺、玉出、住之江）の各ブースが(5,2,2)、(5,1,1)、(4,1,1)、(3,1,1)となる4種類で99%を占めこれらに限定して考えてよいことがわかっている。<sup>7)</sup> またこの点については交通管制担当者取材を行い検討したが、やはりこの4パターンを通常考慮していることが確かめられた。

##### (3) 入力変数

モデルへの入力変数としては、実際の管制担当者が制御パターン決定における判断材料としているものを用いる必要がある。ここでは重要と考えられる2要因を取り上げた。

##### (a) 渋滞長

渋滞の程度を知る基本となる量であり、ここでは環状線四ッ橋を先頭とした渋滞が堺方向に延伸した場合の自然渋滞の延伸距離を渋滞長とする。実際の交通管制状況をもて渋滞発生時には、渋滞長は5分ごとに計測され、また管制担当者の注目するディスプレイパネルに表示されており、判断の中の最も中心的な資料となっているといえよう。

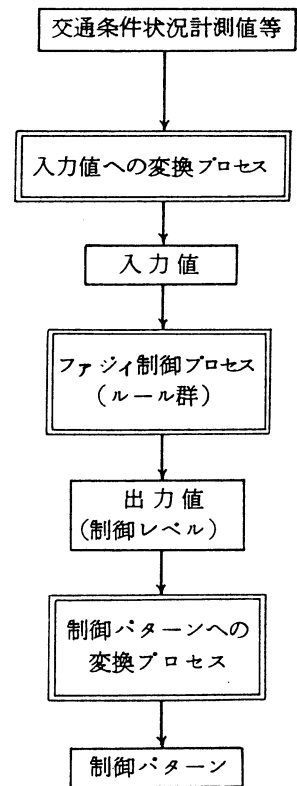


図-1 モデルの構造

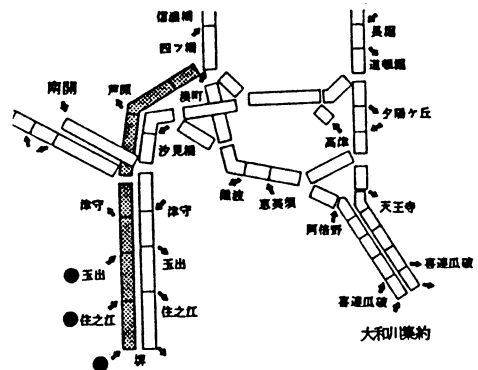


図-2 モデルの対象路線

## (b) 交通需要量

交通管制担当者は順次計測される諸指標による判断に加えて経験的な判断を行っている場合には、十分に考えられることである。たとえばある程度渋滞長が延伸してしていても平素の経験から需要が減少傾向にありその結果ブスの制限をする必要はないと判断するといった場合である。実際のデータ作成にあたっては交通需要量の変動は恒常的なパターンとして認識されると考えて、平均的な一日のデータより作成した。

### (4) 対象日時の設定

モデルではある一日の終日のデータを用いることにする。ここで作成するモデルは検討の基本となるものであり、平均的な交通状況の変化をした日のデータを用いる必要がある。特に堺線においては午前中および午後それぞれ四ッ橋付近を先頭にした渋滞がそれぞれ一度ずつ発生するという平日の最も一般的な傾向であることから、これを選定基準として妥当なデータ設定を検討した。実際に用いたものは昭和60年1月8日における渋滞の延伸状況とそれに対する入路閉鎖、バス制限の記録結果である。

### (5) ファジィ推論による制御プロセス

ここでは、ファジィ推論過程を含む具体的な交通制御の記述のプロセスの作成について述べる。

#### (a) ルールの作成

ルール推論では推論内容をルール群によって表現するものであり、ルール構成はモデルの挙動そのものを規定することになる。またこうした方法は明示的に判断内容を示すことができるので有効である。モデルでは比較的単純なルール構成で推論時の判断がされるように次のような構成とした。

- ① 渋滞長に関しては長い、中程度、短いという3つの区別を行いこれがそれぞれ制御レベルの大、中、小の認識に対応するであろうと考えた。
- ② 渋滞長が長い場合や逆に短い場合には交通状態に対する認識が明らかであり、予想される交通需要の変動とは無関係に制御の程度が決定される。これに対し渋滞長が中程度の場合には今後渋滞が増大するか否かが判断材料になると考えた。

以上のような検討に基づいて作成されたルールの構成を示したものが表-1である。

#### (b) メンバシップ関数の設定

さきに決定したルールにしたがって演算を行うためには、「大きい」、「小さい」といった概念をメンバシップ関数として示さねばならない。メンバシップ関数の設定は、本研究では一般によく用いられている正規型の関数を用いた。具体的には次式で示される。

$$\mu_a(x) = \exp\{-1/2(x-m/s)^2\}$$

またこの概形を示すと図-3のようである。

#### (c) 出力形式

実際の制御においては制御はいくつかのパターンによって記述される。現実には先にあげた4つのパターンによって生起するパターンが分類される。そこで本研究ではファジィ推論の出力として得られる制御レベルをそれぞれの制御パターンに変換してモデルからの出力とした。

表-1 ルール構成(初期モデル)

ルール1	もし 渋滞長が短い	ならば	制御レベルは低い
ルール2	もし 渋滞長が中くらい かつ 需要量が少ない	ならば	制御レベルは低い
ルール3	もし 渋滞長が中くらい かつ 需要量が中くらい	ならば	制御レベルは中くらい
ルール4	もし 渋滞長が中くらい かつ 需要量が多い	ならば	制御レベルは高い
ルール5	もし 渋滞長が長い	ならば	制御レベルは高い

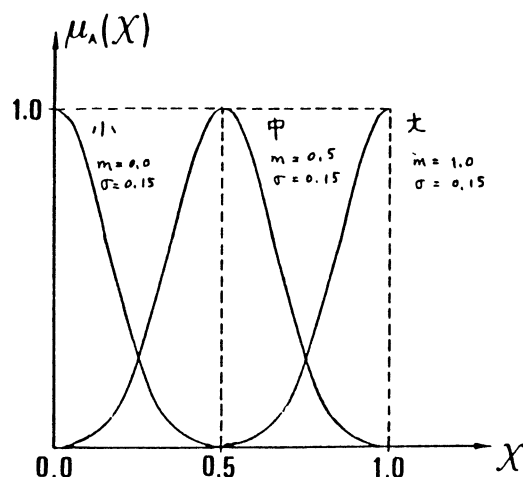


図-3 メンバシップ関数

### 3. 2 モデルの挙動と考察

具体的にモデルを作成した結果、入力変数として渋滞長と流入需要量が与えられると推論が行われ、これにより制御パターンが決定されるという構造をとる。ここでモデルの決定に用いたデータによってモデルの実際の現象に対する説明程度を見るために、モデルでの出力値と実際の制御結果とを比較し時間断面に対する変化として図示したものが図-4である。この計算結果より以下のことがいえる。

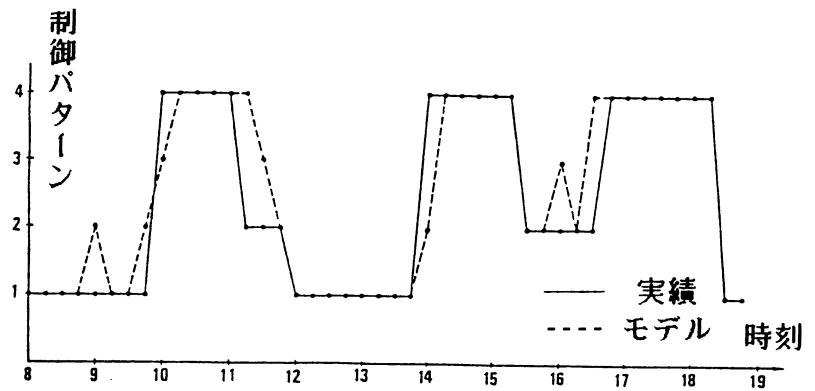


図-4 モデルの出力結果

- ①全断面を比較して、全体的に現状の制御パターンとよく一致しておりモデルによる説明程度は高いと考えられる。(適合度：制御パターンが計算と実績の一致した断面の数を全断面の数で除した値は0.818であった。)
  - ②制御パターンの変化を見ると実際の制御においてはパターン間の遷移は比較的大きく変化する。すなわち隣接するパターンでなくとも遷移が起こるが、モデルではレベルの順を追って変化し過渡的な状態を示すパターンが発生する。
- 以上の検討は「ある日におけるある担当者」の判断を比較的良好に表現することができることを示している。ここではさらに具体的な内容については省略するが、作成されたモデルにより数ケースについての検討を行ったが、本例と同様な比較的良好な結果を得た。

## 4. ファジィ流入制御モデルの改良

### 4. 1 モデルの具体的改良

本節では、前節で検討した結果をもとに、さらにファジィ交通制御モデルの改良を行うことにする。このための具体的な検討項目は次の4点でありこれを以下に示す。

#### (1) データの変更

基本データとなる日時は、多様な交通状態を包括しかつ汎用性の高いモデルを作成するためのものを選定する必要がある。そこで初期モデルでは特定日時のものであったがこれを改め表-2に示す全84断面とした。ここには平日及び交通量の比較的少ないと思われる土曜日が含まれている。また偶発事象発生時の制御を考慮するため、ある時間帯に交通障害の影響の生じている日(昭和60年11月18日データ)が含まれている。

表-2 対象データ(改良モデル)

月 日	2月28日	10月5日	11月18日
時 間	8:00-12:00	8:00-12:00	8:00-19:45
断 面 数	20	20	47
制御パターン	1→4	1→4→3→1	1→2→4→1→4→1
備 考		土曜日	車線障害(事故)

初期のモデルでは入力変数として、①渋滞長、②交通需要量が用いられていたが、これらに加えて実際の管制担当者が制御パターン決定における判断材料としており、かつ重要と考えられるいくつかの要因のモデルへの入力を検討した。具体的に追加したものとしては流入交通量、制御継続状態および事故渋滞長である。

#### (2) 入力変数の検討

初期のモデルでは入力変数として、①渋滞長、②交通需要量が用いられていたが、これらに加えて実際の管制担当者が制御パターン決定における判断材料としており、かつ重要と考えられるいくつかの要因のモデルへの入力を検討した。具体的に追加したものとしては流入交通量、制御継続状態および事故渋滞長である。

#### (3) ルール構成の検討

ルール構成はモデルの挙動を基本的に規定するもので、現況の正確な把握のもとに作成される必要がある。具体的には表-3に示すようなルール構成を作成した。

もちろんルールの基本構成と制御の考え方については、初期モデルもルール群を基準と

している。ここでは、とくに偶発的  
事象発生時の制御を中心としての変  
更を考えた。偶発的事象には交通事  
故、故障車、落下物等が考えられる。  
これらは道路容量の低下を招き渋滞  
発生の原因となる。制御の判断材料  
としては、現場からの情報の他、事  
故発生地点からの渋滞長が考えられ  
る。事故等の道路に与える障害の程  
度と交通量の総合的な情報として、  
その渋滞長は重要であり、平常時に  
観測される自然渋滞の渋滞長と同等  
に扱われていると思われる。そこで  
偶発事象の場合の判断を含むために  
ルール7および8が加えられている。

このほかに、大きな変更点としては、  
これまでのルールに対して、管制担当  
者が認識として持っていると考えられ  
る交通需要量と実測結果である流入交通量  
を明確に区別して用いていることである。

#### (4) メンバシップ関数の変更

本モデルでは、図形的なわかり易さ、  
計算の容易性から図-5に示すような台  
形型のメンバシップ関数を用いた。この  
分布形の相違については、正規型、三角  
型、などと比較した検討を初期モデルに  
関して行ったが、モデルの現況説明程度  
に特に差異はないことがわかった。

表-3 ルール構成 (改良モデル)

ルール1	もし 渋滞長が短い	ならば 制御レベルは低い
ルール2	もし 渋滞長が長い	ならば 制御レベルは高い
ルール3	もし 渋滞長が中くらい	
ルール4	かつ 流入交通量が多い	ならば 制御レベルは高い
ルール5	もし 渋滞長が中くらい	
ルール6	かつ 流入交通量が多くない	ならば 制御レベルは中くらい
ルール7	もし 渋滞発生後 完全に解消していない	ならば 制御レベルは高い
ルール8	かつ 需要量が多い	ならば 制御レベルは低い
ルール9	もし 低い制御が続いている	
ルール10	もし 事故発生時	
ルール11	かつ 自然渋滞長 > 事故渋滞長	ならば 渋滞長 = 自然渋滞長
ルール12	もし 事故発生時	
ルール13	かつ 自然渋滞長 < 事故渋滞長	ならば 渋滞長 = 事故渋滞長

(注：モデル中ではルール7、8は上位に設定される)

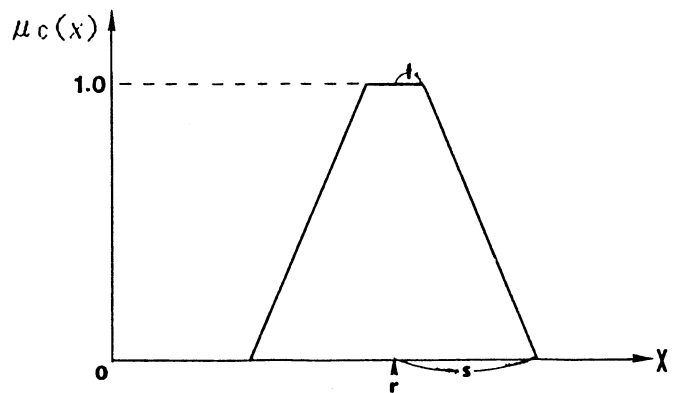


図-5 メンバシップ関数 (改良モデル)

#### 4.2 モデル再現性の検討

これまで述べてきた方法によ  
って、改良モデルを作成した。  
初期モデル同様現況パター  
ンとの比較を行ったものが  
図-6 (11月18日データ分)  
である。これを見ると制御パ  
ターン変化の際に現実との判  
断と若干のずれが見られるが、  
全体としてさらに良好な再現  
性が得られていると思われる。  
また全断面に対する適合率も  
0.91であり初期モデルに対  
して高い値となっている。

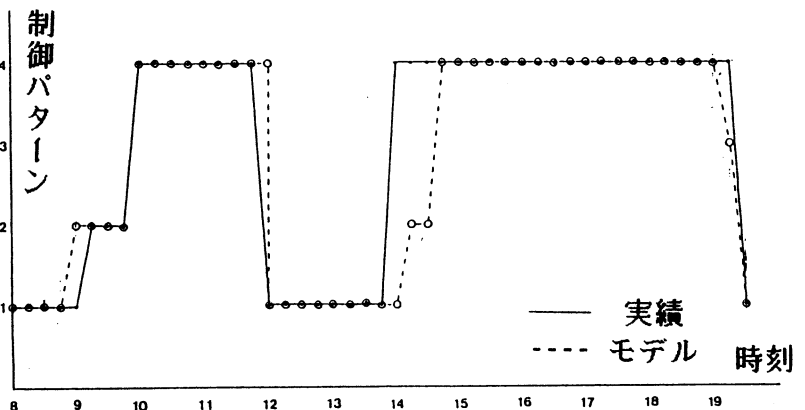


図-6 モデルの出力結果 (改良モデル)

また判断結果の大半では、

制御の開始、終了時刻の実際とモデルの判断のずれが1断面 (15分) になっており、この  
モデルが実際の交通状態の変化に対して十分対応できることを示している。今後これらの  
詳細な点をさらに適合させるためには、渋滞予防的な判断など、これまでのルールでは網  
羅されていない判断ルールも抽出し、モデルに含める必要があると思われる。

図中には示されていないが判断結果の直接の出力である制御レベル値についても検討し  
た。この制御レベルとしての出力値に関しては、初期モデルと異なり直線的な変化をする

台形型の関数を用いたため、数種の特定の値が多頻度で現れているが、制御パターンの変化する前後では中間的な値が得られている。したがってこれによって正規型関数と同程度実際の管制担当者の判断における制御レベルの推移を表すことが可能であると思われる。

## 5. おわりに

本研究ではファジィ交通制御モデルの作成に関していくつかの検討を行った。そしてこの結果得られた初期モデルに対し、さらにその改良を行った。その結果、初期モデルと比較して適合率にして0.1程度の改良された。このように初期ルール群を比較的容易に変更し改良モデルを作成できる点は、このファジィ制御方法の長所の一つであるといえる。

またに本モデル改良上の今後の課題としては、現在モデルへの入力変数として、計測情報などが主となっているが、その他の判断材料を入力できるようにする必要があること、また平面街路の状況等に応じ適切な判断の付加も考えられる。そしてさらに実用性という点から今後の課題として、①実際の制御行動に合致した複数路線オンランプ対象の制御を考慮したモデル作成と、②モデルによる制御結果の検討の必要性（たとえば渋滞シミュレーションモデルの導入による評価）があるがこれについては現在検討中である。

これまでファジィ推論をはじめ多くのファジィ手法についての理論的検討は行われてきた。しかしファジィ手法の真の有効性を示し、これを実際の問題に適用した研究は少ない。つまり、「従来の方法のファジィ化を行うことで十分」といったの実用的な視点の欠如に関して注目する必要がある。このためにはこれまでの基礎的な理論の拡張、整理に加えてファジィ推論等の方法論の実用的意味を検討していくことが重要であると思われる。

## 参考文献

- 1) C.P.Pappis and E.H.Mamdani: A fuzzy logic controller for a traffic junction, IEEE Trans SMC-7-10, pp.707-712, 1977.
- 2) 安信誠二、宮本捷二、井原廣一：予見Fuzzy制御方式による列車自動運転，システムと制御、vol.28, No.10, pp.605-613, 1984.
- 3) M.Sugeno and M.Nishida: Fuzzy Control of Model Car, Fuzzy Stes & Systems, vol.16 No.2, pp.103-113, 1985.
- 4) 阪神高速道路公団、(財) 高速道路調査会：阪神高速道路の交通管制に関する研究報告書，1983.
- 5) 秋山孝正、奥村透：ファジィ制御手法による高速道路交通制御のモデル化、第29回システムと制御研究発表講演会講演論文集，pp.215-216, 1985.
- 6) 佐佐木綱、秋山孝正、奥村透：交通管制の効率化をめざした流入制御記述モデル，土木学会第40回年次学術講演会講演概要集 4，pp.463-464, 1985.
- 7) 阪神高速道路公団：交通管制における収集情報の総合化と効率化に関する検討業務報告書，1985, 3.
- 8) 秋山孝正、佐佐木綱、奥村透：都市高速道路交通管制の効率化に関する検討，土木計画学研究発表会講演集，vol.8, pp.129-135, 1986, 1.
- 9) 菅野道夫：あいまい集合と論理の制御への応用，計測と制御，vol.18, No.2, pp.8-17, 1979.
- 10) 山崎束、菅野道夫：ファジィ制御，システムと制御，vol.28, No.7, pp.442-446, 1984.
- 11) E.A.Mamdani: Application of fuzzy algorithm for control of a simple dynamic plant, Proc.IEE, Vol.121, No.12, pp.1585-1588, 1974.
- 12) 稲葉則夫：実用化が始まったファジィ理論●2 日本では電車の自動運転、浄水場の制御などに利用，日経エレクトロニクス '84.12月号，pp.183-192, 1984.

## 二重倒立振子のファジィ制御

Fuzzy Control of Double Inverted Pendulum

寺野 寿郎\* 村山 雄二郎\*\* 増井 重弘\* 田中 一男\*  
T. Terano\* , Y. Murayama\*\* , S. Masui\* and K. Tanaka\*

\* 法政大学工学部

\*\* 運輸省船舶技術研究所

\* School of Engineering, Hosei University

\*\* Ship Research Institute, Ministry of Transport

### Abstract

This paper is a study on the behavior of a skilled man during manual control of the double inverted pendulum. A structural model which consists of the judgement process and the operation process is proposed. And a fuzzy controller which simulates human behavior is realized.

### 1. はじめに

確定的なシステムを扱う場合は、数式的な処理が大変有効であるが、不確実性を有するシステムを扱う場合には、それが困難である。だが、このような状況でも熟練したオペレーターはシステムの定性的な情報からの確な操作を行う事ができる。これは、人間の制御機能が機械に比べあいまいな情報処理にもかかわらず柔軟性や適応性にすぐれているためである。このような人間の持つあいまいではあるがすぐれた制御機能を抽出し自動制御系に取入れる事はたいへん有意義であると思われる。人間の制御機能が汎用的であるという観点からプロダクションシステムによって制御系を設計する試み<sup>1)</sup>はその例と言える。そこで、我々も「人間は不安定な系の制御には向かないが情報さえ適切に与えれば安定化できる」という手動実験の結果に基づいて人間の制御動作に近いファジィ制御系の実現を試みた。人間のモデリングにファジィ制御を取入れる試み<sup>2)3)</sup>が行われているようにファジィ制御は定性的な制御であるので手動制御の再現が行いやすい。制御対象は本質的に不安定な二重倒立振子とした。すでに実機で二重倒立振子を安定化させた研究<sup>4)</sup>があるが、ここでは制御結果による評価ではなく上記のような観点から人間の制御機能を抽出し構成したファジィ制御系が人間にどれくらい近い動作をするかという事を評価の対象としている。シミュレーションにより人間の制御動作に近い応答を得る事ができたので報告する。

### 2. 手動制御実験

Fig. 1に制御対象である二重倒立振子のモデルを示す。ここで、 $U$ 、 $X_1$ 、 $X_2$ は、それぞれ制御端、第一振り、第二振子の水平位置である。 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ は、それぞれの振子の角度、 $L$ は振子の長さ、 $g$ は重力加速度である。線形化された動特性から $\theta_2$ を制御変数に $U$ を操作変数に選ぶと(1)式を得る。

$$\theta_2'''' - 4A\theta_2'' + 2A^2\theta_2 = 2AU''/L \quad (1)$$

ここで、 $A = g/L$ である。重力加速度  $g$  の値は実際の値の  $1/25$ 、振子の長さ  $L$  は  $40\text{m}$  である。この系は、マイコン上にシミュレートされ、状態変数として  $\theta_2$ 、 $\theta_2'$ 、 $\theta_2''$  の現在値及びそれらの将来値を表示した。人間の制御機能は、与えられた情報により大きく左右される。その例として、系の将来情報は人間の制御機能を高める事がすでに示されている。5)6)7)8)

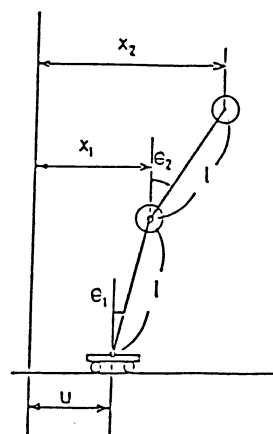


Fig. 1 Double inverted pendulum

被験者は、第二振子をわずかに傾けた状態 ( $\theta_2 = .5 \times 10^{-3} \text{rad}$ ) から偏差ゼロに安定化するように系の将来情報を利用し操作量  $U''$  を操作する。実験時間は一試行 300秒である。状態変数の表示方式としては Fig. 5 に示すような時間軸経過表示、操作端としてはキーを使用した。キーは正負四段階に分け、比例階段上の操作量を出力できるようにし

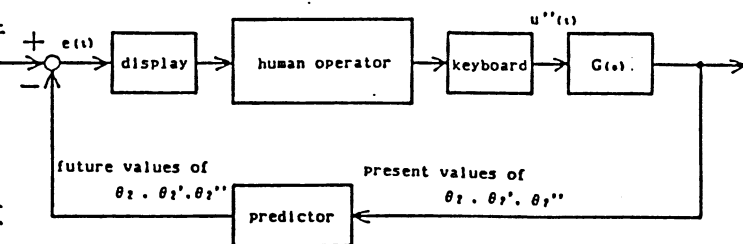


Fig. 2 Block diagram of manual control system  
た。Fig. 2 に実験システムを示す。図中の Predictor とは系の数学モデルから将来値を計算するための機構を示している。このようなシミュレーションにより、実験を被験者 20 名に対して約 200 回行った。

### 3. 実験結果に基づくファジィ制御系の構成

熟練者による制御結果の一例を Fig. 5 に示す。人間の制御動作を判断、操作に大別しそれぞれについて考察をし、その結果に基づいて構成したファジィ制御系を Fig. 3 に示す。それは判断過程、操作過程の二つの過程から成り、操作過程はさらに三つのモードに分れている。以下、特に断らない限り  $\theta_2$ 、 $\theta_2'$ 、 $\theta_2''$  はすべて将来値をさすものとする。  
3-1. 判断過程

判断過程は二つのルールで構成されている。一つは、 $\theta_2''$  の値に注目し、この値がある偏差以上になると、 $\theta_2$ 、 $\theta_2'$  の偏差いかににかかわらず揺れている  $\theta_2''$  をまず先に落ち着かせる操作ルールである (ルール RA)。このルールは高次の微分値を振動させると安定化が容易でない事を示している。もう一つは、操作過程における三つの操作モード (UM、TM、SM) の切り換えのためのルールである (ルール RB)。

$$R_A: \text{ If } |\theta_2''| > X \quad \text{then } U'' = \pm .002 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

ここで、 $X$  の値は被験者、将来値の予測時間によって異なって設定される。

$$R_B: \text{ If } |\theta_2| < Z_1 \text{ AND } |\theta_2'| < Z_2 \text{ AND } |\theta_2''| < Z_3 \text{ then SM} \\ \text{else If } \theta_2 \text{ と } \theta_2' \text{ が逆符号 AND } |\theta_2| < Y \text{ then TM} \\ \text{else UM}$$

ここで  $Y$  の値は被験者、予測時間により異なって設定される。  $Z_1 = .3 \times 10^{-3}$ 、 $Z_2 = .3 \times$

10-4、 $Z3 = .3 \times 10^{-5}$ に設定してあり、ディスプレイ上で約1-2CMの範囲である。

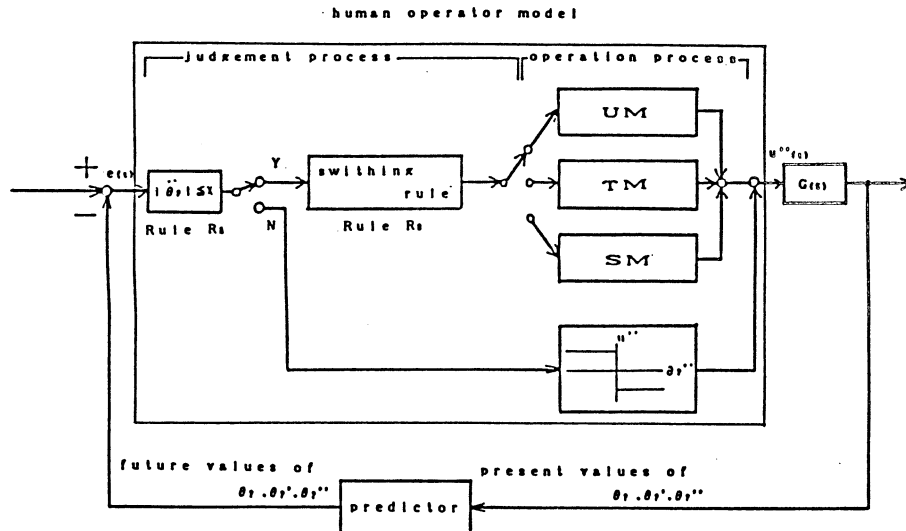


Fig. 3 Block diagram of human operator model

### 3-2. 操作過程

Fig. 5から熟練した被験者の操作は状況に応じて次の三つのモードに分けられる事がわかる。一つは、不安定時の操作 (UM) で、入力が $\theta_2$ の偏差に対して逆向きである。二つめは、不安定から安定への推移操作 (TM) で、入力が $\theta_2$ の偏差と同方向である。三つめは、安定時の操作 (SM) で、入力間の間隔が比較的長めで交互に入れられている。

三つの操作モードは、それぞれファジィコントローラで構成されている。ルールの一例を次に示す。以下 positiveをP、negativeをN、zeroをZと記す。

If  $\theta_2 = P$  AND  $\theta_2' = P$  AND  $\theta_2'' = P$  AND  $\Delta\theta_2'' = P$  then  $U'' = N$   
 If  $\theta_2 = P$  AND  $\theta_2' = P$  AND  $\theta_2'' = P$  AND  $\Delta\theta_2'' = N$  then  $U'' = N$   
 : : : : :

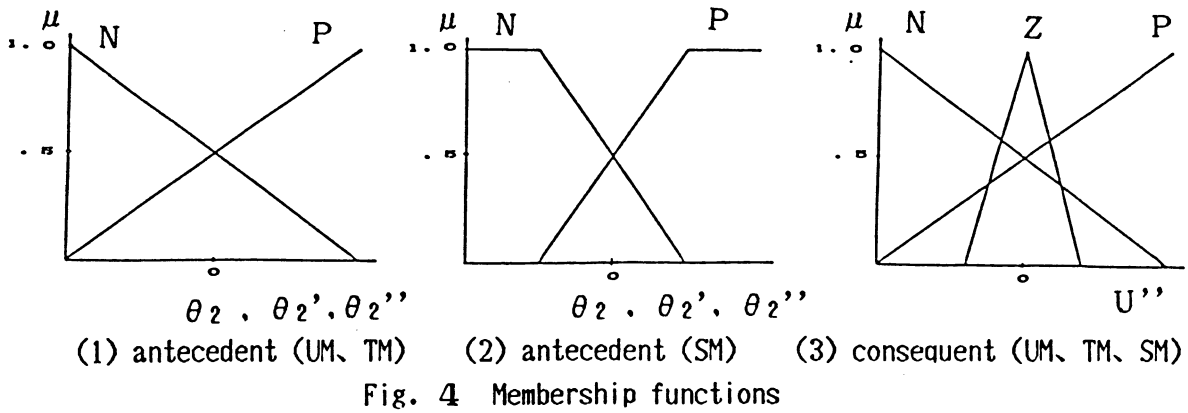
各操作モードにおいてこのようなルールがそれぞれ16個づつ計48個存在している。制御ルールの抽出法においては位相平面にプロットしてその傾向を見る方法<sup>2)</sup>も提案されているが、ここでは被験者の制御結果やアンケートにより決定した。

それぞれの操作モードにおいてあらかじめ上記のようなルールに基づいて作成したあいまい関係から $\theta_2$ 、 $\theta_2'$ 、 $\theta_2''$ 、 $\Delta\theta_2''$ の入力に対して出力 $U''$ を推論する。この推論における含意公式は  $a \rightarrow b = a \wedge b$  を採用し、合成則としてはmax-min則を適用した。又、入力はnon-fuzzyな値を採用し、出力の決定には重心を取ることにした。<sup>9)10)</sup> Fig. 4に入力側及び出力側のメンバーシップ関数を示す。

人間は同一の偏差でも状況によって大きく認識する場合と小さく認識する場合がある。事実、熟練者はSMモードの操作においては少ない偏差であっても敏感に読み取って修正を加えているので、SMモードにおける入力側のメンバーシップ関数の形が他の二つのモードに比べて異なり認識ゲインを高めた形に設定されているのが特徴である。

このように制御動作をいくつかのモードにわけて考察する試みはなされている。<sup>11)12)</sup> この実験結果においても状況に応じて三つのモードに分けられ、各モードでその操作ルールが少しばかり異なっていることがわかる。又、熟練した被験者の操作はインパルス状の入力を与えることもわかる。





#### 4. 熟練被験者とファジィ制御系の比較検討

シミュレーションによりファジィ制御系の妥当性を示し、さらに外乱や将来値に含まれる誤差について両者の比較を行なった。

##### 4-1. シミュレーション結果

提案したファジィ制御系のパラメータX, Yは、被験者の応答に合うように調節する。ある被験者の制御結果とファジィ制御系の応答をFig. 5に示す。

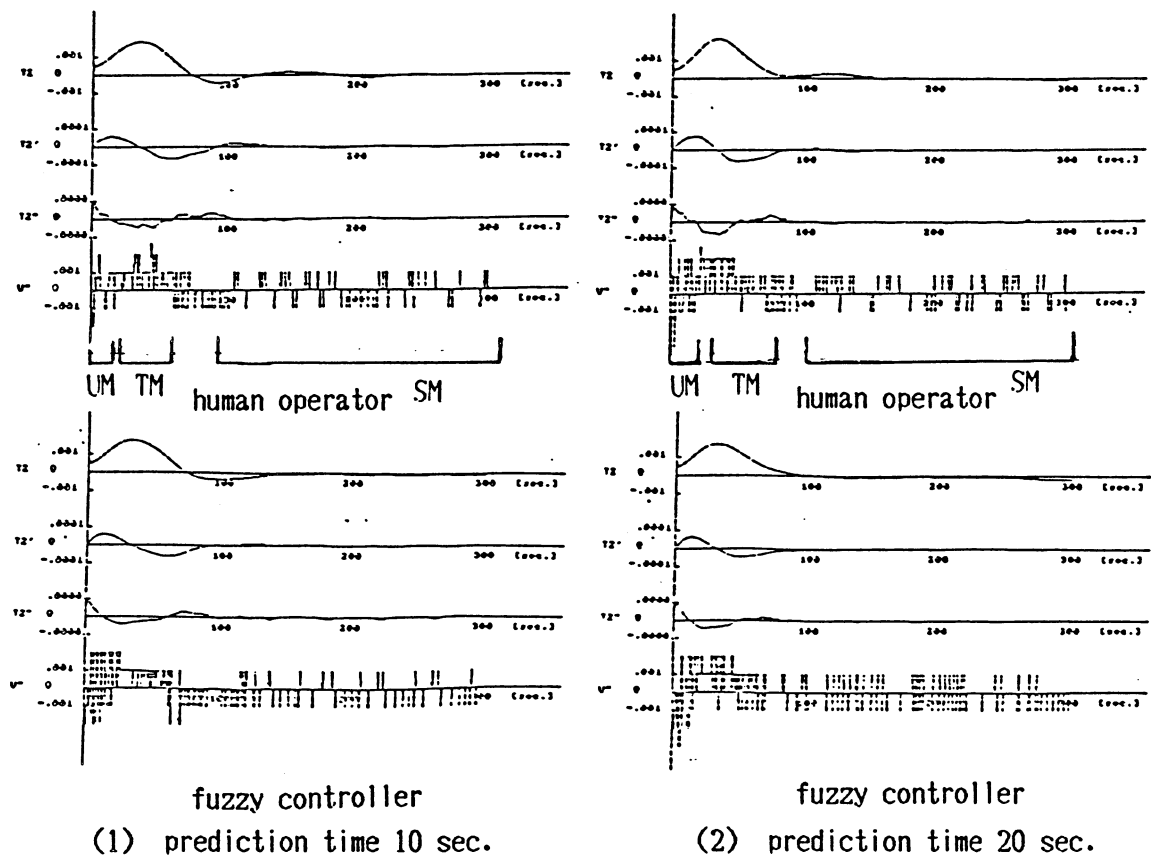


Fig. 5 Subject and fuzzy controller responses

応答波形、入力 $U''$ のパターンがよく一致している事から上記の設定において人間の応

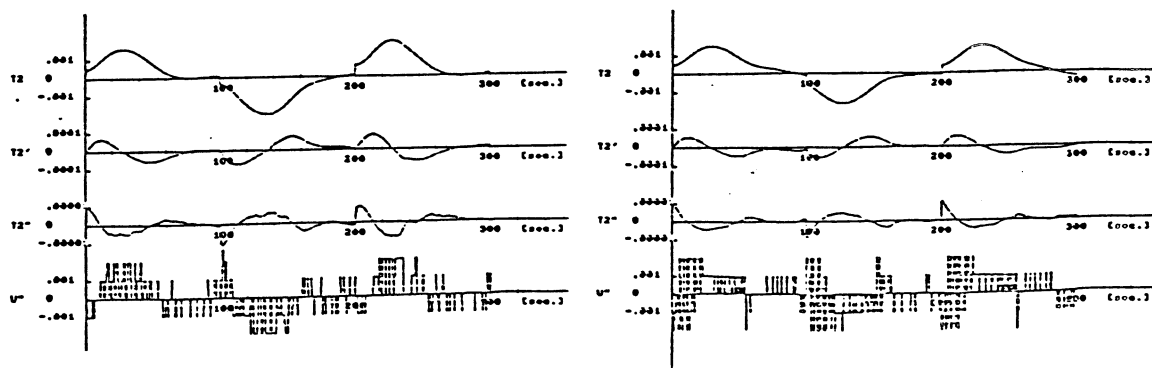
答の再現ができたと言える。シミュレーション結果から次のような傾向がある事がわかった。

(1) 予測時間が長いほど、すなわち系の表示される情報が敏感な程UMからTMの操作の切り換えを早くし、TMにおける操作が長い。この事は被験者が慎重に操作している裏付けである。

(2) 同じ予測時間の場合、安定に制御できている時にはXの値が大きい程良い応答を示している。これは、 $\theta_2''$ の揺れに対してどれくらい対応できるかという事である。この事から安定に制御できている場合はXの値が同一の予測時間において熟練度を示す指標であると解釈できる。

#### 4-2. 外乱

Fig. 5から熟練した被験者の制御動作は、ある程度パターン化されている事がわかる。そこで、突発的な外乱に対して熟練した被験者及びファジィ制御系がどのような動作を示すかを調べてみた。その結果をFig. 6に示す。



(1) human operator

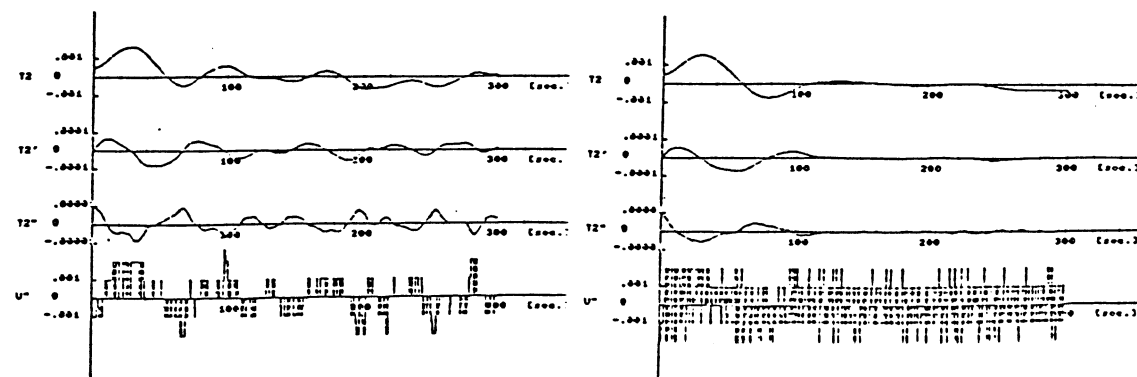
(2) fuzzy controller

Fig. 6 Subject and fuzzy controller responses for sudden disturbance

やはりFig. 6よりコントローラが人間に近い動作をしている事がわかる。

#### 4-2. 予測誤差

系の将来情報はいつも正確に予測できるとは限らない。むしろ何等かの予測誤差をとまなう。そこで、将来値にランダムノイズを加えた場合について実験を行った。その結果をFig. 7に示す。



(1) human operator

(2) fuzzy controller

Fig. 7 Subject and fuzzy controller responses for prediction error

Fig. 7では表示の感度が敏感になりすぎた場合、ファジィコントローラは無駄な過動作をしている事がわかる。人間の場合は、表示された情報が敏感過ぎる場合、表示のゲインに対して自己の認識のゲインをうまく調節しているため無駄な入力がされていないと推測される。

## 5. 結論

手動制御実験に基づいて構成したファジィ制御系を用いて人間の制御動作に近い制御系の実現がある程度行える事を示した。しかしながら、表示が過度に敏感な場合すなわちコントローラの入力の変化が急激な場合は、人間のような制御動作を示さなくなった。これは、情報の認識を含めた判断過程が複雑で上記のような二つのルール ( $R_A$ 、 $R_B$ ) で表現できるものではないためと思われる。今後はさらに人間に近いコントローラの実現のために新たな手動実験を行い、人間の判断過程における機能を抽出する必要がある。

最後に、実験を担当してくれた法政大卒研生の丹代 希氏と被験者として協力してくれた法政大生の諸氏に感謝します。

## 参考文献

- 1) 市川：適応プロダクションシステムによる汎用制御系、SICE論文集、19-1、88/90 (1983)
- 2) 杉山、松島：飽和をもつ制御対象に対するFuzzy Modelによる操作者の動作解析、SICE論文集、20-7、49/54 (1984)
- 3) 杉山、松島：不感帯をもつ制御対象の手動制御におけるあいまい制御モデルを用いた操作者の特性解析、SICE論文集、21-5、7/14 (1985)
- 4) 梶原、小菅、古田：傾斜されたレール上の二重倒立振子の位置制御、SICE論文集、15-7、21/27 (1979)
- 5) 寺野、村山、増井、田中：不安定系の手動制御とインタフェースによる改善、Human Interface Symposium、143/148 (1985)
- 6) C.R.Kelly: Manual & Automatic Control、John Willey & Sons (1968)
- 7) M.Tomizuka、D.E.Whitney: The Human Operator in Manual Preview Tracking、Tr.A SME,F、407/413 (1976)
- 8) 伊藤、竹内、伊藤：手動制御系における人間の速度可変予見追従機能、SICE論文集、14-2、43/48 (1978)
- 9) 菅野：あいまい集合と論理の制御への応用、計測と制御、18-2、150/160 (1979)
- 10) 水本：あいまい制御に対する基礎理論、あいまい制御基礎講習会テキスト、17/32 (1986)
- 11) 田村：手動制御における動作モードに関する一考察、SICE論文集、8-4、437/443 (1972)
- 12) 田口、藤井：対象特性変化時における手動制御動作のモデル、SICE論文集、17-8、62/69 (1981)

ある手動制御系において定常不規則入力に対するオペレータの  
Fuzzy model に関する研究 (Fuzzy modelと伝達関数モデルとの比較)

On the Human Operator's Fuzzy Model in a Manual Control System for Steady  
Random Input Signals  
(Comparison Fuzzy Model with Transfer Function Model)

松島皓三 筑波大学構造工学系  
杉山秀行 筑波大学工学研究科  
軍司章弘 筑波大学理工学研究科

K.Matsusima Inst. of Eng.Mechanics Univ. of Tsukuba  
H.Sugiyama Grad.School of Eng. Univ. of Tsukuba  
A.Gunji Grad.School of Sci.and Tech. Univ. of Tsukuba

In this study, the human operator's fuzzy model in a manual control system for steady random input signal is constructed by referring the experimental data obtained from each subjects' trials. It is shown that the distinctive feature of each subject's control strategy is able to be inferred from his fuzzy model. The fuzzy model is compared with the transfer function model and it is verified that the fuzzy model is better than the transfer function one for simulating and analyzing the human operator's control behavior in the man-machine system.

### 1. 序論

我々は、既に、操作者の制御動作をFuzzy Modelによる解析法を提案し、トルク飽和を持つサーボ系、および「不感帯+積分器」から成る制御対象に対するステップ応答についてその有効性を明らかにしている[1][2]。ここで取上げる手動制御系に関しても、全般に穏やかな操作を行なう被験者に対しては、既に、Fuzzy Modelが構成できることを報告している[3]。本研究では操作の傾向が異なる被験者についてもモデルを構成することにより、制御方策の差異をFuzzy論的に考察する。また、被験者の周波数特性を求めて伝達関数モデルを構成し、応答の再現性、制御特性の解析の点についてFuzzy Modelとの比較検討を行なう。

### 2. 実験系の構成と実験要因

実験系の構成を Fig.1 に示す。被験者は操作端を動かすことにより、CRT 上に表示された制御偏差を零に近づけるcompensatory trackingを行なう。制御対象の特性はコンピュータで模擬している。実験要因とそれぞれの水準をTable 1 に示す。実験は目標値の帯域幅と振幅との組み合わせごとの繰り返し数を10回とし、90回の試行を順序をランダム化して、各被験者ごとに実施した。1回の試行は40秒間であり、実験データとしては、操作がほぼ定常に達したと見られる実験開始から約15秒経過してからの20秒間の操作量、および制御偏差を記録した。目標値の波形例を Fig.2 に示す。目標値の振幅は、CRT 上の長さで示してある。

### 3. Fuzzy Modelの構成

実験データから推定した被験者の制御規則をTable2に示す。ここで、被験者はCRT上に表示される制御偏差とその速度に注目して操作量を出力しており、かつ、操作量を定める時点は離散的であって、その時間間隔は制御偏差とその速度に依存するという仮定している。

Fuzzy Modelで制御偏差(cd)の符号はカーソルが目標位置の左側にある時を正、制御偏差の速度(cc)の符号はカーソルが中心位置に向かう時を正、操作量(uc)の符号はジョイスティック

を右に動かす時を正とする。

なお、制御偏差が負の時は、制御偏差、操作量の符号のPositiveをNegativeに変えれば良い。

モデルAは被験者S1、S2のものであり、モデルBはS3のものである。S3の特徴は、制御偏差あるいはその速度が大きくなった場合に特に大きな操作を行なう点にあり、モデルBにおいては、偏差およびその速度にしきい値を設けることにより、規則を切り替えている。なお、S4についてもこれらと同様に制御規則が構成されている。

#### 4. 伝達関数モデル

実験における被験者の周波数特性を求め、PID+無駄時間、および疑似PID+無駄時間からなる伝達関数を用いて、その特性の置き換えを行なっている。

被験者の周波数応答特性の例をFig.3に示す。ひとつの目標値に関する10回の試行から求めた推定値を平均値と標準偏差で示し、伝達関数モデルの特性を実線で示す。

#### 5. シミュレーション

Fuzzy Model、伝達関数モデルそれぞれをコントローラとして制御系を構成し、被験者の応答の再現を試みた。

Fuzzy Modelでは、個々の試行ごとに同定した数値パラメータを、一方、伝達関数モデルでは、繰り返し数である10試行に関する周波数特性の平均値として求めたモデルパラメータを用いている。

Fig.4にシミュレーションの例を示す。

##### (1) 応答の再現性の検討

モデルによる被験者の応答の再現性を検討するため、次の様な指標を用いる。また、この指標の値をTable 3に示す。

$$\text{誤差(\%)} = \left[ \frac{\sum \{e(k) - m(k)\}^2}{\sum \{e(k)\}^2} \right]^{1/2} \times 100$$

ここで、 $e(k)$ は時刻 $k$ における操作量の実験値であり、 $m(k)$ はモデルによる値である。

これから明らかなように全般に穏やかな操作をする被験者S1、S2については、Fuzzy Model、伝達関数モデルとも同程度の再現性が得られている。一方、被験者S3、S4については伝達関数モデルに比べFuzzy Modelの再現性が優れていることがわかる。

##### (2) 操作者の制御特性の解析

被験者S3、S4の制御動作に関して、系の状態に応じて複数の伝達関数を切り換えるというような手法を用いれば伝達関数モデルによっても応答の再現性を向上できることが期待される。しかし、伝達関数モデルの場合、例えばここで用いたPID+無駄時間といった構成要素が、本来主観的であると思われる操作者の制御方策に結びつくとは言い難い。

これに対してFuzzy Modelでは、制御方策が自然な言葉によって表現されており、操作者の特性の検討に直結したものであるということが出来る。

#### 6. 結論

2次のサーボ系を制御対象とする手動制御系において、定常不規則信号を目標値とする場合の操作者の制御動作についてFuzzy Modelを構成し、その妥当性をシミュレーションにより確認した。

従来用いられている伝達関数モデルとFuzzy Modelとの比較検討を行ない、その結果、Fuzzy Modelは伝達関数モデルに比べ同等以上の応答波形の再現性を有していること、また、操作者の制御特性の検討に直結するものであることが明らかになった。

④ 参考文献

- [1] 松島、軍司：ある手動制御系において定常不規則入力におけるオペレータの Fuzzy Modelの構成；第1回 I F S Aシンポジウム講演予稿集，151/156，1985
- [2] 杉山、松島：飽和をもつ制御対象に対する Fuzzy Modelによる操作者の動作解析；計測自動制御学会論文集，20-7，621/626，1984
- [3] 松島、杉山：不感帯をもつ制御対象の手動制御におけるあいまい制御モデルを用いた操作者の特性解析；計測自動制御学会論文集，21-5，429/436，1985

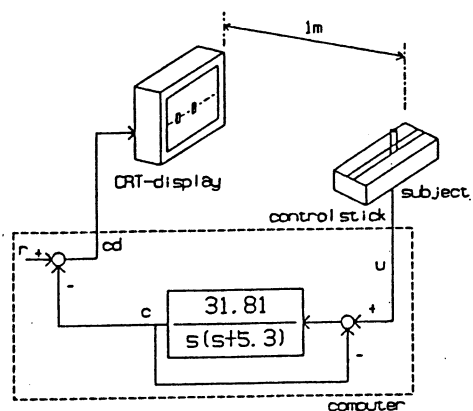


Fig.1 実験系

要因	水準
被験者	S1、S2、S3、S4
振幅RMS.値	a1 : 6.4cm a2 : 3.2cm a3 : 1.6cm
バンド幅	b1 : 0.4Hz b2 : 0.2Hz b3 : 0.1Hz

Table 1 要因表



Fig.2 目標値の例  
(a1-b1)

モデルA (被験者S1, S2)

(1) if cd=PB then uc=PB, sd=B  
 (2) if cc=PB then uc=NB, sd=B  
 (3) if cd=PM and cc=PM then uc=Zr, sd=S  
 (4) if cd=PS and cc=PS then uc=PVS, sd=S  
 (5) if cc=NB then uc=PB, sd=S  
 (6) if cd=PS and cc=MS then uc=PS, sd=S  
 (7) if cd=PZ and cc=Z then uc=Zr, sd=S

モデルB (被験者S3)

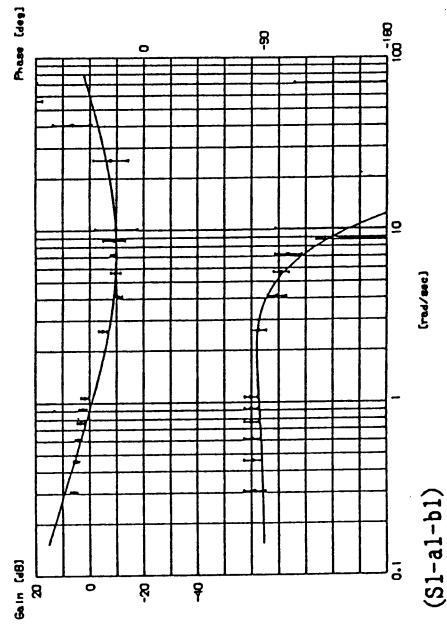
(a1) if cd=PB then uc=PB, sd=B  
 (a2) if cc=PB then uc=NVB, sd=B  
 (a3) if cc=NB then uc=PVB, sd=B  
 (b1) if cd=PB then uc=PB, sd=B  
 (b2) if cc=PB then uc=NB, sd=B  
 (b3) if cd=PM and cc=PM then uc=Zr, sd=S  
 (b4) if cd=PS and cc=PS then uc=NVS, sd=S  
 (b5) if cd=PZ and cc=Z then uc=Zr, sd=S  
 (b6) if cc=NB then uc=PB, sd=S  
 (b7) if cd=PS and cc=NS then uc=PS, sd=S

cd: 制御偏差  
 cc: 制御偏差の速度  
 uc: 操作量の仮目標値  
 sd: サンプル間隔

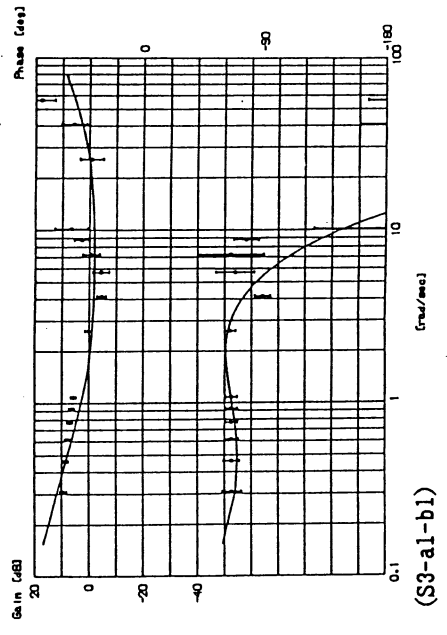
B: Big  
 M: Medium  
 S: Small  
 Z: Zero  
 Zr: Zero(non-fuzzy)

P: Positive  
 N: Negative  
 V: Very

Table 2 あいまい規則



$$G_{s1}(S) = K_c (1 + 1/T1S + T1S) \exp(-\tau S)$$



$$G_{s3}(S) = K_c \frac{m(1 + T1S)(1 + T2S)}{(1 + n_1S)(1 + n_2S/n_1S)} \exp(-\tau S)$$

Fig. 3 周波数応答特性

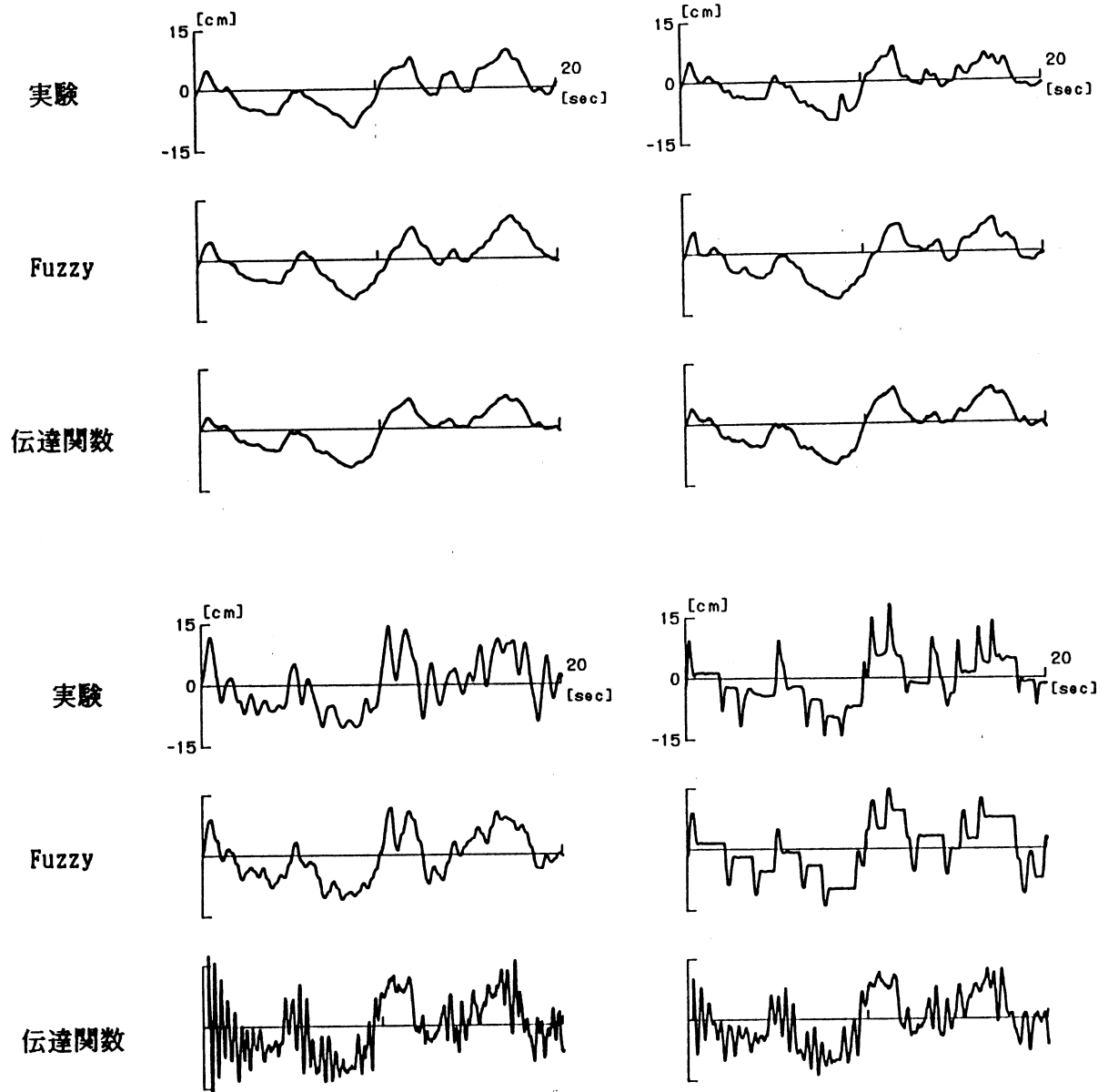


Fig.4 操作量の例



S 2	操作量RMS. (cm)			
	実験値	Fuzzy	T-func.	誤差(F)
a1-b1	4.97	5.52	4.80	52.49(%)
a1-b2	6.24	6.59	5.75	26.14
a1-b3	7.08	7.31	7.12	15.95
a2-b1	2.72	2.97	2.54	48.64
a2-b2	3.30	3.67	3.19	31.93
a2-b3	3.56	3.83	3.65	21.96
a3-b1	1.51	1.93	1.58	62.78
a3-b2	1.61	2.01	1.69	49.15
a3-b3	1.73	2.18	1.94	40.62

S 1	操作量RMS. (cm)			
	実験値	Fuzzy	T-func.	誤差(F)
a1-b1	5.24	5.27	4.44	32.39(%)
a1-b2	6.11	6.59	5.43	24.89
a1-b3	7.00	7.40	6.76	16.05
a2-b1	2.81	3.10	2.45	46.58
a2-b2	3.20	3.65	3.05	30.75
a2-b3	3.51	3.82	3.56	24.43
a3-b1	1.46	1.81	1.38	52.41
a3-b2	1.63	2.02	1.63	47.39
a3-b3	1.76	2.11	1.94	36.27

S 4	操作量RMS. (cm)			
	実験値	Fuzzy	T-func.	誤差(F)
a1-b1	5.51	5.72	6.00	56.98(%)
a1-b2	6.04	6.19	6.31	36.04
a1-b3	6.90	6.97	6.92	18.30
a2-b1	2.87	2.60	3.12	51.89
a2-b2	3.10	3.32	3.23	39.77
a2-b3	3.46	3.66	3.57	24.38
a3-b1	1.48	1.48	1.62	61.51
a3-b2	1.65	1.84	1.72	47.79
a3-b3	1.78	1.98	1.85	34.06

S 3	操作量RMS. (cm)			
	実験値	Fuzzy	T-func.	誤差(F)
a1-b1	6.15	6.36	6.73	58.16(%)
a1-b2	6.62	6.97	6.39	47.05
a1-b3	7.04	7.19	7.33	27.39
a2-b1	3.30	3.36	3.24	67.49
a2-b2	3.39	3.51	3.32	55.16
a2-b3	3.55	3.71	3.73	35.98
a3-b1	1.71	1.83	1.63	84.11
a3-b2	1.76	1.90	1.71	79.71
a3-b3	1.80	2.01	1.82	.02

Table 3 応答の再現性

# あいまい性を考慮した人間の信頼性

## HUMAN RELIABILITY USING FUZZY CONCEPT

鬼沢武久 Takehisa ONISAWA

佐藤洋一 Yoichi SATO

(東京工業大学 Tokyo Institute of Technology)

### ABSTRACT

In the present paper, human reliability is defined as the fuzzy set which is given by the factors required for the task such as error rate, required time and so on. As the results of the experiments on a micro-computer, it is found that the factor "required time" for the task is important as well as error rate in order to estimate the human reliability.

### 1. はじめに

プラントなどの事故には、人間と関係していることが多い。ところが、人間がとる行動はその多様性などのために複雑である。<sup>1)</sup>そのため人間の信頼性は、機械系の信頼性と比較して大きなあいまいさが伴う。そこで、人間の信頼性はあいまいであるとの認識のもとに、Fuzzy モデルで表現しようという試みがいくなされてきた。<sup>2)3)</sup>これらの研究では、人間の信頼性を表現するFuzzy 集合を、不信頼性を表すパラメータ、およびあいまいさを表すパラメータによって与え、それぞれのパラメータの値を過誤率にもとづいて定めている。<sup>3)</sup>

本研究では、人間の信頼性を従来のように過誤率ばかりでなく、信頼性に関係する他のfactor (たとえば所要時間、修正回数など)をも考慮したFuzzy 集合として表現することを提案する。さらに、本提案にもとづき、マイコンによる作業実験を行い、作業における人間の信頼性の表現について考察する。

### 2. あいまい性を考慮した人間の信頼性表現

#### 2.1 人間の信頼性のFuzzy集合

本研究では、人間の信頼性を

$$\mu_{Er}(e) = \frac{1}{1 + 20 |e - e_0|^m}, \quad 0 \leq e_0 \leq 1, m > 0, \quad (1)$$

の形で表現する。<sup>3)</sup>

ただし、 $e_0$ および $m$ は上記メンバーシップ関数の形を定めるパラメータであり、 $e_0$ はグレードが1となる信頼性の度合、 $m$ はあいまいさの度合を表すパラメータである。それぞれのパラメータの値は、過誤率をはじめ信頼性に関係する各種のfactorを考慮して推定される。

## 2.2 あいまいさの評価指標

式(1)で表されるFuzzy集合の $\alpha$ -cutを $(eL(\alpha), eR(\alpha))$ とする。また、あいまいさを表すパラメータを $mL(0 \leq e \leq e_0)$ 、 $mR(e_0 \leq e \leq 1)$ とする。このとき、式(1)のFuzzy集合のあいまいさを評価する指標を次のように定義する。

$$J = \frac{f(e_0, mL, mR)}{f(e_0, \infty, \infty)} = \frac{f(e_0, mL, mR)}{0.5} \quad (2)$$

$$\text{ただし、} \quad f(e_0, mL, mR) = \int_0^1 (eR(\alpha) - eL(\alpha)) \alpha d\alpha \quad (3)$$

これは最大の $f(e_0, mL, mR)$ の値(=0.5)に対する $f(e_0, mL, mR)$ の値の比であり、この比 $J$ の値が大きいほど上記Fuzzy集合の山の広がりが大きく、あいまいさの度合が大きいと評価することができる。図1は式(1)

で表されるFuzzy集合の例である。パラメータ $e_0$ の値を0.5とし、 $mL$ 、および $mR$ の値をそれぞれ、1.8、2.5、3.1と変化させてある。あいまいさの評価指標 $J$ の計算結果も示す。

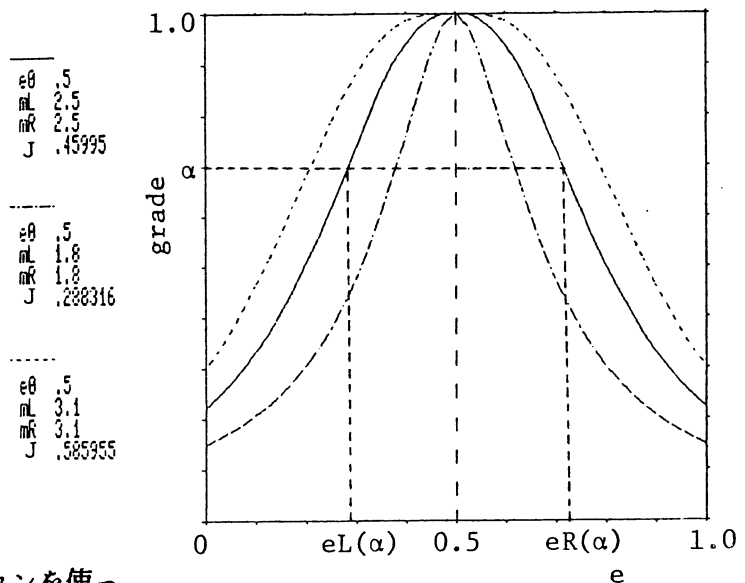


図1. Fuzzy集合

## 3. マイコン作業による人間の信頼性実験

### 3.1 実験目的および実験概要

人間-機械系の一事例として、マイコンを使った基礎実験を行う。この実験での目的は、人間の信頼性表現に必要なfactorの考察を行うことである。

作業はディスプレイ上に表示された5個の数を、大きい順に並べ換え、答をキーボードにより入力するものである。ただし、1設問あたりの制限時間は25秒とし、1回の作業での設問数は50である。エラーとなるのは答えをまちがえたとき、制限時間内で答えられないときである。データとして各設問ごとのエラーの有無、所要時間、および入力キーについて記録し、ディスプレイにはエラー数が表示され、エラーするとブザーが鳴る。作業は1人で行う単独作業と、2人1組のチー

ムを組んで2人同時に同じ設問を行う二人作業がある。二人作業は AND作業、OR作業の2種類があり、表1および表2のように1設問ごとのチームのエラーとタイムを定める。実験指示によって、単独作業、AND作業、OR作業の3種類を区別して行う。

表1 AND作業

		チーム	
作業者1	作業者2	エラー	タイム
正	正	正	早い方
正	誤	正	正の方
誤	正	正	正の方
誤	誤	誤	遅い方

表2 OR作業

		チーム	
作業者1	作業者2	エラー	チーム
正	正	正	早い方
正	誤	誤	誤の方
誤	正	誤	誤の方
誤	誤	誤	早い方

### 3.2 作業データの処理

本実験に関して注目すべきfactorとして、1) エラーの数、2) 所要時間、3) 修正回数 of 3点を考える。そして、作業データをもとに次の値を導く。

#### 1) 過誤率 $[E_{min}, E_{mean}, E_{max}]$

$$E_{mean\ i\ j} = E_{ij} / n, \quad E_{ij}: \text{被験者}i\text{の}j\text{回目の作業のエラーの数} \quad (4)$$

$n$ : 設問数

とする。被験者は1回の作業 ( $n = 50$ ) を最低3回以上行い、 $E_{mean\ i\ j}$  の最小値を  $E_{min\ i}$ 、最大値を  $E_{max\ i}$ 、平均値を  $E_{mean\ i}$  とする。全被験者でこれらの平均をとり、

$$E_{min} = \sum_i E_{min\ i} / N, \quad E_{mean} = \sum_i E_{mean\ i} / N, \quad E_{max} = \sum_i E_{max\ i} / N, \quad (5)$$

$N$ : 被験者ののべ人数

とする。

#### 2) 過誤率の幅 $[EL, ER]$

ただし、

$$EL = E_{mean} / E_{min}, \quad ER = E_{max} / E_{mean}, \quad (6)$$

とする。

#### 3) 1設問あたりの修正率 $r$

$$r_{ij} = K_{ij} / n, \quad K_{ij}: \text{被験者}i\text{の}j\text{回目の作業の修正回数} \quad (7)$$

とし、被験者  $i$  の平均修正率を  $r_i$  として、

$$r = \sum_i r_i / N, \quad (8)$$

とする。

4) 1設問あたりの所要時間  $T_{mean}$

$$T_{mean\ i\ j} = T_{ij} / n, \quad T_{ij}: \text{被験者}i\text{の}j\text{回目の作業のtotal time} \quad (9)$$

とし、被験者  $i$  の平均所要時間を  $T_{mean\ i}$  として、

$$T_{mean} = \sum_i T_{mean\ i} / N, \quad (10)$$

とする。

5) 1設問あたりの所要時間幅 【TL, TR】

$$TL_{ij} = \sqrt{\sum_k (T_{ijk} - T_{mean\ i\ j})^2 / nL_{ij}}, \quad (11)$$

$T_{ijk}$ : 被験者  $i$  の  $j$  回目の作業の問題番号  $k$  の所要時間

$nL_{ij}$ : 被験者  $i$  の  $j$  回目の作業で  $T_{mean\ i\ j} > T_{ijk}$  の問題数

$$TR_{ij} = \sqrt{\sum_k (T_{ijk} - T_{mean\ i\ j})^2 / nR_{ij}}, \quad (12)$$

$nR_{ij}$ : 被験者  $i$  の  $j$  回目の作業で  $T_{mean\ i\ j} < T_{ijk}$  の問題数

とし、被験者  $i$  の平均所要時間幅を 【 $TL_i, TR_i$ 】 として、

$$TL = \sum_i TL_i / N, \quad TR = \sum_i TR_i / N, \quad (13)$$

とする。

以上の値を用いて作業データの解析を行う。

### 3.3 実験結果

表3は各作業における作業データの被験者延べ人数による平均値である。被験者は20名である。各作業について1人3回以上実験を行い、特に習熟が著しいと思われる被験者については、初期のデータを取り除いた。データ数は単独作業が88、AND作業が144、OR作業が115である。

表3 各作業における作業データの平均値

	単独作業	AND 作業	OR作業
$E_{mean}$	$5.4 \times 10^{-2}$	$4.5 \times 10^{-2}$	$4.6 \times 10^{-2}$
EL	2.3	2.0	2.0
ER	1.8	1.7	1.5
$T_{mean}$	12.2	11.2	10.3
TL	1.9	1.7	1.7
TR	3.1	3.1	3.1
r	1.3	1.4	1.6

### 3.4 作業結果の解析

3種類の作業はいずれも、作業環境や習熟効果の影響をできるかぎり同一条件に保つようにしてあり、単独作業と2人作業の違いは主としてパートナーによる心理的ストレスの有無である。各作業における人間の信頼性を表現するために、上記の作業結果にもとづいて、必要なfactorの選択、

パラメーターの値の推定を行う。

各factor間の相関について調べたところ、すべての作業において過誤率  $E_{mean i}$  と修正率  $r_i$  との間に正相関が認められた。また修正率  $r_i$  は所要時間幅  $T_{Li}$ 、 $T_{Ri}$ とも正の相関が認められた。その他のfactor間では相関は認められなかった。

次に各作業データの平均値に関する統計的検定を行ったところ、まず単独作業とAND 作業では過誤率、修正率、過誤率幅、所要時間幅のいずれについても5%水準で有意な差が認められなかったが、所要時間については1%水準で有意な差が認められた。また、単独作業とOR作業でも同様の結果が得られた。AND 作業とOR作業では、すべてのfactorについて5%水準で有意な差が認められなかった。

以上の解析結果は、修正率  $r$  は他のfactorで解釈できることを示している。また、単独作業と二人作業の間に、平均過誤率に関して有意な差が認められなかったにもかかわらず、平均所要時間に関して高度に有意な差が認められたことから、この作業においては人間の信頼性表現を行うとき、“エラーの数”のみならず、“所要時間”というfactorを考慮することが必要であるといえる。

また、ストレスに関していえば、二人作業においては単独作業と比較して適度なストレスがかかっているといえる。

### 3.5 信頼性の表現

本作業における人間の信頼性を表現するために、前節の解析結果より、

- 1) パラメータ  $e_0$  の値は、過誤率  $E_{mean}$  の他に所要時間  $T_{mean}$  も考慮する。
- 2) パラメータ  $m_L$ 、 $m_R$  の値はそれぞれエラー幅、時間幅の【EL, TL】、【ER, TR】の値を用いて決める。

とする。

#### 1) $e_0$ の決定

$E_{mean}$  が大きくなれば  $e_0$  の値は大きくなり、 $E_{mean}$  が小さいときは、 $T_{mean}$  が小さくなると  $e_0$  が小さくなるようなルール表現を行い、 $e_0$  の無差別曲線を作成した。その結果が図2である。ただし、 $e_0$  の値は【 $E_{mean}$ ,  $T_{mean}$ 】の単独作業の平均値を0.5としてある。

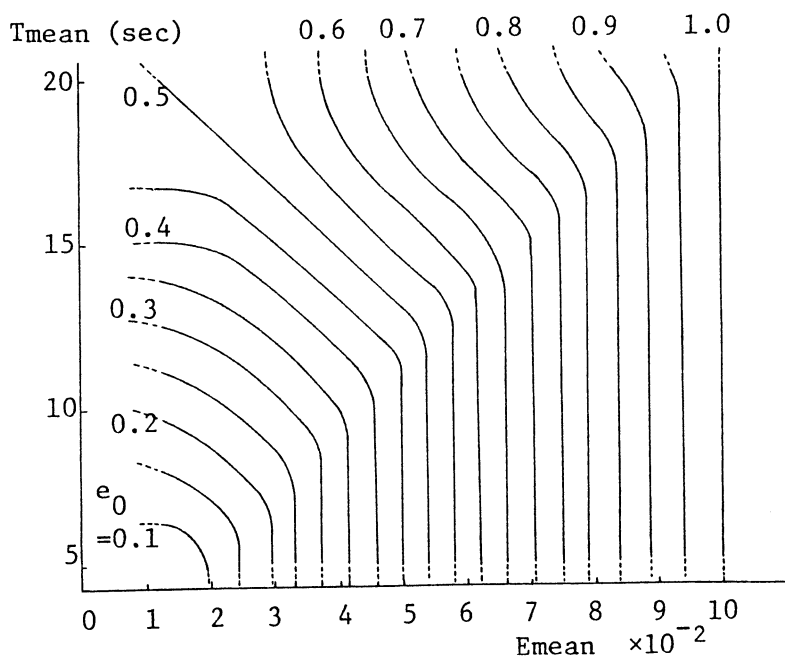


図2.  $e_0$  の無差別曲線

## 2) mL, mRの決定

【EL, TL】および【ER, TR】の作業データにもとづき3つのクラスを決め、それぞれのクラスを代表するmの値を1.8、2.5、3.1として図3のように区分けした。

以上の方法に従って、各作業データの平均値にもとづき、 $e_0$ 、mL、mRを求めて被験者の信頼性のFuzzy集合を表したのが図4である。

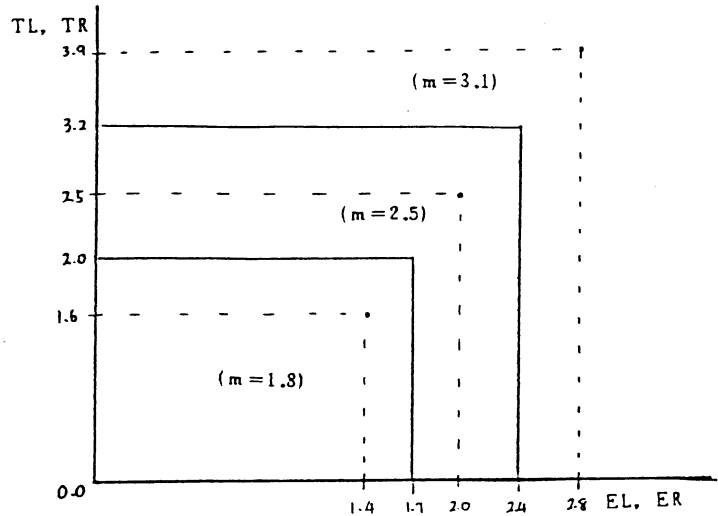


図3. mL, mR のクラス

## 4. おわりに

本稿では、人間の信頼性を、信頼性に関係するいくつかのfactorを考慮したFuzzy集合として表現することを提案した。さらに、実際にマイコンによる基礎実験を通して、過誤率以外のfactorの考慮が必要であるケースのあることを確めた。本研究の意義としては従来よりも多くの観点から人間の信頼性表現を行うことの必要性を確認することにある。

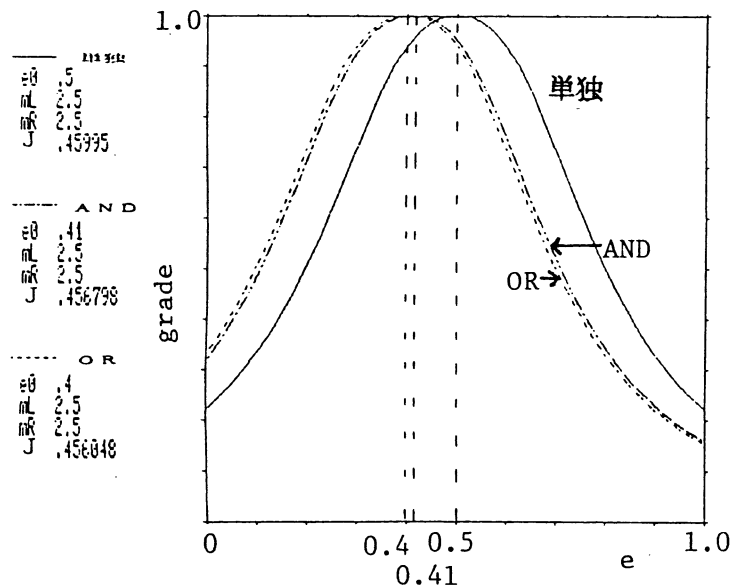


図4. 各作業における人間の信頼性

## 参考文献

- 1) A.D. Swain, H.E. Guttman : Handbook of Human Reliability with Emphasis on Nuclear Power Plant Applications , NUREG/CR-1278, pp 8/10, October, 1980
- 2) T. Terano, Y. Murayama and Akiyama : Human Reliability and Man-Machine Systems, Automatica, 19(6), pp 719/722, 1983
- 3) 鬼沢、菅野 : Fuzzy 積分によるHuman Error の起こりやすさの推定, 第1回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp 75/80, 1985





**第2日**

**昭和61年6月17日(火)**

**9:00 ~ 20:00**

**あいまい工学によるAIへの挑戦**



# ファジィ集合論と人工知能

## Fuzzy Set Theory and Artificial Intelligence

馬野 元秀 (大阪大学 大型計算機センター)  
Motohide Umano (Computation Center, Osaka University)

### Abstract

We survey artificial intelligence (AI) and its relation to fuzzy set theory. First, we briefly review the definition of AI and its application fields such as natural language understanding, expert systems and computer vision and their underlying fields such as knowledge representation, problem solving, knowledge acquisition and languages and tools. Next, we explain certainty factor (CF) in production systems to deal with uncertainty in AI. And finally, we describe researches in fuzzy set theory toward AI such as PRUF and fuzzy reasoning (approximate reasoning).

### 1. はじめに

最近、エキスパート・システムや機械翻訳がさまざまな分野で話題となっている。これらは、いずれも人工知能とその応用である知識工学の成果である。本論文では、まず第2節で人工知能と知識工学について概説する。人工知能や知識工学では知識が重要な働きをするが、人間が持っている知識の多くは不確かであいまいである。このことは、初期のエキスパート・システムの1つである MYCIN でもすでに認められており、専門家のあいまいな知識を表現するために、Bayse 確率が確実係数として取り入れられた。それ以来、エキスパート・システムを構築するための言語やツールでは確実係数を記述できるのが当たり前になっている。そこで、第3節では、人工知能の分野におけるあいまいさの取り扱い方法として確実係数について述べる。

一方、ファジィ集合論では、L.A. Zadeh は、自然言語の意味を表現するために可能性分布とファジィ集合に基づいた PRUF を提案している。また、人間の推論過程を定式化するためにファジィ推論(近似的推論)が提案されているが、これは人工知能の研究分野そのものである。第4節では、ファジィ集合論における人工知能へのアプローチについて述べる。

### 2. 人工知能について

本節では、人工知能(AI: artificial intelligence)についてその定義と現在の研究分野を簡単にまとめよう。

#### 2.1. 人工知能とは

人工知能に対してはいろいろな定義がなされている。例えば、

- (1) 計算機に知的なことを行なわせるための考え方についての研究である[1]、[2]

(2) 知的な計算機システムの設計に関係した計算機科学の一分野である[3]

(3) 解決手順が決まっていない知的作業をいかに行なうかを解明することを目的とする分野である[4]

などがある。

(1)、(2)、(3)のいずれも「人工知能」という言葉をそれと同じくらい抽象的で分かりにくい「知的な」という言葉に変えているだけだと思われる。しかし、(3)は「解決手順が決まっていない知的作業」とあり、少し具体的な感じがする。これによると、人工知能の対象は固定しているのではなく、時代とともに変わっていくことになる。したがって、以前は確実に人工知能であったが、今は人工知能と呼ばない分野も存在することになる。事実、「記号処理」、「リスト処理」、「数式処理」などがこれに当たり、今では人工知能に属するとはあまり考えない。また、「探索理論」、「ゲームのプログラム」などのようにまあ属しているが、確実に属しているとはいえない分野もある(「人工知能」という言葉はファジィ集合!)

それでは、現在、確実に人工知能と呼ばれている分野は何であろうか。それは、応用的なものとしては、「自然言語理解」、「エキスパート・システム」、「画像理解」であり、これらすべての基礎として、「知識表現」、「問題解決」、「知識獲得」、「プログラミング言語とツール」がある。

人工知能の応用分野、特に実用分野に対しては、「知識工学(KE: knowledge engineering)」という言葉が使われる[5]。そして、基礎的な研究分野は「認知科学(cognitive science)」と呼ばれることもあり、心理学における知能の研究分野との関連において、「認知心理学(cognitive psychology)」とも呼ばれる。さらに、最近では、「知識処理(knowledge processing)」や「知識情報処理(knowledge information processing)」と呼ばれることもある。

## 2.2. 人工知能の応用分野

### (1) 自然言語理解

人工的に定義した言語ではなく、我々が日常的に使用している日本語や英語などの自然言語(natural language)は、人間と機械との最も自然なインターフェイスであるので、非常に重要な人工知能の研究分野である。自然言語理解に関する研究は T. Winograd の SHRDLU [6] というシステムが発端となり、1970年代に世界中でさかんに研究され、最近では、日本の日英・英日翻訳システム[7]をはじめ世界中で数多くの機械翻訳システムが商用化されるまでになった。

自然言語理解において重要な概念には、構文解析における拡張遷移網(ATN: augmented transition network)[8]、意味解析における格文法(case grammar)[9]、意味表現における概念依存(CD: conceptual dependency)理論[10]などがある。現在の機械翻訳は意味解析のレベルまで処理することにより可能になったわけである。そして、現在では、物語を理解したり、論文の抄録を行なうシステムの研究も行なわれている。

### (2) エキスパート・システム

ある分野の専門家と同じような高度の情報処理を行なうことのできるシステムをエキスパート・システム(専門家システム)と呼ぶ。人工知能のなかで最も実用性の高い分野で、狭義にはエキスパート・システムの作成過程に関する研究分野を知識工学と呼んでいる。最近、発行さ

れた文献[11]によると、次のような分野で数多くのエキスパート・システムが作成されている。ただし、( )の中はその分野で作成されたエキスパート・システムの数である。

医学(53)、軍事科学(25)、電子工学(22)、化学(14)、法学(10)、計算機システム(10)、情報管理(9)、工学(8)、地質学(7)、宇宙技術(7)、製造(3)、数学(3)、農学(3)、物理(2)、プロセス制御(2)、気象学(1)。

そして、それぞれのエキスパート・システムは、各分野で、

診断、設計、解釈、監視、修理、制御、立案、予測、デバッグ、指示のような仕事をしている。最近では、効率よくエキスパート・システムを開発するための構築支援ツールが商品化されたり[12]、エキスパート・システムの開発を手助けする知識エンジニア(knowledge engineer)という職業が成立しつつある。

### (3) 画像理解

立体(多面体)が描かれた図形からもとの立体を決定したり、普通の写真に写っているものを理解する手法が研究されている。前者は、1970年代に盛んに研究され、多面体の図形がもっている各種の制約に関する知識を利用して、かなり複雑な多面体でも決定できるようになっている。一方、写真の理解には写っているものに関する知識が必要で、まだまだ研究が必要である。これは、ロボットの目として重要であるので、現在も盛んに研究されている。

## 2.2. 人工知能の基礎分野

### (1) 知識表現

いろいろな知識をどのように表現するかは、非常に重要な問題である。現在、ルール、フレーム、意味ネット、手続き、オブジェクト、論理などの方法が使われている。どの表現法がよいかは、応用分野にも関係するが、エキスパート・システムでは、ルールがよく使われている。

### (2) 問題解決

知識と解決すべき問題が与えられときに、どのようにして問題を解決するかである。ルールによる知識表現の場合には、推論(前向きと後向きがある)と呼ばれることが多い。また、問題解決のためにどのように知識を利用すればよいかというのも、1つの問題解決であるので、そのための知識(メタ知識)をシステムに蓄えておいて利用するという方法もある。

### (3) 知識獲得

知識を利用するためには、知識を計算機の内部に取り込まなければならない。しかし、これは非常に面倒で、時間のかかる仕事である。そこで、効率良く知識を獲得したり自動的に知識を獲得したりする方法についての研究は非常に重要であり、現在盛んに研究されている。

### (4) プログラミング言語とツール

知識表現法や問題解決法に応じて、数多くのプログラミング言語や支援ツールがある。以前は、研究システムの一部を使用していたが、最近では商用の言語やツールが作成されている。

### 3. 人工知能におけるあいまいさの取り扱い

人工知能の分野のうちで、最も積極的にあいまいさを利用しているのは、エキスパート・システムの分野である。エキスパート・システムの作成においては、専門家のあいまいな知識を表現できる必要がある。エキスパート・システムの作成によく用いられるプロダクション・システムでは、**確実係数**(CF: certainty factor)により、ある種のあいまいさを記述できるのが普通になっている。ここでは、文献[2]に基づいて CF についてまとめよう。

プロダクション・システムは、プロダクション・ルールの集まり(ルールベース)とデータの集まり(作業記憶またはデータベース)からできている。プロダクション・ルールは、例えば、

if 条件<sub>1</sub> & 条件<sub>2</sub> & … & 条件<sub>n</sub>  
then 結論<sub>1</sub>, 結論<sub>2</sub>, …, 結論<sub>m</sub> (1)

のように書かれ、条件部(前提部)の条件<sub>1</sub>、条件<sub>2</sub>、…、条件<sub>n</sub>のすべてが作業記憶中のデータと一致すれば、結論部(動作部)の結論<sub>1</sub>、結論<sub>2</sub>、…、結論<sub>m</sub>を主張する(結論部が動作ならば、それを順に実行する)。

CF は結論がどれくらい確かであるかを 0 と 1 の間の数値で表わす (-1 と +1 の間の数値を使って表わすこともある)。1 はその結論が確実に正しいことを表わし、0 は確実に誤っていることを表わす。そして、例えば、

if 条件<sub>1</sub> & 条件<sub>2</sub> & … & 条件<sub>n</sub>  
then 結論<sub>1</sub>:C<sub>1</sub>, 結論<sub>2</sub>:C<sub>2</sub>, …, 結論<sub>m</sub>:C<sub>m</sub> (2)

のように表記し、条件<sub>1</sub>、条件<sub>2</sub>、…、条件<sub>n</sub>のすべてが作業記憶中のデータと一致すれば、結論<sub>1</sub>を C<sub>1</sub> の確からしきで主張でき、結論<sub>2</sub>を C<sub>2</sub> の確からしきで主張でき、…、結論<sub>m</sub>を C<sub>m</sub> の確からしきで主張できる、ことを表わす。

このような CF がついたルールを用いて推論を行なうために、文献[2]では、

(1) 条件部の条件<sub>1</sub>、条件<sub>2</sub>、…、条件<sub>n</sub>に一致する作業記憶中のデータの CF から条件部全体の CF をどのようにして求めるか。

(2) 条件部全体の CF(入力 CF と呼ぶ)から、ルール中の結論の CF を使って、その結論に対する CF(出力 CF と呼ぶ)をどのようにして求めるか。

(3) 2つ以上のルールが同じ結論を導くとき、それぞれの CF からその結論全体に対する CF をどのようにして求めるか。

の3つを定式化すればよいとし、2通りの方法を与えている。ここでは、その一方を紹介する。

(1) 条件<sub>1</sub>、条件<sub>2</sub>、…、条件<sub>n</sub>に一致する作業記憶中のデータの CF を C<sub>1</sub>、C<sub>2</sub>、…、C<sub>n</sub> とするとき、条件部全体としての CF を

$$C_{in} = \min(C_1, C_2, \dots, C_n) \quad (3)$$

とする。

(2) 入力 CF を C<sub>in</sub> とし、j 番目の結論の CF を C<sub>j</sub> とするとき、結論<sub>j</sub> に対する CF を

$$C_{out,j} = C_{in} \times C_j \quad (4)$$

とする。

(3) 同じ結論を導く k 個のルールの出力 CF を C<sub>1</sub>、C<sub>2</sub>、…、C<sub>k</sub> とするとき、その結論に対

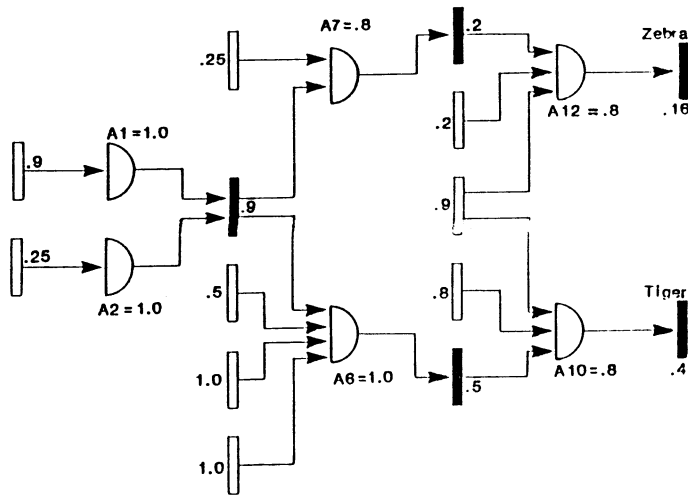


図1. CF を使った推論の例[2]

する全体的な CF を

$$C = \max (C_1, C_2, \dots, C_k) \quad (5)$$

とする。

この方法による計算例を図1に示す。ここで、□は作業記憶に初期値として与えられた既知の事実を、Dはルールによる推論を、■はルールにより推論された事実を表わす。この図では、(3)は使われていないが、これは、例えば、Tiger を導くルールが2つ以上あるときに、それらの CF のうちの最大のを Tiger の CF にするというを表わす。

文献[2]のもう1つの方法は確率に基づいている。CF の適切な計算方法は状況により大きく異なり、さらに、どの方法が適切であるかの判断さえも難しく、まだまだ多くの研究を必要とする。CF の取り扱いについては、文献[2]の初版である文献[1]では1ページ半しかなかったが、文献[2]では6ページも使っている。これは、7年の間のCFに対する認識の変化であろう。また、文献[5]、[13]にCFを含む推論の解説がある。なお、MYCINに関するかなり詳しい本[14]が出版された。MYCINにおけるCFの取り扱いについてはこれを参照されたい。

#### 4. ファジィ集合論における人工知能へのアプローチ

ファジィ集合論が、本来、人間のあいまいさを取り扱うために提案されたことを考えると、ファジィ集合論において人工知能に関連した研究が行なわれているのは当然のことである。このような研究は数多く行なわれているが、知識表現に関するL.A. ZadehのPRUFと問題解決に関するファジィ推論について述べよう。

##### 4.1. PRUF

PRUF (possibilistic relational universal fuzzy)[15]は、自然言語の意味を表現するための言語で、自然言語の文の意味を可能性分布で表現する。そして、自然言語の文をPRUFの表現に変換する規則を4つの型にわけて示している。

(1) 修飾規則(modification rule): N を対象の名前とし、F をファジィ集合とすると、自然言語の文 “N is F” は、基本的には、 $\Pi_x = F$  という PRUF の式に変換される。N が n 個の変数に関連しているときは、F はファジィ関係となる。そして、F に not、very、more or less などの修飾語が付いた場合には、修飾語をファジィ集合に対する演算子として計算する。

(2) 合成規則(composition rule): (1)の形の2つ以上の文を and、or、if ~ then ~、if ~ then ~ else ~ を用いて結合したときの処理のしかたに関する規則で、要素の文に含まれているファジィ集合をもとにしてファジィ関係をつくる。

(3) 限量規則(quantification rule): この規則を適用する文の一般形は “QN are F” である。Q はファジィ限量子と呼ばれるもので、most、many、few、some、almost などの単語に対応する。これは、ファジィ集合のグレードの和を求める関数 count やファジィ集合のうちである性質を持つものの比率を求める関数 prop を使って変換する。

(4) 限定規則(qualification rule): この規則を適用する文の一般形は “N is F is  $\tau$ ” である。 $\tau$  は、真理値限定ならば true、not true、very true、false、more or less false などの真理値上の言語値で、確率限定ならば probable、very probable、not probable、likely、very likely などの確率値上の言語値で、可能性限定ならば possible、quite possible、almost impossible などの可能性の値の上の言語値である。これらの変換は、真理値限定の場合には F を少し変形した F' というファジィ集合を得るように、確率限定の場合にはファジィ事象の概念を利用して、可能性限定の場合には可能性測度を利用して行なう。これらの変換には、かなりの量の計算が必要である。

そして、文献[15]では、次の英語の文の PRUF への変換の例が与えられている。

- Ed is 30 years old. Ed is young. Ed is not very young. Sally is very intelligent.
- Edith is tall and blonde.
- A man is tall. All men are tall. Most men are tall.
- three tall men, several tall men, expensive red car with big trunk
- John loves Pat. John loves someone. John loves everyone.
- Someone loves someone. Someone loves everyone.
- Jill has many friends.
- The man near the door is young.
- Kent was walking slowly toward the door.
- Herta is not very tall is very true. Carole is very intelligent is very likely.
- X is small is very true is likely.
- men who are much taller than most men
- Many men are much taller than most men.
- Beth gave several big apples to each of her close friends.

## 4.2. ファジィ推論

あいまいな単語を含む場合の推論については、人工知能の分野ではまったく研究されていな



い。一方、ファジィ集合論においては、L.A. Zadeh が近似的推論(approximate reasoning)の概念[16]を提案して以来、多くの研究者により盛んに研究されている。

次のような形のあいまいな推論は我々が普段よく行なっているものである。

$$(1) \begin{array}{l} x \text{ and } y \text{ are approximately equal.} \\ x \text{ is large.} \\ \hline y \text{ is ?} \end{array} \quad (2) \begin{array}{l} \text{If } x \text{ is large then } y \text{ is small.} \\ x \text{ is very small.} \\ \hline y \text{ is ?} \end{array}$$

ただし、 $x$  と  $y$  は対象の名前である。このとき、 $y$  はどうなるだろうか。

近似的推論では、まず、large、small をファジィ集合として、approximately equal をファジィ関係として表現する。また、very はファジィ集合に対する演算子として定義する。そして、結論  $y$  のファジィ集合を、(1) の場合にはファジィ関係 approximately equal のファジィ集合 large の像という演算として定式化する。式で表わすと次のようになる。

$$\text{large} \circ \text{approximately equal} = L \circ AE = \{\max_{u \in U} (\mu_L(u) \wedge \mu_{AE}(u, v)) / v : v \in V\} \quad (6)$$

像という演算は、合成の演算の特殊な場合になっているので、これは推論の合成規則(compositional rule of inference)と呼ばれる[16]。そして、(2)の場合には条件文 “If  $x$  is large then  $y$  is small” は  $x$  と  $y$  の関係を表わしていると考えて、これをファジィ関係に変換してから推論の合成規則(6)を適用する。L.A. Zadeh は、条件文をファジィ関係に変換する方法として、最大最小規則と算術規則を提案した[16]。

その後、最大最小規則と算術規則の問題点が指摘され、条件文をファジィ関係に変換する新しい方法[17]が提案されたり、推論の合成規則の改良案[18]も提案されている。さらに、上の(2)の条件文をプロダクション・システムのルールと考えたときの、解釈・実行の方法も提案されている[19]。

#### 4. おわりに

以上、人工知能とファジィ集合論について、まず、人工知能の分野の現状について概説し、次に、人工知能の分野におけるあいまいさの取り扱い方法として確実係数について述べた。そして、ファジィ集合論における人工知能へのアプローチのうち、PRUF とファジィ推論について簡単に述べた。今後、人工知能の分野ではより合理的にあいまいさを取り扱うためにファジィ集合論を利用するだろうし、ファジィ集合論では重要な応用分野として人工知能の各分野に積極的に応用されるであろう。

#### [参考文献]

1. P.H. Winston (1977) : Artificial Intelligence, 444p., Addison-Wesley (Reading, Mass., USA). (第1部の邦訳) 長尾、白井 (1980) : 人工知能、276 ページ、培風館。
2. P.H. Winston (1984) : Artificial Intelligence - Second Edition, 527p., Addison-Wesley (Reading, Mass., USA).
3. A. Barr and E.A. Feigenbaum (eds.) (1981) : The Handbook of Artificial

- Intelligence Vol.1, 409p., Pitman (London, GB). (邦訳) 田中、淵 (監訳) (1983): 人工知能ハンドブック 第I巻、510 ページ、共立出版。
4. 白井、辻井 (1982): 人工知能、204 ページ、岩波講座 情報科学 22、岩波書店。
  5. 田中 (編) (1984): 知識工学、411 ページ、朝倉書店。
  6. T. Winograd (1972): Understanding Natural Language, Academic Press (New York, USA). (邦訳) 淵、田村、白井 (1976): 言語理解の構造、266 ページ、産業図書。
  7. 藤田、住永 (1985): 「次々とうぶ声を上げる日本語機械翻訳システム」、日経エレクトロニクス、1985 年 12 月 2 日号、pp.137-168。
  8. W.A. Woods (1972): "An Experimental Parsing System for Transition Network Grammars", in R. Rustin (ed.): Natural Language Processing, Algorithmics Press (New York, USA), pp.113-154.
  9. C.J. Fillmore (1968): "The Case for Case", in E. Bach and R.T. Harms (eds.): Universals in Linguistic Theory, Holt, Rinehart, and Winston (New York, USA), pp.1-88.
  10. R.C. Schank (1975): Conceptual Information Processing, North-Holland (Amsterdam, the Netherlands).
  11. D.A. Waterman (1986): A Guide to Expert Systems, 419p., Addison-Wesley (Reading, Mass., USA).
  12. 稲葉 (1985): 「商品化相次ぐエキスパート・システム開発用ツールを比較する」、日経エレクトロニクス、1985 年 11 月 4 日号、pp.153-175。
  13. 石塚 (1985): 「曖昧な知識の表現と利用」、情報処理、Vol.26、No.12、pp.1481-1486。
  14. B. Buchanan and E.H. Shortliffe (eds.) (1984): Rule-Based Expert Systems - The MYCIN Experiments of the Stanford Heuristic Programming Project, 748p., Addison-Wesley (Reading, Mass., USA).
  15. L.A. Zadeh (1978): "PRUF - A Meaning Representation Language for Natural Languages", International Journal of Man-Machine Studies, Vol.10, pp.395-460.
  16. L.A. Zadeh (1975): "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning", Information Sciences, Vol.8, pp.199-248; Vol.8, pp.301-357; Vol.9, pp.43-80.
  17. M. Mizumoto, S. Fukami and K. Tanaka (1979): "Some Methods of Fuzzy Reasoning", in M.M. Gupta and R.R. Yager (eds.): Advances in Fuzzy Set Theory and Applications, North-Holland (Amsterdam, the Netherlands), pp.117-136 .
  18. M. Mizumoto (1980): "Fuzzy Conditional Inference under Max- $\odot$  Composition", Information Sciences, Vol.27, pp.183-209.
  19. M. Umno (1986, to appear): "A Fuzzy Production System", in C.V. Negoita and H. Prade (eds.): Fuzzy Logics in Knowledge Engineering, Verlag TÜV Rheinland (Köln, West Germany).

ファジィ推論に基づいたシソーラス利用のモデル  
A Modelling of a Thesaurus Use Based on Fuzzy Reasoning

村井哲也, 宮腰政明, 新保 勝  
Tetsuya MURAI, Masaaki MIYAKOSHI, and Masaru SHIMBO

北海道大学大学院工学研究科情報工学専攻  
Division of Information Engineering,  
Graduate School of Engineering, Hokkaido University

Abstract

Among functions of search oriented thesauri in natural language retrieval systems, the recovery of incomplete information derived from uncontrolled index terms should be performed by the system automatically. We formulate this function by simple inference formulae and describe an aggregation of results of inference, which is the basis of automatic recovery.

1. まえがき

文献情報検索の分野におけるシソーラスの重要性はいうまでもない。従来、統制語検索システムか自然語検索システムかの議論は文献情報検索の分野における一つの問題であった[17]。近年は文献数の増大およびシステムのオンライン化に伴い、統制語のみのシステムから自然語を導入する方向へ移行しつつある[17,18,12]。そして、これら二種類のシステムにおいてシソーラスの性格は異なっている。

統制語検索システムでは、文字通り索引語はシステムにより統制され、索引語間の厳密な意味的關係(同義性、上位下位関係、類義性等)を含むリストがシソーラスである。索引者は文献の表題・抄録等に現れる自然語を典拠リストとしてのシソーラスを参照しながら統制語に変換する。この変換によって、同一の(もしくは、類似した)概念が異なる文献において異なる語で表現されていたとしても、(索引者のミスを除き)利用者は安心して探索できる。しかし、索引付けの自動化は比較的困難である。

一方、自然語検索システムでは、通常、文献の表題・抄録等に出現する語を(不要語を除き)そのまま索引語として採用する[5,15]。従って、コンピュータによる索引付けの自動化が比較的容易であるため、近年の論文サイズの文献数の膨張に対処する有力な手段と考えられている。しかし、統制語システムでは回避されていた同義語・類義語の問題が存在する。すなわち、利用者はある概念について検索する場合、それに同義・類義な語を全て思いつかないと検索漏れを生ずる。そのために、例えば、トランケーション(部分マッチ)等の機能が用意される。更に、各索引語に対し同義・類義語を中心に関連語を集めた、いわゆる探索用シソーラスの提供も提案されている[17]。従って、自然語システムにおけるシソーラスは、索引語間の厳密な意味的關係を記述したのではなく、むしろ探索用に関連語を収集・分類した索引語(検索語)リストといえる。

さて、自然語システムの環境下で、利用者は探索用シソーラスにより自然語であるが故に欠落した情報の補完を試みる。もちろん、探索用シソーラスには利用者の適合文献探索過程を連想的に展開させるツールとしての機能もある[6]。しかし、これはあくまで利用者の側の問題である。これに対し補完の機能は本来システム側であらかじめ実行すべきものである。Lancasterらによる自然語システムEARSにおける検索の実験報告が文献[17]に紹介されている。そこでは、探索の失敗の多くは要求に関係する可能な用語を調べられなかったことにあり、これを探索上の失敗と位置付けているが、むしろこれはシステム側の管理不足ともいえ、将来の自然語検索システムでは、索引付けと探索は自然語で行い、かつ自然語間の関係をあらかじめシステム側で整理する方向で進むべきであろう。JICSTにおいても統制語システムの立場から同様な提言がなされており[16]、実際最近では表題からの自然語切り出しも行われている[1,2,3]。本稿では、このような立場に立ち、利用者の欠落情報を補完するためのシソーラス利用を単純な推論式で表現し、その推論式による推論結果の集積について論ずることで、システムによる欠落情報補完の自動化の基礎とする。尚、筆者らは、重み付き索引付けの前提を置かないファジィ検索システムの構築をめざしている[11]。従って、ここでも二値的索引付けを仮定して議論を進める。

2. 探索用シソーラスにおける推論式の定式化

2.1 探索用シソーラスの生成

既に述べたように、自然語検索システムにおける探索用シソーラスは用語間の厳密な上位下位関係、

同義・類義性の確立にこだわらず、それらを含めた広い意味での関連語を収集・分類して検索に役立つよう提供するものである。各索引語を文献集合D上のベクトルとみなし、それらの相関を計算するSaltonら[14]の索引語分類手法もその種のシソーラスの生成に役立つであろう。しかし、上位下位関係を全く無視して利用者に供するのにも不親切であるといえ、厳密さでは一步譲るにせよ何らかの上位下位性を示す情報がある方が使いやすいであろう。Saltonら[14]は非対称な相関係数も示しており、通常の相関係数との併用も考えられるが、むしろ類似性と包含関係をあらかじめ備えた(ファジィ)集合論に基づくMiyamotoら[8]のシソーラスモデルが適当である。

Miyamotoらのモデルは、索引語を何らかの全体集合上の(ファジィ)集合として表現し、(ファジィ)集合としての類似性・包含関係を索引語間の類義性・上位下位関係に対応させる。実際の計算にはSaltonらと同様、文献集合上に表現している。これに対し、筆者らは索引語を索引語集合T上に表現することを試みた[9]。これは

- ・より多くの索引語と関連のある索引語ほど上位であるとみなすのは自然である、
- ・自然語システムでは文献集合上における同義語・類義語の排反的な出現が予想される

ことによる。具体的に索引語間の関連を得るには、システムの自己完結性を考慮し、従来よく利用されてきた索引語の同時出現に基づく方法をとる。すなわち、索引語t, sに対し、それらの間の関係Rを

$$R(t, s) = \max_{d \in D} \{ \min(d(t), d(s)) \}$$

と定義する。尚、maxの代わりに $\Sigma$ (和)をとり正規化すると、同時出現文献数を考慮することになる。このRから索引語tのT上の表現 $\tilde{t}$ は

$$\tilde{t}(s) = R(t, s) \quad (s \in T)$$

と定義でき、これを索引語表現と呼ぶ[11]。二つの索引語間の類似性は

$$rt(t, s) = \frac{|\tilde{t} \cap \tilde{s}|}{|\tilde{t} \cup \tilde{s}|},$$

tのsに対する上位性、下位性はそれぞれ

$$bt(t, s) = \frac{|\tilde{t} \cap \tilde{s}|}{|\tilde{s}|}, \quad \text{および} \quad nt(t, s) = \frac{|\tilde{t} \cap \tilde{s}|}{|\tilde{t}|},$$

で与える。これらは有限な(ファジィ)集合間の類似度および包含度(Dubois and Prade [4])による。

【例1】表1の索引付けから表2の索引語間の関係を得る。これから索引語間の類似性・包含性を計算した結果をそれぞれ表3, 表4に示す。

表1. 索引付け

	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>6</sub>	t <sub>7</sub>
d <sub>1</sub>	1	1	0	0	0	0	0
d <sub>2</sub>	1	0	1	0	0	0	0
d <sub>3</sub>	0	0	0	1	1	0	0
d <sub>4</sub>	0	0	0	0	0	1	1
d <sub>5</sub>	0	1	1	0	0	0	1
d <sub>6</sub>	1	1	1	0	0	0	0
d <sub>7</sub>	0	0	0	1	1	0	1

表2. 索引語間の関係

	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>6</sub>	t <sub>7</sub>
t <sub>1</sub>	1	1	1	0	0	0	0
t <sub>2</sub>	1	1	1	0	0	0	1
t <sub>3</sub>	1	1	1	0	0	0	1
t <sub>4</sub>	0	0	0	1	1	0	1
t <sub>5</sub>	0	0	0	1	1	0	1
t <sub>6</sub>	0	0	0	0	0	1	1
t <sub>7</sub>	0	1	1	1	1	1	1

表3. 索引語間の類似度

	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>6</sub>	t <sub>7</sub>
t <sub>1</sub>	1	0.75	0.75	0	0	0	0.29
t <sub>2</sub>	0.75	1	1	0.17	0.17	0.2	0.42
t <sub>3</sub>	0.75	1	1	0.17	0.17	0.2	0.42
t <sub>4</sub>	0	0.17	0.17	1	1	0.25	0.5
t <sub>5</sub>	0	0.17	0.17	1	1	0.25	0.5
t <sub>6</sub>	0	0.2	0.2	0.25	0.25	1	0.33
t <sub>7</sub>	0.29	0.42	0.42	0.5	0.5	0.33	1

表4. 索引語間の包含度

	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>6</sub>	t <sub>7</sub>
t <sub>1</sub>	1	1	1	0	0	0	0.67
t <sub>2</sub>	0.75	1	1	0.25	0.25	0.25	0.75
t <sub>3</sub>	0.75	1	1	0.25	0.25	0.25	0.75
t <sub>4</sub>	0	0.33	0.33	1	1	0.33	1
t <sub>5</sub>	0	0.33	0.33	1	1	0.33	1
t <sub>6</sub>	0	0.5	0.5	0.5	0.5	1	1
t <sub>7</sub>	0.33	0.5	0.5	0.5	0.5	0.33	1

## 2.2 シソーラス利用の推論式

ここで問題とするシソーラス利用は欠落情報を補完する機能である。文献  $d$  が索引語  $t$  で索引付けされているか否かを示す関係を  $\text{ind}$  とする：

$$\text{ind}(d, t) = \begin{cases} 1 & (d(t) = 1) \\ 0 & (d(t) = 0) \end{cases}$$

また、文献  $d$  と索引語  $t$  の適合性を  $\text{rel}(d, t)$ 、二つの索引語  $t, s$  間の関連性を  $\text{rel}(t, s)$  で表す。

ある概念について探索を試みる時、利用者は索引語(検索語)と論理演算子を組み合わせて自分の検索要求の近似を試みる。この近似がいかに十分であっても、同義・類義語が未統制である等により索引付けが不完全であれば検索漏れを防げない。そのため、シソーラスを利用して検索要求をより完全にする。簡単のため、一つの索引語で表される検索要求  $q$  について考察する。例えば、索引語  $t$  を考えた時、検索要求式は

$$q = t$$

となる。この段階では  $t$  に関する索引付け情報に基づき、次の推論式

$$(A) \quad \text{ind}(d, t) \rightarrow \text{rel}(d, t)$$

により適合文献を判定するといえる。すなわち、式(A)を真(=1)とみなすと、文献  $d$  が  $t$  で索引付けされている時に限り適合するとしている。そうでない時は通常の質料含意による限り、適合か否か判定できない。

これで得られた文献で満足できなかった場合、シソーラスを参照する。例えば、同義語として  $s$  をみつけた時、検索要求式を

$$q = t \vee s$$

と修正する。これは最初に索引語  $t$  を選んだ観点からみると、

$$(B) \quad \text{rel}(t, s) \wedge \text{ind}(d, s) \rightarrow \text{rel}(d, t)$$

なる推論をしたといえる。すなわち、 $t$  に対し関連語  $s$  が存在する時、 $s$  で索引付けられている文献も  $t$  (正確には、 $t$  で表現されるはずの要求内容)に適合すると判定するものである。ここでも、関連のない語の場合や、関連語であってもそれにより索引付けされていない文献については、質料含意による限り適合性についてなら述べていない。

以上、二値論理に基づいて述べたが、多値論理への拡張は容易である。但し、二値的索引付けの仮定から  $\text{ind}(d, t)$  のみ二値のままとする。 $\text{rel}(t, s)$  は値が1の時、関連性の理想として同義性を表すと解釈すると、式(B)は関連度の強い語から弱い語まで適用可能となる。例えば、多値論理の含意  $\rightarrow$  として

$$(*) \quad x \rightarrow y = 1 \iff x \leq y$$

を満たすものを採用する時、(B)は

$$\text{rel}(d, t) \in [\min\{\text{rel}(t, s), \text{ind}(d, s)\}, 1]$$

という制限として働く。 $\text{ind}(d, s) = 1$  の時、控え目に評価すると

$$\text{rel}(d, t) = \text{rel}(t, s)$$

とできる。

## 2.3 索引語間の関連度の設定

前節では索引語間の関連度が得られたと仮定して議論した。実際に、この関連度をどう得るかは重要な問題である。ここでは、2.1で述べた索引語表現を用いた関連度の導出を試みる。単純には、索引語表現の類似性をそのまま関連度とすることが考えられる：

$$(r1) \quad \text{rel}(t, s) = \text{rt}(t, s), \quad (t, s \in T)$$

しかし、これでは階層的にあまりにかけ離れたものをも含んでしまう可能性がある。そこで、包含性を考慮した

$$(r2) \quad \text{rel}(t, s) = \min\{\text{rt}(t, s), \max\{\text{bt}(t, s), \text{nt}(t, s)\}\}, \quad (t, s \in T)$$

の式も考えられる。

ところで、2.1で触れたように索引語を文献集合上に表現した場合、同義語を拾い切れない可能性がある。これを逆に利用して、索引語の文献集合上の表現による類似度とその排反性により比較的 low、かつ索引語集合上の表現が比較的高いものに同義語が含まれる可能性が予測できる。すなわち、

$$(r3) \quad \text{rel}(t, s) = \min\{\text{rt}(t, s), 1 - \text{rt}'(t, s)\}, \quad (t, s \in T)$$

但し、

$$\text{rt}'(t, s) = \frac{|\hat{t} \cap \hat{s}|}{|\hat{t} \cup \hat{s}|},$$

$$\hat{t}(d) = \begin{cases} 1 & (d(t) = 1) \\ 0 & (d(t) = 0) \end{cases}$$

である。

### 3. 推論結果の集成と可能的含意

#### 3.1 資料含意による推論結果の集成

検索要求  $q = t$  による検索文献が不満足、すなわち、式(A)だけでは不十分であった時、式(B)を適用することになる。式(B)に対する信頼性を閉区間  $[\delta, 1]$  で与えらるゝとする：

$$\{rel(t, s) \wedge ind(d, s) \rightarrow rel(d, t)\} = [\delta, 1].$$

例えば、 $\delta = 1$  とし、式(\*)を満足する含意を採用すれば、2. 3で述べた索引語間の関連度を得た時、 $rel(d, t)$ の取り得る可能性として

$$[a_s, 1]$$

なる閉区間を得る。ここで、

$$a_s = \min\{rel(t, s), ind(d, s)\}$$

である。式(A)で検索されなかった文献  $d$  に関し  $|T|$  個得られる証拠の集成による結論  $AG_k(d, t)$  を求める方法として単純には

$$AG_1(d, t) = \sqcup [a_s, 1] = [\max a_s, 1]$$

が考えられる。 $\sqcup$  は  $\vee$  の拡張である。通常はこれで十分であるが、証拠の多少による信頼性の表現が必要な場合もある。証拠の集成に力点を置けば、加算的に

$$AG_2(d, t)(j) = \frac{\sum_s [a_s, 1](j)}{NORM_k}$$

ともできる。ただ、この式を用いた場合も比較的 0 に近い  $a_s$  が多い時、 $AG$  は Unknown に近いものになる。尚、 $NORM_k$  は正規化のための定数で、例えば

$$NORM_1 = |T|,$$

$$NORM_2 = \max \sum_{i \in T} [a_s, 1](i)$$

とする。

上に得られた  $AG$  を評価するために、ファジィ真理値  $u-TRUE$  との比較が考えられる。すなわち、

$$\frac{\int_0^1 (u-TRUE \sqcup AG(d, t))(x) dx}{\int_0^1 AG(d, t)(x) dx}$$

これは、あらかじめ何種類かの言語的適合度 [10] を用意し、機械的に切り出した索引語(従って、二値的である)に対して索引語間の関連性に基づきどの言語的適合度に近いか判定するタイプの自動索引付けにつながる。現在、索引語間の関連性の他にロール分析による手法も併用した言語的適合度による自動索引付けを検討中である。

【例2】例1において、 $q = t_1$  に対して、Boolean検索では適合しない  $d_5$  について推論した結果を表5に示す。 $\delta = 1$  とし、 $rel$ として( $r1$ )を用いた時、 $AG_2$ による推論結果の集成は図1で与えられ、また、 $AG_1$ は区間  $[0.75, 1]$  となる。尚、この場合  $\delta = 0.8$  としGodelの含意( $\alpha$ 演算)を用いても同様の結果を得る。 $AG_2$ が  $u-TRUE$ より大きい度合は0.67である。

表5. 推論結果

$t_1$	$[0, 1]$
$t_2$	$[0.75, 1]$
$t_3$	$[0.75, 1]$
$t_4$	$[0, 1]$
$t_5$	$[0, 1]$
$t_6$	$[0, 1]$
$t_7$	$[0.29, 1]$

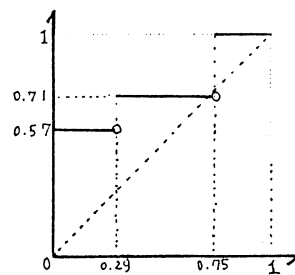


図1. 推論結果の集成 ( $AG_2$ )

#### 3.2 文献情報検索における含意と可能的含意の導入

文献情報検索における質問表現の代表的なものは Boolean要求表現で、これは二値的命題論理に従ったものである。しかし、一般には含意は用いられていないように見受けられる。文献検索のファジィ・モデルに関する文献でも含意を採用しているのは Yager [19] 等数えるほどである。理由としては、通常の含意(資料含意)の定義から前件が偽の時、後件の真偽にかかわらず真となることがある。例えば、検索要求

$$q = \text{パタン分類} \rightarrow \text{ファジィ関係}$$

をシステムに提出すると、パタン分類およびファジィ関係を扱った適合文献とパタン分類を扱っていない大量の文献を検索すると思われる。一方、検索要求

$a \Rightarrow b = \text{含意} \wedge (\text{ファジィ論理} \rightarrow \text{言語的真理値})$

では、含意に関する文献を要求するのだが、その中でファジィ論理に関するものについては言語的真理値についても扱っているものにしてほしい、のニュアンスがある。このように、文脈によって含意の意味が違ってくるに、質問表現への含意の導入が躊躇される理由があると考えられる。

さて、前者の例のように単独で含意を用いる時、前件が偽の場合は考慮外であり、これは日常言語における含意に対する考察(例えば、坂原 [13])と軌を一にする。すなわち、 $a = 0$  の時は

$$a \rightarrow b = ?$$

と考える。この '?' を楽観的に解釈すると質料含意になり、悲観的にとれば連言となる。しかし、むしろ前件が偽の時、真理値は連言と含意の間に落ちる可能性があると考え、文脈や条件文の性質からより制限的な値が定まるとできる。このような含意をここでは可能的含意と呼び

$$a \Rightarrow b$$

と表記する。前件が真の時、連言と質料含意は一致するので、一般に

$$a \Rightarrow b = \{a \wedge b, a \rightarrow b\}$$

と書くことができる。 $a = 0$  の時は

$$a \Rightarrow b = \{0, 1\}$$

となり、すなわち、二値論理におけるUnknownである。可能的含意は自然に多値論理に拡張できる：

$$a \Rightarrow b = [a \wedge b, a \rightarrow b].$$

特に、連言に対してT-ノルムを対応させる時、

$$a \Rightarrow b = [T(a, b), \hat{T}(1-a, b)]$$

あるいは

$$a \Rightarrow b = [T(a, b), \alpha_T(a, b)]$$

と表現できる。 $\hat{T}$  はTに双対なS-ノルムであり、 $\alpha_T$  はT-相対擬補元 [7] である。例えば、T-ノルムとしてminをとれば

$$a \Rightarrow b = [\min(a, b), \max(1-a, b)]$$

あるいは

$$a \Rightarrow b = [\min(a, b), \alpha(a, b)]$$

となる。ここで、

$$\alpha(a, b) = \begin{cases} 1 & (a \leq b) \\ b & (a > b) \end{cases}$$

### 3.3 可能的含意による推論結果の集成

可能的含意を用いた場合の推論結果の集成について述べる。ここでも

$$(C) \quad a \Rightarrow x = [\delta, 1]$$

なるように、閉区間  $[\delta, 1]$  で(B)の信頼性を与え、それと任意の  $y \in [0, 1]$  に対し  $a \Rightarrow y$  との関係

を調べることにする。式(C)から得られる可能なxの集合をXとする時、Xを求める方法として

$$(x1) \quad X = \{y \mid a \Rightarrow y \subset [\delta, 1]\}$$

$$(x2) \quad X = \{y \mid a \Rightarrow y \cap [\delta, 1] \neq \emptyset\}$$

$$(x3) \quad X = \left\{ \frac{\text{Inc}(a \Rightarrow y, [\delta, 1])}{y} \right\}$$

表6. 推論結果

$t_1$	* 1
$t_2$	* 2
$t_3$	* 2
$t_4$	* 1
$t_5$	* 1
$t_6$	* 1
$t_7$	* 3

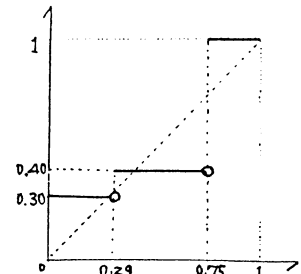
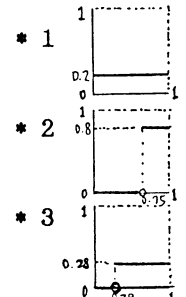


図2. 推論結果の集成

等がある。ここで、Incは区間間の包含性を測るもので、A, Bを二つの閉区間とする時

$$\text{Inc}(A, B) = \frac{\int_{A \cap B} dx}{\int_A dx}$$

で定義する。

【例3】 $\delta = 0.8$ とし、 $\min$ と $\alpha$ 演算を用いる時、式(x3)による推論結果と集成をそれぞれ表6, 図2に示す。u-TRUEより大きい度合は0.84である。

#### 4. あとがき

本稿では自然語検索システムにおける探索用シソーラスの機能のうち、同義語・類義語の未統制に起因する欠落情報の補完を単純な推論式で表し、それによる推論結果の集成を述べた。その際、通常の質料含意に基づく推論結果の集成の他に、日常言語の含意に近い可能的含意による推論と結果の集成も示した。本来、この欠落情報はあらかじめシステム側で補完すべきものであり、本稿で論じた内容はこの機能をシステムにのせるための基礎となる。今後、この機能をいかに効率よく実行するかが課題となる。以前、筆者らは二値的索引付けのもとでランク付け出力を可能とするBoolean検索手法を提案した[11]が、この手法と本稿の内容との関連について現在検討中である。

#### 参考文献

- [1] 荒木啓介, 金子明夫, 高野文雄, 日夏健一, 日本語論文タイトルからのキーワード自動抽出システム(JAKAS), 情報処理学会自然言語処理研究会資料26-3, 1981.
- [2] 荒木啓介, 小原満穂, 金子明夫, 高野文雄, 日夏健一, JICSTファイルのタイトル自動抽出キーワードの特徴と利用法(I), 情報管理, Vol. 25, No. 9, pp. 773-793, 1982.
- [3] 荒木啓介, 高野文雄, JICSTファイルのタイトル自動抽出キーワードの特徴と利用法(II), 情報管理, Vol. 27, No. 4, pp. 331-339, 1984.
- [4] D. Dubois and H. Prade, Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, 1980.
- [5] 稲葉安養子, シソーラスとは, 情報管理, Vol. 20, No. 1, pp. 49-59, 1977.
- [6] 前田隆, 桃内佳雄, 沢村一, 探索用シソーラスの構成とその自動化について, 電子通信学会技術研究報告, AL78-29, 1978.
- [7] 宮腰政明, 新保勝, T-ノルムを用いたファジィ関係の合成とそのファジィ推論への応用, 電子通信学会論文誌, Vol. J67-D, No. 4, pp. 391-398, 1984.
- [8] S. Miyamoto, T. Miyake and K. Nakayama, Generation of a Pseudothsaurus for Information Retrieval Based on Cooccurrences and Fuzzy Set Operations, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-13, No. 1, pp. 62-70, 1983.
- [9] 村井哲也, 宮腰政明, 新保勝, 近似関係によるパターンの分類, 電気関係学会北海道支部連合大会講演論文集, p. 205, 1984.
- [10] 村井哲也, 宮腰政明, 新保勝, 文献情報検索におけるファジィ検索要求の言語的アプローチ, 第1回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp. 159-164, 1985.
- [11] T. Murai, M. Miyakoshi and M. Shimbo, A Fuzzy Retrieval Method Based on Two-Valued Indexing, Submitted to Fuzzy Sets and Systems.
- [12] 中倉良夫, INSPECデータベースによる探索, 情報管理, Vol. 21, No. 12, pp. 921-933, 1979.
- [13] 坂原茂, 日常言語の推論, 東京大学出版会, 1985.
- [14] G. Salton and M. G. McGill, Introduction to Modern Information Retrieval, McGraw-Hill, 1983.
- [15] 笹本光雄, 坂本徹朗, 黒澤正彦, 化学・薬学・生物医学のオンライン情報検索, 地人書館, 1981.
- [16] 菅宮和夫, JICST科学技術用語シソーラス—今後の問題—, 情報管理, Vol. 23, No. 11, pp. 1011-1016, 1981.
- [17] 高野文雄, 岡野弘行, シソーラスの利用と今後の問題(I), 情報管理, Vol. 20, No. 11, pp. 875-893, 1978.
- [18] 高野文雄, 岡野弘行, シソーラスの利用と今後の問題(II), 情報管理, Vol. 20, No. 12, pp. 945-965, 1978.
- [19] R. R. Yager, A Logical On-Line Bibliographic Searcher: An Application of Fuzzy Sets, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-10, No. 1, pp. 51-53, 1980.



# ファジィ集合の概念を用いた Prolog について

Prolog Based on Fuzzy Set Theory

馬野 元秀 (大阪大学 大型計算機センター)  
Motohide Umno (Computation Center, Osaka University)

## Abstract

Recently Prolog has been used to implement expert systems. But useful knowledge of human experts is fuzzy and uncertain, and it is difficult or may be impossible for ordinary Prolog to represent and manipulate such fuzzy knowledge.

So we propose FS-Prolog (Fuzzy-Set Prolog), in which we can add truth-values for clauses to express fuzziness of facts and write possibility distributions and fuzzy sets in predicates to express fuzziness in word meaning. The patterns including possibility distributions and fuzzy sets are matched fuzzily. Examples of facts, query and rules are illustrated.

## 1. はじめに

知識工学の進歩により、数多くのエキスパート・システムが作成されている[1]が、最近では、論理型言語 Prolog [2] によりエキスパート・システムが作成されることが多くなってきた。エキスパート・システムを作成するには、専門家から知識を獲得する必要があるが、専門家の有用な知識の多くは不確かであり、通常の Prolog で表現しようとしても、非常に面倒であったり、不可能であることが多い。

これは、通常の Prolog が 2 値の 1 階述語論理に基づいているためであり、拡張として、ファジィ論理に基づく Prolog がいくつか提案されている[3],[4]。これらの Prolog では、0 と 1 の間の数値を真理値として節に付加することにより、事実やルールの正しさを表現することができ、質問に対する真理値はシステムが自動的に計算してくれる。これと同じことを通常の Prolog で記述しようとするとかかなり面倒で、複雑なものになってしまう。

しかし、節に区間 $[0,1]$ の真理値を付加できる機能だけでは、表現できない知識も多い。例えば、「Aさんは若い」や「Bさんの血圧がとても高い」などのように、単語自身が持っているあいまいさがその例である。本論文では、ファジィ論理に基づく Prolog をさらに拡張した可能性分布とファジィ集合に基づく FS-Prolog (Fuzzy-Set Prolog) を提案する。FS-Prolog では、ファジィ論理 Prolog と同じように、節に真理値を付加して、事実やルールの正しさを表現で

きる以外に、節の中に単語自身もつあいまいさを記述でき、ファジィ的なパターン・マッチングを行ないながら処理を進めていく。以下、できるだけ例を多く用いて FS-Prolog での記述のしかたや実行の方法について述べていこう。

## 2. ファジィ集合に基づく FS-Prolog

FS-Prolog では、単語自身もつあいまいさは可能性分布[5]とファジィ集合[6]で表現し、これを述語の項として書くことができるようにし、事実やルールの正しさは真理値空間[0,1]上の可能性分布で表現し、これを節に付加できるようにしている。

### 2.1. 主張と問い合わせ

「A さんの年齢が 30 歳であるという事実が 0.8 だけ正しい」という事実を主張するには、FS-Prolog では、

```
0.8 : age(A, 30). (1)
```

と書く(A は変数ではない)。これに対して、

```
?-age(A, *x). (2)
```

を実行すると(\* がついているのが変数)、結果として

```
value_of_*x=30  
{0.8}:age(A,30).
```

を得る。結果の真理値 {0.8} は要素が 0.8 である可能性分布を表わしている。これは、システム内部では、真理値をすべて可能性分布で表現し、統一的に処理しているためである。なお、主張(1)で 0.8: を省略すると、1: が省略されていると考える。

いま、図 1 のようなファジィ集合を Lisp でメンバーシップ関数を用いて、

```
(defun young(x) (pi x 0 20 40) )
```

と定義し(関数 pi は本システムの組み込み関数である)、ファジィ集合による問い合わせ

```
?-age(A, @young(*x)). (3)
```

を実行すると、

```
value_of_*x=30  
{0.5}:age(A,30).
```

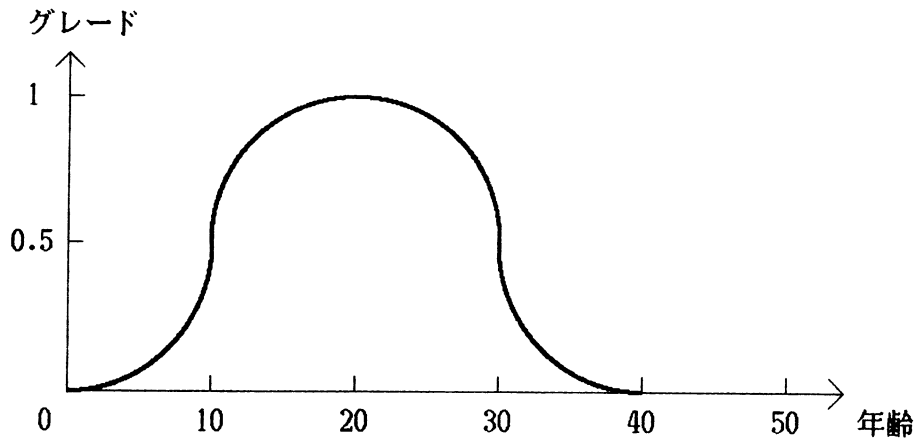


図1. ファジィ集合 young

となる。 $@young(*x)$  と 30 とのマッチングでは、項に  $@$  がついているので特別の処理が行なわれる。すなわち、 $@young(-)$  の部分のマッチングは行なわれずに、 $*x$  と 30 とのマッチングが行なわれ、 $*x$  には 30 が代入される。そして、このときの一致度として、 $young(30)$  が計算され、0.5 を得る。ところが、主張(1)には 0.8 という真理値がついていた。そこで、問い合わせ(3)全体(詳しくは述語全体)としての正しさは、0.5 と 0.8 の何らかの関数として定義される。この関数  $f1$  のデフォルトをいまは  $\min$  としているので、結果の真理値は

$$\min(0.5, 0.8) = 0.5$$

となる。

さらに、「Bさんの年齢が26歳ぐらいであることがまあ正しい」という主張を考えよう。これは、例えば、

$$\{0.8/1, 1/0.9, 0.5/0.8\} : \text{age}(B, \{0.6/25, 1/26, 0.7/27\}). \quad (4)$$

と表現できる。 $\{0.6/25, 1/26, 0.7/27\}$  は「26歳ぐらい」を表わす可能性分布で、Bさんの年齢は26歳である可能性が1で一番高く、27歳の可能性が0.7、25歳の可能性が0.6であることを表わす。そして、Bさんが「26歳ぐらい」であることの真理値が可能性分布  $\{0.8/1, 1/0.9, 0.5/0.8\}$  で、「まあ正しい」ことになる。これに対して、

$$?-\text{age}(B, *x). \quad (5)$$

という問い合わせを行なうと、実行結果は

```
value_of_*x={0.6/25, 1/26, 0.7/27}
{0.5/0.8, 1/0.9, 0.8/1}:age(B, {0.6/25, 1/26, 0.7/27}).
```

となる。そして、

$$?-age(B, @young(*x)). \quad (6)$$

という問い合わせを行なうと、実行結果は

```
value_of_*x={0.6/25, 1/26, 0.7/27}
{0.7/0.755, 0.5/0.8, 1/0.82, 0.6/875}:age(B, {0.6/25, 1/26, 0.7/27}).
```

となる。

これは次のように計算される。まず、変数 \*x に {0.6/25, 1/26, 0.7/27} が代入され、一致度は、

$$young(\{0.6/25, 1/26, 0.7/27\}) \quad (7)$$

となる。このように可能性分布に関数を適用するときは、「すべての要素に関数を適用し、結果の可能性はもとの要素の可能性を採用する」という 1 変数の拡張原理を用いると、

```
young(\{0.6/25, 1/26, 0.7/27\})
= \{0.6/young(25), 1/young(26), 0.7/young(27)\}
= \{0.6/0.875, 1/0.82, 0.7/0.755\}
```

となる。そして、問い合わせの結果の真理値は、この可能性分布と主張(4)に付加された真理値 {0.8/1, 1/0.9, 0.5/0.8} とに関数 f1 (いまは min) を適用して、

$$\min(\{0.6/0.875, 1/0.82, 0.7/0.755\}, \{0.8/1, 1/0.9, 0.5/0.8\}) \quad (8)$$

となる。これは「要素のすべての組み合わせに関数を適用し、真理値はそれらの真理値の小さい方を採用する」という 2 変数関数の拡張原理を用いて、

```
\min(\{0.6/0.875, 1/0.82, 0.7/0.755\}, \{0.8/1, 1/0.9, 0.5/0.8\})
= \{0.6^0.8/\min(0.875,1), 0.6^1/\min(0.875,0.9), 0.6^0.5/\min(0.875,0.8),
    1^0.8/\min(0.82,1), 1^1/\min(0.82,0.9), 1^0.5/\min(0.82,0.8),
    0.7^0.8/\min(0.755,1), 0.7^1/\min(0.755,0.9), 0.7^0.5/\min(0.755,0.8)\}
= \{0.6/0.875, 0.6/0.875, 0.5/0.8, 0.8/0.82, 1/0.82, 0.5/0.8,
    0.7/0.755, 0.7/0.755, 0.5/0.755\}
= \{0.7/0.755, 0.5/0.8, 1/0.82, 0.6/0.875\}
```

となる。ここで、 $\wedge$  も min を表わすが、適用関数と区別するために異なる表記を用いてある。

次に、1つの述語に複数個の項があるときの処理方法について考えよう。これは、例えば、主張

$$t: p(a1, a2, a3). \quad (9)$$

に対して、問い合わせ

$$?-p(@F1(*x1), @F2(*x2), @F3(*x3)). \quad (10)$$

をマッチさせる場合に相当する。このとき、述語  $p$  の引数全体の真理値は、各項の真理値に関数  $f2$  を適用して、

$$c = f2(F1(a1), F2(a2), F3(a3)) \quad (11)$$

により計算する。関数  $f2$  は 2 変数関数として与えるので、より正確には

$$c = f2(f2(F1(a1), F2(a2)), F3(a3)) \quad (12)$$

で計算する。関数  $f2$  もデフォルトは min である。また、 $F_i(a_i)$  が可能性分布の場合でも、式(8)のように拡張原理を用いて計算できる。そして、述語全体の真理値は、 $f1(c, t)$  となる。

## 2.2. ルール

FS-Prolog のルールは、例えば、

$$0.9 : \text{youth}(*x) - \text{male}(*x), \text{age}(*x, @\text{young}(*y)). \quad (13)$$

$$\{0.4/0.3, 0.8/0.4, 1/0.5, 0.7/0.6, 0.3/0.7\} : \\ \text{youth}(*x) - \text{female}(*x), \text{age}(*x, @\text{young}(*y)). \quad (14)$$

のように書く。ここで、 $f\text{young}(-)$  は女性の「若さ」を表わすファジィ集合で、すでに Lisp の関数の形で定義されているとする。このとき、真理値は節全体に付くと考える。すなわち、例えば、ルール(13)は「male で age が young であれば、youth であることが 0.9 正しい」と考える。

これらの節に対して、

$$?-\text{youth}(A). \quad (15)$$

という問い合わせをすると、ルール(13)の左辺がマッチし、 $*x=A$  の代入が行なわれ、右辺が

実行される。右辺の 1 番目の述語は成功し(いまは  $\text{male}(A)$  が定義されているとする)、真理値は 1 となり、2 番目の述語は 2.1 節で述べたように真理値が 0.5 となる。そして、右辺全体の真理値は各述語の真理値の関数  $f_3$  となり、これもデフォルトは  $\text{min}$  なので  $\text{min}(1, 0.5) = 0.5$  となる。そして、 $\text{youth}(A)$  の真理値は、いま求めた右辺の真理値と節全体につけられた真理値との関数  $f_4$  で計算する。この関数  $f_4$  のデフォルトも  $\text{min}$  なので、問い合わせ(15)の  $\text{youth}(A)$  の真理値は  $\text{min}(0.5, 0.9) = 0.5$  となる。

述語のどれかが失敗するかまたは真理値がしきい値  $\theta$  の値より小さくなると、バックトラックを起こし、次の可能性を調べる。しきい値  $\theta$  はユーザが自由に設定できる(デフォルトは 0.1 である)。

一般的には、関数  $f_3$  と  $f_4$  の引数が可能性分布になることもあるが、これも式(8)と同じ方法により計算できる。ルール(14)を使う場合がこれに当たるが、計算の過程は省略する。

また、真理値を利用することにより、複数個の解が存在するときに、モードをかえることにより真理値の大きい方から  $n$  個の解を求めることも可能となっている。

### 3. おわりに

データや真理値に可能性分布やファジィ集合を書くことのできる FS-Prolog に関して、記述のしかたと実行の方法について述べた。真理値を処理する関数はユーザが自由に定義できるようにしてあるので、そのときの状況やユーザの主観に応じた処理が可能となる。なお、本 FS-Prolog は VAX-11/780 上の Eunice (VAX/VMS における UNIX 4.1 bsd のエミュレータ)の Franz Lisp により作成した。ただし、Prolog の核の部分は文献[2]の Portable Prolog を参考にし、ファジィ集合に関する部分は我々のところで作成した「Lisp によるファジィ集合処理システム」を使用した。

#### [参考文献]

1. D.A. Waterman (1986) : A Guide to Expert Systems, 419p., Addison-Wesley (Reading, Mass., USA).
2. 中島 (1983) : Prolog, 165p., コンピュータ・サイエンス・ライブラリー、産業図書。
3. 金井、石塚 (1986) : 「Prolog-ELF : ファジィ論理を組み込んだ Prolog」、情報処理学会論文誌、Vol.27、No.4、pp.411-416。
4. 向殿 (1983) : 「Fuzzy Prolog の試み」、情報処理学会 第 27 回(昭和 58 年後期)全国大会 講演論文集、pp.289-290、No.1N-2。
5. L.A. Zadeh (1978) : "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility", Fuzzy Sets and Systems, Vol.1, pp.3-28.
6. L.A. Zadeh (1965) : "Fuzzy Sets", Information and Control, Vol.8, pp.338-353.

# 付加データ利用変形 F-ISO DATA の 画像領域分割への適用

Application of modified F-ISO DATA with additional data  
to area division of images

廣田 薫・ 岩間 和也\*\*

Kaoru Hirota・ Kazuya Iwama\*\*

\* 法政大学工学部電気工学科計測制御専攻  
\*\* 法政大学大学院工学研究科電気工学専攻

\* Dept. of Instrument & Control Eng., College of Eng., Hosei Univ.  
\*\* The Hosei Univ. grad. school, Eng. Division, Electrical & Electronic Eng.

## ABSTRACT

A modified version of Fuzzy c-Means, called Fuzzy c-Means with additional data, is presented. Usefulness of the algorithm is confirmed through a numerical simulation experiment and area division of imagery data. Results of various fuzzy clustering algorithms applied to imagery data are also investigated from a viewpoint of subjective entropy of probabilistic sets

### 1. はじめに

現在までに多数のファジィ・クラスタリング・アルゴリズムが提案されており、中でも Bezdek, Dunn らの FCM (Fuzzy c-Means)<sup>1), 2)</sup> は安定性も良く多く使われている。しかし画像データに適用した場合、類似したパターンのデータ集合の分類や、孤立したデータに弱いという欠点がある。孤立データに弱いという欠点を改良したものに大橋の FCM の変形がある<sup>3)</sup>。このアルゴリズムは、孤立したデータ全体のクラスタ数 (パターン数) は 1 つであるとみなす手法であるため、孤立したデータのクラスタ数が複数の場合は十分な結果が得られない。

一方、W. Pedrycz はデータ構造のわかっている一部のデータ群については、あらかじめある程度の結果を与えておくという FCM の変形を提案している<sup>4)</sup>。しかし、このアルゴリズムも画像データという膨大なデータ数への適用は困難である。

そこで、FCM に基準クラスタ (パターン) ・ベクトルを導入してこの点を改善したアルゴリズム FCM-AD を提案し、画像のパターン認識に応用した結果を報告する。

### 2. FCM

ファジィ・クラスタリングは  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  ( $x_j \in R^s$ ) で与えられるデータ集合を  $c$  個のクラスタに分類し、結果を分割行列  $U$  で表す。

$$U = [u_{ij}] \quad i=1, \dots, c \quad j=1, \dots, n \quad (2-1)$$

$$u_{ij} \in [0, 1] \quad (2-2)$$

$$1 \leq i \leq c \quad \sum_{j=1}^n u_{ij} > 0 \quad (2-3)$$

$$1 \leq j \leq n \quad \sum_{i=1}^c u_{ij} = 1 \quad (2-4)$$

$u_{ij}$  は、データ  $x_j$  が、クラスタ  $C_i$  に属する割合 (メンバーシップ) を示す。(2-3)式は、各々のクラスタにはかならず正の帰属度が存在することを、また(2-4)式は、各データがそれぞれのクラスタ

に属する割合の総和が、1に規格化されていることを表す。

よく使われるファジィ・クラスタリング・アルゴリズムとして(2-5)式の局所最小化によりUを決定する反復手法が提案されており、FCMと呼ばれている<sup>1),2)</sup>。(またそのプログラムはF-I S O D A T Aと呼ばれている。)

$$J_p(U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n (u_{ij})^p \|x_j - v_i\|^2 \quad (1 \leq p < \infty) \quad (2-5)$$

$$\text{Min} \{ J_p | V, U : (2-3) \& (2-4) \} \quad (2-6)$$

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_c\} \quad v_i \in R^s \quad (2-7)$$

### 3. FCMの変形アルゴリズムFCM-AD

FCMを画像データに適用した場合、類似したパターンのデータ集合の分類がうまくできないという欠点や、データ数の少ないクラスタのパターンは他のデータ数の多いクラスタに含まれてしまうという欠点がある。この点を改善するために(2-5)式に基準パターン・ベクトル  $s_i$  を導入して(3-1)式を目的関数とする方法 (FCM-AD) を提案する。

$$J_p(U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n (u_{ij})^p \{ (1 - g_i) \|x_j - v_i\|^2 + g_i \|x_j - s_i\|^2 \} \quad (1 \leq p < \infty) \quad (3-1)$$

$$g_i \in [0, 1] \quad (3-2)$$

$$\text{ただし } g_i \in (0, 1] \quad s_i \text{ を与えた場合} \quad (3-3)$$

$$g_i = 0 \quad s_i \text{ を与えない場合} \quad (3-4)$$

あらかじめ分類したいパターン (クラスタ) の代表となりうるいくつかのベクトルを  $\{s_i\}$  として与えておく。これは一種のパターンマッチングと考えることができる。本手法はW. Pedryczの手法<sup>4)</sup>と比較して、 $s_i$ を最高でもクラスタ数c個だけ与えればよく、与えるデータ数も少なくすむ。

また、 $g_i$ はクラスタ $C_i$ に関するFCMでのクラスタリングと $s_i$ を与えた場合の一種のマッチングによるクラスタリングとの比を表すパラメータである。 $g_i = 0$ の場合はFCMと同一であり、 $g_i = 1$ の場合は $s_i$ と各データ $x_j$ への距離によるクラスタリングとなる。 $g_i = 1/2$ の場合は両クラスタリングの重み付けが等しいクラスタリングである。

(3-1) 式の局所最小化を求めるためのアルゴリズムを以下に示す。

アルゴリズム FCM-AD ( Fuzzy c-Means with Additional Data )

①データ・ベクトル  $\{x_j\}^n_{j=1}$ 、クラスタ数c、基準パターン・ベクトル  $\{s_i\}$ 、(ベクトル  $g$ )を設定する。初期分割行列 $U^0$ を与え、反復回数 $L=0$ とする。

② $\forall i = 1 \sim c$ について

$g_i \neq 1$ のときのみ

$$v_i = \sum_{j=1}^n (u_{ij})^p x_j / \sum_{j=1}^n (u_{ij})^p \quad (3-5) \quad \text{を計算}$$

③Uの更新

$$D_{it} = (1 - g_i) \|x_t - v_i\|^2 + g_i \|x_t - s_i\|^2 \quad (3-6)$$

$$I_t = \{i \mid 1 \leq i \leq c ; D_{it} = 0\} \quad (3-7)$$

$\forall t = 1 \sim n$ について

a.  $I_t \neq \emptyset$ ならば

$$u_{it}^{L+1} = \begin{cases} 1 / \# I_t & i \in I_t \\ 0 & i \notin I_t \end{cases} \quad (3-8)$$

b.  $I_t = \emptyset$ ならば  $\forall i = 1 \sim c$  について

$$u_{it}^{L+1} = 1 / \sum_{k=1}^c (D_{it} / D_{kt})^{1/p-1} \quad (3-9)$$

④収束判定値を $\epsilon$ として

$$\max (|U^{L+1} - U^L|) \leq \epsilon \quad (3-10)$$

なら計算終了 そうでなければ  $L=L+1$  として ②へ戻る。



#### 4. 2次元データによる数値例

図4-1の人工的に作成した2次元データに、アルゴリズムFCMとFCM-ADを適用してクラスタリングした結果を表4-1に示す。図4-1は、データ1~16までのクラスタ $C_1$ と、それに類似したパターンのデータ17~20のクラスタ $C_2$ 、そして残りのデータのクラスタ $C_3$ に分けて考えられる。表4-1のFCMによる結果では、データ13~16もクラスタ $C_2$ に含まれてしまう。そこでFCM-ADにより基準パターン・ベクトルを $s_2=(4.5\ 3.5)$ として与え、 $g_2=0.5, 0.8$ の2通りと、 $g=(0.5\ 0.5\ 0)$ 、 $s_1=(2.5\ 1.5)$ 、 $s_2=(4.5\ 3.5)$ と $g=(0.9\ 0.5\ 0)$ 、 $s_1=(3\ 2)$ 、 $s_2=(4.5\ 3.5)$ として計算した結果も表4-1に示した。基準パターン・ベクトルを1つのみ与えた場合ではデータ14,16がまだクラスタ $C_2$ に含まれてしまい多少不満なクラスタリング結果ではあるが、反復回数は減少している。基準パターン・ベクトルを2つ与えた場合は、基準パターン・ベクトルの選択によっては類似したパターンも完全にクラスタリングでき、充分な結果が得られた。FCM-ADの長所・短所は；

##### 長所

- ①基準パターン・ベクトルを与えることによって従来のFCMでは十分にクラスタリングできなかった類似したパターンのクラスタリング、平行に分布した2つのデータ群のクラスタリングも行える。
- ②基準パターン・ベクトルへの依存度 $g$ の大きさにより反復回数を減少させることが可能である。
- ③FCMではどのパターンのクラスタリング結果が、分割行列の何行目にくるかは初期分割行列に左右されるが、FCM-ADでは基準パターン・ベクトルを与えることによりそれをある程度、制御できる。

##### 短所

- ①基準パターン・ベクトルを与えなければならず、データ構造が複雑な場合、基準パターン・ベクトルの選択方法が難しい。

#### 5. 画像の領域分割とファジィ・クラスタリングへの適用

画像処理装置TOSPIXにより赤(R)、緑(G)、青(B)成分の3画面の合成で与えられるデータ原画像を領域分割して、領域を画像特徴量でベクトル表現し、ファジィ・クラスタリング・アルゴリズムによりテクスチャ解析を行った。

特徴量としては画面全体の情報を反映する大局的特徴量(濃淡の平均値、標準偏差)、それに一部分のみの情報で決定される局所の特徴量(有界変動量<sup>5)</sup>の $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ 方向)を用いた。ただし、平均値、標準偏差と有界変動量間での特徴量の正規化をはかるために、有界変動量は差分回数で割った値を用いた。

画像の領域分割は次の手順で行った。

- ① カラーデータ原画像の各成分の濃淡ヒストグラムより、各々2つのしきい値を求める。
- ② その2つのしきい値により各成分ごとに画像を3値化する。このとき、孤立点が多ければ、孤立点除去(5×5中央値フィルタ)を行う。
- ③ 各成分ごとに濃淡値変化部分とその他の部分を区別した2値化線画像を作成する。そしてRGB各成分よりできた2値化線画像を加え合わせる。
- ④ ③の線画像の細線化を行う。
- ⑤ 線で囲まれた領域を1つのデータと考え、領域ごとにRGB成分より特徴量(濃淡の平均値、標準偏差、4方向の有界変動量)を抽出した。

クラスタ数を任意に与え、以上のようにベクトル表現された各領域が各々のクラスタに属する割合(分割行列 $U$ )をFCM, FCM-AD, TN, TD, TW<sup>6)</sup>のアルゴリズムでパラメータ $p$ を1.2, 1.6, 2.0に設定した計15の手法によって計算した。アルゴリズムTN, TD, TW<sup>6)</sup>はFCMの変形アルゴリズムでクラスタ数、比類似度(距離)、帰属度にしきい値を用いながら反復する手法である。同時にテクスチャ解析の結果を視覚的に表示するために、各領域が帰属度最大のクラスタに属するとしてクラスタごとに色分けした。写真5-1に原画像、写真5-2にFCMによるテクスチャ解析の結果、写真5-3にFCM-ADによるテクスチャ解析の結果を示す。ただし、都合によりカラーをモノクロ表示した。

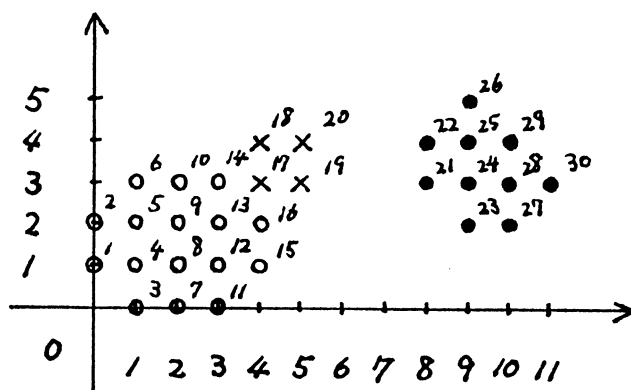


図 4-1 2次元データ

表 4-1 アルゴリズム FCM と FCM-AD による結果 (  $p=1.2$   $\epsilon=0.001$   $L$ : 反復回数 )

Algorithm	FCM (L=12)	FCM-AD (L=11)	FCM-AD (L=8)	FCM-AD (L=7)	FCM-AD (L=6)							
	$g=(0\ 0\ 0)$	$g=(0\ 0.5\ 0)$ $s_2=(4.5\ 3.5)$	$g=(0\ 0.8\ 0)$ $s_2=(4.5\ 3.5)$	$g=(0.5\ 0.5\ 0)$ $s_1=(2.5\ 1.5)$ $s_2=(4.5\ 3.5)$	$g=(0.9\ 0.5\ 0)$ $s_1=(3.0\ 2.0)$ $s_2=(4.5\ 3.5)$							
	$v_1=(1.48\ 1.29)$ $v_2=(3.94\ 2.75)$ $v_3=(9.30\ 3.30)$	$v_1=(1.67\ 1.37)$ $v_2=(4.14\ 2.98)$ $v_3=(9.30\ 3.30)$	$v_1=(1.72\ 1.37)$ $v_2=(4.16\ 3.07)$ $v_3=(9.30\ 3.30)$	$v_1=(1.77\ 1.36)$ $v_2=(4.17\ 3.14)$ $v_3=(9.30\ 3.30)$	$v_1=(1.99\ 1.49)$ $v_2=(4.48\ 3.48)$ $v_3=(9.30\ 3.30)$							
Data (j)	Membership			Membership			Membership			Membership		
	$u_{1j}$	$u_{2j}$	$u_{3j}$	$u_{1j}$	$u_{2j}$	$u_{3j}$	$u_{1j}$	$u_{2j}$	$u_{3j}$	$u_{1j}$	$u_{2j}$	$u_{3j}$
1	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
2	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
3	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
4	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
5	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
6	0.99	0.01	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
7	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
8	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
9	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
10	0.71	0.29	0.00	0.97	0.03	0.00	0.98	0.02	0.00	0.98	0.02	0.00
11	0.98	0.02	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
12	0.92	0.08	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
13	0.04	0.96	0.00	0.90	0.10	0.00	0.97	0.03	0.00	1.00	0.00	0.00
14	0.00	1.00	0.00	0.01	0.99	0.00	0.04	0.96	0.00	0.06	0.94	0.00
15	0.02	0.98	0.00	0.42	0.58	0.00	0.65	0.34	0.00	0.87	0.13	0.00
16	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.01	0.99	0.00	0.03	0.97	0.00
17	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00
18	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00
19	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00
20	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00
21	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
22	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
23	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
24	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
25	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
26	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
27	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
28	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
29	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
30	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00



写真 5-1 原画像



写真 5-2 FCMによる処理画  
(c=5 p=1.2)

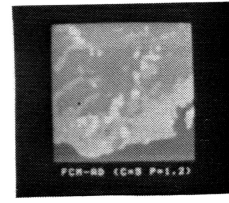


写真 5-3 FCM-ADによる処理画像  
(c=5 p=1.2 g=(.5 .5 .5 .5 .5))

## 6. 15通りの分割行列の総合的な評価

ファジィ・クラスタリングの結果を1つのアルゴリズムにたよる事はデータ構造が複雑かつあいまいな場合を考えると問題がある。そこで主観エントロピー<sup>7,8)</sup>により15通りのファジィ・クラスタリング・アルゴリズムによる分割行列を総合して、データ構造を評価する。

k個のアルゴリズムがあるとするときk個の分割行列が得られる。このk個の分割行列から同一パターンに対する結果と思われる行をまとめてk×nの確率集合Aを求める。評価値が1個あるとし

$$0 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_n < \dots < a_1 \leq 1 \quad (6-1)$$

とする。各評価値  $a_n$  の出現頻度を  $p_n(x)$  とすると確率集合Aのxに関する主観エントロピー  $H(x, A)$  は

$$H(x, A) = - \sum_{n=1}^k [a_n p_n(x) \log_2 a_n p_n(x) + (1-a_n) p_n(x) \log_2 (1-a_n) p_n(x)] \quad (6-2)$$

$$= - \sum_{n=1}^k p_n(x) \log_2 p_n(x) + \sum_{n=1}^k p_n(x) h(a_n) \quad (6-3)$$

$$h(a_n) = - [a_n \log_2 a_n + (1-a_n) \log_2 (1-a_n)] \quad (6-4)$$

で与えられる事になる。2つの確率集合AとBのxに関する主観エントロピー  $H(x, A, B)$  は、

$$H(x, A, B) = - \sum_{n=1}^k \sum_{m=1}^m p(a_n, b_m, x) \log_2 p(a_n, b_m, x) + \sum_{n=1}^k p(a_n, x) h(a_n) + \sum_{m=1}^m p(b_m, x) h(b_m) \quad (6-5)$$

で与えられる。ただし、 $\{a_n\}_{n=1}^k$   $\{b_m\}_{m=1}^m$  はそれぞれAとBの取る [0,1] 区間内の値である。また、確率集合AとBのxに関する相互主観エントロピー  $I(x, A, B)$  は

$$I(x, A, B) = H(x, A) + H(x, B) - H(x, A, B) \quad (6-6)$$

で与えられる。全体的には次に示すデータ集合X全体に関する平均値が重要な尺度になる。

確率集合Aに関するXの平均主観エントロピー

$$H(X, A) = (1/n) \sum_{j=1}^n H(x_j, A) \quad (6-7)$$

確率集合AとA'に関するXの平均主観エントロピー

$$H(X, A, A') = (1/n) \sum_{j=1}^n H(x_j, A, A') \quad (6-8)$$

確率集合AとA'に関するXの平均相互主観エントロピー

$$I(X, A, A') = (1/n) \sum_{j=1}^n I(x_j, A, A') \quad (6-9)$$

15通りの分割行列からc (=5) 個の確率集合を求め、式(6-2)~(6-9)で平均主観エントロピー、平均相互主観エントロピーを計算して、表6-1,6-2に示した。

表6-1より、A<sub>2</sub>(山)、A<sub>3</sub>(平地)、A<sub>4</sub>(谷)に関する平均主観エントロピー $\bar{H}$ の値は大きいので、不確定度大とわかる。写真5-1,5-2からもわかるように、原画像と処理画像を比較すると、山、平地、谷の部分はうまくクラスタリングされてない。すなわち、山、平地、谷の部分はあいまい性の大きい領域だといえる。また、表6-2の平均相互主観エントロピー $\bar{I}(X, A_2, A_3)$ 、 $\bar{I}(X, A_2, A_4)$ 、 $\bar{I}(X, A_3, A_4)$ の値が大きいことから、この3つのパターンは深い関係を持っていることが裏付けられる。反対にA<sub>1</sub>(海)、A<sub>5</sub>(雲)に関する平均主観エントロピー $\bar{H}$ の値は小さい。このことから、海、雲の部分は、あいまい性の少ない領域であることがわかる。写真5-2と写真5-3では雲の部分はほぼ同一にクラスタリングされ、特に海の部分は全く同一にクラスタリングされている。平均主観エントロピー $\bar{I}(X, A_1, A_5)$ も $\bar{I}$ の内では最小の値になっている。

## 7. まとめ

本論文では、基準パターン・ベクトルを利用したFCMの変形アルゴリズムFCM-ADを提案し、そのアルゴリズムによる2次元データへのシミュレーションと画像データのテクスチャ解析への適用結果を報告した。類似したパターンの分類には従来のFCMよりFCM-ADが2次元データ、画像データともに有効であることが示された。しかし、一般に、多次元データの場合、基準パターン・ベクトルの適切な選択法に難点がある。今後の課題としては基準パターン・ベクトルの簡便な選択方法の開発が上げられる。

表 6-1 平均主観エントロピー  
(アルゴリズム数 15)

$\bar{H}(X, A_1)$	0.203	$A_1$ : 海
$\bar{H}(X, A_2)$	1.975	$A_2$ : 山
$\bar{H}(X, A_3)$	2.044	$A_3$ : 平地
$\bar{H}(X, A_4)$	2.219	$A_4$ : 谷
$\bar{H}(X, A_5)$	1.218	$A_5$ : 雲

表 6-2 平均主観エントロピーと  
平均相互主観エントロピー  
(アルゴリズム数 15)

	$\bar{H}$	$\bar{I}$
$X, A_1, A_2$	1.294	0.884
$X, A_1, A_3$	1.080	1.167
$X, A_1, A_4$	0.784	1.638
$X, A_1, A_5$	0.686	0.736
$X, A_2, A_3$	0.473	3.546
$X, A_2, A_4$	0.330	3.864
$X, A_2, A_5$	0.460	2.734
$X, A_3, A_4$	0.192	4.071
$X, A_3, A_5$	0.257	3.005
$X, A_4, A_5$	0.210	3.228

## 参考文献

- 1) J.C.Dunn : A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and its Use in detecting Compact Well Separated Clusters , J.cybernetics , Vol.3 , pp32/57 , 1974
- 2) J.C.Bezdek : Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms , Plenum Press , New York , pp43/93 , 1981
- 3) Y.Ohashi : Fuzzy Clustering and Robust Estimation , 第1回ファジィシステムシンポジウム講演論文集 , pp119/124 , 1985 (京都)
- 4) W.Pedrycz : Algorithms of Fuzzy Clustering with partial Supervision , Pattern Recognition Letters , Vol.3 , pp13/20 ,1985
- 5) K.Hirota : The Bounded Variation Quantity (B.V.Q.) and its Application to Feature Extractions . Pattern Recognition , Vol.15 , No.2 , pp93/101 , 1982
- 6) S.Z.Selim,M.A.Ismail : Soft Clustering of Multidimensional Data.A Semi-Fuzzy Approach , Pattern Recognition , Vol.17 , No.5 , pp559/568 , 1984
- 7) K.Hirota : Ambiguty based on the Concept of Subjective Entropy , in Fuzzy Information and Decision Processes (M.M.Gupta,E.Sanchez eds.) , North-Holland , Amsterdam , pp29/40 , 1982
- 8) W.Pedrycz,K.Hirota : An Application of Probablistic Sets of Fuzzy Clustering , in The Analysis of Fuzzy information (J.C.Bezdek ed.) , CRC Press , (1986 to appear)

## 動的画像のパターン認識とロボットハンド機能

Dynamic Pattern Recognition & Robot Hand Function

○鷲見孝則、                  三重野博司

Takanori SUMI,              Hiroshi MIENO

東京理科大学理工学部

Science University of Tokyo

In this paper, algorithm which takes advantage of fuzziness of unclear picture is proposed in order to predict the speed and direction of the motion of an object which changes its normal path in an accident in a fully automation system. This problem is treated as dynamical pattern recognition fuzzy theory.

### 1.はじめに

これは完全自動システムの障害によるそのサブシステムの暴走対策を目的とする。このような即応した対処をせまられる時は人の勘による一時的処置が有効である。人間は統計的データがない場合でも日常生活から速度・方向等の勘は備えていて、しかもその確信度も内省できるので、暴走して軌道を外れた物の回収地点を予測しうる。

機械化はあいまいさの排除の方向にあったが、最近あいまいさを積極的に利用する傾向がある。ここでは視覚の即応性の欠如によるボケを逆用して静止画像一つでボケによる変形から速度・方向を把握する人間行動を機械化した。これは fuzzy 理論による動的パターン認識として扱うことができ、さらに fuzzy 推論として回収点の大凡の予測ができる。さらに回収用ロボットハンドの機能分析を行い確信度の大小に応じうる多様な行動アルゴリズムの一案を作成した。

この論文はシステムとしては完成していないが、完全自動化の多い今日暴走対策として社会的価値が高く、あいまいさの逆利用に独創性がある。また、時間様相論理を場の様相論理への転換をし時間と空間からなる動的システムの様相論理を確立し、そのファジー化を図ったものを理論とする。

## 2. 動的認識と把持ロボットのシステム

従来工学は精度を高くすることを追っていたが、動的認識は短時間で処理をしなければならず、簡易で経済性を要求される使用場所ではマイコン使用という制限があり、始めから精度をあげずに何回か試行錯誤をして目的を果たす人間の仕方・fuzzy control が望ましい。これは、演算が簡易であるため、演算速度を要しない時間制約のある動的認識には好都合である。そして近頃流水制御等の制御機器に工業化されている。流水は自然・社会の影響をうけ変量がきわめて多くしかも常に内容が変動するためモデル式が得られない、そのような場合でも人間は広範の知識から勘を生かして上手に事前制御できる。一般に統計的データのない場合、3～4点の機械的認識で軌道が予測ができて信頼幅は不明である。そこで人間の感覚を活用する。人間の知覚には静止物体の基礎的知覚の他に動的物体の基礎的知覚が存在するようである。後者は決して前者の論理的組合せではなく前者同様な基礎的知覚として脳の中の別な部分に存在するようである。

人間は時間経過の意識下で現象の変化を把握出来るが、高速のものは難しいので残像・ボケなどを利用して感覚的に速度を知覚できる。その他運動する生物はそのための特定の形（ポーズ）を初動・動作中にとるから静的図形認識で把握可能である。つまり、作業中の人が動作前にとるポーズ、目・顔の方向等で、運動の方向・並足か駆け足か等のおおざっぱな速度が予測でき、動作中も運動固有の姿をとる。餌となる虫・魚・小動物の姿態も獲物を求める動物にとっては知識として学習していよう。一般に形の変形の原因は図1による。

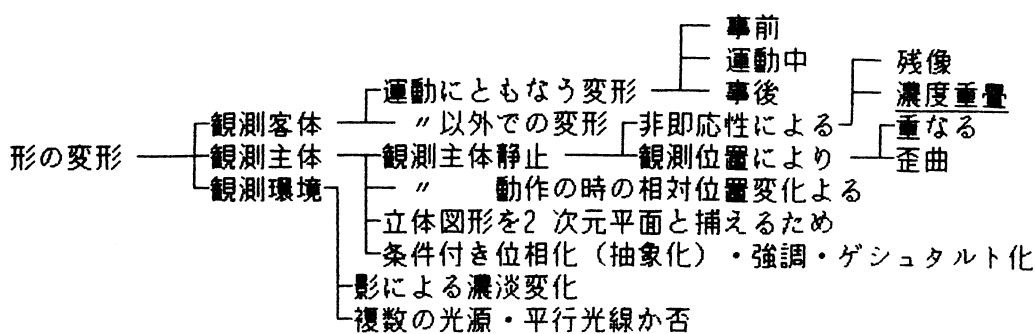


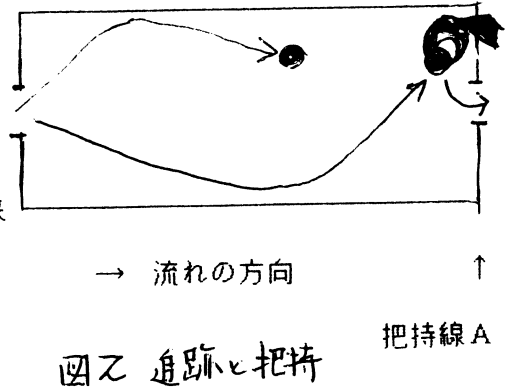
図1 図形の動的認識の要因

- 3次元ユークリッド空間での物体が時間tでの前後の物体の変化は
- ①位置変化…変化前後の位置より移動距離・移動方向をえ、この結果軌道となる
  - ②形状変化(全体)
    - 拡大・縮小 — 方向により拡大・縮小度異なる…雲・人の集団の拡散
    - 中心からの距離により拡大・縮小度異なる
    - 制限付き位相幾何学的変化
    - 位相幾何学的変形(ホール保存)
  - ④部分形状変化
    - 周期的変化等規則的变化……………運動のための動物の一部変化
    - 不規則変化

人間の網膜は2次元で有限の細胞よりなる為平面で離散的把握しかできない。さらに見ていても心が意識しなければ認識できない。記憶の負担から開放されようとするために抽象化する心理的傾向が人間にはある。ここでは、特定品識別・追跡・除去の過程について考慮する。経済的側面と時間の問題のバランスだが、図形処理はデータ量大で然も時間制約のある動的認識は時間は時間優先とする。

暴走したシステムのサブシステム内の物の追跡と最後にそれを把持ロボットで所定の出口に移す場合。①動的図形の追跡は極力既知データを利用する。②把持ロボットには設備的負担をかけ追跡を簡素化する。その負担可能の程度で追跡の簡素化程度を以下にします。

- |              |  |            |
|--------------|--|------------|
| 把持ロボット       |  | 追跡         |
| ①A全体にロボットを配置 |  | 物1ヶなら不要    |
| ②来る方向に一個配置   |  | 方向のみ観測予測   |
| ③上記の他、配置時間が有 |  | ある時刻からの後に来 |
| 限            |  | る事(順序指定)   |
| ④上記の他、配置時刻指定 |  | 速度観測予測     |
- そこで次の数理的把握をする。



### 3. 把持ロボットの機能

グラフィック・ディスプレイによる種々の移動物体を人間の抽象化傾向を実験で明らかにして、デジタルカメラの把握したあいまい像との比較をする。

方向・速度・軌道の関数として時間・位置があり、時間一定として推定した位置のメンバーシップ関数が方向・速度・軌道の共通集合のそれと $-0.1$ の差であった。 $0.1$ は心理的弁別の誤差内にあり、fuzzy 集合の共通集合のメンバーシッ

プ関数はminをとるという演算の定義に符号した。この定義は非加法性のたしむををえず用いるものであるが、心理的にみてある複数個の因子による一つの結果の確信度は、その関係を意識して評価しないにしても、前者の中のものの最小と等しいかより低く定めるであろうから、その差は負になるのが当然でもある。定義の裏付けとなった。

軌道を追跡し次々と確認・修正して挿出準備に必要な時間前でメンバーシップ関数（それ以前の修正値に応じて変更する）に応じる構えで待機させる。あるいは、時刻 $t_1, t_2 \dots t_m$ それぞれの位置の推定メンバーシップ関数に重みづけ $\lambda$ （時刻後の方が大）を乗じたもののmaxとする。（ $\lambda$ は数回の時系列原因と結果の人間試行で逆に求める）

ロボットによる挿出機能を解析して、移動物体の認識・追従に次ぐ行為として特定なものを挿出する事の自動化をはかる。

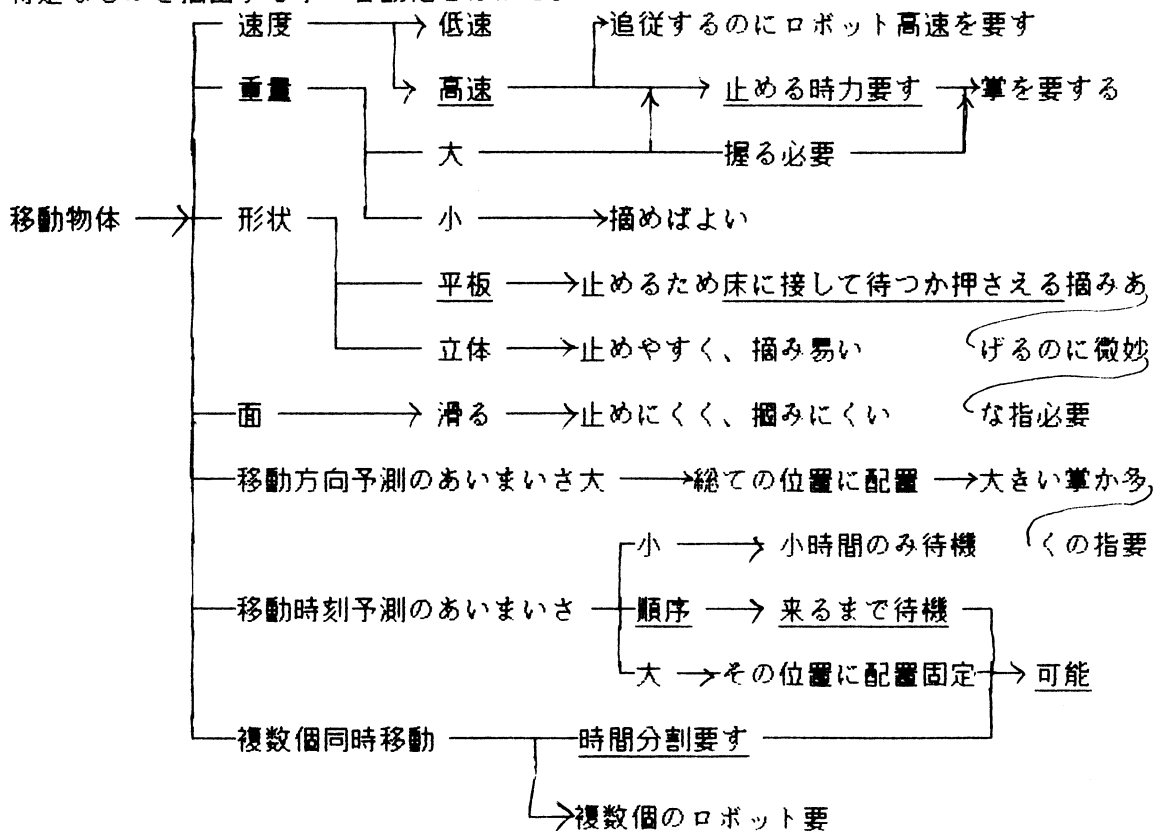


図3 把持機能



	待機機能	停止機能	挿む機能	握る機能
ロボット移動追いつくなら追従	無し	共通可		必要なら
“ かないなら待機	待機時間場所大	場所大		
		完全停止可	○	必要なら

表1 機能種類

指の太さ一定とし、掌ありとする

ロボットハンドの指数	待機停止機能	挿む	握る
1	成功確率小	不可	不可
2	:	可	不可
3	:		握るための持ち換え困難
4	:	十分	十分
5	成功確率大	余分	余分

表2 指数と機能

板上の移動物にたいして、4本指と掌のあるハンドとその腕を用いて、観測結果の空間のメンバーシップ関数・時刻時間のメンバーシップ関数に応じて上記を使いわけると。腕は追従・待機の場所への手の移動に用いる。表 により条件の論理関数により手段を選ぶ。

条件			手段	
移動物速度	重量	位置メンバーシップ関数値	腕の動き	手の形
速い	or 重い	and 0 ~0.5	待機型	and 掌と指をのぼし側面を接地して止める
“	“	“ 0.5 ~0.8	“	“ 4本指を縦にして接地して止める
“	“	“ 0.8 ~1.0	“	“ 2本指を縦にして “
遅い	and 軽い	“ 0 ~0.5	追従型	“ 掌と4本指を広げて手を横にして押さえる
“	“	“ 0.5 ~0.8	“	“ “ “ 縦 “
“	“	“ 0.8 ~1.0	“	“ 2本指で押さえる

表3 メンバーシップ関数と手段

数量化の演算にシビヤ過ぎる制限をすることは不適當であるから、可能な範囲であいまいな処理がよい。様相論理は真偽のみの古典論理学に図1のように必然・可能・偶然を加味したものである。一次元の時間の様相論理がある。ここではそれに習い2次元として平面上の位置（場所）の様相論理に拡大する。位置集合と位置集合の直積空間から方向・距離がえられ、時間集合から位置集合への写像の集合の直積集合から速さがえられる。時間の様相論理では実数時間よりあいまいな時制である過去・現在・未来で命題の発生が必然・可能を扱うもので、これを時相とういう。従って、位置を実数の2次元空間のよりあいまいとし、位置をある位置・その右・左・上・下での所制（時制に対応）での所相（その区域全域で必ず発生・区域の何処かで発生）とする。ここでは更に速さと方向のそれぞれの様相論理式を発表提案する。

#### 4. あとがき

今後、生産における各種部品でアルゴリズムを検証し、このセンサーとロボットを組合せた製品検査システムに貢献する。

#### 参考文献

- 〔1〕 杉原丈夫著；時間の論理、早稲田大学出版部（1974.11）
- 〔2〕 R.P.Mcarthur；Tense Logic,D.Reidel（1976）
- 〔3〕 N.R escher&A.Ur- quhart；Temporal Logic,Springer-Verlag（1971）
- 〔4〕 三重野；場所の様相論理の試論と情報システム分類への適用、分類の理論と応用に関する研究会第一回研究会報告予稿集、統数研（1984）

# A Fuzzy Inference Engine on a VLSI Chip: Design and Implementation

M. Togai and H. Watanabe

AT&T Bell Laboratories  
Holmdel, New Jersey 07733  
(201) 949-5031/2726

## ABSTRACT

We present a VLSI implementation and fabrication of an inference mechanism to cope with uncertainty and to perform approximate reasoning. Design of an inference mechanism is based on the "max-min operation" of fuzzy set theory for an effective and real-time use. This inference mechanism can handle imprecise and uncertain knowledge; therefore, it can obtain human expert knowledge and simulate his/her reasoning processes. An inference mechanism has been fabricated by using custom CMOS technology which emphasizes simplicity, extensibility and efficiency. Timing test indicates that the inference engine can perform approximately 80,000 Fuzzy Logical Inferences Per Second (FLIPS), which is more than 40,000 times faster than conventional software approach.

Potential application of such inference engine is real-time decision-making in the area of factory automation and command and control.

## 1. INTRODUCTION

A key problem in the development of expert systems is how to represent and use the knowledge that human experts in a specific subject possess and use. The problem is made more difficult by the fact that the expert knowledge in many important fields is often imprecise, uncertain, or anecdotal, though human experts use such knowledge to arrive at useful conclusions. For this reason, a basic issue in the design of expert systems is how to analyze the transmission of uncertainty from the antecedent to the conclusion.

Fuzzy logic has been successfully incorporated in several expert systems [3, 9]. One example is CATS, a diesel locomotive diagnosis system [1]. This system currently contains approximately 530 rules, and will soon be increased to approximately 1200 rules. Fuzzy inference is also proposed in real-time decision-making in the area of command and control [4] to select the most suitable guidance algorithm for intercepting missiles. Selection is done by considering a constantly changing environment, that is, the relative angular positions, accelerations, and distances of an evader and a missile. These examples show the need for an efficient inference engine to handle large rule sets and for real-time use.

In this paper, we report on the design of an inference architecture and a chip using a VLSI technology to cope with uncertainty and perform approximate reasoning in real-time. To deal with uncertainty, we employ *fuzzy logic* based on *fuzzy set theory* [8]. An inference structure suitable for hardware implementation is proposed and realized as a custom VLSI chip by using two simple units: circuits to calculate maximum and minimum elements. Since the chip employs parallel architecture design, it is extensible to handle a large number of rules and the speed of inference is independent of the number of rules. We will describe the simplicity, extensibility and efficiency of the proposed design.

## 2. LOGIC ARCHITECTURE OF FUZZY INFERENCE ENGINE

In the current section, we propose an inference mechanism suitable for hardware implementation. It is based on the concepts of fuzzy implication, or fuzzy rules, and the compositional rule of inference. A fuzzy rule is defined by the relation between observation ( or antecedent) and action (or conclusion). For a given set of fuzzy rules, the action is inferred from both a certain observation and the fuzzy relation which is composed from the rules.

If A and B are fuzzy subsets representing linguistic labels, over the universe of discourse U and V respectively, then a decision rule in the form of "If A then B" is defined by binary membership functions of A and B such as:

$$\mu_{A \rightarrow B}(u, v) = f_{\rightarrow}(\mu_A(u), \mu_B(v)); \quad u \in U, v \in V. \quad (1)$$

More specifically, suppose  $A_1, A_2, \dots, A_N$  are fuzzy subsets of U and  $B_1, B_2, \dots, B_N$  are fuzzy subsets of V, a fuzzy relation is defined by rules such as:

Rule 1:		If $A_1$ then $B_1$ ,
Rule 2:	ELSE	If $A_2$ then $B_2$ ,
⋮	⋮	
⋮	⋮	
⋮	⋮	
Rule N:	ELSE	If $A_N$ then $B_N$ .

Then each rule is combined by the ELSE connective to yield an overall fuzzy relation R.

$R_i$  is a fuzzy relation constructed from Rule i, and linguistic values  $A_i$  and  $B_i$ . The connective ELSE is denoted by the function  $f_{ELSE}$ , then the overall relation R is defined by:

*uncertainty  
control strategy  
knowledge acquisition*

A. Fuzzy PI (ET A. 4.1) for control, little management  
 (1991)  
 ) Fuzzy decision making  
 (1991)  
 CAI: A.C. 2. Medical diagnosis  
 (University of Vienna)  
 A. Fuzzy control safety, control,  
 (1991)  
 CAI: S. 2. Medical diagnosis  
 (1991)

$$\begin{aligned}
 \mu_R(u,v) &= f_{ELSE} \left\{ \mu_{R_i}(u,v) \right\} \\
 &= f_{ELSE} \left\{ f_{\rightarrow}(\mu_{A_i}(u), \mu_{B_i}(v)) \right\} \quad (2)
 \end{aligned}$$

for  $i = 1, \dots, N$ .

The connective  $f_{ELSE}$  is interpreted as an OR connective in order to derive an overall fuzzy relation R because the relation R should consist of Rule 1 OR Rule 2 OR ... OR Rule N. Hence the overall relation R is denoted and defined as;

$$\begin{aligned}
 R &= \bigcup_i R_i \\
 &= \max_i f_{\rightarrow}(\mu_{A_i}(u), \mu_{B_i}(v)) \quad \text{for } i = 1, \dots, N. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Suppose we have a fuzzy observation  $A'$  and the overall relation R, then the resultant action  $B'$  is inferred by the compositional rule of inference, that is:

$$B' = A' \circ R. \quad (4)$$

The membership value of  $B'$  is calculated by the so-called "max-min operation."

$$\mu_{B'}(v) = \max_{u \in U} \min(\mu_{A'}(u), \mu_R(u,v)). \quad (5)$$

To follow up the preceding discussion, we propose an architecture of a fuzzy inference engine suitable for a hardware implementation.

Let us consider the i-th rule of a set of N rules. Given an observation  $A'$  and a rule  $R_i$ , the action  $B'_i$  is inferred and defined as follows:

$$B'_i = A' \circ R_i; \quad A' \in U, \quad B_i \in V, \quad \text{and } R_i \subset U \times V \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 \mu_{B'_i}(v) &= \max_{u \in U} \min(\mu_{A'}(u), \mu_{R_i}(u,v)) \\
 &= \min \max_{u \in U} \left\{ \min(\mu_{A'}(u), \mu_{A_i}(u)), \mu_{B_i}(v) \right\} \\
 &= \min(\alpha_i, \mu_{B_i}(v)), \quad (7)
 \end{aligned}$$

where,

$$\alpha_i = \max_{u \in U} \min(\mu_{A'}(u), \mu_{A_i}(u)), \quad (8)$$

Then the maximum of  $B_1, B_2, \dots, B_N$ , determine the overall resulting decision (or action)  $B'$ , that is:

$$B' = \bigcup_i B'_i \quad (8)$$

The inference mechanism given above is illustrated in Fig. 1 The overall

inference will be realized by the logical architecture with two level hierarchy as shown in Fig. 2. The proper choice of  $\alpha_i$ 's is the first level decision, while the proper choice of  $B'$  is the second level decision. It has been shown that the logical architecture obtained here is basically the same even for multiple observation and multiple action cases [7]. The advantage of the proposed structure is that max and min operations are realized by the ordinary minimum and maximum logic circuits, respectively.

### 3. VLSI DESIGN

The VLSI inference engine consists of three major parts: a rule set memory, an inference processing unit, and a controller. The inference mechanism described in the previous section executes all the rules in parallel. Because of the very high rate of communication between the rule set storage unit and the inference processing unit, we decided to store the rules on a chip. Otherwise, the restriction of the pin counts prevents the effective use of the parallelism.

Since this is the first version of the design, we emphasize simplicity. One important decision is to process individual rules serially. This simplifies the design and increases its extensibility. The logic structure of the fuzzy inference mechanism is mapped nicely to the VLSI structure. There is an one-to-one correspondence between the basic operations of fuzzy logic and the basic units of the VLSI inference processing unit. The three major parts of the inference engine are described in the following section.

#### 3.1 Storage and Format of Rule Set

The rule set can be stored using either a random access memory (RAM) or a read only memory (ROM). The advantage of using RAM is its flexibility. Depending on the application, the rule set can be loaded from off-chip. On the other hand, ROM takes much less area for the same amount of data and operates faster. The control unit of the inference engine can be very simple since we do not need to load a rule set from off-chip. Also, we have a well engineered ROM generator in our design system, so we used ROM for the storage of the inference rules.

We considered the size of fuzzy subset and the grade of fuzziness for a practical use. In most cases, the size of fuzzy subset has been chosen to be from three to sixteen; the grade of fuzziness, three to twelve [e.g. 5, 6]. For this implementation, we limit the universe of discourse of a fuzzy subset to be a finite set with 31 elements. The membership function is discretized in 16 levels (i.e. 4 bits). That is, 0 represents no membership, and 15 represents a full membership and other numbers represent points in the unit interval  $[0, 1]$ . We used 124 bits for digitization of the membership function.† The format of the

rule representation is as follows:

$$\text{Rule } i : A_i \rightarrow B_i$$

where

$A_i :$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$\cdots$	$u_j$	$\cdots$	$u_{31}$
	0010	0100	1111	$\cdots$	$\mu_{A_i}(u_j)$	$\cdots$	0000
$B_i :$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$\cdots$	$v_j$	$\cdots$	$v_{31}$
	0000	0001	0011	$\cdots$	$\mu_{B_i}(v_j)$	$\cdots$	1100

Here, each 4 bits represents degree of membership for each element of the universe. For example,  $u_1$  has a degree of membership 2/15 and  $u_3$  has a full degree of membership in a subset  $A_i$ . Each 4 bits integer is stored most significant bit first. Each word of ROM stores one bit from all the rules stored. All the rules are, therefore, accessed in parallel. An individual rule is, however, accessed in the serial manner. Two ROM modules are used for storing the antecedent A's and the conclusion B's of the rule set.

### 3.2 Inference Processing Unit

The inference processing unit consists of two basic logical circuits for minimum and maximum operations. These circuits are used to implement fuzzy intersection and fuzzy union operations. The circuit for minimum operation takes two integers and produces the smaller number; the circuit for maximum operation produces the larger number. These logical circuits process integers serially.

The basic data path of the inference engine for processing a single rule is shown in Fig. 3. This directly corresponds to a single data path of the inference engine described in Fig. 2. The shift register is used for keeping the maximum after the fuzzy intersection operation in the first level. This is necessary since within an individual rule operations are performed serially. The register records the value of the maximum point, a value  $\alpha_i$ , when the first level has finished its operation. The last operation of the second level requires taking the maximum membership function over all the data paths (i.e. all the rules). This operation is accomplished by connecting the maximum units in the binary tree structure.

---

† Actually, we used 128 bits of ROM for each fuzzy subset in the rule set, since the generator requires the column length of ROM to be a power of two. First location of 128 bits always contains zero and is used to inactivate the IF-part or the THEN-part of the inference processor when they are not computed. Three other extra bits are dummies and we have only 124 bits (31 elements) of active data.

### 3.3 Controller

Because of the simplicity of the architecture, the controller of the inference engine is straightforward. It consists of two counters for accessing two ROM modules serially. The controller generates a reset signal for the minimum and maximum elements for every 4 cycles. The controller starts to access the conclusion parts of the rules as soon as the processing of the antecedent parts are finished. It also notifies a user the beginning of the valid output.

### 3.4 Circuit Detail

The layout of the first implementation stores and processes 16 rules. Each rule consists of 124 bits of antecedent and 124 bits of conclusion. An observation and an action consist of 124 bits each and they are loaded and produced serially. A non-overlapping two phase clocking scheme, supplied from off-chip, is used. The operation is initiated by a reset signal that must last one clock cycle and resets the entire circuit. Input of an observation should be started two clock cycles after the reset signal; that is on the third clock cycle. The inference engine begins to produce the result on the 133rd cycle after the reset signal. The beginning of the valid output is signaled by the controller.

The active area size is 2.99 x 3.48 mm. A 68 pin package is used. Only 8 pins are used for the operation of the chip. They are VDD, VSS, phi-1, phi-2 clock signal, serially loaded observation, action, reset signal, and a signal indicating the beginning of the valid output. Thirty pins are used to output the value of the critical nodes in the processor for debugging purposes. A microphotograph of the fabricated chip is shown in Fig. 4.

### 3.5 Chip Performance

Timing test on fabricated chips indicated a 20.8 M Hz (48 n sec cycle time) operating rate. With the current data format of 124 bits per rule, a single inference process takes 256 clock cycles. Thus, the engine can perform approximately 80,000 Fuzzy Logical Inference Per Second (FLIPS), which is more than 40,000 times faster than the simulation conducted on VAX-11/785. The chip has a drastic speed advantage over conventional approach. If the resolution of rules is doubled, the speed of the inference engine halved. However, by assigning two data paths per rule, we can reduce the slowdown to a few clock cycles per inference.

### 3.6 Extensibility of the Design

The advantage of the architecture is its simplicity and extensibility. The format of the rule representation, that is 31 integers of 4 bits each, can be expanded with minor changes in the layout. For example, the number of elements in the universe of discourse (number of data points) can be increased to more than 31. It can be achieved with only a minor modification of the controller. We can use higher resolution for digitization of membership function using more than 4 bits. We can achieve this by increasing the length of the shift register and modifying the controller. The number of rules can be



increased by laying out more data paths and modifying the binary tree layout accordingly.

#### 4. CONCLUSION

We have designed and fabricated a chip for a real-time approximate reasoning based on the "max-min operation" of fuzzy set theory. It can deal with imprecise and uncertain knowledge provided by human experts. The architecture and chip design of this inference engine have been presented. An actual inference engine has been fabricated on a chip using custom CMOS technology. The VLSI design emphasizes simplicity, extensibility and efficiency. Extensive timing test has been performed and indicates that the chip can perform approximately 80,000 fuzzy logical inference per second, which is more than 40,000 times faster than conventional software approach. The potential applications of this inference engine for real-time use include not only decision-making in the area of factory automation but also command and control (e.g. [1], [2]).

#### REFERENCES

- [1] P. P. Bonissone and H. E. Johnson, Jr., "Expert System for Diesel/Electric Locomotive Repair," *Human Systems Management*, Vol. 4, pp. 255-262, 1984.
- [2] B. Dufay and J-C Latombe, "An Approach to Automatic Robot Programming Based on Inductive Learning," *Int'l. Journal of Robotics Research*, Vol. 3, No. 4, pp.3-20, Winter 1984.
- [3] M. M. Gupta and E. Sanchez (eds.), *Approximate Reasoning in Decision Analysis*, Amsterdam: North-Holland, 1982.
- [4] K. Kawano, M. Kosaka and S. Miyamoto, "An Algorithm Selection Method Using Fuzzy Decision-Making Approach," *Trans. Society of Instrument and Control Engineers*, Vol. 20, No. 12, pp. 42-49, 1984. (in Japanese)
- [5] L. I. Larkin, "A Fuzzy Logic Controller for Aircraft Flight Control," Proc. the 23rd IEEE Conf. Decision and Control (Dec 12-14, Las Vegas, Ne), 1984.
- [6] M. Sugeno and K. Murakami, "Fuzzy Parking Control of Model Car," Proc. the 23rd IEEE Conf. Decision and Control (Dec 12-14, Las Vegas, Ne), 1984.
- [7] M. Togai, "Principles and Applications of Fuzzy Inference: A New Approach to Decision-making Process in Ill-defined Systems," Ph.D. Dissertation, Duke University, 1982.
- [8] L. A. Zadeh, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes," *IEEE Trans. Syst., Man, & Cybern.*, SMC-3, pp.28-45, 1973.
- [9] L. A. Zadeh, "The Role of Fuzzy Logic in the Management of Uncertainty in Expert Systems," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 11, pp.199-227, 1983.

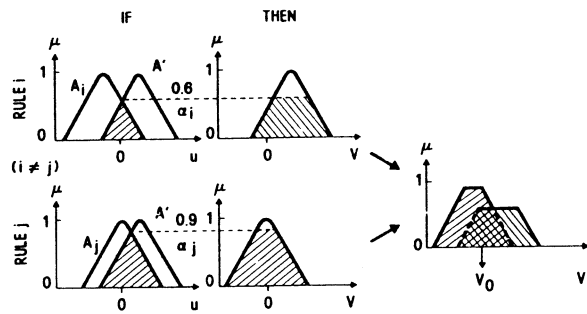


Figure 1 A fuzzy inference mechanism.

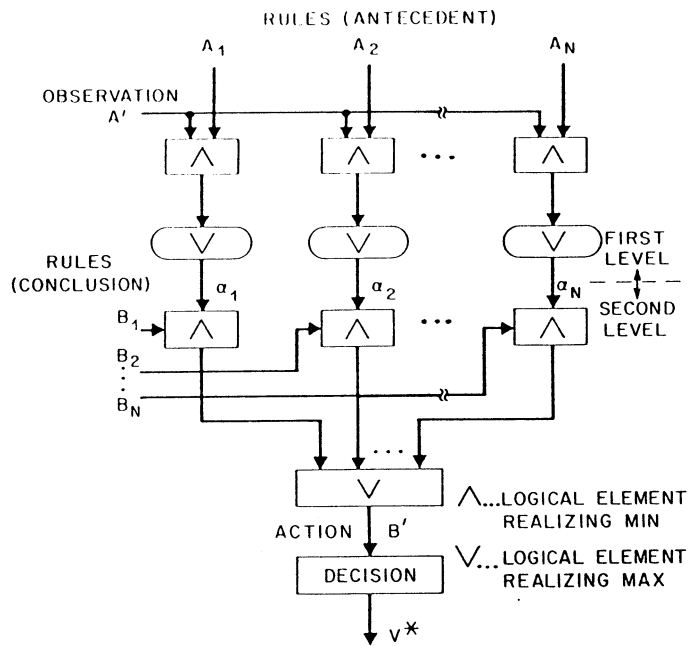


Figure 2 A functional architecture of fuzzy inference engine.

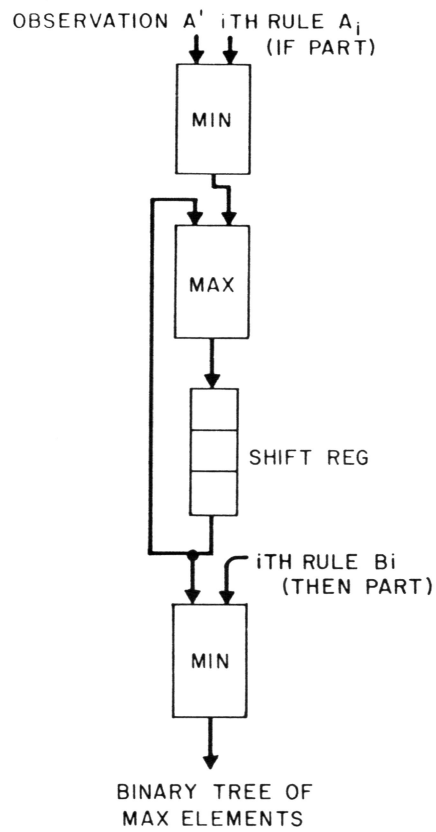


Figure 3      Single data path of inference processor.

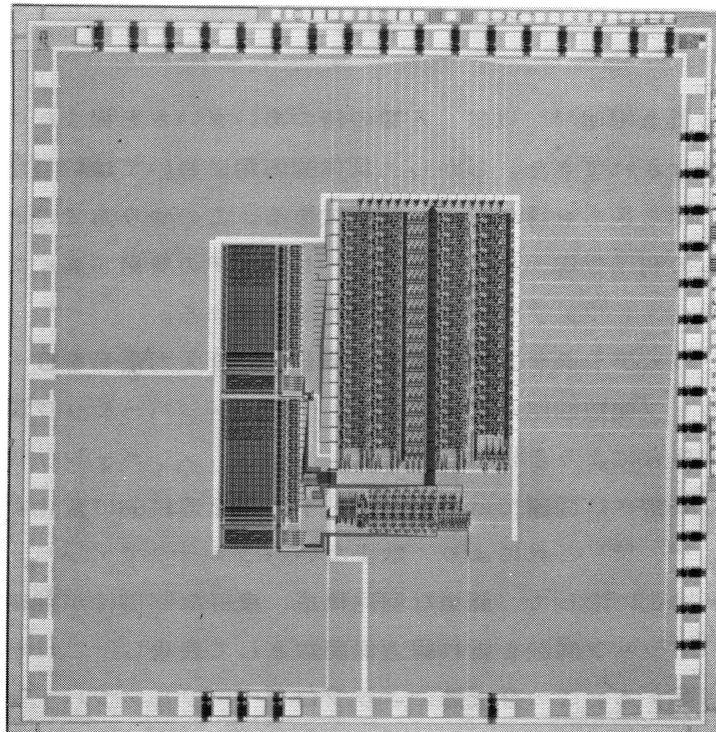


Figure 4      Microphotograph of fabricated fuzzy inference chip.

電流モードによる  
メンバーシップ関数回路の合成と  
p-MOSプロセスによる実現

Synthesis of Membership Function Circuits  
in Current Mode and its Implementation  
in the p-MOS Technology

山川 烈 蕪尾 英之

Takeshi YAMAKAWA , Hideyuki KABUO

熊本大学 工学部

Faculty of Engineering ,  
Kumamoto University

*Abstract*—Algebraic methods for designing membership function circuits in current mode are presented. Programmable Membership Function circuits (PMF) are synthesized and fabricated in the p-MOS technology.

1. まえがき

ファジィ集合の概念提唱<sup>(1)</sup>以来、人間の持つあいまいさを扱うための1つの手段としてファジィ論理の研究がなされてきた。しかし、具体的応用においては数値計算マシンであるデジタルコンピュータに頼らざるを得ないのが現状である。このやり方ではあいまいな情報の処理速度が遅く、システムの利用効率が悪いうえ、ハードウェアの費用が高くなる。したがって、あいまい情報処理専用のハードウェアシステムの開発が望まれる。

ファジィハードウェアシステムを構成する場合、外部入力信号を0~1のグレードに変換するためのメンバーシップ関数回路が必要である。一般にメンバーシップ関数は曲線として表現され、定義するファジィ集合により多様な型を示す。しかし、メンバーシップ関数は本来主観的に決定されるため、型の厳密さは問題ではない。0~1の間を連続的に変化する折れ線近似関数として表現可能である。<sup>(2)~(5)</sup>これにより、数少ないパラメータでメンバーシップ関数の型の特定ができ、ハードウェア化に際して、簡単な回路構成、良好な制御性が期待できる。

本稿ではメンバーシップ関数を折れ線近似関数として表現し、これを実現するための電流モード回路合成法を提案する。この合成法によりプログラマブルメンバーシップ関数回路(PMF)

を合成し、p-MOS ICとして試作した。本回路は、6つの外部パラメータにより多様な型のメンバーシップ関数を実現可能である。試作ICの特性測定により動作確認を行ない、良好な結果を得た。また、計算機シミュレーションによる過渡応答を示す。

## 2. 電流モードによるメンバーシップ関数回路合成法

電流モード回路合成関数  $r_1$ ,  $r_2$  及び  $\delta$  を次のように定義する。

$$r_1(f, x) \equiv \{f \cdot u(x)\} \vee 0 \quad (1)$$

$$= \begin{cases} f & \text{if } x \geq 0 \text{ and } f \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$r_2(f, x) \equiv \{f \cdot u(x)\} \wedge 0 \quad (2)$$

$$= \begin{cases} f & \text{if } x \geq 0 \text{ and } f \leq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\delta(x) \equiv \begin{cases} 1 & \text{if } x = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

但し、 $f$ ; 任意の関数,  $x$ ; 実数  
 $\vee$ ; max演算子,  $\wedge$ ; min演算子  
 $u(x)$ ; 単位ステップ関数

$$= \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

折れ線近似したメンバーシップ関数  $\mu(x_i)$  は、回路合成関数  $r_1$ ,  $r_2$  及び  $\delta$  の代数和として表現できる。一般に式(5)のようになる。

$$\mu(x_i) = \sum_k \left( \begin{array}{l} r_1(f_k, x_i - x_{tk}) \cdot r_1(1, x_{tk+1} - x_i) \\ -f_k \cdot \delta(x_i - x_{tk+1}) \end{array} \right) \quad (5)$$

但し、 $x_{tk}$ ;  $k$ 番目の変曲点

式(5)を変形することにより式(6)を得る。

$$\begin{aligned} \mu(x_i) = & r(r(\dots r(r(f_m - c_1, x_{tm+1} - x_i) + c_1 + \dots \\ & \quad \quad \quad + \dots, x_i - x_{tm}) \\ & \quad \quad \quad + \dots, x_{tz} - x_i) \\ & \quad \quad \quad + \dots, x_i - x_{ta}) \\ & + c_0. \end{aligned} \quad (6)$$

但し、 $c_0, c_1$ ; 定数

$r$ ;  $r_1, r_2$  両者を指す

式(6)において、回路合成関数  $r$  の最小単位は

$$r(f, f) \quad \text{または} \quad r(-f, f)$$

の型とする。

式(6)で表現されるメンバーシップ関数  $\mu(x_i)$  は、電流モード回路として合成される。回路合成関数  $r$  と電流モード回路の基本構成素子であるダイオード及び電流ミラーの変換関係を

表 1 に示す。

上述した回路合成法を用いて、M関数を実現するメンバーシップ関数回路を合成する。M関数の各パラメータを図 1 に示すように与える。メンバーシップ関数  $\mu_M(x_i)$  は式 (7) のようになる。

$$\begin{aligned}
 \mu_M(x_i) = & r_1(0, x_1 - a - x_i) - 0 \cdot \delta(x_i - x_1 + a) \\
 & + r_1(x_i - x_1 + a, x_i - x_1 + a) \cdot r_1(1, x_1 - x_i) \\
 & - a \cdot \delta(x_i - x_1) \\
 & + r_1(a, x_i - x_1) \cdot r_1(1, x_2 - x_i) \\
 & - a \cdot \delta(x_i - x_2) \\
 & + r_1(x_2 + a - x_i, x_i - x_2) \cdot r_1(1, x_2 + b - x_i) \\
 & - (a - b) \cdot \delta(x_i - x_2 - b) \\
 & + r_1(a - b, x_i - x_2 - b) \cdot r_1(1, x_3 - b - x_i) \\
 & - (a - b) \cdot \delta(x_i - x_3 + b) \\
 & + r_1(x_i - x_3 + a, x_i - x_3 + b) \cdot r_1(1, x_3 - x_i) \\
 & - a \cdot \delta(x_i - x_3) \\
 & + r_1(a, x_i - x_3) \cdot r_1(1, x_4 - x_i) \\
 & - a \cdot \delta(x_i - x_4) \\
 & + r_1(x_4 + a - x_i, x_i - x_4) \cdot r_1(1, x_4 + a - x_i) \\
 & - 0 \cdot \delta(x_i - x_4 - a) \\
 & + r_1(0, x_i - x_4 - a) \tag{7}
 \end{aligned}$$

式 (7) を変形して、式 (8) を得る。

$$\begin{aligned}
 \mu_M(x_i) = & 0 \\
 & + r_1(r_1(-r_1(x_1 - x_i, x_1 - x_i) + a \\
 & \quad + r_2(-r_1(-r_1(x_2 + b - x_i, \\
 & \quad \quad \quad , x_2 + b - x_i) + b \\
 & \quad \quad \quad + r_2(x_3 - b - x_i \\
 & \quad \quad \quad \quad , x_i - x_3 + b) \\
 & \quad \quad \quad \quad , x_3 - x_i) \\
 & \quad + r_2(x_4 - x_i, x_i - x_4) \\
 & \quad \quad , x_i - x_2) \\
 & \quad \quad , x_4 + a - x_i) + 0 \\
 & \quad \quad , x_i - x_1 + a) \tag{8}
 \end{aligned}$$

式 (8) の型で表現されたメンバーシップ関数  $\mu_M(x_i)$  を p-MOSFET を用いて回路化したものを図 2 に示す。本回路は 6 つのパラメータを持ち、それぞれは外部電流源で構成される。この外部パラメータを操作することで多様な型のメンバーシップ関数を実現できる。本稿ではこの回路をプログラマブルメンバーシップ関数回路と名付け、以後 PMF と称する。

### 3. PMFの試作と特性測定結果

標準的な6枚マスクp-MOSプロセス<sup>6)</sup>により、PMFの試作を行なった。試作ICのチップ写真を図3に示す。アレイ状に構成したエンハンスメント型pチャネルMOSFETにA12層配線をほどこし実現した。各MOSFETのチャネル長L及びチャネル幅Wは、それぞれ40 $\mu\text{m}$ 、160 $\mu\text{m}$ とし、ゲート酸化膜厚は700 $\text{\AA}$ とした。基板は、面方位<511>、抵抗率30 $\Omega\text{-cm}$ のN型ウエハを用いている。

試作ICによる入出力特性の1例を図4に示す。各パラメータの単位は $\mu\text{A}$ である。パラメータaはグレードの1に相当し、20 $\mu\text{A}$ に対応させている。測定結果より、良好な線形性及び制御性が得られた。

計算機シミュレーションによる過渡応答を図5に示す。PMFの各パラメータは表2のように設定した。M関数を実現するようにプログラムしたPMFに75 $\mu\text{A}$ のパルスを入力した場合の応答速度は、約60nsecであった。これより、リアルタイムファジィ処理に有効であると考えられる。

### 4. あとがき

メンバーシップ関数を折れ線近似関数として扱い、これをハードウェア化するための電流モードによる回路合成法を提案した。この合成法を用いてプログラマブルメンバーシップ関数回路を合成し、p-MOS ICとして試作を行なった。試作ICの測定結果より、良好な線形性と制御性が得られた。また、計算機シミュレーションによりリアルタイム処理での有効性を示した。

PMFの特長は次の通りである。

- i) 6つの外部パラメータを調整するだけで、多様な型のメンバーシップ関数が容易に実現できる。
- ii) 電流モード回路であるため加減算が配線の結線のみで実現でき、線形性のよい出力が容易に得られる。
- iii) MOS電流ミラーを用いているため、バイポーラ電流ミラーと異なり出力誤差を十分小さくできる。<sup>7)</sup>
- iv) p-MOSFETのみで設計しているので標準的A1ゲートp-MOSプロセスで実現可能である。


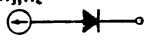
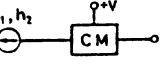
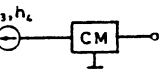
本回路は、リアルタイム処理の必要なファジィハードウェアシステムの入力部として不可欠なものである。

参考文献

- 1) L. A. Zadeh: Fuzzy sets, Inf. & Control, 8, pp. 338-358 (1965)
- 2) J. van Amerongen, H. R. van Nauta Lemke and J. C. T. van der Veen: AN AUTOPILOT FOR SHIPS DESIGNED WITH FUZZY SETS, Proc. 5th IFAC, IFIP Int. Conf., La Haye, pp. 479-487 (1977)
- 3) N. J. Mandic and E. H. Mamdani: A MULTI-ATTRIBUTE DECISION-MAKING MODEL WITH FUZZY RULE-BASED MODIFICATION OF PRIORITIES, TIMS/Studies in the Management Sciences, 20, pp. 285-306 (1984)
- 4) K. Hirota, Y. Arai and W. Pedrycz: ROBOT CONTROL BASED ON MEMBERSHIP AND VAGUENESS, in Approximate Reasoning in Expert Systems, pp. 621-635 (1985)
- 5) M. Sugeno and M. Nishida: FUZZY CONTROL OF MODEL CAR, Fuzzy sets and Systems, 16, pp. 103-113 (1985)
- 6) 庄野: MOSトランジスタと集積回路の基礎, オーム社 (1979)
- 7) M. Akiya and S. Nakashima: High-precision MOS current mirror, IEE Proc., 131, 5, pp. 170-175 (1984)



表. 1 回路合成関数  $r$  と回路素子の変換表

	合成関数 $r$	回路素子
1	$r_1(h_1, X_i - X_T)$	
	$r_1(h_2, X_T - X_i)$	
2	$r_2(h_3, X_i - X_T)$	
	$r_2(h_4, X_T - X_i)$	
3	$-r_1(h_1, X_i - X_T)$	
	$-r_1(h_2, X_T - X_i)$	
4	$-r_2(h_3, X_i - X_T)$	
	$-r_2(h_4, X_T - X_i)$	

$h_1 : h_1 \leq 0$  if  $x_i < x_t$   
 D. C otherwise  
 $h_2 : h_2 \leq 0$  if  $x_i > x_t$   
 D. C otherwise  
 $h_3 : h_3 \geq 0$  if  $x_i < x_t$   
 D. C otherwise  
 $h_4 : h_4 \geq 0$  if  $x_i > x_t$   
 D. C otherwise

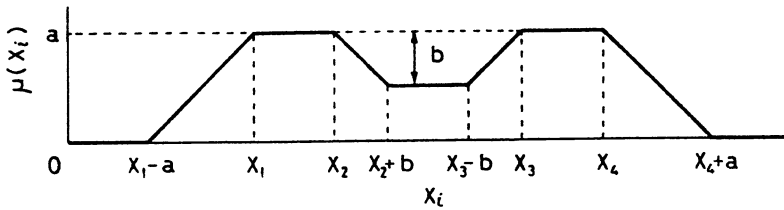


図. 1 M関数とパラメータ

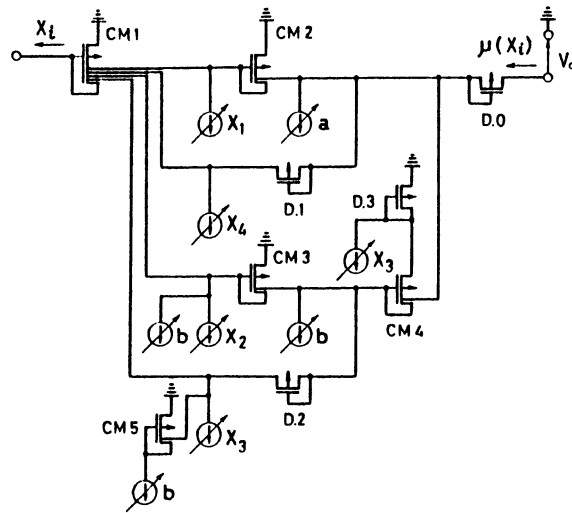


図. 2 プログラマブルメンバーシップ関数回路

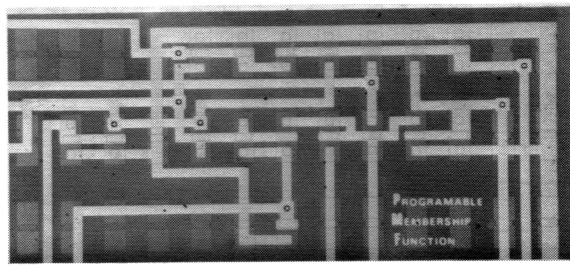
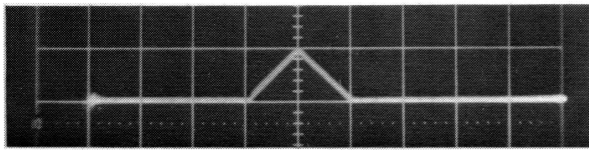
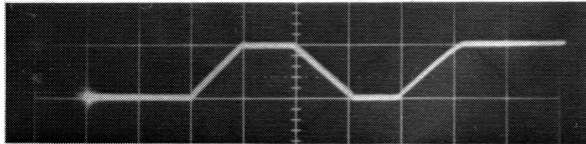


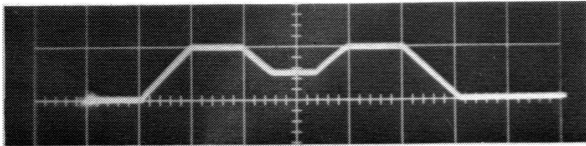
図. 3 PMFチップ写真



(a)



(b)



(c)

図. 4 PMF入出力特性

H : 20  $\mu$ A/div

V : 20  $\mu$ A/div

パラメータ単位 :  $\mu$ A

(a)  $\Delta$ 関数

$$x_1 = 79.2 \quad x_4 = 77.0$$

$$a = 20.5$$

$$x_2 = x_3 = b = 0$$

(b) N関数

$$x_1 = 58.8 \quad x_2 = 83.0$$

$$x_3 = 140.1 \quad x_4 = 200$$

$$a = 20.5 \quad b = 25$$

(c) M関数

$$x_1 = 39.1 \quad x_2 = 62.3$$

$$x_3 = 99.4 \quad x_4 = 115.4$$

$$a = 20.5 \quad b = 11.0$$

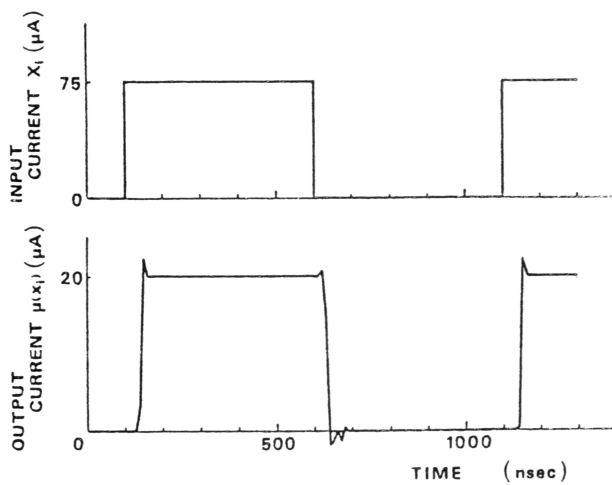


図. 5 PMF過渡応答

表. 2 PMFパラメータ設定値

$x_1$	30 $\mu$ A	W	30 $\mu$ m
$x_2$	40 $\mu$ A	L	10 $\mu$ m
$x_3$	70 $\mu$ A	VDD	10 V
$x_4$	80 $\mu$ A	V <sub>0</sub>	3 V
a	20 $\mu$ A	VTP	-1.0 V
b	10 $\mu$ A	VTN	1.0 V
		t <sub>ox</sub>	700 Å
		C <sub>B0</sub>	0.032 pF
		C <sub>B5</sub>	0.032 pF

N <sub>D</sub>	$4.0 \times 10^{15}$ atoms/cm <sup>3</sup>
N <sub>A</sub>	$1.0 \times 10^{17}$ atoms/cm <sup>3</sup>

## HIGH-SPEED FUZZY CONTROLLER HARDWARE SYSTEM

Takeshi YAMAKAWA

Faculty of Engineering  
Kumamoto University  
Kumamoto, 860 Japan

*Abstract* - A high-speed fuzzy controller hardware system employing MIN-MAX operations is presented. It facilitates approximate reasoning at 1,000,000 FIPS (fuzzy inferences per second) and is able to be used for various purposes by programming. This is the first step of approach to a fuzzy computer.

### I. INTRODUCTION

The first application of Zadeh's fuzzy set and theory and fuzzy logic to a control system was done in 1974<sup>1), 2)</sup> and it stimulated successive many works of industrial applications<sup>3) - 6)</sup>. All of those works are done by using digital computers. There are two reasons for this fact. The first is that there were no tools useful for above purposes. The second is that a digital computer can be used for a variety of purposes only by changing the programs. A fuzzy control system employing a digital computer, however, cannot operate at high speed, costs high and exhibits low efficiency. Of course the system is very difficult to integrate to a monolithic form and thus to implant in a small artificial finger or something like that, if not impossible.

Desirable are the high-speed fuzzy controller hardware system which is of simple configuration but does not produce a significant semantics error, costs low, is useful for many purposes by programming and can be fabricated in a single chip. This paper describes this type of fuzzy controller employing MIN-MAX operations.

### II. ARCHITECTURE OF FUZZY CONTROLLER HARDWARE SYSTEM

A control system can be generally described as shown in Fig.1. The state of the system under control  $y$  and the externally applied input  $x$  results in the controller output  $z$ , which is fed to the system under control. In a control system, **IF-AND-THEN** rules are the most common and convenient rules for representing a human expert's knowledge needed to design good control tasks. Based on Zadeh's fuzzy set theory, the linguistic description is mathematically expressed by fuzzy sets, fuzzy implications, fuzzy modifiers, fuzzy connectives, compositional rule of inference, and defuzzification operators. Each rule is linked by linguistic connectives **ALSO** that has been primarily formalized by L. A Zadeh as a fuzzy logic union. Therefore, a set of control rules is described as follows:

- (CONTROL RULE I) IF  $x = NS$  AND  $y = PS$  , THEN  $z = PS$ ,  
 ALSO  
 (CONTROL RULE II) IF  $x = ZR$  AND  $y = PM$  , THEN  $z = PM$ ,  
 ALSO  
 (CONTROL RULE III) IF ..... AND ..... , THEN ..... ,  
 ALSO  
 (CONTROL RULE IV) IF ..... AND ..... , THEN ..... ,  
 ⋮  
 ⋮  
 ⋮

where NL, NM, NS, ZR, PS, PM and PL are abbreviations of linguistic values of the system, negative large, negative medium, negative small, approximately zero, positive small, positive medium and positive large.

The configuration of the fuzzy controller hardware system is shown in Fig.2. Each fuzzy control rule is implemented on the *Control Rule Board* which has two analog input terminals, i.e., Input  $x$  and State of the system  $y$  , 3-bit LABEL terminals, and 25 signal output terminals. Each control rule board is previously programmed according to the set of control rules (1). For example, since the CONTROL RULE I implies  $x = NS$  and  $y = PS \rightarrow z = PS$  , two membership function circuits for  $x$  and  $y$  are assigned to give the electrical characteristics shown in Fig.2, and the LABEL bus of the control rule board NO.1 is set up that the output signal bus of the membership function generator produces PS. When normalized Input and State signals  $x = -0.2$ ,  $y = +0.5$  , are applied to the terminals of each control rule board simultaneously, both outputs of the membership function circuits are produced to be 0.4. It means that the input signals,  $x = -0.2$  and  $y = +0.5$  , exhibit validity of 0.4 for propositions  $x = NS$  and  $y = PS$  , respectively. A linguistic operation AND is implemented with a MIN circuit (namely MIN(1) in this paper), which is commonly used. Thus the output of MIN(1) is 0.4 and this value means the validity of the condition " $x = NS$  AND  $y = PS$ ". The control action " $z = PS$ " is produced, by the membership function generator, on 25 signal lines which correspond to normalized and quantized amount of  $z$  . The grade of 0.0 and 1.0 are represented by 0 V and 5 V, respectively. The relation from condition to control action is implemented with MIN operation. In other words, voltage distribution on 25 signal lines is modified by MIN(2) circuit to be the output of the corresponding control rule board. Each 25 signals of control rule board is fed to a MAX circuit array which implements the linguistic connectives ALSO. The output voltage distribution of MAX array is the resultant fuzzy output which is not useful for the on-line control system. The fuzzy output should be defuzzified to be fed to the system under control. Detailed descriptions are presented in the following.

Membership Function Circuit Each control rule board has membership function circuits to fuzzify the normalized input signals. It is shown in Fig.3(a). The shape of the membership function (mainly  $\Lambda$ -type and  $\pi$ -type ) can be assigned by resistors  $r_{E1}$  ,  $r_{E2}$  ,  $r_{B1}$  and  $r_{B2}$ . The label of membership function is assigned by the externally controllable voltage  $M$  . The static input-output characteristics is shown in Fig.3(b), where  $r_{E1} = r_{E2} = 400 \Omega$  and  $r_{B1} = r_{B2} = 1 K\Omega$  produce the  $\Lambda$ -shaped membership function. Labels of NL, NM, NS,

ZR, PS, PM and PL are obtained at  $M = -5 \text{ V}, -3.3 \text{ V}, -1.7 \text{ V}, 0 \text{ V}, +1.7 \text{ V}, +3.3 \text{ V}, +5 \text{ V}$ , respectively. The dynamic response of the membership function circuit is shown in Fig.3(c), where  $M = +5 \text{ V}$ , that is, the label is PL. The response time is about 500 nsec.

MIN Circuit MIN(1) is a two-input MIN circuit and MIN(2) is constructed with 25 two-input MIN circuits, each one input of which is commonly supplied by the output of MIN(1). A circuit configuration of k-input MIN circuit is shown in Fig.4(a), where NPN transistor compensates the error corresponding to  $V_{EB} (\approx 0.7 \text{ V})$  of PNP transistors.

The static input-output characteristics of the two-input MIN circuit is shown in Fig.4(b) which exhibits a very small error enough to be used in the fuzzy hardware systems. The response time of the MIN circuit is shown in Fig.4(c). It shows that the rise and fall times are both within 10 nsec.

Membership Function Generator Although a membership function circuit has only one input and one output, the membership function generator has 25 output signal lines and does not have an input but has a select bus which is connected to the output of the 1 of 8 decoder as shown in Fig.5. The select bus consists of 7 bits named NL, NM, NS, ZR, PS, PM and PL. The last one output of 1 of 8 decoder, NOT SPECIFIED, is not connected anywhere. 3-bit word LABEL

makes only one of eight outputs of 1 of 8 decoder high. For instance, the LABEL 000 makes NOT SPECIFIED high, 000 does NL, 010 does NM, and so on. The complete correspondences are listed in Table 1.

7-bit select bus can active only one of seven MOS FET switch rows,  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_7$ . The selected switch row passes a set of voltages

(1.7 V, 3.3 V, 5 V, 3.3 V, 1.7 V) through itself to the appropriate three or six output signal lines of the membership function generator.

The residual signal lines are forced to the ground level, because these are disconnected from a set of voltages and terminated to the ground through resistors of  $2 \text{ K}\Omega$ . If a LABEL is set up to be 000, the terminal NOT SPECIFIED is made high and the select bus cannot

activate the membership function generator, in other words, all of 25 signal lines are 0 V. Thus the output of the control rule board, the LABEL of which is set up to be 000, is disabled. Otherwise,

if a LABEL is set up to be 101 for example, the terminal PS is made high and the select bus enables only switch row  $S_5$ . Therefore,

output terminals 14 through 18 exhibit non-zero value, that is,  $V_{14} = 1.7 \text{ V}, V_{15} = 3.3 \text{ V}, V_{16} = 5 \text{ V}, V_{17} = 3.3 \text{ V}, V_{18} = 1.7 \text{ V}$ , which correspond to fuzzy grades or fuzzy truth values of  $1/3, 2/3, 1, 2/3, 1/3$ , respectively. Of course the residual output lines are 0 V.

Output line numbers  $j = 0, 12$  and  $24$  are corresponding to  $-1.0, 0$  and  $+1.0$  of the normalized fuzzy variable  $z$ , respectively.

MAX Circuit MAX array in Fig.2 is constructed with 25 n-input MAX circuits, where n represents the number of control rule boards used in the system. A circuit configuration of k-input MAX circuit

is shown in Fig.6(a), where PNP transistor compensates the error corresponding to  $V_{BE} (\approx 0.7 \text{ V})$  of NPN transistors as in the case of

MIN circuit. Static input-output characteristics of the two-input

MAX circuit is shown in Fig.6(b), which exhibits a very small error enough to be used in the fuzzy hardware system. The response time

of the MIN circuit is shown in Fig.6(c). It shows that the rise and fall times are both within 10 nsec.

Defuzzifier The defuzzifier fills two roles. One is a conversion of 25 parallel signal lines to a single signal line. The other is the induction of the essence of control output. A variety of defuzzification algorithms can be proposed and they produce inherent semantics errors. A *center of gravity method* is adopted in this paper. Fig.7 shows the defuzzifier employing a center of gravity. It is composed of a resistive network for summation and weighted summation, a current mode divider and a level shifter with I-V conversion. Resistor array R, R/2, R/3, ..., R/24 gives a current of  $I_1$  which corresponds to a weighted summation of  $V'_1, V'_2, \dots, V'_{24}$ . Resistor array of r gives a current of  $I_2$  which corresponds to a summation of  $V'_0, V'_1, V'_2, \dots, V'_{24}$ . Therefore the output current of the current mode divider is obtained as

$$I_o = K \cdot \frac{I_1}{I_2} = K \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{\sum_{j=0}^{24} j \cdot V'_j}{\sum_{j=0}^{24} V'_j} \quad (2)$$

where K represents a constant value of the divider. This current  $I_o$  corresponds to the resultant value of z in the normalized space of  $0 \sim 2$ , but not  $-1 \sim +1$ . Therefore, it should be shifted by the amount of  $I^*$  which corresponds to 1 in the normalized z. Thus we can get the final non-fuzzy control output  $V_{OUT}$  given by

$$V_{OUT} = R_L \cdot K \cdot \frac{\sum_{i=-12}^{12} i \cdot u_i}{\sum_{i=-12}^{12} u_i} \quad (3)$$

### III. PROGRAMMING

In order to activate the fuzzy controller hardware system, it is necessary to assign the values of specific terminal voltages on the control rule boards according to a set of linguistic control rules of experts. It can be regarded as *programming*, because the controller can be used for many purposes by assigning those values. Programming is mainly achieved by assigning membership functions in linguistic control rules. Labels of membership functions and their implementation in hardware systems are listed in Table 1. A Programming procedure is illustrated by the example of control rules (1) in the following. Condition of CONTROL RULE I gives two parameters of membership functions in the control rule board NO.1 ( $M_x^1 = -1.7$  V,  $M_y^1 = +1.7$  V, where superscripts and subscripts represent the number of control rule board and the normalized Input and State signals, respectively.) On

the other hand, control action of CONTROL RULE I gives 3-bit word LABEL in the control rule board NO.1 (LABEL = 101). After the similar procedure, we can get the following programming:

- (CONTROL RULE I)       $M_x^1 = -1.7 \text{ V}$  ,  $M_y^1 = +1.7 \text{ V}$  , LABEL = 101
- (CONTROL RULE II)      $M_x^2 = 0 \text{ V}$  ,  $M_y^2 = +3.3 \text{ V}$  , LABEL = 110
- (CONTROL RULE III)     $M_x^3 = \text{don't care}$ ,  $M_y^3 = \text{don't care}$ , LABEL = 000
- (CONTROL RULE IV)      $M_x^4 = \text{don't care}$ ,  $M_y^4 = \text{don't care}$ , LABEL = 000
- .....

If the number of control rules given is less than that of control rule boards, the excess control rule boards are disabled by LABEL = 000, and the Input and State signals have no effects (don't care conditions).

#### IV. CONCLUSIONS

A fuzzy controller hardware system employing MIN-MAX operations is described. The fuzzy truth values or grades of membership function 0 and 1.0 are represented by 0 V and 5 V , respectively. This system is constructed with binary digital circuits and intrinsic fuzzy circuits, and operates at very high speed. Total response time of this controller is 670 nsec, which is independent of the number of control rules and it means that the fuzzy inference can be achieved more than 1,000,000 times per sec., i.e., 1 Mega FIPS (fuzzy inferences per second). This *Mega FIPS machine* can be used for many purposes by programming. This is the first step of approach to a Fuzzy Computer.

#### REFERENCES

- 1) S. Assilian, "Artificial intelligence in the control of real dynamical systems," Ph.D. dissertation, London University, London, England (1974).
- 2) E. H. Mamdani and S. Assilian, "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller," Int. J. Man-Mach. Stud., Vol.7, pp.1-13 (1975).
- 3) Didier Willaëys and Noël Malvache, "Use of fuzzy model for process control," Proc. Int. Conf. on Cybernetics and Society, Vol.2, pp.942-946, Tokyo (1978).
- 4) Lauritz P. Holmblad and Jens-Jørgen Østergaard, "Control of a cement kiln by fuzzy logic," Fuzzy Information and Decision Processes (M.M. Gupta and E. Sanchez eds.), pp.389-399 (1982).
- 5) M. Sugeno and K. Murakami, "Fuzzy parking control of model car," Proc. 23rd Conf. Decision and Control, Las Vegas, NV, December, pp.902-903 (1984).
- 6) Kaoru Hirota, Yoshinori Arai and Witold Pedrycz, "Robot control based on membership and vagueness," Approximate Reasoning in Expert Systems (M.M. Gupta, A. Kindel, W. Bandler, J.B. Kiszka eds.), pp.621-635 (1985).

Table 1

LABEL	Parameter of Membership Function Circuit (M)	Input word of 1 of 8 Decoder (LABEL)
PL	+5 V	111
PM	$+(2/3)5 = +3.3$ V	110
PS	$+(1/3)5 = +1.7$ V	101
ZR	0 V	100
NS	$-(1/3)5 = -1.7$ V	011
NM	$-(2/3)5 = -3.3$ V	010
NL	-5 V	001
NOT SPECIFIED	don't care	000

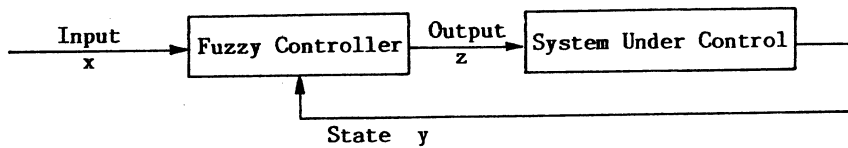


Fig.1 Block diagram of a fuzzy control system.

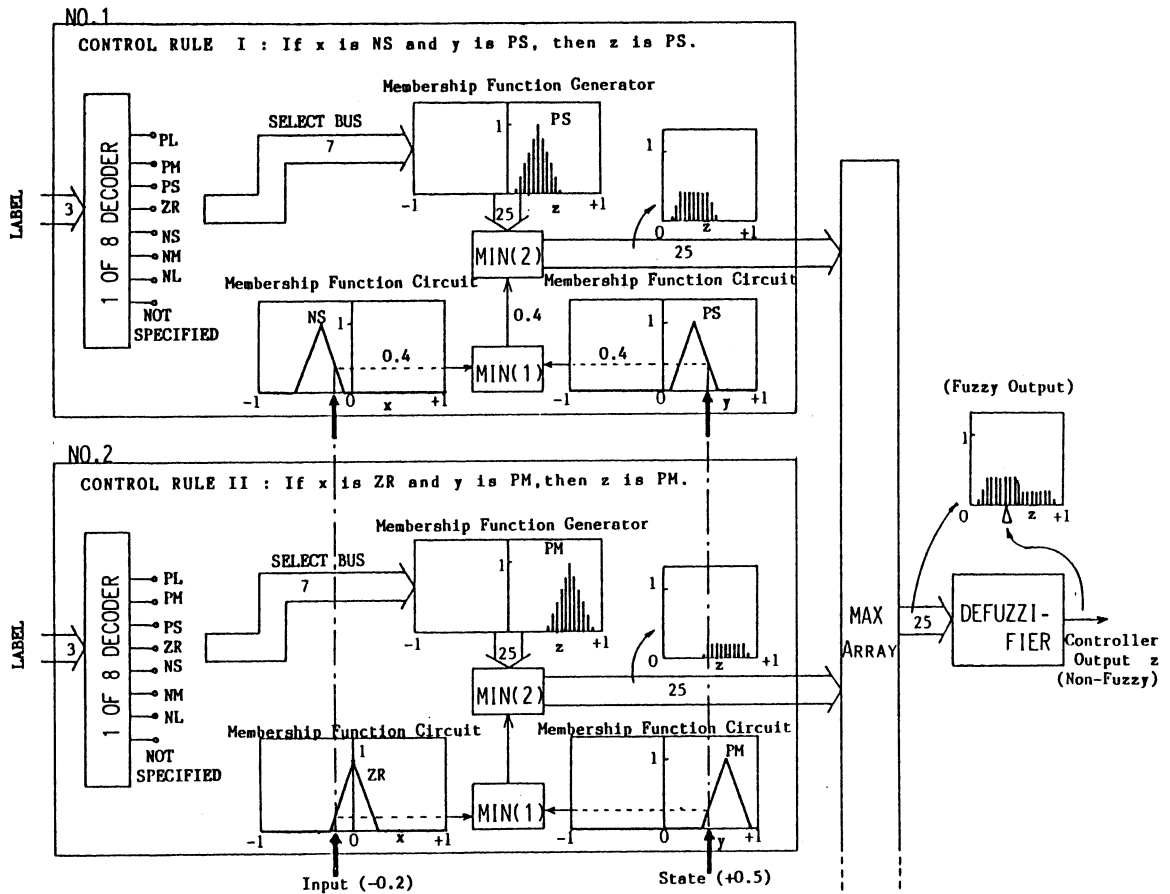
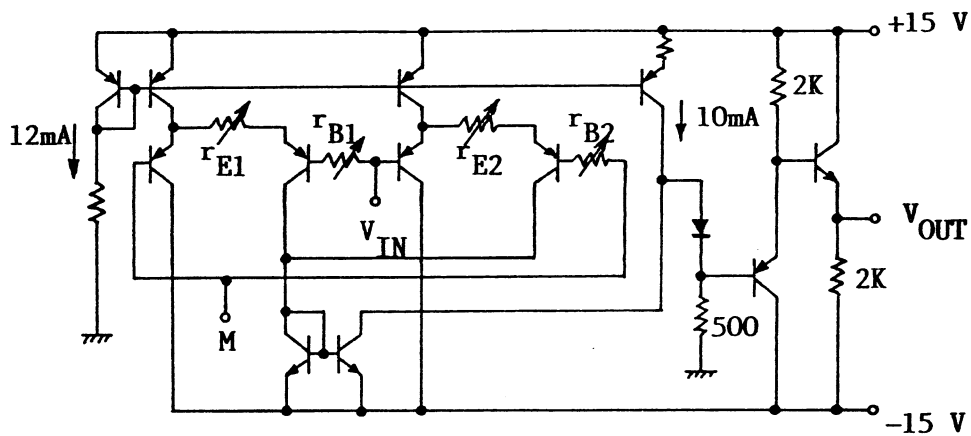
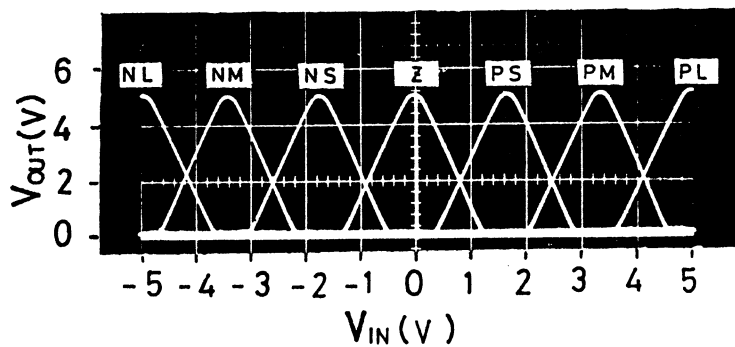


Fig.2 Configuration of the fuzzy controller hardware system.



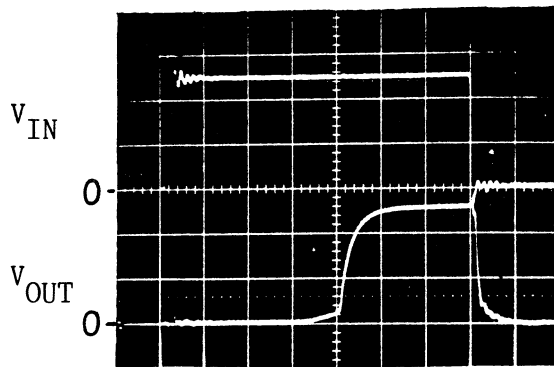


(a)



(b)

$$r_{B1} = r_{B2} = 1 \text{ K}\Omega, \quad r_{E1} = r_{E2} = 400 \Omega$$



(c)

V: 2 v/div.  
H: 100 nsec/div.

Fig.3 (a) Membership function circuit, (b) static characteristics and (c) dynamic response.

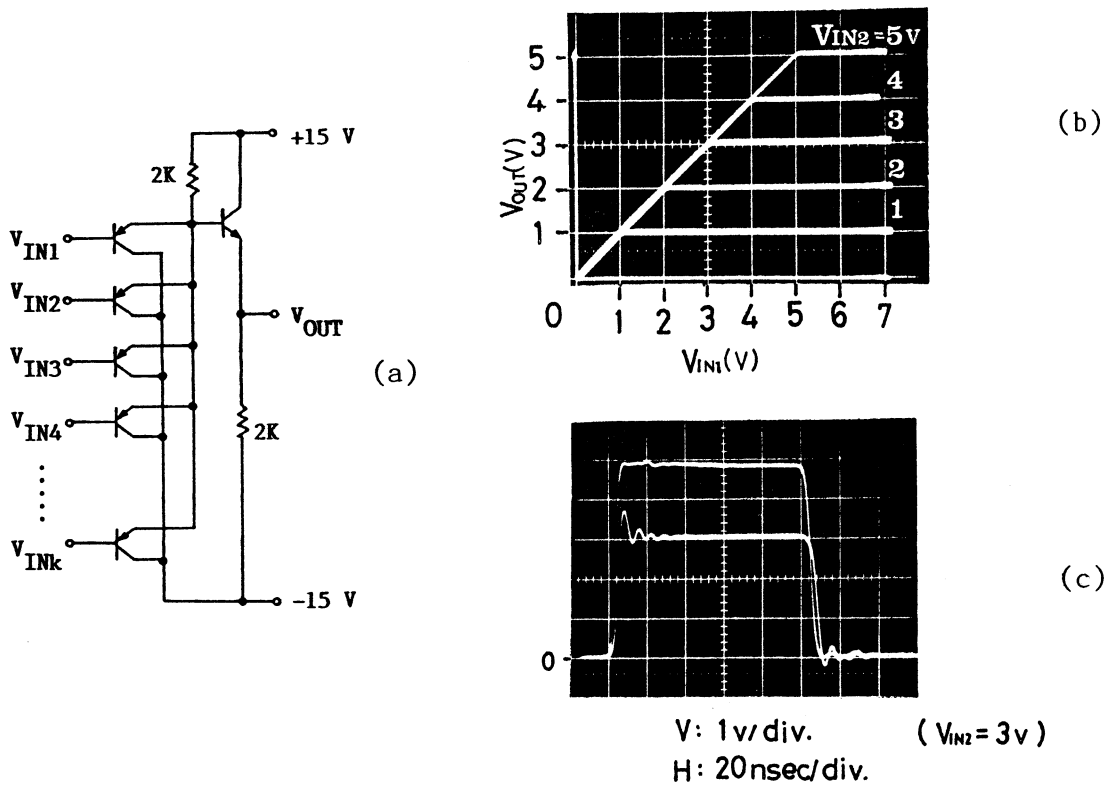


Fig.4 (a) MIN circuit, (b) static characteristics and (c) dynamic response.

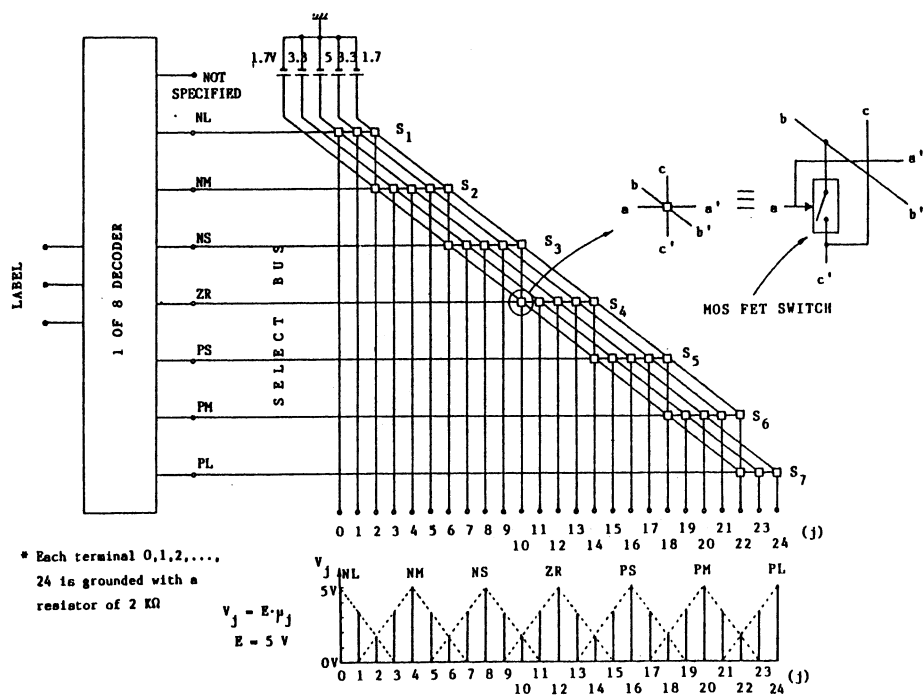


Fig.5 Membership function generator with 1 of 8 decoder.

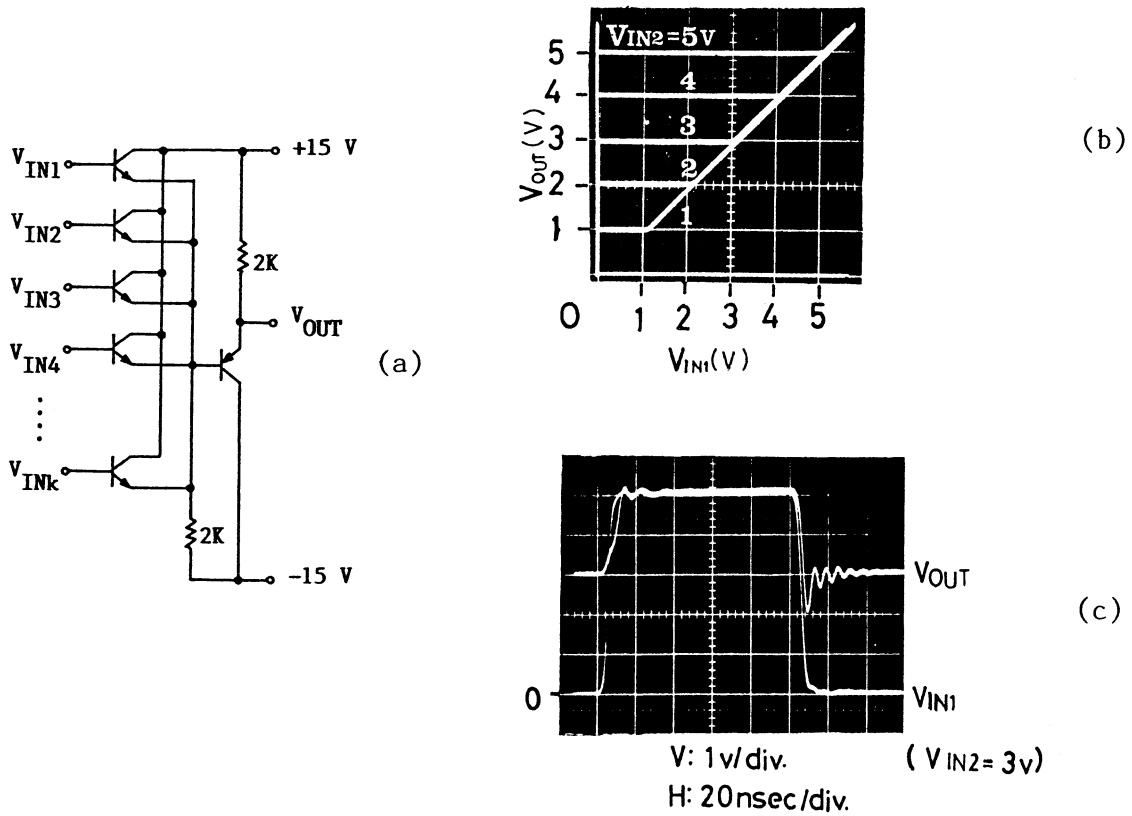


Fig.6 (a) MAX circuit, (b) static characteristics and (c) dynamic response.

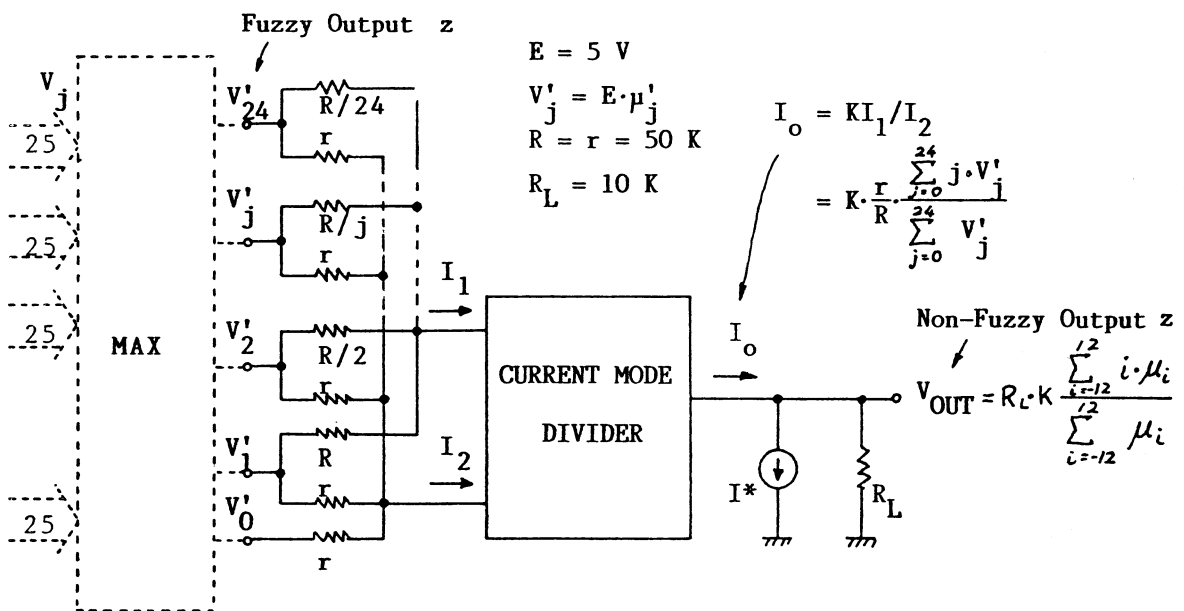


Fig.7 Defuzzifier employing a center of gravity.

## 種々の Fuzzy 推論法の下での Fuzzy 制御

### Fuzzy Controls under Various Fuzzy Reasoning Methods

水本雅晴

Masaharu Mizumoto

大阪電気通信大学・工・経営工学科

Osaka Electro-Communication University

Department of Management Engineering

A fuzzy logic controller consists of linguistic control rules tied together by means of two concepts of fuzzy implication and compositional rules of inference. Most of the existing fuzzy logic controllers are based on the approximate reasoning method by Mamdani. This paper introduces other fuzzy implications such as arithmetic rule and maximin rule as fuzzy implications for linguistic control rules and compares control results for a plant model with first order delay under various fuzzy reasoning methods.

#### 1. はじめに

fuzzy 制御の推論法として Mamdani<sup>(1)</sup>の方法がよく使用されているが、ここでは彼の方法以外の推論法を使用することにより、一連の系に対してどのような制御結果が得られるかを示す。また、

制御規則を定義する fuzzy 集合の形を変化させた場合の制御結果を Mamdani の方法の場合に示す。

## 2. Fuzzy 推論法

今、次のような形式の fuzzy 推論を考えよう<sup>(2,3)</sup>。

$$\frac{\begin{array}{l} \text{If } x \text{ is } A \text{ and } y \text{ is } B \text{ then } z \text{ is } C \\ x \text{ is } A' \text{ and } y \text{ is } B' \end{array}}{z \text{ is } C'} \quad (1)$$

結論  $C'$  は、推論の合成規則を用いることにより

$$C' = (A' \text{ and } B') \circ [(A \text{ and } B) \rightarrow C]$$

すなわち

$$\mu_{C'}(w) = \bigvee_{u,v} \{ [\mu_{A'}(u) \wedge \mu_{B'}(v)] \wedge [(\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)) \rightarrow \mu_C(w)] \}$$

と与えられる。ここで、 $\vee = \max$ ,  $\wedge = \min$ 。

今、 $A' = u_0$ ,  $B' = v_0$  である場合、結論  $C'$  は

$$\mu_{C'}(w) = [\mu_A(u_0) \wedge \mu_B(v_0)] \rightarrow \mu_C(w) \quad (2)$$

のようになる。含意  $\rightarrow$  として表 1 のようなものが考えられる<sup>(4)</sup>。

表 1 種々の含意  $a \rightarrow b$

$R_c: a \wedge b$ (Mamdani)	$R_a: 1 \wedge (1 - a + b)$
$R_p: ab$	$R_b: (1 - a) \vee b$
$R_{bp}: 0 \vee (a + b - 1)$	$R_m: (a \vee b) \wedge (1 - a)$
$R_{dp}: \begin{cases} a & \dots b = 1 \\ b & \dots a = 1 \\ 0 & \dots a, b < 1 \end{cases}$	$R_x: 1 - a + ab$
	$R_{\#}: (1 - a \vee b) \wedge (a \vee [1 - a]) \wedge (a \vee [1 - b])$

## 3. Fuzzy 制御

上記の fuzzy 推論法を用いて、簡単な一次遅れの系として「液面アロピスモデル」を考え、それに適用する fuzzy 制御法を考える。使用可能な偏差、その変化量、操作の変化量を表せる fuzzy 集合を区間  $[-6, 6]$  に想定し、図 1 のようにおくとする。

$e, \Delta e, \Delta g$  を  
 偏差:  $e$   
 $= (\text{現在の水位}) - (\text{目標水位})$   
 偏差の変化量:  
 $\Delta e = e(k) - e(k-1)$   
 操作の変化量:  $\Delta g$

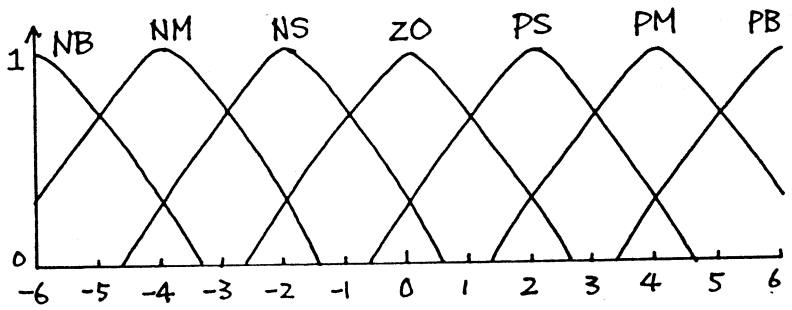


図1 Fuzzy 集合

表2  $e, \Delta e \rightarrow \Delta g$  に対する制御規則

$e \backslash \Delta e$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB							PB
NM							PM
NS							PS
ZO	PB	PM	PS	ZO	NS	NM	NB
PS							NS
PM							NM
PB							NB

とする。山崎ら(5)は13個の  
 制御規則を表2のように与え  
 た。これは  
 $e$  is NB and  $\Delta e$  is ZO  $\rightarrow \Delta g$  is PB  
 $e$  is NM and  $\Delta e$  is ZO  $\rightarrow \Delta g$  is PM  
 ..... (3)  
 $e$  is ZO and  $\Delta e$  is PB  $\rightarrow \Delta g$  is NB  
 を意味する。

$e = e_0, \Delta e = \Delta e_0$  と確定した  
 値が前提として式(3)に与えら  
 れた時、各制御規則に対し  
 式(2)の方法で、結論  $\Delta g$  に対す  
 る fuzzy 集合を求め、その13個の  
 fuzzy 集合の総び(U)\*E取り、その  
 重心を求めることにより、実際の操  
 作量の変化量  $\Delta g = \Delta g_0$  が求めら  
 れる。図2は3つの制御規則に対  
 し、Mamdaniの方法  $a \rightarrow b = a \wedge b$  (表1)  
 を使用した場合の  $\Delta g_0$  の求め方  
 を示す。図3は、表2の13個の制  
 御規則の場合の  $e_0, \Delta e_0$  に対す  
 る  $\Delta g_0$  を図示したものである。

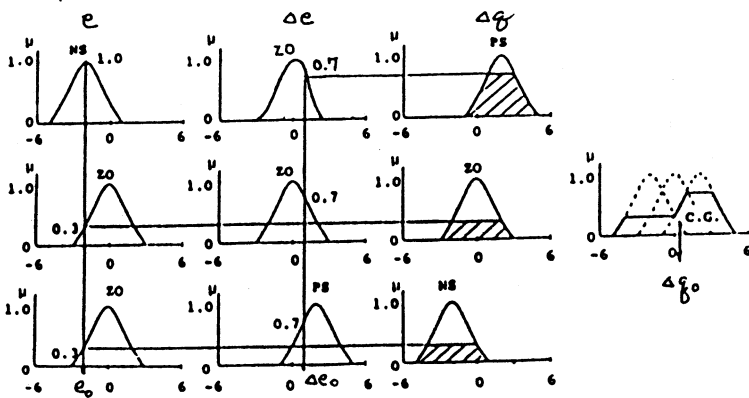


図2  $e_0, \Delta e_0$  が与えられた時の  $\Delta g_0$  の求め方

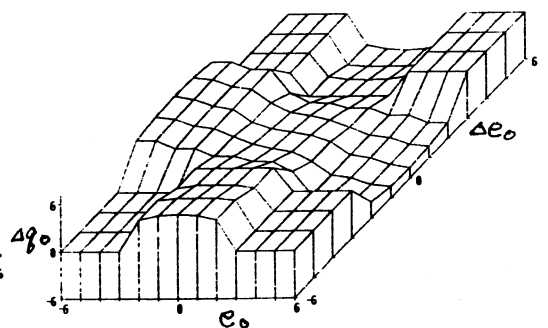


図3 表2の制御規則による  $e_0, \Delta e_0 \rightarrow \Delta g_0$  の図示 (Mamdaniの方法 Rc)

\*式(2)に表1の左側の含意  $a \rightarrow b$  を用いた場合、総び(U)を取るが、  
 右側の  $a \rightarrow b$  に対しては、交わり( $\cap$ )を取ることに注意されたい。

以上のような方法で液面プロセスモデルに対して各推論法(表1)の下で制御させたのが図4の制御結果である。各推論法とも良好な結果を得ているが、特に表1の左側の令意に基づいた方法  $R_c, R_p, R_{bp}, R_{dp}$  が良く、共に同様な結果を得ている。

式(2)において  $\wedge = \min$  としているが(すなわち式(1)の  $\text{and}$  を  $\min$  に解釈),  $\text{and}$  を代数積とすることも可能である。すなわち式(2)を

$$[\mu_A(e_0) \cdot \mu_B(\Delta e_0)] \rightarrow \mu_C(\Delta g) \quad (4)$$

とした場合の制御結果を示すと図5のようになる。図4と大差は無いが  $R_{\#}$  の振舞が少し異なっている。なお、 $R_{dp}, R_{bp}$  については  $R_c, R_p$  とほぼ同じであるので図示していない。

図6は、式(4)において、 $\rightarrow = \wedge$  ( $R_c$ の場合)と固定し、 $\text{and}$  とし  $\wedge, \cdot, \odot, \triangle$  を採用した場合の制御結果を示す。すなわち

$$[\mu_A(e_0) * \mu_B(\Delta e_0)] \wedge \mu_C(\Delta g) \quad (5)$$

ここで、 $*$  とし、 $\wedge = \min$ ,  $\cdot =$  代数積,  $\odot$  (限界積) =  $R_{bp}$ ,  $\triangle$  (激烈積) =  $R_{dp}$  (表1参照) とする。明らかに、 $\wedge, \cdot, \odot$  を  $\text{and}$  として採用すると良好な制御結果を得ることが分かるが、 $\triangle$  を採用すると収束しないことが観測される。

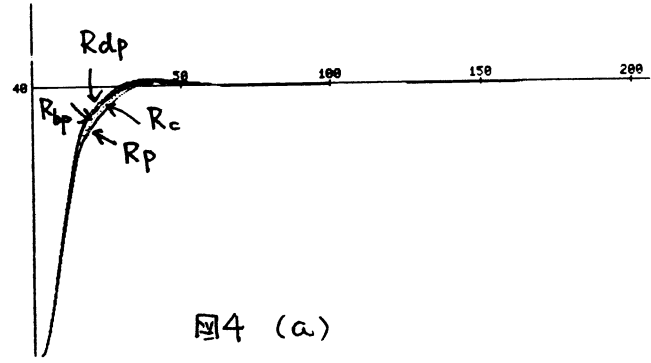
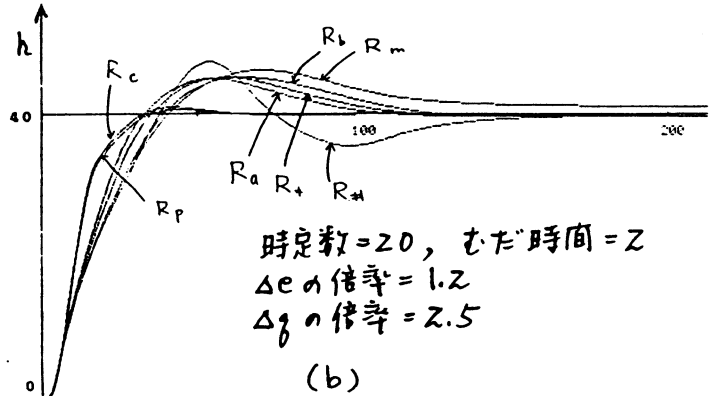


図4 (a)



(b)

図4 13個の推論規則の下での各推論法による結果

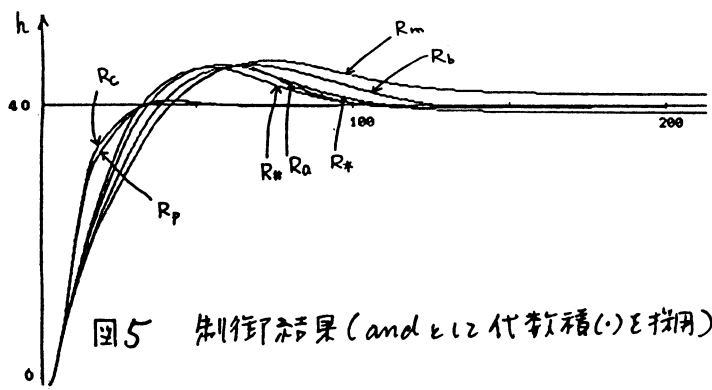


図5 制御結果 ( $\text{and}$  とし代数積( $\cdot$ )を採用)

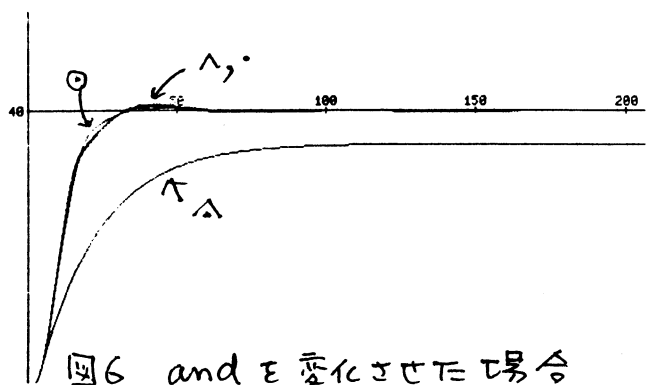


図6  $\text{and}$  を変化した場合

#### 4. Fuzzy集合を変化させた場合のFuzzy制御

以上述べたFuzzy制御においては、Fuzzy制御規則を定義するFuzzy集合は図1のものに限ったが、以下ではこれらのFuzzy集合の中を変化させた場合、どのような制御結果が得られるかをMamdaniの方法 $R_c$ に限った場合に7112議論してみよう。

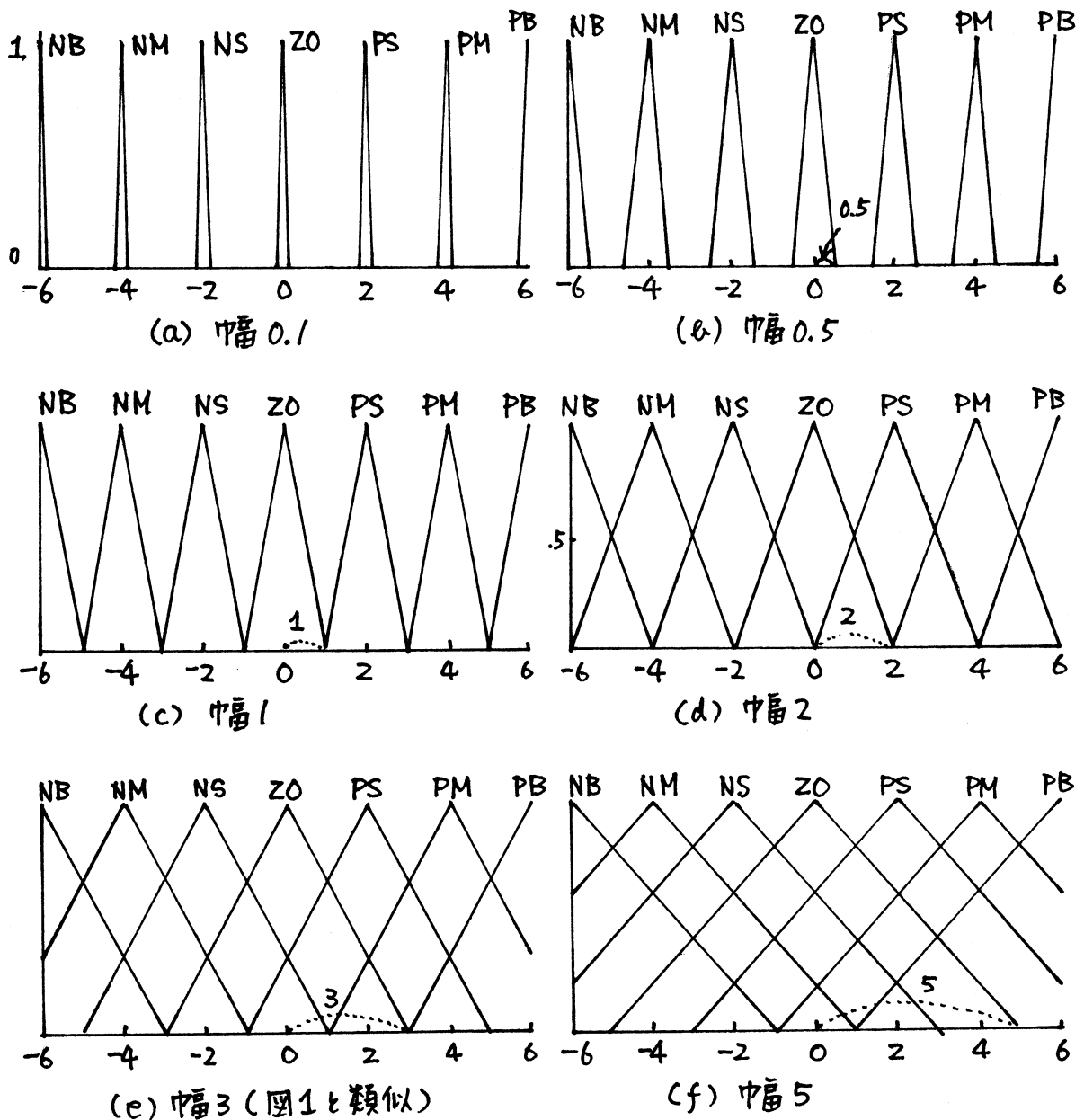


図7 幅を変化させた場合のFuzzy集合

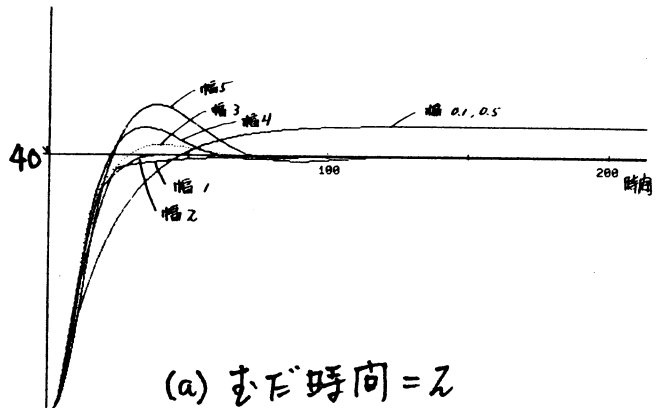


図7のような fuzzy 集合の幅を変化させた場合には, Mamdani の方法  $R_c$  を使用した場合の制御結果を示すと図8(a)のようになる(むだ時間=2). 幅を0.1, 0.5のようにかなり細くした場合は, 収束しづらいことがわかる. 幅2, 1にした場合は一番制御結果がよくなり, 幅を大きく3, 4, 5にするとオーバーシュートが大きくなり, 収束ポイントも遅れている. むだ時間=5とした場合(図8(b)), 幅0.1, 0.5, 1の場合, 収束しづらい. その他の場合ヒンティングするが, 共に収束する. 幅2とした場合が最も早く収束し, 幅3の場合が次に続く.

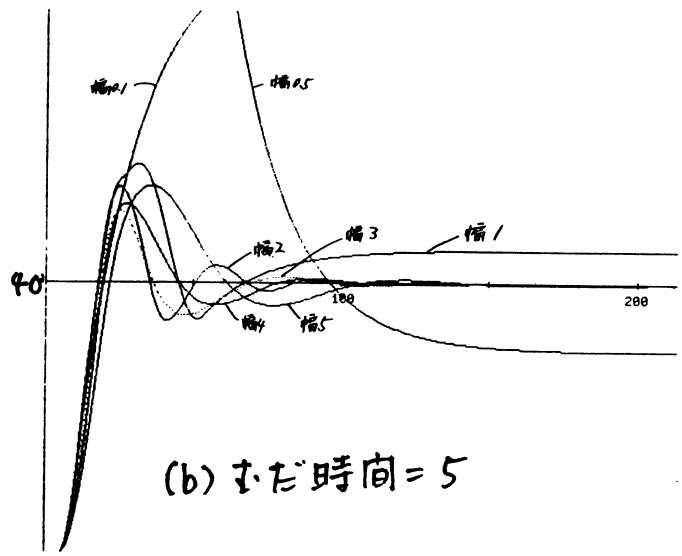
以上のことより, 幅2付近の fuzzy 集合で定義される制御規則を使用した場合が良好な制御結果を得ることが得られた.

参考文献

1. Mamdani, E. H.: Applications of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic plant, Proc. of IEEE, 121, 1585-1588, 1974.
2. Mizumoto, M.: Extended fuzzy reasoning, in Approximate Reasoning in Expert Systems (ed. Gupta et al.), Elsevier Science Pub., 71-85, 1985.
3. 水本: 面白い制御に不可欠な基礎理論, 計測自動制御学会主催「面白い制御基礎講座」, 東京: 1985. 2. 18-19; 大阪: 1985. 4. 9-10.
4. Mizumoto, M. & Zimmermann, H. J.: Comparison of fuzzy reasoning methods, Fuzzy Sets and Systems, 8, 3, 257-283, 1982.
5. 山崎・菅野: ファジィ制御, システムと制御, 28, 7, 442-446, 1984.



(a) むだ時間=2



(b) むだ時間=5

図8 Fuzzy 集合の幅を変えた場合の制御結果 (Mamdani の方法  $R_c$ )

不完全指定 fuzzy 論理関数の简单化  
Minimizing Incompletely Specified Fuzzy Switching Functions

向殿 政男  
Masao Mukaidono

明治大学・工学部・電子通信工学科  
Dept. of Electronics and Communication  
Faculty of Engineering  
Meiji University

ABSTRACT: The research on minimizing incompletely specified fuzzy switching functions has not been done adequately. In this paper the meaning of incompletely specified fuzzy switching functions is clarified and the problem of minimizing them is formulated exactly. Finally, an algorithm for obtaining the minimum form of incompletely specified fuzzy switching function is shown.

1. まえがき

fuzzy 論理関数とは、三つの論理演算 AND, OR 及び NOT と論理変数とから構成される論理式が表現する無限多値論理関数である。fuzzy 論理関数は、あいまいな状況下におけるパターン認識やエキスパートシステム及びあいまいさを含んだ推論やデータベース問い合わせ言語などへの応用が期待されて、古くから研究されて来た。又、2 値論理関数が、ブール代数上の関数であるように、fuzzy 論理関数は、ブール代数よりも弱い体系であるクリーネ代数上の関数として、多値論理の研究からも興味ある対象とされて来た。その中でも、fuzzy 論理関数の简单化は、最も古くから行なわれて来た研究課題の一つであった<sup>(1)(2)</sup>。一方、不完全指定 2 値論理関数に対応して、不完全指定 fuzzy 論理関数の研究も行なわれて来た<sup>(3)(4)</sup>。しかし、fuzzy 論理関数の性質が明確にされていなかった為に、そこでの定式化は完全なものとは言えなかった。

本論文では、fuzzy 論理関数の定義の後に、それらの性質を明確にし、不完全指定 fuzzy 論理関数の意味付けを明かにし、これを厳密に定式化した。最後に、不完全指定 fuzzy 論理関数の最簡形式を求めるアルゴリズムを示した。

2. fuzzy 論理関数

2 値論理における論理式と同様に、ここでは、三つの論理演算・(AND)、 $\vee$ (OR) 及び  $\sim$ (NOT) と論理変数  $x_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) とから構成される式を論理式という。

[定義 1] (1)  $0, 1, x_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) は論理式である。

(2)  $f_1, f_2$  が論理式である時、 $(f_1 \cdot f_2)$ ,  $(f_1 \vee f_2)$ ,  $\sim(f_1)$  は論理式である。

(3) 上で与えられるもののみが論理式である。

論理式に現われる記号  $x_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) を閉区間  $[0, 1]$  の値をとる論理変数と解釈し、論理演算  $\cdot, \vee, \sim$  をそれぞれ、 $\min, \max$  及び  $1 -$  と解釈すると、論理

式は、一つの関数  $f : V^n \rightarrow V$  を表わしていることになる。但し、 $V = [0, 1]$  とし、大小関係は、通常的全順序関係とする。これを、*fuzzy* 論理関数という。

【定義2】  $f : V^n \rightarrow V$  が *fuzzy* 論理関数であるとは、 $f$  が論理式で表わされる時、及びその時に限る。但し、論理式において、 $x_i \in V = [0, 1]$  ( $i = 1, \dots, n$ )

$$(f_1 \cdot f_2) = \min(f_1, f_2),$$

$$(f_1 \vee f_2) = \max(f_1, f_2),$$

$$\sim(f_1) = 1 - f_1.$$

真理値の集合  $V = [0, 1]$  において、 $1/2$  は最もあいまいな値であり、 $0$  と  $1$  には、あいまいさは存在しない。よって、図1のようなあいまいさに関する半順序関係  $\leq$  を  $V$  の上に定義できる。

【定義3】  $a, b \in V$  とする時、

$$a \leq b \text{ iff } a \leq b \leq 1/2$$

又は、

$$a \geq b \geq 1/2$$

$$A = (a_1, \dots, a_n), B = (b_1, \dots, b_n) \in V^n$$

とする時、

$$A \leq B \text{ iff } a_i \leq b_i \text{ for all } i.$$

【例】  $0.2 \leq 0.4, 0.9 \leq 0.8$

$$0.2 \leq 0.6, (0.3, 0.6) \leq (0.4, 0.5)$$

任意の *fuzzy* 論理関数は、あいまいさの関係  $\leq$  を保存する事が知られている。

【定理1】  $f$  を *fuzzy* 論理関数とする。

その時、

$$A \leq B \rightarrow f(A) \leq f(B)$$

である。

*fuzzy* 論理関数  $f$  の任意の元  $A \in V^n$  に対する値  $f(A)$  は、 $T = \{0, 1/2, 1\}$  とする時、 $T^n$  の元  $A'$  に対する値が分かっているならば、一意に決定できることが知られている。

【定理2】  $f_1$  及び  $f_2$  を *fuzzy* 論理関数とする。その時、

$$f_1(A) = f_2(A) \text{ for all } A \in V^n$$



$$f_1(A') = f_2(A') \text{ for all } A' \in T^n$$

以上により、以降、*fuzzy* 論理関数  $f$  の値については、定義域の無限個の点  $A \in V^n$  に対する値  $f(A)$  ではなく、有限個の点  $A' \in T^n$  ( $|T^n| = 3^n$ ) に対する値  $f(A')$  についてのみ考慮すれば十分であることがわかる。

*fuzzy* 論理関数  $f$  は、2値論理関数がそうであるように、

$$\text{加法形式} \quad f = \alpha_1 \vee \dots \vee \alpha_m$$

$$\text{及び、乗法形式} \quad f = \beta_1 \cdot \dots \cdot \beta_n$$

に、展開できる。ただし、 $\alpha_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) は積項であり、 $\beta_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) は和項である。2値論理と異なる点は、積項の中にはある変数について、肯定及び否定が同時に現われるようなもの、例えば  $x_1 \cdot \bar{x}_1 \cdot x_3$  のような項（このような項を相補積項、そうでないものを単積項という）が現われ、和項の中にも、ある変数について、肯定及び否定が同時に現われるようなもの、例えば、 $(x_1 \vee \bar{x}_1 \vee x_3)$  のような項（このよ

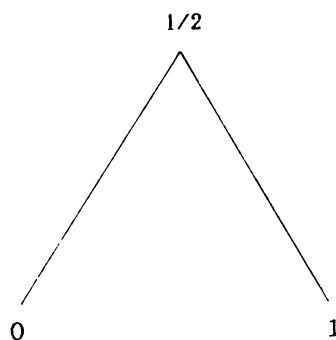


図1 あいまいさに関する半順序関係  $\leq$

うな項を相補和項、そうでないものを単和項という) が現われることである。

相補積 (和) 項のうちすべての変数が現われるようなものを、特に、相補最小 (大) 項といい、すべての相補積 (和) 項は、相補最小 (大) 項の和 (積) に展開できることが知られている。

【定義4】  $A = (a_1, \dots, a_n) \in T^n$  と単積 (和) 項  $\alpha = x_1^{a_1} \cdots x_n^{a_n}$  ( $\beta = x_1^{a_1} \vee \cdots \vee x_n^{a_n}$ ) とは次の時、互に対応しているという。

$$a_i = 0 \iff x_i^{a_i} = \bar{x}_i (x_i),$$

$$a_i = 1 \iff x_i^{a_i} = x_i (\bar{x}_i),$$

$$a_i = \frac{1}{2} \iff \text{変数 } x_i \text{ は存在しない。}$$

又、 $A = (a_1, \dots, a_n) \in T^n - \{0, 1\}^n$  と相補最小 (大) 項  $\alpha = x_1^{a_1} \cdots x_n^{a_n}$  ( $\beta = x_1^{a_1} \vee \cdots \vee x_n^{a_n}$ ) とは、次の時、互に対応しているという。

$$a_i = 0 \iff x_i^{a_i} = \bar{x}_i (x_i),$$

$$a_i = 1 \iff x_i^{a_i} = x_i (\bar{x}_i),$$

$$a_i = \frac{1}{2} \iff x_i^{a_i} = x_i \cdot \bar{x}_i (x_i \vee \bar{x}_i)。$$

【例】  $\alpha = x_1 \cdot \bar{x}_3$ , と  $A = (1, \frac{1}{2}, 0)$ ,  
 $\beta = x_1 \vee \bar{x}_3$ , と  $A = (0, \frac{1}{2}, 1)$ ,  
 $\alpha = x_1 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3$ , と  $A = (\frac{1}{2}, 0, 1)$ ,  
 $\beta = x_1 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3$ , と  $A = (\frac{1}{2}, 1, 0)$ 。

とは互に対応している。

【定義5】  $f$  の加 (乗) 法形式

$$f = \alpha_1 \vee \cdots \vee \alpha_n$$

$$(f = \beta_1 \cdot \cdots \cdot \beta_m)$$

のうち、 $\alpha_i$  ( $\beta_i$ ) が単積 (和) 項か又は相補最小 (大) 項であり、かつ  $\alpha_i \not\leq \alpha_j$  ( $\beta_i \not\leq \beta_j$ ) がすべての  $i, j$  ( $i \neq j$ ) で成立する時、 $f$  は主加 (乗) 法標準形で表わされるという。

【定理3】  $f$  の主加 (乗) 法標準形は、一意的に定まる。

### 3. 不完全指定 fuzzy 論理関数

前節の定理1より、次の定理が導ける。

【定理4】  $f$  を fuzzy 論理関数とする。その時

$$f(A) = 1 \rightarrow f(A') = 1 \quad \text{for all } A' \leq A$$

$$f(A) = 0 \rightarrow f(A') = 0 \quad \text{for all } A' \leq A$$

$$f(A) = \frac{1}{2} \rightarrow f(A') = 0 \quad \text{for all } A \leq A'$$

$f$  の定義域  $T^n$  は、三つの領域、

$$\frac{1}{2}\text{-set} = \{A' \mid f(A') = \frac{1}{2}\},$$

$$1\text{-set} = \{A' \mid f(A') = 1\},$$

$$0\text{-set} = \{A' \mid f(A') = 0\},$$

に分けられるが、上の定理より、1-set と 0-set は半順序関係  $\leq$  に関するその極大元により、又、 $\frac{1}{2}$ -set はその極小元により、一意的に決まる。

図2にこの様子を示す。図で  $\circ$  ( $\Delta$ ) 印

は 1 (0)-set の極大元、 $\times$  印は  $\frac{1}{2}$ -set

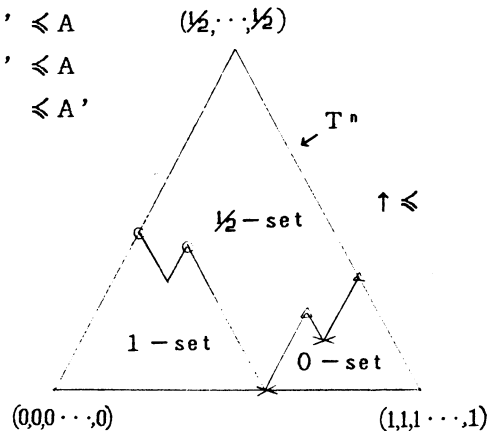


図 2

の極小元を示す。

以上により、fuzzy論理関数の値は、1-set (0-set) の極大元及び 1/2-set の極小元を知れば十分であることが分かる。

【定理5】 fの主加法標準形を

$$f = \alpha_1 \vee \cdots \vee \alpha_s \vee \alpha_1' \vee \cdots \vee \alpha_t',$$

その乗法標準形を

$$f = \beta_1 \cdot \cdots \cdot \beta_u \cdot \beta_1' \cdot \cdots \cdot \beta_v'$$

とする。ただし、 $\alpha_i$  ( $\beta_j$ ) は単積 (和) 項、 $\alpha_i'$  ( $\beta_j'$ ) は相補最小 (大) 項とする。この時、 $A(\alpha)$  を  $\alpha$  に対応する  $T^n$  の元とすると、

$$1\text{-setの極大元の集合} = \{A(\alpha_i) \mid i=1, \dots, s\}$$

$$0\text{-setの極大元の集合} = \{A(\beta_j) \mid j=1, \dots, u\}$$

$$1/2\text{-setの極小元の集合} = \{A(\alpha_i') \mid i=1, \dots, t\} \cup \{A(\beta_j') \mid j=1, \dots, v\}$$

$$\cup \{A' \mid A(\alpha_i) \leq A', A(\alpha_i) \neq A' \text{なる極小元}, i=1, \dots, s\}$$

$$\cup \{A' \mid A(\beta_j) \leq A', A(\beta_j) \neq A' \text{なる極小元}, j=1, \dots, u\}$$

である。

fuzzy論理関数 f が与えられると、その 1-set (0-set) の極大元と 1/2-set の極小元は、定理5より一意的に定まる。これにより、f の値は  $T^n$  の全ての元に対して一意的に定まる (定理4)。よって、 $V^n$  のすべての元に対して一意的に定まることになる (定理2)。

以上は、完全指定 fuzzy論理関数に相当する。

不完全指定 fuzzy論理関数とは、

$$1\text{-setの極大元の集合} \{A_1, \dots, A_s\} = A$$

$$0\text{-setの極大元の集合} \{B_1, \dots, B_t\} = B$$

$$1/2\text{-setの極小元の集合} \{C_1, \dots, C_u\} = C$$

が与えられ、

$$A^* = \{A' \mid A' \leq A_i, A_i \in A\},$$

$$B^* = \{B' \mid B' \leq B_j, B_j \in B\},$$

$$C^* = \{C' \mid C_k \leq C', C_k \in C\}$$

とする時、

$$A^* \cup B^* \cup C^* \subsetneq T^n$$

なる時を言う。ここで、 $T - (A^* \cup B^* \cup C^*)$  は d-set (don't care set) と呼ばれる (もちろん、完全指定 fuzzy論理関数の場合には、d-set は空集合である)。

なお、不完全指定 fuzzy論理関数とその 1 (0) -set の極大元の集合 A (B) 及び 1/2-set の極小元の集合 C として与えられた時、この条件の集合 A, B 及び C は互いに矛盾してはならない。

【定理6】 不完全指定 fuzzy論理関数 A, B, C が矛盾しない為の必要十分条件は、

- (1)  $\forall A \in A, \forall B \in B$  に対して、 $D \leq A, D \leq B$  なる D は存在しない
- (2)  $\forall A \in A, \forall C \in C$  に対して、 $C \leq D, D \leq A$  なる D は存在しない
- (3)  $\forall B \in B, \forall C \in C$  に対して、 $C \leq D, D \leq B$  なる D は存在しない

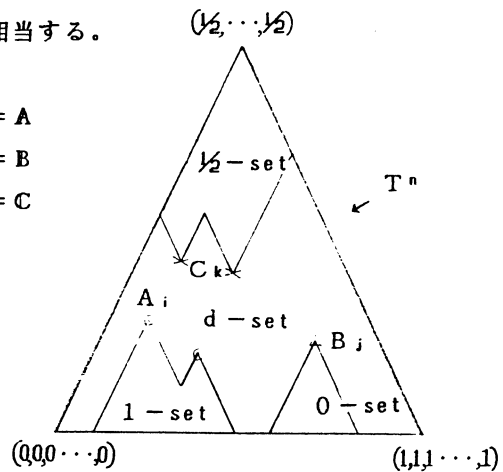


図3 不完全指定 Fuzzy論理関数

#### 4. 不完全指定 fuzzy 論理関数の簡単化

不完全指定 fuzzy 論理関数の 1-set (A)、0-set (B)、及び  $\frac{1}{2}$ -set (C) が矛盾がないように与えられたとする。この時、d-set における値は自由とする。与えられた条件を満たす加法形式及び乗法形式の fuzzy 論理関数は、一般に数多く存在する。その中で最も簡単なものを最簡形式という。

〔定義6〕与えられた条件を満たす fuzzy 論理関数の加(乗)法形式のうちで、積(和)項数の最も少ないものを、もし同じ項数のものがいくつもある場合には、その中で、最も文字数の少ないものを最簡形式という。ここでは、最簡な加法形式についてのみ考察する(乗法形式についても同様である)。

不完全指定の fuzzy 論理関数の最簡加法形式を求めるアルゴリズムを述べる前に幾つかの定義を示す。まず、 $\frac{1}{2}$ -set C を次の三つの部分  $C_1, C_0, C_d$  に分割する。

$$C_1 = \{C \in C \mid \exists D \ D \leq A, D \leq C, A \in A\},$$

$$C_0 = \{C \in C \mid \exists D \ D \leq B, D \leq C, B \in B\},$$

$$C_d = C - C_1 - C_0$$

次に、 $B = \{0, 1\}$  とした時、 $B^n$  の元からなる集合 D (0 及び 1 の要素のみからなる d-set の元を表している) を次のように定義する。

$$D = \{D \in B^n \mid D \leq A \text{ かつ } D \leq B, A \in A, B \in B\}$$

#### アルゴリズム

(1) B の元  $B_1, \dots, B_a$  に対応する単和項を  $\beta(B_1), \dots, \beta(B_a)$  とする時、

$$f = \beta(B_1) \cdot \dots \cdot \beta(B_a)$$

を fuzzy 論理関数の式として、加法形式

$$f = \alpha_1 \vee \dots \vee \alpha_a \vee \beta_1 \vee \dots \vee \beta_b$$

に展開する。但し、 $\alpha_i$  ( $i=1, \dots, a$ ) は単積項、 $\beta_j$  ( $j=1, \dots, b$ ) は相補項である。

(2)  $C_1 \cup C_d$  の元  $C_1, \dots, C_t$  に対応する相補最大項を  $\beta(C_1), \dots, \beta(C_t)$  とする時

$$f' = (\alpha_1 \vee \dots \vee \alpha_a) \cdot \beta(C_1) \cdot \dots \cdot \beta(C_t)$$

を、fuzzy 論理関数の式として、加法形式

$$f' = \alpha_1^p \vee \dots \vee \alpha_a^p$$

に展開する(相補項はすべて省略される)。

(3)  $B \cup D$  の元  $B_1', \dots, B_u'$  に対応する単和項を  $\beta(B_1'), \dots, \beta(B_u')$  とする時、

$$f'' = \beta(B_1') \cdot \dots \cdot \beta(B_u')$$

を fuzzy 論理関数の式として、加法形式

$$f'' = \alpha_1' \vee \dots \vee \alpha_d' \vee \beta_1^p \vee \dots \vee \beta_e^p$$

に展開する。但し、 $\alpha_i'$  ( $i=1, \dots, d$ ) は単積項、 $\beta_j^p$  ( $j=1, \dots, e$ ) は相補項である。

(4)  $A = \{A_1, \dots, A_v\}$  に対応する単積項を  $\alpha(A_1), \dots, \alpha(A_v)$ ,

$C_0 = \{C_1, \dots, C_w\}$  に対応する相補項を  $\alpha(C_1), \dots, \alpha(C_w)$ ,

$C_d = \{C_1', \dots, C_x'\}$  に対応する相補項を  $\alpha(C_1'), \dots, \alpha(C_x')$

とする時、これらをすべて被覆する最小の組み合わせを  $\alpha_1^p, \dots, \alpha_e^p, \beta_1^p, \dots, \beta_e^p$  から選び  $\gamma_1^p, \dots, \gamma_v^p$  とする(最小被覆問題)。

(5)  $f = \gamma_1^p \vee \dots \vee \gamma_v^p$  が最簡加法形式である。

	$\alpha(A_j)$	$\alpha(C_m)$	$\alpha(C_i')$
$\alpha_i$		○	
$\beta_k$	○		

図 4

尚、 $\alpha_i$ は $\alpha(A_j)$ と $\alpha(C_i')$ のみを、 $\beta_k$ は $\alpha(C_m)$ と $\alpha(C_i')$ のみを被覆している。図4から分かるように $C_d = \phi$ の場合は、この最小被覆問題は二つの部分問題に分割できる。

### 5. あとがき

fuzzy論理関数における不完全指定の概念を明らかにすると共に、最簡加法形式を求める為のアルゴリズムを示した。

不完全指定fuzzy論理関数の単純化は、あいまい情報表現の単純化<sup>(5)(6)</sup>や、2値論理回路網におけるハザードを含んだ回路の構成問題などに典型的に現れるが、理論的な面からも興味ある問題である。

### 参考文献

- (1) A. Kandel, On minimization of fuzzy functions, IEEE Trans. C-22, 9, pp8261, 1973
- (2) 向殿, fuzzy論理関数の代数的構造とその最簡形式および既約形式, 電子通信学会論文誌, vol. 58-D, 12, pp748/755, 1975
- (3) A. Kandel, On the minimization of incompletely specified fuzzy functions, Information and Control, 26, pp141/153, 1974
- (4) Ph. W. Besslich, Incompletely specified fuzzy switching function minimization, ISMVL-11, IEEE, pp35/40, 1981
- (5) 武田, 向殿, Fuzzy論理によるあいまい情報の表現と近似, 第1回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 国際ファジィシステム学会日本支部, pp19/24, 1985
- (6) M. Mukaidono, Representation of fuzzy data with fuzzy logic expressions, in approximate reasoning in expert systems, North-Holland, pp369/381, 1985

# 色彩語のファジィ集合論的形式化

Fuzzy Set Theoretical Formulation of Colour Categories

藪内 稔

YABUUCHI, Minoru

(学習院大学文学部)

(Gakushuin University)

Kay & McDaniel 1978 have offered a formal model to describe the structure and interrelationships among categories within the colour domain. The model employs the formalism of fuzzy set theory. The formalism is a natural device for expressing the continuity of basic-colour categories. In the present paper, we review the effectiveness of the fuzzy set method for identifying basic colour categories.

## 序

1. 基本色彩語に関する Berlin & Kay 1969 の研究以後, Kay & McDaniel 1978 は色彩セマンティクスと色彩命名系の進化を記述するファジィ集合論的形式モデルを展開している. これは色彩領域におけるカテゴリの構造とカテゴリの相互連関性を取り扱うものである. 彼らは色彩カテゴリは恣意的, 文化依存的でなく, 視覚系の固有特性によって規定されていること, そして, 基本色彩用語の簡潔で適切な記述はファジィ集合論の枠組で与えられることを提唱した(ファジィ二項関係による色彩語の取扱いは Zadeh, 1971; 藪内, 1977 参照).

Kay & McDaniel (以後 K & M) によると, 基本色彩カテゴリはメンバシップ関数の異なった3つのタイプに分類される.

第一のタイプは6つの根源色 primary colour カテゴリであり, red, green, yellow, blue, black および white である. このタイプのメンバシップ関数は神経生理学過程に基づくと仮定される.

第二のタイプに属する色彩カテゴリは, そのメンバシップ関数が根源色のメンバシップ関数の合併 union として, また第三のタイプは根源色のメンバシップ関数の共通



部分 intersection のスカラー積として表される。第二のタイプを混成 composite 色彩カテゴリ、第三のタイプを派生 derived 色彩カテゴリという。

### 根源色カテゴリ

2. 1. red, yellow, green および blue の普遍的な基本色彩カテゴリのファジィ集合的表現は色彩知覚を規定する神経メカニズムの対立過程 opponent process メカニズム (Boynton 1979, Wasserman 1978) から導かれる。

De Valois らは人間の視覚系に極めて良く類似しているとされる *Macaca irus* の lateral geniculate nucleus (略して LGN) から4つの基本色相知覚を規定する二つの対立過程系の反応特性を記録した (De Valois et al. 1966, De Valois & Jacobs 1968). 彼らはこれらの反応特性分布を知覚レベルにおける色彩弁別の神経的基礎とみなした。

K & M は、Wooten の精神物理学的データに基づいて、各波長における色 chromatic 反応を当の波長における同時喚起反応から求めた。その結果が図 1 である。

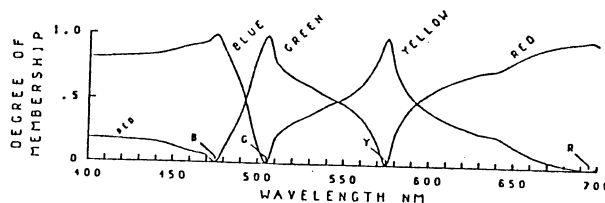


図 1. Wooten の精神物理学的データから求められた色反応関数 chromatic response function (Kay & McDaniel 1978)

図における4つの基本的神経反応カテゴリはファジィ集合とみなされ、それらの神経反応カテゴリのメンバシップ関数  $f_{red}$ ,  $f_{yellow}$ ,  $f_{green}$ ,  $f_{blue}$  は普遍的意味のカテゴリのメンバシップ関数  $f_{red}$ ,  $f_{yellow}$ ,  $f_{green}$ ,  $f_{blue}$  にそれぞれ同値とみなされる。

2. 2. De Valois et al. 1966 は、*Macaca* の LGN のレベルにおいて、4つの基本色相感覚を決定する細胞の2つの対立過程系以外に、刺激の白さ・黒さに関する情報を伝える明感受細胞と暗感受細胞から成る非対立細胞 non-opponent cell をみいだした。この事実に基づいて、K & M はこの2つの神経反応カテゴリのメンバシップ関数を次式で定義した。

$$f_{black} = 1 - f_{white} \quad (1)$$

すなわち、明反応カテゴリと暗反応カテゴリは互いに補 complement の関係にある。この2つの神経反応カテゴリのメンバシップ関数  $f_{\text{black}}$ ,  $f_{\text{white}}$  は意味的カテゴリのメンバシップ関数  $f_{\text{black}}$ ,  $f_{\text{white}}$  に同値とみなされる。

#### 混成カテゴリと派生カテゴリ

3. 1. 基本色彩カテゴリの第二のタイプは根源色カテゴリの合併として表される混成カテゴリである。混成カテゴリは次式のメンバシップ関数で定義される。

$$f_{A \cup B}(x) = \text{MAX} [ f_A(x), f_B(x) ] \quad (2)$$

Berlin & Kay (以下 B & K) 1969 や Bornstein 1973 の研究によると、世界の多くの言語は green と blue の根源色カテゴリの合併である grue を意味する基本色彩語を有することが指摘されている。このタイプのメンバシップ関数の特徴は green と blue の中間に位置する波長 492nm 近傍の色刺激のその値がフォーカルな green やフォーカルな blue のそれよりも低く、双峰的な曲線を示すことにある。grue 以外に、K & M は 'warm' ( red U yellow ), 'light warm' ( white U red U yellow ), および 'dark cool' ( black U green U blue ) をこの混成カテゴリに属するものとしている。

3. 2. 基本色彩カテゴリの第三のタイプは根源色カテゴリの共通部分のスカラージとして表される派生カテゴリである。派生カテゴリは次式で定義される。

$$f_{A \& B}(x) = 2 f_{A \cap B} = 2 \text{MIN} [ f_A(x), f_B(x) ] \quad (3)$$

派生カテゴリに属する基本色彩語として、根源色色彩語 red と yellow から派生した orange, yellow と black から派生した brown, red と white から派生した pink, red と blue から派生した purple, および black と white から派生した grey がある。

#### 基本色彩カテゴリの進化順序

4. B & K は、色彩用語系の進化は基本色彩カテゴリの符号化の継時的拡大を含むとした (図 2)。図における矢印は '先に符号化されている' ことを意味する。その後、K & M は基本色彩カテゴリの符号化の継時的拡大過程とした B & K のこの考え方を、ファジィ集合論的基本色彩カテゴリに基づいて、先に存在する基本色彩カテゴリの継時的分化 successive differentiation の派生過程として再解釈した (図 3)。

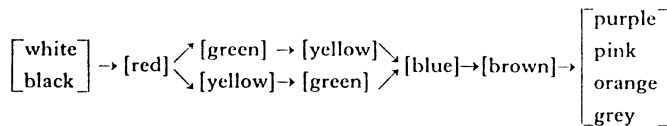


図 2. 基本色彩カテゴリの継時的進化順序  
(Berlin & Kay 1969)

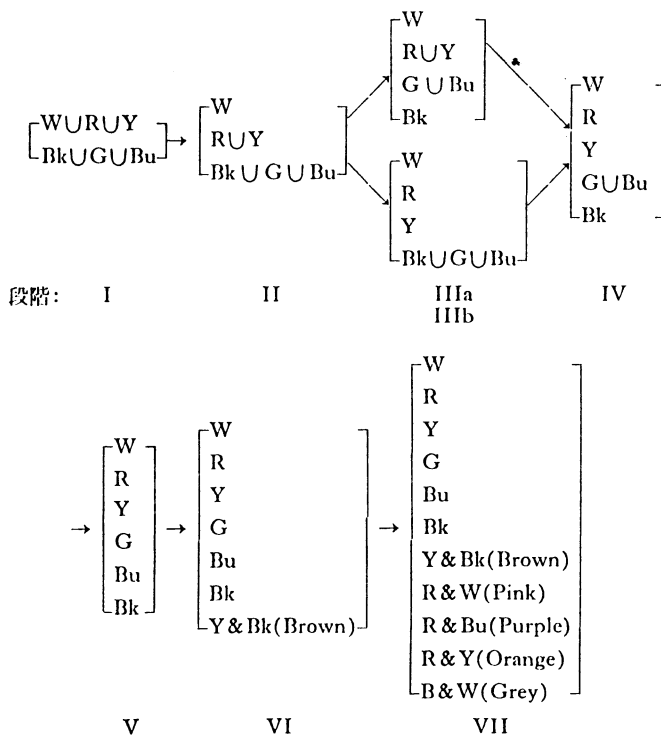


図 5. ファジィ集合論的基本色彩カテゴリの進化順序  
(Uはファジィ合併, &は修正されたファジィ共通部分を示す)  
(Kay & McDaniel 1978 に基づく)

段階 I は、2つの混成カテゴリ light-warm, dark-cool だけから成るが、段階 II ~ V において、進化の順序は混成カテゴリの構成素である根源カテゴリへの還元 decomposition に移行する。そして段階 VI, VII において、根源カテゴリの共通部分の符号化という分化派生過程に至る。

## 文献

- Berlin, B., & Kay, P. 1969 Basic Color Terms: Their Universality and Evolution. Univ. of California Press.
- Bornstein, M.H. 1973 Color vision and color naming: a psychophysiological hypothesis of cultural difference. Psychological Bulletin, 80, 257-285.
- Boynton, R.M. 1979 Human Color Vision. Holt, Rinehart and Winston.
- De Valois, R.L., Abramov, I., & Jacobs, G.H. 1966 Analysis of response patterns of LGN cells. Journal of optical Society of America, 56, 966-977.
- De Valois, R.M., & Jacobs, G.H. 1968 Primate color vision. Science, 162, 533-540.
- Kay, P., & McDaniel, C.K. 1978 The linguistic significance of the meanings of basic color terms, Language, 54, 610-646.
- Wasserman, G.S. 1978 Color Vision: A Historical Introduction. John Wiley & Sons.
- 藪内稔 1977 計量的ファジィ意味論——語の曖昧性の表現について 学習院大学文学部研究年報, 24, 77-112.
- Zadeh, L.A. 1971 Quantitative fuzzy semantics, Information Sciences, 3, 159-176.

言葉の分類にもとづく不確かさの様相について  
On Modalities of Uncertainties based on  
Classification of Words

菅野道夫  
SUGENO, Michio

東京工業大学システム科学専攻  
Department of Systems Science  
Tokyo Institute of Technology

This paper discusses the modalities of uncertainties such as randomness, fuzziness, etc. It lists up Japanese adjectives as well as English adjectives meaning various uncertainties.

By classifying those adjectives, the categories of uncertainties and the modalities of uncertainties are found.

## 1. 序

狭義のファジィネスは言葉の意味や概念の定義に見られる曖昧さを表す不確かさの一つの様相として理解されている。また、広義のファジィネスはファジィ測度論で使われるような可能的とか蓋然的という主観的判断における不確かさの様相を含むものである。

本研究は不確かな有様を表す言葉（主に形容詞）の分類を通じて、不確かさのカテゴリーを構造化し、不確かさの様相を見出すことを目指すものである。

## 2. 不確かさを表す形容詞

一般的に不確かさを表す形容詞を日本語、英語、中国語について3つずつ挙げてみるとつぎのようになる。日本語の形容詞には対応する英語を、英語と中国語の形容詞には対応する日本語をつけてある。この方が同国語の意味を付すより判りやすいからである。

「不確かな」 uncertain, precarious, insecure, indefinite, not sure, unreliable, untruthworthy, hazy, shaky

「あいまいな」 vague, ambiguous, obscure, equivocal, dubious, doubtful, questionable, shady, noncommittal, indefinite, hazy, double, two-edged

「漠然とした」 vague, obscure, ambiguous, hazy, misty, dim, indefinable, nebulous

英語についても、同じようにして一般的な形容詞を探すと次の三つが浮かんでくる。

- 「uncertain」 ① (時間・数量) 不確かな、不確定、不定の  
(起源・成行) あやふやな、疑わしい、不確実の  
(言葉) あいまい
- ② (行動・目的) 不安定な、ぐらぐらした  
(性格・態度・天気) 変わりやすい、移り気の、当にならない
- ③ (predicative に用いて) はっきり知らない、確信のない  
(動作・態度) 自信のない  
(光) ちらちらする
- 「vague」 ① (言葉・意味・観念・感情) はっきりしない、漠然とした、  
不明瞭な、あいまいな、まぎらわしい、不明確な、もうろう  
とした、ぼんやりした
- ② (願望・意見・意向) はっきり言わない、明示しない
- ③ (目・表情) ぼんやりとしている、うわの空の
- ④ (形・色) ぼやけた、おぼろの
- 「obscure」 ① 暗い、もうろうとした、(色) どんよりした、鈍い
- ② (音・形) はっきり感知できない、かすかな、ぼんやりした、  
不鮮明な
- ③ 意味のはっきりしない、理解し難い、あいまいな、よくわか  
らない、原因不明な
- ④ (場所など) 人目につかない、世に知られない、無名の

中国語ではつぎのような形容詞が代表的なものである。

- 「模糊」 ① (筆跡) はっきりしない、にじんだ
- ② (認識) あいまいな、不明確な、当感した
- ③ (形・色) ぼやけた、おぼろの、かすんだ
- ④ (意識) ぼんやりした、もうろうとした
- 「含糊」 ① (言葉・文章) あいまいな、不明瞭な、にごした、漠然とした
- ② (態度) いい加減な、ごまかしの
- ③ (願望・意見) はっきり言わない、明示しない
- 「不確定」 ① (時間・数量) 不確かな、不確定な
- ② (意味・事実) 疑わしい、あいまいな、不確実の
- ③ (態度・性格) 変わりやすい、気移りの

つぎに、不確かさを表す約150個の日本語の形容詞(連体詞、形容動詞を含む)を表1にまとめて示す。前記の「漠然とした」は「漠然たる」という形容動詞の代わりである。ただし、たとえば「混乱した」は入っていない。これは「混乱」という名詞は形容動詞にはならないからである。語の後の数字は後述する分類番号である。本稿では省略するが、英語の形容詞の数は約170である。また、中国語の形容詞は約150で日本語と大体同じである。

表1 不確かさを表す日本語の形容詞

あいまいな (3)	怪しい (2)	あやふやな (6)	ありそうな (1B)
いかげんな (4)	意外な (1B)	いかがわしい (2)	偽りの (4)
いぶかしい (2)	いろいろな (1A)	うさんくさい (2)	疑わしい (2)
うっとうしい (4)	うつろな (4)	うやむやな (4)	おおかたの (7B)
おおざっぱな (7B)	臆測的 (7A)	臆断的 (7A)	起こりそうな (1B)
おざなりの (4)	おぼつかない (4)	おぼろげな (4)	おぼろな (1A)
思いがけない (1B)	およその (7B)	懷疑的 (2)	蓋然的 (1B)
確率的 (1B)	架空の (2)	かすんだ (1A)	仮想の (2)
可能な (1B)	仮構の (7A)	気がかりな (4)	近似の (7B)
偶然の (1B)	くすんだ (1A)	傾向の (1B)	心もとない (4)
混沌とした (1A)	雑然とした (1A)	雑多な (1A)	様々の (1A)
自由な (5)	主観的 (7A)	心情的 (7A)	随意的 (5)
折衷的 (5)	選択的 (5)	想像の (7A)	ぞんざいな (4)
だいたいの (7B)	多義的 (3)	妥協的 (5)	多值的 (7A)
たまたまの (1B)	多面的 (7B)	玉虫色の (5)	多様な (1A)
中間的 (7A)	中途半端な (4)	直観の (7A)	ときたまの (1B)
突然の (1B)	鈍感な (4)	任意の (5)	灰色の (1A)
漠然とした (4)	半信半疑の (2)	非科学的 (7A)	非形式的 (7B)
非系統的 (7B)	非決定的 (5)	非合理的 (7A)	非実在的 (2)
非組織的 (7B)	非体系的 (7B)	非必然的 (1B)	非明示な (3)
非明証的 (1A)	非理性的 (7A)	非論理的 (7A)	不安な (4)
不意の (1B)	不可解な (2)	不確実な (6)	不確定の (5)
不可測の (2)	不完全な (7B)	不規則の (7B)	不規律な (7B)
複合の (7B)	複雑な (1A)	不決断の (5)	不見識な (5)
不思議な (2)	不十分な (6)	不詳の (2)	不条理な (7A)
不審な (2)	不正確な (6)	不精確な (6)	不整合な (7B)
不整な (7B)	不鮮明な (1A)	不測の (2)	不ぞろいの (7B)
不確かな (6)	不調和な (7B)	不定の (5)	不適格な (7B)
不的確な (6)	不適確な (6)	不適當な (7B)	不徹底な (7B)
不同の (7B)	不透明な (1A)	不特定の (1A)	不備な (7B)
不分明の (4)	不明確な (3)	不明な (2)	不明白な (1A)
不明瞭な (1A)	不慮の (1B)	放心状態の (4)	漠然とした (1A)
ぼけた (4)	没論理的 (7A)	ほのかな (1A)	ぼやけた (1A)
まぎらわしい (1A)	まばらな (1A)	未確認の (2)	未完の (7B)
未決の (5)	未詳の (2)	未定義の (3)	無定見な (5)
無辺の (1A)	無目的な (5)	申し訳の (4)	もうろうたる (4)
模糊たる (1A)	優柔不断な (5)	ゆううつな (4)	予想外の (1B)
両義的 (3)			

### 3. カテゴリーと様相

カテゴリー（範疇）とは簡単に言えば部門のことで、ギリシャ時代から哲学において問題とされてきたものである。アリストテレスは存在者についての命題の述語部分の形式を実体、量、性質、関係、場所、時間、位置、状態、能動、所動の9つのカテゴリーに分類し、これらを最高類概念とした。カントは「純粋理性批判」において、思惟の形式を①（量）単一性、数多性、全体性、②（質）実在性、否定性、制限性、③（関係）属性と実体、原因性と依存性、相互性、④（様相）可能性—不可能性、存在性—非存在性、必然性—偶然性、の12のカテゴリーに分類し、純粋悟性概念とした。ここで考える「カテゴリー」とはアリストテレスの存在の形式やカントの思惟の形式とは異って、不確かさの形式としての類概念のことである。

様相 (modality) というのはものの有り様、在り方のことで、カントにあっては12のカテゴリーの内の3つ、可能性、存在性、必然性のことを指す。命題の真偽の他に、可能性、必然性を扱う様相論理の様相はカントからきている。ちなみに、カントは蓋然性を様相とはしていない。ファジィ測度論では可能性 (possibility measure)、蓋然性 (probability measure)、必然性 (necessity measure) というように、蓋然性も様相として考えることができる。本稿で「様相」というのは不確かさをカテゴリーに分類したときの、カテゴリーにおける不確かさの特殊な在り方を意味する。

### 4. 不確かさの構造

不確かさを表す形容詞の分類作業を通じて見いだした、不確かさのカテゴリーはつぎの7つである。

- |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (1A) 存在   | (1B) 現象   | (2) 認識    | (3) 言葉・概念 |
| (4) 感情・観念 | (5) 意志・行動 | (6) 知識・情報 |           |
| (7A) 論理   | (7B) 形式   |           |           |

ただし、(1)と(7)はそれぞれA, Bに細分する。

これらのカテゴリーに対応する不確かさの在り方を示す、つぎのような9つの様相が考えられる。

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| (1A) 存在の<非明証性>   | (1B) 現象の<蓋然性>    |
| (2) 認識の<非判明性>    | (3) 言葉・概念の<曖昧性>  |
| (4) 感情・観念の<漠然性>  | (5) 意志・行動の<非決定性> |
| (6) 知識・情報の<不確実性> | (7A) 論理の<非合理性>   |
| (7B) 形式の<不完全性>   |                  |

(1A) <非明証性>の「明証性」というのはデカルトが「方法序説」で考えた科学方法論（明証性・分析・総合・列挙という4つの規則からなる）で使われる概念で、フランス語の *évidence* に相当するものである。(1B)の<蓋然性>はたんに確率的な不確かさを表すだけでなく、より広い意味で、現象に係わる「不確かさ」として用いている。(2) <非判明性>の「判明性」とは英語の *distinctness* に相当し、デカルトが「明晰 (clear)・判明な概念」というときの「判明」である。一般に、概念が判明であるとは、



その内包が明らかである場合のことをいう。一方、明晰であるとは外包が明らかな場合のことである。(3) <曖昧性>は「あいまいな」に対応する英語を見て判るように多義的だが、言語論ではよく「曖昧」という言葉が意味の不確かな有り様を表すのに使われていることと、ファジィネスを「あいまい」と訳していることもあって使ったものである。(4) <蓋然性>は、漠然がまず vague に相当し、vague は前に示したように「観念・感情がはっきりしない」ということを第一に意味するので用いた。(5)～(7B)は自然に理解されよう。

これら9つの様相の中で、(1B)現象、(3)言葉・概念、(4)感情・観念に関するものだけが否定を表す接頭語が付かないのは大変興味深いものである。このことは、(1B)、(3)、(4)のカテゴリーの「自然な在り方」がすでに不確かであることを示唆しているのではないか。これに対して、他のカテゴリーの(2)認識、(5)意志・行動、(7A)論理などは「自然な在り方」が確かなものであると言える。だから、そこにおいて「不自然な在り方」を示すには否定的な接頭語をつけねばならない。

つぎに、これらのカテゴリーを相互に関係づけることにより、見いだした構造を図1に示す。

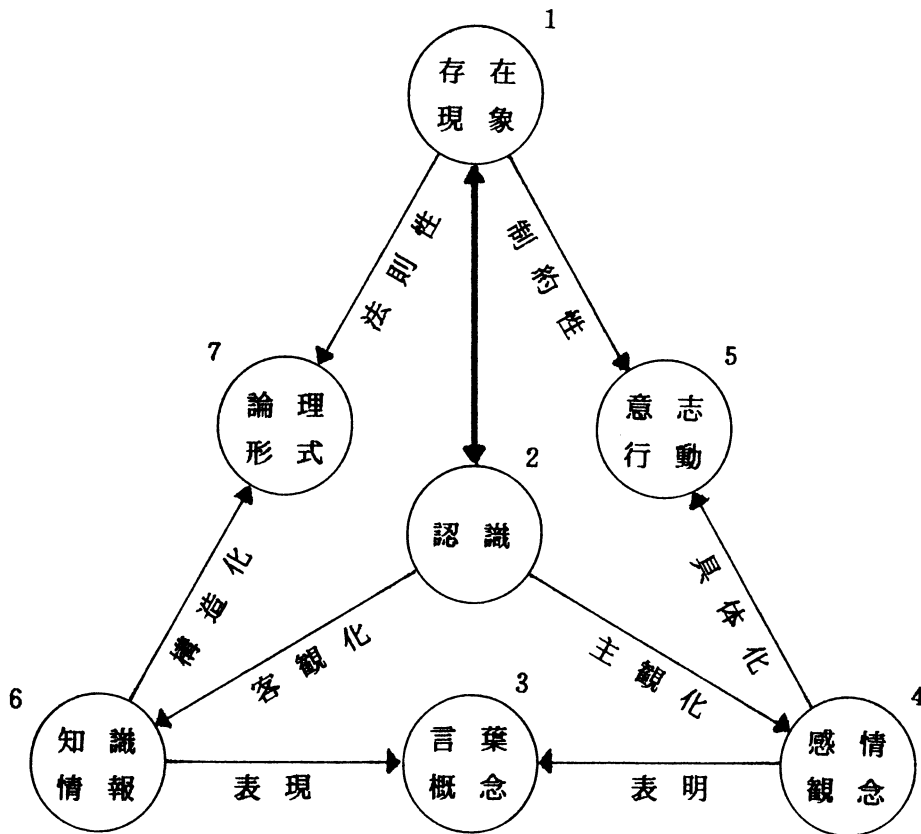


図1 不確かさの構造

構造図を見ることにより、カテゴリーの意味するものが明瞭になる。一般に「思考」と呼ばれているものは(6)知識・情報、(3)言葉・概念、(4)感情・観念に関係し、「意

識」と呼ばれているものは、(6)の知識、(4)の感情と(5)の意志の総体とされている。「思考」と「言葉」は不可分であるとする立場からは、(3)の言葉へ向けて(6)→(3)、(4)→(3)の矢印をつけるべきでないかもしれないが、言葉を感じ、知識などを表現するものと考えて矢印をつけてある。(1)と(2)の間の双方向の矢印は、認識が存在の反映であり、かつ存在への働きかけであることを表現している。様相は独立ではなくカテゴリーから様相へ、様相からカテゴリーへという双方向の規定性がある。

表1の形容詞にはカテゴリーの番号をつけてある。多義的な形容詞が多く、分類するのは難しいが、無理に1つのカテゴリーにあてはめてみた。(1B)現象の<蓋然性>と(4)感情・観念の<漠然性>の場合だけまとめてみると、つぎのようになる。

(1B)現象の<蓋然性>		(4)感情・観念の<漠然性>	
ありそうな	意外な	いいかげんな	偽りの
起こりそうな	思いがけない	うっとうしい	うつろな
蓋然的	確率的	うやむやな	おざなりの
可能な	偶然の	おぼつかない	おぼろげな
傾向の	たまたまの	気がかりな	心もとない
ときたまの	突然の	そんざいな	中途半端な
非必然的	不意の	鈍感な	漠然とした
不慮の	予想外の	不安な	不文明の
		放心状態の	ぼけた
		申し訳の	もうろうたる
		ゆううつな	

(2)認識の<非判明性>に関する形容詞は「認識」がカテゴリーの三角構造の重心に位置することから、三角形の頂点にある(1)存在・現象、(4)感情・観念と(6)知識・情報に割り振ってもよいものかもしれない。(1B)現象の<蓋然性>の中には、論理や測度論における重要な概念である「可能」「傾向」「必然」に係わる形容詞が見られる。これらは確率的「蓋然」と独立に扱ってもよいほどのものであるが、形容詞の数が少ないので<蓋然性>としてまとめてある。いずれも、ものごとの生起に関する判断の在り方を表すものである。

## 5. おわりに

形容詞の分類を通じて、不確かさの構造を見だし、不確かさの様相について述べた。様相を分類することは、広い意味での不確かさの測度を研究する上で役立つと思われる。

日本語は曖昧と言われるが、あいまいさを表す形容詞が他国語と比べて特に多い訳ではないことが判った。

# メンバーシップ関数の決定について

On Determination of membership functions

和歌山県立医科大学

Wakayama Medical college

中 島 信 之

NAKAJIMA, Nobuyuki

A function  $h$  is a lattice automorphism of  $\Omega = [0,1]$ , if it satisfies (a)  $h(0)=0$ ,  $h(1)=1$ , (b) continuous, (c) strictly increasing. A lattice isomorphism can be regarded as the one from a function lattice  $\Omega^X$  onto the other  $\Omega'^X$ , both of which are families of all membership functions. A membership function of a fuzzy set is essentially unique up to a lattice isomorphism.

## § 1. 序

ファジイ集合論を実際に応用しようとするとき、メンバーシップ関数をどのように決めたらよいか、あるいは例えば、ファジイ制御において、メンバーシップ関数の決め方によって、制御出力がどう変化するかは大きな問題であった。この問題に対するひとつの解答として、例えば、Mamdani の含意を用いた場合に、メンバーシップ関数が線形（三角型）であっても、Zadeh の S- (Z-, II-) 関数であっても、その最大値を与える  $y$  の集合は同一であるという意味で、メンバーシップ関数の形によらないことが示された<sup>5)</sup>。本稿では、この結論の数学的な意味について考察する。

## § 2. $\Omega$ -ファジイ集合

1. 集合の概念の拡張として‘擬似’集合を考える。それらの間の集合算を考えるわけだが、‘和集合’  $\vee$ 、‘共通集合’  $\wedge$  について、通常の（非擬似）集合において成立している以下の3つの法則は当然満たされているものと考えてもよいであろう。

(a) 交換法則  $A \vee B = B \vee A, \quad A \wedge B = B \wedge A$  (1)

(b) 結合法則  $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$   
 $A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$  (2)

(c) 吸収法則  $A \vee (A \wedge B) = A, \quad A \wedge (A \vee B) = A$  (3)

2. Zadeh によって提唱されたファジイ集合もこういった‘擬似’集合の一つであるが、ファジイ集合  $A$  は、そのメンバーシップ関数  $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$  によって特性づけられる、 $A = [x, \mu_A(x)]$ <sup>8)</sup>。

ファジイ集合間の演算は、メンバーシップ関数の、 $X$  の各点  $x$  での値の  $[0,1]$  におけるポイントワイズな演算によって定義される。各点毎の演算は法則 (a)–(c) を必然的に満たしているということになり、一方において東はこれらの3つの法則を満たす代数的系であるというのが定義だから、区間  $[0,1]$  は2つの演算  $\vee$  と  $\wedge$  に関して東をなしているという結論を得る。

3. 束  $[0,1]$  は、その任意の空でない部分集合が上限（最小上界）と下限（最大下界）を持ち、したがって全体が最大元1と最小元0を持っている。つまり完備束である。

4. 分配法則は、通常の（非ファジイ）集合の範囲では成立しているのだから、ファジイ集合においても成立しているであろうと期待するのは決して不自然ではない。

Bellman & Gierts<sup>1)</sup> はいくつかの自然な正則条件に加えて、演算  $\vee$  と  $\wedge$  が分配法則を満たしているという仮定のもとに  $p \vee q = \max(p, q)$ ,  $p \wedge q = \min(p, q)$  となることを証明した。つまりメンバーシップ関数の関数値の空間  $[0,1]$  は、代数的には、分配法則を満たす完備束であると言える。

5. 分配束は、その任意の元  $p$  に対して

$$p \vee p' = 1 \quad p \wedge p' = 0 \quad (4)$$

を満たす補元  $p'$  が存在するとき、ブール代数と呼ばれる。ファジイ集合は補元を持たないので、メンバーシップ関数の関数値の空間はブール代数にはならない。

6. したがって、 $\Omega$  を（ブール代数ではない）完備分配束とするとき、ファジイ集合は、 $\Omega$  に値をとるメンバーシップ関数  $\mu_A: X \rightarrow \Omega$  によって、 $\Omega$ -ファジイ集合  $A = [x, \mu_A(x)]$  に一般化される<sup>2)</sup>。

7.  $X$  の各点  $x$  に束  $\Omega_x$  が対応しているとする。束  $\Omega_x$  の直積  $\Pi [\Omega_x | x \in X]$  を

$x \rightarrow p_x \in \Omega^x$  なる対応  $[p_x \mid x \in X]$  の全体であるとする。  $\Omega^x = \Omega$  であるときそれらの直積  $\prod \Omega^x$  を  $\Omega^X$  と書くことにすれば、  $X$  上の  $\Omega$  に値をとる関数の全体は  $\Omega^X$  になる。つまり、  $\Omega$ -ファジイ集合は  $\Omega^X$  の点として表される。  $\Omega$  をひとつ固定し、ファジイ集合  $A$  を  $\Omega^X$  の点としてみると、ファジイ集合  $A$  を  $\Omega$  で表示する、または、  $\Omega^X$  の点を  $A$  の  $\Omega$  表示であるという。

### § 3. 直観論理とファジイ集合

8. 各直積因子  $\Omega^x$  が完備のときはそれらの直積も完備であり、各直積因子で分配法則が成立すれば、直積においても成立する。よって  $\Omega$  が (ブール代数でない) 完備分配束ならば、その直積  $\Omega^X$ 、すなわち、  $\Omega$ -ファジイ集合の全体も (ブール代数でない) 完備分配束になる。

9. ところで、束  $[0,1]$  は 位相空間  $[0,1)$  の開集合の族

$$\mathcal{Q} = \{U \mid U = [0,p), p > 0\} \quad (5)$$

の作る束と、束として同型である。さらに位相空間の開集合の族は束として、完全分配法則

$$p \wedge \bigvee_i q_i = \bigvee_i (p \wedge q_i) \quad (6)$$

を満たす。完全分配法則を満たす完備分配束は complete Heyting algebra, cHa と呼ばれる。ファジイ集合においては完全分配法則が満たされているものと考えてよいので、われわれは  $\Omega$  として cHa をとることができる。

cHa の直積はふたたび cHa になるので、  $\Omega$ -ファジイ集合の全体は cHa をなすということが言える<sup>6)</sup>。

10. さて、非古典論理のひとつに、直観論理とよばれるものがあるが (ここでは直観論理自身については深入りしない)、直観論理は cHa をそのモデルとする<sup>4)</sup>。この観点からすると、ファジイ集合論はその背後に直観論理を想定することが可能である。直観論理においては、含意  $\rightarrow$  と否定  $\neg$  はそれぞれ

$$(p \rightarrow q) = \bigvee \{r \mid p \wedge q \leq r\} \quad (7)$$

$$\neg p = (p \rightarrow 0) \quad (8)$$

と定義されるので、ファジイ集合論においても含意と否定を同様に定義することができる<sup>7)</sup>。すなわち

$$\begin{aligned} \mu_{A \rightarrow B}(x) &= 1 && \text{if } \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \\ &= \mu_B(x) && \text{if } \mu_A(x) > \mu_B(x) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mu_{\neg A}(x) &= 0 && \text{if } \mu_A(x) > 0 \\ &= 1 && \text{if } \mu_A(x) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

ここで  $A \rightarrow B$  は Gödel の定義に等しい。

#### § 4. 束同型写像

11. 2つの束  $\Omega$ ,  $\Omega'$  において, 写像  $h: \Omega \rightarrow \Omega'$  が

$$h(p \vee q) = h(p) \vee h(q) \quad (11)$$

$$h(p \wedge q) = h(p) \wedge h(q) \quad (12)$$

を満たすとき束準同型写像と呼ばれる。  $h$  がもし 1 対 1 写像ならば束同型であるといわれる。束  $\Omega$  から束  $\Omega'$  の上への束同型写像が存在するとき,  $\Omega$  と  $\Omega'$  は束として同型であるという。

12.  $X$  の任意の元  $x$  に対して定まる 2 つの束  $\Omega_x, \Omega'_x$  が束として同型, つまり  $\Omega_x$  から  $\Omega'_x$  の上への束同型写像  $h_x$  が存在するものとする。このとき直積  $\prod \Omega_x$  から直積  $\prod \Omega'_x$  への写像  $h = [h_x \mid x \in X]$  を  $h([p_x \mid x \in X]) = [h_x(p_x) \mid x \in X]$  で定義すれば  $h$  は  $\prod \Omega_x$  から  $\prod \Omega'_x$  への束同型写像となる。  $A$  を  $\Omega$  で表示されたファジイ集合とすると, すなわち  $A$  を  $\Omega^X$  の点とすると,  $A$  の  $h$  による像  $A' = h(A)$  は  $\Omega'^X$  の点, 言い換えると  $A'$  は  $A$  の  $\Omega'$  表示である。

13.  $[0,1]$  から  $[0,1]$  の上への関数  $h(t)$  を (a)  $h(0)=0, h(1)=1$ , (b) 連続, (c) 狭義単調増加, とすると  $h$  は束  $[0,1]$  から束  $[0,1]$  の上への束同型写像である。

ファジイ集合  $A$  の  $[0,1]$  表示が与えられたとき,  $h$  は束として同型であるが異なる  $[0,1]$  による  $A$  の表示を与える。

#### § 5. メンバーシップ関数の自由性

14. 束同型写像  $h$  は直積束の間の束同型写像になる。したがって, ファジイ集合を 2 つの同型束で表示するとき, 順序・大小に関する限り, 表示する束に無関係に, 同値のものとなる。

- (1) 和集合, 共通集合の概念は  $h$  によって保存される.
- (2) また  $\Omega$  表示のファジイ集合の  $\alpha$ -cut は  $h$  によって  $\Omega'$  表示のファジイ集合の  $h(\alpha)$ -cut に対応していること, つまり  $X$  の集合として同一のものであることが容易に分かる.
- (3) しかし補集合は  $h$  によって保存されず, また含意の定義のいくつかは  $h$  によって保存されない<sup>4)</sup>. もし直観論理による否定と含意の定義を採用するならば, これらは, 当然のことながら,  $h$  によって保存される.
- (4) 拡張原理は  $\vee$  と  $\wedge$  の組み合わせで得られるので,  $h$  によって保存される. したがってファジイ数の計算に関してはメンバーシップ関数の表示によらない.
- (5) ファジイ集合の確率は代数的な和・積が使われており, したがって  $h$  によって保存されない.

15.  $\Omega$  表示のファジイ集合  $A, B, \dots$  の, 束同型写像  $h$  によって保存される演算, すなわち, 和集合, 共通集合, (直観論理による) 否定と含意などの演算の組み合わせで得られる  $\Omega$  表示のファジイ集合を  $T = f(A, B, \dots)$  とする.  $h$  によって得られる  $\Omega'$  表示のファジイ集合  $h(A), h(B), \dots$  を  $f$  に代入して得られる  $\Omega'$  表示のファジイ集合を

$$T' = f(h(A), h(B), \dots) \quad (13)$$

とすると,  $T' = h(T)$  となる.

16.  $T$  のメンバーシップ関数を  $\mu_T$  とし,  $\alpha = \sup \mu_T(x)$  とすると,  $T'$  のメンバーシップ関数の  $\sup$  は  $h(\alpha)$  で,  $T$  の  $\alpha$ -cut と  $T'$  の  $h(\alpha)$ -cut は  $X$  の集合として一致する. 言い換えると,  $\sup$  を与える  $x$  を決めるという問題に対しては同一の解を与える.

## § 6. 例

17. ファジイ制御: Mamdani が提唱した推論は  $\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$  で, 入力として  $A_1$  が与えられたとき制御出力は

$$\mu_C(y) = \vee [\mu_{A_1}(x) \wedge \mu_{A \rightarrow B}(x, y)] \quad (14)$$

を最大とする  $y$  の値とする<sup>4)</sup>. この値, もしくは, 最大値を与える  $y$  の集合はメンバーシップ関数の表示に無関係である.

## 参 考 文 献

- 1) Bellman, R. and Gierts, M.: On the analytic Formalism of the Theory of Fuzzy Sets, Inform.Sci., 5, pp.149/156, 1973
- 2) Goguen, J.A.: L-Fuzzy Sets, J.Math.Anal.Appli., 18, pp.145/174, 1967
- 3) 岩村聯：束論，共立出版，1966
- 4) 水本雅晴：Fuzzy コントロール，昭和59年度 あいまい科学シンポジウム講演資料集，pp.29/35, 1984
- 5) 中島信之：メンバーシップ関数の頑健性，IFSA 日本支部第2回例会 関西地区例会 講演資料，1985
- 6) 竹内外史：直観主義集合論，紀伊国屋書店，1980
- 7) 竹内外史：線形代数と量子力学，裳華房，pp.131/162, 1981
- 8) Zadeh, L.A.: Fuzzy Sets, Inform.Contr., 8, pp.338/353, 1965



**第3日**

**昭和61年6月18日(水)**  
**9:00 ~ 17:40**

**あいまい工学によるORへの挑戦**



# ファジィOR

(Fuzzy Operations Research)

田中英夫(H.Takaka) 大阪府立大学(univ. of Osaka Prefecture)

**Abstract** This paper describes the possibility of application of fuzzy systems theories to operations research technique. The possibility models and evidence theory are applied to decision problems.

## 1.はじめに

通常のOR手法は数学モデルを用いて経営問題の解を得ている。実際の経営問題は複雑で種々の要素が不明確な場合が多い。このような問題に挑戦するためにDSS(Decision Support System)の考え方が急速に発達してきた。これはOR手法およびエキスパートシステム手法を導入しトータルな意志決定問題の解を得ることを目的としている。応用例としてcredit analysisがある。これは米国の会社が百貨店のクレジットカードを発行するかどうかの判別分析をエキスパートシステムによって行っている。論理的判断や非線形関数が組めるので通常の線形関数による判別分析より優れていると考えられる。

以上のように専門家の知識を活用しようとすれば、ファジィ理論の考え方が必要になるであろう。ファジィ制御は実際に応用されており、在庫問題などは同じ手法によって解決できる例であろう。

ここではファジィORに関する基本的な考え方だけを述べる。専門家の知識表現は”だいたい a ぐらい”というファジィ数であるのでファジィ数による数学モデルを考える必要がある。ファジィ数は可能性分布と考えられるので、ファジィ数によるモデルを可能性モデルと呼んでいる。確率モデルに対応したような可能性モデルが構築されることが期待できる。

また最近注目されつつあるDempsterの確率理論がある。これは証拠の無知量を取り扱え、下界、上界確率を定義している。これは無知量のある証拠から確率の区間推定にならざるを得ないことを示している。下界、上界確率

の概念も可能性という考え方が含まれている。

以上のような分野は比較的新しく、不整備な点も多くあるが、新しい、OR手法に加えられることが期待できる。

## 2.ファジィ数<sup>1,2)</sup>

ファジィ集合のひとつの解釈として所属関数を可能性分布と考える。いま”だいたい2億円ぐらい”の投資が可能だという情報を専門家から得たとしよう。これをファジィ数と呼んでいる。ファジィ数 $M_i$ とは数値線上のファジィ集合 $\mu_{M_i}:R^1 \rightarrow [0,1]$ が次の条件を満足するものをいう(図1)。

- (i)  $h$  レベル集合  $[M_i]_h = \{x | \mu_{M_i}(x) \geq h\}$  が閉区間
- (ii)  $\mu_{M_i}(x) = 1$  となるような  $\underline{\alpha}_i \leq x \leq \bar{\alpha}_i$  が存在する。
- (iii)  $M_i$  がファジィ凸集合

$$[\mu_{M_i}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \mu_{M_i}(x_1) \wedge \mu_{M_i}(x_2)]$$

ファジィ数の例としてD.Dubois & H.PradeによるL-Rファジィ数の定義が有益である。  
[定義2.1] L-Rファジィ数 $A$ は次の所属度関数によって定義する。

$$\mu_{M_i}(x_i) = \begin{cases} L((\underline{\alpha}_i - x_i)/c_i) & ; x_i \leq \underline{\alpha}_i \\ 1 & ; \underline{\alpha}_i \leq x_i \leq \bar{\alpha}_i \\ R((x_i - \bar{\alpha}_i)/d_i) & ; x_i \geq \bar{\alpha}_i \end{cases} \quad (2.1)$$

ただし、L,R は型関数と呼ばれ (i)  $L(x) = L(-x)$ , (ii)  $L(0) = 1$ , (iii)  $L(x)$  は非減少関数である。

ファジィ数  $M_i$  は  $M_i = (\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i, c_i, d_i)_{LR}$  と表わされ  $c_i, d_i$  はそれぞれ左右の巾を表わしている。

[例2.1]  $L_1(x) = \max(0, 1 - |x|^p)$

$L_2(x) = e^{-1 \times |x|^p}$ ,  $L_3(x) = 1/(1 + |x|^p)$ ,  $p > 0$   
 ファジィ数の演算を定義するために拡張原理を用いる。

[定義2.2] 2項演算  $z = x * y$  のとき

$$M_1 * M_2 = M_3 \Leftrightarrow \mu_{M_3}(z) = \text{Max}_{(x,y|z=x*y)} \mu_{M_1}(x) \wedge \mu_{M_2}(y) \quad (2.2)$$

関数  $z = f(x, y)$  のとき

$$M_3 = f(M_1, M_2) \Leftrightarrow \mu_{M_3}(z) = \text{Max}_{(x,y|z=f(x,y))} \mu_{M_1}(x) \wedge \mu_{M_2}(y) \quad (2.3)$$

この定義は通常の演算をファジィ数の演算に拡張しているので、拡張原理と呼ばれる。  
 L-Rファジィ数の和と差は次のようになる。

$$\begin{aligned} M_1 + M_2 &= (\underline{\alpha}_1 + \underline{\alpha}_2, \bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2)_{LR} \\ aM_1 &= (a\underline{\alpha}_1, a\bar{\alpha}_1, ac_1, ad_1)_{LR}, a > 0 \\ aM_1 &= (a\bar{\alpha}_1, a\underline{\alpha}_1, -ad_1, -ac_1)_{RL}, a < 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

もし、2項演算  $*$  が単調増加ならば、正のファジィ数  $M_1, M_2$  について  $M_1 * M_2$  は

$$\begin{aligned} (\mu^{+M_1 \cdot M_2})^{-1} &= (\underline{\alpha}_1 - c_1 L^{-1}(\cdot)) * (\underline{\alpha}_2 - c_2 L^{-1}(\cdot)) \\ (\mu^{-M_1 \cdot M_2})^{-1} &= (\bar{\alpha}_1 + d_1 R^{-1}(\cdot)) * (\bar{\alpha}_2 + d_2 R^{-1}(\cdot)) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$\mu_{M_1 \cdot M_2}(x) = 1$ ;  $x \in [\alpha_1 * \alpha_1, \alpha_1 * \alpha_2]$   
 ただし、 $\mu^+M$ ,  $\mu^-M$  はそれぞれ  $\mu_M$  の増加部分と減少部分を表わす。

いま、”だいたい  $a$  ぐらい”  $\hat{A} = F$  というファジィ数の知識を得たとし、これを可能性と考え可能性分布  $\pi_x(x)$  を  $\pi_x(x) = \mu_F(x)$  とおく。

[定義2.3] 可能性分布  $\mu_x(x)$  のもとにファジィ集合  $A$  の可能性測度を

$$\pi_x(A) = \sup_x \mu_A(x) \wedge \pi_x(x) \quad (2.6)$$

と定義する。

可能性測度は (i)  $\pi_x(\phi) = 0$ ,  $\pi_x(X) = 1$ ,  
 (ii)  $\pi_x(A \cup B) = \pi_x(A) \vee \pi_x(B)$  の性質がある。

[定義2.4] 必然性測度は

$$N_x(A) = \inf \mu_A(x) \vee (1 - \pi_x(x)) \quad (2.7)$$

と定義する。

必然性測度は (i)  $N_x(\phi) = 0$ ,  $N_x(X) = 1$ ,  
 (ii)  $N_x(A \cap B) = N_x(A) \wedge N_x(B)$  の性質があり可能性測度との関係は

$$N_x(A) = 1 - \pi_x(\bar{A}) \quad (2.8)$$

となる。

$\pi_x(A), N_x(A)$  は Dempster<sup>3)</sup> の上界、下界確率と見なすことができる。すなわち可能性分布関数は図2のように

$$F^*(x) = \pi_x((-\infty, x]) = \begin{cases} \mu_x(x) & ; x \leq \underline{\alpha} \\ 1 & ; x \geq \underline{\alpha} \end{cases} \quad (2.9)$$

$$F_*(x) = N_x((-\infty, x]) = \begin{cases} 1 - \mu_x(x) & ; x \geq \bar{\alpha} \\ 0 & ; x \leq \bar{\alpha} \end{cases} \quad (2.10)$$

ファジィ数は  $F_* < F < F^*$  となる分布関数をもった確率測度の集合とみることができる。

さて、ファジィ数の不等号を考える。初めに  $M_1 = [\underline{\alpha}_1, \bar{\alpha}_1], M_2 = [\underline{\alpha}_2, \bar{\alpha}_2]$  という2つの区間を考えると  $M_1$  は  $M_2$  より大きいということ以下に4つの場合として解釈できる。

- i)  $\forall x \in M_1, \forall y \in M_2, x > y \Leftrightarrow \underline{\alpha}_1 > \bar{\alpha}_2$
- ii)  $\forall x \in M_1, \exists y \in M_2, x \geq y \Leftrightarrow \underline{\alpha}_1 \geq \underline{\alpha}_2$
- iii)  $\exists x \in M_1, \forall y \in M_2, x > y \Leftrightarrow \bar{\alpha}_1 > \bar{\alpha}_2$
- iv)  $\exists (x, y) \in M_1 \times M_2, x \geq y \Leftrightarrow \bar{\alpha}_1 \geq \underline{\alpha}_2$

通常の間隔の大小をファジィ化すると次のようになる。

- i)'  $Nes(\underline{x} > \bar{y}) = \inf \{ (1 - \mu_{M_1}(x)) \vee (1 - \mu_{M_2}(y)) \mid x \leq y \}$
- ii)'  $Nes(\underline{x} \geq \bar{y}) = \inf_x \sup_y \{ (1 - \mu_{M_1}(x)) \vee \mu_{M_2}(y) \mid x \geq y \}$
- iii)'  $Pos(\bar{x} > \underline{y}) = \sup_y \inf_x \{ \mu_{M_1}(x) \wedge (1 - \mu_{M_2}(y)) \mid x \leq y \}$
- iv)'  $Pos(\bar{x} \geq \underline{y}) = \sup \{ \mu_{M_1}(x) \wedge \mu_{M_2}(y) \mid x \geq y \}$

ただし、 $Nes$  は Necessity からまた  $Pos$  は Possibility からきている。

いま  $M_1, M_2$  が区間であれば

- i) が成り立つ  $= Nes(\underline{x} > \bar{y}) = 1$
- ii) "  $= Nes(\underline{x} \geq \bar{y}) = 1$
- iii) "  $= Pos(\bar{x} > \underline{y}) = 1$
- iv) "  $= Pos(\bar{x} \geq \underline{y}) = 1$

となり i)'  $\sim$  iv)' の定義の妥当性を示している。ファジィ数の大小関係の成立の割合を示している4つの定式化の相互関係は次のようになっている。

$$\begin{aligned} Pos(\bar{x} > \underline{y}) &\geq Pos(\bar{x} > \bar{y}) \vee Nes(\underline{x} \geq \underline{y}) \\ Nes(\underline{x} > \bar{y}) &\leq Pos(\bar{x} > \bar{y}) \wedge Nes(\underline{x} \geq \underline{y}) \\ Pos(\bar{y} \geq \underline{x}) &= 1 - Nes(\underline{x} > \bar{y}) \\ Pos(\bar{y} \geq \underline{x}) \vee Pos(\bar{x} \geq \underline{y}) &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{Nes}(\underline{y} \geq \underline{x}) + \text{Nes}(\underline{x} \geq \underline{y}) = 1$$

$$\text{Pos}(\bar{y} > \bar{x}) + \text{Pos}(\bar{x} > \bar{y}) = 1$$

図3に数値例を示す。ファジィ数の空間を扱うのでまだ種々の定義が必要であるが、次第に整備されるであろう。

### 3.可能性線形モデル

線形システムの係数から対称なファジィ数  $A$  で与えられるシステムを可能性線形システム<sup>4)</sup>と呼んでいる。すなわち、

$$Y = A_1 x_1 + \dots + A_n x_n \quad (3.1)$$

ただし、対称な L-L ファジィ数  $A_i$  を  $A_i = (\alpha_i, c_i)_L$  と表し、

$$\mu_{A_i}(a_i) = L((a_i - \alpha_i)/c_i) \quad (3.2)$$

である。(3.1)式の  $Y$  は拡張原理から

$$Y = (\sum \alpha_i x_i, \sum c_i |x_i|)_L \quad (3.3)$$

となる。係数の可能性分布が与えられると、出力の  $y$  の可能性分布が容易に計算できる。係数がファジィ数  $A_i$  である可能性分布と係数が正規分布  $N(e_i, \sigma_i^2)$  する独立な確率分布とを比較するために次のように記号的に表現できる。

$$\text{可能性分布} : Y = (\sum \alpha_i x_i, \sum c_i |x_i|)_L$$

$$\text{確率分布} : y \in N(\sum e_i x_i, \sum \sigma_i^2 x_i^2)$$

$$(3.4)$$

以上のことから、可能性は可能性測度をもとに計算され、これは確率が確率測度のもとに計算されていることに対応する。

いま  $f: X \rightarrow Y$  から与えられ、 $X$  上の可能性分布  $\pi_x$  を  $f$  で写像して  $Y$  上の可能性分布  $\pi_y$  を拡張原理から求めると次のことがいえる。<sup>5)</sup>

i)  $X$  上のファジィ集合が与えられ、 $f(A)=B$  となるファジィ集合  $B$  の可能性測度は

$$\pi_y(B) \geq \pi_x(A) \quad (3.5)$$

ii)  $Y$  上のファジィ集合  $B$  が与えられると、ファジィ集合  $B$  の可能性測度は

$$\pi_y(B) = \pi_x(A) \quad (3.6)$$

ただし、 $A=f^{-1}(B)$  である。

可能性測度を考えると、sup-min 演算の拡張原理が適しているが、t-normに基づくファジィ測度を考えると、拡張原理を次のように一般化できる。ファジィ変数  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  の密度を  $m_x(x), m_y(y), m_z(y)$  とし、 $z=f(x,y)$  に

よる写像を

$$m_z(z) = \oplus_{z=f(x,y)} (m_x(x) \otimes m_y(y)) \quad (3.7)$$

ただし、 $\oplus, \otimes$  は t-conorm, t-norm と呼ばれる2項演算であり  $\oplus$  が Archimedean t-conorm の場合、生成関数によって次のように表される。

$$x \oplus y = g^{-1}(g(x) + g(y))$$

$$x \otimes y = g^{-1}(g(x) \cdot g(y)) \quad (3.8)$$

$m$  が生成関数  $g(x)=x$  をもち、 $m(\phi)=0, m(X)=1$  のとき  $m$  は確率測度になり(3.7)式は

$$m_z(z) = \sum_{z=f(x,y)} m_x(x) \cdot m_y(y) \quad (3.9)$$

となり、確率変数のときの計算に一致する。

ファジィ変数  $\hat{x}, \hat{y}$  として  $\hat{x} \in [0, 10], \hat{y} \in [15, 25]$  の一様分布を考え、2項演算  $z=x+y$  によるファジィ変数  $z$  を図4に示す。ただし、 $g$  は Yager の生成関数  $g=x^p$  を用いた。

### 4.ファジィ数理計画問題<sup>2)</sup>

通常の線形計画問題はある制御条件のもとに目的関数を最大化する問題である。一般に目的関数は利益などの場合が多く、実際の企業では、利益最大化より満足度規準にしたがっている場合が多い。したがって、目的関数も”だいたい  $a$  円以上”というファジィ制約条件と考える。すなわち、

$$f(x, A) \geq g(B) \quad (4.1)$$

ただし、 $A, B$  はファジィ数でありこれは専門家の知識から得られると考えている。このとき  $Y_i(x) \geq B_i$  というファジィ数の不等号の成り立つ度合を2.で述べた4つの定式化で説明できる。すなわち、

$$\text{VSF}(x) = \text{Nes}(f(x, a) > \overline{g(b)})$$

$$\text{MSF}(x) = \text{Nes}(f(x, a) \geq \underline{g(b)})$$

$$\text{MWF}(x) = \text{Pos}(f(x, a) > \overline{g(b)}) \quad (4.2)$$

$$\text{VMF}(x) = \text{Pos}(f(x, a) \geq \underline{g(b)})$$

ただし、VSF= very strong feasibility, MSF= medium strong feasibility, MWF= medium weak feasibility, VMF= very weak feasibility.

ファジィ数理計画問題は(4.2)式がmaxになるような  $x$  を求める問題に帰着する。

以上の観点から Negoita <sup>7)</sup>, Zimmermann <sup>8)</sup>, 田中 <sup>9)</sup>らのファジィ線形計画問題を統一して解釈がなされている <sup>2)</sup>。また矢野・坂和も同様な観点から多目的計画問題を取り扱っている <sup>10)</sup>。

新しい定式化としてファジィ解を求める数理計画法がある <sup>11)</sup>。数理計画問題の右辺がファジィ数で与えられるとして

$$a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n \gtrsim B_i \quad (4.3)$$

を考える。ただし、決定変数がファジィ数  $X_i$  であるとしている。  $B_i$  を右辺に移項し、

$$a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n - B_i \gtrsim 0 \quad (4.4)$$

と、  $X_i = (x_i, c_i)_L$  とし、可能性最大となる  $X_i$  を求めるために評価関数として

$$J = \sum k_i c_i \quad (4.5)$$

を導入する。(4.4)式の右辺は0以上という拘束条件であるので hard constraint と呼ばれている。この定式化は  $MSF(X) \geq h$  を拘束条件として(4.5)式の  $J$  を Max にするような  $X_i = (x_i, c_i)_L$  を求めていることになる。ただし  $h$  は度合を表わし、(4.4)式がどれぐらい成り立っているかの程度を表わし、これらは与えられるものとしている。この問題はあいまいな状況における最大の可能性を求めていることになる。

## 5. ファジィ線形回帰分析 <sup>12)</sup>

ここで取り扱うデータは  $(x_i, Y_i)$  でファジィ出力  $Y_i = (y_i, e_i)_L$  とする。ファジィデータを説明するために可能的線形システム

$$Y_i = A_i x_{i1} + \dots + A_n x_{in} \quad (5.1)$$

をモデルとする。3つの定式化が考えられ Min, Max, Conjunction問題とよばれている。Min, Max問題は

$$\underline{Y}_i = \underline{A}_1 x_{i1} + \dots + \underline{A}_n x_{in} \subseteq_h Y_i \subseteq_h \bar{Y}_i = \bar{A}_1 x_{i1} + \dots + \bar{A}_n x_{in} \quad (5.2)$$

となるような  $\bar{A}_j$  と  $\underline{A}_j$  とを求めることである。ただし  $\gtrsim_h$  は

$$A \gtrsim B \Leftrightarrow [A]_h \supset [B]_h ; \forall h' < h \quad (5.3)$$

Conjunction問題は推定ファジィ出力

$$\hat{Y}_i = \hat{A}_1 x_{i1} + \dots + \hat{A}_n x_{in} \quad (5.4)$$

とファジィデータ  $Y_i$  とが次の関係を満たすような  $A_i$  を求めることである。

$$[Y_i]_h \cap [\hat{Y}_i]_h \neq \emptyset ; \forall h' \leq h \quad (5.5)$$

Min 問題では、  $Y_i$  を包含するような最小の  $\bar{Y}_i$  を求め、Max問題では  $Y_i$  に包含されるような最大の  $\underline{Y}_i$  を求め、Conjunction問題では  $Y_i$  と交じわるような最小の  $\hat{Y}_i$  を求めることになる。推定ファジィ数の巾に関する評価関数として

$$J = \sum_{i=1}^N c^i |x_i| \quad (5.6)$$

をとる。ただし、  $c^i |x_i|$  は推定ファジィ出力  $Y_i$  の巾を表わしており  $J$  はデータ数  $N$  に関する各巾の和である。これらの問題は LP 問題に帰着できるので容易に解が得られる。また専門家からの経験的知識として、” だいたい  $a_i^*$  ぐらい ” という情報を得れば、これをファジィ数  $A_i^*$  として拘束条件  $A_i \subseteq_h A_i^*$  として導入することができる。すなわち

$$\begin{aligned} \alpha_i^* + L^{-1}(h) c_i^* &\geq \alpha_i + L^{-1}(h) c_i \\ \alpha_i^* - L^{-1}(h) c_i^* &\leq \alpha_i - L^{-1}(h) c_i \end{aligned} \quad (5.7)$$

を上述のLP問題に付け加えることによって専門家の知識を導入したファジィ回帰分析が可能である。

## 6. 証拠理論による決定問題 <sup>13)</sup>

Dempster <sup>3)</sup> はベイス確率に適さない主観的不確実性を扱うために多値写像を用いて確率測度を拡張し、下界、上界確率を提案した。下界、上界確率は基本確率から定義される。[定義6.1]  $\mathcal{A}$  を全体集合とし、次の条件を満足する関数  $m: 2^{\mathcal{A}} \rightarrow [0, 1]$  は基本確率とよばれる (図5)。

$$i) m(\emptyset) = 0, \quad ii) \sum_{A \in \mathcal{A}} m(A) = 1 \quad (6.1)$$

[定義6.2]  $m$  を基本確率とし  $P_*, P^*$  をそれぞれ下界、上界確率とすると

$$i) P_*(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (6.2)$$

$$ii) P^*(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) \quad (6.3)$$

[定義6.3] 上界、下界確率による分布関数  $F_*, F^*$  と期待値  $E_*, E^*$  は次のように定義 <sup>14)</sup> する。

$$\begin{aligned} i) F_*(v) &= P_*(\{\theta; v(\theta) \leq v\}) \\ ii) F^*(v) &= P^*(\{\theta; v(\theta) \leq v\}) \end{aligned}$$

$$\text{iii) } E^*(v) = \int_{-\infty}^{\infty} v dF^*(v)$$

$$\text{iv) } E^*(v) = \int_{-\infty}^{\infty} v dF_*(v)$$

例 6.1

i) 空な証拠 (Vacuous)

$$m(A) = \begin{cases} 1 & ; A = \Theta \\ 0 & ; \text{その他} \end{cases}$$

ii) 単純な証拠 (Simple Support)

$$m(A) = \begin{cases} s & ; A = B \\ 1-s & ; A = \Theta \\ 0 & ; \text{その他} \end{cases}$$

iii) バイズ確率

$$m(A) = \begin{cases} P_i & ; A = \{\theta_i\} \\ 0 & ; \text{その他} \end{cases}$$

証拠  $m_1$  と  $m_2$  が与えられたとき、次の結合法則がある。

$$m_1 \oplus m_2(A) = \sum_{A=A_i \cap A_j} m_1(A_i) m_2(A_j) / 1-k$$

ただし、 $k = \sum m_1(A_i) m_2(A_j)$  であり  $k < 1$  のとき  $A_i \cap A_j = \phi$

$m_1 \oplus m_2$  は存在する。

さて、自然の状態  $\theta_j$  をもつ不確実性のある決定問題を考えよう。証拠として基本確率  $m$  が与えられ、代替案  $a_i$  を選択したときの効用を  $u(a_i, \theta_j)$  とすると、期待効用<sup>15, 16)</sup> は

$$\text{i) } E^*[u(a_i)] = \int_{-\infty}^{\infty} v dP_*(\{\theta_j; u(a_i, \theta_j) \leq v\})$$

$$= \sum_{B \subset \Theta} m(B) \text{Max}_{\theta_j \in B} u(a_i, \theta_j) \quad (6.4)$$

$$\text{ii) } E_*[u(a_i)] = \int_{-\infty}^{\infty} v dP^*(\{\theta_j; u(a_i, \theta_j) \leq v\})$$

$$= \sum_{B \subset \Theta} m(B) \text{Min}_{\theta_j \in B} u(a_i, \theta_j) \quad (6.5)$$

例 6.2

[効用行列]

証拠の基本確率

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$m(A) = \begin{cases} 0.6 & ; A = \theta_2 \\ 0.2 & ; A = \theta_3 \\ 0.2 & ; A = \Theta \end{cases}$
$a_1$	10	5	2	
$a_2$	5	10	2	
$a_3$	3	3	3	

このとき、 $P^*, P_*$  は

$$P^*(\theta_1)=0.2, P^*(\theta_2)=0.8, P^*(\theta_3)=0.4$$

$$P_*(\theta_1)=0, P_*(\theta_2)=0.6, P_*(\theta_3)=0.2$$

また期待効用は

$$E_*[u(a_1)]=3.8, E^*[u(a_1)]=5.4$$

$$E_*[u(a_2)]=6.8, E^*[u(a_2)]=8.4$$

$$E_*[u(a_3)]=3.0, E^*[u(a_3)]=3.0$$

以上のように確率を集合族の上に割当てると無知量が取扱え下界、上界確率が得られ期待効用が区間として計算できる。また、新しい証拠  $n$  が得られると、結合法則によって  $m \oplus n$  を計算し、これによる期待効用を議論できる。

参考文献

- 1) D.Dubois and H.Prade : Rankig Fuzzy Numbers in The setting of Possibility Theory, Information Sciences 30, 183-224(1983)
- 2) D.Dubois : Linear Programming with Fuzzy Data, FIP-84 at kauai, Hawaii on July 22-26 (1984), to appear in "The Analysis of Fuzzy Information" ed. by J.Bezdek, CRC Press (1986)
- 3) A.P.Dempster : Upper and Lower Probabilities Induced by A multivalued Mapping, Annals of Math. Statistics, 38, 325-339 (1967)
- 4) 田中 : 可能性モデルとその応用、システムと制御 28,7, 447-451 (1984)
- 5) H.Tanaka, Tshimomura, Jwatada and K. Asai : Fuzzy Linear Regression Analysis of The Number of Staff in Local Government, IFP-84 at kauai, Hawaii on July 22-26 (1984)
- 6) 市橋 : ファジィ積分の多目的計画法への応用に関する研究、大阪府立大学, 学位論文(1985)
- 7) C.V.Negoita : Management Application of Systems Theory, Birkhauser Verlag, Basel (1975)
- 8) H.-J.Zimmermann : Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions, Fuzzy Sets and Systems, 1, 45-55 (1978)
- 9) H.Tanaka & K.Asai : Fuzzy Linear

Programming with Fuzzy Numbers, Fuzzy Sets and Systems 13, 1-10 (1984)

- 10) 矢野・坂和：ファジィパラメータを含む多目的最適化問題に対する解の概念とその性質、日本オペレーションズリサーチ学会論文誌、29, 1, 21-42 (1986)
- 11) H.Tanaka & k.Asai：Fuzzy Solution in Fuzzy Linear Programming problems, IEEE Trans. SMC-14, 325-328 (1984)
- 12) 田中・和多田・林：ファジィ線形回帰分析における3つの定式化について、第2回ファジィシステムシンポジウム、昭和61年6月、学習院大学 (1986)
- 13) G.Shafer：A Mathematical Theory of Evidence, Princeton Univ. Press (1976)
- 14) P.Smets：Medical Diagnosis；Fuzzy Sets and Degrees of Belief, Fuzzy Sets and Systems 5, 259-266 (1981)
- 15) 西原：シェーファの確率理論のベイズ決定問題への応用、大阪府立大学修士論文 (1986)
- 16) M.J.Bolanos, M.T.Lamata & S.Moral：Decision Making Problems under A Shaffer's Evidence, First IFSA Congress, July 1-6 (1985)

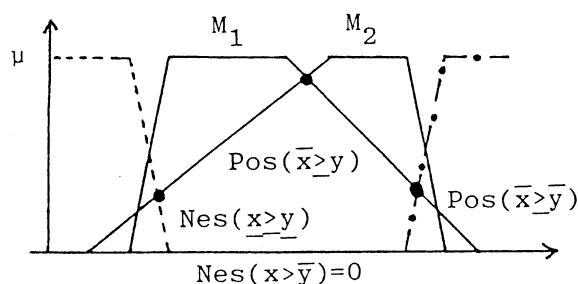


図3. 4つのファジィ数の不等号の定義  $M_1 \geq M_2$

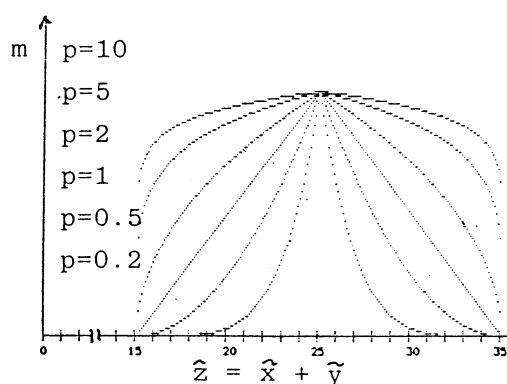


図4. ファジィ変数の和

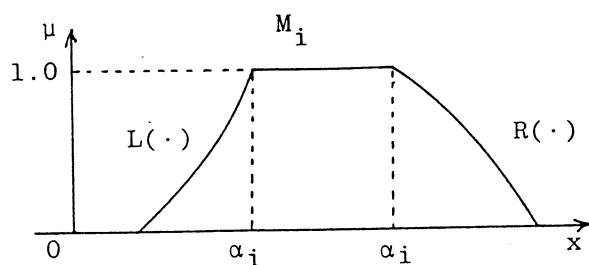


図1. L-Rファジィ数

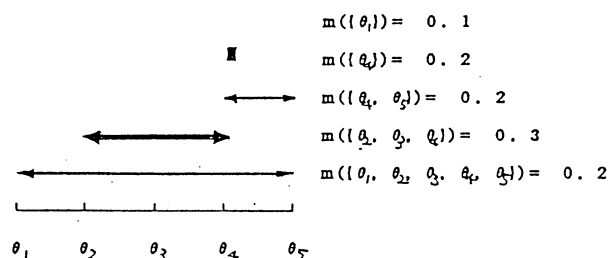


図5. 基本確率の例

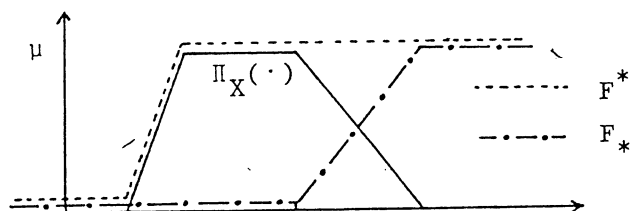


図2. 可能性分布関数



ファジィ線形回帰分析における3つの定式化について  
(On Three Formulations in Fuzzy Linear Regression Analysis)

田中 英夫 (H.Tanaka) 大阪府立大学(Univ. of Osaka Prefecture)  
和多田淳三 (J.Watada) 竜谷大学 (Ryukoku Univ.)  
林 勲 (I.Hayashi) 大阪府立大学(Univ. of Osaka Prefecture)

**Abstract** Three formulations of fuzzy linear regression analysis by fuzzy inclusion and conjunction relations are proposed. Fuzzy linear regression models defined by possibilistic linear systems are employed for fuzzy data analysis. Three formulations can be reduced to linear programming problems. Thus, fuzzy parameters can be easily obtained.

### 1. はじめに

通常回帰分析では確率モデルを仮定し、データとモデルから得られる推定値との差は観測誤差とみなされている。本論文で取り扱うファジィ回帰分析<sup>(1-4)</sup>では拡張原理<sup>(5)</sup>によって定義された可能的線形モデル<sup>(6)</sup>が用いられている。このモデルでは、データと推定値とのずれは入力関係を表わすシステムの係数の可能性として説明されている。すなわち、線形システムの係数があいまいであると考え、係数をファジィ数として取り扱っている。係数のファジィ数は係数の可能性として説明できるので、このシステムを可能的線形システムと呼んでいる。確率モデルが確率測度に基づいているように、可能性モデルは可能性測度に基づいて構成されている。入出力データを可能的線形システムによってモデル化する方法をファジィ線形回帰分析といい、入出力関係のあいまいさをシステムの係数のあいまいさに帰着させる新しいモデル化を提案している。

本論文では主にファジィ出力データを取り扱う。最近専門家の知識を活用することが進められているので、出力データも“だいたいaぐらい”というファジィデータを取り扱う必要がある。実際ファジィ観測データの分析が試みられている<sup>(7,8)</sup>。ファジィデータは特殊な場合として通常のデータを含んでいるのでファジィ回帰分析は通常のデータの場合にも適用でき、われわれの提案した方法はすでに種々議論され用いられている<sup>(9,10)</sup>。

ファジィ出力データをファジィ回帰モデルで分析する方法としてすでにMin問題および

Max問題とよばれるLP問題に帰着させる方法を提案した<sup>(1)</sup>。ここでは、Conjunction問題と呼ぶ方法を提案し、これら3つの定式化の相互関連性を議論し、これら3つの定式化の性質を述べる。

本論文において、可能的線形システムを説明し、これをモデルとした3つの定式化を行ない、これらの定式化の意味を述べ、最後に説明的数値例によってファジィデータ解析手法を示す。

### 2. 可能的線形システム

係数がファジィ数によって定義された線形システムを可能的線形システムと呼ぶ。ただし、ファジィ数Aとは $R^1$ 上の凸で正規なファジィ集合である。ファジィ数の例として、D.Dubois と H.Prade<sup>(12)</sup>によるL-Rファジィ数の定義が有益である。ここでは対称なファジィ数のみを取り扱うのでファジィ数を次のように表わす。

[定義1] 対称なファジィ数Aを  $A=(\alpha, c)_L$  と表現し、そのメンバシップ関数を次のように定義する。

$$\mu_A(x) = L((x-\alpha)/c) \quad ; \quad c > 0 \quad (2.1)$$

ただし、 $L(x)$ は型関数と呼ばれ、(i)  $L(x) = L(-x)$ , (ii)  $L(0) = 1$ , (iii)  $L(x)$ は厳密に減少する関数である。

関数  $L(x)$ の例は  $P > 0$ として、 $L_1(x) = \max(0, 1 - |x|^P)$ ,  $L_2(x) = e^{-|x|^P}$ ,  $L_3(x) = 1/(1 + |x|^P)$ などが考えられている。  $P=1$ として  $L_1(x)$ を考えると、これは三角形のファジィ数であり、 $\alpha$ は中心を、また  $c$ は巾を表わしている。

ファジィ数の演算を拡張原理によって定義する。

【定義2】関数  $y=f(x_1, \dots, x_n)$  が与えられると、入力  $x_1, \dots, x_n$  の代わりにファジィ入力  $A_1, \dots, A_n$  のときのファジィ出力  $Y=f(A_1, \dots, A_n)$  は

$$\mu_Y(y) = \sup_{\{x|y=f(x)\}} \mu_{A_1}(x_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(x_n) \quad (2.2)$$

によって定義する。

さて、対称なファジィ数  $A_i = (\alpha_i, c_i)_L$  によって可能的線形システムを

$$Y = A_1 x_1 + \dots + A_n x_n \triangleq Ax \quad (2.3)$$

と表わす。ただし、ファジィ数  $A_i$  のメンバシップ関数は

$$\mu_{A_i}(a_i) = L((a_i - \alpha_i) / c_i) \quad (2.4)$$

である。定義2の拡張原理によって(2.3)式は次のようになる。

【定理1】可能的線形システムのファジィ出力(2.3)式は

$$\mu_Y(y) = L((y - \alpha) / c^t |x|) \quad (2.5)$$

となる。ただし、 $|x| = (|x_1|, \dots, |x_n|)^t$  である。

### 3. 可能的線形回帰分析の定式化

ここでは、2. で述べた可能的線形システムをモデルとしたファジィ線形回帰分析の3つの定式化を述べ、その相互関連性を議論する。ファジィ出力データを取り扱うので与えられるデータは  $(Y_i, x_i)$ ,  $i=1, \dots, N$  とする。ただし、 $Y_i$  はファジィ出力で  $Y_i = (y_i, e_i)_L$  と表わし、 $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})^t$  は  $i$  番目のデータに対する説明変数である。データ  $(Y_i, x_i)$ ,  $i=1, \dots, N$  が与えられたとき、この現象を説明する線形モデルとして(2.3)式を仮定する。ファジィ数を取り扱うので最初にファジィ数の包含関係を定義しておく。

【定義3】度合い  $h$  によるファジィ数の包含関係を  $h$  レベル集合を用いて次のように定義する。

$$A \supseteq_h B \Leftrightarrow [A]_h \supset [B]_h \quad (3.1)$$

定義3によってファジィ数の等号、包含関係を定義する。

基本的な考え方はファジィ出力を  $h$  レベル集合によって区間とし、与えられたファジィ出力の区間と推定ファジィ出力の区間との関連によって回帰分析を行なうことである。す

で  $\text{Min}$  問題、 $\text{Max}$  問題を定式化<sup>1)</sup>したが、ここでは改めて、これら2つの問題と Conjunction問題とを以下に定式化する。3つの定式化の基本概念を Fig.1 に示す。図に示されているように、 $\text{Min}$  問題と  $\text{Max}$  問題は  $i=1, \dots, N$  に対して

$$Y_i = \sum A_i x_i \subseteq_h Y_i \subseteq_h \bar{Y}_i = \sum \bar{A}_i x_i \quad (3.2)$$

となるような  $\underline{A}_i$  と  $\bar{A}_i$  とを求めることである。(3.2)式の意味は与えられたファジィ出力  $Y_i$  を上から包含するような推定値  $\bar{Y}_i$  を求めようとするものが  $\text{Min}$  問題であり、ファジィ出力  $Y_i$  を下から包含されるような推定値  $\underline{Y}_i$  を求めようとするのが  $\text{Max}$  問題である。したがって  $\bar{Y}_i$  は  $Y_i$  を包含するもののうちで最小なものを求め、 $\underline{Y}_i$  は  $Y_i$  に包含されているもので最大なものを求めることになる。 $\text{Max}$ ,  $\text{Min}$  という名称はこれに由来している、 $\text{Min}$  および  $\text{Max}$  問題の定式化は次のようになる。

《  $\text{Min}$  問題 》

$$\min_{A_i=(\alpha_i, c_i)_L} \bar{J}(\bar{c}) = \sum_i c^t |x_i| \\ \bar{Y}_i = \underline{A}_1 x_{i1} + \dots + \bar{A}_n x_{in} \supseteq_h Y_i, \quad i=1, \dots, N \quad (3.3)$$

ここで、 $c^t |x_i|$  は  $\bar{Y}_i$  の巾を表わし、 $\bar{J}(\bar{c})$  は推定値  $\bar{Y}_i$  の巾の合計である。定義3から  $\text{Min}$  問題は次の LP 問題になる。

$$\min_{a, c} \sum_i c^t |x_i| \\ y_i + |L^{-1}(h)| e_i \leq x_i^t \alpha + |L^{-1}(h)| c^t |x_i| \\ y_i - |L^{-1}(h)| e_i \geq x_i^t \alpha - |L^{-1}(h)| c^t |x_i| \\ c \geq 0 \quad (3.4)$$

《  $\text{Max}$  問題 》

$$\max_{A_i=(\alpha_i, c_i)_L} \underline{J}(\underline{c}) = \sum_i c^t |x_i| \\ \underline{Y}_i = \underline{A}_1 x_{i1} + \dots + \underline{A}_n x_{in} \subseteq_h Y_i, \quad i=1, \dots, N \quad (3.5)$$

ここで、 $\max$  の意味は  $\underline{Y}_i \subseteq_h Y_i$  を満足するもののなかで最大の推定ファジィ出力  $\underline{Y}_i$  を、求めることである。定義3から  $\text{Max}$  問題は次の LP 問題になる。

$$\max_{a, c} \sum_i c^t |x_i| \\ y_i + |L^{-1}(h)| e_i \geq x_i^t \alpha + |L^{-1}(h)| c^t |x_i| \\ y_i - |L^{-1}(h)| e_i \leq x_i^t \alpha - |L^{-1}(h)| c^t |x_i| \\ c \geq 0 \quad (3.6)$$

次に Conjunction問題を定式化しよう。

Fig.1 に示されるように、Conjunction問題

では、ファジィ出力データ  $Y_i$  と推定ファジィ出力  $\hat{Y}_i = \hat{A}_1 x_{i1} + \dots + \hat{A}_n x_{in}$  との関係は

$$[Y_i]_h \cap [\hat{Y}_i]_h \neq \emptyset; \quad i=1, \dots, N \quad (3.7)$$

と表現できる。この場合推定ファジィ出力  $\hat{Y}_i$  の巾は小さい程よいと考えられるので、次の LP 問題に帰着できる。

《Conjunction問題》

$$\min_{x, c} \hat{J}(c) = \sum_i c^i |x_i|$$

$$\begin{aligned} y_i + |L^-(h)| e_i &\geq x_i^t \alpha - |L^-(h)| c^i |x_i| \\ y_i - |L^-(h)| e_i &\leq x_i^t \alpha + |L^-(h)| c^i |x_i| \\ c &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

この定式化を Conjunction 問題と呼ぶのは (3.7) 式による。ファジィ出力  $Y_i$  と推定ファジィ出力  $\hat{Y}_i$  が  $h$ -レベルで交わっているような推定ファジィ出力のうちで巾が最小なものを求めている。

Min問題、Max問題、Conjunction問題の最適解をそれぞれ、 $\bar{A}_i = (\bar{\alpha}_i, \bar{c}_i)_L$ ,  $A_i = (\alpha_i, c_i)_L$ ,  $\hat{A}_i = (\hat{\alpha}_i, \hat{c}_i)_L$  とし、推定ファジィ出力をそれぞれ  $\bar{Y}_i$ ,  $Y_i$ ,  $\hat{Y}_i$  と表わす。与えられたデータ  $(Y_i^o, x_i^o)$ ,  $i=1, \dots, N$  が可能的線形システム

$$Y_i^o = A_1 x_{i1}^o + \dots + A_n x_{in}^o \quad (3.9)$$

を満足すると仮定しよう。この条件のもとに (3.9) 式のシステム同定問題を考えると次の定理が得られる。

【定理2】与えられたデータが (3.9) 式を満足しているならば、Min問題およびMax問題の解は

$$A^o = \bar{A} = \underline{A}, \quad Y^o = \bar{Y} = \underline{Y} \quad (3.10)$$

【定理3】与えられたデータ  $(Y_i^o, x_i^o)$  が (3.9) 式を満足しているならば、Conjunction問題において  $\hat{J}(c) = 0$  である。

【定理4】与えられたデータが通常データ  $(y_i^o, x_i^o)$  で通常の線形式  $y_i^o = a^o x$  を満足するならば、Min問題、Max問題、Conjunction問題のそれぞれの解は一致する。すなわち、

$$y_i^o = \bar{Y}_i = Y_i = \hat{Y}_i, \quad a^o = \bar{A} = \underline{A} = \hat{A} \quad (3.11)$$

また  $\bar{J}(c) = J(c) = \hat{J}(c) = 0$  である。

入出力データが可能的線形システムを満足するならば、システム同定はMin問題またはMax問題を解くことによって得られる。またファジィ出力データが通常データに退化した場合は、Min問題、Max問題、Conjunction問題は同じ問題になっている。

#### 4. ファジィデータ解析

一般に与えられるデータは (3.9) 式のような可能的線形システムを満足していない。したがって解の存在を議論する必要がある。

【定理5】Min問題およびConjunction問題には常に解は存在するがMax問題には解の保証はない。

さて、Max問題の解の存在について述べよう。

【定理6】Max問題の解が存在するための必要十分条件はConjunction問題の  $\hat{J}(c) = 0$  となることである。

【系1】Max問題に解が存在しない必要十分条件は  $\hat{J}(c) > 0$  となることである。

【定理7】もしMax問題に解が存在すれば、

$$\bar{Y}_i \supseteq_h Y_i \supseteq_h Y_i \supseteq_h \hat{Y}_i; \quad i=1, \dots, N \quad (4.1)$$

が成り立つ。

Max問題の解がない場合でもMin問題とConjunction問題との解の関係については次の定理が成り立つ。

【定理8】 $\bar{J}(c) \geq \hat{J}(c)$ ,  $\bar{Y}_i \supseteq_h \hat{Y}_i$ ,  $i=1, \dots, N$  (4.2)

【定理9】出力データが  $Y_i = (y_i, e_i)_L$  がファジィ数でない場合すなわち  $e_i = 0$  の通常データの場合

$$\bar{Y}_i = \hat{Y}_i \quad (4.3)$$

となる。

【定理10】レベル  $h^o$  でMax問題の解が存在すれば、 $h \leq h^o$  となる  $h$  でMax問題の解は存在する。

最後に3つの問題における  $h$  と  $J(c)$  との関連を定性的に図示すると Fig. 2 のようになる。Fig. 2 において  $h^*$ -レベルのMax問題まで解が存在していると仮定している。Max問題の解が存在すれば、定理6から  $\hat{J}(c) = 0$  である。したがって、Max問題の解が存在する範囲で、 $\hat{J}(c) \leq J(c)$  である。定理8から  $h$  で  $\hat{J}(c) \leq \bar{J}(c)$  である。定理10から  $h^*$  以下のレベルでMax問題が存在する。

#### 5. 数値例

以上で述べた定式化を説明するために簡単な数値例を述べる。可能的線形モデルを

$$Y_i = A_0 + A_1 x_{i1}, \quad i=1, \dots, 5 \quad (5.1)$$

と仮定する。ファジィ係数  $A_i = (\alpha_i, c_i)_L$

を  $L(x)=1-|x|$  の三角形のファジィ数とする。このとき  $|L^{-1}(h)|=1-h$  となる。Max問題が存在する場合と存在しない場合に分けて数値例を示す。ただし、 $h=0$  と仮定している。

【数値例1】与えられたデータは Table 1 に示されている。最適解は (3.4), (3.6), (3.8) 式の LP 問題から次のように得られた。

$$\begin{aligned} \langle \text{Min問題} \rangle \quad & \bar{A}_0 = (3.85, 3.85)_L, \\ & \bar{A}_1 = (2.10, 0)_L \\ \langle \text{Max問題} \rangle \quad & \underline{A}_0 = (4.63, 0)_L, \\ & \underline{A}_1 = (1.78, 0.21)_L \\ \langle \text{Conjunction問題} \rangle \quad & \hat{A}_0 = (4.63, 0)_L, \\ & \hat{A}_1 = (1.57, 0)_L \end{aligned}$$

次にデータであるファジィ出力と推定ファジィ出力の 0-レベル集合の区間  $[a, b]$  を Table 2 に示す。Table 2 から

$$[Y_c]_0 \subset [\bar{Y}_c]_0 \subset [\underline{Y}_c]_0, [Y_c]_0 \cap [\hat{Y}_c]_0 \neq \emptyset \quad (5.2)$$

となっていることが分かる。また、評価関数の値は

$$\bar{J}(\hat{C})=19.25, \underline{J}(\hat{C})=3.13, \hat{J}(\hat{C})=0 \quad (5.3)$$

である。 $Y_c, \bar{Y}_c, \underline{Y}_c, \hat{Y}_c$  のグラフを Fig.3 に示す。

【数値例2】与えられたデータを Table 3 に示す。この場合は Max問題に解が存在せず Conjunction 問題の解は  $\epsilon > 0$  として得られる。最適解は (3.4), (3.8) 式の LP 問題を解くことによって次のように得られた。

$$\begin{aligned} \langle \text{Min問題} \rangle \quad & \bar{A}_0 = (3.15, 4.55)_L, \\ & \bar{A}_1 = (2.10, 0)_L \\ \langle \text{Conjunction問題} \rangle \quad & \hat{A}_0 = (4.35, 0.28)_L, \\ & \hat{A}_1 = (1.57, 0)_L \end{aligned}$$

評価関数の値は

$$\bar{J}(\hat{C})=22.75 > \hat{J}(\hat{C})=1.42 \quad (5.4)$$

である。数値例1の場合と同様に  $[Y_c]_0, [\bar{Y}_c]_0, [\underline{Y}_c]_0$  を Table 4 に示す。この場合も (5.2) 式と同様な関係満足していることが分かる。 $Y_c, \bar{Y}_c, \hat{Y}_c$  のグラフを Fig.4 に示す。

#### 参考文献

- 1) 田中、上嶋、浅居 ; J. of the Operations Research Society of Japan 25 -2, 162/174 (1982)
- 2) H.Tanaka, S.Uejima and K.Asai ; Linear Regression Analysis with Fuzzy Model, 12-6,903/907 (1982)

- 3) 和多田、田中、横山、浅居 ; ファジィ時系列モデルとその予測問題への応用、日本経営工学会誌 34-3, 180/186 (1982)
- 4) H.Tanaka, T.Shimomura, J.Watada and K.Asai ; Fuzzy Linear Regression Analysis of the Number of Staff in Local Government, FIP-84 at Kauai, Hawaii, on July 22-26 (1984)
- 5) L.A.Zadeh ; The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning-I Inform. Sci. 8, 199/249 (1975)
- 6) 田中 ; 可能性モデルとその応用、システムと制御、28-7, 447/451 (1984)
- 7) H.Bandemer ; Evaluating Explicit Functional Relationships from Fuzzy Observations, Fuzzy Sets and Systems, 16, 41/52 (1985)
- 8) S.Scheerling and H.Bandmer ; Transformation of Fuzzy Interval-data into the Parameter Region of an Explicit Functional Relationship, Freiburger Forschungshefte 91/100 (1985)
- 9) B.Heshmaty and A.Kandel ; Fuzzy Linear Regression and Its Applications to Forecasting in Uncertain Environment, Fuzzy Sets and Systems, 15, 159/191 (1985)
- 10) C.B.Zheng ; On Applications of Fuzzy Linear Regression Models, Working paper of Technical Institute of Ming Tsi, Taiwan (1982)
- 11) H.Tanaka, K.Asai and J.Watada ; Possibilistic Linear Systems and Its Application to Linear Regression Model Working paper of Department of Industrial Eng., Univ. of Osaka Prefecture No.85/01 (1985)
- 12) D.Dubois and H.Prade ; Fuzzy Sets and Systems ; Theory and Applications, Academic Press, New York (1980)

Table.1 Data in the numerical example 1

$Y_1=(y_1, e_1)_L$	$X_{11}$
( 8.0 , 1.8)	1
( 6.4 , 2.2)	2
( 9.5 , 2.6)	3
(13.5 , 2.6)	4
(13.0 , 2.4)	5

Table.3 Data in the numerical example 2

$Y_1=(y_1, e_1)_L$	$X_{11}$
( 8.0 , 1.8)	1
( 5.0 , 2.2)	2
( 9.5 , 2.6)	3
(13.5 , 2.6)	4
(13.0 , 2.4)	5

Table.2 Intervals of 0-level fuzzy outputs and estimated outputs

No.	Fuzzy output	Estimation outputs		
		Min problem	Max problem	Conjunction problem
1	[ 6.2 , 9.8]	[ 2.1 , 9.8]	[ 6.2 , 6.6]	[ 6.2 , 6.2]
2	[ 4.2 , 8.6]	[ 4.2 , 11.9]	[ 7.8 , 8.6]	[ 7.8 , 7.8]
3	[ 6.9 , 12.1]	[ 6.3 , 14.0]	[ 9.3 , 10.6]	[ 9.3 , 9.3]
4	[10.9 , 16.1]	[ 8.4 , 16.1]	[10.9 , 12.6]	[10.9 , 10.9]
5	[10.6 , 15.4]	[10.5 , 18.2]	[12.5 , 14.6]	[12.5 , 12.5]

Table.4 Intervals of 0-level fuzzy output and estimated outputs

No.	Fuzzy output	Estimation outputs	
		Min problem	Conjunction problem
1	[ 6.2 , 9.8]	[ 0.7 , 9.8]	[ 5.6 , 6.2]
2	[ 2.8 , 7.2]	[ 2.8 , 11.9]	[ 7.2 , 7.8]
3	[ 6.9 , 12.1]	[ 4.9 , 14.0]	[ 8.8 , 9.3]
4	[10.9 , 16.1]	[ 7.0 , 16.1]	[10.3 , 10.9]
5	[10.6 , 15.4]	[ 9.1 , 18.2]	[11.9 , 12.5]

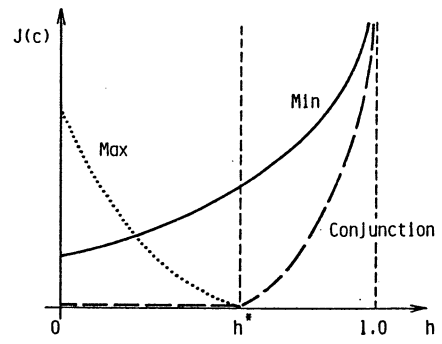
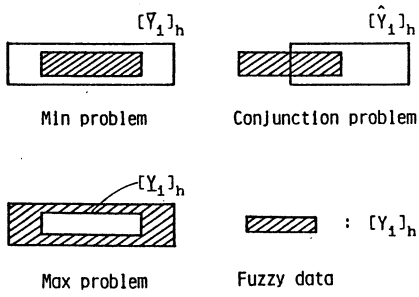


Fig.1 The concepts of Min,Max and Conjunction problems

Fig.2 The relations between threshold  $h$  and fuzziness  $J(c)$

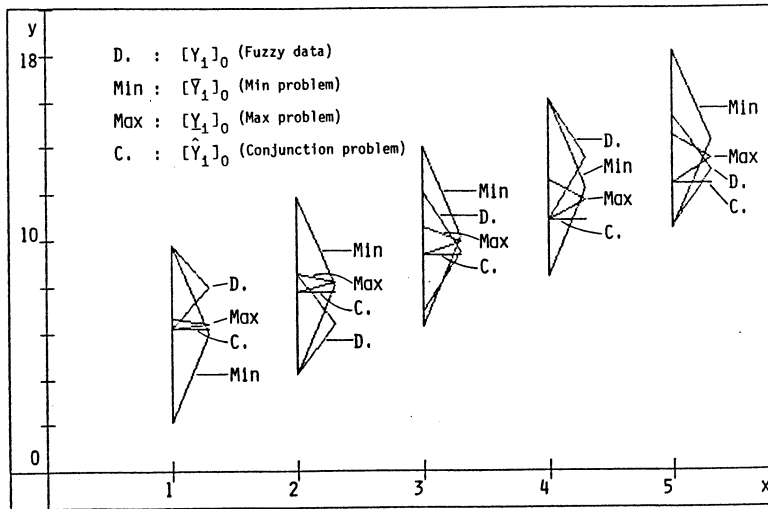


Fig.3 Illustration of the example 1

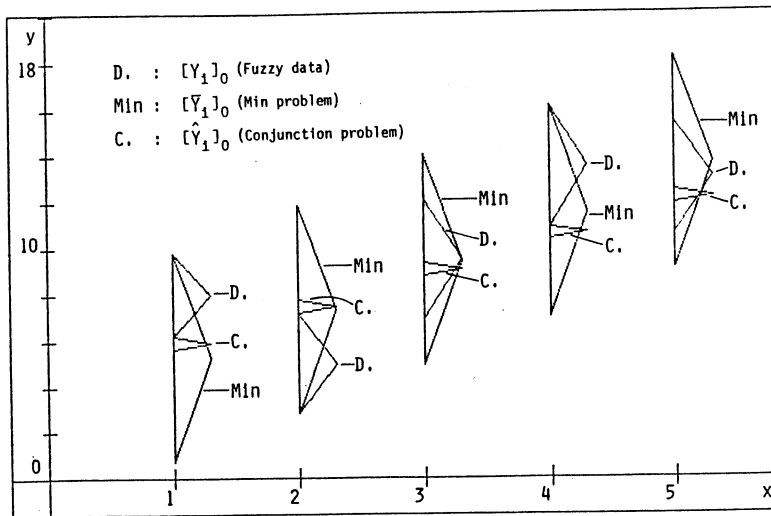


Fig.4 Illustration of the example 2

# 可能性と必然性に基づくファジィ多目的線形計画法

乾口雅弘, 市橋秀友, 田中英夫, 浅居喜代治 (大阪府立大学工学部)

Fuzzy Multi-objective Linear Programming Based on Possibility and Necessity

M. INUIGUCHI, H. ICHIHASHI, H. TANAKA, K. ASAI (University of Osaka Prefecture)

This paper presents a formulation of Fuzzy Multi-objective Linear Programming Problems, whose coefficients of objective functions and constraints are represented by L-R fuzzy numbers. The L-R fuzzy number is regarded as a possibility distribution, which stands for the possible area of the coefficients. The fuzzy goals are given as fuzzy sets. The maximizing problem of the possibility measure of fuzzy sets and the maximizing problem of the necessity measure of fuzzy sets are formulated. It is shown that those problems are reduced to the non-linear programming problems, which are solved by using the bisection method together with the simplex method. Lastly the relation of the maximization of the possibility measure (or the necessity measure) to the behavior of the decision maker under risk is discussed.

## 1. はじめに

意思決定の段階は、問題を認識することからはじまり、次に到達すべき目標を設定する。さらに実行可能な制約領域を定め、期待される結果がどの程度目標を達成しているかを量る評価関数を定める。そして、それに照らして、最もよい解を選び出す。

一般に設定される目標は、主観的であまいであり、しかも複数の目標である場合が多い。このような主観的であまいな目標をファジィ目標とした多目的計画問題が提案されている。

また、ファジィ決定集合として、ファジィ目標とファジィ制約の共通集合をとる方法が1970年にR.E. Bellmanら[1]によって提案された。

このようなあいまいな表現をファジィ数、あるいは、ファジィ集合によって表現し、それを係数に用いる数理計画問題として、C.V. Negoita [2] によるRobust Programmingや田中ら[3][4]によるファジィ多目的線形計画法がある。そして、これらの研究の基礎となるファジィ数の演算は、D. DuboisとH. Prade [5] によって研究されている。

矢野ら[8]は、田中らの問題をさらに非線形の場合に拡張して、ファジィ数で表された係数が決定変数に関して線形に含まれる多目的最適化問題を提案している。本研究では、D. DuboisとH. Prade [6] の意味での可能性と必然性の二面から問題を定式化し、これらが同様にファジィ多目的線形計画(FMOLP)問題となることを示し、線形計画法を用いた簡便な解法アルゴリズムを示す。最後に、これらの決定方式と意思決定者の危険に対する態度との関係について考察する。

## 2. ファジィ集合の概説

### § 2. 1. ファジィ集合

ファジィ集合 $\tilde{A}$ は次のように定義される。

【定義1】 全体集合 $\Omega = \{x\}$ におけるファジィ集合 $\tilde{A}$ とは、次のメンバシップ関数によって特性づけられた集合である。

$$u_{\tilde{A}} : \Omega \rightarrow [0, 1] \quad (2)$$

また、ファジィ集合の共通集合、補集合は、それぞれ、次のように定義される。

【定義2】 ファジィ集合 $\tilde{A}$ 、 $\tilde{B}$ の共通集合 $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ は、 $\tilde{A}$ および $\tilde{B}$ の両方に含まれる最大のファジィ集合である。 $\tilde{A}$ 、 $\tilde{B}$ のメンバシップ関数をそれぞれ、 $u_{\tilde{A}}$ 、 $u_{\tilde{B}}$ とすると、共通集合 $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ のメンバシップ関数は、次のように表される。

$$u_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min [u_{\tilde{A}}(x), u_{\tilde{B}}(x)] \quad \forall x \in \Omega \quad (3)$$

【定義3】 メンバシップ関数 $u_{\tilde{A}}$ によって特性づけられるファジィ集合 $\tilde{A}$ の補集合 $\tilde{A}^c$ のメンバシップ関数は、次のよう

に表される。

$$u_{\tilde{A}^c}(x) = 1 - u_{\tilde{A}}(x) \quad \forall x \in \Omega \quad (4)$$

つぎに、 $\Omega_1$ 、 $\Omega_2$ を全体集合とし、 $\Omega_1$ 、 $\Omega_2$ のファジィ部分集合の全体をそれぞれ、 $P(\Omega_1) = \{\tilde{A} \mid \tilde{A} \subseteq \Omega_1\}$ 、 $P(\Omega_2) = \{\tilde{B} \mid \tilde{B} \subseteq \Omega_2\}$ とすると、ファジィ集合の直積は、次のように定義される。

【定義4】  $\tilde{A} \in P(\Omega_1)$ 、 $\tilde{B} \in P(\Omega_2)$ とすると、ファジィ集合の直積は、次のように表される。

$$u_{\tilde{A} \times \tilde{B}}(x, y) = \min [u_{\tilde{A}}(x), u_{\tilde{B}}(y)] \quad \forall x \in \Omega_1, \forall y \in \Omega_2 \quad (5)$$

### § 2. 2. L-Rファジィ数とファジィ線形関数

本節では、D. DuboisとH. Pradeによって定義されたL-Rファジィ数[6]とL-Rファジィ数を係数とする線形関数について概説する。ファジィ数は実数のファジィ集合である。ファジィ集合は、もう一つの解釈として可能性分布と考えることができる。そこで、本論文では、ファジィ数を可能性分布[9]と考え、メンバシップ関数 $u$ に代わって、可能性分布関数 $\pi$ を用いる。

以下では、全体集合 $\Omega$ を実数軸とするファジィ集合を考える。

【定義5】 L-Rファジィ数 $\hat{a}_i$ とは、次の可能性分布関数 $\pi_{\hat{a}_i}$ で特性づけられるファジィ集合である。

$$\pi_{\hat{a}_i}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m_i - x}{\alpha}\right) \\ R\left(\frac{x - m_i}{\beta}\right) \end{cases} \quad (6)$$

ただし、関数 $L$ 、 $R$ は次の条件 i), ii) を満足する。

i)  $L(0) = 1$ ,  $R(0) = 1$

ii)  $L$ および $R$ は、 $[0, \infty)$ から $[0, 1]$ への非増加関数である。

関数 $L$ 、 $R$ はreference関数と呼ばれ、 $m_i$ は $\hat{a}_i$ の中心を規定し、 $L$ は $m_i$ より左側を $R$ は $m_i$ より右側をそれぞれ規定している。

また、L-Rファジィ数 $\hat{a}_i$ は、 $\hat{a}_i = (m_i, \alpha_i, \beta_i)_{LR}$ と表現し、特に有界なL-Rファジィ数の場合は、 $L(1) = 0$ 、 $R(1) = 0$ とする。このとき $\alpha_i$ と $\beta_i$ はそれぞれ $m_i$ の左右の幅を規定している。このようなL-Rファジィ数は、“だいたい $m_i$ ぐらい”という言語表現を示している。

以上のように定義されたL-Rファジィ数の和およびスカラー倍は、それぞれ次のようになる。

$$i) \hat{a}_i + \hat{a}_j = (m_i + m_j, \alpha_i + \alpha_j, \beta_i + \beta_j)_{LR} \quad (7)$$

$$ii) \lambda \hat{a}_i = (\lambda m_i, \lambda \alpha_i, \lambda \beta_i)_{LR} \quad (8)$$

ここで、 $\hat{a}_i = (m_i, \alpha_i, \beta_i)_{LR}$ 、 $\hat{a}_j = (m_j, \alpha_j, \beta_j)_{LR}$ であり、 $\lambda$ は非負の実定数とする。

さらに、上記の i), ii) より、L-Rファジィ数  $\hat{a}_i = (m_i, \alpha_i, \beta_i)_{LR} (i=1, 2, \dots, n)$  を係数とするファジィ線形関数

$$\tilde{y} = \hat{a}_1 x_1 + \hat{a}_2 x_2 + \dots + \hat{a}_n x_n = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i x_i \quad (9)$$

は、 $x_i$  が非負のとき次のように表される。

$$\tilde{y} = \left( \sum_{i=1}^n m_i x_i, \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i, \sum_{i=1}^n \beta_i x_i \right)_{LR} \quad (10)$$

### § 2. 3. ファジィ係数間に相互関係がある場合

$n$  個の L-L ファジィ数  $\hat{a}_i = (m_i, \alpha_i, \beta_i)_{LL}$  が与えられている

場合、各ファジィ数に  $\sum_{i=1}^n a_i = 1$  なる相互関係 [6] [7] があるも

とで、 $\sum_{i=1}^n \hat{a}_i x_i$  の可能性分布関数を求める問題を考える。ここ

で、 $x_i$  は  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$  なる非負の実数とする。また、

$\sum_{i=1}^n a_i = 1$  という条件は、たとえば  $a_i$  が確率であるとしたとき

の条件である。

この場合の  $\sum_{i=1}^n a_i x_i$  の可能性分布関数  $\pi_{\sum_{i=1}^n \hat{a}_i x_i}$  はファジィ数

$\hat{a}_i$  の可能性分布関数  $\pi_{\hat{a}_i}(a_i)$  を用いて、次のように表される。

$$\pi_{\sum_{i=1}^n \hat{a}_i x_i}(y) = \sup_{a_1, \dots, a_n} \min_i \{ \pi_{\hat{a}_i}(a_i) \} \quad (11)$$

ただし、 $\sum_{i=1}^n a_i x_i = y$ ,  $\sum_{i=1}^n a_i = 1$  である。

特に、 $n = 2$  のときは、

i)  $x_1 < x_2$  のとき、 $a_1 = (x_2 - y) / (x_2 - x_1)$ ,  $a_2 = (y - x_1) / (x_2 - x_1)$  と表されるので、

$$\pi_{\sum_{i=1}^n \hat{a}_i x_i}(y) = \min \left\{ \pi_{\hat{a}_1} \left( \frac{x_2 - y}{x_2 - x_1} \right), \pi_{\hat{a}_2} \left( \frac{y - x_1}{x_2 - x_1} \right) \right\} \quad (12)$$

ii)  $x_1 = x_2$  のとき、

$$\pi_{\sum_{i=1}^n \hat{a}_i x_i}(y) = \begin{cases} 0 & ; y \neq x_1, x_2 \\ \pi_{\hat{a}_1 + \hat{a}_2}(1) & ; y = x_1, x_2 \end{cases}$$

$\pi_{\hat{a}_1 + \hat{a}_2}(1)$  は、相互関係  $a_1 + a_2 = 1$  の  $\pi_{\hat{a}_1}, \pi_{\hat{a}_2}$  による成立

の度合いを示している。また、 $m_1 + m_2 = 1$  の場合は、

$\pi_{\hat{a}_1 + \hat{a}_2}(1) = 1$  となり、完全に成立する。ここで、 $\hat{a}_i$  を  $\hat{a}_i = (m_i, \alpha_i, \beta_i)_{LL}$  なる L-L ファジィ数とすれば、(12) 式、

(13) 式より  $\hat{a}_1 x_1 + \hat{a}_2 x_2$  は、

$$\hat{a}_1 x_1 + \hat{a}_2 x_2 = (m_1 x_1 + m_2 x_2, (x_2 - x_1) \min(\beta_1, \alpha_2), (x_2 - x_1) \min(\alpha_1, \beta_2))_{LL} \quad (14)$$

となる。

また、任意の  $n$  に拡張するためには、 $\sum_{i=1}^n a_i = 1$  が完全に成立

する条件  $\sum_{i=1}^n m_i = 1$  が必要である。このとき、 $\sum_{i=1}^n \hat{a}_i x_i$  は L-L

ファジィ数  $(e_n, \epsilon_n, \eta_n)_{LL}$  となる。ただし、

$$\begin{cases} e_n = \sum_{i=1}^n m_i x_i \\ \epsilon_n = \min_{\frac{1}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{1}{2}} (x_i - x_{i+1}) \beta_i + \sum_{i=\frac{1}{2}+1}^n (x_i - x_{i+1}) \alpha_i \right\} \\ \eta_n = \min_{\frac{1}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{1}{2}} (x_i - x_{i+1}) \alpha_i + \sum_{i=\frac{1}{2}+1}^n (x_i - x_{i+1}) \beta_i \right\} \end{cases} \quad (15)$$

である。

### § 2. 4. 可能性測度と必然性測度

可能性測度 [6] は次のように定義される。

[定義 6] 可能性測度  $\Pi$  は、次の条件 i) ~ iii) を満足する全体集合  $\Omega$  の部分集合上で定義された集合関数である。

- i)  $\Pi(\phi) = 0$
- ii)  $\Pi(\Omega) = 1$
- iii)  $\forall A_i \subseteq \Omega, i \in I, \Pi\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \sup_{i \in I} \Pi(A_i)$

ただし、 $I$  はインデックス集合である。

たとえば、 $E$  を  $\Omega$  の部分集合とすると、集合関数  $\Pi_E$  を次のように定義すると、上の条件 i) ~ iii) を満たし、 $\Pi_E$  は可能性測度となる。

$$\forall A \subseteq \Omega, \Pi_E(A) = \begin{cases} 1 & ; A \cap E \neq \phi \\ 0 & ; \text{その他} \end{cases} \quad (16)$$

可能性測度  $\Pi_E$  は、事象  $E$  が生じたときに事象  $A$  が生起している可能性の度合いを示している。 $\Pi_E(A) = 1$  は事象  $E$  が生じたときに、事象  $A$  が生起している可能性が 1 であることを意味している。

また、 $\tilde{E}$  がメンバシップ関数  $\pi_{\tilde{E}}(x)$  をもつファジィ集合のとき、可能性測度  $\Pi_{\tilde{E}}$  は次のように定義される。

$$\forall A \subseteq \Omega, \Pi_{\tilde{E}}(A) = \sup_{x \in A} \pi_{\tilde{E}}(x) \quad (17)$$

[命題 1]  $A^c$  を集合  $A$  の補集合とすると、可能性測度  $\Pi_{\tilde{E}}$  について次の等式が成立する。

$$\max [\Pi_{\tilde{E}}(A), \Pi_{\tilde{E}}(A^c)] = 1 \quad (18)$$

次に、必然性測度 [6] を定義する。

[定義 7] 必然性測度  $N_{\tilde{E}}$  は、次のように定義される。

$$N_{\tilde{E}}(A) = 1 - \Pi_{\tilde{E}}(A^c) \quad (19)$$

[命題 2] 必然性測度  $N_{\tilde{E}}$  は、次の性質 i') ~ iii') を満足する。

- i')  $N_{\tilde{E}}(\phi) = 0$
- ii')  $N_{\tilde{E}}(\Omega) = 1$
- iii')  $\forall A_i \subseteq \Omega, i \in I, N_{\tilde{E}}\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) = \inf_{i \in I} N_{\tilde{E}}(A_i)$

ただし、 $I$  はインデックス集合である。

必然性測度  $N_{\tilde{E}}$  は、ある事象の生起する必然性をその余事象の生起する不可能性の度合いとして定義している。

また、命題 1 より、 $\forall A \subseteq \Omega, \Pi_{\tilde{E}}(A) < 1$  に対して、 $N_{\tilde{E}}(A) = 0$  が成立する。

たとえば、(16) 式で定義される可能性測度  $\Pi_E$  に対して、必然性測度  $N_E$  は、次のように定義される。

$$N_E(A) = \begin{cases} 1 & ; A^c \cap E \neq \phi \\ 0 & ; \text{その他} \end{cases} \quad (20)$$

$N_E(A) = 1$  は、事象  $E$  が生じたときに必ず事象  $A$  が生起していることを意味している。

また、(17) 式で定義される可能性測度  $\Pi_{\tilde{E}}$  に対して、必然性測度  $N_{\tilde{E}}$  は、次のように定義される。

$$\forall A \subseteq \Omega, N_{\tilde{E}}(A) = \inf_{x \in A} \{ 1 - \pi_{\tilde{E}}(x) \} \quad (21)$$

これらの可能性測度、必然性測度は、ファジィ集合  $\tilde{A}$  に対しても拡張できる。すなわち、ファジィ集合の可能性測度と必然性測度は、それぞれ次のように定義される。

[定義 8] 可能性分布関数  $\pi(x)$  のもとに、 $\Omega$  上のファジィ集合  $\tilde{A}$  の可能性測度  $\Pi(\tilde{A})$  を次のように定義する。

$$\Pi(\tilde{A}) \equiv \sup_{x \in \Omega} [\pi(x) \wedge u_{\tilde{A}}(x)] \quad (22)$$

[定義 9] 可能性分布関数  $\pi(x)$  のもとに、 $\Omega$  上のファジィ集合  $\tilde{A}$  の必然性測度  $N(\tilde{A})$  を次のように定義する。

$$N(\tilde{A}) \equiv \inf_{x \in \Omega} [(1 - \pi(x)) \vee u_{\tilde{A}}(x)] \quad (23)$$

次に、ファジィ集合  $\tilde{A}$  に対する可能性測度、必然性測度について二つの命題を示す。

[命題 3] ファジィ集合  $\tilde{A}$  に対して、次の不等式が成り立つ。

$$\Pi(\tilde{A}) \geq N(\tilde{A}) \quad (24)$$

$$\left( \text{等号は、} \pi(x) = \begin{cases} 1 & ; x = a \\ 0 & ; x \neq a \end{cases} \quad a \in \Omega \right)$$



$$\text{または、 } u_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} h & ; x = b & 0 \leq h \leq 1 \\ 0 & ; x \approx b & b \in \Omega \end{cases}$$

のとき成立する。) (証明)

$$\text{Sup}_{x \in \Omega} [\pi(x) \wedge u_{\tilde{A}}(x)] + \text{Sup}_{x \in \Omega} [\pi(x) \wedge (1 - u_{\tilde{A}}(x))]$$

$$\geq \text{Sup}_{x \in \Omega} [\pi(x) \wedge \alpha] + \text{Sup}_{x \in \Omega} [\pi(x) \wedge (1 - \alpha)] = 1 \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

したがって、

$$\text{Sup}_{x \in \Omega} [\pi(x) \wedge u_{\tilde{A}}(x)] \geq 1 - \text{Sup}_{x \in \Omega} [\pi(x) \wedge (1 - u_{\tilde{A}}(x))]$$

$$\geq \text{Inf}_{x \in \Omega} [(1 - \pi(x)) \vee u_{\tilde{A}}(x)]$$

ゆえに、 $\Pi(\tilde{A}) \geq N(\tilde{A})$

(証明終り)

【命題4】可能性分布関数 $\pi_i, \pi_j$ が任意の $x(x \in \Omega)$ に対し $\pi_i(x) \leq \pi_j(x)$ ならば、任意のファジィ集合 $\tilde{A}$ に対し次の二つの不等式が成り立つ。

$$\Pi_i(\tilde{A}) \leq \Pi_j(\tilde{A}) \quad (25)$$

$$N_i(\tilde{A}) \geq N_j(\tilde{A}) \quad (26)$$

ここで、 $\Pi_i(\tilde{A}), \Pi_j(\tilde{A})$ はそれぞれ可能性分布関数 $\pi_i, \pi_j$ による $\tilde{A}$ の可能性測度を示し、 $N_i(\tilde{A}), N_j(\tilde{A})$ はそれぞれ可能性分布関数 $\pi_i, \pi_j$ による $\tilde{A}$ の必然性測度を示す。

(証明) (25)式は、

$$\pi_i(x) \leq \pi_j(x)$$

$$\pi_i(x) \wedge u_{\tilde{A}}(x) \leq \pi_j(x) \wedge u_{\tilde{A}}(x)$$

$$\text{Sup}_{x \in \Omega} [\pi_i(x) \wedge u_{\tilde{A}}(x)] \leq \text{Sup}_{x \in \Omega} [\pi_j(x) \wedge u_{\tilde{A}}(x)]$$

$$\therefore \Pi_i(\tilde{A}) \leq \Pi_j(\tilde{A})$$

(26)式は、

$$\pi_i(x) \leq \pi_j(x)$$

$$1 - \pi_i(x) \geq 1 - \pi_j(x)$$

$$(1 - \pi_i(x)) \vee u_{\tilde{A}}(x) \geq (1 - \pi_j(x)) \vee u_{\tilde{A}}(x)$$

$$\text{Inf}_{x \in \Omega} [(1 - \pi_i(x)) \vee u_{\tilde{A}}(x)]$$

$$\geq \text{Inf}_{x \in \Omega} [(1 - \pi_j(x)) \vee u_{\tilde{A}}(x)]$$

$$\therefore N_i(\tilde{A}) \geq N_j(\tilde{A})$$

(証明終り)

### 3. FMOLP問題の定式化と解法

#### §3.1. FMOLP問題の定式化

通常の線形計画(LP)問題は、ある制約条件のもとに目的関数を最大化あるいは最小化する問題であり、最大化問題は次のように表される。

$$\begin{aligned} \max_x & \quad a x \\ \text{s.t.} & \quad A x \leq b \end{aligned} \quad (27)$$

ただし、 $a = (a_1, a_2, \dots, a_n), b = (b_1, b_2, \dots, b_m), x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$ である。

しかし、現実の計画問題では、目標は満足規準にしたがっていると考へた方がよい場合が多い。同様に、制約条件も制約集合として表現できる。また、これらの目標集合および制約集合は“だいたい $b_1$ 以上”、“だいたい $b_2$ 以下”のようにあいまいに表される。

ファジィ線形計画問題では、このようなあいまいな目標をファジィ目標、あいまいな制約をファジィ制約と呼び、ファジィ集合で表現する。これらのファジィ目標、ファジィ制約は、どちらも満足したい集合という意味において同一視できる。したがって、ファジィ線形計画問題は、相対立する複数の目標をもつ多目的計画問題となる。以下では、ファジィ線形計画問題をファジィ多目的線形計画(FMOLP)問題と呼ぶ。

また、Bellmanらによるファジィ環境における決定では、決定集合としてファジィ目標とファジィ制約の共通集合をとり、そのメンバシップ値が最大となるものをとる。本研究でのFMOLP問題においても、この決定方式を採用し、すべてのフ

ァジィ目標およびファジィ制約のメンバシップ値の最小値を最大化する問題として定式化する。しかし、この決定方式では、すべての目的関数の係数が通常の実数値のときには、唯一の決定方式となるが、目的関数の係数がファジィ数であるときには、一つの決定方式とはならない。これは、ファジィ数の大小関係が全順序にならないことに起因する。そこで、目的関数の係数がファジィ数である場合について、可能性測度最大化、必然性測度最大化の二つの決定方式を用いてFMOLP問題を定式化する。これらの決定方式はBellmanらによる決定方式にしたがっており、すべての目的関数の係数が通常の実数値のときには、Bellmanらによるファジィ決定に一致する。

FMOLP問題は次のように表現できる。

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1 &= \tilde{a}_1, \quad x \geq b_1 \\ \tilde{y}_2 &= \tilde{a}_2, \quad x \geq b_2 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (28)$$

$$\tilde{y}_m = \tilde{a}_m, \quad x \geq b_m$$

ここで、 $\tilde{a}_i = (\tilde{a}_{i1}, \tilde{a}_{i2}, \dots, \tilde{a}_{in}), x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$ である。ファジィ係数 $\tilde{a}_{ij} = (\alpha_{ij}, \beta_{ij}), i \in R_1, j \in R_2$ は、係数のとりうる値を示している。また、 $b_i$ は意思決定者の十分満足できる値を示している。 $\geq$ は“だいたい $b_i$ 以上”というファジィ目標を表している。

一般に、各目標ごとのファジィ目標 $\tilde{B}_i$ は、単調増加なメンバシップ関数 $u_i(y_i)$ で表現される。さらに、目標全体のファジィ目標 $\tilde{B}$ のメンバシップ関数は、Bellmanらによるファジィ決定に基づき、各目標のファジィ集合の直積として、次のように与えられる。

$$u_0(y) = \min [u_1(y_1), u_2(y_2), \dots, u_m(y_m)] \quad (29)$$

ただし、 $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^t$ である。

このメンバシップ関数 $u_0(y)$ の値は、意思決定者の満足度を示していると考えられる。

また、決定変数 $x$ の値に応じて、各目的関数ごとに可能性分布関数 $\pi_{\tilde{y}_i}(y_i)$ が得られる。複数の目的関数の可能性分布関数 $\pi_{\tilde{y}}(y)$ は、各目標の直積空間上の可能性分布として、

$$\pi_{\tilde{y}}(y) = \min [\pi_{\tilde{y}_1}(y_1), \pi_{\tilde{y}_2}(y_2), \dots, \pi_{\tilde{y}_m}(y_m)] \quad (30)$$

と表される。 $\pi_{\tilde{y}}(y)$ を多次元可能性分布関数と呼ぶ。

意思決定者のとるべき決定方式として、満足である可能性を最大にする決定方式と、不満足である不可能性を最大にする(不満足である可能性を最小にする)決定方式が考えられる。前者は、可能性測度を最大化する決定方式として、次のように表現される。

$$\max_x \Pi_{\tilde{y}}(\tilde{B}) \quad (31)$$

後者は、必然性測度を最大化する決定方式として、次のように表現される。

$$\max_x N_{\tilde{y}}(\tilde{B}) \quad (32)$$

ここで、 $\Pi_{\tilde{y}}(\tilde{B})$ は可能性分布関数 $\pi_{\tilde{y}}(y)$ によるファジィ目標 $\tilde{B}$ の可能性測度を示し、 $N_{\tilde{y}}(\tilde{B})$ は可能性分布関数 $\pi_{\tilde{y}}(y)$ によるファジィ目標 $\tilde{B}$ の必然性測度を示している。

以下では、ファジィ集合および可能性分布は正規かつ凸[10]とする。

これら多次元可能性分布による多次元ファジィ集合の可能性測度および必然性測度は、次の定理1、定理2により、各次元の可能性測度および必然性測度に分解して考えることができる。

【定理1】多次元可能性分布によるファジィ集合の可能性測度は、各次元の可能性測度に分解できる。すなわち、次のように表される。

$$\Pi_{\tilde{y}}(\tilde{B}) = \bigwedge_{i=1}^m \Pi_{\tilde{y}_i}(\tilde{B}_i) \quad (33)$$

(証明)

$$\begin{aligned} \Pi_{\tilde{y}}(\tilde{B}) &= \text{Sup}_y \min [\pi_{\tilde{y}}(y), u_0(y)] \end{aligned}$$

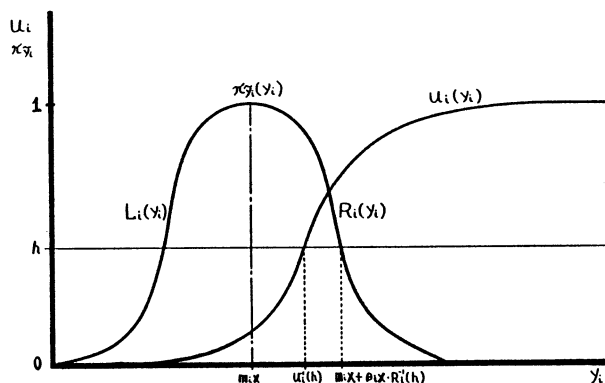


図1. 可能性に基づくFMOLP問題

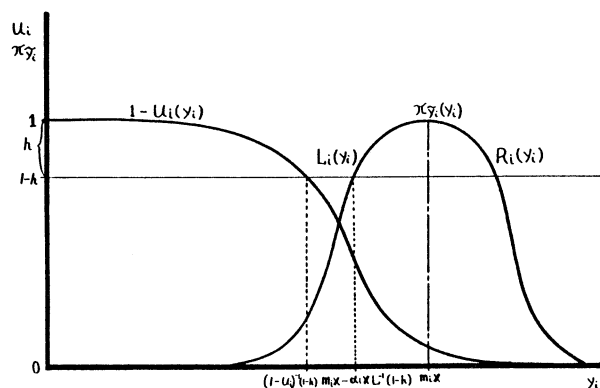


図2. 必然性に基づくFMOLP問題

$$\begin{aligned}
 &= \text{Sup } \min \left[ \bigwedge_{i=1}^m \pi_{\tilde{y}_i}(y_i), \bigwedge_{i=1}^m u_i(y_i) \right] \\
 &= \text{Sup } \min \left[ \bigwedge_{i=1}^m (\pi_{\tilde{y}_i}(y_i) \wedge u_i(y_i)) \right] \\
 &= \text{Sup } \bigwedge_{i=1}^m \min [\pi_{\tilde{y}_i}(y_i), u_i(y_i)] \\
 &= \bigwedge_{i=1}^m \text{Sup } \min [\pi_{\tilde{y}_i}(y_i), u_i(y_i)] \\
 &= \bigwedge_{i=1}^m \Pi_{\tilde{y}_i}(\tilde{B}_i)
 \end{aligned}$$

(証明終り)

【定理2】 多次元可能性分布によるファジィ集合の必然性測度は、各次元の必然性測度に分解できる。すなわち、次のように表される。

$$N_{\tilde{y}}(\tilde{B}) = \bigwedge_{i=1}^m N_{\tilde{y}_i}(B_i) \quad (34)$$

(証明)

$$\begin{aligned}
 N_{\tilde{y}}(\tilde{B}) &= 1 - \text{Sup } \min [\pi_{\tilde{y}}(\mathbf{y}), 1 - u_o(\mathbf{y})] \\
 &= 1 - \text{Sup } \min \left[ \bigwedge_{i=1}^m \pi_{\tilde{y}_i}(y_i), 1 - \bigwedge_{i=1}^m u_i(y_i) \right] \\
 &= 1 - \text{Sup } \min \left[ \bigwedge_{i=1}^m \pi_{\tilde{y}_i}(y_i), \bigvee_{i=1}^m (1 - u_i(y_i)) \right] \\
 &= 1 - \text{Sup } \bigvee_{i=1}^m \min \left[ \bigwedge_{j=1, j \neq i}^m \pi_{\tilde{y}_j}(y_j), 1 - u_i(y_i) \right] \\
 &= 1 - \bigvee_{i=1}^m \text{Sup } \min \left[ \bigwedge_{j=1, j \neq i}^m \pi_{\tilde{y}_j}(y_j), \pi_{\tilde{y}_i}(y_i) \wedge (1 - u_i(y_i)) \right] \\
 &= 1 - \bigvee_{i=1}^m \text{Sup } \min [\pi_{\tilde{y}_i}(y_i), 1 - u_i(y_i)] \\
 &= \bigwedge_{i=1}^m \{ 1 - \text{Sup } \min [\pi_{\tilde{y}_i}(y_i), 1 - u_i(y_i)] \}
 \end{aligned}$$

(証明終り)

これらの定理を用いると、(31)式は、

$$\max_{\mathbf{x}} \bigwedge_{i=1}^m \Pi_{\tilde{y}_i}(\tilde{B}_i) \quad (35)$$

となり、(32)式は、

$$\max_{\mathbf{x}} \bigwedge_{i=1}^m N_{\tilde{y}_i}(\tilde{B}_i) \quad (36)$$

となる。

特に、すべての目的関数の係数が通常の実数値であるとき、各目的の可能性分布関数 \$\pi\_{\tilde{y}\_i}(y\_i)\$ は、次のようになる。

$$\pi_{\tilde{y}_i}(y_i) = \begin{cases} 1 & ; y_i = y_i^* \\ 0 & ; \text{その他} \end{cases} \quad (37)$$

ただし、\$y\_i^\*\$ は決定変数 \$\mathbf{x}\$ を与えたときの \$i\$ 番目の目的関数の値である。この(37)式を(35)式、(36)式に代入すると、それぞれ次のようになり、いずれもBellmanらによるファジィ決定と一致する。

$$\begin{aligned}
 \max_{\mathbf{x}} \bigwedge_{i=1}^m \Pi_{\tilde{y}_i}(\tilde{B}_i) &= \max_{\mathbf{x}} \bigwedge_{i=1}^m \text{Sup } \min [\pi_{\tilde{y}_i}(y_i), u_i(y_i)] \\
 &= \max_{\mathbf{x}} \bigwedge_{i=1}^m u_i(y_i^*)
 \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
 \max_{\mathbf{x}} \bigwedge_{i=1}^m N_{\tilde{y}_i}(\tilde{B}_i) &= \max_{\mathbf{x}} \bigwedge_{i=1}^m \{ 1 - \text{Sup } \min [\pi_{\tilde{y}_i}(y_i), 1 - u_i(y_i)] \} \\
 &= \max_{\mathbf{x}} \bigwedge_{i=1}^m u_i(y_i)
 \end{aligned} \quad (39)$$

可能性測度最大化によるFMOLP問題は、次式で表されるように最小成分最大化問題である。

$$\max_{\mathbf{x}} \bigwedge_{i=1}^m \text{Sup } \min [\pi_{\tilde{y}_i}(y_i), u_i(y_i)] \quad (40)$$

(40)式は、次の非線形計画問題となる。

$$\begin{aligned}
 \max h \\
 \text{s.t. } \text{Sup } \min [\pi_{\tilde{y}_i}(y_i), u_i(y_i)] &\geq h
 \end{aligned} \quad (41)$$

\$\mathbf{x} \geq 0, i=1,2,\dots,m, 0 \leq h \leq 1\$  
さらに、(41)式の制約条件を書き換えると、

$$\begin{aligned}
 \max h \\
 \text{s.t. } \pi_{\tilde{y}_i}(y_i) &\geq h \\
 u_i(y_i) &\geq h \\
 \mathbf{x} &\geq 0, i=1,2,\dots,m, 0 \leq h \leq 1
 \end{aligned} \quad (42)$$

となる。さらに、reference関数 \$L\_i, R\_i\$ を用いると次のように書ける。

$$\begin{aligned}
 \max h \\
 \text{s.t. } m_i \mathbf{x} - \alpha_i \mathbf{x} L_i^-(h) &\leq y_i \\
 y_i &\leq \beta_i \mathbf{x} R_i^-(h) + m_i \mathbf{x} \\
 y_i &\geq u_i^-(h) \\
 \mathbf{x} &\geq 0, i=1,2,\dots,m, 0 \leq h \leq 1
 \end{aligned} \quad (43)$$

したがって、

$$\begin{aligned}
 \max h \\
 \text{s.t. } u_i^-(h) &\leq \beta_i \mathbf{x} R_i^-(h) + m_i \mathbf{x} \\
 \mathbf{x} &\geq 0, i=1,2,\dots,m, 0 \leq h \leq 1
 \end{aligned} \quad (44)$$

となる。ただし、\$m\_i = (m\_{i1}, m\_{i2}, \dots, m\_{in})\$, \$\alpha\_i = (\alpha\_{i1}, \alpha\_{i2}, \dots, \alpha\_{in})\$, \$\beta\_i = (\beta\_{i1}, \beta\_{i2}, \dots, \beta\_{in})\$ である。

以上より、可能性測度に基づくFMOLP問題は、(44)式

の非線形計画問題に帰着される。この問題は図1に示すように、 $u_i^{-1}(h)$  が  $\beta_i x R_i^{-1}(h) + m_i x$  より左側にある範囲で  $h$  を最大化することを意味している。

同様に、必然性測度最大化によるFMOLP問題は、次式で表されるように最小成分最大化問題である。

$$\max_x \bigwedge_{i=1}^m [1 - \text{Sup}_{y_i} \min[\pi_{\mathcal{G}_i}(y_i), 1 - u_i(y_i)]] \quad (45)$$

(45) 式も、次の非線形計画問題となる。

$$\max h$$

$$\text{s.t. } 1 - \text{Sup}_{y_i} \min[\pi_{\mathcal{G}_i}(y_i), 1 - u_i(y_i)] \geq h \quad (46)$$

$$x \geq 0, i=1, 2, \dots, m, 0 \leq h \leq 1$$

さらに、(46) 式の制約条件を書き換えると、

$$\max h$$

$$\text{s.t. } \forall y_i \{ \pi_{\mathcal{G}_i}(y_i) \leq 1 - h \text{ or } u_i(y_i) \geq h \} \quad (47)$$

$$x \geq 0, i=1, 2, \dots, m, 0 \leq h \leq 1$$

となる。さらに、reference 関数  $L_i, R_i$  を用いると次のように書ける。

$$\max h$$

$$\text{s.t. } \forall y_i \{ y_i \leq m_i x - \alpha_i x L_i^{-1}(1-h) \text{ or } y_i \geq \beta_i x R_i^{-1}(1-h) + m_i x \text{ or } y_i \geq u_i^{-1}(h) \} \quad (48)$$

$$x \geq 0, i=1, 2, \dots, m, 0 \leq h \leq 1$$

したがって、

$$\max h$$

$$\text{s.t. } u_i^{-1}(h) \leq m_i x - \alpha_i x L_i^{-1}(1-h) \quad (49)$$

$$x \geq 0, i=1, 2, \dots, m, 0 \leq h \leq 1$$

となる。

以上より、必然性測度に基づくFMOLP問題は、(49) 式の非線形計画問題に帰着される。この問題は、 $u_i^{-1}(h) = (1 - u_i)^{-1}(1-h)$  であることに注意すると図2に示すように、 $(1 - u_i)^{-1}(1-h)$  が  $m_i x - \alpha_i x L_i^{-1}(1-h)$  より左側にある範囲で  $h$  を最大化することを意味している。

### § 3. 2. 解法のアルゴリズム

3. 1. 節で述べたように、可能性と必然性に基づくFMOLP問題は非線形計画問題に帰着される。したがって、従来の非線形計画問題の手法により解くことができる。ところが、各制約条件式は  $h$  を固定すると、線形の制約条件となる。また、 $h$  は区間  $[0, 1]$  内の値となることがわかっている。そこで、制約領域内の決定変数  $x$  により、目的関数  $h$  を最大化する演繹的なアプローチではなく、目的関数  $h$  に値を与え、目的関数がその値をとるような決定変数  $x$  が制約領域内に存在するか否かを調べる帰納的なアプローチが考えられる。

また、 $h$  を増加させたときの制約領域の収束性は reference 関数  $L_i, R_i$  の非増加性およびメンバシップ関数  $u_i(y_i)$  の単調増加性から明らかである。

そこで、二分法とシンプレックス法の第一段階を用いた帰納的なアプローチにより、近似解を求めることができる。そのアルゴリズムは次のようになる。

- (1)  $h = 0$  でシンプレックス法の第一段階を用いて制約領域の有無を調べる。制約領域が空集合のとき、実行可能解は存在しない。
- (2)  $h = 1$  でシンプレックス法の第一段階を用いて制約領域の有無を調べる。制約領域が空集合でなければ、解は領域として得られ唯一解は得られない。
- (3) (1), (2) 以外するとき、 $j = 1, h_j = 0.5$  とする。
- (4)  $h = h_j$  として、シンプレックス法の第一段階を用いて制約領域の有無を調べる。
- (5)
  - イ)  $h_j$  で制約領域が空集合でない場合  $h_{j+1} = h_j + (1/2)^{j+1}$  とする。
  - ロ)  $h$  で制約領域が空集合である場合  $h_{j+1} = h_j - (1/2)^{j+1}$  とする。

- (6)  $h_j$  の更新幅が事前に決められた幅 (たとえば、 $|h_{j+1} - h_j| = (1/2)^{j+1} \leq 1.0 \times 10^{-6}$ ) より小さくなるまで繰り返す、最大の  $h$  を求め、そのときの実行可能解を最適解とする。

### § 3. 3. ファジィ係数間に相互関係がある場合のFMOLP問題の定式化

$n$  個のファジィ数  $\hat{a}_i = (m_i, \alpha_i, \beta_i)_{LR}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) が与えられたとき、相互関係  $\sum_{i=1}^n a_i = 1$  のもとでの  $\sum_{i=1}^n \hat{a}_i x_i$  の可能性

分布は (15) 式のように  $L-L$  ファジィ数  $(e_n, e_n, \eta_n)_{LL}$  になる。

したがって、 $x_i \leq x_n$  なる条件のもとでの可能性に基づく場合の定式化は、次のようになる。

$$\max h$$

$$\text{s.t. } u_i^{-1}(h) \leq \eta_n L_i^{-1}(h) + e_n \quad (50)$$

$$\eta_n \leq \sum_{j=1}^{A-1} (x_{p_k} - x_{p_j}) \alpha_{ij} + \sum_{j=A+1}^n (x_{p_j} - x_{p_k}) \beta_{ij}$$

$$x_{p_i} \leq x_{p_j} \leq \dots \leq x_{p_n}$$

$$(p_i \in \{1, 2, \dots, n\}, i \neq j \text{ のとき } p_i \neq p_j)$$

$$x \geq 0, 0 \leq h \leq 1$$

$$i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n, k=1, 2, \dots, n$$

この数理計画問題を変数の順序により  $n!$  通りだけ解き、その中で最大の  $h$  を与える解  $x$  が最適解である。

### § 3. 4. 可能性測度最大化、必然性測度最大化と危険に対する態度

本節では、可能性測度最大化および必然性測度最大化と意思決定者の危険に対する態度について考察する。

意思決定者の危険に対する態度として、危険受容型と危険回避型を次のように定義する。

**【定義10】**  $\hat{a}_i \subset \hat{a}_j$  なる任意の可能性分布  $\hat{a}_i, \hat{a}_j$  が与えられたとき、意思決定者が  $\hat{a}_i$  より  $\hat{a}_j$  を選好または、 $\hat{a}_i$  と  $\hat{a}_j$  が無差別であるならば、その意思決定者の危険に対する態度は危険受容型である。

**【定義11】**  $\hat{a}_i \subset \hat{a}_j$  なる任意の可能性分布  $\hat{a}_i, \hat{a}_j$  が与えられたとき、意思決定者が  $\hat{a}_j$  より  $\hat{a}_i$  を選好または、 $\hat{a}_i$  と  $\hat{a}_j$  が無差別であるならば、その意思決定者の危険に対する態度は危険回避型である。

これらの定義では、可能性分布の幅が不確実性を表していると考えている。定義10では、中心が等しければ幅の大きな分布、つまり、不確実性の高い方を選好するということから危険受容型を定義し、定義11では、中心が等しければ幅の小さな分布、つまり、不確実性の低い方を選好するということから危険回避型を定義している。

**【定理3】** 可能性測度最大化による決定は危険受容型であり、必然性測度最大化による決定は危険回避型である。

(証明) 命題4より、明らかである。

(証明終り)

定理3より、可能性測度最大化による決定は危険受容型の性質から、社会的影響の大きい決定に対しては、不合理な決定であると考えられる。しかし、次のような場合は合理的である。

利益をできるだけ大きくしたい決定問題を考える。そして、代替案  $x_1$  を選んだときの利益を  $\hat{a}_1 = (m, \alpha, \beta_1)_{LR}$ 、代替案  $x_2$  を選んだときの利益を  $\hat{a}_2 = (m, \alpha, \beta_2)_{LR}$  とする。今、 $\beta_1 < \beta_2$  とすると、図3のように  $\hat{a}_1 \subset \hat{a}_2$  となる。このとき、代替案  $x_1$  と  $x_2$  のいずれを選好すべきであろうか。可能性測度最大化による決定方法によると、代替案  $x_1$  より代替案  $x_2$  を選好する。また、必然性測度最大化による決定方法によると、代替案  $x_1$  と  $x_2$  は無差別である。しかし、中心  $m$  以上になる可能性は代替案  $x_2$  の方が  $x_1$  より高く、中心  $m$  以下になる可能性は両案とも等しいので、一般には代替案  $x_2$  を選好すべきである。この場合は、必然性測度最大化による決定よりも、可能性測度最大化による決定の方が合理的な結果が得られる。

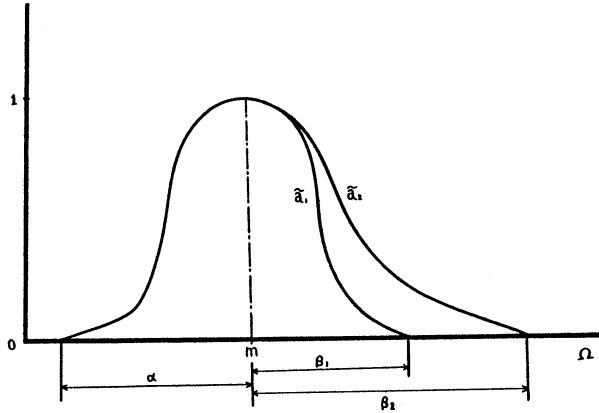


図3. 代替案  $x_1$  の利益  $\hat{a}_1$  と代替案  $x_2$  の利益  $\hat{a}_2$

すなわち、可能性測度最大化による決定は、意思決定者が満足である可能性を最大にしようとするために、得られる結果を楽観的に見積っている。そのために悲観値がどうであれ、決定に関係しない。逆に、必然性測度最大化による決定は、意思決定者が不満足である不可能性を最大にしようとするために、得られる結果を悲観的に見積っている。そのために楽観値がどうであれ、決定に関係しない。

以上の事柄は、可能性を追及すれば危険が伴い、危険を回避しようすれば機会をのがすことがあることを示している。

最後に、これらの点を考慮した可能性と必然性に基づくより一般的な決定方法として、次の二つが考えられる。

- 1) 必然性測度が  $h_1$  以上のもとで、可能性測度を最大にする決定方法。
- 2) 可能性測度が  $h_2$  以上のもとで、必然性測度を最大にする決定方法。

ただし、 $h_1$ 、 $h_2$  は意思決定者が主観的に定めるものとする。これらの決定方法に基づく FMOLP 問題は、それぞれ (51) 式、(52) 式 of 非線形計画問題を解けばよい。

$$\begin{aligned} \max h \\ \text{s.t. } u_i^+(h) \leq \beta_i x R_i^+(h) + m_i x \\ u_i^-(h_1) \leq m_i x - \alpha_i x L_i^-(h) \\ x \geq 0, i=1,2,\dots,m, 0 \leq h \leq 1 \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \max h \\ \text{s.t. } u_i^-(h_2) \leq \beta_i x R_i^-(1-h) + m_i x \\ u_i^+(h) \leq m_i x - \alpha_i x L_i^+(1-h) \\ x \geq 0, i=1,2,\dots,m, 0 \leq h \leq 1 \end{aligned} \quad (52)$$

#### 4. 数値例

##### § 4. 1. ファジィ係数間に相互関係がない場合

数値例として、(53) 式のように二変数、三目標のときについて述べる。

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1 &= \tilde{a}_{11} x_1 + \tilde{a}_{12} x_2 \geq -29 \\ \tilde{y}_2 &= \tilde{a}_{21} x_1 + \tilde{a}_{22} x_2 \geq -25 \\ \tilde{y}_3 &= \tilde{a}_{31} x_1 + \tilde{a}_{32} x_2 \geq 37 \end{aligned} \quad (53)$$

ここで、 $\tilde{a}_{11} = (-3, 2, 2)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{12} = (-9, 3, 3)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{21} = (-11, 2, 2)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{22} = (5, 1, 1)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{31} = (6, 2, 2)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{32} = (5, 1, 1)_{LL}$  であり、reference 関数  $L(x)$  は  $L(x) = \max[0, 1-|x|]$  である。また、各ファジィ目標は次のように与えられる。

$$u_1(y_1) = \begin{cases} 0 & ; y_1 \leq -37 \\ 1 - (y_1 + 29) / 8; & -37 \leq y_1 \leq -29 \\ 1 & ; -29 \leq y_1 \end{cases} \quad (54)$$

$$u_2(y_2) = \begin{cases} 0 & ; y_2 \leq -29 \\ 1 - (y_2 + 25) / 4; & -29 \leq y_2 \leq -25 \\ 1 & ; -25 \leq y_2 \end{cases} \quad (55)$$

$$u_3(y_3) = \begin{cases} 0 & ; y_3 \leq 31 \\ 1 - (y_3 - 37) / 6; & 31 \leq y_3 \leq 37 \\ 1 & ; 37 \leq y_3 \end{cases} \quad (56)$$

このとき、可能性に基づく FMOLP 問題は、次の非線形計画問題を解けばよい。

$$\begin{aligned} \max h \\ \text{s.t. } (1+2h)x_1 + (6+3h)x_2 \leq 37-8h \\ (9+2h)x_1 + (-6+h)x_2 \leq 29-4h \\ (8-2h)x_1 + (6-h)x_2 \leq 31+6h \\ x \geq 0, 0 \leq h \leq 1 \end{aligned} \quad (57)$$

二分法とシンプレックス法の第一段階を用いるアルゴリズムにより、最適解は次のようになる。

$$h = 0.817, (x_1, x_2) = (3.63, 2.47) \quad (58)$$

また、必然性に基づく FMOLP 問題は、次の非線形計画問題を解けばよい。

$$\begin{aligned} \max h \\ \text{s.t. } (3+2h)x_1 + (9+3h)x_2 \leq 32-8h \\ (11+2h)x_1 + (-5+h)x_2 \leq 29-4h \\ (6-2h)x_1 + (5-h)x_2 \leq 31+6h \\ x \geq 0, 0 \leq h \leq 1 \end{aligned} \quad (59)$$

同様に、二分法とシンプレックス法の第一段階を用いるアルゴリズムにより、最適解は次のようになる。

$$h = 0.176, (x_1, x_2) = (3.55, 2.49) \quad (60)$$

##### § 4. 2. ファジィ係数間に相互関係がある場合

数値例として、三変数、三目標のときについて述べる。ファジィ係数およびファジィ目標を次のように与える。

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1 &= \tilde{a}_{11} x_1 + \tilde{a}_{12} x_2 + \tilde{a}_{13} x_3 \geq -0.10 \\ \tilde{y}_2 &= \tilde{a}_{21} x_1 + \tilde{a}_{22} x_2 + \tilde{a}_{23} x_3 \geq -0.17 \\ \tilde{y}_3 &= \tilde{a}_{31} x_1 + \tilde{a}_{32} x_2 + \tilde{a}_{33} x_3 \geq 0.40 \end{aligned} \quad (61)$$

ここで、 $\tilde{a}_{11} = (-0.222, 0.326, 0.326)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{12} = (-0.381, 0.362, 0.362)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{13} = (-0.397, 0.476, 0.476)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{21} = (-0.267, 0.284, 0.284)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{22} = (-0.344, 0.300, 0.300)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{23} = (-0.389, 0.348, 0.348)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{31} = (0.304, 0.187, 0.187)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{32} = (0.345, 0.217, 0.217)_{LL}$ 、 $\tilde{a}_{33} = (0.351, 0.303, 0.303)_{LL}$  であり、reference 関数  $L(x)$  は  $L(x) = \max[0, 1-|x|]$  である。また、各ファジィ目標は次のように与えられる。

$$u_1(y_1) = \begin{cases} 0 & ; y_1 \leq -0.30 \\ 1 - (y_1 + 0.10) / 0.20; & -0.30 \leq y_1 \leq -0.10 \\ 1 & ; -0.10 \leq y_1 \end{cases} \quad (62)$$

$$u_2(y_2) = \begin{cases} 0 & ; y_2 \leq -0.27 \\ 1 - (y_2 + 0.17) / 0.10; & -0.27 \leq y_2 \leq -0.17 \\ 1 & ; -0.17 \leq y_2 \end{cases} \quad (63)$$

$$u_3(y_3) = \begin{cases} 0 & ; y_3 \leq 0.25 \\ 1 - (y_3 - 0.40) / 0.15; & 0.25 \leq y_3 \leq 0.40 \\ 1 & ; 0.40 \leq y_3 \end{cases} \quad (64)$$

このとき、可能性に基づく FMOLP 問題は、変数の大小関係により、6 個の非線形計画問題を解けばよい。そのそれぞれの解は、表 1 のようになり、最適解は次のようになる。

$$h = 0.643, (x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 0.755) \quad (65)$$

#### 5. 結言

本研究では、目的関数、制約条件式の係数が L-R ファジィ数で表されるファジィ多目的線形計画問題を可能性と必然性に基づき定式化した。この研究を通して得られた成果を要約すると、次のとおりである。

- 1) 従来の Bellman らによるファジィ決定に基づく決定方法として、可能性測度最大化、必然性測度最大化によるファジィ多目的線形計画問題を定式化した。
- 2) 多次元可能性分布による可能性測度および必然性測度が、それぞれ、各次元の可能性測度および必然性測度に分解して求められることを示した。
- 3) 可能性測度最大化、必然性測度最大化に基づくファジィ多目的線形計画問題が、通常非線形計画問題に帰着されることを示した。

表1. 変数の大小関係とその最適解

変数の大小関係	h
$x_1 \leq x_2 \leq x_3$	0.643
$x_1 \leq x_3 \leq x_2$	0.393
$x_2 \leq x_1 \leq x_3$	0.643
$x_2 \leq x_3 \leq x_1$	0.080
$x_3 \leq x_1 \leq x_2$	0.080
$x_3 \leq x_2 \leq x_1$	0.080

- 4) 近似解法として、二分法とシンプレックス法の第一段階を使用する解法を示した。
- 5) ファジィ係数間に相互関係がある場合も、可能性測度を用いて、目標の達成度合いの主観的な評価を表現する問題を定式化した。
- 6) 可能性測度最大化および必然性測度最大化と、意思決定者の危険に対する態度との関係について考察した。  
 ファジィ数理計画法は、従来の数理計画法と異なり、意思決定者の主観を取り扱うことができる。したがって、定性的な意思決定者のあいまい性を考慮した定量的な分析が可能であり、今後の発展が期待される。

〔参考文献〕

- [1] R.E.Bellman and L.A.Zadeh : "Decision making in a fuzzy environment", Management Science, Vol.17, pp.141 - pp.164, (1970)
- [2] C.V.Negoita : "Fuzziness in management", ORSA/TIMS, Minami, (1976)
- [3] 田中英夫, 浅居喜代治 : "ファジィ関数による線形計画問題の定式化", システムと制御, Vol.25, No.6, pp.351-pp.357, (1981)
- [4] 田中英夫, 市橋秀友, 浅居喜代治 : "ファジィ線形計画問題における情報の評価", システムと制御, Vol.26, No.10, pp.583-pp.589, (1984)
- [5] D.Dubois and H.Prade : "Operations on fuzzy numbers", International Journal of System Science, Vol.9, pp.613 -pp.626, (1978)
- [6] D.Dubois and H.Prade : "Fuzzy Numbers : An Overview", in J.C.Bezdek ed., CRC Press, (1985)
- [7] D.Dubois and H.Prade : "Additions of Interactive Fuzzy Numbers", IEEE Trans. Automatic Control, Vol.AC-26, No.4, pp.927-936, (1981)
- [8] 矢野均, 坂和正敏 : "ファジィパラメータを含む多目的最適化問題に対する解の概念とその性質", Journal of Operations Research Society of Japan, Vol.29, No.1, pp.21 -pp.42, (1986)
- [9] L.A.Zadeh : "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility", Fuzzy sets and systems, Vol.1, pp. 3 - pp.28, (1978)
- [10] L.A.Zadeh : "Fuzzy Sets", Information and Control, Vol.8, No.3, pp.338-353, (1965)

# ファジィ・フィルターの構成

立石電機株式会社 田崎栄一郎

## 1. まえがき

あいまい対応あるいはあいまい関係によって記述されるあいまいシステムは、あいまい初期状態において、あいまい入力を与えられる仮定のもとで確定システムから導かれる。すなわち、確定システムにあいまい表現を与えることはシステムのあいまいモデルを構成することに外ならない。ここで確定システムのあいまいモデルであるためには、それらが元の確定システム（根底システム）を包含しなければならないことは明らかとなるであろう。

ここでは、あいまい対応によって確定システムのあいまいモデルを構成し、それをフィルタリング問題へ適用することとする。すなわち randomness をもとにした通常のカルマンフィルタ<sup>1)2)</sup>に対して、あいまい外乱による fuzziness をもとにしたフィルターのあいまいモデルを構成するものである。これらを比較するとき、randomness と fuzziness とで数学的概念が異なっているにもかかわらずその記述形式が非常に似ていることが示される。

## 2. 数学的準備

まず以下のような離散時間定常ダイナミカル・システムを考える。

$$x_n = \phi(x_{n-1}, u_{n-1}) = Fx_{n-1} + Hu_{n-1} \quad (1)$$

$$y_n = (x_n, w_n)Kx_n + w_n \quad (2)$$

ここで  $x_n$  : 時刻  $n$  における状態,  $u_n$  : 制御入力,  $w_n$  : 外乱入力であり, また  $n \in \mathbb{N}_+$ ,  $x_n \in X \subset E^n$ ,  $y_n \in Y \subset E^m$ ,  $u \in U \subset E^k$ ,  $w_n \in W \subset E^l$  であり,  $F, H, K$  は係数行列とする。

ここで次の仮定をする。

A1) システムは  $n=0$  においてあいまい集合  $\tilde{A}(0) = \tilde{A}_0 \subset X$  で示されるあいまい初期状態にある。

A2) 任意の  $n \in \mathbb{N}_+$  に対して, その時刻のあいまい状態を  $\tilde{A}_n \subset X$ , あいまい出力を  $\tilde{C}_n \subset Y$  で表す。

A3) システムは任意の  $n \in \mathbb{N}_+$  において  $\tilde{B}_n \subset U$ ,  $\tilde{F}_n \subset W$  で示される非定常あいまい入力を与えられる。

これより  $X_{n-1} \rightarrow X_n$  へのあいまい対応は以下のように定義される。

$$\tilde{\Gamma}_{m-1} : x_{m-1} \rightarrow \tilde{P}(x_m) \iff \phi(\cdot, \tilde{B}_{m-1}) \quad (3)$$

ここで  $\tilde{P}(\cdot)$  は  $\cdot$  のあいまいベキ集合とする。この式の等価性は次の記述より明らかである。

$$\begin{aligned} \tilde{A}_m &= \bigcup_{x_{m-1} \in \tilde{A}_{m-1}} \phi(x_{m-1}, \tilde{B}_{m-1}) = \bigcup_{x_0 \in \tilde{A}_0} \phi(x_0, \tilde{B}_0, \dots, \tilde{B}_{m-1}) \quad (4) \\ &\iff \\ \tilde{A}_m &= \bigcup_{x_{m-1} \in \tilde{A}_{m-1}} \tilde{\Gamma}_{m-1}(x_{m-1}) = \bigcup_{x_0 \in \tilde{A}_0} \Gamma_{0 \dots m-1}(x_0) \quad (5) \end{aligned}$$

### 3. フィルターのあいまいモデル

前節で与えた条件にさらに次の仮定を加えてシステムの応答関数を求める。

A4) 制御出力並びに外乱入力のアいまい集合は定常とし、それぞれ次のように与えられる。

$$\tilde{B}_n = \tilde{B}, \quad \tilde{E}_n = \tilde{E} \quad (0 \leq n < \infty) \quad (6)$$

A5)  $\tilde{B} \subset U, \tilde{E} \subset W$  はそれぞれあいまい凸集合とする。

これらの条件のもとであいまい対応、あいまいグラフ並びに強  $\alpha$ -cuts の概念を適用することによりシステムのアいまい状態  $\tilde{A}_n$  は次のように与えられる。<sup>3) 4)</sup>

$$\begin{aligned} \tilde{A}_m &= \bigcup_{x_{m-1} \in \tilde{A}_{m-1}} \bigcup_{u_n \in \tilde{B}_m} \Gamma \phi(x_{m-1}, u_n) \\ &= \bigcup_{x_0 \in \tilde{A}_0} \bigcup_{u_1 \dots u_m \in \tilde{B}_1 \dots \tilde{B}_m} \Gamma \phi(x_0, u_1, \dots, u_m) \quad (7) \end{aligned}$$

また  $\tilde{A}_0$  および  $\tilde{B}_n = \tilde{B}$  for  $1 \leq n < \infty$  を定義する。

メンバーシップ関数が既知であり各々  $h_{\tilde{A}_0}(x_0), h_{\tilde{B}}(u)$  で与えられているからあいまいシステムの応答  $h_{\tilde{A}_m}(\xi)$  は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} h_{\tilde{A}_m}(\xi) &= \sup_{x_0 \in R^n} [h_{\tilde{A}_0}(x_0) \wedge h_{\phi}(x_0, \tilde{B}_1, \dots, \tilde{B}_m)(x_m)] \\ &= \sup_{x_0 \in R^m} [h_{\tilde{A}_0}(x_0) \wedge h_{\tilde{B}}(((I+F+\dots+F^{m-1})H)^{-1}(\xi - F^m x_0))] \quad (8) \end{aligned}$$

またあいまいシステムの入力応答  $h_{\tilde{C}_m}(y_m)$  も以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} h_{\tilde{C}_m}(y_m) &= \sup_{x_0 \in R^n} [h_{\tilde{A}_0}(x_0) \wedge h_{\phi}(\phi(x_0, \tilde{B}_1, \dots, \tilde{B}_m), \tilde{E}_m)(\tau)] \\ &= \sup_{x_0 \in R^n} [h_{\tilde{A}_0}(x_0) \wedge h_{\tilde{B}}((I+K(I+F+\dots+F^{m-1})H)^{-1}(\tau - KF^m x_0))] \quad (9) \end{aligned}$$

ここでもしシステムが定常でないとするればそれは以下のように記述されなければならない。

$$x_n = F_{n-1} x_{n-1} + H_n u_n \quad (10)$$

$$y_n = K_n x_n + w_n \quad (11)$$

このときあいまいシステムの応答は各々次のように求められる。

$$\begin{aligned} h_{\tilde{A}_m}(\xi) &= \sup_{x_0 \in R^n} [h_{\tilde{A}_0}(x_0) \wedge h_{\tilde{B}}((H_m + F_{m-1} H_m + F_{m-1} F_{m-2} H_{m-2} + \dots \\ &\quad + F_{m-1} F_{m-2} \dots F_1 H_1)^{-1} (\xi - F_{m-1} \dots F_0 x_0))] \\ h_{\tilde{C}_m}(\eta) &= \sup_{x_0 \in R^n} [h_{\tilde{A}_0}(x_0) \wedge h_{\tilde{B}}((I + K_m (H_m + F_{m-1} F_{m-2} H_{m-2} + \dots \\ &\quad + F_{m-1} F_{m-2} \dots F_1 H_1)^{-1} (\eta - K_m F_{m-1} \dots F_0 x_0))] \end{aligned} \quad (12)$$

これまでの $\tilde{B}_n$  および $\tilde{E}_n$  が定常でありまたあいまい凸集合であるといった非常に強い仮定がなされていた。ところが時刻 $n$ におけるあいまい出力集合は以下のように記述できるので $E$ が時間によって変化する場合でもその出力応答 $h_{\tilde{C}_m}(\eta)$ を求めることができる。

$$\begin{aligned} \tilde{C}_m &= \bigcup_{x_n \in \tilde{A}_m} \bigcup_{w_n \in E_m} \Delta \phi(x_n, w_n) \quad (13) \\ &= \bigcup_{x_0 \in \tilde{A}_0} \bigcup_{u_1 \dots u_m \in B_1 \dots \tilde{B}_m} \bigcup_{w_n \in E_m} \Delta \phi(\Gamma \phi(x_0, u_1 \dots u_m), w_n) \end{aligned}$$

これより先に示した $\tilde{C}_n$ の表現からあいまいシステムの出力応答は次のようになる。

$$\begin{aligned} h_{\tilde{C}_m}(\eta) &= \sup_{x_m \in R^n} [h_{\tilde{A}_m}(x_m) \wedge h_{\tilde{E}_m}(\eta - Kx_m)] \quad (14) \\ &= \sup_{x_m \in R^n} [\sup_{x_0 \in R^n} [h_{\tilde{A}_0}(x_0) \wedge h_{\phi}(x_0, u_1 \dots u_m)(x_m)] \wedge h_{\tilde{E}_m}(\eta - Kx_m)] \end{aligned}$$

#### 4. あいまいフィルタリング問題

ある出力列 $y_0, y_1, \dots, y_n$ から現在の状態 $x_n$ を推定するといった通常のフィルタリング問題をあいまいシステムの場合について考える。あいまいシステムの出力応答はある $\eta \in R^m$ に対して定義されていることに注意すれば出力列 $y_0, \dots, y_n$ はある $m$ 次元ベクトルの列 $\eta_0, \dots, \eta_n$ に対応することがわかる。そこでまず時刻0における出力 $y_0 = \eta_0$ から現時点の $x_0$ の値 $x_0 \in R^n$ を求めることにする。に対するあいまいシステムの出力応答は先に示したように

$$h_{\tilde{C}_0}(\eta_0) = \sup_{x_0 \in R^n} [h_{\tilde{A}_0}(x_0) \wedge h_{\tilde{E}_0}(\eta_0 - Kx_0)] \quad (15)$$



と定義されているから上式のsupを与える $x_0$ が $\mathcal{Z}_0$ に対する推定値であると考えられる。その値を $\hat{x}_0 = \hat{\xi}_0 \in R^n$ とおきこの $\hat{\xi}_0$ を $\mathcal{Z}_0$ に対するあいまいシステムの最適推定量と定義する。

ここで $y_0$ を得たもとでの $x_0$ のメンバーシップ関数を $h_{\hat{A}_0}(\xi_0 | y_0)$ とすると、明らかに

$$h_{\hat{A}_0}(\xi_0 | y_0) = h_{\hat{A}_0}(\hat{\xi}_0) \quad (16)$$

となる。

次に、 $y_0, y_1$ を得たときの $x_1$ の推定量 $\hat{x}_1 = \hat{\xi}_1$ を求める。 $\mathcal{Z}_1$ に対するあいまいシステムの出力応答は

$$h_{\hat{C}_1}(\eta_1) = \sup_{x_1 \in R^n} [\sup_{x_0 \in R^m} [h_{\hat{A}_0}(x_0) \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(x_1 - Fx_0)) \wedge h_{\hat{E}_1}(\eta_1 - Kx_1)]] \quad (17)$$

となるが、 $y_0 = \mathcal{Z}_0$ からすでに $\hat{x}_0 = \hat{\xi}_0$ が決定されているから $y_0$ を得たもとでの $\mathcal{Z}_1$ に対するあいまいシステムの出力応答を $h_{\hat{C}_1}(\eta_1 | y_0)$ とすれば次のようになる。

$$h_{\hat{C}_1}(\eta_1 | y_0) = \sup_{x_1 \in R^n} [h_{\hat{A}_0}(\hat{\xi}_0) \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(x_1 - Fx_0)) \wedge h_{\hat{E}_1}(\eta_1 - Kx_1)] \quad (18)$$

これより上式のsupを与える $x_1$ が $y_0, y_1$ に対する最適推定量であるといえる。

その値を $\hat{x}_1 = \hat{\xi}_1 \in R^n$ とおくと $y_0, y_1$ を得たもとでの $x_1$ のメンバーシップ関数は

$$h_{\hat{A}_1}(\xi_1 | y_0, y_1) = h_{\phi}(\hat{\xi}_0, \hat{B}_1)(\hat{\xi}_1) = h_{\hat{A}_0}(\hat{\xi}_0) \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(\xi_1 - F\hat{\xi}_0)) \quad (19)$$

となる。一般に $y_0, y_1, \dots, y_n$ を得たもとでの $x_n$ の推定量は以下のようにして求めることができる。

$$\begin{aligned} h_{\hat{C}_n}(\eta_n | y_0, y_1, \dots, y_{n-1}) &= \sup [h_{\hat{A}_{n-1}}(\xi_{n-1} | y_0, y_1, \dots, y_{n-1}) \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(x_n - F\hat{\xi}_{n-1})) \wedge h_{\hat{E}_n}(\eta_n - Kx_n)] \\ &= h_{\phi}(\hat{\xi}_0, \hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_{n-2}, \hat{B}_{n-1})(\hat{\xi}_{n-1}) \wedge \sup_{x_n \in R^n} [h_{\hat{B}}(H^{-1}(x_n - F\hat{\xi}_{n-1})) \wedge h_{\hat{E}_n}(\eta_n - Kx_n)] \\ &= h_{\hat{A}_0}(\hat{\xi}_0) \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(\hat{\xi}_1 - F\hat{\xi}_0)) \wedge \dots \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(\hat{\xi}_{n-1} - F\hat{\xi}_{n-2})) \\ &\quad \sup_{x_n \in R^n} [h_{\hat{B}}(H^{-1}(x_n - F\hat{\xi}_{n-1})) \wedge h_{\hat{E}_n}(\eta_n - Kx_n)] \end{aligned} \quad (20)$$

したがって上式のsupを与える $x_n$ が求める推定量であるといえる。その値を $\hat{x}_n = \hat{\xi}_n \in R^n$ とおけば $y_0, y_1, \dots, y_n$ を得たもとでの $x_n$ のメンバーシップ関数は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} h_{\hat{A}_n}(\xi_n | y_0, y_1, \dots, y_n) &= h_{\phi}(\hat{\xi}_0, \hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_{n-1}, \hat{B}_n)(\hat{\xi}_n) \\ &= h_{\phi}(\hat{\xi}_0, \hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_{n-2}, \hat{B}_{n-1})(\hat{\xi}_{n-1}) \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(\hat{\xi}_n - F\hat{\xi}_{n-1})) \\ &= h_{\hat{A}_0}(\hat{\xi}_0) \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(\hat{\xi}_1 - F\hat{\xi}_0)) \wedge \dots \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(\hat{\xi}_n - F\hat{\xi}_{n-1})) \end{aligned} \quad (21)$$

以上によりフィルターのあいまいモデルが構成された。ここでrandomnessと fuzziness の概念が全く異なるにもかかわらずその記述形式が非常に似ていることに注意すべきである。またこの結果をより一般的な場合に拡張することができる。すなわち、 $\tilde{B}_n = \tilde{B}$  for  $1 \leq n < \infty$  という仮定を取りのぞくことができかつ非定常システムへの拡張が可能となる係数行列  $F, H, K$  が時間とともに変化しかつあいまい出力集合  $\tilde{B}, \tilde{E}$  が時間依存の一般的なあいまいモデルに対してあいまいフィルターを構成することができる。

$$\begin{aligned} h_{\tilde{A}_m}(\varepsilon_m | y_0, y_1, \dots, y_m) \\ &= h_{\tilde{A}_0}(\hat{\varepsilon}_0) \wedge h_{\tilde{B}_1}(H_1^{-1}(\hat{\varepsilon}_1 - F_0 \hat{\varepsilon}_0)) \wedge \dots \wedge h_{\tilde{B}_m}(H_m^{-1}(\hat{\varepsilon}_m - F_{m-1} \hat{\varepsilon}_{m-1})) \\ &= h_{\tilde{A}_m}(\varepsilon_m | y_0, y_1, \dots, y_m) \wedge h_{\tilde{E}_m}(\varepsilon_m - K_m \hat{\varepsilon}_m) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{ここで } \hat{\varepsilon}_n \text{ は } \sup_{x_m \in R^m} [h_{\tilde{B}_m}(H_m^{-1}(x_m - F_{m-1} \hat{\varepsilon}_{m-1})) \wedge h_{\tilde{E}_m}(\varepsilon_m - K_m x_m)] \quad (23)$$

で  $\text{sup}$  を与える  $x_n$  である。

## 5. 考 察

ここで通常確率過程による場合を考える

初期値  $x_0$  が与えられた時、出力  $y_0$  の条件付確率は

$$P(y_0 | x_0) = \exp\left[-\frac{1}{2}(y_0 - \bar{w}_0)' W^{-1}(y_0 - Kx_0 - \bar{w}_0)\right] / \sqrt{(2\pi)^m |W|} \quad (24)$$

で与えられる。

$y_0$  の確率密度は

$$P(y_0) = \exp\left(-\frac{1}{2}(y_0 - \bar{y}_0)' Y^{-1}(y_0 - \bar{y}_0)\right) / \sqrt{(2\pi)^m |Y|} \quad (25)$$

ここで  $Y = W + KXK'$  とする。

Bayesの定理より  $y_0$  を得たときの  $x_0$  の事後確密度を求めると

$$P(x_0 | y_0) = \exp\left[-\frac{1}{2}(x_0 - \hat{x}_0)' L^{-1}(x_0 - \hat{x}_0)\right] / \sqrt{(2\pi)^m |L|} \quad (26)$$

を得る。 $\hat{x}_0$  は  $x_0$  の最小2乗推定量である。またこれは最大推定量となることもわかる。

同様にして  $y_0, y_1$  が与えられたときの  $x_1$  は

$$P(x_1 | y_0, y_1) = \exp\left[-\frac{1}{2}(x_1 - \hat{x}_1)' L_1^{-1}(x_1 - \hat{x}_1)\right] / \sqrt{(2\pi)^m |L_1|} \quad (27)$$

と求まる。ただし

$$\hat{x}_1 = x_1(y_0) + L_1 K' W_1^{-1} \{y_1 - (Kx_1(y_0) + \bar{w}_1)\}$$

これと比較の意味でファジィ・システムにおいて  $y_0, y_1$  が与えられた場合の  $x_1$  の最適推定量を先の結果によって求めると

$$h_{\hat{A}_1}(x_1 | y_0, y_1) = h_{\hat{A}_0}(\hat{x}_0) \wedge h_{\hat{B}}(H^{-1}(\hat{x}_1 - F\hat{x}_0)) \quad (28)$$

となる。なおこれは  $y_0, y_1$  において  $\text{sup}$  を与える  $x_1$  をもって  $y_0, y_1$  を得たときの最適推定量とすることより与えられ、その意味で most likely hood の意味で最適な推定量となるといえる。ここで (27) と (28) とを比較するとき、状態の最適推定量は、それぞれ出力に依存して漸化的に求められており randomness と fuzziness の概念が全く異なるにもかかわらずその記述形式が似ている点に注意すべきであろう。

状態  $x_n$  のメンバーシップ関数および制御入力  $u_n$ 、外乱入力  $w_n$  のメンバーシップ関数は連続かつ既知であるとしているが、ここで我々が直接知ることのできるのは  $y_n$  のそれのみであると仮定する。すなわち実際の値  $\xi, u, w, \zeta$  のメンバーシップ関数  $h_{\hat{A}_n}(\xi), h_{\hat{B}}(u), h_{\hat{E}}(w), h_{\hat{C}_n}(\zeta)$  の中で  $\forall \zeta \in R^m$  に対する出力応答  $h_{\hat{C}_n}(\zeta)$  のみを直接知ることができるとする。

ここで問題となるのは時刻  $n$  において  $\zeta \in R^m$  に対する出力応答  $h_{\hat{C}_n}(\zeta)$  を得たとき、それをもとに現時点の信号  $x_n$  のメンバーシップ関数値  $h_{\hat{A}_n}(\xi)$  を推定することである。すなわち  $h_{\hat{C}_n}(\zeta)$  より  $x_n$  の最適推定量  $\hat{\xi}_n$  と  $h_{\hat{A}_n}(\hat{\xi}_n)$  を求めることである。この意味でこの問題をあいまいフィルタリング問題と定義することもできる。

時刻  $n$  におけるシステムの出力応答は

$$\begin{aligned} h_{\hat{C}_n}(z_n) &= \sup_{x_n \in R^n} [h_{\hat{A}_0}(x_0) \wedge h_{\hat{E}_n}(z_n - Kx_n)] \\ &= \sup_{x_n \in R^n} [ \sup_{x_0 \in R^m} [h_{\hat{A}_0}(x_0) \wedge h_{\hat{B}}((I+F+F^2+\dots+F^{n-1})H^{-1})(x_n - F^n x_0)] ] \wedge h_{\hat{E}_n}(z_n - Kx_n) \end{aligned} \quad (29)$$

と表される。この式で  $\text{sup}$  を与える  $x_n$  を解析的に求めることは困難であるが何らかの直接的解法 (例えば complex 法など) によれば求めることができよう。

その解を  $\hat{x}_n = \hat{\xi}_n \in R^n$  とおけば  $\hat{\xi}_n$  は  $x_n$  に対する最適推定量であるといえる。

### References

- 1) 例えば, R.E. Kalman & R.S. Bucy, New results in linear prediction and filtering theory, J. Basic Engr. (Trans. ASME Ser. D) 83D pp. 95/100 (1961).
- 2) 同上 R.E. Kalman, theory of regulators of linear plants, in Topics in Mathematical System Theory, MacGraw Hill, pp. 25/68 (1969).
- 3) 田崎栄一郎, あいまいダイナミカル・システムの安定性について, 第7回 System Theory シンポジウム資料 pp. 227/230 (1984).
- 4) E. Tazaki, Stability of Fuzzy Dynamical Systems, Preprints of 1-st Congress of IFSA (Palma, Spain) (1985).

蓋然的ファジィ推論におけるファジィ関係の上限  
Upper Bound of Fuzzy Relation in Probable Fuzzy Reasoning

江澤 義典  
Yoshinori Ezawa

関西大学 工学部  
Kansai University  
Dept. of Management Engineering

ABSTRACT: The problem-solving power of an expert system based on approximate reasoning primarily depends upon the function of the inference method it employs. In this paper, plausible reasoning method which draws probable conclusion from facts that seem to be probably possible is introduced as probable fuzzy reasoning. The upper bound of fuzzy relation in probable fuzzy reasoning is shown under the MAX-MIN composition.

1. はじめに

実用的なエキスパートシステムにおいては曖昧な事象に対する専門家の知識をファジィ集合で表現することによって、従来のシステムでは非常に複雑な処理を要求されていた多くの推論過程に対して、簡潔な取り扱いが可能となる。一般的には、専門的知識として構造化されている対象であっても、知識化された原データとか現場で測定されるデータが直接的に表現している事象は非常に多様なものであることが多い。

プロダクションシステム等の宣言的知識表現を採用しているエキスパートシステムにおいては、観測された事象の帰属度がシステムに格納されている知識の条件部における事象の帰属度よりも高い場合に、推論結果の事象もまた条件部と同様にシステムに格納されている知識の結論部における事象の帰属度よりも高く表現されることが期待される。本報告では、このような推論形式を蓋然的ファジィ推論と呼び、MAX-MIN 合成則のもとで蓋然的ファジィ推論が成立するファジィ関係の上限を明らかにする。

## 2. ファジィ推論

本節ではファジィ推論に関する定義を確認し、既に報告されているいくつかの結果についてその概要を示す。ここではファジィ集合の帰属関数は対象集合から単位区間  $[0, 1]$  の上への写像であると考える。

[定義 1] 直接型ファジィ推論則はファジィ前提からファジィ結論を導く図式であり、以下の様に定式化される。

大前提: もしも  $x$  が  $A$  であるならば  $y$  は  $B$  であり,

小前提:  $x$  が  $C$  であるならば, ( 1)

結論 :  $y$  は  $D$  である。

ここで、 $x$  と  $y$  は対象名であり  $A, B, C, D$  はそれぞれ対象集合  $U, V, U, V$  の上で定義されたファジィ集合である。

[定義 2] ファジィ集合  $A$  ならびにファジィ集合  $B$  を用いて表現されたファジィ命題

「もしも  $x$  が  $A$  であるならば  $y$  は  $B$  である」を直積対象集合  $U \times V$  の上のファジィ関係  $R$  で表現することにする。このとき、 $R$  の帰属度は  $A$  の帰属度と  $B$  の帰属度とに依存すると考えられ次式で定める。

$$\mu_R(u, v) = f ( \mu_A(u), \mu_B(v) ). \quad ( 2)$$

[定義 3] 図式 (1) においてファジィ命題である大前提と小前提から結論となるファジィ命題を導くには、大前提を表現するファジィ関係  $R$  と小前提のファジィ集合  $C$  との MAX-MIN 合成を行うことにより、ファジィ集合  $D$  を求めることに帰着する。すなわち、次式となる。

$$\mu_D(v) = \bigvee_{u \in U} [ \mu_C(u) \wedge \mu_R(u, v) ]. \quad ( 3)$$

さて、ここで小前提のファジィ集合Cが大前提のファジィ集合Aと一致するときには当然その結論のファジィ集合Cはファジィ集合Bと一致することが期待される。

[定義 4] 図式 (1)においてファジィ集合Cがファジィ集合Aと等しいときに、結論を表すファジィ集合Dがファジィ集合Bと等しくなるとき、図式 (1)はファジィモーダスポーネンズ (fuzzy modus ponens ; これを fmpと略す) が成立するという。

次に、図式 (1)の対偶を考える。すなわち、小前提が否定型のファジィ命題となっている場合である。

[定義 5] 対偶型ファジィ推論則はファジィ前提からファジィ結論を導く図式であり、以下の様になる。

大前提：もしも  $x$  がAであるならば  $y$  はBであり、  
 (対偶：もしも  $y$  が $\sim B$ ならば  $x$  は $\sim A$ であり)  
 小前提：  $y$  がDであるならば、  
 結論 :  $x$  はCである。 (4)

[定義 6] 図式 (4)においてファジィ集合Dがファジィ集合 $\sim B$ と等しいときに、結論を表すファジィ集合Cがファジィ集合 $\sim A$ と等しくなるとき、図式 (4)はファジィモーダストーレンズ (fuzzy modus tollens; これを fmtと略す) が成立するという。

ここで、既に報告されているいくつかの結果を示しておく。(5)

[定理 1] 図式 (1)において fmp が成立するための必要十分条件は

任意の  $u \in U, v \in V$  に対して

$$\begin{aligned} \mu_A(u) = \mu_B(v) \text{ ならば } \mu_R(u, v) &\stackrel{\geq}{\leq} \mu_B(v) \\ \mu_A(u) > \mu_B(v) \text{ ならば } \mu_R(u, v) \wedge \mu_A(u) &\leq \mu_B(v) \end{aligned} \quad (5)$$

が成立することである。

[定理 2] 図式 (4)において fmt が成立するための必要十分条件は

任意の  $u \in U, v \in V$  に対して

$$\begin{aligned} \mu_A(u) > \mu_B(v) \text{ ならば } \mu_R(u, v) \wedge \mu_{\neg B}(v) &\overset{\geq}{\leq} \mu_{\neg A}(u) \\ \mu_A(u) = \mu_B(v) \text{ ならば } \mu_R(u, v) &\leq \mu_{\neg A}(u) \end{aligned} \quad (6)$$

が成立することである。

### 3. 蓋然的ファジィ推論

実際のシステムにおける推論過程をファジィ推論で表現するとき、大前提のファジィ集合と小前提のファジィ集合が近似的に等しい場合にも fmpとか fmtとかに類似の性質を期待すると思われる。

[定義 7] ファジィ集合Aの帰属関数がファジィ集合Bの帰属関数と蓋然的言語ハッジ $\psi$

( $\psi$ は単位区間  $I (= [0, 1])$  から  $I$  のなかへの単調増加関数であり、 $x < \psi(x)$  が成立する言語ハッジである)とによって次様に表現されるとき、ファジィ集合Aはファジィ集合Bと蓋然的に等しいという。以下ではこれを、 $A = \psi(B)$  と略記する。

[定義 8] 図式 (1)の小前提においてファジィ集合Cがファジィ集合 $\psi(A)$ と等しいときに、結論のファジィ集合Dがファジィ集合 $\psi(B)$ と等しくなるとき蓋然的 $\psi$ -fmpが成立するという。同様に、図式 (4)の小前提において $D = \psi(\sim B)$ なるとき結論においても $C = \psi(\sim A)$ となるならば蓋然的 $\psi$ -fmtが成立するという。

[定理 3] 図式 (1)において任意の蓋然的言語ヘッジ $\psi$ に対して $\psi$ -fmpが成立するための

必要十分条件は 任意の  $u \in U, v \in V$  に対して

$$\begin{aligned} \mu_A(u) = \mu_B(v) \text{ ならば } \mu_R(u, v) &= 1 \\ \mu_A(u) > \mu_B(v) \text{ ならば } \mu_R(u, v) &\leq \mu_B(v) \end{aligned} \quad (7)$$

が成立することである。

[定理 4] 図式 (4)において任意の蓋然的言語ヘッジ $\psi$ に対して $\psi$ -fmtが成立するための

必要十分条件は 任意の  $u \in U, v \in V$  に対して

$$\begin{aligned} \mu_A(u) = \mu_B(v) \text{ ならば } \mu_R(u, v) &= 1 \\ \mu_A(u) > \mu_B(v) \text{ ならば } \mu_R(u, v) &\leq \mu_{\neg A}(u) \end{aligned} \quad (8)$$

が成立することである。

[定理 5] 蓋然的ファジィ推論図式において任意の言語ヘッジ $\psi$ に対して $\psi$ -fmpおよび

$\psi$ -fmtが成立するための必要十分条件は

ファジィ関係の上限が次式を満たすことである。

$$\begin{aligned} \mu_A(u) = \mu_B(v) \text{ なるとき } \mu_R(u, v) &= 1 \\ \mu_A(u) > \mu_B(v) \text{ なるとき } \mu_R(u, v) &\leq \mu_B(v) \wedge \mu_{\neg A}(u) \end{aligned} \quad (9)$$

[例 1] 蓋然的ファジィ命題による近似推論の例を示す。

大前提：太り過ぎの場合にはダイエットを勧告する。

小前提：少し太り気味である。

近似結論：ダイエットを示唆する。

[例 2] 対偶型ファジィ推論の例を示す。

大前提：太り過ぎの場合にはダイエットを勧告する。

小前提：あまり摂取カロリー量を気にしない。

近似結論：あまり太ってはいないのだろう。



#### 4. おわりに

実際のエキスパートシステムなどを構築するときには曖昧な概念を用いた専門的知識の表現とか曖昧にしか記述できない（厳密に観測することが実際的に無意味である等の理由で）対象に対する専門家の多様な知識を効率良く記述したいことが多い。本報告では、ファジィ集合による記述が蓋然的推論においては有効であることを示した。また、蓋然的ファジィ推論が可能となるファジィ関係の上限を明らかにした。非蓋然的ファジィ推論については機会を改めて報告したい。

#### 参考文献

- 1) Zadeh, L.A. : Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes, IEEE Tran. SMC-3, PP.28/48 (1973).
- 2) Mizumoto, M & Zimmermann, H.J. : Comparison of Fuzzy Reasoning Method, Fuzzy Sets and Systems, 8, PP.253/283 (1982).
- 3) 菅野 : あいまい理論, 計測と制御, PP.1/6, 171/174, 380/384, 454/458, 554/559 (1983).
- 4) Yager, R.R. : On the Implication Operator in Fuzzy Logic, Information Science, 31, PP.141/164 (1983).
- 5) Ezawa, Y. & Mizumoto, M. : Linguistic Hedges and Reasonable Fuzzy Inferences, Proceedings of the IFAC Symposium, Marseille, PP.243/248 (1983).
- 6) 白石, 古田, 橋本 : ファジィ多基準分析に基づく構造物の健全度評価, システムと制御, 28巻, 7号, PP.475/482 (1984).
- 7) Negoita, C.V. : Expert Systems and Fuzzy Systems, Benjamin/Cummings Pub. Co. PP.190 (1985).
- 8) Ezawa, Y. : Homomorphism Criteria of Fuzzy Inference under MAX-DRASTIC Composition, First IFSA Congress on July 1-6 at Mallorca, (1985).

## 連立した凸結合形Fuzzy関係式の逐次解法とその応用について

### Successive Solution of a Simultaneous Equations of the Convexly Combined Form of Composite Fuzzy Relations and Its Application Aspects

大里 有生・ 関口 隆  
Ario OHSATO and Takashi SEKIGUCHI

横浜国立大学 工学部  
Faculty of Engineering, Yokohama National University

#### Abstract

The paper presents a successive method of solving a simultaneous equations of the convexly combined form of composite fuzzy relations,  $\lambda \cdot (x^{(k)} \Delta Q) + \bar{\lambda} \cdot (x^{(k)} \circ R) = y^{(k)}$ ,  $k=1, 2, \dots, K$ , for the unknown two fuzzy relations  $R, Q$  knowing fuzzy sets  $x^{(k)}, y^{(k)}$ ,  $k=1, 2, \dots, K$  and fuzzy convex combinator  $\lambda$  whose complement is  $\bar{\lambda}$ . Several aspects of application of the method to fuzzy information processing in actual systems are discussed.

#### 1. はじめに

Fuzzy関係式はFuzzyシステムにおける入出力関係、状態遷移過程などを記述するための数式化方策として重要であるが<sup>1)~3)</sup>、実際のFuzzyシステムのシステム方程式をFuzzy関係式によってモデル化する場合には、記述能力の高い柔軟性のあるFuzzy関係式を必要とする。特に、入出力関係の構造が不明なFuzzy入出力システムを観測された入出力情報から同定しようとする場合には、決定可能性の高いFuzzy関係式が対象システムのシステム方程式モデルとして必要となる。この種のFuzzy関係式の一つとして、著者らは、凸結合形Fuzzy関係式  $\lambda \cdot (x \Delta Q) + \bar{\lambda} \cdot (x \circ R) = y$  を提案してきた<sup>4)</sup>。また、凸結合形Fuzzy関係式の有用性を高めるために、これを未知のFuzzy関係  $R, Q$  あるいは未知の凸結合子  $\lambda$  について解くための方法も示した<sup>5), 6)</sup>。本報告では、以下に示す  $K$  個の連立した凸結合形Fuzzy関係式、

$\lambda \cdot (x^{(k)} \Delta Q) + \bar{\lambda} \cdot (x^{(k)} \circ R) = y^{(k)}$ ,  $k=1, 2, \dots, K$   
を同時に満たす二つのFuzzy関係  $R, Q$  を求める問題を考え、これに対する逐次解法を示す。

#### 2. 数学的準備

空でない集合  $X, Y$  上のFuzzy集合  $x, y$  および直積  $X \times Y$  上のFuzzy関係  $R, Q$  をそれぞれ以下に示す関数として定義する。

$$x : X \rightarrow U, \quad y : Y \rightarrow U, \quad R : X \times Y \rightarrow U, \quad Q : X \times Y \rightarrow U$$

ただし、 $U = \{u \mid 0 \leq u \leq 1\}$  はメンバシップ値の集合。要素  $x \in X, y \in Y, (x, y) \in X \times Y$  のメンバシップ値を、それぞれ、関数値  $x(x), y(y), R(x, y)$  と書く。X, Y 上のすべてのFuzzy集合の族を  $F(X), F(Y)$  で、 $X \times Y$  上のすべてのFuzzy関係の族を  $F(X \times Y)$  で表す。また、任意のFuzzy関係  $R \in F(X \times Y)$  を  $r_y \in F(X \times \{y\})$  によって以下のように書くことにする。

$$R = \bigcup_{y \in Y} r_y$$

ただし、任意の  $y \in Y$  に対して、

$$r_y(y) = R(x, y) \quad \text{for any } x \in X$$

$x \in F(X)$  と  $R, Q \in F(X \times Y)$  との Sum · min 合成  $x \circ R \in F(Y)$ 、Inf · max 合成  $x \Delta Q \in F(Y)$  および  $x$  と  $y \in F(Y)$  との  $\alpha$  合成  $x \alpha y \in F(X \times Y)$ 、 $\varepsilon$  合成  $x \varepsilon y \in F(X \times Y)$

は以下のように定義される<sup>7), 8)</sup>。

$$(x \circ R)(y) = \sup_{x \in X} [\min\{x(x), R(x, y)\}]$$

$$(x \Delta Q)(y) = \inf_{x \in X} [\max\{x(x), Q(x, y)\}]$$

$$(x \alpha y)(x, y) = x(x) \alpha y(y)$$

$$(x \varepsilon y)(x, y) = x(x) \varepsilon y(y)$$

ただし、演算  $\alpha, \varepsilon$  は、任意の  $a, b \in U$  に対して以下の演算法則に従う。

$$a \alpha b = \begin{cases} 1 & (a \leq b) \\ b & (a > b) \end{cases} \quad a \varepsilon b = \begin{cases} b & (a < b) \\ 0 & (a \geq b) \end{cases}$$

次式を凸結合形Fuzzy関係式と呼ぶ<sup>4)~6)</sup>。

$$\lambda \cdot (x \Delta Q) + \bar{\lambda} \cdot (x \circ R) = y \quad (1)$$

すなわち、任意の  $y \in Y$  に対して、

$$\lambda(y) (x \Delta Q)(y) + (1 - \lambda(y)) (x \circ R)(y) = y(y) \quad (2)$$

ただし、演算  $\cdot, +$  は代数積、代数和、 $\lambda \in F(Y)$  は凸結合子、 $\bar{\lambda} \in F(Y)$  は  $\lambda$  の補を表す<sup>9)</sup>。

【定義1】 凸結合形Fuzzy関係式の最大・最小解<sup>6)</sup>

$x \in F(X)$ 、 $y, \lambda \in F(Y)$  が既知、 $R, Q$  が未知のとき、凸結合形Fuzzy関係式に対する最大・最小解とは、つぎの二つの条件を満たすFuzzy関係  $R^*, Q^*$  の組  $(R^*, Q^*)$  をいう。

$$\text{条件1: } \lambda \cdot (x \Delta Q^*) + \bar{\lambda} \cdot (x \circ R^*) = y \quad (3)$$

$$\text{2: 任意の解 } (R, Q) \text{ に対して } R \subseteq R^* \text{ かつ } Q^* \subseteq Q \quad (4)$$

解集合が空でないとき、最大・最小解  $(R^*, Q^*)$  をどのように求めるかが問題となるが、これに対する解法はすでに示されているので<sup>6)</sup>、ここでは説明を省略する。

Fuzzy関係  $R_n \in F(X \times Y)$ 、 $n = 0, 1, 2, \dots$  からなるFuzzy関係列  $\{R_n\}$  の有界性と単調性をFuzzy関係間の包含  $\subseteq$  によって以下のように定める。

有界性:  $\{R_n\}$  が上限  $\sup R_n \in F(X \times Y)$  または下限  $\inf R_n$  をもつ。

単調性:  $R_n \subseteq R_{n+1}$  (増加列) または  $R_n \supseteq R_{n+1}$  (減少列) (5)

このとき、通常の数列  $\{a_n\}$  の収束性の自然な拡張から、Fuzzy関係列  $\{R_n\}$  は有界列かつ単調列のとき、あるFuzzy関係  $R$  に収束する。これを以下のように書く。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = R \quad (6)$$

### 3. 連立した凸結合形Fuzzy関係式の逐次解法

以下では、つぎに示す連立した凸結合形Fuzzy関係式を二つの未知のFuzzy関係  $R, Q$  について解くための逐次解法を示す。

$$\lambda \cdot (x^{(k)} \Delta Q) + \bar{\lambda} \cdot (x^{(k)} \circ R) = y^{(k)}, \quad k=1, 2, \dots, K \quad (7)$$

ただし、 $x^{(k)} \in F(X)$ 、 $y^{(k)} \in F(Y)$ 、 $k=1, 2, \dots, K$ は既知のFuzzy集合、 $\lambda \in F(Y)$ は既知のFuzzy結合子とする。(7)式を同時に満たす  $R, Q$ の組を解  $(R, Q)$ と呼ぶ。また、解  $(R, Q)$ を求めるということは、(2)式より、次式を満たす二つのFuzzy関係  $r_y, q_y \in F(X \times \{y\})$ の組  $(r_y, q_y)$ を任意の  $y \in Y$ に対して求めることと同値である。

$$\lambda(y) (x^{(k)} \Delta q_y) + (1 - \lambda(y)) (x^{(k)} \circ r_y) = y^{(k)}(y), \quad k=1, 2, \dots, K \quad (8)$$

このとき、以下に示す定理が成立する。

<定理1> (7)式が解をもつとき、以下に定める二つのFuzzy関係  $R^+, Q^+ \in F(X \times Y)$ の組  $(R^+, Q^+)$ は(7)式に対する解である。すなわち、

$$R^+ = \bigcup_y r_y^+, \quad Q^+ = \bigcup_y q_y^+ \quad (9)$$

として、 $r_y^+, q_y^+ \in F(X \times \{y\})$ を任意の  $y \in Y$ にたいして以下のように定める。

Case 1:  $\lambda(y) = 0$ の場合

$$r_y^+ = \bigcap_{k=1}^K x^{(k)} \circledast y^{(k)}(y), \quad q_y^+ = \text{arbitrary } q_y \in F(X \times \{y\}) \quad (10)$$

Case 2:  $\lambda(y) = 1$ の場合

$$r_y^+ = \text{arbitrary } r_y \in F(X \times \{y\}), \quad q_y^+ = \bigcup_{k=1}^K x^{(k)} \circledast y^{(k)}(y) \quad (11)$$

Case 3:  $0 < \lambda(y) < 1$ の場合

$$r_y^+ = \lim_{n \rightarrow \infty} r_{y n}, \quad q_y^+ = \lim_{n \rightarrow \infty} q_{y n} \quad (12)$$

ただし、Fuzzy関係列  $\{r_{y n}\}, \{q_{y n}\}$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ )を以下のように生成する。

i)  $n=0$ のとき

$$r_{y 0} = \bigcap_{k=1}^K r_y^{(k)*}, \quad q_{y 0} = \bigcup_{k=1}^K q_y^{(k)*} \quad (13)$$

ただし、 $(r_y^{(k)*}, q_y^{(k)*})$ は(8)式の  $k$ 番目の式に対する最大・最小解とする。

ii)  $n \geq 1$ のとき

$$r_{y n} = r_{y n-1} \cap \left[ \bigcap_{k=1}^K x^{(k)} \circledast \left\{ \frac{y^{(k)}(y) - \tilde{y}_{n-1}^{(k)}(y)}{1 - \lambda(y)} + x^{(k)} \circ r_{y n-1} \right\} \right] \quad (14)$$

$$q_{y_n} = q_{y_{n-1}} \cup \left[ \bigcup_{k=1}^K x^{(k)} \odot \left\{ \frac{y^{(k)}(y) - \tilde{y}_{n-1}^{(k)}(y)}{\lambda(y)} + x^{(k)} \Delta q_{y_{n-1}} \right\} \right] \quad (15)$$

ただし、 $k=1, 2, \dots, K$ に対して、

$$\tilde{y}_{n-1}^{(k)}(y) = \lambda(y) (x^{(k)} \Delta q_{y_{n-1}}) + (1 - \lambda(y)) (x^{(k)} \circ r_{y_{n-1}}) \quad (16)$$

(証明略)

定理1の(13)~(15)式に示したFuzzy関係列 $\{r_{y_n}\}$ 、 $\{q_{y_n}\}$ の生成をすべての $y \in Y$ について行えば、Fuzzy関係列 $\{R_n\}$ 、 $\{Q_n\}$ を得る。このとき、定理1による解 $(R^+, Q^+)$ は以下のように記述される。

$$R^+ = \lim_{n \rightarrow \infty} R_n, \quad Q^+ = \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n \quad (17)$$

つぎに、数値例を示す。ここでは、有限集合上のFuzzy集合を扱うことにする。 $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ 、 $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ とし、 $x^{(k)} \in F(X)$ 、 $y^{(k)}$ 、 $\lambda \in F(Y)$ を3次元ベクトルで、 $R, Q \in F(X \times Y)$ を $3 \times 3$ の行列によって便宜的に表示する。そこで、以下に示す連立した凸結合形Fuzzy関係式を未知の $R, Q$ について解くことを考える。

$$\lambda \cdot (x^{(k)} \Delta Q) + \bar{\lambda} \cdot (x^{(k)} \circ R) = y^{(k)}, \quad k=1, 2, \dots, 10 \quad (18)$$

ただし、

$$\begin{array}{ll} \lambda = [0.60 & 0.80 & 0.20] & \bar{\lambda} = [0.40 & 0.20 & 0.80] \\ x^{(1)} = [0.80 & 0.40 & 0.30] & y^{(1)} = [0.80 & 0.36 & 0.70] \\ x^{(2)} = [0 & 0.90 & 0.50] & y^{(2)} = [0.26 & 0.36 & 0.62] \\ x^{(3)} = [0.70 & 0.70 & 1.00] & y^{(3)} = [0.70 & 0.68 & 0.70] \\ x^{(4)} = [0.50 & 0.20 & 0.80] & y^{(4)} = [0.50 & 0.50 & 0.50] \\ x^{(5)} = [0.30 & 0.20 & 0.10] & y^{(5)} = [0.30 & 0.30 & 0.30] \\ x^{(6)} = [0.50 & 0.40 & 0.50] & y^{(6)} = [0.50 & 0.50 & 0.50] \\ x^{(7)} = [1.00 & 0.80 & 0.60] & y^{(7)} = [0.80 & 0.60 & 0.70] \\ x^{(8)} = [0.30 & 0.80 & 0.20] & y^{(8)} = [0.38 & 0.36 & 0.62] \\ x^{(9)} = [0.40 & 0.70 & 0.30] & y^{(9)} = [0.44 & 0.36 & 0.64] \\ x^{(10)} = [0.90 & 0.70 & 0.20] & y^{(10)} = [0.80 & 0.36 & 0.70] \end{array}$$

まず、定理1により、二つのFuzzy関係列 $\{R_n\}$ と $\{Q_n\}$ を生成すると、 $\{R_n\}$ は第1項目で $R_1$ に収束し、 $\{Q_n\}$ は第2項目で $Q_2$ に収束する。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = R_1, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n = Q_2 \quad (19)$$

ただし、

$$R_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.725 \\ 0.65 & 0.6 & 0.725 \\ 0.7 & 0.6 & 0.575 \end{bmatrix}, \quad R_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 & 0.725 \\ 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad R_2 = R_1$$

$$Q_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0.225 & 0 \\ 0.8 & 0.5 & 0.5 \\ 0.8 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}, \quad Q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.2 \\ 0.8 & 0.5 & 0.6 \\ 0.8 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.8 & 0.5 & 0.6 \\ 0.8 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}$$

このとき、収束値  $R_1, Q_2$  の組  $(R_1, Q_2)$  は、(18)式に対する解となっている。

#### 4. 応用について

##### 4.1 Fuzzy入出力システムの同定

任意の二つのFuzzy集合  $x, y$  に対して、 $\lambda \cdot (x \Delta Q) + \bar{\lambda} \cdot (x \circ R) = y$  を満たす  $R, Q, \lambda$  が必ず存在し、その解法も示されている<sup>5)</sup>。すなわち、凸結合形Fuzzy関係式は、任意の二つのFuzzy集合  $x$  と  $y$  との間の対応関係の数式化を可能にするので、Sup・min合成演算による従来の数式化法  $x \circ R = y$  より記述能力が高い。したがって、入出力関係の構造が不明なFuzzy入出力システムを観測された入出力情報のみから同定する場合には、対象システムのシステムモデルを凸結合形Fuzzy関係式によって記述する方が可同定性を高めると考えられる<sup>10), 11)</sup>。観測されたFuzzy入出力情報を  $(x^{(k)}, y^{(k)})$ ,  $k=1, 2, \dots, K$  とすると、凸結合形合成Fuzzy関係式をシステムモデルとしたFuzzy入出力システムの同定問題は、連立した凸結合形Fuzzy関係式を近似的に満たす  $R, Q, \lambda$  を求める問題となる。この場合、 $K$  個の凸結合形Fuzzy関係式を厳密に満たす  $R, Q$  が一般に存在しなくなるが、近似的な  $R, Q, \lambda$  を定める上では本逐次解法が有効な方策を与えよう。

##### 4.2 Fuzzy情報処理システムのシンセシス

ここで考えるFuzzy情報処理システムのモデルをFig.1に示す。

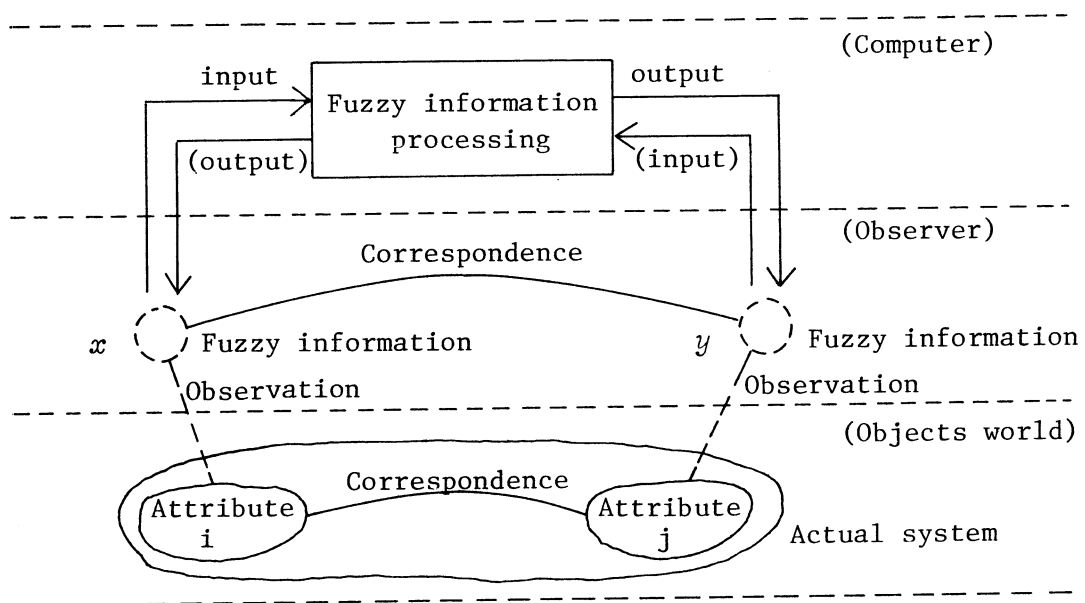


Fig. 1 A model of fuzzy information processing system

Fig.1におけるFuzzy情報処理システムは、対象世界における実システムの二つの属性  $i, j$  に対する観測者によるFuzzy情報  $x, y$  を得ることにより、入力情報としての  $x$  から出力

情報としての  $y$  (または、入力情報としての  $y$  から出力情報としての  $x$ ) を近似的に生成するための情報処理システムである。 Fig.1において、実システムにおける二つの属性間、および、観測者における二種類のFuzzy情報  $x, y$  の間には、対応関係のみが既知のものとしてあるとしている。  $x, y$  のどちらを入力情報あるいは出力情報とするかは、Fuzzy情報処理システムのシンセシスに対する政策によって決定される。すなわち、この情報処理システムのシンセシスは、対象世界における実システムが有する二つの属性間の因果性あるいは入出力関係が不明、あるいは、一方のFuzzy情報からもう一方のFuzzy情報を生成するときの推論構造が観測者においても不明である場合の情報処理システムをいかに構築するかの問題である。凸結合形Fuzzy関係式は、Fuzzy入出力間の因果性があいまいな場合のFuzzyシステムの記述法としても有効である<sup>12)</sup>。したがって、上述したFuzzy情報処理システムを凸結合形Fuzzy関係式によってモデル化し、これを観測されたFuzzy情報  $(x^{(k)}, y^{(k)})$ ,  $k=1, 2, \dots, K$  から同定する方策は、実際的なシンセシスにおいて有効と考える。

## 5. おわりに

一般に、扱うべきFuzzy集合がNormal fuzzy setでないとき、従来の  $x \circ R = y$  によるFuzzy関係式アプローチはいくつかの不都合な点を露呈する。たとえば、解が存在しなくなるとか、推論の合成則によるFuzzy modus ponens が成立しなくなるとかである。特に、実システムを対象としたFuzzy情報処理システムを構築しようとする場合には、実際のFuzzy情報が必ずしもNormal fuzzy setで記述しきれるとは限らない<sup>13)</sup>。著者らが、凸結合形Fuzzy関係式というやや複雑な形のFuzzy関係式を考え出した理由の一つがここにある。

## 参 考 文 献

- 1) Negoita, C.V. et al.: Applications of Fuzzy Sets to System Analysis, Birkhäuser Verlag, 1975.
- 2) Tong, R.M.: Analysis and Control of Fuzzy Systems Using Finite Discrete Relations, Int. J. Control, 27, 3, pp.431/440, 1978.
- 3) Czogała, E. et al.: Control Problems in Fuzzy Systems, Fuzzy Setys & Systems, 7, 3, pp.257/273, 1982.
- 4) 大里, 関口: 凸結合されたSup・min-Inf・max合成Fuzzy関係式の解法, 計測自動制御学会論文集, 19, 3, pp.212/219, 1983.
- 5) 大里, 関口: 凸結合形合成Fuzzy関係式の解法, 計測自動制御学会論文集, 20, 7, pp.627/634, 1984.
- 6) 大里, 関口: 凸結合形合成Fuzzy関係式の最大・最小解, 計測自動制御学会論文集, 21, 5, pp.423/428, 1985.
- 7) Sanchez, E.: Resolution of Composite Fuzzy Relation Equations, Inf. and Control, 30, 1, pp.38/48, 1976.
- 8) Sanchez, E.: Solutions in Composite Fuzzy Relation Equations; Application to Medical Diagnosis in Brouwerian Logic, Fuzzy Automata and Decision Processes (Eds. Gupta, M.M. et al.), pp.221/234, North-Holland, 1977.
- 9) Zadeh, L.A.: Fuzzy Sets, Inf. and Control, 8, pp.338/353, 1965.
- 10) 大里, 関口: Fuzzy入出力システムの同定に関する一考察, 第9回システムシンポジウム講演論文集(SICE), pp.11/16, 1983.
- 11) 大里, 関口: 凸結合形Fuzzy入出力システムの同定, 第10回システムシンポジウム講演論文集(SICE), pp.189/194, 1984.
- 12) 大里: あいまい因果システム, IFSA日本支部第2回(関東地区)例会資料, pp.1/6, 1985.
- 13) 大里, 他: Fuzzy情報処理によるICU看護量スコアの予測, 第2回医療情報学連合大会論文集, pp.283/286, 1982.

2次元正準ファジィ数と選好判断におけるファジィ効用差  
 Canonical fuzzy numbers of dimension two  
 and fuzzy utility difference in preferential judgements

中村和男 Kazuo Nakamura  
 製品科学研究所 Industrial Products Research Institute

To represent variable joint distributions between two fuzzy numbers that belong to a same family, a concept of canonical fuzzy numbers of dimension two is introduced. The relationships between fuzzy numbers are given by normalized scalars, called relational factors, in the joint distributions. Then the canonical fuzzy numbers are employed to operate fuzzy utility differences and their aggregations in the analysis of preferential judgments among multiattribute alternatives.

1. はじめに

通常のファジィ数の演算は、それらファジィ数の多次元空間上における帰属度の同時分布が独立であるとの前提でなされる。しかしあいまいな量の演算の現実を考えるとファジィ数間の分布の連関性に配慮すべき場合がしばしば生ずるのである。ここでは2つのファジィ数の2次元同時帰属度分布をその連関性の程度に応じて変形できる表現形式を導入し、2次元正準ファジィ数と呼ぶ。さらに多属性代替案間でのあいまいな選好判断のモデル的理解において、人間の属性別効用意識の存在を仮定し代替案間の属性別ファジィ効用差の統合による選好判断を考え、属性別のファジィ効用値演算への2次元正準ファジィ数の適用を試みる。

2. 2次元正準ファジィ数

2.1 定義と2項演算

実数値の集合  $Re (=U)$  上のファジィ集合を  $A, B, \dots$  とし、任意の  $u \in U$  における帰属度を  $a(u), b(u), \dots$  で表す。一般に、ファジィ数は  $Re$  上の正規(normal)で凸(convex)なファジィ集合とされるが、<sup>1)</sup>ここではさらに対称的(symmetric)で有界(bounded)な場合に限定する。すなわち  $\wedge$  を  $\min$  として、

$ACRe$  について

正規性:  $\sup_u a(u) = 1$ , (1)

凸性:  $\forall u_1, u_2 \in U, \forall \lambda \in [0, 1],$

$a(\lambda u_1 + (1-\lambda)u_2) \geq a(u_1) \wedge a(u_2)$ , (2)

対称性:  $\exists \bar{a} \in U, \forall \xi \in U,$

$a(\bar{a} + \xi) = a(\bar{a} - \xi)$ , (3)

有界性:  $\forall \alpha > 0, \exists \beta, \gamma \in U,$

$\beta \leq \{u | a(u) \geq \alpha\} \leq \gamma$ , (4)

を満たしているとする。ここで上記の  $\bar{a}$  をファジィ数  $A$  の代表値 (representative value) と呼ぶ。

さて、2つのファジィ数  $A, B$  に対応して、ある基準的ファジィ数  $N$ 、および定数  $\sigma_a, \sigma_b$  が存在し、

$\forall \xi \in U, n(\xi) = a(\bar{a} + \sigma_a \xi) = b(\bar{b} + \sigma_b \xi)$  (5)

と表わせる場合を考える。このとき、 $A$  と  $B$  は "準同形" であるといい、特に  $\sigma_a = \sigma_b$  のとき "同形" であるという。 $\sigma_a, \sigma_b$  は広がり係数 (spread factor) と呼び、 $N$  については、 $\bar{n} = 0, \sigma_n = 1$  と見なすことができる。したがって、 $\forall u \in U,$

$a(u) = n((u - \bar{a}) / \sigma_a)$  (6)

$b(u) = n((u - \bar{b}) / \sigma_b)$

となる。次に、 $ACU, BCV$  の同時結合状態を  $U \times V (=Re^2)$  中のファジィ集合  $\underline{AB}$  で表すものとす



る。一般にAとBの間に相互関連がなく、

$AB=A \times B$ , すなわち,  $\forall (u, v) \in U \times V$ ,

$$qb(u, v) = a \times b(u, v) = a(u) \wedge b(v) \quad (7)$$

のとき, AとBは"F-関連独立"であると言う。

ここでさらに  $N_a N_b \subset U \times V$  を, 連関係数  $\rho (-1 \leq \rho \leq 1)$  をもつ同形な基準的ファジィ数  $N_a, N_b$  の同時結合状態の一形式として以下のように定義する。所与の  $U \times V$  空間に対して, 新たに次の  $U' \times V'$  空間を導入する。(Fig.1)

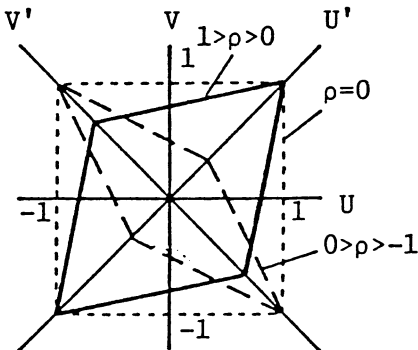


Fig.1 基準的ファジィ数への連関係数の導入

$\forall (u, v) \in U \times V, \forall (u', v') \in U' \times V'$ ,

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (8)$$

そして  $N_a N_b$  は  $U' \times V'$  上で,

$$\begin{cases} = n_a \times n_b'(u', v' / (1-\rho)) & : \rho > 0 \\ = n_a \times n_b'(u', v') & : \rho = 0 \\ = n_a \times n_b'(u' / (1+\rho), v') & : \rho < 0 \end{cases} \quad (9)$$

ここに

$$\begin{aligned} n_a \times n_b'(u', v') \\ = n_a \times n_b(u' / \sqrt{2} - v' / \sqrt{2}, \\ u' / \sqrt{2} + v' / \sqrt{2}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$n_a \times n_b(u, v) = n_a(u) \wedge n_b(v) \quad (11)$$

であり,  $U \times V$  上では次のように表現される。

$$\begin{aligned} n_a n_b(u, v) \\ = n_a n_b'(u / \sqrt{2} + v / \sqrt{2}, -u / \sqrt{2} + v / \sqrt{2}) \\ = n_a \times n_b((u+v)/2\varphi(1+\rho) + (u-v)/2\varphi(1-\rho), \\ (u+v)/2\varphi(1+\rho) - (u-v)/2\varphi(1-\rho)). \end{aligned} \quad (12)$$

ここに

$$\varphi(\tau) \begin{cases} = \tau & : \tau \leq 1 \\ = 1 & : \tau > 1. \end{cases} \quad (13)$$

さて, AとBが準同形なファジィ数で, その間の連関係数が  $\rho$  なる2次元空間  $U \times V$  上の  $AB$  を次のように定義し, 2次元正準ファジィ数と呼ぶことにする。

$$qb(u, v) = n_a n_b((u-\bar{a})/\sigma_a, (v-\bar{b})/\sigma_b) \quad (14)$$

ここで,  $n(\xi) = n_a(\xi) = n_b(\xi)$  と表して

$$\begin{aligned} qb(u, v) \\ = n(\lambda_1(u, v) + \lambda_2(u, v)) \\ \wedge n(\lambda_1(u, v) - \lambda_2(u, v)), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1(u, v) \\ = \{\sigma_b \cdot (u-\bar{a}) + \sigma_a \cdot (v-\bar{b})\} / 2\sigma_a \sigma_b \varphi(1+\rho) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \lambda_2(u, v) \\ = \{\sigma_b \cdot (u-\bar{a}) - \sigma_a \cdot (v-\bar{b})\} / 2\sigma_a \sigma_b \varphi(1-\rho) \end{aligned} \quad (17)$$

いま, 準同形なファジィ数A, Bの同時結合分布が  $AB$  である時, その2項演算を  $A * B$  で表すと, その帰属度  $a * b(w)$  は

$$\forall w \in Re \quad a * b(w) = \sup_{w=u+v} qb(u, v) \quad (18)$$

で与えられる。特に  $AB$  が連関係数  $\rho=0$  なる2次元正準ファジィ数ならば, 通常の拡張原理による定義

$$a * b(w) = \sup_{w=u+v} (a(u) \wedge b(v)) \quad (19)$$

と一致することになる。

## 2.2 ファジィ数の和と差

2つのファジィ数A, B  $\subset U=Re$  が準同形であり, それらの基準的ファジィ数  $N \subset U=Re$  によって

$$a(u) = n((u-\bar{a})/\sigma_a), b(u) = n((u-\bar{b})/\sigma_b)$$

と表され, それらの間の同時結合分布

$ABC U \times U=Re^2$  が連関係数  $\rho$  をもつ2次元正準ファジィ数とする。このとき, AとBの和と差を検討する。

前節の定義に従うと, 和  $A \oplus B$  は

$$\forall w \in U, a \oplus b(w) = \sup_{w=u+v} qb(u, v) \quad (20)$$

となる。このとき,  $U \times U=Re^2$  における

$$v-\bar{b} = (\sigma_a/\sigma_b)(u-\bar{a}) \quad (21)$$

上の各点  $(u, v)$  で  $w=u+v$  を満たす  $w$  に対する  $qb(u, v)$  の最大値をとる。

$$w = u+v = (1 + (\sigma_b/\sigma_a))u - (\sigma_b/\sigma_a)\bar{a} + \bar{b} \quad (22)$$

であるので

$$u = (w + (\sigma_b/\sigma_a)\bar{a} - \bar{b})\sigma_a / (\sigma_a + \sigma_b) \quad (23)$$

$$v = (w - \bar{a} + (\sigma_a/\sigma_b)\bar{b})\sigma_b / (\sigma_a + \sigma_b) \quad (24)$$

となり、次式を得る。

$$\begin{aligned} a \oplus b(w) &= n(\lambda_1(u, v) + \lambda_2(u, v)) \\ &= n((w - \overline{a \oplus b}) / \sigma_{a \oplus b}) \end{aligned} \quad (25)$$

ここに

$$\overline{a \oplus b} = \bar{a} + \bar{b}, \quad \sigma_{a \oplus b} = (\sigma_a + \sigma_b)\varphi(1 + \rho). \quad (26)$$

同様に差  $A \ominus B$  は、

$$\forall \omega \in U, \quad a - b(w) = \sup_{\substack{u, v \\ w = u - v}} \underline{a} \underline{b}(u, v) \quad (27)$$

であり、 $U \times U = \text{Re}^2$  における

$$v - \bar{b} = -(\sigma_a/\sigma_b)(u - \bar{a}) \quad (28)$$

上の各点  $(u, v)$  で  $w = u - v$  を満たす  $w$  に対する  $\underline{a} \underline{b}(u, v)$  の最大値をとる。

$$w = u - v = (1 + (\sigma_b/\sigma_a))u - (\sigma_b/\sigma_a)\bar{a} - \bar{b} \quad (29)$$

であるので

$$u = (w + (\sigma_b/\sigma_a)\bar{a} + \bar{b})\sigma_a / (\sigma_a + \sigma_b) \quad (30)$$

$$v = (-w + \bar{a} + (\sigma_a/\sigma_b)\bar{b})\sigma_b / (\sigma_a + \sigma_b) \quad (31)$$

となり次式を得る。

$$\begin{aligned} a \ominus b(w) &= n(\lambda_1(u, v) + \lambda_2(u, v)) \\ &= n((w - \overline{a \ominus b}) / \sigma_{a \ominus b}) \end{aligned} \quad (32)$$

ここに

$$\overline{a \ominus b} = \bar{a} - \bar{b}, \quad (33)$$

$$\sigma_{a \ominus b} = (\sigma_a + \sigma_b)\varphi(1 - \rho).$$

Fig. 2 に  $A =$  "約3",  $B =$  "約1" でそれらの結合分布状態  $A \oplus B$  が2次元正準ファジィ数であるときの  $A \oplus B, A \ominus B$  を  $\rho = -0.4, 0, 0.8$  の場合について示した。

なお、同一のファジィ数の差  $A - A$  については、通常の拡張原理による算法では  $A - A \approx 0$  (非ファジィな厳密なゼロ) であるのに対し、ここで導入した演算では  $\underline{A} \underline{A}$  に関し  $\rho = 1$  として  $A \ominus A = 0$  を得る。

### 3. あいまい選好判断とファジィ効用差

#### 3. 1 あいまい選好判断とファジィ論的表現

代替案の集合を  $X$ , 任意の  $x, y \in X$  に対し "  $x$  が  $y$  に対して選好されるといえることへの確信度 " を

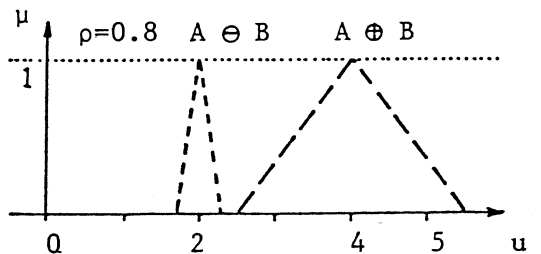
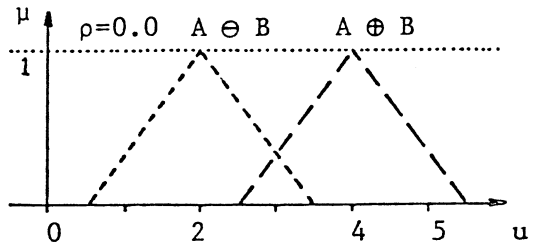
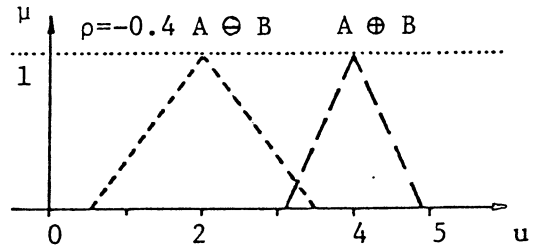
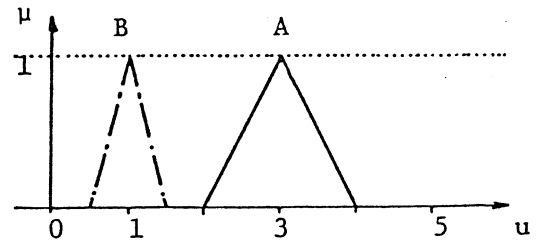


Fig. 2 2次元正準ファジィ数における和と差

$p(x, y) \in [0, 1]$  で表す。このとき

$(x, y) \in X \times X$  に対する帰属度が  $p(x, y)$  で与えられるファジィ関係  $P \subset X \times X$  を選好関係と呼ぶ。選好関係においては比較可能性, 反対称性, 推移性が重要な役割を果たす。  $\forall x, y, z \in X$ ,

$$M\text{-比較可能} : p(x, y) + p(y, x) \geq 1, \quad (34)$$

$$M\text{-反対称} : p(x, y) + p(y, x) \leq 1, \quad (35)$$

$$\begin{aligned} M\text{-推移的} : p(x, y) \wedge p(y, z) &\geq 1/2 \\ \Rightarrow p(x, z) &\geq p(x, y) \wedge p(y, z), \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} S\text{-推移的} : p(x, y) \wedge p(y, z) &\geq 1/2 \\ \Rightarrow p(x, z) &\geq p(x, y) \vee p(y, z). \end{aligned} \quad (37)$$

### 3.2 ファジィ効用差によるモデル的検討

人の内的な効用空間の存在を前提としても一対比較選好判断における”あいまいさ”を導出するモデルの考え方は大別すると2つのタイプにわかれる。

〔タイプI〕 効用値は効用空間上の非ファジィな点として表現されるが、 $x, y \in X$  に対応する効用差が小さいとあいまいな判断が生ずる。

〔タイプII〕  $x, y \in X$  に対応する効用値が効用空間上のファジィ数として表現され、その間の効用差もファジィ数となりあいまいな判断が生ずる。

さて、 $x, y$ 間の効用差を $\Delta U_{xy} \subset U = R_e$ で表すと $\Delta U_{xy} \rightarrow p(x, y)$ には種々の対応付けが考えられるが、〔タイプI〕、および〔タイプII〕で $\Delta U_{xy}$ が任意の $(x, y) \in X \times X$ に対し同形の場合には、 $\overline{\Delta U_{xy}}$ に対し $p(x, y)$ は単調非減少であり、 $\overline{\Delta U_{xy}} = 0$ なら $p(x, y) = 1/2$ なる性質を持つべきであろう。また、 $\Delta U_{xy}$ が任意の $(x, y)$ に対して準同形の場合は

i)  $\overline{\Delta U_{xy}}, \overline{\Delta U_{x'y'}} \geq 0$  のとき

$$\begin{aligned} \Delta u_{xy}(0) &\geq \Delta u_{x'y'}(0) \\ \leftrightarrow 1/2 \leq p(x, y) &\leq p(x', y') \end{aligned} \quad (38)$$

ii)  $\overline{\Delta U_{xy}} \geq 0 \geq \overline{\Delta U_{x'y'}}$  のとき

$$p(x, y) \geq 1/2 \geq p(x', y') \quad (39)$$

iii)  $\overline{\Delta U_{xy}}, \overline{\Delta U_{x'y'}} \leq 0$  のとき

$$\begin{aligned} \Delta u_{xy}(0) &\geq \Delta u_{x'y'}(0) \\ \leftrightarrow 1/2 \geq p(x, y) &\geq p(x', y') \end{aligned} \quad (40)$$

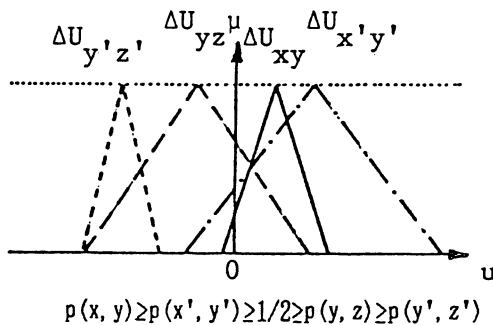


Fig. 3 準同形なファジィ効用差と選好関係帰属性の対応例

なる性質を満たすのは自然であろう。以下ではタイプIIに対する考察を進める。

多属性代替案間の一対比較選好判断モデルを考えるとき非ファジィな判断の場合、選好独立性、比較可能性および属性別の選好関係の推移性を前提とすると加法的差分構造があり、さらに属性統合比較判断でも推移性の充足を仮定すると、3属性以上の場合、

$$\Delta u_{xy} = \sum_i \Delta u_{xy}^i = \sum_i (u_x^i - u_y^i) \quad (41)$$

なるモデルが知られている。<sup>2)3)</sup>ここに $\Delta u_{xy}$ は属性統合効用差、 $\Delta u_{xy}^i$ は属性*i*に関する効用値である。ここではこのモデルにファジィ効用を導入する場合について検討する。すると、ファジィ数を用いて、

$$\Delta U_{xy} = \sum_i \Delta U_{xy}^i = \sum_i (U_x^i - U_y^i) \quad (42)$$

と表される。ここで、 $\forall x, y \in X, \forall i, U_x^i$ と $U_y^i$ は同形で $\rho_i =$ 一定な2次元正準ファジィ数であり、 $\forall i, j, i \neq j, U_x^i$ と $U_y^j$ はR-連関独立であるとする。すると、 $\forall (x, y), (x', y') \in X \times X$ に対し $\Delta U_{xy}$ と $\Delta U_{x'y'}$ は同形となる。

さてTverskyの指摘したSavageタイプの例題を確信度の上で考察する。3つの代替案 $x, y, x^*$ を”パリへの旅行”、”ローマへの旅行”、”1ドルのボーナス付パリ旅行”とする。この時、 $p(x, y) = 1/2$ であるとするとおそらく $p(x^*, x) = 1$ であっても $p(x^*, y) < 1$ なる判断が自然であろう。

ここで $\Delta U_{xy}$ と $\Delta U_{x'y'}$ が同形となるモデルでは、

$\Delta U^1$  : パリ旅行の魅力の有無による効用差

$\Delta U^2$  : ローマ旅行の魅力の有無による効用差

$\Delta U^3$  : ボーナスの有無による効用差

として、 $p(x, y) = 1/2$ と $p(x^*, x) = 1$ より

$$\overline{\Delta u_{xy}} = \overline{\Delta u^1} - \overline{\Delta u^2} = 0, \quad (43)$$

$$\overline{\Delta u_{x^*x}} = \overline{\Delta u^3} > 0 \quad (44)$$

であるので、 $p(x^*, y)$ に関して

$$\overline{\Delta u_{x^*y}} = \overline{\Delta u^1} - \overline{\Delta u^2} + \overline{\Delta u^3} = \overline{\Delta u^3} > 0 \quad (45)$$

となり、同形なファジィ効用差の場合の $\overline{\Delta u_{xy}}$ の $p(x, y)$ への単射性から、 $p(x^*, y) = p(x^*, x) = 1$ となってしまう。したがって、 $\{U_x^i\}$ に関する前述の仮定には問題があり、タイプIや通常の拡張原理によるファジィ演算を用いたファジィ効用モデルの限界を示している。(厳密にはTversky<sup>4)</sup>によるSimp

le ScalabilityとS-推移性との同値性で論ぜられる。) )

#### 4. 効用差依存の連関係数の適用

##### 4.1 効用差依存の連関係数の導入効果

前述の加法的効用差モデルの枠組みの中でSavageタイプの問題への対処として  $\{U_x^i\}$ ,  $\{U_y^i\}$  に関する3.2節での仮定のうち、属性別のファジィ効用値間の連関係数を一定とせず、 $\rho_i = t_i(\overline{\Delta u}^i)$  なる効用差依存の形式を導入する。ここに、関数  $t_i$  は、

- ①  $\overline{\Delta u}^i$  に対し単調減少、
- ②  $\overline{\Delta u}^i = 0$  ならば1、
- ③  $|\overline{\Delta u}^i| \rightarrow \infty$  に対し0なる値をとる

とする。これによりSavageタイプの例題を検討する。

属性別の効用差について

$$\Delta U_{x^*x}^1 = 0, \Delta U_{xy}^1 = \Delta U_{x^*y}^1 = \gamma_1 \quad (46)$$

$$\Delta U_{x^*x}^2 = 0, \Delta U_{xy}^2 = \Delta U_{x^*y}^2 = -\gamma_2 \quad (47)$$

$$\Delta U_{x^*x}^3 = \Delta U_{x^*y}^3 = \varepsilon, \Delta U_{xy}^3 = 0 \quad (48)$$

と表されたとする。ここに、0は非ファジィな厳密なゼロ、 $\gamma_1$  と  $\gamma_2$  は準同形であるがP-連関独立で、代表値が等しい ( $\bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_2 = \bar{\gamma}$ ) ファジィ数、 $\varepsilon$  は  $\gamma_1, \gamma_2$  双方に対しP-連関独立で、 $0 \leq \varepsilon \ll \bar{\gamma}$ 、かつ広がり係数について  $\sigma_\varepsilon \ll \sigma_{\gamma_1}, \sigma_{\gamma_2}$  なるファジィ数であるとす。したがって

$$\Delta U_{x^*x} = \Delta U_{x^*x}^1 \oplus \Delta U_{x^*x}^2 \oplus \Delta U_{x^*x}^3 = 0 \oplus 0 \oplus \varepsilon = \varepsilon \quad (49)$$

$$\Delta U_{xy} = \Delta U_{xy}^1 \oplus \Delta U_{xy}^2 \oplus \Delta U_{xy}^3 = \gamma_1 \ominus \gamma_2 \oplus 0 = 0 \quad (50)$$

$$\Delta U_{x^*y} = \Delta U_{x^*y}^1 \oplus \Delta U_{x^*y}^2 \oplus \Delta U_{x^*y}^3 = \gamma_1 \ominus \gamma_2 \oplus \varepsilon = 0 \oplus \varepsilon \quad (51)$$

となる。ここに  $0$  は  $\bar{0} = 0, \sigma_0 = (\sigma_{\gamma_1} + \sigma_{\gamma_2})$  なるファジィ数である。すると  $0 \oplus \varepsilon$  について  $\overline{0 \oplus \varepsilon} = \bar{0}, \sigma_{0 \oplus \varepsilon} = \sigma_0 + \sigma_\varepsilon = \sigma_{\gamma_1} + \sigma_{\gamma_2} + \sigma_\varepsilon$  となり、3.2節性質 i) を用い、 $p(x, y) = 1/2, p(x^*, x) = 1$  そして  $p(x^*, y) < 1$  なる結果が可能となる。

##### 4.2 連関係数の効用差依存形態

属性別の一対のファジィ効用値についてそのファジィ効用差を算定する場合、同形のファジィ効用値間の連関係数に  $\rho_i = t_i(\overline{\Delta u}^i)$  なる形を導入した。関数  $t_i(\cdot)$  の満たすべき条件として前述の①, ②, ③

に加えて次の条件を考慮する。

[付加条件] (属性別効用差代表値と選好の単調性)  $x$  と  $y$  および  $x'$  と  $y'$  は属性  $i$  以外は共通の属性水準を持つとする時、

$$\overline{\Delta u}_{xy}^i \geq \overline{\Delta u}_{x'y'}^i \Rightarrow p(x, y) \geq p(x', y'). \quad (52)$$

以下では、基準的ファジィ数  $N$  の帰属度関数  $n(\delta)$ 、および  $t_i(\overline{\Delta u}^i)$  がそれぞれ滑らかで連続な関数の場合を考察する。なお簡単化のため添字  $i$  は略す。

さて、任意の属性別ファジィ効用差は同一属性に関して互いに準同形であることから、上記の付加条件は、3.2節 i) iii) を用いて次のように書きかえられる。

$$(a) \overline{\Delta u}_{xy} \geq \overline{\Delta u}_{x'y'} > 0 \Rightarrow \Delta u_{xy}(0) \leq \Delta u_{x'y'}(0), \quad (53)$$

$$(b) 0 > \overline{\Delta u}_{xy} \geq \overline{\Delta u}_{x'y'} \Rightarrow \Delta u_{xy}(0) \geq \Delta u_{x'y'}(0). \quad (54)$$

なお、 $\overline{\Delta u}_{xy} \geq 0 \geq \overline{\Delta u}_{x'y'}$  のときは ii) より自動的に  $p(x, y) \geq 1/2 \geq p(x', y')$  を満たす。

さらにこれらを  $t(\overline{\Delta u})$  の形態に関する条件に置きかえる。

(a) について：

$$\forall \overline{\Delta u} > 0,$$

$$\partial(\Delta u(\delta; \overline{\Delta u}))/\partial(\overline{\Delta u})|_{\delta=0} \leq 0. \quad (55)$$

ここで  $U$  の広がり係数を  $\sigma$  とおくと、(32)式より

$$\Delta u(\delta; \overline{\Delta u}) = n((\delta - \overline{\Delta u})/2\sigma\varphi(1-\rho)) \quad (56)$$

$0 \leq \rho \leq 1$  から  $\varphi(1-\rho) = 1-\rho$  を考慮すると

$$\begin{aligned} & \partial(\Delta u(\delta; \overline{\Delta u}))/\partial(\overline{\Delta u})|_{\delta=0} \\ &= \{dn(\nu)/d\nu\} \{-1/2\sigma(1-t(\overline{\Delta u}))^2\} \\ & \quad \{1-t(\overline{\Delta u}) + \overline{\Delta u}(dt(\overline{\Delta u})/d(\overline{\Delta u}))\}. \quad (57) \end{aligned}$$

ここに

$$\nu = -\overline{\Delta u}/2\sigma(1-\rho) \quad (58)$$

である。 $\overline{\Delta u} > 0$  より  $0 \leq \rho = t(\overline{\Delta u}) < 1$  であり、 $\nu < 0$  となり、 $n(\nu)$  の形態より  $dn(\nu)/d\nu \geq 0$  となる。したがって

$$\{dn(\nu)/d\nu\} \{-1/2\sigma(1-t(\overline{\Delta u}))^2\} \leq 0$$

となり所与の条件は、次式と等価となる。

$$t(\overline{\Delta u}) \leq 1 + \overline{\Delta u}(dt(\overline{\Delta u})/d(\overline{\Delta u})) \quad (59)$$

(b) について：

$$\forall \overline{\Delta u} < 0, \\ \partial (\Delta u(\delta; \overline{\Delta u})) / \partial (\overline{\Delta u})|_{\delta=0} \geq 0. \quad (60)$$

であり同様の展開によって、

$$t(\overline{\Delta u}) \leq 1 + \overline{\Delta u} (dt(\overline{\Delta u})/d(\overline{\Delta u})) \quad (61)$$

と(a)に対応する不等式と同一の条件を得る。

$$\begin{cases} \overline{\Delta u} = 0 \Rightarrow t(\overline{\Delta u}) = 1, \\ \overline{\Delta u} \neq 0 \\ \Rightarrow t(\overline{\Delta u}) \leq 1 + \overline{\Delta u} (dt(\overline{\Delta u})/d(\overline{\Delta u})) \end{cases} \quad (62)$$

なる条件に変換された。

[例] 上記の付加条件を満たす  $t(\overline{\Delta u})$  の一例を示す。

$$t(\overline{\Delta u}) \begin{cases} = \exp(-\beta \overline{\Delta u}) : \overline{\Delta u} \geq 0 \\ = \exp(\beta \overline{\Delta u}) : \overline{\Delta u} < 0. \end{cases} \quad (63)$$

## 5. おわりに

帰属度関数が代表値と広がり係数の2つのパラメータで表わされるような類似のファジィ数について、2次元空間上での同時帰属度分布が連関係数  $\rho$  ( $-1 \leq \rho \leq 1$ ) によって規定される形式を導入し、2次元正準ファジィ数と呼んだ。この時ファジィ数の2項演算の方法を呈示し、特に和と差の場合の具体的算定法を示した。これは  $\rho=0$  のときを通常の拡張原理による演算のケースとして含んでいる。通常演算では和や差のファジィ数の広がり、もとの各項のファジィ数のそれより大きくなるが、この場合には逆に狭まることもある。例えば、2人の同じ位の身長の人を見てその身長の主観的認知状態がかなりの広がりをもったファジィ数で表されても、それらの差は広がり小さい”ほぼ0”なるファジィ数となる可能性は高い。これは  $\rho=1$  なるケースとして理解できる。

多属性代替案間でのあいまいな一対比較選好判断のモデル的理解では、非ファジィ選好に対する選好独立、比較可能性、推移性を前提とした加法的効用差モデルの基礎的枠組みの中でファジィ効用値を導入した。その時効用値が互いにF-連関独立とする通常のファジィ演算では不都合さをもたらすことを示し、属性別効用

差依存の連関係数を持つ2次元正準ファジィ数を用いるとそうした不都合さを解消できることを示した。

## [参考文献]

- 1) A. Kaufmann, M. M. Gupta : Introduction to Fuzzy Arithmetic, Van Nostrand Reinhold, pp 1/176, 1985.
- 2) A. Tversky : Intransitivity of Preferences, Psychological Review, 76, 1, pp31/48, 1969.
- 3) 市川惇信 : 意思決定論, 共立出版, pp29/50, 1983
- 4) A. Tversky : Elimination by Aspects: A Theory of choice, Psychological Review, 79, 4, PP 281/299, 1972.

# ファジィ結合演算による選好表現を用いた多目的問題のファジィ意思決定分析手法

九州工業大学 前田 博 村上 周太

## 1. はじめに

あいまいな環境を含んだ意思決定問題をファジィ集合理論を土台として取り扱う研究はBellman, Zadeh<sup>1)</sup>によって始められた。以来多くのファジィ意思決定手法が提案されてきている。その中で、多目的意思決定問題は、基本的には二つのアプローチから取り扱われている。

一つは、Keeney等の多属性効用関数<sup>2)</sup>を前提とした規範的意思決定分析手法をファジィ化していくアプローチ<sup>3) 4) 5)</sup>であり、他の一つは、ファジィ集合独自の概念を基礎としたアプローチ<sup>6) 7) 8)</sup>である。前者はファジィ多属性効用関数やファジィ確率の導入が特徴であり、後者はファジィ結合演算による複数目的の合成過程の表現や可能性測度の導入が特徴となっている。本論文は後者を基本的立場としながら、代替案の結果の枝分れ状態を可能性測度の代りにファジィ確率によって表わし、一連のファジィ意思決定手法を提案するものである。

さて、後者の立場の特徴の一つである複数目的の合成過程（これを選好構造と呼ぶことにする）を表わすファジィ結合演算は、意思決定者の実際の選好構造をどれ位記述できるかという観点からZimmermann<sup>9) 10)</sup>によって調べられた。その結果、従来まで公理的に用いられてきたmin演算やmax演算、あるいは幾何平均演算などでは全く不十分であり、 $\gamma$ 演算が有力であることを指摘し、複数の被験者すなわち人間に共通する選好構造の表現として $\gamma$ 演算を提案した。

本論文では、まず、一人の意思決定者の選好構造では $\gamma$ 演算によっても十分でない場合があることを示し、新たに二つの拡張 $\gamma$ 演算を提案する。次に、拡張 $\gamma$ 演算とファジィ確率を用いて、一般的な意思決定問題に対するファジィ意思決定手法を提案する。最後に、事例として学生の就職先選択問題に本手法を適用する。

## 2. ファジィ結合演算による選好構造表現

### 2.1 $\gamma$ 演算

ファジィ意思決定手法では、評価目的の記述にあいまいな表現を許しそれをファジィ集合で表わす。すなわち代替案の集合、目的の集合をそれぞれ

$$X = \{ X_1, X_2, \dots, X_n \} \quad (2-1)$$

$$C = \{ C_1, C_2, \dots, C_m \} \quad (2-2)$$

とすれば、代替案 $X_i$ が目的 $C_j$ を達成する度合は

$$\mu_{c_j} : X \rightarrow [0, 1] \quad (2-3)$$

なるメンバーシップ関数によって表わされる。例えば、目的 $C_j$ を各代替案が達成する度合は

$$\bar{C}_j(X) = \{ \mu_{c_j}(X_1)/X_1, \mu_{c_j}(X_2)/X_2, \dots, \mu_{c_j}(X_n)/X_n \} \quad (2-4)$$

なるファジィ集合で与えられる。さらに、代替案の集合 $X$ について全ての目的を統合した達成度合は

$$\bar{D}(X) = \{ \mu_c(X_1)/X_1, \mu_c(X_2)/X_2, \dots, \mu_c(X_n)/X_n \} \quad (2-5)$$

なるファジィ集合で表わされ、最良の代替案は $\mu_c(X_i)$  ( $i=1, \dots, n$ )を最大にする $X_i$ である。ここで、 $\mu_c(X_i)$ が個々の目的に対する $X_i$ の達成度合を何等かの方法で合成したものであり、この関係は

$$\mu_c(X_i) = f(\mu_{c_1}(X_i), \mu_{c_2}(X_i), \dots, \mu_{c_m}(X_i)) \quad (2-6)$$

と書ける。従来 $f$ として、min演算、max演算、幾何平均演算などが用いられてきたが、Zimmermannは実験的評価から各目的の評価の間の適当な補償\*を記述できる次の $\gamma$ 演算が有力であることを示した。

$$\mu_c = \left[ \prod_{j=1}^m (\mu_{c_j})^{\sigma_j} \right]^{1-\gamma} \left[ 1 - \prod_{j=1}^m (1 - \mu_{c_j})^{\sigma_j} \right]^{\gamma}, \quad \sum_{j=1}^m \sigma_j = m \quad (2-7)$$

$\gamma$ 演算はファジィ集合の間の結合演算の一つである代数積、代数和の凸結合で表わされる $\sigma_j$  ( $j=1, m$ )、 $\gamma$ は意思決定者によって決るパラメータであり、 $\sigma_j$ は目的 $j$ の重みを、 $\gamma$ は両演算のトレードオフを意味する。 $\gamma$ 演算は

\*人間が複数の目的の評価を合成して一つの総合評価を求める際、その値は最小評価値と最大評価値の間を取る。このような中間的な値を取る行動を補償と呼び、最小評価値から総合評価値までのずれを補償量と言う。

$\gamma$  の値が小さくなると合成評価には積演算が大きく寄与し、すなわち最小評価値からの補償量が小さくなり、 $\gamma$  が大きくなると逆に和演算が大きく寄与してくる、すなわち補償量が大きくなると解釈される。

## 2.2 ファジィ結合演算の評価<sup>11)</sup>

min演算、max演算、 $\gamma$ 演算のファジィ結合演算について、意思決定者の選好構造の表現力を調べるために、次の実験を行った。

(1)問題：多目的意思決定問題として就職先決定問題を取りあげ、三つの評価目的

$C_1$ ：勤務地の地理的望ましさ、

$C_2$ ：金銭的報酬の望ましさ、

$C_3$ ：企業種に対する望ましさを設定する。

(2)被験者：九州工業大学情報工学科、59年度4年生9人。

(3)実験方法：三つの目的の達成度合を0.1、0.5、0.9（実際は以下に示す言語で表現される）の三つのレベルの組み合わせで27組設定し、その総合評価値を

0：0.1以下、

0.1：非常に不満足、

0.2：0.1と0.3の間

0.3：不満足、

0.4：0.3と0.5の間、

0.5：どらともいえない、

0.6：0.5と0.7の間、

0.7：満足、

0.8：0.7と0.9の間、

0.9：非常に満足、

1.0：0.9以上

の中から選択させた。質問は二回行い、一回目は3目的の評価値の系統的な組み合わせについて解答を求め、2回目は評価値の組み合わせをランダムに提示し解答を求める。もし両者に違いが在れば解答を修正させる。

以上の実験データに対して三つの結合演算を当てはめ、その計算値と実験値の誤差平方和を比較した。これをTable 1に示す。ここで、 $\gamma$ 演算については最小2乗法の原理によりパラメータを同定した。これには非線形最適化手法の中から準ニュートン射影法<sup>12)</sup>を用いている。

Table 1 Total square error of calculated value versus experimental value

Data No.	$\gamma$ operation	minimum operation	maximum operation
1	0.0671	2.190	2.670
2	0.1139	2.800	2.720
3	0.1447	3.399	3.164
4	0.1424	0.900	5.233
5	0.0863	4.069	2.948
6	0.0632	2.830	2.830
7	0.0860	1.944	2.906
8	0.1612	1.160	5.800
9	0.0739	3.839	1.280

これから、 $\gamma$ 演算がmin演算やmax演算と比較して格段に勝れていることが分り、 $\gamma$ 演算が一人の意思決定者の選好構造の表現にも有効であることが確かめられる。しかしながら、 $\gamma$ 演算のなかでも被験者2、3、4、8に関しては他の被験者と比較して2倍程度の乖離が見られ、これらの意思決定者の選好構造の表現は十分ではない。

## 2.3 拡張 $\gamma$ 演算

実験データの観察から、ある被験者の選好構造を $\gamma$ 演算で十分に表現し得ない理由として、次の二つの選好構造仮説を考える。

[仮説1]

意思決定者は、各目的の達成度合を考慮して補償量を決めるパラメータ $\gamma$ を決定している、すなわち $\gamma$ の値は各目的の評価値に依存している。

[仮説2]

意思決定者は、各目的の達成度合を考慮して各目的の重みを決定している、すなわち $\sigma$ の値は各目的の評価値に依存している。

それぞれの仮説に対応させて次の二つの拡張 $\gamma$ 演算を提案する。

[拡張1]

$$\mu_c = \left[ \prod_{j=1}^m (\mu_{c_j})^{\sigma_j} \right]^{1-\gamma(\mu)} \left[ 1 - \prod_{j=1}^m (1 - \mu_{c_j})^{\sigma_j} \right]^{\gamma(\mu)}, \quad \sum_{j=1}^m \sigma_j = m, \quad (2-8)$$

$$\gamma(\mu) = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j \mu_{c_j}, \quad 0 \leq \gamma(\mu) \leq 1$$

[拡張2]

$$\mu_c = \left[ \prod_{j=1}^m (\mu_{c_j})^{\sigma_j(\mu)} \right]^{1-\gamma} \left[ 1 - \prod_{j=1}^m (1 - \mu_{c_j})^{\sigma_j(\mu)} \right]^{\gamma}, \quad \sum_{j=1}^m \sigma_j(\mu) = m, \quad (2-9)$$

$$\sigma_j(\mu) = b_{j0} + \sum_{k=1}^m b_{jk} \mu_{c_k}, \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

推定パラメータ数は目的数を $m$ とし等式制約条件を考慮すれば、拡張1で $2m$ 個、拡張2で $m^2$ 個である。これらのパラメータを $\gamma$ 演算と同じく準ニュートン射影法によって同定し、実験値に対する当てはまりの良さを見た。Table 2に誤差平方和とパラメータ数も考慮した統計的なモデルの良さの指標であるAIC値を示す。AIC規準で選好構造モデルを選択すると、被験者7以外は拡張 $\gamma$ 演算である。その中では、拡張2の方が勝れているようである。特に、 $\gamma$ 演算で当てはまりの良くなかった被験者では拡張2による改善が著しい。次に拡張 $\gamma$ 演算によって表わされた選好構造を意味付けてみよう。拡張1については被験者1を、拡張2については被験者8を対象とし、それらの推定パラメータをTable 3に示す。

Table 2 Comparison of  $\gamma$  operation with its extentions

Data No.	$\gamma$ operation	extention 1	extention 2
1	0.0671 (-155.9)	0.0222 (-179.8)	0.0462 (-154.0)
2	0.1139 (-135.7)	0.0705 (-146.2)	0.0783 (-139.8)
3	0.1447 (-135.3)	0.0989 (-139.5)	0.0623 (-145.9)
4	0.1424 (-135.6)	0.1359 (-130.9)	0.0585 (-147.6)
5	0.0863 (-149.2)	0.0543 (-155.7)	0.0377 (-159.5)
6	0.0632 (-157.6)	0.0466 (-159.8)	0.0523 (-150.7)
7	0.0860 (-149.2)	0.0695 (-149.0)	0.0695 (-143.0)
8	0.1612 (-132.3)	0.1422 (-129.5)	0.0974 (-133.9)
9	0.0739 (-153.3)	0.0501 (-157.8)	0.0384 (-159.0)

[被験者1]

目的1の重要度が大きく、目的2、目的3の重要度は同程度で小さい。目的1の達成度合が大きくなると $\gamma$ の値は小さく、すなわち補償の度合が小さくなる。しかし他の目的は $\gamma$ の値に殆ど影響しない。

[被験者2]

目的1の達成度合が目的1、目的3の重要度に大きく影響する。すなわち、目的1の達成度合が大きくなると目的1自身の重要度はさらに大きくなるが目的3の重要度は逆に小さくなる。重要度に対する目的3の影響も目的1と同じ傾向になるが、その度合は小さい。目的2は重要度へ殆ど影響しない。

3. ファジイ意思決定手法

ファジイ結合演算による選好構造表現を用いたあいまい環境下の意思決定手法の手順のまとめを以下に示し、各手順の詳細を説明していく。

Step 1) 意思決定問題の確認とそれに対する評価目的の階層構造を作成する。

Step 2) 各階層毎に意思決定者の選好構造を2章で例示したアンケート調査により調べる。

Step 3) Step 2)の調査結果を下に $\gamma$ 演算、拡張1、拡張2の三つのファジイ結合演算のパラメータを同定し、AIC基準によって階層毎に一つの選好構造モデルを選択する。

Step 4) 最下位レベルの目的について各代替案の評価値を意思決定者に求める。評価結果が一意に定まらず分枝する場合は、それぞれの枝にファジイ確率を割り当てる。

Step 5) 階層毎に求めたStep 3)の選好構造モデルを用いて最下位レベルの目的の評価結果をまとめ上げ、代替案の総合評価を求める。そして代替案のランク付けを行う。

3.1 目的の階層構造

決定問題に直面している意思決定者の多くは、自分自身の選好構造がはっきりしなくて悩み迷うものだとされている。この迷いをすっきりさせるために通常取られる手段は、代替案を選択するための基準となる評価目的の階層化である。主目的を確かめ、それをサブ目的へと分割していく過程を通して目的の階層構造が構築できる。しかし現実の問題では、目的自体を明確に表現できないことや目的がうまく分割できないことを良く経験させられるものである。ファジイ集合理論アプローチはこのような状況に対して一般の意思決定分析よりも柔軟に対応できる。従って、本意思決定手法においては、目的の記述のあいまいさも許容できるし、強いて目的を細分化しなくても良い。但し、一つの階層に属する要素数は3以内、すなわち3目的以内に制限する。これは、意思決定者の選好構造を質間に

( ): AIC value

Table 3 Example of identification by two extended  $\gamma$  operations

Parameter	Data 1	Data 8
$a_0 (\gamma)$	0.8639	0.5286
$a_1$	-0.3146	-
$a_2$	0.0779	-
$a_3$	-0.0305	-
$b_{10} (\sigma_1)$	1.9675	0.2821
$b_{11}$	-	1.3462
$b_{12}$	-	-0.1932
$b_{13}$	-	0.8057
$b_{20} (\sigma_2)$	0.4751	0.8583
$b_{21}$	-	0.3548
$b_{22}$	-	0.3047
$b_{23}$	-	-0.2993
$b_{30} (\sigma_3)$	0.5573	1.8560
$b_{31}$	-	-1.7010
$b_{32}$	-	-0.1115
$b_{33}$	-	-0.5064



よって探りだす際、回答の信憑性を考慮すれば、意思決定者が同時に考慮可能な目的数はせいぜい3目的が限度であろうと考えたためである。

### 3.2 評価の階層的統合

意思決定者の目的の階層構造が今Fig.1のようになったとする。すると、この決定問題の代替案は最下位レベルの評価目的  $C_1, D_1 (i=1,2, j=1,3)$  の達成度合によって評価されることになる。しかし、意思決定者は前節の意味で、5個の目的の達成度合を同時に考慮して一つの評価値にまとめることは困難であると考えられる。そこで、評価のまとめ上げの過程は階層的になされることになる。Fig. 1で、上位目的  $B_1$  の達成度合は  $C_1, C_2$  の達成度合をファジィ結合演算で合成することにより求められる。同様に、 $B_2$  は  $D_1, D_2, D_3$  の合成によって、最上位目的  $A$  は  $B_1, B_2$  の合成によって求められる。これは、ファジィ結合演算を  $f$  で表わせば以下のように定式化できる。

$$\mu_{B1} = f_1(\mu_{C1}, \mu_{C2}) \quad (3-1)$$

$$\mu_{B2} = f_2(\mu_{D1}, \mu_{D2}, \mu_{D3}) \quad (3-2)$$

$$\mu_A = f_3(\mu_{B1}, \mu_{B2}) \quad (3-3)$$

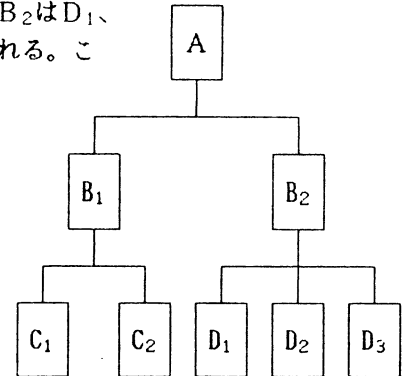


Fig.1 Illustrative example of objective hierarchy

### 3.3 ファジィ確率

ファジィ集合理論アプローチでは、目的の評価が一意に定まらず枝分れする状況の表現にはファジィ確率や可能性測度の導入が考えられる。可能性測度は確率と対照されながら議論されるが、最近両者の意味の相違や可能性測度の割当て方に関して幾つかの新しい研究<sup>13) 14) 15)</sup>が見られている。しかし一般には、可能性測度の意味の正しい理解

を予備知識のない意思決定者に求めることには無理があると考えたほうが妥当である。むしろ、我々が馴染んでいる確率を用いるほうがより現実的、実用的と判断する。以上の理由から、本意思決定手法ではファジィ確率を採用する。ファジィ確率は、「その結果の生じる確からしさはおおよそ  $a$  位」という表現を用い、 $a$  は0から1まで0.1刻みの値を取る。ファジィ確率のメンバーシップ関数は意思決定者が自由に設定できるが、ここでは、簡単化のために4章で見られるような台形型の関数を用いている。

さて、評価の枝分れが複数の目的で生じている場合は、拡張原理によるファジィ数の積 ( $\otimes$ ) 演算を用いてファジィ同時確率を求めなければならない。Fig. 2のdecision treeにおいて、状態  $i$  かつ状態  $j$  のファジィ同時確率  $\tilde{p}_{ij}$  は

$$\tilde{p}_{ij} = \tilde{p}_i \otimes \tilde{q}_j, \quad (3-4)$$

$$\mu(P_{ij}) = \bigvee_{R_j = P_i \cdot Q_j} (\mu(P_i) \wedge \mu(Q_j)) \quad (3-5)$$

で求められる。ここで、 $\sim, \bigvee, \wedge$  の記号はそれぞれファジィ集合、minimum maximumを表わし、大文字変数は対応するファジィ集合の台変数を表わす。

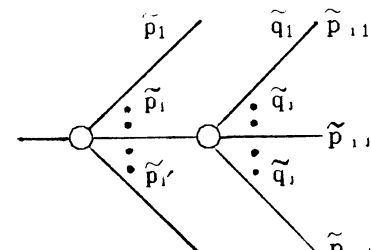


Fig. 2 Fuzzy joint probability

### 3.4 ファジィ期待評価値

代替案の評価に枝分れが存在する場合は、代替案の総合評価値としてファジィ期待評価値を求める。代替案  $X$  の評価がFig. 3のように  $i'$  個に枝分れし、 $i$  番目の評価結果に対するファジィ確率を  $\tilde{p}_i(X)$  とする。この時のファジィ期待評価値  $\tilde{v}(X)$  は

$$\tilde{v}(X) = [\mu_1^i(X) \tilde{p}_1(X)] \oplus [\mu_2^i(X) \tilde{p}_2(X)] \oplus \dots \oplus [\mu_{i'}^i(X) \tilde{p}_{i'}(X)], \quad (3-6)$$

$$\sum_{i=1}^{i'} P_i = 1$$

で定義される。 $\oplus$  は拡張原理に基づいたファジィ変数の和演算である。ファジィ集合  $\tilde{v}(X)$  のメンバーシップ値は  $\alpha$  レベル集合の表記を用いて次のように求められる。以後代替案の記号  $X$  は省略する。 $\mu(V) = \alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$  を満たす右側端点、左側端点をそれぞれ  $\alpha[\tilde{v}]_R, \alpha[\tilde{v}]_L$  とすると、

$$\alpha[\tilde{v}]_R = \max \{ V \mid \mu(V) \geq \alpha \} \quad (3-7)$$

$$\alpha[\tilde{v}]_L = \max \{ -V \mid \mu(V) \geq \alpha \} \quad (3-8)$$

同様に、状態  $i$  のファジィ確率  $\tilde{p}_i$  に対する右側端点  $\alpha[\tilde{p}_i]_R$ 、左側端点  $\alpha[\tilde{p}_i]_L$  は

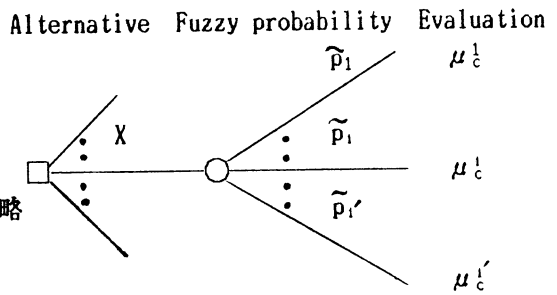


Fig. 3 Fuzzy decision tree

$$\alpha[\tilde{p}_i]_R = \max \{ P_i \mid \mu(P_i) \geq \alpha \} \quad (3-9)$$

$$\alpha[\tilde{p}_i]_L = \max \{ -P_i \mid \mu(P_i) \geq \alpha \} \quad (3-10)$$

となり、 $\mu(P_i) = \alpha$ の時の $P_i$ の領域は

$$\alpha[\tilde{p}_i]_L \leq P_i \leq \alpha[\tilde{p}_i]_R \quad (3-11)$$

となる。以上から、 $\alpha[\tilde{v}]_R$ 、 $\alpha[\tilde{v}]_L$ はLP問題

$$Z = \sum_{i=1}^I P_i \mu_i \quad (3-12)$$

$$s. t. \sum_{i=1}^I P_i = 1,$$

$$\alpha[\tilde{p}_i]_L \leq P_i \leq \alpha[\tilde{p}_i]_R$$

の解である、すなわち

$$\alpha[\tilde{v}]_R = \max (Z) \quad (3-13)$$

$$\alpha[\tilde{v}]_L = \max (-Z) \quad (3-14)$$

となる。

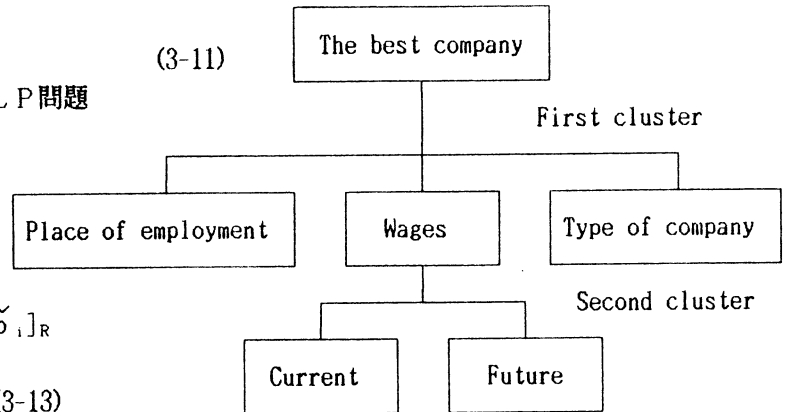


Fig. 4 Objective-hierarchy in a company choice problem for getting a job

### 3.5 代替案のランキング

最終的にまとめ上げられた代替案の評価は、最下位目的の評価結果に枝分れがない場合は一つのスカラ値で枝分れがある場合は期待評価値のファジィ集合で与えられる。従って、代替案を一般的にランキングするためには、期待評価値のファジィ集合を一つのスカラ値に代表

Table 4 Evaluation of fuzzy connectives

させる必要がある。このための方法は種々提案<sup>16) 17)</sup>されているが、医療診断分野や制御分野で広く使われている平均法を用いる。すると、ファジィ集合 $\tilde{v}$ のスカラ評価値 $S$ は

$$S = \int_0^1 V \mu(V) dV / \int_0^1 \mu(V) dV \quad (3-15)$$

で求められる。

Cluster	$\gamma$	Extention 1	Extention 2
First	0.11147 (-142.23)	0.07861 (-145.65)	0.06885 (-143.23)
Second	0.02682 (-48.34)	0.00876 (-54.42)	0.01764 (-48.11)

( ) = AIC value

## 4. 事例

ファジィ意思決定手法の適用事例として、九州工業大学情報工学科60年度4年生K君の就職先決定問題を取り上げる。まず、評価目的の階層構造がFig.4のように構築された。次に、階層毎に選好構造を同定した結果、各階層におけるファジィ結合演算の誤差平方和とAIC値はTable4のようになり、第一階層、第2階層共に拡張1演算が選好構造モデルとして採択された。その推定パラメータをTable5に示す。代替案として4社が考慮され、それらの最下位目的の達成度合の評価をTable6にまとめている。ここで、目的「地理的条件の望ましさ」については評価が一意に定まらず、ファジィ確率を使用されている (table6の~の付された数値)。ファジィ確率のメンバーシップ関数は意思決定者の主観によって種々設定できるが、ここではFig.5のような台形型の関数を用いている。以上から、代替案全ての目的を統合した総合評価のファジィ集合 $D(X)$ は

$$D(X) = \{ 0.55/X_1, 0.68/X_2, 0.69/X_3, 0.49/X_4 \} \quad (4-1)$$

と求められ、代替案 $X_3$ が最も望ましく、ほぼ同定度で $X_2$ が続くという結果となった。これはK君の直感的な印象と対応しているとの評価を得ている。

## 5. おわりに

本論文では、意思決定者の選好構造の表現として、ファジィ集合間の結合演算の一つである $\gamma$ 演算を基にしてその記述性をさらに高めた二つの拡張 $\gamma$ 演算を提案し、その有効性を実験的に確かめた。ついで、この選好構造表現を核とした一連のファジィ意思決定手法を確立し、学生の就職先選択問題に適用した。その結果、本手法があいまい環境下の意思決定問題に対して柔軟に対応でき有効であることが確かめられた。今後、実用性をさらに高めるためには、適切なマンマシンインタフェースを備えた対話型システムの開発が必要であり、現在進行中である。

Table 5 Estimated parameters of fuzzy connectives

Parameter	First cluster	Second cluster
$a_0$	.74975	.72546
$a_1$	-.27889	.24415
$a_2$	.06583	-.89094
$a_3$	.16370	-
$\sigma_1$	1.01085	.06145
$\sigma_2$	1.29101	1.93855
$\sigma_3$	.69815	-

Table 6 Evaluations of the lowest-level objectives

Alternatives	Place	Wages		Type
		Current	Future	
X <sub>1</sub>	.7 .5	.6	.6	.6
	.3 .5			
X <sub>2</sub>	.8 .8	.6	.8	.6
	.3 .2			
X <sub>3</sub>	.8 .6	.4	.8	.7
	.3 .4			
X <sub>4</sub>	.7 .7	.8	.6	.4
	.5 .3			

参考文献

- 1) R. Bellmann and L. A. Zadeh :Decision-making in a Fuzzy Environment, Management Science, 17, 141/164 (1970)
- 2) R. L. Keeney and H. Raiffa :Decisions with Multiple Objectives, John Wiley & Sons (1976)
- 3) J. M. Adamo :Fuzzy Decision Trees, Fuzzy Sets and Systems, 4, 207/219 (1980)
- 4) S. Murakami, H. Maeda and S. Imamura :Fuzzy Decision Analysis on the Development of Centralized Regional Energy Control System, Proceedings of the IFAC Symposium, Maseille, 363/368 (1983)
- 5) F. Seo and M. Sakawa :Fuzzy Multiattribute Utility Analysis for Collective Choice, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, SMC-15, 1, 45/53 (1985)
- 6) R. R. Yager :Fuzzy Decision Making Including Unequal Objectives, Fuzzy Sets and Systems, 1, 87/95 (1978)
- 7) R. R. Yager :Possibilistic Decision Making, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, SMC-9, 7, 388/392 (1979)
- 8) R. R. Yager :Aspects of Possibilistic Uncertainty, Int. J. Man-Machine Studies, 12, 283/298(1980)
- 9) H. J. Zimmermann and P. Zysno :Latent Connectives in Humann-Decision Making, Fuzzy Sets and Systems, 10, 243/260 (1980)
- 10)H. J. Zimmermann and P. Zysno :Decisions and Evaluations by Hierarchical Aggregation of Information, Fuzzy Sets and Systems, 10, 243/260 (1983)
- 11)前田博、村上周太：ファジィ集合演算を用いた意思決定者の選好構造の表現、第11回システムシンポジウム講演論文集、237/242 (1985)
- 12)今野浩、山下浩：非線形計画法、196/216、日科技連 (1978)
- 13)B. Natvig :Possibility Versus Probability, Fuzzy Sets and Systems, 10, 31/36 (1983)
- 14)D. Dubois and H. Prade :Unfair Coins and Necessity Measures:Towards a Possibilistic Interpretation of Histograms, Fuzzy Sets and Systems, 10, 15/20 (1983)
- 15)A. N. S. Freeling :Possibilities versus Fuzzy Probabilities - Two Alternative Fuzzy Decision Aids, TIMS/Studies in the Management Sciences, 20, 67/81 (1984)
- 16)M. Braae and D. A. Rutherford :Fuzzy Relations in a Control Setting, Kybernetics, 7, 185/188 (1978)
- 17)J. F. Baldwin and N. C. F. Guid :Comparison of Fuzzy Sets on the Same Decision Space, Fuzzy Sets and Systems, 2, 213/231 (1979)

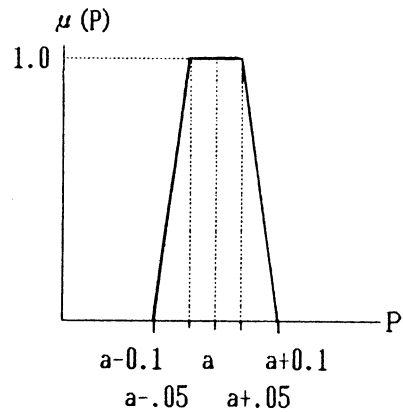


Fig. 5 Membership function of fuzzy probability of "about a"

林 勲(I.Hayashi) 大阪府立大学 (Univ. of Osaka Prefecture)  
 田中 英夫(H.Tanaka) 大阪府立大学 (Univ. of Osaka Prefecture)  
 大野 俊夫(T.Ohono) 豊田工業高等専門学校(Toyota Technical College)  
 高木 不折(F.Takagi) 名古屋大学 (Nagoya University)

**Abstract** Recently, a possibility model which deals with fuzziness as the concept of possibility have been discussed. We formulated the Group Method of Data Handling (GMDH) by using possibility models. The GMDH formulated by possibility model is called the fuzzy GMDH. In this paper, an application of the fuzzy GMDH to the prediction of water temperatures in a dam reservoir is presented.

1. はじめに

Zadeh<sup>1)</sup>によって可能性の概念が導入されて以来、ファジィ集合を可能性分布とみなしている。あいまいさを可能性分布によって捕える可能性モデル<sup>2)</sup>という考え方がある。確率モデルが確率測度に基づいているように、可能性モデルは可能性測度に基づいて構成されている。

可能性の観点から係数がファジィ数である線形関数を可能的線形関数と呼び、これを用いたモデルを可能的線形システムという。係数の可能性によって関数の値の可能性の度合いを計算している。可能的線形システムによる回帰分析はすでに定式化<sup>3),4)</sup>され、その応用<sup>5),6)</sup>もなされている。

モデリングを行なう対象のシステムが複雑で大規模な構造である場合、GMDH(Group Method of Data Handling)は有効な手法である。可能的線形システムによる回帰分析を用いたGMDHの定式化はすでになされている<sup>7)</sup>。この可能的線形システムによるGMDHをファジィGMDHと呼ぶ。本論文ではダム貯水池水温の解析と予測をファジィGMDHを用いて行なう。

ダム貯水池の水温構造は、その規模、気候学的要因やダム運用方法などの多数の条件に左右され、その構造は複雑で時間とともに不確定的に変動している。本論文では、この水

温変化をダム貯水池が持つ構造上のあいまいさによるものと仮定する。すなわち、通常のGMDHが、回帰モデルを用いて観測値とモデルによる推定値の誤差を最小にするモデルを得るのに対し、ファジィGMDHは、可能性モデルを用いて、観測値と推定値との差を可能性分布にしたがうと仮定し、観測値を推定のファジィ数にある度合いで含むように構成する。ファジィ数は区間の一般化であるので、ファジィGMDHは区間分析的手法である。

ダム貯水池は愛知県北中部にある矢作川水系ダム群内の第一矢作ダムを用い、その貯水池水温の解析をファジィGMDHによって行ない、そのモデルによる予測結果を得た。解析結果および予測結果から、あいまいな現象の予測にはファジィGMDHが有効であると考えられる。

2. 可能的線形システム

係数がファジィ数によって定義された線形システムを可能的線形システムと呼ぶ。ただし、ファジィ数Aとは $R^1$ 上のファジィ集合で、そのメンバシップ関数 $\mu_A: R \rightarrow [0,1]$ が次のものを満足するものをいう。

- (1)  $[A]_h = \{ x \mid \mu_A(x) \geq h \}$  が閉区間
- (2)  $\mu_A(x) = 1$ となるxが存在する
- (3)  $\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \mu_A(x_1) \wedge \mu_A(x_2)$

$\lambda \in [0, 1]$ ,  $\wedge : \min$

ファジィ数の例として、D. Dubois と H. Prade<sup>9)</sup>によるL-Rファジィ数の定義が有益である。ここでは対称なファジィ数のみを取り扱うのでファジィ数を次のように表わす。

[定義1] 対称なファジィ数  $A$  を  $A = (\alpha, c)$  と表現し、そのメンバシップ関数を次のように定義する。

$$\mu_A(x) = L((x - \alpha)/c); \quad c > 0 \quad (1)$$

ただし、 $L(x)$  は型関数と呼ばれ、(i)  $L(x) = L(-x)$ , (ii)  $L(0) = 1$ , (iii)  $L(x)$  は厳密に減少する関数である。

関数  $L(x)$  の例は  $p > 0$  として、 $L_1(x) = \max(0, 1 - |x|^p)$ ,  $L_2(x) = e^{-|x|^p}$ ,  $L_3(x) = 1/(1 + |x|^p)$  などが考えられている。  $p=1$  として、 $L_1(x)$  を考えると、これは三角形のファジィ数であり、 $\alpha$  は中心を、また  $c$  は幅を表わしている。

ファジィ数の演算を拡張原理によって定義する。

[定義2] 関数  $y = f(x_1, \dots, x_n)$  が与えられると、入力  $x_1, \dots, x_n$  の代わりにファジィ入力  $A_1, \dots, A_n$  のときのファジィ出力  $Y = f(A_1, \dots, A_n)$  は

$$\mu_Y(y) = \sup_{\substack{x_1, \dots, x_n \\ f(x_1, \dots, x_n) = y}} \mu_{A_1}(x_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(x_n) \quad (2)$$

によって定義する。

さて、対称なファジィ数  $A_i = (\alpha_i, c_i)$  によって可能的線形システムを

$$Y = A_1 x_1 + \dots + A_n x_n \triangleq AX \quad (3)$$

と表わす。ただし、ファジィ数  $A_i$  のメンバシップ関数は

$$\mu_{A_i}(a_i) = L((a_i - \alpha_i)/c_i) \quad (4)$$

である。定義2の拡張原理によって(3)式は次のようになる。

[定理1] 可能的線形システムのファジィ出力(3)式は

$$\mu_Y(y) = L((y - \alpha)/c^* |x|) \quad (5)$$

となる。ただし、 $|x| = (|x_1|, \dots, |x_n|)^t$  である。

定理1が成り立つことは文献3)から容易に分かるのでここでは省略する。

### 3. ファジィGMDH

#### 3.1 部分表現と可能的線形回帰

予測モデルの一手法であるGMDHは線形モデルの応用である<sup>9)~11)</sup>。いま、入力変数を

$x_j, j=1, 2, \dots, n$ , 出力変数を  $y$  とすると、入出力関係には、 $y = F(x_1, \dots, x_n)$  のような従属関係  $F$  がある。この関係式  $F$  を完全表現とよぶ<sup>11)</sup>。

ファジィGMDHでは、完全表現  $F$  の推定モデル  $\hat{F}$  を、次のような可能的線形システムを用いて表わす。

$$\hat{y} = \hat{F}(x_1, \dots, x_n) = A_0 + \sum_{k_1} A_{k_1} x_{k_1} + \sum_{k_1, k_2} A_{k_1 k_2} x_{k_1} x_{k_2} + \dots \quad (6)$$

推定モデル  $\hat{F}$  を得るために、次のような部分表現式

$$Y_i = B_0 + B_1 x_{i1} + \dots + B_k x_{ik} \triangleq Bx \quad (7)$$

を用いる。ここで、 $B = (B_0, \dots, B_k)$  はファジィ係数、 $x = (x_{i1}, \dots, x_{ik})^t$  は  $x_1 \times \dots \times x_n$  の部分集合であり、 $Y_i$  は推定のファジィ数である。ファジィ係数  $B$  は可能的線形回帰を用いて、得られる。

可能的線形回帰とは、可能的線形システムをモデルとする回帰分析手法である<sup>3)</sup>。可能的線形回帰は、観測値  $y_i$  と推定値  $Y_i$  との差は、ファジィ係数  $B$  の可能性に依存していると考えられる。したがって、次の仮定のもとで推定値を求めることができる。

(1) ある層での観測データ  $(x_i, y_i)$   $i=1, 2, \dots, N$  と、ある可能性の度合い  $h$  ( $0 \leq h < 1$ )、が与えられると、観測値  $y_i$  が推定値  $Y_i$  に可能性  $h$  以上で含まれることを保証する。

$$\mu_{Y_i}(y_i) \geq h \quad (8)$$

ファジィ係数を定義1によるL-R型ファジィ数  $B_j = (\beta_j, d_j)$  とし式(5)を用いると、式(8)は次のようになる。

$$L((y_i - x_i^t \beta)/d^t |x_i|) \geq h \quad (9)$$

ただし、 $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)^t$ ,  $d = (d_1, \dots, d_n)^t$  であり、 $d^t |x_i| \leq |y_i - x_i^t \beta|$  となる  $y_i$  については  $\mu_{Y_i}(y_i) = 0$  とする。

(2) 推定のファジィ数  $Y$  は(9)式の拘束条件のもとに、推定のファジィ数のあいまいさを最小にするファジィ係数を求めることにより決定される。

可能的線形システムによって得られる推定のファジィ数のあいまいさの評価を次のようにする。

$$S = \sum_{i=1}^n d^t |x_i| \quad (10)$$

ここで、 $S$  は推定のファジィ数  $Y_i$  の幅の合計である。これは通常的回帰モデルの誤差の二乗和に相当する。

(1), (2) の仮定から、ここでの問題は拘束条件 (9) 式のもとに推定のファジィ数のあいまいさ  $S$  を最小にするファジィ係数  $B=(\beta, d)_L$  を求めることである。これは次の線形計画問題である。

$$\begin{cases} \min_{\alpha, \beta} \sum_{i=1}^n d^i |x_i| \\ \text{subject to} \\ |L(h) - d^i |x_i| + x_i^+ \beta \geq y \\ |L(h) - d^i |x_i| + x_i^- \beta \geq -y \\ d^i > 0, \quad i=1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (11)$$

(8) 式の拘束条件は与えられた観測値  $y_i$  が推定のファジィ数  $Y_i$  に度合い  $h$  以上で含まれていることを保証しているため、この  $h$  を適合基準と呼んでいる。

### 3. 2 推定モデルの選択基準

観測データ  $(x_i, y_i)$  が与えられた場合、推定モデルの良さを表わす基準を議論する必要がある。複数個の推定モデルが与えられている場合に、最良モデルを選択する基準設定の問題について考える。その評価指標として、次の評価関数を定義する。

[定義 3]

$$J = \frac{\sum_{i=1}^n J_i^2}{\sum_{i=1}^n J_i} = \frac{\sum_{i=1}^n d^i |x_i|}{\sum_{i=1}^n \mu_{Y_i}(y_i)} \quad (12)$$

$J_i^1$  は推定値  $Y_i$  が観測値  $y_i$  を含む可能性の度合いを示している。評価値  $J_i^1$  が高い値を持つ推定値  $Y_i$  ほど、観測値  $y_i$  を含む可能性が高くなり、観測値  $y_i$  により近似しているといえる。

$J_i^2$  は推定値  $Y_i$  の幅を示している。評価値  $J_i^2$  が非常に大きい値の場合、推定値  $Y_i$  の幅が大きくなり、推定の意味がなくなる。したがって、評価値  $J_i^2$  はその値が小さいほど、幅の小さい推定という意味でよいと考えられる。

すなわち、評価値  $J$  の値が小さい推定モデルほど観測データ  $(x_i, y_i)$  に近似したモデルであるといえる。

### 3. 3 ファジィ GMDH

ファジィ GMDH のアルゴリズムを説明しよう。

ステップ 1 : 観測値  $y_i$  に関係する入力変数  $x_{ij}$ ,  $i=1, 2, \dots, N, j=1, 2, \dots, m$  を定める。必要があれば観測データ  $(x_i, y_i)$  の正規化を行なう。

ステップ 2 : 観測値  $y_i$  と各入力変数  $x_j$  との相関をとり、相関関係の大きい入力変数  $x_j$ ,  $j=1, 2, \dots, n$  のみを選択する。

ステップ 3 : 観測データ  $(x_i, y_i)$  を可能的線形回帰を得るためのトレーニングデータ

(以下 TRD と記す:  $N_c$  個) と中間変数の選択に用いるチェックングデータ (以下 CHD と記す:  $N_c$  個) とに分割する。分割する方法はデータ番号  $i$  の中で、3 の整数倍にあたるデータ ( $i=3, 6, 9, \dots$ ) と最後のデータとを CHD に、その他のデータは TRD に分割する。

ステップ 4 : 入力変数  $x_j$  の 2 個の組み合わせ  $x_p, x_q$  に対して、TRD から部分表現式を次式の可能的線形システムとする。

$$Y_k = A_{0k} + A_{1k}x_p + A_{2k}x_q + A_{3k}(x_p)^2 + A_{4k}(x_q)^2 + A_{5k}x_p x_q \quad (13)$$

ただし、 $k=1, 2, \dots, n(n-1)/2$ 、ファジィ係数  $A=(\alpha, c)$  は (11) 式の線形計画問題を解くことにより得られる。推定値  $Y_k$  はファジィ数であるので次層での中間変数は  $x_k = \{\check{y}_k \mid \mu_{Y_k}(\check{y}_k) = 1\}$  となるメンバシップ値が 1 のところの値を用いる。

ステップ 5 : ステップ 4 において、TRD に基づいて決定されたファジィ係数  $A$  を用い、CHD を (13) 式により変換する。部分表現  $Y_k$  の観測値  $y$  への近似度を (12) 式により計算し、その値を  $J_k$  とする。評価値  $J_k$  を小さくするものから  $r$  個、中間変数を選択し、後はすてる。評価値  $J_k$  を用いて、その層でのしきい値  $\theta$  を次のように決める。

$$\theta = \min_k J_k \quad (15)$$

ステップ 6 : ステップ 4 により得られた  $x_p = \check{y}_p, x_q = \check{y}_q$  を用いて、次層での部分表現式を構成する。以下、ステップ 4 ~ ステップ 6 を繰り返す。

ステップ 7 : ステップ 5 での評価値  $J_k$  を用いて、第  $t$  層でのしきい値  $\theta_t$  と第  $t+1$  層でのしきい値  $\theta_{t+1}$  とが次の関係になった場合に計算を停止する。

$$\theta_{t+1} = \min_s J_s \geq \theta_t = \min_k J_k \quad (16) \\ t=1, 2, \dots$$

前層までに計算された中間変数を次々と代入すれば、推定モデルである可能的線形システムが得られる。

ファジィ GMDH を構成し、層の計算を繰り返すときに、収束性が問題になる。このとき、次の定理は有用である。

〔定理2〕 推定モデルの構造を決定する TRD に関して、部分表現によって得られる推定のファジィ数のあいまいさに次の関係がある。

$$S_k^{t+1} \leq \min(S_p^t, S_q^t) \quad (17)$$

ただし、

$S_p^t$ : 第  $t$  層での第  $P$  番目の部分表現  $Y_p$  によって得られる推定のファジィ数のあいまいさ

$S_q^t$ : 第  $t$  層での第  $q$  番目の部分表現  $Y_q$  による推定のファジィ数のあいまいさ

$S_k^{t+1}$ : 部分表現  $Y_p$  と  $Y_q$  とを中間変数とする第  $t+1$  層での部分表現  $Y_k$  による推定のファジィ数のあいまいさ

定理2から、通常のGMDHの収束性<sup>(2)</sup>と同じことがいえている。

#### 4. ダム貯水池水温への応用

水温は水の理化学的性質の中で重要な物理量の一つである。また、水温は水稻の発育上大きな要素であり、農業用貯水池では水温を考慮してできるだけ暖かい表層水を取水して利用することが必要である。したがって、その水温の挙動と予測の研究は生活、産業上重要な意義を持ち、貯水池の水の挙動の研究やその総合的調査はこの問題への重要なアプローチである<sup>(3),(4)</sup>。

ここでは、貯水池の水温構造をファジィGMDHによって分析する。また、得られた推定モデルを用いて水温の予測を行なう。

対象とするダム貯水池は愛知県北中部の矢作川水系の第一矢作ダムである。このダム貯水池での昭和55年6月1日から8月31日までの気温(°C)、水深5m, 10m, および15mでの水温(°C)が得られている。

ファジィGMDHのアルゴリズムの適用により、ファジィGMDHの構造同定を以下に述べる。

入出力変数を表1に示す。各水深での  $k$  日目の水温  $y_k$  を出力変数として、入力変数を時系列気温  $x_{1,k-1}, \dots, x_{1,k-10}$ 、および、各出力変数での水深観測値点より上層部の時系列水温を用いる。また、用いるデータの使用期間は7月1日から7月31日までの31日間とする。

ファジィGMDHのアルゴリズムを適用するとき、次のような仮定を行なう。

(i) 部分表現式のファジィ係数  $B_j$ ,  $j=1$

, 2, ..., 5 のメンバシップ関数を定義2から、 $L_1(X) = \max(0, 1 - |x|)$  とする。すなわち、次のようになる。

$$\mu_{B_j}(b_j) = 1 - (|\beta_j - b_j| / d_j) \quad (18)$$

$$\beta_j - d_j \leq b_j \leq \beta_j + d_j$$

ただし、 $d_j > 0$ 。

(ii) 31個の観測データを TRD, CHD に分割し、 $N_t=20$ (個)、 $N_c=11$ (個) とする。

(iii) 適合度基準を  $h=0$  とする。

計算アルゴリズムの結果、各水深での実測水温に対して得られた推定モデルを表2、および図1~図3に表わす。

表2、および図1~図3の結果から次のことがいえる。

(1) ファジィGMDHによる推定値は図1~図3に見られるように中心値と上限値、下限値を持つファジィ数として得られる。与えられた TRD に対して得られた推定のファジィ数は  $\mu_{y_i}(y_i) \geq 0$  を保証し、TRD を包むように推定モデルが構成されているのがわかる。

(2) 推定モデルの入力変数は表2に見られるように、推定される日の1~3日前という近日中の気温や水温を表わす変数が多く選ばれている。この結果から、貯水池の水温に影響を与えるのは近日中の気温や水温データであるといえるので、水温を予測するモデルを得るときの入力変数として、近日中の気温や水温を表わす変数を考えれば十分であるといえる。

(3) 推定モデルに与える水深の影響について考えてみる。水深が5m, 10m, および15mと深くなるにしたがって、推定モデルの評価値  $S, J$  の値が  $S_{5m} > S_{10m} > S_{15m}$ ,  $J_{5m} > J_{10m} > J_{15m}$  となっている。これは、水深15mでの推定モデルを得るための入力変数は時系列気温、および水深5m, 10mでの時系列水温であり、水深5m, 10mでの推定モデルを得るための入力変数の項数の数よりも多く、それだけ情報量が多いもとの推定モデルが得られているからと考えられる。

次に、得られた推定モデルを用いて、昭和55年8月1日から8月31日までの1ヵ月間の水温の予測を行なう。図4に水深10mでの推定モデルを用いた水温の予測を示す。観測データ31個のうち、22個が推定のファジィ数に含まれている。また、推定のファジィ数の幅

の平均は 0.3 (°C) と小さく、良い予測が得られている。

## 5. おすび

通常のGMDHは観測誤差が正規分布するという確率モデルを用いて構成されているが、ファジィGMDHは係数が可能性分布するという可能性モデルのもとに構成されている。本論文ではダム貯水池の水温の変化を可能性分布にしたがうと仮定し、ファジィGMDHを用いてダム貯水池の構造を明らかにし、水温の予測を行なった。ファジィGMDHは新しいモデル化法であり、ファジィGMDHによる推定値はファジィ数で得られるので、区間的予想が可能である。

## 参考文献

- 1) L.A.Zadeh : Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, 1-1, 3/28 (1978)
- 2) 田中 : 可能性モデルとその応用、システムと制御、28-7、447/451 (1984)
- 3) 田中、上嶋、浅居 : ファジィ関数による線形回帰モデル、J. of the Operations Research Society of Japan, 25-2, 162/174 (1982)
- 4) H.Tanaka, S.Uejima and K.Asai : Linear Regression Analysis with Fuzzy Model, IEEE Trans. SMC, 12-6,903/907 (1982)
- 5) H.Tanaka, T.Shimomura, J.Watada and K.Asai : Fuzzy Linear Regression Analysis of the Number of Staff in Local Government, FIP-84 at Kauai, Hawaii, on July 22-26 (1984)
- 6) B.Heshmaty and K.Kandel : Fuzzy Linear Regression and its Applications to Forecasting in Uncertain Environment, Fuzzy Sets and Systems, 15-2, 159/191 (1985)
- 7) 田中、林、浅居 : ファジィGMDHの定式化、第29回システムと制御研究発表講演会、219/220 (1985)
- 8) D.Dubois and H.Prade : Fuzzy Sets and Systems ; Theory and Applications, Academic Press, New York (1980)
- 9) A.G.Ivakhnenko : The Group Method of Data Handling ; a Rival of the Method of Stochastic Approximation, Soviet Automatic Control, 13-3, 43/55 (1968)
- 10) A.G.Ivakhnenko : Heuristic Self - Organization in Problems of Engineering Cybernetics, Automatica, 6 207/219 (1970)
- 11) A.G.Ivakhnenko : Polynomial Theory Complex Systems, IEEE Trans. SMC, 1-14 364/378 (1971)
- 12) A.G.Ivakhnenko et al : Unique Construction of Regression Curve Using a Small Number of Points-Part 2, Soviet Automatic Control, 6-5, 29/41 (1973)
- 13) 河村、大野、渡辺 : 確率モデルによるダム群貯水池水温の解析と予測、農土論集、107、55/63 (1983)
- 14) 大野、渡辺 : 確率系解析の水温予測への適用、土木論集、283、57/66 (1979)



表 1 出力変数と入力変数

出力変数 Y <sub>k</sub>	入力変数		
	気温・X <sub>1</sub>	水深5m水温・X <sub>2</sub>	水深10m水温・X <sub>3</sub>
水深5m・水温	X <sub>1,k-1</sub> , ..., X <sub>1,k-10</sub>	——	——
水深10m・水温	X <sub>1,k-1</sub> , ..., X <sub>1,k-10</sub>	X <sub>2,k-1</sub> , ..., X <sub>2,k-10</sub>	——
水深15m・水温	X <sub>1,k-1</sub> , ..., X <sub>1,k-10</sub>	X <sub>2,k-1</sub> , ..., X <sub>2,k-10</sub>	X <sub>3,k-1</sub> , ..., X <sub>3,k-10</sub>

表 2 推定モデルとあいまいさSおよび評価値J

水深	推定モデル式	ファジィ係数 A <sub>j</sub> =(α <sub>j</sub> , c <sub>j</sub> )	入力変数	通過層	あいまいさS	評価値J
5m	Y=A <sub>0</sub> +A <sub>1</sub> X <sub>1,1</sub> <sup>2</sup> +A <sub>2</sub> (X <sub>1,8</sub> ) <sup>2</sup>	A <sub>0</sub> =(19.45, 0.8) A <sub>1</sub> =(0.07×10 <sup>-2</sup> , 0) A <sub>2</sub> =(0.12×10 <sup>-2</sup> , 0)	X <sub>1,1</sub> : 1日前の 気温 X <sub>1,8</sub> : 8日前の 気温	2	15.04	1.44
10m	Y=A <sub>0</sub> +A <sub>1</sub> X <sub>2,1</sub> X <sub>2,3</sub> +A <sub>2</sub> X <sub>2,2</sub> X <sub>2,5</sub> +A <sub>3</sub> (X <sub>2,2</sub> ) <sup>2</sup> +A <sub>4</sub> X <sub>2,1</sub> (X <sub>2,2</sub> )X <sub>2,3</sub> +A <sub>5</sub> X <sub>2,1</sub> X <sub>2,2</sub> ×X <sub>2,3</sub> X <sub>2,5</sub> +A <sub>6</sub> (X <sub>2,2</sub> )(X <sub>2,5</sub> ) <sup>2</sup>	A <sub>0</sub> =(13.46, 0.3) A <sub>1</sub> =(0.37×10 <sup>-2</sup> , 0) A <sub>2</sub> =(0.4×10 <sup>-2</sup> , 0) A <sub>3</sub> =(0.26×10 <sup>-2</sup> , 0) A <sub>4</sub> =(0.02×10 <sup>-4</sup> , 0) A <sub>5</sub> =(0.03×10 <sup>-4</sup> , 0) A <sub>6</sub> =(0.77×10 <sup>-4</sup> , 0)	X <sub>2,1</sub> : 1日前の 5m水温 X <sub>2,2</sub> : 2日前の 5m水温 X <sub>2,3</sub> : 3日前の 5m水温 X <sub>2,5</sub> : 5日前の 5m水温	2	6.46	0.55
15m	Y=A <sub>0</sub> +A <sub>1</sub> X <sub>2,1</sub> +A <sub>2</sub> (X <sub>2,1</sub> ) <sup>2</sup> +A <sub>3</sub> (X <sub>3,1</sub> ) <sup>2</sup> +A <sub>4</sub> X <sub>1,2</sub> X <sub>3,1</sub> +A <sub>5</sub> X <sub>2,1</sub> X <sub>3,3</sub> +A <sub>6</sub> (X <sub>2,1</sub> ) <sup>2</sup> X <sub>3,3</sub> +A <sub>7</sub> (X <sub>2,1</sub> )(X <sub>3,3</sub> ) <sup>2</sup> +A <sub>8</sub> (X <sub>3,1</sub> ) <sup>4</sup>	A <sub>0</sub> =(10.1, 0.2) A <sub>1</sub> =(0.11, 0) A <sub>2</sub> =(0.41×10 <sup>-2</sup> , 0) A <sub>3</sub> =(0.39×10 <sup>-2</sup> , 0) A <sub>4</sub> =(0.04×10 <sup>-2</sup> , 0) A <sub>5</sub> =(0.23×10 <sup>-2</sup> , 0) A <sub>6</sub> =(0.17×10 <sup>-3</sup> , 0) A <sub>7</sub> =(0.02×10 <sup>-4</sup> , 0) A <sub>8</sub> =(0.03×10 <sup>-4</sup> , 0)	X <sub>1,2</sub> : 2日前の 気温 X <sub>2,1</sub> : 1日前の 5m水温 X <sub>3,1</sub> : 1日前の 10m水温 X <sub>3,3</sub> : 3日前の 10m水温	2	4.46	0.41

5 m 水温

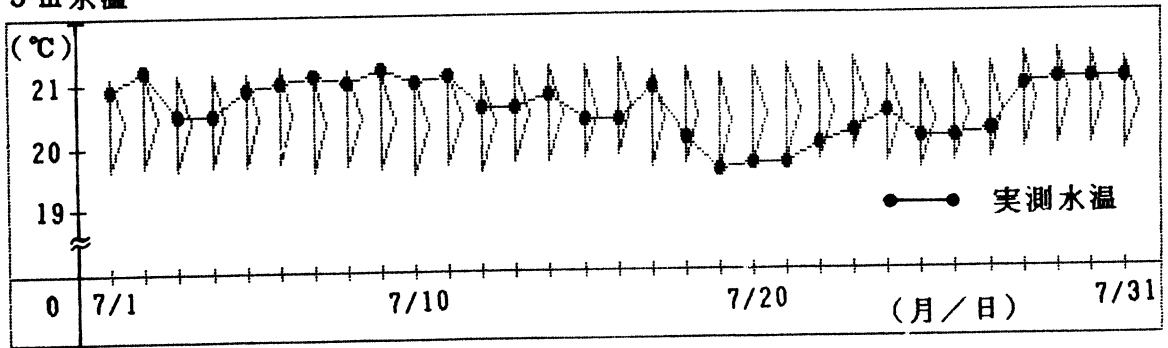


図1 水深5 mでの水温変化と推定のファジィ数

10 m 水温

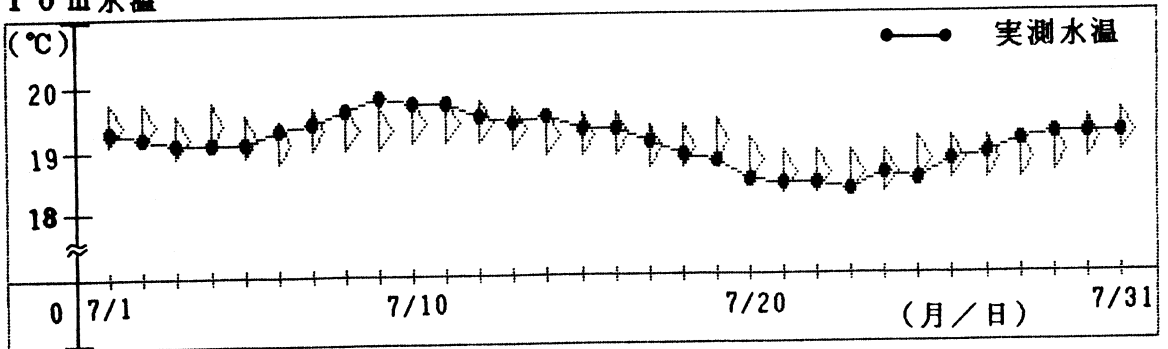


図2 水深10 mでの水温変化と推定のファジィ数

15 m 水温

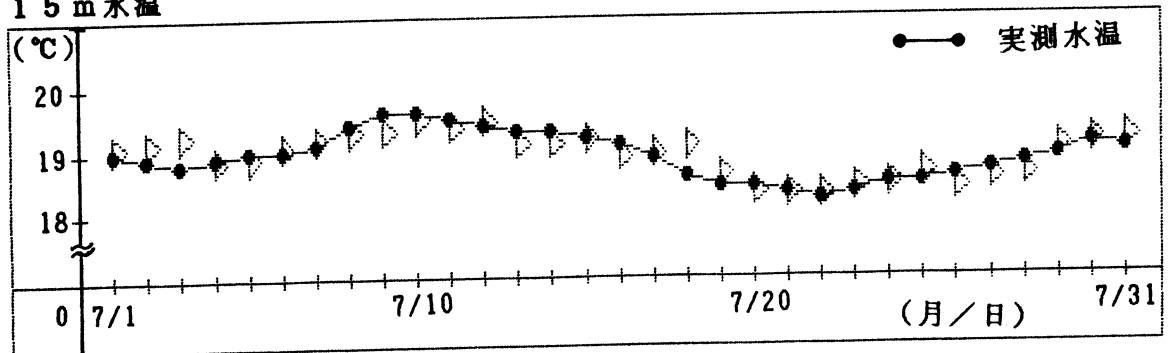


図3 水深15 mでの水温変化と推定のファジィ数

10 m 水温

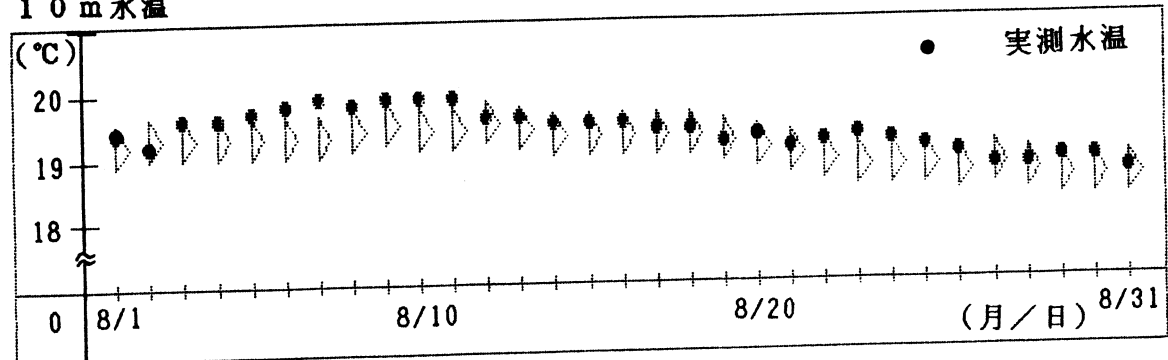


図4 水深10 mでの推定モデルを用いた8月の予測

# レベル M ファジィ集合 Level M Fuzzy Sets

東海大学  
Tokai University

中西祥八郎  
Shohachiro Nakanishi

**Abstract.** This paper deals with the level M fuzzy sets which can express the fuzzier problems. The many valued fuzzy sets of the level M are firstly introduced to formulate the level M fuzzy sets. The level M fuzzy set is formulated inductively from the level 2 fuzzy sets. Some fundamental definitions and the operations for the level M fuzzy sets are also proposed to discuss the algebraic properties of it. Finally, it is shown that the level M fuzzy sets have almost the same properties as the ordinary fuzzy sets under the operations proposed in this paper, except for the absorption laws.

## 1. はじめに

L. A. Zadehがファジィ集合論を提唱して以来、その発展には目覚ましいものがあり、さらに多くの分野に応用されてその有用性が確かめられています。これらの理論および応用で用いられて来たほとんどのファジィ集合は1つの事象に対して1つのあいまい性を対応させたものである。しかしながら、我々を取り巻く環境には様々なあいまい性があり、その中には従来のファジィ集合では表現出来ないようなよりあいまいなものも数多く存在します。そこで、このようなよりあいまいなものの中で、1つの事象に複数のあいまい性を内包しているようなものを表現する方法の1つとしてレベルMファジィ集合[1]があります。本稿では、このレベルMファジィ集合を取り扱い、その代数的構造を明らかにする。

## 2. 多値ファジィ集合

Xを普遍集合とし、その要素をxとする。ファジィ集合Aは次のようなメンバーシップ関数 $\mu$ に依って特性づけられるXの部分集合である。

$$\mu : X \longrightarrow [0, 1]$$

通常ファジィ集合を取り扱うとき、そのファジィ集合はなんらかのあいまいさをあらわしている。ここでは1度に多数のメンバーシップ関数を取り扱うので、各メンバーシップ関数が如何なるあいまい性を表わしているかを明記する必要がある。そこで、ここではメンバーシップ関数を次のようにあらわすことにする。

$$\mu(x|u)$$

ここで、uはあいまい性の意味を表わしており、タームと呼ぶ。またタームの普遍集合をTとし、 $\{\rho_i^1\}$ をT上の同値関係の集合とする。この同値関係に依ってTを次のように同値類に分類することができる。

$$U^2 = \{u \in T \mid u \rho_i^1 a, a \in T\}, \quad V^2 = \{v \in T \mid v \rho_j^1 b, b \in T\},$$

$$W^2 = \{w \in T \mid w \rho_k^1 c, c \in T\}, \quad \dots \dots \dots$$

このようにして構成した同値類をここではレベル2の類別と呼ぶ。レベル2の類別全体からなるクラスを  $T^2$  とし、 $T^2$  上に同値関係を導入することにより、今と同様にしてレベル3の類別  $U^3, V^3, W^3$  等を構成することができる。一般に、この手続きを繰り返してレベルMの類別  $U^m, V^m, W^m$  等を構成することができる。

先に導入したメンバーシップ関数の表記法に従って、Max と Min 演算を次のように表わす。

$$\mu(x|u) \vee \nu(x|v) = \mu(x) \vee \nu(x) | (u, v)$$

$$\mu(x|u) \wedge \nu(x|v) = \mu(x) \wedge \nu(x) | (u, v)$$

一般的多値ファジィ集合を導入する。一般的多値ファジィ集合は次のようなメンバーシップ関数  $F(x; \cdot)$  によって特性づけられる集合である。

$$F(x; \cdot) = \{\#_1(x|u_1), \dots, \#_i(x|v_i), \dots, \#_n(x|w_n)\}$$

ここで、 $\#_i$  は任意のファジィ集合、例えば、通常ファジィ集合、タイプ2ファジィ集合、多値ファジィ集合、レベルMのファジィ集合等のメンバーシップ関数を表わしており、 $u_i, v_j, w_k$  等は任意の類別の要素を表わしている。

レベル2の多値ファジィ集合を導入する。レベル2の多値ファジィ集合は、次のようなメンバーシップ関数  $M^2(x|U^2)$  で特性づけられる集合である。

$$M^2(x|U^2) = F(x; \Omega^2) | U^2 = \{M_i^1(x|u_i^1)\} = \{\mu_i(x|u_i)\}$$

$$\Omega^2 = \{\text{通常のファジィ集合のメンバーシップ関数}\}$$

即ち、レベル2の多値ファジィ集合のメンバーシップ関数はFの中の#の代わりに通常メンバーシップ関数を代入し、このFをレベル2の類別で制限した関数として表わされる。これをレベル2多値メンバーシップ関数と言う。

次に、レベル3の多値ファジィ集合を導入する。レベル3の多値ファジィ集合はつぎのようなメンバーシップ関数  $M^3(x|U^3)$  で特性づけられる。

$$M^3(x|U^3) = F(x; \Omega^3) | U^3 = \{M_i^2(x|u_i^2)\}$$

$$\Omega^3 = \{\text{任意のレベル2多値メンバーシップ関数}\}$$

このメンバーシップ関数は一般的多値ファジィ集合のメンバーシップ関数Fの中の#の代わりに、先に求めたレベル2の多値ファジィ集合のメンバーシップ関数を代入し、それをレベル3の類別で制限した関数である。このような手続きを繰り返して、レベルMの多値ファジィ集合のメンバーシップ関数  $M^m(x|U^m)$  をつぎのように求めることができる。

$$M^m(x|U^m) = F(x; \Omega^m) | U^m = \{M_i^{m-1}(x|u_i^{m-1})\}$$

$$\Omega^m = \{\text{任意のレベルM-1多値メンバーシップ関数}\}$$

ここで、添え字iと肩文字m-1のついた  $M_i^{m-1}(x|u_i^{m-1})$  はレベルM-1の多値ファジィ集合のメンバーシップ関数を表わし、 $U^m$  はレベルMの類別を示している。また、 $M^m(x|U^m)$  をレベルM多値メンバーシップ関数と言う。

この多値ファジィ集合間の演算として、和と積の演算をつぎのように導入する。

$$A \cup B = C \iff M^m(x|U^m) \odot N^m(x|V^m) = S(M^m, N^m) = S_{ij}(M^m, N^m)$$

$$A \cap B = D \iff M^m(x|U^m) \otimes N^m(x|V^m) = T(M^m, N^m) = T_{ij}(M^m, N^m)$$

ただし、 $S(M^m, N^m)$  および  $T(M^m, N^m)$  の  $(i, j)$  成分はつぎのように定義されている。

$$S_{ij}(M^m, N^m) = \begin{cases} M_i^{m-1}(x) \vee N_j^{m-1}(x) | (u_i^{m-1}, v_j^{m-1}) & U^m \neq V^m \\ M_i^{m-1}(x) \vee N_j^{m-1}(x) | u_i & (u_i^{m-1} = v_j^{m-1}) \\ \emptyset & (u_i^{m-1} \neq v_j^{m-1}) \end{cases} \left. \vphantom{S_{ij}(M^m, N^m)} \right\} U^m = V^m$$

$$T_{ij}(M^m, N^m) = \begin{cases} M_i^{m-1}(x) \wedge N_j^{m-1}(x) | (u_i^{m-1}, v_j^{m-1}) & U^m \neq V^m \\ M_i^{m-1}(x) \wedge N_j^{m-1}(x) | u_i & (u_i^{m-1} = v_j^{m-1}) \\ \emptyset & (u_i^{m-1} \neq v_j^{m-1}) \end{cases} \left. \vphantom{T_{ij}(M^m, N^m)} \right\} U^m = V^m$$

ここで記号  $\emptyset$  は、 $U^m = V^m$  で  $u_i^{m-1} \neq v_j^{m-1}$  のときには、それらに対応する要素間の演算を行わないことを意味している。

この演算のもとで多値ファジィ集合は反射法則、推移法則、巾等法則、交換法則、結合法則、分配法則、対合法則、ドゥモルガンの法則および単位元と零元に関する法則をみたす [2]。

### 3. レベルMファジィ集合

レベル2ファジィ集合を導入する前にもう一度レベル2の多値ファジィ集合を導入する。レベル2多値ファジィ集合はつぎのようなレベル2多値メンバーシップ関数によって特性づけられる。

$$\tilde{\mu}^2(x|U^2) = F(x; \Gamma^2) | U^2 = \{ \tilde{\mu}_i^1(x|u_i^1) \} = \{ \mu_i(x|u_i) \}$$

この  $\tilde{\mu}^2(x|U^2)$  は前章の  $M^2(x|U^2)$  と同じであるが、ここでは  $\tilde{\mu}^2$  の記号を用いることにする。レベル2ファジィ集合は、この  $\tilde{\mu}^2(x|U^2)$  を用いて、つぎのような関数  $\mu^2$  によって特性づけられる集合である。

$$f^1 : X \longrightarrow [0, 1]$$

$$\mu^2(x|U^2) = f^1(x) / \tilde{\mu}^2(x|U^2) = f^1(x) / \{ \tilde{\mu}_i^1(x|u_i^1) \}$$

ここで、 $\mu^2(x|U^2)$  はレベル2の多値メンバーシップ関数を表わしており、 $f(x)$  は  $\tilde{\mu}^2(x|U^2)$  のグレードを示している。この定義で  $f(x) = 1$  ならば、 $\mu^2(x|U^2)$  は  $\tilde{\mu}^2(x|U^2)$  を意味する。即ち、レベル2の多値ファジィ集合はレベル2ファジィ集合の特殊な場合である。

このレベル2のメンバーシップ関数を一般的多値ファジィ集合のメンバーシップ関数  $F$  の中の  $\#$  に代入して、つぎのようにレベル3の多値メンバーシップ関数を構成する。

$$\tilde{\mu}^3(x|U^3) = F(x; \Gamma^3) | U^3 = \{ \tilde{\mu}_i^2(x|u_i^2) \}$$

$\Gamma^3 =$  任意のレベル2ファジィ集合のメンバーシップ関数

このレベル3の多値ファジィ集合のメンバーシップ関数を用いて、つぎのようにレベル3ファジィ集合のメンバーシップ関数をこうせいする。

$$f^2 : X \longrightarrow [0, 1]$$

$$\mu^3(x|U^3) = f^2(x) / \tilde{\mu}^3(x|U^3) = f^2(x) / \{ \tilde{\mu}_i^2(x|u_i^2) \}$$

一般に、このような手続きを繰り返してレベルMファジィ集合を構成することができる。そこで、レベルMファジィ集合はつぎのようなメンバーシップ関数  $\mu^m$  で完全に特性づけられる集合である。

$$f^{m-1} : X \longrightarrow [0, 1]$$

$$\mu^m(x|U^m) = f^{m-1}(x) / \tilde{\mu}^m(x|U^m) = f^{m-1}(x) / \{ \tilde{\mu}_i^{m-1}(x|u_i^{m-1}) \}$$

ここで、 $\tilde{\mu}^m(x|U^m)$  および  $\tilde{\mu}_i^{m-1}(x|u_i^{m-1})$  は各々レベルMの多値ファジィ集合のメンバーシップ関数およびその要素を表わしている。この定義で、 $f^1(x) = f^2(x) = \dots = f^{m-1}(x) = 1$ , ならば、レベルMファジィ集合はレベルMの多値ファジィ集合となる。従って、多値ファジィ集合はレベルMファジィ集合の特殊な場合と考えられる。

【注】 肩文字mのついた記号  $\mu^m$  はレベルMファジィ集合のメンバーシップ関数を表わし、ティルドゥ〜と肩文字mのついた記号  $\tilde{\mu}^m$  とさらに添え字iのついた記号  $\tilde{\mu}_i^{m-1}$  は各々レベルMの多値ファジィ集合のメンバーシップ関数およびその要素を表わしている。

レベルMファジィ集合とそのメンバーシップ関数に関する演算および幾つかの定義を導入する。

AとBを任意のレベルMファジィ集合とし、そのメンバーシップ関数を夫々次のようにする。

$$\mu^m(x|U^m) = f^{m-1}(x) / \tilde{\mu}^m(x|U^m) = f^{m-1}(x) / \{ \tilde{\mu}_i^{m-1}(x|u_i^{m-1}) \}$$

$$\mu^m(x|V^m) = g^{m-1}(x) / \tilde{\mu}^m(x|V^m) = g^{m-1}(x) / \{ \tilde{\mu}_j^{m-1}(x|v_j^{m-1}) \}$$

$$u_i^{m-1} \in U, v_j^{m-1} \in V$$

[定義 3.1]

AとBを任意のレベルMファジィ集合とし、そのメンバーシップ関数を各々  $\mu^m(x|U^m)$  および  $\mu^m(x|V^m)$  とする。AとBおよび  $\mu^m(x|U^m)$  と  $\mu^m(x|V^m)$  の等合関係を次のように定義する。

$$A = B \iff \mu^m(x|U^m) = \mu^m(x|V^m)$$

$$\mu^m(x|U^m) = \mu^m(x|V^m) \iff f^{m-1}(x) = g^{m-1}(x) \text{ and } \tilde{\mu}^m(x|U^m) = \tilde{\mu}^m(x|V^m)$$

[定義 3.2]

$\mu^m(x|U^m)$  および  $\nu^m(x|V^m)$  を任意のレベル M ファジィ集合のメンバーシップ関数とする。もし  $f^{m-1}(x)$  が  $g^{m-1}(x)$  より小さく、かつ  $\tilde{\mu}^m(x|U^m)$  が  $\tilde{\nu}^m(x|V^m)$  より小さい時、 $\mu^m(x|U^m)$  は  $\nu^m(x|V^m)$  より小さいという。すなわち、

$$\mu^m(x|U^m) \boxtimes \nu^m(x|V^m) \iff \begin{cases} f^{m-1}(x) < g^{m-1}(x) \\ \tilde{\mu}^m(x|U^m) \odot \tilde{\nu}^m(x|V^m) \end{cases}$$

[定義 3.3]

$\mu^m(x|U^m)$  および  $\nu^m(x|V^m)$  を任意のレベル M ファジィ集合のメンバーシップ関数とする。もし、 $f^{m-1}(x)$  が  $g^{m-1}(x)$  より小さいか等しく、かつ  $\tilde{\mu}^m(x|U^m)$  が  $\tilde{\nu}^m(x|V^m)$  より劣勢であれば、 $\mu^m(x|U^m)$  は  $\nu^m(x|V^m)$  より劣勢である ( $\nu^m(x|V^m)$  は  $\mu^m(x|U^m)$  より優勢である) という。すなわち、

$$\mu^m(x|U^m) \boxdot \nu^m(x|V^m) \iff \begin{cases} f^{m-1}(x) \leq g^{m-1}(x) \\ \tilde{\mu}^m(x|U^m) \oslash \tilde{\nu}^m(x|V^m) \end{cases}$$

[定義 3.4]

A を任意のレベル M ファジィ集合とし、そのメンバーシップ関数を  $\mu^m(x|U^m)$  とする。この時 A の補集合はつぎのようにそのメンバーシップ関数の否定で定義される。

$$\begin{aligned} \bar{A} &\iff \boxminus \mu^m(x|U^m) = \underline{1} - \mu^m(x|U^m) \\ &= (1 - f^{m-1}(x)) / (\underline{1} - \tilde{\mu}^m(x|U^m)) \\ &= (1 - f^{m-1}(x)) / \{\underline{1} - \tilde{\mu}^{m-1}(x|u^{m-1})\} \end{aligned}$$

[定義 3.5]

A と B を任意のレベル M ファジィ集合とし、それらのメンバーシップ関数を夫々  $\mu^m(x|U^m)$  および  $\nu^m(x|V^m)$  とする。もし  $\mu^m(x|U^m)$  が  $\nu^m(x|V^m)$  より劣勢 ( $\nu^m(x|V^m)$  が  $\mu^m(x|U^m)$  より優勢) ならば A は B に含まれるという。即ち、

$$A \subset B \iff \mu^m(x|U^m) \boxdot \nu^m(x|V^m)$$

レベル M ファジィ集合のメンバーシップ関数間の和と積に関する演算を導入する。2つのメンバーシップ関数を  $\mu^m(x|U^m)$  および  $\nu^m(x|V^m)$  とするとき、これらの和と積をつぎのように定義する。

$$\begin{aligned} \mu^m(x|U^m) \boxplus \nu^m(x|V^m) &\iff f^{m-1}(x) / \tilde{\mu}^m(x|U^m) \boxplus g^{m-1}(x) / \tilde{\nu}^m(x|V^m) \\ &= (f^{m-1}(x) \vee g^{m-1}(x)) / (\tilde{\mu}^m(x|U^m) \odot \tilde{\nu}^m(x|V^m)) \\ \mu^m(x|U^m) \boxtimes \nu^m(x|V^m) &\iff f^{m-1}(x) / \tilde{\mu}^m(x|U^m) \boxtimes g^{m-1}(x) / \tilde{\nu}^m(x|V^m) \\ &= (f^{m-1}(x) \wedge g^{m-1}(x)) / (\tilde{\mu}^m(x|U^m) \oslash \tilde{\nu}^m(x|V^m)) \end{aligned}$$

これらの演算を用いてレベルMファジィ集合間の和と積を導入する。

[定義 3.6]

AとBを任意のレベルMファジィ集合とし、それらのメンバーシップ関数を夫々  $\mu^m(x|U^m)$  および  $\nu^m(x|V^m)$  とする。このとき、AとBとの和と積を つぎのように定義する。

$$A \cup B = C \iff \mu^m(x|U^m) \sqcup \nu^m(x|V^m)$$

$$A \cap B = D \iff \mu^m(x|U^m) \sqcap \nu^m(x|V^m)$$

これらの定義および演算を用いて次の定理を得る。紙面の関係上証明は省略する。

[定理 1]

A、BおよびCを任意のレベルMファジィ集合とし、それらのメンバーシップ関数を各々  $\mu^m(x|U^m)$ 、 $\nu^m(x|V^m)$  および  $\xi^m(x|W^m)$  とする。このとき、これらのメンバーシップ関数はつぎの諸法則を満たす。

1).  $\mu^m(x) \sqsubseteq \mu^m(x)$                       2).  $\sqcap(\sqcap \mu^m(x)) = \mu^m(x)$

3).  $\mu^m(x) \sqsubseteq \nu^m(x), \nu^m(x) \sqsubseteq \xi^m(x) \implies \mu^m(x) \sqsubseteq \xi^m(x)$

4).  $\mu^m(x) \sqcup \mu^m(x) = \mu^m(x), \mu^m(x) \sqcap \mu^m(x) = \mu^m(x)$

5).  $\mu^m(x) \sqcup \nu^m(x) = \nu^m(x) \sqcup \mu^m(x), \mu^m(x) \sqcap \nu^m(x) = \nu^m(x) \sqcap \mu^m(x)$

6).  $\begin{cases} (\mu^m(x) \sqcup \nu^m(x)) \sqcup \xi^m(x) = \mu^m(x) \sqcup (\nu^m(x) \sqcup \xi^m(x)), \\ (\mu^m(x) \sqcap \nu^m(x)) \sqcap \xi^m(x) = \mu^m(x) \sqcap (\nu^m(x) \sqcap \xi^m(x)) \end{cases}$

7).  $\begin{cases} \mu^m(x) \sqcup (\nu^m(x) \sqcap \xi^m(x)) = (\mu^m(x) \sqcup \nu^m(x)) \sqcap (\mu^m(x) \sqcup \xi^m(x)), \\ \mu^m(x) \sqcap (\nu^m(x) \sqcup \xi^m(x)) = (\mu^m(x) \sqcap \nu^m(x)) \sqcup (\mu^m(x) \sqcap \xi^m(x)) \end{cases}$

8).  $\begin{cases} \sqcap(\mu^m(x) \sqcup \nu^m(x)) = (\sqcap \mu^m(x)) \sqcap (\sqcap \nu^m(x)), \\ \sqcap(\mu^m(x) \sqcap \nu^m(x)) = (\sqcap \mu^m(x)) \sqcup (\sqcap \nu^m(x)) \end{cases}$

9).  $\begin{cases} \mu^m(x) \sqcup \underline{0} = \mu^m(x), & \mu^m(x) \sqcap \underline{1} = \mu^m(x) \\ \mu^m(x) \sqcup \underline{1} = \underline{1}, & \mu^m(x) \sqcap \underline{0} = \underline{0} \end{cases}$

4. まとめ

レベルMファジィ集合をレベルMの多値ファジィ集合を用いて導入した。さらに、レベルMファジィ集合間に種々の演算を導入し、それらの演算のもとで成立する代数的結果を示した。

参考文献

- [1] L. A. Zadeh, "Quantitative Fuzzy Semantics," Information Science, vol. 3, pp159/176, 1971.  
 [2] 中西, "レベルMファジィ集合について," 第1回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp. 29/34, 1985.



# ファジィ観測に対するモーメント の補正について

大阪工業大学 奥田 徹示

On The Correction of The Moment for Fuzzy Observation

T. Okuda

Osaka Institute of Technology

In this paper, the fuzzy observation with human vagueness on a probability space is considered. The correction formulae estimating the moment of population using the fuzzy observation are deduced. Three types of membership functions; triangle type, quadratic curve type, trapezoid type are treated. The caution about applying the formulae and the note about the loss of the amount of information using the fuzzy observation are also suggested.

## 1. まえがき

本研究では、観測値に何らかの事情により人間の主観的なあいまいさが伴っているような場合について考察している。ここでは、ザデー<sup>1)</sup>の定義したファジィ事象の確率の考え方を基本とする。そこで、ファジィ観測データを通常の統計的手法に当てはめて計算するとき、メンバシップ関数を背景としてデータを解釈することにより、どの程度の補正が見込まれるかについて考察する。正規母集団を対象とした場合には既に報告している<sup>2), 3)</sup>。また、その場合、ファジィ集合のFモーメントの定義が有効な役割を果たすことが分った<sup>4)</sup>。ここでは、さらに一般的な母集団に対して、ファジィデータから計算される任意の次数のモーメントの補正について考察する。また、情報量の損失についても若干の考察を与える。なお、本研究で導かれる補正はシェパードの補正<sup>5), 6)</sup>に類似している。

## 2. ファジィデータによるモーメントの計算と補正

通常、観測値はある1点 $x_j$ として取り扱われるが、ここでは点 $x_j$ のまわりのある幅に主観的なあいまいさが伴っている場合を考える。このようなファジィ観測を、区間 $[x_j-h/2, x_j+h/2]$ で定義されるメンバシップ関数 $x_j(x)$ で表す。ここでは、 $-h/2 \leq v \leq h/2$ を定義域として、つぎの3種類のメンバシップ関数を基本として選んでおく。

(三角形型)

$$x(v) = -2|v|/h + 1 \quad (1)$$

(2次曲線型)

$$x(v) = 8/h^2(|v|-h/2)^2 [2(|v|+h/4)/h] + (1-8v^2/h^2) \{1 - [2(|v|+h/4)/h]\} \quad (2)$$

(台形型)

$$x(v) = \max\{0, 1 \wedge (-|v|/(2e)+h/(8e)+1/2)\} \quad (3)$$

ただし、 $[a]$  は  $a$  の整数部を表す。また、 $e$  の範囲は  $0 \leq e \leq h/4$  である。

これらの  $\chi(v)$  は、 $v=0$  を中心として両側に  $h/2$  の幅であいまいさが存在していることを示す。現実には、観測者により代表値が報告され、メンバシップ関数  $\chi_j$  はデータを処理する側の観測値  $x_j$  に伴うあいまいさに対する一種の想定である、とここでは考えておく。なお、これらの状況は図1～図3に示してある。 $f(x)$  は母集団の密度関数を表す。

ザデーの定義により、ファジィ事象  $\chi_j$  の出現確率、つまり代表値  $x_j$  の出現確率  $p_j$  は

$$p_j = \int_{x_j-h/2}^{x_j+h/2} \chi_j(x) f(x) dx \quad (4)$$

と表される。ここで、 $x_{j+1} = x_j + h/2$  ( $j = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ) で、 $\sum p_j = 1$  は満たされる。

したがって、ファジィデータに対する  $r$  次のモーメントは

$$m_r = \sum_{j=-\infty}^{\infty} x_j^r p_j = \sum_{j=-\infty}^{\infty} x_j^r \int_{-h/2}^{h/2} \chi(v) f(x_j+v) dv \quad (5)$$

となる。和分から積分への近似を  $\doteq$  で表し、三角形型については次式が成立する。

$$\begin{aligned} m_r &\doteq (2/h) \int_{-\infty}^{\infty} x^r \int_{-h/2}^{h/2} \chi(v) f(x+v) dv dx = (2/h) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-h/2}^{h/2} (u-v)^r \chi(v) f(u) dv du \\ &= (2/h) \int_{-\infty}^{\infty} \{2/(r+2)(r+1)h\} \{(u+h/2)^{r+2} + (u-h/2)^{r+2} - 2u^{r+2}\} f(u) du \\ &= \sum_{j=0}^{[r/2]} \{2/(2j+2)(2j+1)\} {}_r C_{2j} (h/2)^{2j} \mu_{r-2j} \quad (6) \end{aligned}$$

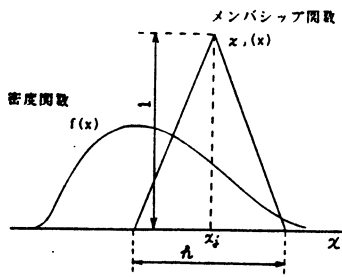


図1 三角形型ファジィ観測

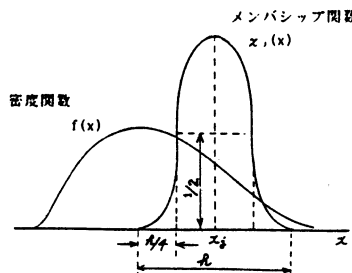


図2 2次曲線型ファジィ観測

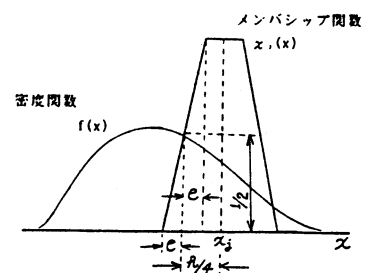


図3 台形型ファジィ観測

ここで、 $\mu_k$  は母集団分布の  $k$  次モーメントを表す。また、 $C$  は組合せの数を表す記号である。以後、近似記号  $\approx$  を等号  $=$  におきかえて表すと、具体的には次のようになる。

(三角形型の場合)

$$\begin{aligned}
 \mu_1 &= m_1 \\
 \mu_2 &= m_2 - (1/24)h^2 \\
 \mu_3 &= m_3 - (1/8)m_1h^2 \\
 \mu_4 &= m_4 - (1/4)m_2h^2 + (1/160)h^4 \\
 \mu_5 &= m_5 - (5/12)m_3h^2 + (1/32)m_1h^4 \\
 \mu_6 &= m_6 - (5/8)m_4h^2 + (3/32)m_2h^4 - (5/2688)h^6 \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

(2次曲線型の場合)

$$\begin{aligned}
 m_r &= \sum_{j=0}^{[r/2]} \{2/(2j+3)(2j+2)(2j+1)\} (1/2^{2j-2} - 1/4^{2j}) {}_r C_{2j} h^{2j} \mu_{r-2j} \tag{8} \\
 \mu_1 &= m_1 \\
 \mu_2 &= m_2 - (1/32)h^2 \\
 \mu_3 &= m_3 - (3/32)m_1h^2 \\
 \mu_4 &= m_4 - (3/16)m_2h^2 + (9/2560)h^4 \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

(台形型の場合)

$$\begin{aligned}
 m_r &= \sum_{j=0}^{[r/2]} \{2/(2j+2)(2j+1)s\} {}_2 C_{2j} \{(1/4+s)^{2j+2} - (1/4-s)^{2j+2}\} h^2 \mu_{r-2j} \tag{10} \\
 \mu_1 &= m_1 \\
 \mu_2 &= m_2 - (1/3)(1/16+s^2)h^2 \\
 \mu_3 &= m_3 - (1/16+s^2)m_1h^2 \\
 \mu_4 &= m_4 - 2(1/16+s^2)m_2h^2 + (1/30)\{7/128 + (5/4)s^2 + 14s^2\}h^4 \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

【  $e=sh$  ( $0 \leq s \leq 1/4$ ) と変換した】

特に、台形型の場合  $s=1/4$  とすると、図3から分かるように、台形型のメンバシップ関数は三角形型に一致する。このとき、当然のことではあるが、(10)式および(11)式は(6)式および(7)式に完全に一致する。また、文献4)では、エルミート多項式を利用して、(1)式～(3)式と同一のメンバシップ関数を用いた正規母集団に対する平均と分散(ここでは、 $\mu_1$  と  $\mu_2$  に対応する)の補正を導いたが、それらの結果とも完全に一致する。

[数値例 2.1]

ここで、標準正規分布

$$dF = \{1/\sqrt{2\pi}\}\exp\{-x^2/2\}dx \quad (12)$$

について計算してみる。h (三角形型) を  $\sqrt{\{\mu_2\}}$  の半分の値 0.5 とし、 $x_0=0$  とすると、頻度  $p_j$  は次のようになる。

k	$x_k$	$P_k$	k	$x_k$	$P_k$
0	0.00	0.0992190	10	2.50	0.0045025
1	0.25	0.0961980	11	2.75	0.0023514
2	0.50	0.0876737	12	3.00	0.0011548
3	0.75	0.0751130	13	3.25	0.0005328
4	1.00	0.0604916	14	3.50	0.0002306
5	1.25	0.0457940	15	3.75	0.0000936
6	1.50	0.0325878	16	4.00	0.0000373
7	1.75	0.0218008	17	4.25	0.0000130
8	2.00	0.0137067	18	4.50	0.0000043
9	2.25	0.0081028	19	4.75	0.0000007

なお、頻度の計算は

$$p_j = (2/h)\{f(x_{j-1})+f(x_{j+1})-2f(x_j)\} + (2x_j/h)\{F(x_{j-1})+F(x_{j+1})-2F(x_j)\} + \{F(x_{j+1})-F(x_{j-1})\} \quad (13)$$

となる。また、 $(1/2)p_0+p_1+\dots+p_{19}=0.4999989$  となる。

以上の頻度を用いて、6次までのモーメントの補正と誤差を計算すると次のようになる。

(補正)	真値	$m_k$	$h^2$	$h^4$	$h^6$
$\mu_2$	1	1.0103618	1.0000000	—————	—————
$\mu_4$	3	3.0613910	2.9982434	2.9986340	—————
$\mu_6$	15	15.4383013	14.9599589	14.9658790	14.9658499

【  $\mu_k=m_k$  ( $k=1,3,5$ ) 】

(誤差 %)	$m_k$	$h^2$	$h^4$	$h^6$
$\mu_2$	1.0362	0.0000	—————	—————
$\mu_4$	2.0205	-0.0586	-0.0455	—————
$\mu_6$	2.9220	-0.2669	-0.2247	0.2277

[数値例 2.2]

次に、ベータ分布

$$dF = x^9(1-x)/B(10,2)dx, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (14)$$

について計算してみる。h (三角形型) を  $\sqrt{\{\mu_2\}}$  の約半分の値 0.4 とする。頻度、補正および誤差は次のようになる。

(頻度)

k	$x_k$	$P_k$
0	0.0	0.0000001
1	0.2	0.0001396
2	0.4	0.0087903
3	0.6	0.1251655
4	0.8	0.5560721
5	1.0	0.3098322

【 $\sum P_k = 0.9999998$ 】

(補正)

(誤差%)

	真値	$m_k$	$h^2$	$m_k$	$h^2$
$\mu_1$	0.83333	0.83333	————	0.0000	————
$\mu_2$	0.70513	0.71219	0.70552	1.0012	0.0553
$\mu_3$	0.60440	0.62214	0.60547	2.9351	0.1770

なお、この例では標準偏差が 0.10336 となっており、ここでの  $h$  の値は標準偏差の約 4 倍となっている。

### 3. 和分から積分への近似誤差について

前節での議論の前提となった和分から積分への近似について考察しておく。いま、

$$z_r(x) = x^r \int_{-h/2}^{h/2} x(v) f(x+v) dv \quad (15)$$

とする。ここで、 $[a, b]$  を  $n$  等分して、 $h=(b-a)/n, x_j=a+(j/2)h$  とすると、オイラー・マクロリンの和の公式<sup>7)</sup>から、

$$\sum_{j=1}^{2n-1} z_r(x_j) = (2/h) \int_a^b z_r(x) dx + \sum_{k=1}^{2m} (B_k/k!) (h/2)^{k-1} \{z_r^{(k-1)}(b) - z_r^{(k-1)}(a)\} + R_{2m}, \quad (16)$$

$$R_{2m} = \{nB_{2n+2}(h/2)^{2m+2}/(2m+2)!\} z_r^{(2m+2)}(v), \quad a \leq v \leq b \quad (17)$$

となる。ここで、 $B_k$  はベルヌーイ数で、 $B_0=1, B_1=-1/2, B_2=1/6, B_4=1/30, B_6=1/42, \dots, B_3=B_5=B_7=\dots=0$  である。

したがって、“ $|x| \rightarrow \infty$ ”において、 $z_r(x)$  およびその導関数がことごとく 0 に漸近するのであれば、和分から積分への近似は意味を失わない。つまり、密度関数の尾部が高次のなめらかさを持つことが必要である。シェパードの補正に関連して、この種の議論が著書<sup>5), 6)</sup>にも見られる。

### 4. ファジィ観測の刻みの効果

ファジィ観測の刻み位置  $x_j$  が区間  $[X_j-h/4, X_j+h/4]$  でランダムに発生するとして、

$$\begin{aligned}
E(m_r) &= (2/h) \int_{X_j-h/4}^{X_j+h/4} \left\{ \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i^r \int_{-h/2}^{h/2} \chi(v) f(x_i+v) dv \right\} dx_j \\
&= (2/h) \int_{X_j-h/4}^{X_j+h/4} \left\{ \sum_k (x_j+kh/2)^r \int_{-h/2}^{h/2} \chi(v) f(x_j+kh/2+v) dv \right\} dx_j \\
&= (2/h) \int_{-\infty}^{\infty} x^r \int_{-h/2}^{h/2} \chi(v) f(x+v) dv dx \tag{18}
\end{aligned}$$

となることが導ける。すなわち、 $m_r$ の期待値は $m_r$ の積分近似に等しくなる。したがって、和分から積分への近似誤差のいかにかわからず、刻み位置がランダムに発生する場合、多数回の試行においては平均的に見て補正は正しく働くことになる。

#### 5. 情報量の損失についての若干の注意

さて、母集団の母数 $\theta$ を推定する場合、通常の観測値を用いる場合に比べて、ファジィ観測値を用いた場合について失われる情報について考えておこう。このことを分析する方法はフィッシャーの情報量を計算することである。いま、あいまいさの幅 $h$ を標準偏差 $\sigma$ との比で議論するために、 $\alpha = h/\sigma$ ,  $u = x/\sigma$ と変換して、

$$g(u) = f(\sigma u) |dx/du|, \psi_j(u) = \chi_j(\sigma u), [\sigma^2 = \mu_2 - \mu_1^2] \tag{19}$$

と変換する。このとき、ファジィ集合 $\psi_j$ の $k$ 次のFモーメント

$$d_k = \int_{u_j - \alpha/2}^{u_j + \alpha/2} \psi_j(u) (u - u_j)^k du \tag{20}$$

を定義すると、三角形型、2次曲線型、台形型のいずれの場合も、 $\alpha^3$ 以上の項を無視すると、フィッシャー情報量の損失 $\Delta I$ は

$$\begin{aligned}
\Delta I \doteq (\sigma^2 d_2 / 2d_0) \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left( \frac{\partial^2 \log(g(u)/\sigma)}{\partial \theta^2} \right) (g(u)^{(2)}(u) / \sigma^2) \right. \\
\left. + \left( \frac{\partial^2 (g^{(2)}(u) / \sigma^2 g(u))}{\partial \theta^2} \right) g(u) \right\} du \tag{21}
\end{aligned}$$

と表される。ここで、近似等号 $\doteq$ が意味を持つためには、2節の場合と同様、和分から積分への近似が意味を失わないことが必要である。文献3), 4)では、正規母集団を想定して、情報量の損失について詳しく述べてあるが、通常の観測値から得られる情報量を $I^*$ として、平均 $\mu$ および標準偏差 $\sigma$ に対する損失比率は $\Delta I(\mu) / I^*(\mu) \doteq d_2/d_0$ ,  $\Delta I(\sigma) / I^*(\sigma) \doteq 2d_2/d_0$ となることが分かっている。

ファジィ観測がもたらす影響を分析する他の方法は、通常の観測値にもとづく推定値とファジィ観測値にもとづく推定値との誤差がサンプル数と共にどの程度の誤差を生ずるか、つまり標準誤差を調べることであるが、このことについては、文献3)に若干述べてある。

シェパードの補正に関連して、情報量の損失については、著書6)にかなり一般的にエレガントな形で述べられており、標準誤差については著書8)の訳注が参考になる。

## 6. 考察

本研究での計算方法は、主として著書5)の第三章に見られるシェパードの補正に関する部分と類似の計算方式を用いた。したがって、本研究はシェパードの補正のファジィ観測への拡張であると見なすことができるであろう。

しかしながら、たとえあいまいな観測値であっても、適当な補正のもとに通常の観測値を用いて推定する場合とそれほど変わらない結果を得るのであれば、観測コストの面から考えて、本研究には意義があるように思われる。すなわち、シェパードの補正でも観測値に幅を有しているが、ファジィ観測値ではあいまいな幅でもよいと考えているのである。この意味で、両者には理論を適用するときの前提条件に区別があると考えられる。しかし、数量的には極端な差異はなく、データに対する通常の統計的解釈が可能と思われる。つまり、通常の統計的処理方法での平均や分散などの議論がファジィ観測に対しても十分意味を持つのではないかと思われる。

本研究のもう一つの意義は、メンバシップ関数の数量的把握にあると思われる。例えば、5節で述べた情報量の損失比率の大小関係でメンバシップ関数の序列付けが可能ではないかと考えられる。なお、正規母集団の場合、損失比率はFモーメントで表されたが、これはFモーメントの値で損失比率が決定されることを意味し、Fモーメントが有効な役割を果たすのではないかと考えられる理由の一つになるとと思われる。

### 〔参 考 文 献〕

- 1) L. A. Zadeh: "Probability Measures of fuzzy Events", J. Math. Anal. Appl., 23, 421-427(1968)
- 2) 奥田: "ファジィ観測による正規母集団に関する推定", JIMA予講集, 33-34(1985, 5, 21)
- 3) 奥田: "ファジィ観測によるデータ処理に対する補正について", IFSA日本支部第1回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 105-110(1985, 5, 29)
- 4) 奥田: "ファジィ・データ処理におけるメンバシップ効果の考察", JIMA予講集, 117-118(1985, 10, 17)
- 5) Kendall and Stuart: The Advanced Theory of Statistics, Vol. 1, Charles Grif., 1977; 4th ed. (1943; 1st ed.)
- 6) 竹内 啓: 数理統計の方法的基礎, 東洋経済(1973)
- 7) 赤坂 隆: 数値計算, コロナ社(1967)
- 8) R. A. フィッシャー (遠藤・鍋谷訳): 研究者のための統計的方法, 森北(1970)

t-Normに基づくファジィ集合のファジィ測度  
市橋秀友, 田中英夫, 浅居真代治 (大阪府立大学)

t-Norm based Fuzzy Measures of Fuzzy Sets

by H. Ichihashi, H. Tanaka, K. Asai (Univ. of Osaka Pref.)

Fuzzy measures of fuzzy sets defined by the fuzzy integral are discussed. Following the idea of D. Dubois and H. Prade fuzzy measures in this paper are based on t-norms and t-conorms, and measures of level m fuzzy sets are defined recursively. An application to Fault Tree Analysis is presented.

1. はじめに

1972年に菅野[1,2]によって提案されたファジィ測度は単調性を満たす非加法的測度であり、あいまいな対象を主観的に計量しようとするものである。D. DuboisとH. Prade [3] は、t-normに基づくファジィ測度について論じている。t-normとt-conormは、1940年から1960年初めにかけて、Menger[4], Ling [5], Schweizer and Sklar [6,7] らによって研究された閉区間[0, 1]における半群の算法である。これらは、それぞれ乗法、加法の一般化と考えられる。ファジィ測度が、集合Aの測度として集合関数g(A)によって定義されるのに対して、本論文では、ファジィ積分[8,9,10]を用いて、ファジィ集合 $\tilde{A}$ のファジィ測度g( $\tilde{A}$ )を定義する。また、レベルmファジィ集合の測度を考え、その応用としてFTA (Fault tree analysis) を取り上げる。

2. t-normに基づくファジィ測度の概説

本節では、DuboisとPrade [3] による t-normを基にしたファジィ測度について概説する。

[定義2.1] t-norm T[4] は次の条件を満たす[0, 1] × [0, 1] → [0, 1]への2変数関数である。

- T1: T(0, 0)=0, T(a, 1)=T(1, a)=a (境界条件)
- T2: a ≤ c, b ≤ d → T(a, b) ≤ T(c, d) (単調性)
- T3: T(a, b)=T(b, a) (可換性)
- T4: T(a, T(b, c))=T(T(a, b), c) (結合性)

Tは[0, 1]における単位元1を持つ半群の算法である。

Ling [5]は連続性とアルキメデス性

$$T5: T(a, a) < a, \forall a \in (0, 1)$$

を加えると、次のような連続な単調減少関数 f: [0, 1] → [0, +∞]が存在することを示している。

$$T(a, b) = f^*(f(a) + f(b)) \quad (2.1)$$

ただし、

$$f^*(a) = \begin{cases} 1 & ; a \in [0, f(1)] \\ f^{-1}(a) & ; a \in [f(1), f(0)] \\ 0 & ; a \in [f(0), +\infty] \end{cases} \quad (2.2)$$

である。fをTの加法的生成関数と呼ぶ。SchweizerとSklar [6]は厳密に増加なt-normの生成関数fはf(0)=+∞でf(1)=0であり、

$$T(a, b) = f^{-1}(f(a) + f(b)) = h^{-1}(h(a) \cdot h(b)) \quad (2.3)$$

と表わせることを示している。h: [0, 1] → [0, 1]は、h(0)=0, h(1)=1であり、乗法的生成関数と呼ばれる。

f(0) < ∞で、f(1)=0であるTはnilpotent t-normと呼ばれる。条件T1を、

S1: S(1, 1)=1, S(0, a)=S(a, 0)=aとして、T2~T4を満たすSをt-conormと呼ぶ。t-conorm Sはt-norm Tと

$$S(a, b) = 1 - T(1-a, 1-b) \quad (2.4)$$

なる双対な関係にある。

種々のt-normは水本の文献[18, 19]に詳しく述べられている。

[定義2.2] negationを次の条件を満たす関数C: [0, 1] → [0, 1]によって定義する。

$$C1: C(0)=1$$

$$C2: C \text{ は involutive である, } C(C(a))=a$$

関数C: [0, 1] → [0, 1]が条件C2を満たすためには、点[0, 0]と点[1, 1]を通る直線に対して線対称でなければならない。条件C1を満たすこのような関数Cは連続かつ厳密な減少関数である。



$T$  を  $t$ -norm としたとき、  
 $S(a, b) = C(T(C(a), C(b)))$  (2.5)

は  $t$ -conorm である。Trillas は、negation  $C$  が  $t(0)=0$  で  $t(1) < +\infty$  である連続な増加関数  $t$  によって、

$$c(a) = t^{-1}(t(1) - t(a)) \quad (2.6)$$

と表わせることを示している。

[定義2.3]  $X$  を有限集合とするとき、菅野のファジィ測度 [1, 2] は  $X$  の  $\sigma$ -代数  $\mathcal{B}$  から  $[0, 1]$  への次の集合関数によって定義される。

- 1)  $g(\phi) = 0$
- 2)  $g(X) = 1$
- 3)  $\forall A \in \mathcal{B}, \forall B \in \mathcal{B}, A \subseteq B \Rightarrow g(A) \leq g(B)$

ファジィ測度  $g(A)$  は、 $x \in X$  が集合  $A \in \mathcal{B}$  に含まれる主観的な不確実性を表わしている。ファジィ測度は加法性を満たす普通の意味での測度ではない。一方、ファジィ集合は集合が well defined でなく明確な境界を持たないもので、

$\mu(x)$  は well located な要素  $x$  のファジィ集合  $\tilde{A}$  への帰属度を表わしている。

[定義2.4]  $t$ -conorm  $S$  を  $[0, 1]$  における算法  $*$  として表わし、 $*$  に基づくファジィ測度  $g$  を次の集合関数により定義する。

- 1)  $g(\phi) = 0, g(X) = 1$
  - 2)  $A \cap B = \phi$  のとき、 $g(A \cup B) = g(A) * g(B)$
- 定義より、 $\forall A \in \mathcal{B}, \forall B \in \mathcal{B}, A \cap B = \phi$  に対して  $\max(g(A), g(B)) \leq g(A \cup B)$

となる。

[命題2.1]  $\forall A, \forall B \in X$  について  
 $g(A \cup B) * g(A \cap B) = g(A) * g(B)$  (2.7)

命題2.1 より

$$\forall A \subseteq X, g(A) * g(\bar{A}) = 1 \quad (2.8)$$

が得られる。

$a * b = a \vee b$  とし、 $g = \Pi$  とすると、

$$\forall A, \forall B \in X, \Pi(A \cup B) = \Pi(A) \vee \Pi(B) \quad (2.9)$$

なる可能性測度 [20] となる。

また、 $a * b = a + b + \lambda ab$ ,  $\lambda > -1$  とすると、 $A \cap B = \phi$  の時、

$$g_{\lambda}(A \cup B) = g_{\lambda}(A) + g_{\lambda}(B) + \lambda g_{\lambda}(A) \cdot g_{\lambda}(B) \quad (2.10)$$

なる  $\lambda$ -ファジィ測度 [2, 15] となる。

$C$  を定義2.2 の negation とし、

$$\forall A \subseteq X, g_c(A) = C(g(\bar{A})) \quad (2.11)$$

とすると、 $g_c$  もファジィ測度となる。

[命題2.2]  $g$  を  $t$ -conorm  $*$  に基づくファジィ測度とする。 $\forall A, \forall B \in X$  について  $A \cup B = X$  ならば、  
 $g_c(A \cap B) = g_c(A) \perp g_c(B)$  (2.12)

ただし、 $\perp$  は  $*$  の  $C$ -dual  $t$ -norm である。

命題2.2 から

$$\forall A, \forall B \in X, g_c(A \cup B) \perp g_c(A \cap B) = g_c(A) \perp g_c(B) \quad (2.13)$$

が得られる。 $N(A) = C(\Pi(A))$  とすると

$N(A \cap B) = N(A) \wedge N(B)$  なる必然性測度がえられる。 [21, 22, 23]

[命題2.3]  $g$  が nilpotent  $t$ -conorm  $*$  に基づくファジィ測度で、その生成関数  $t$  が、 $\sum_{i=1}^n t(g_i) = t(1)$  なる正規化条件を満たすならば、 $g$  はまた  $*$  の  $C$ -dual である  $\perp$  に基づくファジィ測度でもある。ただし  $C$  の生成関数も  $t$  であるとしている。

本論文では、次節以降 nilpotent  $t$ -conorm  $*$  の生成関数は  $t(1) = 1$  である正規型生成関数に限定して議論する。次の命題はその根拠を与えるものである。

[命題2.4] アルキメデス性  $T5$  を満たす、 $t$ -norm (Archimedean  $t$ -norm) は、その生成関数の正の定数倍に関して等価である。

(証明) nilpotent  $t$ -norm の場合、

$$T(a, b) = f^*(f(a) + f(b)) \quad (2.14)$$

とする。このとき、

$$t(x) = k \cdot f(x), \quad k > 0 \quad (2.15)$$

とすると、

$$t(a) + t(b) \geq t(0) \quad (2.16)$$

$$\text{ならば、} f(a) + f(b) \geq f(0) \quad (2.17)$$

であり、逆も成立する。

したがって、 $y = t(a) + t(b)$  とすると、

$$\forall a, \forall b \in [0, 1] \text{ に対して} \\ t^*(y) = f^*(y/k) \quad (2.18)$$

が成立する。関数  $t$  によって生成される  $t$ -norm を  $T'$  とすると、

$$T'(a, b) = t^*(t(a) + t(b)) \\ = f^*(f(a) + f(b)) \\ = T(a, b) \quad (2.19)$$

となる。厳密に増加な  $t$ -norm (strict  $t$ -norm) の場合は明らかである。

命題2.4 の性質は Archimedean  $t$ -conorm についても成立する。

[例2.1]  $t_{\lambda}(a, b) = a + b + \lambda ab$  の生成関数が  $f_{\lambda}(x) = \ln(1 - \lambda) / \ln(1 - \lambda x)$  または、 $t_{\lambda}(x) = (1/\lambda) \cdot \ln(1 - \lambda x)$  などと表わせることが

塚本 [24]、Kruse [25,26]、Wierzchoń [27]、Weber [28]らによって示されている。ここで、 $\lambda/\ln(1+\lambda)$  は  $\lambda > -1$  のとき正の定数である。

### 3. ファジィ集合のファジィ測度

DuboisとPrade [3] による t-norm から導出されるファジィ測度は、全体集合  $X$  の部分集合の全体  $\mathcal{B}(X)$  を定義域とする集合関数によって定義されているが、本章では、 $X$  のファジィ集合の全体  $\tilde{\mathcal{F}}(X)$  を定義域とする集合関数として定義する。

Zadeh [29] はファジィ集合の確率測度をルベグ積分を用いて

$$g(\tilde{A}) = \int_X \mu dg \quad (3.1)$$

と定義している。ただし  $\mu$  はファジィ集合  $\tilde{A}$  の帰属度関数  $X \rightarrow [0, 1]$  である。

Zadeh のアイデアに基づいて、ファジィ集合のファジィ測度を次のファジィ積分 [8, 9, 10] によって定義する。

[定義3.1]  $\tilde{A}$  の帰属度関数  $\mu_{\tilde{A}}$  が単関数

$$\mu_{\tilde{A}} = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot \chi_{D_i} \quad (3.2)$$

と表わされるとき、t-conorm から導出されるファジィ測度  $g$  によるファジィ集合のファジィ測度  $g(\tilde{A})$  を、

$$g(\tilde{A}) = \int_X \mu \perp g = \sum_{i=1}^n (\mu_i \perp g(D_i)) \quad (3.3)$$

と定義する。ただし  $D_i \in \mathcal{B}$  は互いに素であり、 $\chi_{D_i}$  は  $D_i$  の特性関数である。また  $*$  と  $\perp$  とは文献 [28, p132] の意味での、semi-distributive な t-norm と t-conorm である。

[注3.1] "semi-distributive" とは Frank [30] の "distributive t-norm" とは異なり、次の分配律を満たす性質をいう。

$$1) a \perp (g(D_i) * g(D_j)) = (a \perp g(D_i)) * (a \perp g(D_j)) \quad (3.4)$$

$$2) (g(D_i) * g(D_j)) \perp a = (g(D_i) \perp a) * (g(D_j) \perp a) \quad (3.5)$$

ただし、 $0 \leq a \leq 1$  である。

条件(3.4) と(3.5) を満たす  $*$  と  $\perp$  には次の二つのものが考えられる。non-Archimedean の場合として、 $*$  が  $\vee$  であるとき、全ての t-norm  $\perp$  が、semi-distributivity を満たす。また  $*$  が nilpotent t-conorm の場合には、ファジィ測度  $g$  が次の正規化条件

$$\sum_{i=1}^n (t \circ g)(D_i) = t(1) = 1 \quad (3.6)$$

を満たす正規型生成関数  $t$  を持つ  $*$  に基づく場合に  $t$  を乗法的生成関数とする strict t-norm との間に、semi-distributivity が成立する。

(3.6) 式の正規化条件を満たさない場合は、一般に条件(3.4), (3.5) を満たさないことは次のように示される。

今、 $X = D_1 \cup D_2, D_1 \cap D_2 = \phi, a \in (0, 1)$  で、

$$(t \circ g)(D_1) + (t \circ g)(D_2) = M > 1 \quad (3.7)$$

とすると、

$$a \perp (g(D_1) * g(D_2)) = a \perp 1 = a \quad (3.8)$$

となる。一方、

$$\begin{aligned} & (a \perp g(D_1)) * (a \perp g(D_2)) \\ &= t^*(t(a) \cdot (t \circ g)(D_1) + t(a) \cdot (t \circ g)(D_2)) \\ &= t^*(t(a) \cdot M) \neq t^*(t(a)) = a \end{aligned} \quad (3.9)$$

である。したがって、以降 nilpotent t-conorm としては、条件(3.6) を満たすもののみについて議論する。

[注3.2]  $*$  と  $\perp$  は、各々実数の閉区間  $[0, 1]$  における半群の算法であり、 $*$  と  $\perp$  が分配律を満たせば  $([0, 1], *, \perp)$  は半環と呼ばれる。定義3.1における  $*$  と  $\perp$  は、semi-distributivity を満たす半環の算法である。

$\tilde{A}$  の帰属度関数のファジィ積分である(3.3)式は(3.1)式との類似より、ファジィ集合  $\tilde{A}$  のファジィ測度であると考えられる。

[命題3.1]  $X$  のファジィ集合  $\tilde{A}$  のファジィ測度  $g(\tilde{A})$  は、次の性質を持っている。ただし、

$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}} = \mu_{\tilde{A}} \vee \mu_{\tilde{B}}, \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}} = \mu_{\tilde{A}} \wedge \mu_{\tilde{B}}$  である。

- 1)  $g(\phi) = 0, g(X) = 1$  で  $0 \leq g(A) \leq 1$  である。
- 2)  $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$  ならば、 $g(\tilde{A}) \leq g(\tilde{B})$  である。
- 3)  $g(\tilde{A} \cup \tilde{B}) * g(\tilde{A} \cap \tilde{B}) = g(\tilde{A}) * g(\tilde{B})$  であり、特に  $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \phi$  のとき  $g(\tilde{A} \cup \tilde{B}) = g(\tilde{A}) * g(\tilde{B})$  である。
- 4)  $\tilde{A}$  が crisp な集合であるとき  $g(\tilde{A}) * g(\tilde{A}) = 1$  である。

(証明) 1), 2) は自明であるので省略する。

3) の証明を、 $\tilde{A}$  と  $\tilde{B}$  の帰属度関数  $\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}$  が次の単関数である場合についてしめす。

$$\mu_{\tilde{A}} = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot \chi_{D_i} \quad (3.10)$$

$$\mu_{\tilde{B}} = \sum_{i=1}^n \nu_i \cdot \chi_{D_i} \quad (3.11)$$

ただし、 $\chi_{D_i}$  は  $D_i \cap D_j = \phi (i \neq j)$  である集合  $D_i \in \mathcal{B}$  の特性関数である。

$$g(\tilde{A} \cup \tilde{B}) * g(\tilde{A} \cap \tilde{B})$$

$$= \bigwedge_{i=1}^n (*((\mu_i \vee \nu_i) \perp g(D_i)) * ((\mu_i \wedge \nu_i) \perp g(D_i)))$$

\*は結合律を満たすので、

$$\begin{aligned} &= \bigwedge_{i=1}^n (((\mu_i \vee \nu_i) \perp g(D_i)) * ((\mu_i \wedge \nu_i) \perp g(D_i))) \\ &= \bigwedge_{i=1}^n ((*((\mu_i \perp g(D_i)) * (\nu_i \perp g(D_i)))) \\ &= \bigwedge_{i=1}^n (*(\mu_i \perp g(D_i))) * \bigwedge_{i=1}^n (*(\nu_i \perp g(D_i))) \\ &= g(\tilde{A}) * g(\tilde{B}) \end{aligned} \quad (3.12)$$

また、この結果から、 $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \phi$  のとき、 $g(\tilde{A} \cap \tilde{B}) = g(\tilde{A}) * g(\tilde{B})$  が得られる。

4)  $\tilde{A}$  が crisp な集合であれば、 $\tilde{A} \cap \tilde{A} = \phi$  であるので、3) より、 $g(\tilde{A} \cup \tilde{A}) = g(\tilde{A}) * g(\tilde{A})$  となる。また、 $g(\tilde{A} \cup \tilde{A}) = g(X) = 1$  である。

[注3.3] 命題3.1の1)と2)は、Butanariu [14] による菅野のファジィ測度の定義に等しい。

$a * b = a \vee b, a \perp b = a \wedge b$  とすると、命題3.1の2)と3)より、 $g = \Pi$  として、

$$\forall A, \forall B, \Pi(\tilde{A} \cup \tilde{B}) = \Pi(\tilde{A}) \vee \Pi(\tilde{B}) \quad (3.13)$$

となる。これはファジィ集合の可能性測度[20]の性質である。

$g$  を t-conorm\* を基にした  $X$  上のファジィ測度、 $\cup$  を negation とすると

$$\forall \tilde{A} \in \mathcal{F}, g_c(\tilde{A}) = C(g(\tilde{A})) \quad (3.14)$$

は次の性質を持つファジィ測度である。ただし  $\mu_{\tilde{A}} = C_0(\mu_A)$  であり、 $C_0$  も定義2.2のnegationであるとする。

[命題3.2]

- 1)  $g_c(\phi) = 0, g_c(X) = 1$  で  $0 \leq g_c(\tilde{A}) \leq 1$  である。
- 2)  $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$  ならば、 $g_c(\tilde{A}) \leq g_c(\tilde{B})$  である。
- 3)  $\perp'$  を \* の C-dual である t-norm とすると、 $g_c(\tilde{A} \cup \tilde{B}) \perp' g_c(\tilde{A} \cap \tilde{B}) = g_c(\tilde{A}) \perp' g_c(\tilde{B})$  であり、特に、 $\tilde{A} \cup \tilde{B} = X$  のとき、 $g_c(\tilde{A} \cap \tilde{B}) = g_c(\tilde{A}) \perp' g_c(\tilde{B})$
- 4)  $\tilde{A}$  が crisp な集合であるとき  $g_c(\tilde{A}) \perp' g_c(\tilde{A}) = 0$  である。

(証明)

1) (3.3)式と(3.14)式より

$$g_c(\tilde{A}) = C\left(\bigwedge_{i=1}^n (C_0(\mu_i) \perp g(D_i))\right) \quad (3.15)$$

であるので、 $\tilde{A} = \phi$  および  $\tilde{A} = X$  のとき各々、

$$g_c(\phi) = C\left(\bigwedge_{i=1}^n (*(\perp g(D_i)))\right) = C(1) = 0 \quad (3.16)$$

$$g_c(X) = C\left(\bigwedge_{i=1}^n (*(\perp g(D_i)))\right) = C(0) = 1 \quad (3.17)$$

2) (3.15)式において、\*と $\perp$ が単調非減少であり、 $C_0$ と $C$ が単調減少関数であることから示される。

$$3) C(g_c(\tilde{A} \cup \tilde{B}) \perp' g_c(\tilde{A} \cap \tilde{B}))$$

$$= C(C(g(\tilde{A} \cup \tilde{B})) \perp C(g(\tilde{A} \cap \tilde{B})))$$

DeMorgan律  $C_0(\mu_i \vee \nu_i) = C_0(\mu_i) \wedge C_0(\nu_i)$  より、

$$= C(C(g(\tilde{A} \cap \tilde{B})) \perp C(g(\tilde{A} \cup \tilde{B})))$$

$\perp'$ は\*のC-dualであるので、

$$= g_c(\tilde{A} \cap \tilde{B}) * g_c(\tilde{A} \cup \tilde{B})$$

$g$ は\*に基づくファジィ測度であるので、命題3.1の3)より

$$\begin{aligned} &= g_c(\tilde{A}) * g_c(\tilde{B}) \\ &= C(C(g(\tilde{A})) \perp C(g(\tilde{B}))) \\ &= C(g_c(\tilde{A}) \perp' g_c(\tilde{B})) \end{aligned} \quad (3.18)$$

となり、 $C$ が involutive であることから、3)が導かれる。特に、 $\tilde{A} \cup \tilde{B} = X$  のとき1)より  $g_c(\tilde{A} \cup \tilde{B}) = 1$  であるので、 $g_c(\tilde{A} \cap \tilde{B}) = g_c(\tilde{A}) \perp' g_c(\tilde{B})$  である。

4)  $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \phi$  のとき、1)より  $g_c(\tilde{A} \cap \tilde{B}) = 0$  であるので3)より  $g_c(\tilde{A}) \perp' g_c(\tilde{B}) = 0$  である。 $\tilde{A}$ が crisp な集合であるとき  $\tilde{A} \cap \tilde{A} = \phi$  であることから4)が示される。

次に、negation  $\cup_0 = \cup$  とすると以下の性質が得られる。

[命題3.3] 任意のnegation  $\cup$  に対して、

$$g_c(\tilde{A}) = \bigwedge_{i=1}^n (\mu_i *' g_c(\tilde{D}_i)) \quad (3.20)$$

と表わされる。ただし、 $\perp'$ は\*のC-dualで\*は $\perp$ のC-dualである。

(証明)

$$g_c(\tilde{A}) = C(g(\tilde{A}))$$

$$= C\left(\bigwedge_{i=1}^n (*(\perp g(D_i)))\right)$$

$$= \bigwedge_{i=1}^n (C(C(\mu_i) \perp g(D_i)))$$

$$= \bigwedge_{i=1}^n (\mu_i *' C(g(D_i)))$$

$$= \bigwedge_{i=1}^n (\mu_i *' g_c(\tilde{D}_i)) \quad (3.21)$$

となる。

\*が nilpotent t-conorm で、その生成関数を

tとすると、\*のC-dual  $\perp'$ の生成関数は、 $t \circ C$ となり、 $\perp'$ もnilpotent t-normである。(3.20)式も文献 [9]の意味でのファジィ積分である。

[注3.4]  $g$ がnilpotent t-conormに基づくファジィ測度である場合、生成関数を  $t$ とし、

$$t(g(D)) = \rho_i \text{ とすると、}$$

$$g_c(\tilde{A}) = C(g(\tilde{A}))$$

$$= (C \circ t^{-1}) \left( \sum_{i=1}^n (t \circ C)(\mu_i) \cdot \rho_i \right) \quad (3.22)$$

と表わされる。 $b = t(a) = 1 - (t \circ C)(a)$  とすると、

$$t^{-1}(b) = (c \circ t^{-1})(1-b) \quad (3.23)$$

であることを用いて、

$$g_c(\tilde{A}) = t^{-1} \left( 1 - \sum_{i=1}^n (1 - t(\mu_i)) \rho_i \right)$$

$$= t^{-1} \left( \sum_{i=1}^n t(\mu_i) \rho_i \right) \quad (3.24)$$

と表わされる。 $t: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ は単調増加関数で、 $C$ の単調減少性より $t_i$ は $[0, 1]$ から $[0, 1]$ の上への単調増加関数である。したがって、

(3.24)式は(3.3)式の形式のファジィ積分である。

[命題3.4] ファジィ測度 $g$ がnilpotent t-conorm\*を基にしており、\*と $C$ の生成関数が、同じ $t: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ であるとき、 $g_c(\tilde{A}) = g(\tilde{A})$ である。すなわち、 $g(\tilde{A})$ は\*と $\perp$ に基づくファジィ集合のファジィ測度である。

(証明)

$$g_c(\tilde{A}) = t \left( \sum_{i=1}^n t(\mu_i) \cdot t(g(D)) \right)$$

$$= t \left( 1 - \left( \sum_{i=1}^n (1 - t(\mu_i)) \cdot t(g(D)) \right) \right)$$

$$= C(g(\tilde{A})) \quad (3.25)$$

となり、 $g(A) = g(\tilde{A})$ である。

[命題3.5] ファジィ集合 $\tilde{A}$ の帰属度関数の最大値を $\mu^V$ 、最小値を $\mu^A$ とすると $\mu^A \leq g(\tilde{A}) \leq \mu^V$ であり、 $\mu^A \leq g(\tilde{A}) \leq \mu^V$ である。

(証明)  $\mu_{\tilde{A}} = k$ で $k \in [0, 1]$ は定数であるとすると、

$$g(\tilde{A}) = \sum_{i=1}^n * (k \perp g(D)) = k \perp \left( \sum_{i=1}^n * g(D) \right) = k \quad (3.26)$$

である。ファジィ集合 $\tilde{A}_V$ と $\tilde{A}_A$ の帰属度関数を各々、 $\mu_{\tilde{A}_V} = \mu^V$ 、 $\mu_{\tilde{A}_A} = \mu^A$ とすると、命題3.1の2)より

$$\mu^A = g(\tilde{A}_A) \leq g(\tilde{A}) \leq g(\tilde{A}_V) = \mu^V \quad (3.27)$$

となる。また $C$ の単調減少性より、

$$C(\mu^V) \leq g(\tilde{A}) \leq C(\mu^A) \quad (3.28)$$

であり、

$$C(C(\mu^A)) \leq C(g(\tilde{A})) \leq C(C(\mu^V)) \quad (3.29)$$

$C$ はinvolutiveであるので

$$\mu^A \leq g_c(\tilde{A}) \leq \mu^V \quad (3.30)$$

となる。

[例3.1] nilpotent t-conormを基にした場合として、

$$a * b = \min[1, (a^q + b^q)^{1/q}], q \geq 0 \quad (3.31)$$

を考える。このとき生成関数は $t(a) = a^q$ であるので、 $t(g(D)) = \rho_i$ とすると、

$$g(\tilde{A}) = \left( \sum_{i=1}^n \mu_i^q \cdot \rho_i \right)^{1/q} \quad (3.32)$$

$C(a) = 1 - a$ とすると、 $t_i(a) = 1 - t(1 - a) = 1 - (1 - a)^q$ であるので、(3.24)式から、

$$g_c(\tilde{A}) = 1 - \left( \sum_{i=1}^n (1 - \mu_i^q) \cdot \rho_i \right)^{1/q} \quad (3.33)$$

となる。 $g(\tilde{A})$ と $g_c(\tilde{A})$ は $q$ の値に応じて各々表3.1の値を取る。

表3.1 パラメータ $q$ の値に対応した $g(\tilde{A})$ と $g_c(\tilde{A})$ の値

	$g(\tilde{A})$	$g_c(\tilde{A})$
$q \rightarrow \infty$	$\bigvee_{i=1}^n \mu_i$ (最大値)	$\bigwedge_{i=1}^n \mu_i$ (最小値)
$q \rightarrow 1$	$\sum_{i=1}^n \mu_i \rho_i$ (算術平均)	$\sum_{i=1}^n \mu_i \rho_i$ (算術平均)
$q \rightarrow 0$	$\prod_{i=1}^n (\mu_i^{\rho_i})$ ( $\rho_i = \frac{1}{n}$ のとき幾何平均)	$1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mu_i^{\rho_i})$ ( $\rho_i = \frac{1}{n}$ のとき幾何平均の双対)

ファジィ測度は、対象物の評価における各属性の重視度合いを表現するものと考えられている[2,31]。定義3.1のファジィ積分を複数のファジィ集合 $A_1, A_2, \dots, A_n$ を重視度合い $g$ によって統合する演算子として考えるならば、それはDuboisとPrade [32]の意味での一種の平均演算子である。

[例3.2] non-Archimedean t-conorm に基づく場合として、

$$a * b = \max(a, b) = a \vee b \quad (3.34)$$

を考える。semi-distributive なt-normとしては、 $a \wedge b = a \wedge b$ を仮定し、 $C(a) = 1 - a, g(D_i) = g_i$ とする。定義3.3より、

$$g(\tilde{A}) = \bigvee_{i=1}^n (\mu_i \wedge g_i) \quad (3.35)$$

であり、命題3.3より

$$g_c(\tilde{A}) = \bigwedge_{i=1}^n (\mu_i \vee (1 - g_i)) \quad (3.36)$$

である。 $g(\tilde{A})$ は $\tilde{A}$ の可能性測度 $\Pi(\tilde{A})$ であり、 $g_c(\tilde{A})$ は $\tilde{A}$ の必然性測度 $N(\tilde{A})$  [33]である。

ファジィ集合の測度 $g(\tilde{A})$ や $g_c(\tilde{A})$ は各々 (3.3)式と(3.20)式で定義される、 $\tilde{X}(X)$ から $[0, 1]$ への写像である。したがって $g(\tilde{A})$ や $g_c(\tilde{A})$ は、ファジィ集合を要素とするファジィ集合、すなわち、レベル2ファジィ集合の帰属度関数であると考えられることができる。レベル $m$ ファジィ集合を ${}^m\tilde{A}$ と表わし帰納的に定義することによって、レベル $m$ ファジィ集合の測度は、

$$g({}^m\tilde{A}) = \bigstar_{R=1}^l (g_c({}^{m-1}\tilde{A}_R) \perp g_R) \quad (3.37)$$

$$\text{または、} \quad g_c({}^m\tilde{A}) = \bigwedge_{R=1}^l (g_c({}^{m-1}\tilde{A}_R) \bigstar g_{cR}) \quad (3.38)$$

として表わされる。ただし、 $g_R$ は $g$ または $g_c$ であることを表わし、 $g_R$ と $\bar{g}_{cR}$ はファジィ集合 $A$ に付与されたファジィ測度で、(3.3)式と(3.20)式での $g(D_R)$ や $g_c(\bar{D}_R)$ に対応している。

[注3.5] (3.37)式と(3.38)式において、 $g_R$ が $\sum_{k=1}^n g_k = 1$ である確率測度の場合は、二項組 $(\tilde{A}_R, g_R), k=1, \dots, l$ の集合は、広田[33]によるProbabilistic set である。

#### 4. FTAへの応用

ファジィ集合のファジィ測度  $g(\tilde{A})$  および

$g_c(\tilde{A})$ の応用としてFTA を考える。

基本事象全体の集合を $X$ とする。図4.1に示すように、カセットやパスセット等の基本事象 $x$ の集合は、 $X$ の部分集合でありこれを $A$ とする。FTAでは、 $A$ が生起することによって頂上事象が発生するかどうかを考える。本節では、基本事象 $X$ の生起している度合いを $\mu_i$ で表わし、ファジィ集合 $\tilde{A}$ が生起することによる頂上事象の発生度合を $g(\tilde{A})$ で表現したFTAを提案する。

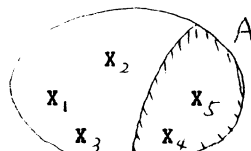


図4.1 基本事象の集合

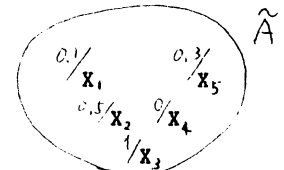


図4.2 基本事象のファジィ集合

#### 4.1 ファジィ・コヒーレント構造関数

$n$ 個の相異なる基本事象から構成されているFTにおいて、変数 $\mu_i \in [0, 1]$ は基本事象 $x_i$ の状態、すなわち、その生起している度合いを表わしているものとする。また頂上事象の状態は $\psi \in [0, 1]$ で表現する。 $\psi$ は $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ の関数として $\psi(\mu)$ と書く。 $\psi(\mu)$ をFTの構造関数と呼ぶ。

図4.3に示すFTの構造関数を、次のように表わし $\widehat{OR}$  (ファジィ論理和)ゲートとする。

$$\psi(\mu) \triangleq g(\tilde{A}) = \bigstar_{i=1}^n (\mu_i \perp g_i) \quad (4.1)$$

また図4.4のFTの構造関数を次のように表わし $\widehat{AND}$  (ファジィ論理積)ゲートとする。

$$\psi(\mu) \triangleq g_c(\tilde{A}) = \bigwedge_{i=1}^n (\mu_i \bigstar \bar{g}_i) \quad (4.2)$$

さらに図4.5の構造関数を

$$\psi(\mu_i) \triangleq C(\mu_i) \quad (4.3)$$

とし、 $\widehat{NOT}$  (ファジィ否定)ゲートとする。

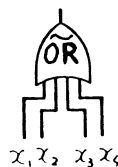


図4.3 ファジィ論理和ゲート

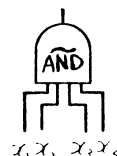


図4.4 ファジィ論理積ゲート

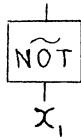


図4.6 ファジィ否定ゲート

上記の  $\widetilde{OR}$  と  $\widetilde{AND}$  と  $\widetilde{NOT}$  は  

$$\widetilde{NOT} (x_1 \widetilde{OR} x_2 \widetilde{OR} \dots \widetilde{OR} x_n)$$

$$= (\widetilde{NOT} x_1) \widetilde{AND} (\widetilde{NOT} x_2) \widetilde{AND} \dots$$

$$\widetilde{AND} (\widetilde{NOT} x_n) \quad (4.4)$$

なる DeMorgan 律に相当する性質がある。すなわち、(4.4) 式の左辺の構造関数は、

$$\psi(\mu) = C \left( \bigstar_{i=1}^n (\mu_i \perp g_i) \right) \quad (4.5)$$

であり、 $\bigstar$  と  $\perp$ 、 $\perp$  と  $\bigstar'$  の双対性を用いて(4.5) 式を変形すると

$$\psi(\mu) = \bigwedge_{i=1}^n (C(\mu_i) \bigstar' \bar{g}_i) \quad (4.6)$$

となる。(4.6) 式は、 $(\widetilde{NOT} x_1) \widetilde{AND} (\widetilde{NOT} x_2) \widetilde{AND} \dots \widetilde{AND} (\widetilde{NOT} x_n)$  を表わしている。さらに  $\widetilde{NOT} \{(\widetilde{NOT} x_1) \widetilde{AND} \dots \widetilde{AND} (\widetilde{NOT} x_n)\}$  は

$$C \left( \bigwedge_{i=1}^n (C(\mu_i) \bigstar' \bar{g}_i) \right)$$

$$= \bigstar_{i=1}^n (\mu_i \perp g_i) \quad (4.7)$$

となり、 $x_1 \widetilde{OR} x_2 \widetilde{OR} \dots \widetilde{OR} x_n$  が得られる。

図4.6 に示すように、基本事象のファジィ集合を要素とするファジィ集合はレベル2 ファジィ集合である。

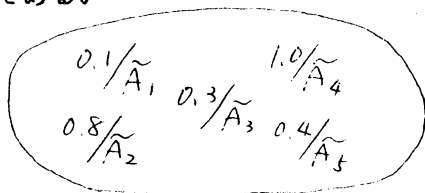


図4.6 レベル2 ファジィ集合  ${}^2\tilde{A}$

図4.7 の FT の構造関数をレベル2 ファジィ集合の測度として、

$$\psi(\mu) = g({}^2\tilde{A}) = \bigstar_{R=1}^p (g_r(\tilde{A}_R) \perp g_R) \quad (4.8)$$

または、

$$\psi(\mu) = g_c({}^2\tilde{A}) = \bigwedge_{R=1}^p (g_r(\tilde{A}_R) \bigstar' g_R) \quad (4.9)$$

と表わす。

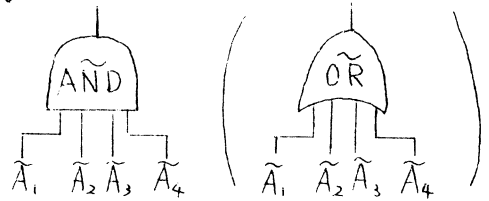


図4.7 ファジィ FT

さらに、帰納的に定義することによって任意の FT の構造関数をレベル  $m$  ファジィ集合のファジィ測度  $g({}^m\tilde{A})$  として表現できる。下位レベルのファジィ集合は FT のモジュールに相当している。

$(\cdot, \mu) \triangleq (\mu_1, \dots, \mu_{i-1}, \cdot, \mu_{i+1}, \dots, \mu_n)$   $(1_i, \mu) \triangleq (\mu_1, \dots, \mu_{i-1}, 1, \mu_{i+1}, \dots, \mu_n)$  また  $(0_i, \mu) \triangleq (\mu_1, \dots, \mu_{i-1}, 0, \mu_{i+1}, \dots, \mu_n)$  とする。

【定義 4.1】 構造関数が、 $\psi(\mu)$  が  $\mu_i$  に関して一定であるとき、すなわち、すべての  $(\cdot, \mu)$  に対して

$$\psi(1_i, \mu) = \psi(0_i, \mu) \quad (4.10)$$

が成り立つとき、基本事象  $x_i$  は構造  $\psi$  に関連していないという。

【命題 4.1】  $\forall g_i, \forall g_c > 0$  とする。このとき、FT におけるゲートのうち基本事象  $x_i$  に関係したゲートが、すべて  $\vee$  または  $\wedge$  である場合以外は、基本事象  $x_i$  は構造  $\psi$  に関連している。

基本事象  $x_i$  に関係したゲートがすべて  $\vee$  または  $\wedge$  であっても基本事象  $x_i$  が構造  $\psi$  に関連していることがあるので逆は成立しない。

【定義 4.2】 FT の構造関数  $\psi(\mu)$  が次の2つの条件を満たすとき、構造関数  $\psi(\mu)$  はコヒーレントであるという。

1) 各基本事象  $x_i (i=1, \dots, n)$  は  $\psi(\mu)$  に関連している。

2)  $\psi(\mu)$  は各変数  $\mu_i (i=1, \dots, n)$  に関して非減少である。

(4.1) 式 (4.2) 式を用いて (4.8) 式または、

(4.9) 式で表わされる FT の構造関数が条件

2) を満たすことは、t-norm と t-conorm の非減少性より示される。またこのことから、

$\forall g_i, \forall g_c > 0$  のとき  $\mu_1 \geq \mu_2$  ( $\mu_{1i} > \mu_{2i}$ ) ならば、 $\psi(\mu_1) \geq \psi(\mu_2)$  が成立する。さらに、コヒーレント構造関数は  $\psi(0)=0, \psi(1)=1$  であり

$$\bigwedge_{i=1}^n \mu_i \leq \psi(\mu) \leq \bigvee_{i=1}^n \mu_i \quad (4.11)$$

が成り立つことが、命題 3.5より示される。

[定義 4.3] 構造関数 $\psi$ に双対な構造関数 $\psi^D$ を

$$\psi^D(\mu) = C(\psi(\mu^c)) \quad (4.12)$$

と定義する。ただし $\mu^c = (C(\mu_1), \dots, C(\mu_n))$ である。

双対 FT の構造関数 $\psi^D$ は、すべての AND ゲートを OR ゲートに、またすべての OR ゲートを AND ゲートに置き換えたもので、各基本事象の余事象 $\bar{A}$ に対して定義されている。ここの $\bar{A}$ の帰属関数は $C(\mu_i)$ である。

たとえば、(4.8)式の $\psi(\mu)$ に双対な構造関数は(4.5)式と(4.6)式の関係から

$$\psi^D(\mu) = \bigcup_{R=1}^{\rho} (C(g_{c_R}(\bar{A}_R))) *' g_{c_R} \quad (4.13)$$

と表わされる。さらに $g_{c_R}(\bar{A}_R)$ を(4.2)式とす

ると

$$\psi^D(\mu) = \bigcup_{R=1}^{\rho} ( *'_{c=1}^n (C(\mu_{Rc}) \cup g_{Rc}) *' g_{c_R} ) \quad (4.14)$$

となる。ただし $\mu_{Rc}$ はファジィ集合 $\tilde{A}_{Rc}$ の帰属関数で、 $g_{Rc}$ は $\tilde{A}_{Rc}$ の重要度、 $g_{c_R}$ は基本事象 $x_{Rc}$ の $\tilde{A}_R$ における重要度を表わしている。また $\mu_{Rc}$ は、正常に機能している度合いである。本論文のファジィ FT は通常の FT 同様、等価な RG(Reliability Graph) [34] を考えることもできる。また、特殊な場合として、通常の FT の構造関数が含まれている。例えば、例 3.1 (表 3.1) において、パラメータ $g \rightarrow \infty$ のときの $g(\tilde{A})$ を AND とし、 $g_c(\tilde{A})$ を OR とした場合、または $g \rightarrow 0$ のときの $g(\tilde{A})$ を AND、 $g_c(\tilde{A})$ を OR とした場合、いずれも $\mu_i \in \{0, 1\}$ のとき通常の FT の構造関数である。

#### 参考文献

- 1) 菅野; "Fuzzy 測度とFuzzy 積分", 計測自動制御学会論文集, Vol.8, pp.218~226 (1972)
- 2) M.Sugeno; Theory of Fuzzy Integral and their Applications, Ph.D. Thesis, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 1974
- 3) D.Dubois and H.Prade; "A class of fuzzy measures based on triangular norms", International Journal of General Systems, Vol.8, pp.43~61(1982)
- 4) K.Menger; "Statistical Metrics." Proceedings of National Academy of Science USA, Vol.28, pp.535-537, (1942)
- 5) C.H.Ling; "Representation of associative functions, Publ. Math. Debrecen, Vol.12, pp.189~212(1965)
- 6) B.Schweizer and A.Sklar; "Associative functions and statistical triangle inequalities", Publ. Math. Debrecen, Vol.8, pp.169~186 (1961)
- 7) B.Schweizer and A.Sklar; "Associative functions and abstract semigroups", Publ. Math. Debrecen, Vol.10, pp.69~81(1963)
- 8) R.Kruse; "Fuzzy integrals and conditional fuzzy measures", Fuzzy Sets and Systems, Vol.10, pp.309~313(1983)
- 9) H.Ichihashi, H.Tanaka and K.Asai; "Fuzzy integrals based on pseudo additions and multiplications", The Journal of Mathematical Analysis and Applications, (to appear)
- 10) 市橋, 田中, 浅居; "ファジィ積分とその多属性意思決定問題への応用." 計測自動制御学会論文集, Vol.22, No.5(1986)
- 11) E.P.Klement and W.Schwyhla; "Fuzzy Probability Measures." Fuzzy Sets and Systems, Vol.5, pp.21-30, (1981)
- 12) E.P.Klement; "Characterization of Fuzzy Measures Constructed by Means of Triangular Norms." Vol.86, pp.345-358(1982)
- 13) E.P.Klement and W.Schwyhla; "Correspondence Between Fuzzy Measures and Classical Measures." Fuzzy Sets and Systems, Vol.7, pp.57-70(1982)
- 14) D.Butnariu; "Additive Fuzzy Measures and Integrals 1." Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol.93, pp.436-452(1980)
- 15) 菅野; "Fuzzy 測度の構成とFuzzy 積分によるパターン類似度評価", 計測自動制御学会論文集, Vol.9, pp.361~368(1973)
- 16) D.Ralescu and G.Adams; "The Fuzzy Integral." Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol.75, pp.562-570(1980)
- 17) D.Butnariu; "Additive Fuzzy Measures and Integrals 2-3." Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol.75, pp.562-570(1980)
- 18) M.Mizumoto; "T-norms and Their Pictorial Representations." Busefal(to appear)
- 19) 水本; "T-ノルムとFuzzy 制御." 第1回ファジィ・システム・シンポジウム講演論文集, pp.125~132(1985)
- 20) L.A.Zadeh; "Fuzzy Sets as a bases for a theory of Possibility", Fuzzy Sets and Systems, Vol.1, pp.3~28(1978)
- 21) D.Dubois and H.Plade; Fuzzy Sets and Systems Theory and Applications, Academic Press, New York (1980)
- 22) L.A.Zadeh; "Fuzzy Sets and Information Granularity." (ed. by M.M. Gupta et al) North-Holland, pp.3-18(1979)
- 23) G.L.S.Schackle; Decision, Order and time in human affairs, Cambridge University Press, London and New York, pp.67~103 (1961)
- 24) 塚本; "確率とFuzzy 測度の同形性." 計測自動制御学会論文集, Vol.19, pp.269~271(1983)
- 25) R.Kruse; "A Note on  $\lambda$ -additive Fuzzy Measures." Fuzzy Sets and Systems, Vol.8, pp.219-222(1982)
- 26) R.Kruse; "On the Construction of Fuzzy Measures." Fuzzy Sets and Systems, Vol.8, pp.323-327(1982)
- 27) S.T.Wierzcchoń; "An Algorithm for Identification of Fuzzy Measures." Fuzzy Sets and Systems, Vol.9, pp.69-78(1983)
- 28) S.Weber; "L-Decomposable measures and integrals for Archimedean t-conorms", Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol.101, pp.114~138(1984)
- 29) L.A.Zadeh; "Probability measure of fuzzy events", Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol.23, pp.421~427 (1968)
- 30) M.J.Frank; "On the Simultaneous Associativity of F(x,y) and x+y-F(x,y)." Aequationes Mathematicae, Vol.19, pp.194-226(1979)
- 31) 菅野; "「講義」あいまい理論 計測と制御, Vol.22, pp.50~55(1983)
- 32) D.Dubois and H.Prade; "Criteria Aggregation and Ranking of Alternatives in the Framework of Fuzzy Sets Theory." TMS/Studies in the Management Sciences, Vol.20, pp.209-240 North-Holland (1984)
- 33) K.Hirota; "Concepts of probabilistic sets." Proc. IEEE Conf. Decision Control, New Orleans, pp.1361-1366.
- 34) 井上; F T A安全工学, 日刊工業新聞社, (1979)

## パネルディスカッション

### — 近未来のあいまい工学：産業界の動向 —

司会 寺野 寿郎 (法政大学)

パネラー 宮本 捷二 (株)日立製作所

パネラー 伊藤 修 富士ファコム制御(株)

パネラー 山崎 東 日揮(株)

パネラー 西川 広 新日鉄(株)

パネラー 田崎栄一郎 立石電気(株)

パネラー 外口 健一 三菱化工機(株)

産業界におけるあいまい工学手法の有効性と現在の適用状況、近未来の動向について、実際に深く関係を持つ立場にある方々の意見を発表してもらい、フロアとの間でも討論をする。



付 録



## 国際ファジィシステム学会 (略称 I F S A) の概要

- ① 名 称 国際ファジィシステム学会 ( International Fuzzy Systems Association )
- ② 目 的 ファジィシステム理論とその関連分野および応用分野の研究の相互交流と推進を図る。そのために、国際学会誌 ( Fuzzy Sets and Systems) の発行と国際会議の開催を行なう。
- ③ 会 員 会員は個人会員と法人会員からなる。
- ④ 支 部 研究活動と相互交流の活性化を図るために国毎または地域毎の支部を設ける。現在、ヨーロッパ、北アメリカ、中国、日本の4つの地域支部が認められている。
- ⑤ IFSA設立までの経緯  
人間の情緒的な面に注目し、論理にもあいまいさを表現する手段としてファジィ集合論がカリフォルニア大学バークレー校の L.A. Zadeh 教授によって提案されたのは1965年であった。その後20年あまりを経過した現在、ファジィ集合論は様々な方面から考察され多大な発展を遂げている。IFSA設立に向けて、1973年に日米科学協力セミナー『Fuzzy集合とその応用』が、また同年、『Third IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation』では『Estimation and Control in a Fuzzy Environment』というセッションがもたれている。それ以来、多くの国際会議でファジィ集合に関するセッションが開かれている。1983年にはIFAC (国際自動制御連合) が初めてファジィ理論だけをテーマとする『IFAC Symposium on Fuzzy Information, Knowledge Representation and Decision Analysis』をフランスのマルセイユで開催した。さらに、1984年、ヨーロッパ、北アメリカ、日本のワーキンググループが主催する第1回ファジィ情報処理国際会議がハワイで開かれ、その会議中に国際ファジィシステム学会設立のための集会がもたれ承認された。初代会長にアーヘン工科大学 H.-J. Zimmermann教授が選ばれ、日本からも法政大学 寺野寿郎教授と東京工業大学 菅野道夫教授が理事として選出されている。
- ⑥ ファジィ集合に関連した応用の現状  
最近、ファジィ集合を実システムに応用することが盛んになり、産業界でも具体的な問題にファジィ集合の適用を試み、続々と優れた成果が生み出されている。下記のもはその一部である。
- |                     |                                   |
|---------------------|-----------------------------------|
| <u>意志決定支援システム関係</u> |                                   |
| 『Probe』 (商品名)       | (日 本)                             |
| 『Reveal』 (商品名)      | (McDonnellダグラス社)                  |
| <u>ファジィ制御関係</u>     |                                   |
| 汎用ファジィコントローラ        | (日 本)                             |
| 地下鉄の自動運転            | (日 本)                             |
| セメントキルン             | (スミス社, オレゴンポートランド社)               |
| 浄水場の制御              | (日 本)                             |
| 診断システム (原子力)        | (日 本)                             |
| 診断システム (プラント)       | (日 本)                             |
| <u>ファジィ推論関係</u>     |                                   |
| ファジィ推論LSI           | (A T & Tベル研)                      |
| <u>その他</u>          |                                   |
| インドゴムの最適地決定モデル      | (中 国)                             |
| 動画から動く物体を認識         | (Ramesh Jain (Univ. of Michigan)) |
| 音声認識                | (日 本)                             |
| 船の最適航路決定            | (ベルギー)                            |
| 小型飛行機計器着陸システム       | (G E社)                            |
- ⑦ IFSAにおける主要テーマ
- |              |                      |
|--------------|----------------------|
| 知識表現         | 学習システム               |
| ファジィ制御       | 人工知能                 |
| エキスパートシステム   | ロボット工学               |
| 近似的推論と常識推論   | パターン認識               |
| 第5世代計算機      | 人間・機械系               |
| 画像処理と画像理解    | ファジィ計画法              |
| クラスタリングと分類   | 社会経済システム             |
| 意思決定         | オペレーションズ・リサーチと経営システム |
| ファジィ統計       | エヴィデンス理論             |
| 多値論理         | ファジィ論理               |
| 可能性理論        | ファジィ集合論の基礎           |
| 数学におけるファジィ集合 |                      |

## 国際ファジィシステム学会日本支部規約

### (名称)

第1条 本支部は国際ファジィシステム学会日本支部と称し、国際ファジィシステム学会規定第3条に基づいて設置される。

### (目的)

第2条 本支部は国際ファジィシステム学会規定第2条に定める目的達成のために必要な地域活動の推進を図り、日本におけるファジィシステム理論ならびに関連分野とその応用の進歩・発展に貢献することを目的とする。

### (役員)

第3条 本支部に次の役員をおく。

- 1) 支部長 1名
- 2) 運営委員 若干名
- 3) 監事 2名

第4条 役員を選出は次の手続きによる。

- 1) 運営委員および監事は支部総会において支部会員の中より選出する。
- 2) 支部長は運営委員の互選による。

第5条 役員は任期は2年とし重任をさまたげない。

2. 役員に欠員を生じた場合は本規則の手続きにより補充することができる。ただし後任者の任期は前任者の残任期間とする。
3. 役員はその任期満了後でも後任者が就任するまでなおその職務を行なう。

第6条 支部長は支部を代表し、支部の業務を総括する。

第7条 支部長、運営委員は運営委員会を組織し、支部総会の権限事項以外の事項を決議し、執行する。

第8条 監事は支部の事業および会計を監査する。

### (会議)

第9条 支部の会議は支部総会および運営委員会とする。

第10条 会議の議長は支部長とする。

第11条 運営委員会は随時支部長が招集する。ただし支部長は運営委員現在数の2分の1以上から、会議の目的たる事項を示して運営委員会の招集を請求された場合には、随時運営委員会を招集しなければならない。

第12条 通常支部総会は毎年1回会計年度終了後支部長が招集する。

2. 随時支部総会は運営委員または監事が必要と認めるときは、随時招集することができる。

第13条 次の事項は支部総会に提出してその承認を受けなければならない。

- 1) 役員を選任
- 2) 事業計画および収支予算
- 3) 事業報告および収支決算
- 4) その他運営委員会において必要と認められた事項

第14条 会議の議事は、特に定める場合を除き出席者の過半数で決し可否同数のときは議長の決するところによる。ただし、委任状による議決参加を認める。

### (会計)

第15条 本支部は本部からの交付金および会員からの支部会費その他の収入をもって経費にあてる。

第16条 本支部の会計年度は毎年1月1日に始まり、12月31日に終わる。

### (改廃)

第17条 本規約の改廃は支部総会において出席者の3分の2以上の議決による。

### (付則)

本規約は昭和59年11月10日より施行する。

各位殿

国際ファジィシステム学会 ( I F S A )  
日本支部長 浅居喜代治

### 国際ファジィシステム学会 ( I F S A ) 会員について

国際ファジィシステム学会 ( International Fuzzy Systems Association;IFSA ) の設立総会がハワイで開かれ、本学会が 1984 年7月25日に発足しました。これに伴い日本、アメリカ、ヨーロッパの三つの地域支部を作ることになり、日本支部につきましては、当分の間私がお世話させて頂くこととなりました (正会員、支部会員については下記のとおりです)。

### 記

#### 正会員

- [1] 年会費 55 ドル (1月~12月。ただし、日本支部経由での年会費支払い金額は 15,000円)
- [2] 学会誌 (従来の Int. Journal of Fuzzy Sets and Systems を学会誌に改組し、応用研究や解説なども含むように改善に努力する) の送付
- [3] I F S A 国際学会への参加費の割引その他の特典
- [4] I F S A 本部会員は自動的に I F S A 日本支部会員になる。
- [5] 日本支部は「あいまいシステム懇談会」(関東)と「あいまい科学研究会」(関西)とを母体として構成する。これらの研究会は関東部会、関西部会として従来どおり行なう。
- [6] I F S A 日本支部では年1回のシンポジウムの開催、ニュースの発行、年数回の関東・関西の研究例会の開催などの事業を行なう。

#### 支部会員

- [1] 日本支部会費は年間 1,500円 (1月~12月)
- [2] I F S A 本部会員でない方は日本支部だけに入会できる。
- [3] 「あいまいシステム懇談会」(関東)と「あいまい科学研究会」(関西)の会員は自動的に I F S A 日本支部の会員となる。
- [4] 上記、正会員 [6] の、日本支部が企画する研究例会その他に参加できる。

☆ ☆ ☆ ☆

事務局 〒591 大阪府堺市百舌鳥梅町4-804  
大阪府立大学工学部経営工学科 I F S A 日本支部  
TEL.0722-52-1161 EXT.2377  
郵便振替口座番号 大阪 2-304588  
加入者名 国際ファジィシステム学会日本支部

国際ファジィシステム学会 (IFSA) 入会要項

**【本部会員】**

入会申込書

「Application Form for IFSA」(別紙1)、「本部会員用入会申込書」(別紙2)にご記入の上、  
下記支部事務局へお送り下さい。

年会費

年会費 15,000円は、下記支部事務局へ郵便振替でお支払い下さい。  
(1~12月)

☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

**【支部会員】**

入会申込書

「支部会員用入会申込書」(別紙3)にご記入の上、下記支部事務局へお送り下さい。

年会費

年会費 1,500円(1~12月)は、下記支部事務局へ郵便振替でお支払い下さい。

記

○支部事務局 〒591 堺市百舌鳥梅町4-804  
大阪府立大学工学部経営工学科第3講座内  
国際ファジィシステム学会日本支部  
TEL.0722-52-1161 EXT.2377,2376  
郵便振替口座番号 大阪 2-304588  
加入者名 国際ファジィシステム学会日本支部

(別紙1)

**International Fuzzy Systems Association**

The International Fuzzy Systems Association (IFSA) is a worldwide organization dedicated to the support and development of the theory of fuzzy sets and systems and related areas and their applications. IFSA publishes the *International Journal of Fuzzy Sets and Systems*, holds International Conferences, establishes chapters and sponsors other activities throughout the world.

The constitution and by-laws of IFSA may be found in the September Bulletin of *Fuzzy Sets and Systems* (Vol. 14, pp. 89-92).

*Elected officers:*

*President:* H.-J. Zimmermann, F.R. Germany

*President-elect:* J. Bezdek, U.S.A.

*Treasurer:* Ph. Smets, Belgium

*Secretary:* Ralph Shear, U.S.A.

*Chairman Election Committee:* D. Dubois, France

*Chairman Constitution and By-laws Committee:* R. López Màntaras, Spain

*Chairman Membership and Chapters Committee:* M. Sugeno, Japan

*Chairman Meetings Committee:* E. Sanchez, France

**Application for Membership**

Mail to: International Fuzzy Systems Association, IFSA  
C/o Prof. Philippe Smets  
University of Brussels, Faculty of Medicine  
808, route de Lennik, 1070 Brussels, Belgium

- I wish to enroll as a member of the Association. My dues payment for 1986 which covers subscriptions to Volumes 18-20 of *Fuzzy Sets and Systems* incl. Postage is U.S. \$55.-.
- I have paid my annual fee through one of the IFSA Chapters.
- I have enclosed a cheque or money order.
- I have transferred my dues for 1986 to the IFSA Giro-Account No. 45.37.66.870 at the Amro Bank, Maastrichterlaan 41, Vaals, The Netherlands.
- I wish to receive a copy of the Constitution and By-laws of IFSA.

My subscription(s) is (are) for my personal use and not for the benefit of any library or other institution.

Name (printed).....

Signature.....

Mailing Address.....

.....

.....

(別紙 2)

国際ファシィシステム子会入会申込書  
(本部会員用)

本部本部本部  
本部本部本部  
本部本部本部  
本部本部本部

和 文

会費 1,5000円は 昭和 年 月 日 支部へ送金済み	年入会	会員 番号	I H 6
氏名	印	生年 月日	
勤務先		T E L	EXT.
同住所	〒		
自宅住所	〒	T E L	
研究分野			

Application for Membership of Japan Chapter of IFSA

英 文

Name(block letter)	Mr. /Mrs. /Dr. /Prof.
Mailing Address	TEL.
Organization	Title or Position
TEL.	
(Date)	(Signature)



(別紙 3)

国際ファジィシステム学会入会申込書

(支部会員用)

和 文

支部支部支部支部支部

支部  
支部  
支部  
支部  
支部

会費 1,500円は 昭和 年 月 日支部へ送金済み		年入会	会員 番号	IS 6
氏名	印		生年 月日	
勤務先			TEL	EXT.
同居所	〒			
自宅住所	〒		TEL	
研究分野				

支 部 会 員 用

英 文

Name(block letter)	Mr. /Mrs. /Dr. /Prof.
Mailing Address	
TEL.	
Organization	Title or Position
TEL.	

## 国際ファジィシステム学会第2回会議計画

- ① 主催団体等      主催   :  I F S A (国際ファジィシステム学会) 日本支部  
計測自動制御学会
- 協賛   :  日本自動制御協会, 日本機械学会, 日本OR学会,  
(予定)  情報処理学会, 電気学会, 電子通信学会, 他

- ② 論文数          招待講演, 一般講演など300編

- ③ 会議日程

月日 \ 区分	午 前	午 後	夜
7月17日(金)	講 習 会 (工業と経営へのファジィシステムの応用)		
18日(土)	講 習 会 (工業と経営へのファジィシステムの応用)		
19日(日)	登 録		カクテルパーティ
20日(月)	開会式・特別講演	研究発表	レセプション
21日(火)	招待講演 と 研究発表		
22日(水)	研究発表 / 工場見学		
23日(木)	招待講演と研究発表	総会	研究発表
24日(金)	招待講演 と 研究発表		
25日(土)	招待講演と研究発表	閉会式	

- ④ 会 場          上智大学 (予定)

- ⑤ 会議使用語      英 語

- ⑥ 参加予定国      英, 米, 仏, 西独, 中国, 伊, インド, ポーランド, チェコ, ベルギー, スペイン, ハンガリー, 東独, ソ連, ノルウエー, フィンランド, ブラジル, 台湾, ユーゴ, 日本等

- ⑦ 参加予定者数    国外 150人          国内 250人

- ⑧ 論文予稿集      発行する。

- ⑨ 予 算 (概要)      3100万円

( 支 出 )

準備費   1210万円 (人件費 270, 印刷 210, 通信 165, 会議 565)  
 会議費   1680万円 (人件費 210, 印刷 550, 会場 380, 行事 540)  
 募金経費   110万円 (人件費 50, 印刷 60)  
 事後処理費 100万円 (人件費 50, 印刷 30, 通信 30)

( 収 入 )

登録費   1300万円, 晩餐会   100万円, 学協会賛助金 200万円  
 寄付金   1500万円

- ⑩ 連絡先

〒113 東京都文京区本郷1-35-28-303 計測自動制御学会事務局  
 斎藤 保孝 ( ☎ 03-814-4121 )

〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1 東京工業大学制御工学科  
 森田 矢次郎 ( ☎ 03-726-1111 Ex. 2546 )



July 20-25, 1987

Tokyo, Japan

## Call for Papers

International Fuzzy Systems Association  
IFSA Japan Chapter

### PURPOSE AND SCOPE

This will be the Second International Congress sponsored by the International Fuzzy Systems Association. Our goal is to bring together groups from all over the world to discuss advances in theories and their application to the solution of theoretical and practical problems in the area of fuzzy and uncertain systems. The congress will emphasize applications, under four main topics:

#### 1. Mathematical Aspects of Fuzziness

*Categorical Foundations, Multiple Valued Logic, Topology, Measure Theory, Possibility Theory, Relationship to Probability and Statistics, Numbers and Intervals, and Relations.*

#### 2. Modeling and Systems Techniques

*Pattern Recognition, Clustering and Classification, Image Processing, Fuzzy Programming, Operations Research and Management Systems, Decision-Making, Fuzzy Modeling, Socio-Economic Systems, Reliability, Man-Machine Systems, and Risk Assessment.*

#### 3. Artificial Intelligence

*Knowledge Representation, Approximate and Common-Sense Reasoning, Expert Systems, Future Generation Computing, Fuzzy Database, Medical Consultation Systems, and Thinking Models.*

#### 4. Industrial Applications

*Fuzzy Control, Process Automation, Robotics, Monitoring and Diagnosis, Human Interface, Measurement, Production Management, Factory Automation, Office Automation, and CAD/CAM.*

### ORGANIZING COMMITTEE CHAIRMAN

T. Terano  
*Hosei University*

### PROGRAM COMMITTEE CHAIRMAN

M. Sugeno  
*Tokyo Institute of Technology*

### SECRETARIAT

Second IFSA Congress Secretariat  
*c/o The Society of Instrument and Control Engineers  
1-35-28-303, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113, Japan*

### CO-CHAIRMEN

B. R. Gaines    Y. M. Liu  
E. P. Klement    E. Sanchez

### SUBMISSIONS AND DEADLINES

October 15, 1986

Submission of 3 copies of the typed, double-spaced manuscript, including an abstract and 3 to 5 key words, on up to 15 letter-size (30cm×21cm) pages, to:

Michio Sugeno, Program Committee Chairman  
*Department of Systems Science  
Tokyo Institute of Technology  
4259 Nagatsuta, Midori-ku  
Yokohama 227, Japan  
Telex: 2466360 TITECH J*

January 31, 1987

Notification of acceptance and detailed instructions on preparing the extended abstract.

March 31, 1987

Submission of the extended abstract on up to 4 camera-ready pages (about 4,000 words).

We look forward to your participation in the Congress!



# IFSA日本支部 ニュース

No. 1 (1985年9月5日)

## 《目次》

Reasoning With 'Fuzzy Logic' Newsweek, February 4, 1985	2
訃報 - King-sun Fu 教授 .....	4
第1回ファジィ・システム・シンポジウム開かれる! .....	5
IFSA日本支部総会 .....	8
第1回IFSA会議 .....	10
IFSA理事会報告 .....	12
IFSA日本支部規約 .....	14
編集者から .....	16



# IFSA日本支部ニュース

No. 2 (1986年4月10日)

## 《目次》

○科研費 総合研究(A) 採択される! .....	2
○不確定性 - 神はサイコロをもてあそぶか? (科学朝日) .....	3
○実現に一步近づいた “直感”を持つファジィ・コンピュータ (日経コンピュータ) .....	4
○あいまい制御で自動運転 (朝日新聞) .....	5
○ファジィ推論LSIの開発 .....	6
○米国 制御・計測技術視察研修団 視察報告 (法政大学 廣田 薫) ...	9
○第2回ファジィ・システム・シンポジウム .....	10
○国際ファジィシステム学会第2回会議 IFSA-87 .....	10
○学会案内 .....	18
○IFSA日本支部例会の概要 .....	21
○会費納入のお願い .....	24
○総会のご案内	

## I F S A 日本支部例会

	関 東 地 区	関 西 地 区
第 一 回	<p>1985年4月13日(土) 14:00~17:00 明治大学</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 予見ファジィ制御の列車自動運転への適用 安 信 誠二 (日立)</li> <li>○ Decision Theories and the 5-th Generation Computer I.B.Turksen (トロント大)</li> </ul>	<p>1985年4月20日(土) 14:00~17:00 大阪府大</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ On Fuzzy Integrals Based on Pseudo Additions and Multiplications 市 橋 秀友 (大阪府大)</li> <li>○ 常識的推論の定式化とその問題点 片 井 修 (京大)</li> </ul>
第 二 回	<p>1985年9月7日(土) 14:00~17:00 明治大学</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Fuzzy Clustering and Robust Estimation 大橋 端雄 (東大)</li> <li>○ あいまい因果システム 大 里 有生 (横浜国大)</li> </ul>	<p>1985年9月21日(土) 14:00~17:00 神戸市勤労会館</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ メンバースhip関数の頑健性について 中 島 信之 (和歌山県立医大)</li> <li>○ I F S A - 8 5 ' に参加して 馬 野 元秀 (阪大)</li> </ul>
第 三 回	<p>1985年12月7日(土) 14:00~17:00 明治大学</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 汎用ファジィ・コントローラについて 伊 藤 修 (富士ファコム制御)</li> <li>○ 米国の制御計測技術を視察して 廣 田 薫 (法政大学)</li> </ul>	<p>1985年12月14日(土) 14:00~17:00 大阪大学</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ ファジィ・プロダクション・システム について 馬 野 元秀 (阪大)</li> <li>○ ISFNER-85,CEAFS に出席して 吉 田 均 (京大)</li> </ul>
第 四 回	<p>1986年4月19日(土) 14:00~17:00 明治大学</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ ファジィ理論を応用した音声認識 藤 本 潤一郎 (リコー)</li> <li>○ あいまい性を考慮した信頼性の解析 鬼 沢 武久 (東工大)</li> </ul>	<p>1986年4月19日(土) 14:00~17:00 京都大学</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ ファジィ手法の交通問題への適用について 秋 山 孝正 (京大)</li> <li>○ Fundamentals of Fuzzy Theory and Fuzzy Optimum Design of Structures Wang Guanyuan ( Harbin Arch. &amp; Civil Eng. Inst.)</li> </ul>

I F S A シンポジウム講演予稿集原稿の作成要領

① 提出原稿をそのままオフセット印刷するのでワープロ等で作成することが望ましい。

② A 4 サイズ（この用紙と同サイズ）、この枠内に 1 件 4 ～ 6 頁（頁数上限は 6 頁）以内。（超過した場合、1 頁につき 2,000 円徴収）

③ 標題、英文標題、著者名、英文著者名、著者の所属、英文著者所属、英文アブストラクト（5 行程度）、本文、参考文献の順に記す。

④ 図、表にはそれぞれ通し番号と標題をつけて、本文中で引用する。

⑤ 数式には数式番号を (1), (2), … のようにつける。

⑥ 参考文献は番号で引用する。

1) 著者名：本標題、発行所、pp\*/\*、発行年

2) 著者名：論文標題、掲載誌名、巻、号、pp\*/\*、発行年

⑦ 頁数は鉛筆で用紙右上に記す。

⑧ 原稿は折らずに台紙をつけて下記に送付。

〒184 東京都小金井市梶野町3-7-2  
法政大学工学部計測制御教室  
廣田 薫

☎ 0423-81-5341 内線 304

⑨ 原稿締切り日

昭和61年4月30日（水）必着のこと

第2回ファジィシステムシンポジウム講演論文集

昭和61年6月16日発行

発行 I F S A日本支部  
〒 5 9 1 堺市百舌鳥梅町 4 - 8 0 4  
大阪府立大学工学部経営工学科内  
TEL 0722-52-1161

編集 第2回ファジィシステムシンポジウム実行委員  
廣田 薫 (法政大学)、本多 中二 (電通大)

印刷 統洋社  
〒 1 7 3 板橋区大和町 4 1 - 2  
TEL 03-961-3663