

日本知能情報ファジィ学会

ソフトサイエンス研究部会

## 第21回

ソフトサイエンス・ワークショップ

講演論文集

- 日時：平成23年3月19日(土)・20日(日)
- 共催：日本知能情報ファジィ学会北海道支部
- 協賛：日本知能情報ファジィ学会評価問題研究部会  
E S A (教育システム解析) 研究会
- 会場：北海学園大学 豊平キャンパス 7号館

## 第 21 回ソフトサイエンス・ワークショップ開催にあたって

実行委員長 山ノ井 高洋（北海学園大学）

21 回目を迎えるソフトサイエンス・ワークショップが、札幌市の北海学園大学豊平キャンパスで開催される運びとなりました。日本知能情報ファジィ学会ソフトサイエンス研究部会主催，日本知能情報ファジィ学会北海道支部共催，日本ファジィ学会評価問題研究部会協賛，ESA(教育システム解析)研究会協賛としてご援助をいただきました。

北海学園大学での開催は、1996 年第 6 回の旧ノンエンジニアリング・ファジィワークショップとして工学部山鼻キャンパスで行われたのに続き 2 回目となります。また知能情報ファジィ学会関係では、2006 年第 22 回ファジィシステムシンポジウムが開催され、その次の年にはファジィ学問塾を開いております。

例年と同じく本ワークショップでは、「近年、ファジィ理論およびソフトコンピューティングは、工学領域で用いられるだけでなく、開発された各種の手法や理論が、理学、医学、人文社会科学等の領域で広く利用されるようになっていきました。より幅広い、そして新しい分野の方々の研究発表、参加を歓迎いたします。」と謳って参加を呼びかけた結果、本ワークショップに長年ご尽力をいただいたお二方、塚本弥八郎先生(名城大学名誉教授)の特別講演と中島信之先生（富山大学名誉教授）の企画講演に加え 23 編の一般講演が整いました。年度末のお忙しい中、多くの方々が札幌にお集まりくださり有難うございます。本ワークショップのために尽力くださった日本知能情報ファジィ学会北海道支部の河口万由香・村井哲也プログラム共同委員長をはじめ北海道支部関係者の方々には、ここで改めて御礼申し上げます。

また、来年は同じく北海学園大学で ISCIIA2012 (International Symposium on Computational Intelligence and Industrial Applications) が開催されます。シンポジウムには道内を巡りながらラウンド・テーブル・ディスカッションの計画もあります。ISCIIA は隔年で開催され、第 1 回は 2004 年に中国の海南島、第 2 回は 2006 年に中国の広州、第 3 回は 2008 年に中国の大理、昨年 2010 年は中国ハルビンで開催されました。毎回日本知能情報ファジィ学会や IFSA の後援をいただいています。いままで中国大陸ばかりで開催されていた国際会議を日本で初めて開催します。皆様のふるってのご参加を期待しております。

親学会の名称も日本ファジィ学会から日本知能情報ファジィ学会と変更され、狭い意味での「あいまい性」を考える学会から、広く学際領域を扱う学会へと分野の広がり期待されています。同様に本ソフトサイエンス・ワークショップがより幅広い新しい領域へとその内容を広げ、益々、発展していくことを祈念しております。

# 第21回ソフトサイエンスワークショップ講演論文集

## 目次

### 特別講演

- 確率とファジィ測度の同型写像による態度分析…………… 1  
塚本弥八郎（名城大学名誉教授）

### 企画講演

- ファジィ論理のほとんど全て（22）  
— 直観主義的ファジィ論理（とその背景） — …… 7  
中島信之（富山大学名誉教授）

### 一般講演

#### A 1 : 可能性理論・意思決定

1. 一般の必然性測度を用いるファジィ線形計画法は線形性を損なわない…………… 13  
乾口雅弘（大阪大学）  
2. 輸送問題と遺伝的アルゴリズムによる輸送コストマネジメント手法…………… 17  
安高真一郎（大阪国際大学）  
3. 内部従属AHPの総合重要度の一表現…………… 21  
大西真一，齋藤達彦，山ノ井高洋（北海学園大学），今井英幸（北海道大学）  
4. ファジィ指数型AHPによる一対比較値の考察…………… 23  
小谷直也（大阪国際大学）

#### B 1 : ファジィ数学

5. ファジィ数空間上のベキ級数についてIV…………… 27  
稲井田次郎（日本大学）  
6. 補償型・非補償型モデルとショケ積分モデル  
— 補償型・非補償型の中間のモデルとその程度の推定 —…………… 31  
高萩栄一郎（専修大学）  
7. 自由モノイドから見た[ファジィ][マルチ]集合…………… 35  
村井哲也（北海道大学），宮本定明（筑波大学），乾口雅弘（大阪大学），  
工藤康生（室蘭工業大学），赤間世紀（G-Republic）  
8. Suppressed Fuzzy c-Means の挙動分析およびパラメータ決定法…………… 39  
浅木宏視，河口万由香，宮腰政明（北海道大学）

#### A 2 : 心理・感性

9. Building Multi-attribute Decision Model under Hybrid Uncertainty…………… 43  
Junzo Watada and Nureize Arbaiy（早稲田大学）  
10. 曖昧さの理由…………… 47  
竹村和久（早稲田大学），松本文広（早稲田大学），若山大樹（駒沢大学）  
11. 勉強時BGMの感性とパフォーマンスからみた適性…………… 51  
北村裕美子，中村和男（長岡技術科学大学）  
12. ラフ集合を用いたプログラムソースコードからの作者推測の試み…………… 53  
工藤康生，越前谷 理（室蘭工業大学），村井哲也（北海道大学）

## B 2 : 論理

13. 拡張ファジィ論理におけるIFSとHLSの比較  
—HLSの推論結果が非IFS領域に入る場合— ..... 55  
黄曉玉, 小田哲久 (愛知工業大学)
14. Formalizing Constructive Discursive Logic ..... 59  
Seiki Akama (C-Republic) and Tetsuya Murai (北海道大学)
15. ラフ集合の近似概念と音楽コード進行 ..... 63  
村井哲也, 生方誠希 (北海道大学), 工藤康生 (室蘭工業大学),  
赤間世紀 (C-Republic)
16. 三段論法を有する論理代数と含意断片論理の対応について ..... 67  
小田智也, 河口万由香, 宮腰政明 (北海道大学)

## A 3 : 計測・環境

17. 感性纏覧と教育の課題について ..... 71  
中島洋一 (滝川市立明苑中学校)
18. SOMIによる温度ファジィ制御における簡易型パラメータの決定 ..... 73  
松田充夫 (大島商船高専), 但馬文昭 (横浜国立大学), 宮武直樹 (千葉科学大学)
19. イチョウの黄葉と都市の微気候について (II) ..... 77  
松原健太 (法政大学), 松田修三 (法政大学), 小沢和浩 (法政大学),  
但馬文昭 (横浜国立大学), 宮武直樹 (千葉科学大学)
20. 銀コーティングナノワイヤーの太さと屈折率の測定とプラズモン効果 ..... 81  
但馬文昭 (横浜国立大学), 西山善郎 (横浜国立大学), 松田充夫 (大島商船高専)  
宮武直樹 (千葉科学大学), 松田修三 (法政大学)

## B 3 : 医学・認知

21. EEGを用いた脳内活動部位推定法について ..... 85  
山ノ井高洋 (北海学園大学), 山崎敏正 (九州工業大学)
22. ひらがな単語認知過程における時空間的脳活動 ..... 89  
豊島 恒 (ジャパンテクニカルソフトウェア),  
山ノ井高洋, 大西真一 (北海学園大学),  
山崎敏正 (九州工業大学),  
菅野道夫 (ソフトコンピューティングヨーロッパセンター),  
エリー・サンシェーズ (地中海大学)
23. 中年群および青年群、高齢者群の生涯発達過程における自立関連度認知 ..... 93  
奥田裕紀 (金城大学)

# 確率とファジィ測度の同型写像による態度分析

Isomorphism between probability and fuzzy measures  
with its applications to attitude analysis

塚本弥八郎

Yahachiro Tsukamoto

名城大学名誉教授

Emeritus Professor, Meijo University

**abstract:** There exists an isomorphism between probability space and fuzzy measure space consisting of essential 0-1 necessity measure,  $\lambda$ -fuzzy measures and essential 0-1 possibility measure. This presentation shows the derivation of such an isomorphic mapping, its applications to analysis of risk averters or uncertainty averters, and a way to automatically generate an appropriate modal verb with the use of truth qualification technique. In addition, some other studies than those described above will also be briefly presented.

**keywords:** probability,  $\Phi_s$ -transformation, fuzzy measures, linguistic measures, risk averter, truth qualification, modal verbs in everyday life

## 1 はじめに

本稿では、確率とファジィ測度の同型写像について次節で簡単に述べ、その応用として、第3節でリスク態度の記述、第4節で Allais Paradox の解法について、第5節では日常英会話における Modality の使用法との関連について具体例を参照しながら述べる。なお、第4節までは過去の研究であり、第5節は新しく、「日常用語における真理値限定とその逆問題」について述べている。

$$\Phi_s(u) = \begin{cases} [u] & \text{if } s = 0 \\ u & \text{if } s = 1 \\ 1 - \frac{[1-u]}{s-1} & \text{if } s = \infty \\ \frac{s^u - 1}{s - 1} & \text{else} \end{cases}$$

ただし、

$$[u] = \begin{cases} 0 & \text{if } u = 0 \\ 1 & \text{if } u \neq 0 \end{cases}$$

さらに、

$$\forall s \in [0, \infty] : \Phi_s(1) = 1, \quad \Phi_s(0) = 0.$$

## 2 $\Phi_s$ -変換

本稿で述べる写像は  $\Phi_s$ -変換と呼ばれるもので、それは関数方程式:

$f(u+v) = f(u) + f(v) + (s-1)f(u)f(v)$ ,  $s \in [0, \infty]$  を解くことにより導出される (塚本 [5]). これはまた M.J.Frank[2] の t-norm の Multiplicative Generator でもある。

以下で、最初の  $[0, 1]$  は確率測度の、最後の  $[0, 1]$  はファジィ測度の Codomain を表し、また、 $[0, \infty]$  はパラメータ  $s$  の値域である。

$$\Phi : [0, 1] \times [0, \infty] \rightarrow [0, 1] \quad (1)$$

ただし、 $s = 0, 1, \infty$  での  $\Phi_s$  は L'hospital's Rule から導くことができる。

例): ここでは十分条件を示すものとして、確率測度にこの変換を行いファジィ測度を得ることを示す。

確率の加法性は以下のように表される。

$$\forall A, B \in X : A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

簡単のために、 $P(A) = u$ ,  $P(B) = v$  とおく。

上式右辺の  $\Phi_s$ -変換に注目する。

$$\begin{aligned} \Phi_s(u+v) &= (s^{u+v} - 1)/(s - 1) \\ &= ((s^u - 1) + (s^v - 1) + (s^u - 1)(s^v - 1))/(s - 1) \\ &= \Phi_s(u) + \Phi_s(v) + (s - 1)\Phi_s(u)\Phi_s(v) \end{aligned}$$

上式は  $s = 0, \infty$  を除けば、菅野の  $\lambda$  ファジィ測度 (菅野, 室伏 [9]) に他ならない、ただし、 $\lambda = s - 1$ 。

### 3 リスク態度分析への応用について

リスク態度分析では、パラメータ  $s$  は、ヒトが確実性重視か可能性重視かといった態度を表すものとして理解する。すぐ前に述べた  $\forall s \in [0, \infty] : \Phi_s(1) = 1$  は、確率が1のとき（それは現実または過去の事実として）主観的傾向にかかわらずファジィ測度も1となることを、また、 $\forall s \in [0, \infty] : \Phi_s(0) = 0$  は、完全な偽命題については、主観的態度にかかわらずファジィ測度も0であることを物語る。

さて、扱いやすく  $s$  の値域を以下のように  $[0, 1]$  へと変換する。

$$\begin{aligned} \xi : [0, \infty] &\rightarrow [0, 1] \\ \xi(s) &= \frac{1}{1 + \sqrt{s}} \end{aligned} \quad (2)$$

ポラーケースとして、 $s = 0$  ( $\xi = 1$ ) のとき *essential 0-1 possibility measure* に、 $s = \infty$  ( $\xi = 0$ ) では、*essential 0-1 necessity measure* (付録1) に、また、 $s = 1$  ( $\xi = 0.5$ ) では確率をそのまま受けとめる恒等写像となる。 $\xi$  が大きい(小さい)とき、確率を過大(過少)に評価する態度に対応する。この  $\xi$  の値域を全体集合とするファジィ集合を言語的ファジィ測度として定義し、日常的様相言語、たとえば、*kind of possible*, *not very probable* などと対応させようとした研究は塚本 ([6], [7], [10]) に見られる。

ここでは留意事項として、確実性重視-可能性重視の軸と楽天的-悲観的の軸との違いについて述べておこう。事前に判断する事柄が祝福されるべきものであるとき(たとえば、合格)、可能性重視は楽天的と捉えることができるが、そうでない(不合格)とき、可能性重視は悲観的と同意語となる。いま、合格、不合格が確率が5分5分としよう。可能性重視 ( $\xi > 0.5$ ) ということはファジィ測度の値は  $G$ (“合格”)も  $G$ (“不合格”)も0.5よりも大きくなる。他方、楽天的態度とは合格の確率を大きめに、不合格の確率を小さめに受けとめることを意味する。前者の軸は様相論理での必然性と可能性に対応していることに留意する。

### 4 Allais の反例の4つの解法

Allais の問題とはまず次のような4つの抽選券：  
 $A(30(1), 0(0))$ ,  $B(40(0.8), 0(0.2))$ ,  
 $C(30(0.25), 0(0.75))$ ,  $D(40(0.2), 0(0.8))$   
 について、 $A$  と  $B$  ( $C$  と  $D$ ) のどちらかの選択で、通常

は  $A \succ B$  ( $C \prec D$ ) という選択がなされるという2つの前提から出発する。ただし、 $B(40(0.8), 0(0.2))$  などは確率0.8で賞金40万円が貰える抽選券であることを意味する。以下、 $A \succ B$  を前提1、( $C \prec D$ ) を前提2と呼ぶことにする。

これらの2つの選択を説明しようとする4つのモデル(塚本 [12]) について考える。

#### 4.1 期待利得最大仮説

賞金の期待値の大きい方が選択されると仮説する。

$$E(A) = 30, E(B) = 32$$

最初の選択で、 $E(A) < E(B)$  となり前提1と合わない。何程か確実性重視を示唆している。

#### 4.2 期待効用最大仮説

賞金の効用  $U$  の期待値の大きい方を選択すると仮定。

$$E(U(A)) = U(30), \quad E(U(B)) = 0.8U(40)$$

$$E(U(C)) = 0.25U(30), \quad E(U(D)) = 0.2U(40)$$

前提1からは、 $U(30) > 0.8U(40)$ ,

前提2からは、 $U(30) < 0.8U(40)$

となり矛盾し、この仮説でもうまく説明できない。

#### 4.3 IEV 最大仮説

これは Yager により提案された修正確率<sup>1</sup> を用いる方法で、パラメータ  $\alpha$  が大きいほど楽観的、0に近いほど悲観的とするモデルである。4つの抽選券の IEV を計算する。

$$IEV(A) = 30$$

$$IEV(B) = 32\alpha / (0.2 + 0.6\alpha)$$

$$IEV(C) = 30\alpha / (3 - 2\alpha)$$

$$IEV(D) = 40\alpha / (4 - 3\alpha)$$

前提1から、 $\alpha < 0.4286$ 、前提2から、 $0 < \alpha$  を得る。まとめて、

$$0 < \alpha < 0.4286 \quad (3)$$

<sup>1</sup> 次式で修正された確率により期待利得を計算する。

$$p'_1 = \frac{\alpha p_1}{\alpha p_1 + (1 - \alpha)p_2}, \quad p'_2 = 1 - p'_1$$

## 4.4 CIFM 最大仮説

CIFM は (Choquet Integral with respect to Fuzzy Measures (付録 2)) のことで、これは確率を  $\Phi_s$ -変換して得るファジィ測度による賞金のシヨケ積分値で比較するモデルである。

$$\begin{aligned}CIFM(A) &= 30 \\CIFM(B) &= 40\Phi_s(0.8) \\CIFM(C) &= 30\Phi_s(0.25) \\CIFM(D) &= 40\Phi_s(0.2)\end{aligned}$$

前提条件を満たす (2) 式の  $\xi$  は以下ようになる。

$$0.25 < \xi < 0.41 \quad (4)$$

## 4.5 考察

Allais の問題は、期待利得と期待効用最大仮説では説明できない。IEV 最大仮説ではそれなりにリスク回避者の選択ということで説明可能であるが、 $\alpha$  の値が 0 に近いところまで含むのが不自然である。極端なリスク回避者は抽選券  $C$  と  $D$  では明らかに  $C$  を選択すると思われる。

CIFM 最大仮説ではそれなりのリスク回避者の程度が表現されていると思われるがどうであろうか。すなわち、IEV 値の使用の場合と違って、 $\xi$  の値が 0.25 以下のとき、 $C$  を選択する。

4.3 節 (4.4 節) に述べたことは risk averters (uncertainty averters) の態度に対応することに注意する。Things (not) to be wished を高め (低め) に評価するのは、まさに、楽観的態度であり、その逆の組合せは悲観的態度を表している。Allais の問題では、悪い方の Outcome (賞金) が 0 であることにより、隠れてしまった感がある<sup>2</sup>。4.4 節のモデルは事柄の善し悪しによらず、不確実さを回避したいという意味での uncertainty averter の態度を表している。<sup>3</sup>

総合評価においては確実性重視と可能性重視から得る CIFM を使い分けることができる。なお、確率的状況あるいはリスク態度の表現が言語的であれば、総合評価値の出力もまたファジィ集合となる。

<sup>2</sup>積分は、畢竟、積和であり積において一方が常に 0 のとき、もう一つがどんな変化をしても反映されない

<sup>3</sup>日常生活ではリスクを避けようとする行動や逆に適当な不安を求める行為も多々見られる。通常は適度の回避行動が必要だが、過度の回避からはモラルハザードが起きたり、病的にさえなりかねない。他方、まったくの無頓着は周囲に大きな迷惑をかもし出すことになる。

## 5 日常英会話に見る Modality

### 5.1 真理値限定など

かなり以前に、L.A.Zadeh(Zadeh[1]) により示された真理値限定 (Truth Qualification) は良く知られているが、そこでは言語的真理値 (LTV) の使用による数理的方法 (付録 4) が示されている。

確率を  $\Phi_s$ -変換して得るファジィ測度の値は、真理値限定と関連させて考えると、TQ の理論での LTV に対応する数値的真理値 (NTV) と位置づけることができる。

以下では、言語的確率や言語的可能性を使った真理値限定問題について、具体的な文例に基づいて述べる。

### 5.2 言語的確率表現と TQ

The future conditional と言われる表現にたとえば以下のようなものがある。

- I1: If I study, I *will* get an A.
- I2: If I study, I *must* get an A.
- I3: If I study, I *should* get an A.
- I4: If I study, I *may* get an A.
- I5: If I study, I *might* get an A.
- I6: If I study, I *could* get an A.

文の原型としては、"I get an A." で、どれも未来のことなのだが、いろいろ変化する。英会話では、*will* は *the most likely*, *might* は *the least likely* のときによく使われる。

未来についてのことだから未来形を使うというよりは、未来のことなので分からない部分があり、その分からなさの程度に応じて、modal verbs で使い分けている。いま、*might* を使うべき学生が、*will* でものを言ったとしよう。そうすると、原型の "I get an A." の真理値 (truth status) は低くなる。*might* を使えば、その truth status は *true* (or *unitary truth value*) に近いものとなるであろう<sup>4</sup>。

さて、以下のような文構成を考える。

<sup>4</sup>このような使い分けは、人々は日常会話といえども、その発言内容が *true* に近いものになるように自然に努力していると考えることができる。そうでないとき、たとえば、ハツタリ、ごまかし、うやむやなどとなって、情報交換が滑らかに行われなくなる。

I7: It is *the most likely* that I will get an A.

I8: It is *probable* that I will get an A.

I9: It is *likely* that I will get an A.

I10: It is *not very probable* that I will get an A.

I11: It is *the least likely* that I will get an A.

上の文で that 以下に登場する will は、この場合単に tense 合わせの意味で、これと、たとえば、*the least likely* が合わさって、I *might* get an A. となると考えるとその構造が見えてくる。上の I10 で、

*not very probable* などは確率の言語的表現であると考えられる。少し長くなるが

“I will get an A” is *not very probable*” is true.

のように書けば明らかである。このときもし、*most likely* を使うと、真理値限定の理論にしたがえば、その truth status は自動的に変化して以下のようになる。

“I will get an A” is *the most likely*” is rather false.

以上述べたことは未来について比較的冷静な立場での表現についてである。

この考え方は可能性限定、あるいは必然性限定ともつながるものである。

### 5.3 可能性限定

ここでは可能性-必然性の軸での真理値限定について考える。0-1 *possible* と 0-1 *necessary* の中間に位置する言葉がいくつもある。たとえば、

*possible, sort of possible, probable, somehow certain, certain.*

上の言葉には順序性が見られると同時にオーバーラップする部分が多い。文献 Tsukamoto[6] では、これらの言葉を言語的測度と呼び、前出 (2) 式で定義した  $\xi$  の値域を全体集合とするファジィ集合を簡単な実験に基づいて定めている。ただし、本稿では、NTV で語る possibility qualification として考えると、前に述べたように、 $\Phi_s$ -変換して得るファジィ測度の値は LTV に代わる数値的真理値 (NTV) と位置づけることができる。文例を使って説明しよう。自分の普段の勉強状況から、ある程度、確率についての判断をしつつも、合格の「可能性」を重視して物事を考えるのか、あるいは、「確実性」を強く意識してものを見るのか、ではかなり異なり、こうした主観のフィルターを通しての発話も

おのずと違ってくる。

(S1):The way things are going, I will *certainly* pass it.

(s2):The way things are going, I will *probably* pass it.

(S3):The way things are going, I will *possibly* pass it.

いま、自分の普段の勉強状況から、(S2) がもっとも自然に聞こえる表現だとしよう。このとき (S1) で発話すると文全体の truthfulness は低くなる。また、(S3) を使うと文全体の truth status は高くはなるが、あまりに当たり前のことを言っただけということで何らかの情報を提供しているとは言い難くなる。

確率的状況にありながら、こうした主観的確信に基づいて発話する言葉が、また、多岐に亘る。

I12: *certain* ( *least certain, somewhat certain, almost certain, most certain* )

I13: *sure* ( *can be sure, be totally sure* )

I14: *believe* (with evidence)

I15: *confident* (with evidence)

I16: *should* (expect, hope)

I17: *100 % positive*

さらに、Intention の表現には、強い意志表示、義務感から来る意思表示、どちらかと言えばといった弱い意志、意図などさまざまな日常用語が使い分けられている。<sup>5</sup>

## 6 おわりに

本稿では、確率の  $\Phi_s$ -変換とこの変換により得るファジィ測度を使った応用について述べた。

今回、特別講演にご招待いただきました山ノ井高洋先生（北海学園大学工学部）、河口万由香先生、村井哲

<sup>5</sup>強い意志表示：

I would not be caught dead wearing that hat.  
Nothing is going to stop me from winning.  
I am definitely going home early tonight.

義務感から生じた意志

I have to do home work.  
I am supposed to visit her tonight.  
I am planning to attend the meeting tomorrow.

意図の表現

I did not mean to hurt her.

也先生（北海道大学大学院情報科学研究科）に心から御礼申し上げます。

また、本稿をまとめるにあたり貴重なご議論いただいた畑中美穂先生（名城大学人間学部）に謝意を表します。

## 参考文献

- [1] L. A. Zadeh, "The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning Part 1,2,3", *Information Sciences*, Vol.8, 9 (1975, 1976)
- [2] M.J. Frank, "On the simultaneous associativity of  $F(x, y)$  and  $x + y - F(x, y)$ ", *Aequ. Mathematica*, 19, pp.194-226, 1979
- [3] Y.Tsukamoto : On density function of  $\lambda$ -fuzzy measure Proc.of Joint Congress on Applied System Research and Cybernetics, Acapulco,1980
- [4] Y.Tsukamoto : A Measure Theoretic Approach to Evaluation of Fuzzy Set Defined on Probability Space, *Journal of Fuzzy Mathematics*, *Journal of Fuzzy Mathematics*, Vol.3, pp.89-98, 1982
- [5] 塚本弥八郎 : 確率とファジィ測度の同形性, 計測自動制御学会論文集, Vol.19, No.3, pp83-85, 1983
- [6] Y. Tsukamoto and M. Hatano : Fuzzy Statement Formation by means of Linguistic Measures, Proc. of IFAC Symposium, pp.129-134, Marseille, 1983
- [7] Y. Tsukamoto : A theory of linguistic fuzzy measures, *名城商学*, *名城大学商学会*, Vol.36, No.4, pp8-24, 1987
- [8] 廣田薫編 : ファジィシステム, (塚本 : 第3章 ファジィ測度), 計測自動制御学会, 1990
- [9] 菅野道夫, 室伏俊明 : 講座ファジィ第3巻, ファジィ測度, 日本ファジィ学会編, 日刊工業新聞社, 1993
- [10] Y. Tsukamoto: A Fuzzy Measure Model of Uncertainty Averter, Proc. of 1st Asian Fuzzy Systems Symposium, Singapore, pp918-923, 1993
- [11] 塚本弥八郎 : 不確実性を伴う意思決定問題のファジィ測度論による分析, 講座ファジィ第14巻, ファジィ理論と人文社会科学, 日本ファジィ学会編, 日刊工業新聞社, pp.148-170, 1994
- [12] Y.Tsukamoto : アレの反例をめぐる四つのモデル, 第6回東海ファジィ研究会講演論文集, pp.39-46, 1998
- [13] 高萩栄一郎 : 重要度と  $\lambda$  による  $\lambda$  ファジィ測度の同定について, 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol.12, No.5, pp.665-676, 2000
- [14] 塚本弥八郎 : 婉曲表現生成アルゴリズムの基礎研究 第16回人工知能全国大会講演論文集 (CDROM), 2002
- [15] Y. Tsukamoto and Xi. Zhou : Cost Analysis of Joint Products with the Use of Fuzzy Integral, *知能と情報*, Vol 14, No.4, pp. 384-392, 2002
- [16] 室伏俊明他 : 特集「ファジィ測度・積分」, *知能と情報* Vol.16, No.4, pp.2-35, 2004
- [17] R. Carter and M. McCarthy : Cambridge Grammar of English, Cambridge University Press, 2006
- [18] V. Torra and Y. Narukawa : Modeling Decisions, (Chapter 5. Fuzzy Measures, Chapter 6. From the Weighted Mean to Fuzzy Integral), Springer, 2008
- [19] 藤本勝成 : 「入門 : ファジィ測度とその周辺」, 第1回 ~ 第4回, *知能と情報*, Vol.20, No.2, No.3, No.4, No.5, 2008
- [20] 高萩栄一郎 : 可変ファジィ測度によるシヨケ積分モデル, 第19回ソフトサイエンス・ワークショップ講演論文集 (日本知能情報ファジィ学会 ソフトサイエンス研究部会主催), pp.111-114, 2009
- [21] 竹村和久, 大久保重孝 : 特集「曖昧さの心理学」, *知能と情報*, Vol.22, No.4, pp.13-20, 2010

## 連絡先

塚本弥八郎

E-mail: [yytsukamoto@ac.auone-net.jp](mailto:yytsukamoto@ac.auone-net.jp)

## 付録 1 : 記号と定義など

$I$  で実数  $R$  上の閉区間  $[0, 1]$ ,  $\emptyset$  で空集合, また,  $R$  の Borel Field を  $\mathcal{B}$  で表す.  $(R, \mathcal{B}, G)$  を  $G$  の測度空間と呼ぶ. 本稿では,  $G(\emptyset) = 0, G(R) = 1$  を満たす集合関数  $G : \mathcal{B} \rightarrow I$  を扱う.

定義 1  $\exists B \in \mathcal{B}$  についての 0-1 可能性測度 :

$$\forall A \in \mathcal{B} : \Pi_B^*(A) = \begin{cases} 1 & \text{if } A \cap B \neq \emptyset \\ 0 & \text{if } A \cap B = \emptyset \end{cases}$$

定義 2  $\exists B \in \mathcal{B}$  についての 0-1 必然性測度 :

$$\forall A \in \mathcal{B} : N_B^*(A) = \begin{cases} 1 & \text{if } A \supset B \\ 0 & \text{if not} \end{cases}$$

定義 3 可能性測度は以下の性質をもつ集合関数 :

$$\forall A, B \in \mathcal{B} : \Pi(A \cup B) = \max\{\Pi(A), \Pi(B)\}$$

定義 4 必然性測度は以下の性質をもつ集合関数 :

$$\forall A, B \in \mathcal{B} : N(A \cap B) = \min\{N(A), N(B)\}$$

定義 5 適当な性質をもつ 2 つの集合関数  $F$  と  $G$  について,  $G$  が  $F$  に準同型とは

$$\exists \phi \in G(\mathcal{B})^{F(\mathcal{B})} : G = \phi \circ F$$

定義 6 定義 5 で  $\phi$  が連続かつ全単射のとき,  $F$  と  $G$  は同型, または,  $G$  は  $\phi$  により  $F$  と同型という.

## 付録 2 : ショケ積分

集合  $X = \{x\}$  の部分集合  $A_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) の定義関数を  $\mathcal{X}_{A_i}(x)$  で表す.  $f : X \rightarrow [0, \infty)$  が以下の単関数で与えられているとする.

$$f(x) = \sum_{i=1}^m a_i \mathcal{X}_{A_i}(x) \quad (5)$$

ただし,

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad (i \neq j)$$

$$0 \leq a_1 \leq \dots \leq a_m.$$

$B_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) を以下のように定める,

$$B_i = A_i \cup A_{i+1} \cup \dots \cup A_m.$$

このとき, Eq.(5) は次の Eq.(6) 式でも表すことができる.

$$f(x) = \sum_{i=1}^m (a_i - a_{i-1}) \mathcal{X}_{B_i}(x), \quad (a_0 = 0) \quad (6)$$

ショケ積分は上の単関数表現から次式で定義される.

$$(c) \int f(x) dG = \sum_{i=1}^m (a_i - a_{i-1}) G(B_i) \quad (7)$$

## 付録 3 : 補題

確率が密度関数  $\rho$  により与えられているとき,

$$T = \{u \mid \rho(u) > 0\}$$

と定める.

補題 1  $\forall A \in \mathcal{B} : \Pi_T^*(A) = \Phi_{s=0}(P(A)), \quad a.e.$

$A$  が Null Sets のとき常に 0 となるので, *almost everywhere* でしか成立しないが, この点を考慮した上で,  $\Pi_T^*$  は  $\Phi_{s=0}$  により  $P$  と準同型である.

補題 2  $N_T^*$  は  $\Phi_{s=\infty}$  により  $P$  と準同型である.

## 付録 4 : 真理値限定とその逆問題

$A, H, LTV$  で, 順に, Hedge, Adjective, Linguistic truth value を表すものとする.

通常の真理値限定とは, “ $X$  is  $A$ ” is  $u$ -true, の下で,

$$Truth(H, A) = LTV$$

において,  $LTV$  が与えられて適切な  $H$  を探すことを, また, その逆問題とは  $H$  を与えて  $LTV$  を求めることを意味する.

本稿での真理値限定とは,

$$Truth(Pr, LM) = NTV$$

において,  $Pr$  と  $NTV$  を与えて適切な  $LM$  を探すことを, また, その逆問題とは  $Pr$  と  $LM$  を与えて  $NTV$  を求めることを意味する.

## ファジィ論理のほとんど全て（22） — 直観主義的ファジィ論理（とその背景） —

中島 信之  
NAKAJIMA, Nobuyuki

概要 本発表では、直観主義的ファジィ論理について解説する。そのために必要な、①論理と集合論と数学の関係、②基礎となる直観論理と集合論と数学、③証明方法としてのLKとLJ、などについて説明する。単位区間 $[0,1]$ 上の直観（主義的）論理を直観主義的ファジィ論理といい、 $[0,1]$ の代数的演算を加味したものを単にファジィ論理という。これらについて解説する。

鍵言葉 論理，集合論，数学，ファジィ論理，ファジィ集合論，ファジィ数学

### 1 はじめに

ファジィ論理の歴史をひもとくとき、その始まりを考えると、4つの起源にたどり着く<sup>1</sup>。

- ①あいまいさのファジィ論理
- ②回路のファジィ論理
- ③ファジィ・アルゴリズム
- ④ ザデーのファジィ論理

1970年代の末から、2つの新たなファジィ論理の芽が生まれた。1つがパヴェルカのファジィ論理（これは公理や推論規則もファジィ化した）で、もう1つは直観主義的ファジィ論理である。今回の発表は後者についてである。

直観主義的ファジィ論理は竹内と千谷によって始められた。竹内氏は古くからファジィ論理に関心をもっておられた（たとえば『線形代数と量子力学』[6]，1981）。なぜファジィ論理（なんぞ）に？と — 正直なところ — 不審に思ったものだった。

さて、わたしの『ファジィ論理のほとんど全て』もそろそろ佳境に入ってきて（！）、直観主義的ファジィ論理の読解からいつまでも逃れているわけにもいかなかった。理解できぬまま — 無理矢理 — 読み進めてみると、それまでわからなかったことが、少しずつ見えてきた。最も役に立ったのが竹内の『数学的世界』[7]であった。かれは、この書の「新しい論理、新しい数学」(p.62~)以降で、新しい論理として、①直観論理、②真偽以外の中間の値をいくつかとる論理、③量子論理の3つをあげる(p.65)。ファジィ論理は②の中に含まれている<sup>2</sup>。

<sup>1</sup>「ファジィ推論の論理」というのも入れるべきか、と考え始めている。

<sup>2</sup>とは明記されていない。ファジィ集合が「数学の外で発生して、最近さかんに研究されて」いる。

ところで、われわれにお馴染みのウカシエヴィッツの多値論理はなぜ出てこない？ どこに消えた？

このことに関して、竹内ら [9] は「ウカシエヴィッツの論理では、 $P \wedge (P \supset Q)$ 、 $\supset Q$  は成り立たない。これを集合論の言葉に翻訳すれば、外延の公理が成り立たないということである。」と書く。外延<sup>3</sup>の公理とは、公理的集合論ZF<sup>4</sup>の10個の公理の1で、

$$\forall x(x \in a \equiv x \in b) \rightarrow a = b$$

である<sup>5</sup>（『岩波・数学辞典』）。

外延性の公理を満たさないということは、集合論が成り立たないということ、すなわち、ウカシエヴィッツの多値論理は集合論を生み出しえない、ということである。

竹内らは「論理学の観点からは、各論理は対応する集合論をもつ」( [9] )という。集合論をとまなわぬウカシエヴィッツの多値論理は、この観点からすれば、論理学欠格である。わたし個人としては、集合論をとまなわぬ論理学もあり、だと思いが、それはそれ。

竹内氏がファジィ論理に関心をもった理由は、それがファジィ集合論に、そしてファジィ数学につながっていると知ったからだと拝察する。ただし、そのファジィ論理は直観主義的ファジィ論理であって、ザデー（やわれわれ）の考えるウカシエヴィッツの含意をもつファジィ論理ではない。

本論文では、まず、論理学と集合論と数学の関係について、竹内の考えを（わたしなりに解釈して）紹介

<sup>3</sup>たとえば、集合の定義としては、要素を列挙する外延と、性質による内包とがある。

<sup>4</sup>ZFはZermelo-Fraenkelの集合論の謂い。

<sup>5</sup>「 $P \wedge (P \supset Q)$ 、 $\supset Q$  が成り立たなければ外延性の公理が成り立たない」をどう証明したらいいかわからなかった。畏友の近藤通朗氏（数理論理学が専門）に尋ねたが、わからないとの返答であった。竹内先生を信じて、そのままご勘弁いただく。

<sup>6</sup>「each logic has its corresponding set theory」で「should have」でない。のちに論じる。

し、そのあとで直観主義的ファジィ論理とファジィ論理を紹介する。

## 2 論理学主義と不完全性定理

論理学と集合論と数学の関係といえ、ふつうに考えれば、論理学の上に集合論が乗り、集合論の上に数学が乗る、という図式になるだろう。何かの上に何か乗る、とは、何か(の公理系)に何か(公理 — 空かもしれない)をつけ加えると、何かが得られる、ということである。すなわち、集合論は論理学の公理系に公理をつけ加えることで、数学は集合論に公理をつけ加えることで、得られる。あるいは、論理学に(直接)公理をつけ加えることで数学が得られる。

数学を得るために(論理学に)つけ加える公理がもし空だったら、数学は論理学の原理だけで構築できることになる。もしそうなら、数学の無矛盾性などを論理体系で論じることができるわけだから、たいへん結構である。こうした立場を論理主義 formalism という。論理主義を奉じた数学者・論理学者には超大物のフレーゲやデデキント、ラッセルがいる。

### 2.1 論理主義の興亡

論理主義を初めて唱えたのはフレーゲである。かれは算術<sup>7</sup>にしっかりした基礎をあたえようとし、そのさい、障碍になるのが自然言語と論理の不完全さであることを見出した。そして、おそらく、かれは論理を整備しているうちに、整備が完了したあかつきには、算術も論理の枠内に収まるのではないかと考えた(だろうと、想像する)。事実、かれはその証明に成功したと考え、『算術の基本法則』<sup>8</sup>でまさにその成果を公刊しつつあった。

だが、第 巻の最終校正のさなかに、ラッセルから手紙が届いた。その手紙は、いわゆるラッセルの逆理 paradox を伝えていた。ラッセルの逆理とは、 $R = \{x | x \notin x\}$  とおくと、

$$R \in R \iff R \notin R$$

というものである<sup>8</sup>。この逆理が、フレーゲの拠って

<sup>7</sup>「算術」というと、何となく昔の小学校の「算数」のようなおもむきがあるが、図形の数学である幾何学 geometry に対して、数の数学である arithmetic をこうよぶ。なお、フレーゲは、幾何学の方は、論理に還元しえない空間的直観に基づくと思なされるので、論理主義は適用されず、算術に限定される、と考えていた(三平 [3], p.151)。

<sup>8</sup>三平 [3], pp.160-161 を見ると、ラッセルの逆理はこれと違っていたようにも思えた。ラッセルの書簡の訳が『フレーゲ著作集 6 書簡集・付 [日記]』にあるので、興味のあるかたはぜひご覧いただきたい。

立っていた「外延性の原理」を突き崩したのである。外延性の原理とは

- (V) <sup>9</sup>概念 F の外延が概念 G の外延と同一であるのは、すべての対象  $x$  について、 $x$  が F であれば  $x$  は G であり、そして  $x$  が G であれば  $x$  は F である場合、またその場合に限る

これがどうしてラッセルの逆理によって矛盾にいたるか、など、くわしいことは、三平の「論理主義の現在」[3] (pp.160-161) をご覧いただきたい。

フレーゲ(とデデキント)は撤退したが、(いろいろな面で)その衣鉢を継いだラッセルは、フレーゲが撤退した地点から出発して、論理主義確立に立ちあがった。かれが自らの逆理を退治するために提唱したのは「型の理論」であった。結果はどうだったか。「残念ながら、フレーゲやラッセルの試みはことごとく失敗したか、あるいは成功していないと言わざるをえない。」(三平 [3], p.164)

もしかしたら奇妙なことというべきかもしれないが、「論理主義が破綻した」という明確な記述はあまりみられない。たとえば『岩波・数学辞典』をみても、結論として「この本(『数学原理 Principia Mathematica』)で定式化された論理、ならびに……型の理論は、いまなお数理論理学の重要な対象となっている。」と述べるのみである。

これで終わらないところが哲学界である。1960-80年代に、論理主義を見なおそうという動きがあった。(よくはわからないが、)(V)を避けてもフレーゲの算術を展開できるのではないかと考えられるようになった(らしい)。そうであれば、論理主義は、完全に息の根を止められたわけではない、ということになるが…。

何はともあれ、これまでの結論としていえるのは：論理主義の成立は、かぎりなく黒に近い灰色である、ということか。

### 2.2 不完全性定理

ゲーデルには、完全性定理と不完全性定理がある。完全性定理とは「古典 1 階述語論理は完全である。」いいかえると、1 階述語論理では、証明可能な命題は真であり、真なる命題は証明可能である。

一方、不完全性定理は(多少の不正確さを覚悟していえば)「古典論理(公理系)に新たな公理をつけ加

<sup>9</sup>フレーゲが設けた基本法則の第 5(V) 法則であるらしい(飯田 [1], p.15)。

えて得られる理論は不完全である。いいかえれば、真であっても証明できない命題が存在する<sup>10</sup>。

もし論理主義が成り立っておれば、ゲーデルの完全性定理により古典述語論理は完全であり、その上に乗る数学も完全である。

それに対して、もし論理主義が不成立ならば、数学は論理学の公理系だけでは不十分（プラス）何らかの公理系が必要である。ゆえに、その数学理論（の系）は不完全である。

## 2.3 証明の形式化

論理学整備の目は、証明にも向けられた。現在証明の手法としては、自然演繹法、シーケント計算、ヒルベルト流の3つがある。

ウィキペディアなどを参考にすると、論理をより自然なかたちであつかうべきだという考えは、1926年、ポーランドで行われた一連の講義で、論理のより自然なあつかいを主張したウカシエヴィッツに始まったようである。これと独立に、1935年、ゲンツェンによって学位論文として提案されたのが自然演繹 natural deduction である。だが、かれは自らそれを使ったが、あまりに複雑で、新たな証明の道具の必要性を感じた。その結果がシーケント計算である。

それに対して、ヒルベルト流はあまり由来がはっきりしない。なぜヒルベルトの名が使われたのかわからない、と書く本もある（鹿島『数理論理学』、現代基礎数学 15、朝倉書店、2009 だったかな？）。

シーケント計算（ゲンツェン流ともいう）とヒルベルト流の最も大きな違いは、ヒルベルト流が複数（古典論理の場合は3つ）の公理と1つの推論規則、分離規則（モーダス・ポネンス）<sup>11</sup>とからなるのに対し、シーケント計算は、1つの公理（ $\alpha \rightarrow \alpha$ ）と複数の推論規則からなる、という点であろう。

シーケント計算 sequent calculus

シーケント sequent は「次にくる、順々に続く、連続的な」などを意味する単語であるが、適切な訳語はないようである。

シーケント計算には古典論理向けの LK (logistischer klassischer Kalkül) と直観論理向けの LJ (logistischer intuitionistischer Kalkül) とがある<sup>12</sup>。

LK の推論規則は、式の構造に関して、増、減、換、三段論法（カット）があり、論理記号に関しては、

<sup>10</sup>不完全性定理は、理論を完全にしたら矛盾が生じ、無矛盾にすれば不完全になる、ということでもある。あるいは、自分が正常であることを自身では証明できないこと、を意味する。

<sup>11</sup>これに代入規則を加える場合もある。

<sup>12</sup>自然演繹の場合は NK と NJ である。

$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \forall, \exists$  のそれぞれに左、右の推論規則がある。

LJ の推論規則は、千谷 [11], p.35 以降にも、竹内の『数学基礎論』[5]<sup>13</sup>, p.65 以降にも載せられているが、LK を変形することによって得られる。すなわち、 $\Gamma \rightarrow \Delta$  の、 $\Delta$  のうちの  $\Delta$  は、LK の有限個の論理式の列に対して、LJ では空かまたはただ 1 つの論理式からなる（千谷 [11], p.35）。LK のすべての  $\Delta$  を  $D$  で置きかえ、公理も  $D \rightarrow D$  すれば LJ が得られる。

## 3 論理学と集合論と数学

上で論理主義の成立は、かぎりなく黒に近い灰色だと書いたが、不成立とすれば、論理学と数学のあいだには（公理系という意味で）段差がある。すなわち、論理学から集合論へと、集合論から数学へと（たぶん）2 つの段階で、公理をつけ加える必要がある。

だが、完全性という点では、論理学から集合論へ進んだ段階で、すでに失われており、集合論から数学への段階では — 不完全から不完全に移るだけで — さらに失うものはない。竹内は、くりかえし、「現代数学は、集合論の内部で構成されます。」（『数学的世界』[7], p.11）あるいは「集合論は現代数学をその内部に含む体系です<sup>14</sup>。」（同 p.50）と述べる。その際、どういった公理をつけ加えるかは数学による。少なくとも、論理学の手を離れている。結局のところ、論理学から集合論へ進む段階が問題になる。

### 3.1 論理学から集合論へ

論理学と数学の関係といっても、要するに、論理学と集合論の関係である。

集合論

最初に「集合論」について解説する。われわれが集合論と聞いて思い浮かべるのは（たとえば平面上の）点を要素とする、いわゆる点集合論であろう。だが、竹内という集合論は、そういった個々の集合論ではなく、いわば「集合論の理論」である（数学で用いられる）あらゆる集合とその構造（公理系）とからなる体系のことである。したがって、集合論の構築は、①素材となる集合の生成、②公理系の設定による。

<sup>13</sup>いまから 50 年まえ、大学 3 年に数学科に進んで、数学をやるならこの書も読むべきかと買ったのは懐かしい思い出。今頃になってあらためてページをくるとは思わなかった。

<sup>14</sup>集合論は数学をその内部に含むが、同時に、それ自体が数学の一部をなしている、のも確かである。

「集合論は二つの原理によって構成されます．第一の原理は（最初にのべた）順序数構成の原理です．第二の原理は（次の）積集合の原理です」（同 p.54）

### (1) 順序数構成の原理

まず順序数（序数）ordinal number とは何かを簡単に説明する（日本人の）われわれには，ちょっとぴんとこないが，数には2つの数がある．基数と順序数（序数）である．英語でいうと，one, two, three, ... が基数 cardinal number で，first, second, third, ... が順序数である（日本語には，こうした区別はない）．順序数も 1, 2, ... と表す．

順序数は1から始めて1の次を2, 2の次を3, ... と順々に生成される．だが，次の次の...という作り方では，それ以上にはいかない．ではどうするか．見てみよう．

まず空集合  $\emptyset$  から出発する．これを（順序数）0 とする<sup>15</sup>．次に0だけからなる集合  $\{0\}$  を作る．これを（順序数）1 とする： $1 = \{0\}$ ．ここでわれわれは2つの順序数0と1を得たから，次にこれら2元からなる集合  $\{0, 1\}$  を作り，これを2 とする： $2 = \{0, 1\}$ ．これを順々にくり返し， $n + 1 = \{0, 1, \dots, n\}$  とする．このようにして，順序数  $0, 1, 2, \dots, n, \dots$  を得る．

ここまでは，それまでに得られた順序数の集合を新たな順序数と定めた．この伝でいけば，無限の順序数の集合  $\{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$  もまた新たな順序数を定める．これを  $\omega$  と表す： $\omega = \{0, 1, 2, \dots\}$  ( $\omega$  のような順序数を極限順序数という)．その次は  $\omega + 1 = \{0, 1, 2, \dots, \omega\}$ ，またその次は  $\omega + 2 = \{0, 1, 2, \dots, \omega, \omega + 1\}$  である．この作業をつづけていけば（次の）極限順序数  $\omega + \omega$  が得られる． $\omega + \omega$  を  $\omega \cdot 2$  と表し，同様の作業をつづけると  $\omega \cdot 3, \dots, \omega \cdot n, \dots$  が，そして次の極限順序数  $\omega \cdot \omega = \omega^2$  が得られる．さらに  $\omega^3, \dots, \omega^n$  を経過して，極限  $\omega^\omega$  が得られる．この作業をどこまでもどこまでもつづけることで，ありとあらゆる順序数が得られる．

### (2) 積集合の原理

積集合とは何か．ある集合の部分集合の全体の集合をこうよぶ（[7], p.54）．たとえば  $A = \{a, b, c\}$  の部分集合の全体は，

$$\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}, \{a, b, c\}\}$$

である． $A$  の濃度を  $|A|$  と書くと， $A$  の積集合の個数（濃度）は  $2^{|A|}$  である．そこで，積集合を  $2^A$  と表す<sup>16</sup>．

<sup>15</sup> 順序数を1から始める場合と0から始める場合とがある．

<sup>16</sup> よって，積集合はベキ集合ともよばれる．じつは，ベキ集合の方がふつうだと思う．

ここで，たとえば  $\{a\}$  と  $a$  を同一視する<sup>17</sup> と  $A$  を含む．

このように，積集合の積集合，さらにその積集合と，次々に積集合をつくっていけば，順次前の集合を含みながら拡大していく．この作業を超限順序数に平行してくり返す．以下の構成法は竹内 [6] (pp.145-146) であたえられている．

(a) 順序数0をつくったとき， $V_0$  を  $\emptyset$  として構成する．

(b) 順序数  $\alpha$  から  $\alpha+1$  をつくる時， $V_{\alpha+1}$  を  $\mathcal{P}(V_\alpha)$  として構成する．ここで  $\mathcal{P}(V)$  は  $V$  のベキ集合である．

(c) 極限順序数  $\alpha$  をつくる時， $V_\alpha$  を  $\bigcup_{\beta < \alpha} V_\beta$  として構成する．

(d) 順序数の生成をつづけるかぎり， $V_\alpha$  の構成をはてしなくつづける．すべての順序数  $\alpha$  についての  $V_\alpha$  の和  $\bigcup_\alpha V_\alpha$  を  $V$  と名づける． $V$  がすべての集合を含む集合の世界である<sup>18</sup>．

## 3.2 集合論の公理系

すでに何度も述べたように，もし論理主義が成り立てば，集合論に新たな公理の必要性はない．だが，これも何回も述べたように，論理主義の成立はかぎりなく黒に近い灰色である．論理主義の成否にかかわらず，集合論はいくつかの公理をもつ．

竹内は「集合論で用いられるすべての概念は，論理的概念と，集合  $A$  が集合  $B$  に属する（または元である，または要素である）という「属する」という唯一の基本概念とから構成することができます」（\*）（『数学的世界』[7], p.34）と書く．これは，ツェルメロ-フランクフルの集合論 ZF の公理を意味するものと理解すべきであろう．

『岩波・数学辞典』の「公理的集合論」の項には ZF の10箇の公理が示されている．今も書いたとおり，‘ $\in$ ’以外の述語を含まない（とのことである）．名前だけ挙げておくと，

1. 外延性公理，2. 対の公理，3. 和集合の公理，
4. ベキ集合の公理，5. 空集合の公理，6. 無限公理，7. 分出公理，8. 置換公理，9. 正則性公理，10. 選択公理．

である<sup>19</sup>．

竹内らは [9] で，これらの中でも，特に外延性公理を取りだし，「集合論のこのまさに基本的な原理 this very basic principle」とよんだ．

<sup>17</sup> 先に  $\{\emptyset\}$  を  $\emptyset$  とは異なるものとのあつかったのに！

<sup>18</sup> すなわち，数学で用いるすべての集合の意であろう．

<sup>19</sup> ZF の公理系としては10を含まない．1-9だけのものである．

## 4 直観主義的ファジィ論理

### 4.1 直観論理

古典論理が神の論理であるのに対し、直観論理は人の論理だといわれる。古典論理は、すべての命題が真か偽のどちらかであるのに対し、直観論理は、真偽の判明しない命題の存在を認める。たとえば、双子素数（2 違いの自然数がともに素数であるような対）が無限に存在するかどうかは、現在のところわかっていないし、将来においてもわかるという保証はない！双子素数が無限に存在する」という命題を  $P$  と表すと、古典論理は（現在はわかっていないが） $P$  は真か偽のどちらかであると主張し、直観論理は  $P$  も  $\neg P$  も真とはいえない、すなわち、 $P \vee \neg P$  は真でない、と主張する。

直観論理では、「真である」のかわりに「確認する方法をもっている」を使う。「双子素数が無限に存在する」かどうかについて、われわれは（現在のところ） $P$  と  $\neg P$  のどちらも確認する方法をもっていない。

直観論理は、古典論理から排中律  $P \vee \neg P$  を除去して得られる。排中律を除くと、それに付随していくつもの式・法則がうしなわれる。たとえば、2 重否定の法則は半分成り立たない（ $p \rightarrow \neg\neg p$  は成り立つが、 $\neg\neg p \rightarrow p$  は成り立たない）。こうした点は、杉原 [4]、第 4 章に詳しいので、ご覧いただきたい<sup>20</sup>。

#### 直観論理の代数

ブール代数は古典論理の構造をもつ。このことを古典論理のリンデンバウム代数はブール代数である、という（リンデンバウム代数については近藤 [2] に詳しい）。直観論理のリンデンバウム代数は完備ハイティング代数  $\text{cHa}$ <sup>21</sup> である。直観論理では、2 重否定が半分しか成り立たないので、そのモデルの図式は上下非対称である（杉原 [4]、p.81）。完備束が完全分配則

$$p \wedge \bigvee_i q_i = \bigvee_i (p \wedge q_i)$$

を満たすとき、 $\text{cHa}$  である。

#### 有限モデル（非線形）

菱形を考える。下の頂点を  $0$ 、上の頂点を  $a$ 、左右の頂点を、それぞれ、 $b$  と  $c$  とする。さらに、 $a$  の上に 1 点をおいて、これを  $1$  とする。 $\{1, a, b, c, 0\}$  は 5 点からなる束である。

$$x \rightarrow y = \sup\{z \mid x \wedge z \leq y\}$$

とし<sup>22</sup>、 $\neg x = x \rightarrow 0$  とすると、 $\neg 1 = \neg a = 0$ 、 $\neg b =$

<sup>20</sup> といっても、簡単には手に入らないでしょうが。

<sup>21</sup> complete Heyting algebra.

<sup>22</sup> これは直観論理の定義そのものである。

$c$ 、 $\neg c = b$ 、 $\neg 0 = 1$  を得る。

#### 線形モデル [0,1]

上で直観論理のモデルは上下非対称と書いたが、 $[0,1]$  は上下対称である。どうなっているかという、位相空間  $X$  の開集合の全体が（もう 1 つの）直観論理のモデルである（竹内 [6]、p.133）。 $X = [0, 1]$  とし、 $[0, x]$  なる  $X$  の部分集合を開集合と定義する。この定義によって  $X$  は  $\text{cHa}$  になる。

### 4.2 直観主義的ファジィ論理

先に、集合論をともなわないので論理学として欠格であるウカシエヴィッツの多値論理とは対照に（直観主義的）ファジィ論理は「合格」である。さらに  $[0,1]$  を真理値とする論理学が直観主義的ファジィ論理になるという事実が、以下の論文 (2) で指摘されている。すなわち、ファジィ命題  $\varphi$  の真理値を  $[\varphi]$  で表すとき<sup>23</sup>、含意  $\supset$ <sup>24</sup> が

$$(a) (p \supset q) = 1 \iff p \leq q,$$

(b)  $(p \supset (q \supset r)) = ((p \wedge q) \supset r)$  を満たせば、 $\supset$  は直観主義の含意、すなわち

$$p \supset q = \begin{cases} 1 & \text{if } p \leq q \\ q & \text{if } p > q \end{cases}$$

である（[10]、pp.2-3、[11]、pp.93-94）。

竹内と千谷の直観主義的ファジィ論理の論文・著書には、

- (1) G. Takeuti and S. Titani, Intuitionistic fuzzy logic and intuitionistic fuzzy set theory [9], J. of Symbolic Logic, 49, 851-866, 1984
- (2) G. Takeuti and S. Titani, Fuzzy logic and fuzzy set theory [10], Archive Mathematical Logic, 32, 1-32, 1992
- (3) 千谷慧子, 『ファジィの数学的基礎』 [11], 講座ファジィ 第 1 巻, 日刊工業新聞社, 1992

がある。

千谷は [11] で「直観主義的ファジィ論理は、完備ハイティング代数  $[0,1]$  を真理値集合とする世界の論理であり、…」と書く（p.93）。単位区間  $I = [0,1]$  は、一般の  $\text{cHa}$  と異なり、線形全順序かつ稠密である。これが直観主義的ファジィ論理を特徴づける。

$I$ -値論理は直観主義的ファジィ論理  $\text{IF}$  とよばれ（千谷 [11] は  $\text{IFL}$  とよぶ（p.96））、 $I$ -値集合論は直観主義的ファジィ集合論  $\text{ZF}_{\text{IF}}$  とよばれる。論文 (1) ではこれらの性質を調べた。また  $I$  は実数としての算術の

<sup>23</sup> 原典では 2 重カッコである。

<sup>24</sup> 含意は  $\supset$  と書かれたり、 $\rightarrow$  と書かれたりする。どちらも一長一短である。

構造をもつ。それらを組み込んだ論理はファジィ論理 FL とよばれ、集合論はファジィ集合論 FZF とよばれる。論文 (2) では FL と FZF の性質をそれぞれ調べた。

ところで、直観主義的ファジィ論理および直観主義的ファジィ集合論は論理学と数学の知識を前提にする。それにもかかわらず、数学・論理学の論文であるがゆえだろうが、(1) と (2) では、それらにまったくふれていない。千谷の著書 (3) は、大はばな修正と少なからぬ磨きをくわえているだけでなく、数学・論理学の知識に不案内なわれわれ (ファジィ研究者) を、手にとって導こうという、企図壮大かつきわめてすぐれた書である。だが、残念なのは、それでもなおわれわれには取っつきやすいといいがたいことであろう。

論文 (1) [9] ([11] では第 5 章に相当)

論文 (1) は、 $I = [0,1]$  を真理値集合とする直観主義的ファジィ論理と直観主義的ファジィ集合論を論じた。 $I$  が線形全順序なので、一般の直観論理では成り立たない

$$(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$$

が成り立つ。

本論文では、IF の公理系<sup>25</sup>をあたえた。LJ の公理系に、線形全順序性と稠密性から定まる ([11], pp.96-7) 6 つの公理と 1 つの推論規則を新たに加えたものである。なお、千谷 [11] では公理は 4 つで、2 つ減っている。

そのうえで、系の強完全性を示した ((1), 定理 1.2, および [11], 定理 5.1.3)。後者定理 5.1.3 は、「IFL の論理式は、すべての  $[0,1]$  値モデルで恒真ならば IFL で証明可能である。」

第 2 節では直観主義的ファジィ集合論をあつかっているが、今回は省略する (まだ読解できるチカラがないので)。

論文 (2) [10] ([11] では第 6 章に相当)

千谷 [11] は、実数の演算  $+$ ,  $\cdot$ ,  $-$  に「対応する論理演算  $\dot{+}$ ,  $\dot{\cdot}$ ,  $\dot{-}$ <sup>26</sup>を直観主義的ファジィ論理に追加したものをファジィ論理 (fuzzy logic) と呼ぶ。」と書く (p.123)。

ファジィ論理 FL の公理系は、推論規則を 2 箇、公理を [10] では 46 箇、[11] では 47 箇の式<sup>27</sup>を LJ に加えて得られる。

<sup>25</sup>ここで公理系とは、公理の集まりと推論規則の集まりをいう。

<sup>26</sup>原典では  $\cdot$  の上に  $\dot{\cdot}$  が、記号がないので実数演算とおなじ記号を用いる。

<sup>27</sup>これらは「 $[0,1]$  値の世界で常に成り立つ式、すなわち真理値が恒等的に 1 になる論理式を表し、...」([11], P.127) とある。1 箇の違いは  $A \rightarrow A$  のようである。もちろんこれら 46 箇ないし 47 箇はすべてが独立ではない。独立なものにしろるのは容易でない、千谷氏本人から聞いた。

このとき、FL の完全性が証明される ((2), 定理 1.4.3 および [11], 定理 6.2.3 (p.140))。定理 6.2.3 は「FL のすべてのモデルで恒真な論理式は FL で証明可能である。」

ここでもファジィ集合論については省略する。

## 5 最後に — ファジィ語録

現在わたしは『ファジィ論理のほとんど全て』を書きつつある (2006 年以来だから、すでに 5 年になるうとしている)。その中に「ファジィ語録」というページが設けている。小寺平治氏 (愛知教育大名誉教授) はわたしあての私信で「ぼくは、ファジィ数学は、直観主義の special case と思っていましたが、菅野積分を取ってもそうでない (ルベグ積分 + 直観主義論理になっていない!) ことに気がきました。」と書いた。このたび、河口氏からメールをいただいたが、「直観主義的ファジィ論理」を初めて知ったときは視野が狭いと感じて興味が持てなかったのですが、今となってはとても重要な土台だったのだと思い至り、反省している次第です。」とあった。なかなか好一対な発言だと思う。

## 参考文献

- [1] 飯田隆, 論理学と哲学, 論理の哲学第 1 章, 講談社選書メチエ, 5-24, 2005
- [2] 近藤通朗, ファジィ論理とその代数, 日本ファジィ学会誌, 6, 1067-1074, 1994
- [3] 三平正明, 論理主義の現在, 論理の哲学第 5 章, 講談社選書メチエ, 149-182, 2005
- [4] 杉原丈夫, 非古典論理学, 槇書店, 1975
- [5] 竹内外史, 数学基礎論, 共立出版, 1956
- [6] 竹内外史, 線形代数と量子力学, 裳華房, 1981
- [7] 竹内外史, 数学の世界, 紀伊國屋書店, 1982
- [8] 竹内外史, 世界ファジィ・コンgresに於いて 2, 数学セミナー, 29/2, 64-71, 1990
- [9] G. Takeuti and S. Titani, Intuitionistic fuzzy logic and intuitionistic fuzzy set theory, J. of Symbolic Logic, 49, 851-866, 1984
- [10] G. Takeuti and S. Titani, Fuzzy logic and fuzzy set theory, Archive Mathematical Logic, 32, 1-32, 1992
- [11] 千谷慧子, ファジィの数学的基礎, 講座ファジィ第 1 巻, 日刊工業新聞社, 1992

[問い合わせ先]

中島 信之

930-0077 富山市磯部町 2-1-24

TEL & FAX:076-493-2104

# 一般の必然性測度を用いるファジィ線形計画法は 線形性を損なわない

Fuzzy Linear Programming with General Necessity Measures Preserves the Linearity.

乾口 雅弘

Masahiro Inuiguchi

大阪大学 大学院 基礎工学研究科

Graduate School of Engineering Science, Osaka University

**Abstract:** In this paper, treatments of possibilistic linear programming problems by necessity measures are studied. We show that the necessity fractile optimization model is reduced to a semi-infinite linear programming problem under several natural conditions on implication functions defying necessity measures. We show that the problem can be reduced to a linear programming problem when fuzzy parameters have linear membership functions and implication functions satisfy a certain condition. Moreover, the same results are given in the case when necessity measures are defined by two modifier functions. We demonstrate the results when S-, R- and reciprocal R-implications are employed to define necessity measures.

## 1 はじめに

通常の数理計画問題では，目的関数や制約条件の係数や右辺値は実数値として定められるという前提の下で扱われてきた．しかし，現実の問題においては，環境変動や知識不足により，係数や右辺値が不明確にしか与えられない場合がある．また，目標や制約が漠然としか与えられない場合も考えられる．これらの不確実性を扱うための方法の一つとして，可能性計画法が提案されている [1]．可能性計画法は ill-posed な問題で明確に記述されていない．可能性測度や必然性測度を用いて定式化される．ここでは，ロバスト最適化の一種となる必然性測度を用いて定式された問題について議論する．従来は，ある特定の含意関数により定められる必然性測度を用いる場合しか考察されてこなかったが，本研究では，種々の含意関数により定められる必然性測度を用いる場合を考察する．

## 2 必然性測度

ファジィ集合  $A$  のもとで  $B$  の必然性測度は，メンバシップ関数  $\mu_A, \mu_B$ ，含意関数  $I: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  を用いて次式で定義される [2]．

$$N_A(B) = \inf_{u \in U} I(\mu_A(u), \mu_B(u)) \quad (1)$$

ここでは，含意関数  $I$  に対して，次の自然な仮定を置く．

- (I0)  $I$  は上半連続関数である．
- (I1)  $I(0, 0) = I(0, 1) = I(1, 1) = 1$  かつ  $I(1, 0) = 0$  となる．
- (I2) if  $0 \leq c \leq a \leq 1$  かつ  $0 \leq b \leq d \leq 1$  ならば， $I(a, b) \leq I(c, d)$  となる．

必然性測度は含意関数  $I$  を与えることにより定められるが，適切な  $I$  を直接与えることは必ずしも容易でないことから， $A, B$  に度合  $h$  に応じた修飾子母関数  $g^m, g^M: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  を施した  $m_h(A), M_h(B)$  の包含関係により定める方法が提案されている [2, 3]．すなわち，後に述べる性質をもつ  $g^m, g^M$  を定め，

$$N_A(B) \geq h \Leftrightarrow m_h(A) \subseteq M_h(B) \quad (2)$$

と定めると，次の含意関数をもつ必然性測度が得られる．

$$I(a, b) = \sup_h \{h \in [0, 1] \mid g^m(a, h) \leq g^M(b, h)\} \quad (3)$$

ただし， $m_h(A), M_h(B)$  のメンバシップ関数は

$$\mu_{m_h(A)}(u) = g^m(\mu_A(u), h), \quad (4)$$

$$\mu_{M_h(B)}(u) = g^M(\mu_B(u), h) \quad (5)$$

と定められる．特に，ある  $h \in (0, 1]$  に対して  $g^m(a, h) = a, g^M(a, h) = a, \forall a \in [0, 1]$  と定めれば， $N_A(B) \geq h$  は包含関係を表す．これより， $N_A(B) \geq h$  は包含関係の一般化とみなされる． $g^m, g^M$  に対して次の性質が仮定される．

- (g1)  $g^m(a, \cdot), g^M(a, \cdot)$  は，それぞれ，任意の  $a \in [0, 1]$  に対して下半連続，上半連続となる．
- (g2) 任意の  $h > 0$  に対して， $g^m(1, h) = g^M(1, h) = 1, g^m(0, h) = g^M(0, h) = 0$  となる．
- (g3) 任意の  $a \in [0, 1]$  に対して， $g^m(a, 0) = 0, g^M(a, 0) = 1$  となる．
- (g4) 任意の  $a \in [0, 1]$  に対して， $h_1 \geq h_2$  ならば  $g^m(a, h_1) \geq g^m(a, h_2), g^M(a, h_1) \leq g^M(a, h_2)$  となる．

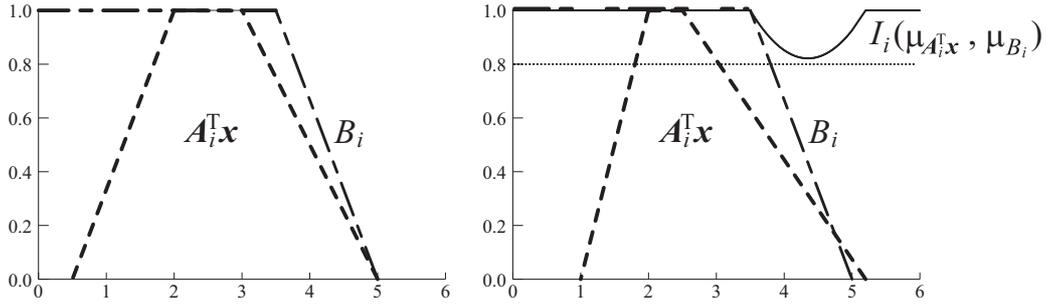


図 1:  $A_i^T x \subseteq B_i$  と  $N_{A_i^T}(B_i) \geq h^i$

(g5) 任意の  $h \in [0, 1]$  に対して,  $a \geq b$  ならば  $g^m(a, h) \geq g^m(b, h)$ ,  $g^M(a, h) \geq g^M(b, h)$  となる.

(g6) 任意の  $a \in (0, 1)$  に対して,  $g^m(a, 1) > 0$ ,  $g^M(a, 1) < 1$  となる.

修飾子関数  $g^m$ ,  $g^M$  を用いれば, 必然性測度  $N_A(B)$  が度合  $h \in (0, 1]$  以上であること, すなわち,  $N_A(B) \geq h$  が成立することを「ファジィ集合  $A$  を修飾子関数  $g^m(\cdot, h)$  で狭め/広げ, ファジィ集合  $B$  を修飾子関数  $g^M(\cdot, h)$  で広げ/狭めたときに包含関係が成り立つ」ことと意味づけできる.  $h$  に応じて,  $A, B$  をどのように変えるかを定めることになるので, 含意関数  $I$  を直接与えるより, 意思決定者にとってイメージしやすい.

### 3 可能性線形計画問題

係数  $c_j$  および  $a_{ij}$  が明確にわからず, 制約条件もだいたい  $b_i$  以下であればよいというように曖昧さを含む線形計画問題, すなわち, 可能性線形計画問題

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && c^T x \\ & \text{subject to} && a_i^T x \lesssim b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & && x \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

を考える. ただし,  $c, a_i$  の成分  $c_j$  および  $a_{ij}$  は不明確で, それぞれ, ファジィ数  $C_j, A_{ij}$  により制限される. ファジィ数  $M$  は, 任意の  $h \in (0, 1]$  に対して  $h$ -レベル集合  $[M]_h = \{u \in U \mid \mu_M(u) \geq h\}$  が有界閉区間となる実軸上のファジィ集合である.  $\lesssim b_i$  は「だいたい  $b_i$  より小さい」を表す上半連続で単調減少なメンバーシップ関数をもつファジィ集合  $B_i$  により定められる.

不明確な係数  $a_{ij}$  が  $A_{ij}$  内で変動しても左辺値の範囲が満足な領域  $B_i$  に包含されるように要請し, 目的関数に関しては, 係数  $c_j$  が変動してもその値が必ず  $t$  以上となる範囲で  $t$  を最大化することにとすると, 次の

計画問題として定式化することができる.

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && t \\ & \text{subject to} && C^T x \subseteq [t, +\infty) \\ & && A_i^T x \subseteq B_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & && x \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

この問題を解けば, 係数の変動しても制約を満たし, 目的関数値の最悪値が  $t$  で保障されたロバストな解を求めることができる. しかし, 包含関係を完全に要請することは解が存在しなかったり, 控えめ過ぎて意思決定者が満足できない解となることがある. 一方, 通常の包含関係より強い包含関係を要請することにより, よりロバストな解を求めることも考えられる. そこで, 本研究では, 包含関係の度合付き一般化である必然性測度を用いて問題を扱うことにする.

必然性測度  $N^i$  を用いると, 要請する包含関係の意味はその含意関数  $I_i$  で捕えることができるとともに, 度合  $h^i$  を導入することができる. これにより, 問題 (6) は次のように定式化できる [1].

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && t \\ & \text{subject to} && N_{C^T x}^0([t, +\infty)) \geq h^0 \\ & && N_{A_i^T x}^i(B_i) \geq h^i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & && x \geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

図 1 に  $A_i^T x \subseteq B_i$  と  $N_{A_i^T}(B_i) \geq h^i$  の相違を示す. 右図の場合, 条件  $A_i^T x \subseteq B_i$  は満たされないが,  $h^i = 0.8$  とすることにより, 関数  $I_i(\mu_{A_i^T x}(r), \mu_{B_i}(r))$  の値が常に 0.8 以上にあり, 右図は  $N_{A_i^T}(B_i) \geq h^i$  満たす. ただし,  $I_i(a, b) = 1 - a + ab$  (Reichenbach 含意) である.

本研究では, まず, 問題 (8) が半無限線形計画問題に帰着されることを述べる. 次が成立する [4].

$$N_A^i(B) \geq h \Leftrightarrow \forall k \in [0, 1]; [A]_k \subseteq [B]_{\theta^i(k, h)} \quad (9)$$

ただし,  $\theta(k, h) = \inf\{s \in [0, 1] \mid I(k, s) \geq h\}$  である.



#### 4 S-含意, R-含意, 対偶 R-含意の場合

ファジィパラメータが線形メンバシップ関数をもつと仮定し, 必然性測度を定める含意関数が S-含意, R-含意, 対偶 R-含意である問題 (8) を考察しよう. S-含意, R-含意, 対偶 R-含意は, 四つの性質, (t1)  $t(a, 1) = a$ ,  $\forall a \in [0, 1]$ , (t2)  $t(a, b) = t(b, a)$ ,  $\forall a, b \in [0, 1]$ , (t3)  $t(a, t(b, c)) = t(t(a, b), c)$ ,  $\forall a, b, c \in [0, 1]$ , (t4)  $t(a, b) \leq t(c, d)$ ,  $\forall a, b, c \in [0, 1]; a \leq c, b \leq d$  を満たす t-ノルム  $t: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  と二つの性質, (n1)  $n(0) = 1$ , (n2)  $n(n(a)) = a$ ,  $\forall a \in [0, 1]$  を満たす連続関数  $n: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  を用いて, それぞれ, 次式で定められる含意関数である.

$$I^S[t, n](a, b) = n(t(a, n(b))) \quad (16)$$

$$I^R[t](a, b) = \sup\{s \in [0, 1] \mid t(a, s) \leq b\} \quad (17)$$

$$I^{r-R}[t, n](a, b) = \sup\{s \in [0, 1] \mid t(n(b), s) \leq n(a)\} \quad (18)$$

まず, R-含意  $I^R[t]$  を考えると, 任意の  $k, h \in [0, 1]$  に対して,  $\theta(k, h) = t(k, h)$  となる. したがって, 問題 (8) における必然性測度  $N^i$  を定める含意関数  $I^i$  が  $t(\cdot, h^i)$  が凸関数となる t-ノルム  $t$  で定められる R-含意  $I^R[t]$  であれば, 条件  $N_{A_{Tx}^i}(B_i) \geq h^i$  は 2 本の連立線形不等式条件に帰着できる.

次に, 対偶 R-含意  $I^{r-R}[t, n]$  について考察しよう. この場合,  $\theta(k, h) = \inf\{s \in [0, 1] \mid t(n(s), h) \leq n(k)\}$  となる. そこで, 必然性測度  $N^i$  を定める含意関数  $I^i$  が  $n(a) = 1 - a$  と  $t(\cdot, h^i)$  が凸関数となる t-ノルム  $t$  で定められる対偶 R-含意  $I^{r-R}[t, n]$  であるとき,  $\theta(\cdot, h^i)$  が凸関数となるのが次のように示すことができる. いま,  $k_1, k_2 \in [0, 1]$ ,  $\lambda \in [0, 1]$  とする. このとき,

$$\begin{aligned} & \theta(\lambda k_1 + (1 - \lambda)k_2, h^i) \\ &= \inf\{s \in [0, 1] \mid t(1 - s, h^i) \leq 1 - (\lambda k_1 + (1 - \lambda)k_2)\} \\ &= \inf\{\lambda s_1 + (1 - \lambda)s_2 \in [0, 1] \mid \\ & \quad t(\lambda(1 - s_1) + (1 - \lambda)(1 - s_2), h^i) \\ & \quad \leq \lambda(1 - k_1) + (1 - \lambda)(1 - k_2)\} \\ &\leq \inf\{\lambda s_1 + (1 - \lambda)s_2 \in [0, 1] \mid \\ & \quad \lambda t(1 - s_1, h^i) + (1 - \lambda)t(1 - s_2, h^i) \\ & \quad \leq \lambda(1 - k_1) + (1 - \lambda)(1 - k_2)\} \\ &\leq \lambda\theta(k_1, h^i) + (1 - \lambda)\theta(k_2, h) \end{aligned}$$

が成立し,  $\theta(\cdot, h^i)$  が凸関数となる. したがって, 必然性測度  $N^i$  を定める含意関数  $I^i$  が  $n(a) = 1 - a$  と  $t(\cdot, h^i)$

が凸関数となる t-ノルム  $t$  で定められる対偶 R-含意  $I^{r-R}[t, n]$  であれば, 条件  $N_{A_{Tx}^i}(B_i) \geq h^i$  は 2 本の連立線形不等式条件に帰着できる.

最後に, S-含意  $I^S[t, n]$  の場合を考えよう. この場合,  $\theta(\cdot, h^i)$  の凸性を直接示すことは容易ではない. そこで, t-ノルム  $t$  が  $f(1) = 0$  なる厳密減少な連続関数である  $f: [0, 1] \rightarrow [0, +\infty) \cup \{+\infty\}$  (加法的生成関数) を用いて,  $t(a, b) = f^{-1}(f(a) + f(b))$  と定められる場合を考える. ただし,  $f^{-1}$  は  $f$  の擬逆関数で,  $f^{-1}(x) = f^{-1}(\min(f(0), x))$  と定められる. すなわち,  $t$  は連続でアルキメデス的な t-ノルム [2, 3] となる. このとき, S-含意  $I^S[t, n]$  は, 次の修飾子母関数

$$g^m(a, h) = \max\left(0, 1 - \frac{f(a)}{f(n(h))}\right) \quad (19)$$

$$g^M(a, b) = \min\left(1, \frac{f(n(a))}{f(n(h))}\right) \quad (20)$$

を用いて式 (3) で定められる含意関数に一致する. これより,  $f$  が凹関数で  $n$  が凸関数である場合には, 条件  $N_{A_{Tx}^i}(B_i) \geq h^i$  は 2 本の連立線形不等式条件に帰着できる.

#### 参考文献

- [1] M. Inuiguchi, J. Ramik, "Possibilistic linear programming: A brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem," *Fuzzy Sets and Systems* 111 (2000) 29–45.
- [2] M. Inuiguchi, T. Tanino, "Necessity measures and parametric inclusion relations of fuzzy sets," *Fundamenta Informaticae* 42 (2000) 279–302.
- [3] M. Inuiguchi, S. Greco, R. Slowinski, T. Tanino, "Possibility and necessity measure specification using modifiers for decision making under fuzziness," *Fuzzy Sets and Systems* 137 (2003) 151–175.
- [4] M. Inuiguchi, "A semi-infinite programming approach to possibilistic optimization under necessity measure constraints," *Proc. IFSA2009*, (2009) 873–878.

連絡先: 大阪大学大学院基礎工学研究科

乾口雅弘

Tel/Fax: 06-6850-6350

E-mail: inuiguti@sys.es.osaka-u.ac.jp

# 輸送問題と遺伝的アルゴリズムによる輸送コストマネジメント手法

## The Transportation Cost Management Technique using Transportation Problem with Genetic Algorithm

安高 真一郎

Shinichiro Ataka

大阪国際大学

Osaka International University

**Abstract:** Logistics network design is one of the most important phases in supply chain management (SCM). Transportation problem (TP) is a well-known basic network model that can be generally defined as a problem to minimize the total delivery cost. However, the concept of inventory is not included in a traditional TP model. Moreover, time concepts, such as carrying costs in a certain period, are not treated. These restrictions on this model profoundly affect the use of the TP model in the real world. In this paper, we formulate a Progressive Flexible Logistics Network Model (PFLN). In this model, 1 year is divided into several terms and the annual demands of delivery centers are satisfied for each term. To solve the problem, we applied an effective Genetic Algorithm (GA).

### 1. はじめに

オペレーションズ・リサーチの分野で一般的に用いられる輸送問題(TP: Transportation Problem)は、Hitchcock らによって定式化された。その目的は、複数の供給地から複数の需要地へ、各需要が満たされる上での総配送コストの最小化である。これまでも、従来の TP を改良した、2 段階輸送問題(two-stage Transportation Problem)や、固定費輸送問題(Fixed Charge Transportation)、排他的制約を伴う配送問題(escTP: Transportation Problem with exclusionary side constraints)といったモデルが提案されているが、現実モデルと比較した場合、考慮されている事象はわずかなものとなっている[1-3]。例えば、在庫の概念および時間の概念は、従来の TP モデルに含まれていない。不良在庫及びその費用の削減は、ロジスティクスや経営・経済の分野で注目されている問題であり、不足を起さず可能な限り少ない在庫量を維持する方法が研究され続けている。また、在庫の問題を取り扱う場合、同時に考慮する必要があるのが時間の概念である。ここでの時間とは、保管期間や納期等を考慮する上で必要な時間的要素を指す。他にも、多段階化したモデルにおいて、全てのノードが接続されているような、フレキシブルな配送経路を持つネットワークモデルや、多品種の生産状況下への対応、さらには今日のように短い製品ライフサイクルを考慮したモデルが昨今の研究課題となっている。

そこで本研究では、近年のロジスティクスの課題を反映した、発展型フレキシブル・ロジスティクスネットワークモデル(PFLN: Progressive Flexible Logistics Network Model)を提案し、物流において考慮すべき主要コスト最小化を行う。問題の計算手法には、問題の構造変化に柔軟に対応で

き、比較的短時間に良質の解が得られる遺伝的アルゴリズム(GA: Genetic Algorithm)を採用する。

### 2. PFLN の概要

これまでに提案された TP の中で、図1のような今日の配送経路をより多く考慮したモデルとして、フレキシブル・ロジスティクスネットワークモデル(FLN: Flexible Logistics Network Model)がある[4][5]。この FLN では、ネットワーク上に存在する各施設が相互に結合されているという特徴を持っており、製品をメーカーから顧客へ直接輸送する事象も再現されている。しかしながら、一般的な TP と同様、在庫や時間に関する概念は含まれていない。ロジスティクスの改善は、多くの企業が目標としており、その中で大きな問題であるのが在庫管理(inventory control)である。在庫を抱えることはコスト要因となるため、在庫管理ではできるだけ在庫を少なく抑えることが目標になる。しかしながら、在庫が不足するとサービスレベルが下がる可能性があるため、適切な在庫を維持することに伴う在庫コストと、サービスレベルをうまくバランスさせる必要がある。つまり、機会損失を最少に、かつ不良在庫を削減し、部品や製品の在庫量を適正に維持管理することは業績を左右する重要課題なのである。

本論文で提案する発展型フレキシブル・ロジスティクスネットワークモデル(PFLN: Progressive Flexible Logistics Network Model)は、従来の FLN に在庫の概念を付加し、工場で製造される製品は多種として拡張させたモデルといえる。モデル作成にあたり、在庫の概念を考慮する上で必要となる期間の概念についても考慮した。通常、製品または部品等の発注は、規定の在庫量を下回った場合(定量的)、または定期的に行われる。ここでは、

期末に在庫維持費を計算する，時期発注量を決定するモデルであるため定期的な発注方式を考慮しモデル化を行った．具体的には，1年間に4期に分け，各期の総配送コスト，及び在庫維持費の最小化を目的にしている．

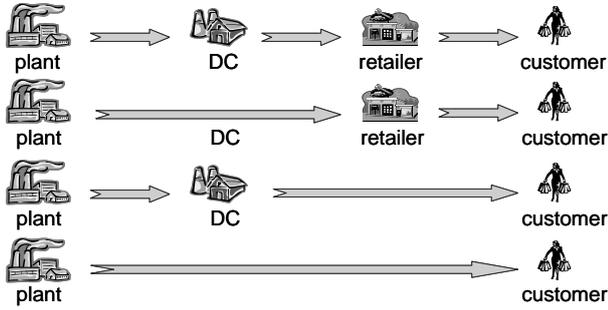


図 1. 配送経路の例

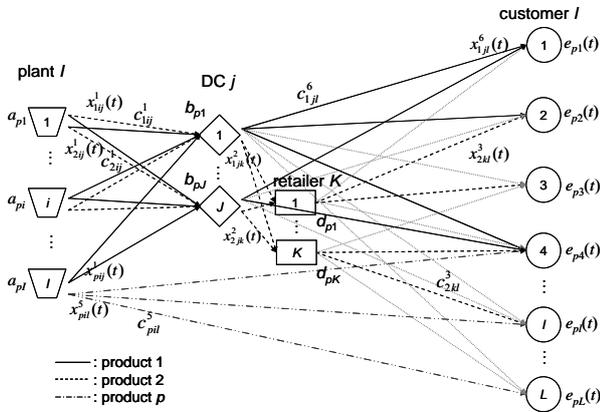


図 2. PFLN のイメージ

### インデックス:

- $i$ : プラント ( $i = 1, 2, \dots, I$ )
- $j$ : DC ( $j = 1, 2, \dots, J$ )
- $k$ : リテーラー ( $k = 1, 2, \dots, K$ )
- $l$ : 顧客 ( $l = 1, 2, \dots, L$ )
- $p$ : 製品の種類

### パラメータ

- $a_{pi}$ : 製品  $p$  におけるプラント  $i$  の許容量
- $b_{pj}$ : 製品  $p$  における DC  $j$  の許容量
- $d_{pk}$ : 製品  $p$  におけるリテーラー  $k$  の許容量
- $e_l(t)$ : 期間  $t$  における製品  $p$  に対する顧客  $l$  の要求
- $c_{pij}^1$ : 製品  $p$  のプラント  $i$  から DC  $j$  までの輸送費
- $c_{pjk}^2$ : 製品  $p$  の DC  $j$  からリテーラー  $k$  までの輸送費
- $c_{pkl}^3$ : 製品  $p$  のリテーラー  $k$  から顧客  $l$  までの輸送費
- $c_{pik}^4$ : 製品  $p$  のプラント  $i$  からリテーラー  $k$  までの輸送費
- $c_{pil}^5$ : 製品  $p$  のプラント  $i$  から顧客  $l$  までの輸送費
- $c_{pjl}^6$ : 製品  $p$  の DC  $j$  から顧客  $l$  までの輸送費

$c_{pi}^0$ : 製品  $p$  の製造費

$c_{pj}$ : 製品  $p$  における DC  $j$  の運営費

$q_{pi}(t)$ : 期間  $t$  におけるプラント  $i$  での製造量

### 決定変数

$x_{pij}^1(t)$ : 期間  $t$  におけるプラント  $i$  から DC  $j$  までの輸送量

$x_{pjk}^2(t)$ : 期間  $t$  における DC  $j$  からリテーラー  $k$  までの輸送量

$x_{pkl}^3(t)$ : 期間  $t$  におけるリテーラー  $k$  から顧客  $l$  までの輸送量

$x_{pik}^4(t)$ : 期間  $t$  におけるプラント  $i$  からリテーラー  $k$  までの輸送量

$x_{pil}^5(t)$ : 期間  $t$  におけるプラント  $i$  から顧客  $l$  までの輸送量

$x_{pjl}^6(t)$ : 期間  $t$  における DC  $j$  から顧客  $l$  までの輸送量

$u_{pi}(t)$ : 期間  $t$  におけるプラント  $i$  の在庫量

$u_{pj}(t)$ : 期間  $t$  における DC  $j$  の在庫量

$z_i$ : プラント  $i$  が稼動する場合は 1, それ以外は 0

なお，PFLN の数学モデルは以下ようになる．

$$z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P \left( \sum_{j=1}^J c_{pij}^1 x_{pij}^1(t) + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K c_{pjk}^2 x_{pjk}^2(t) + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L c_{pkl}^3 x_{pkl}^3(t) + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K c_{pik}^4 x_{pik}^4(t) + \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L c_{pil}^5 x_{pil}^5(t) + \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L c_{pjl}^6 x_{pjl}^6(t) \right) \quad (1)$$

$$\text{min} \quad \left( \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_{pi}^0 z_i + \sum_{j=1}^J c_{pj} + \sum_{k=1}^K c_{pk} + \sum_{l=1}^L c_{pl} \right) \quad (2)$$

$$\text{s. t.} \quad u_{pi}(t) = u_{pi}(t-1) + q_{pi}(t) - \sum_{j=1}^J x_{pij}^1(t) - \sum_{k=1}^K x_{pik}^4(t) - \sum_{l=1}^L x_{pil}^5(t), \quad \forall t, i, p \quad (3)$$

$$u_{pj}(t) = u_{pj}(t-1) + \sum_{i=1}^I x_{pij}^1(t) - \sum_{k=1}^K x_{pjk}^2(t) - \sum_{l=1}^L x_{pjl}^6(t), \quad \forall t, p, j \quad (4)$$

$$u_{pk}(t-1) + q_{pk}(t) \leq a_{pk} z_k(t), \quad \forall t, p, k \quad (5)$$

$$u_{pj}(t-1) + \sum_{i=1}^I x_{pij}^1(t) \leq b_{pj}, \quad \forall t, p, j \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{pik}^4(t) + \sum_{j=1}^J x_{pjk}^2(t) \leq d_{pk}, \quad \forall t, k, p \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{pil}^5(t) + \sum_{j=1}^J x_{pjl}^6(t) + \sum_{k=1}^K x_{pkl}^3(t) \geq e_{pl}(t), \quad \forall t, l, p \quad (8)$$

$$x_{pij}^1, x_{pjk}^2, x_{pkl}^3, x_{pik}^4, x_{pil}^5, x_{pjl}^6 \geq 0, \quad \forall i, j, k, l, p \quad (9)$$

$$u_{pi}(t) \geq 0, \quad \forall p, i, t \quad (10)$$

$$u_{pj}(t) \geq 0, \quad \forall p, j, t \quad (11)$$

制約条件である式(2)と(3)は，期間  $t$  におけるプラント  $i$  と DC  $j$  の在庫量をそれぞれ表す．式(4)～(7)は，各施設の最大許容量に関する制約条件である．前述のとおり，本モデルでは多期に渡る輸送プランを決定する．そのため，前期より繰り越されてきた在庫量も考慮しながら次期発注量を決定する．次期発注量の決定については次章で述べる．式(6)と(7)は，非負条件である．

### 3. 数値実験

ここでは，以下の 5 手法による比較実験を行い，どの手法が PFLN に適しているのか検証する：

1. スパニングツリー型 GA(st-GA: spanning tree-based GA) [6]
2. 優先順位型 GA (priGA: priority-based GA)
3. ハイブリッド優先順位型(h-priGA: hybrid priority-based GA) [6]
4. ボルツマン・ランダムキー型 (Brk-GA: Boltzmann random key-based GA) [7]
5. ハイブリッド・ボルツマン・ランダムキー型 GA(h-BrkGA: hybrid Boltzmann random key-based GA)

下記に、各 GA の設定を示す。

表 1. 比較に用いる GA とその設定

GA	染色体表現	交叉	突然変異	flc	選択
st-GA	Prufer数ベース	一点交叉	交換	-	ルーレット戦略
priGA	優先順位ベース	WMX	交換	-	ルーレット戦略
h-priGA	優先順位ベース	WMX	交換	on	ルーレット戦略
Brk-GA	ランダムキーベース	一点交叉	交換	-	ボルツマン・ルーレット戦略
h-BrkGA	ランダムキーベース	一点交叉	交換	on	ボルツマン・ルーレット戦略

ここで、Weight Mapping Crossover (WMX)は、priGA に適した交叉法として提案された手法である[6]。この手法は、一点交叉の拡張型として見ることができる。また、ファジィロジックコントローラ(flc: fuzzy logic controller)は、交叉率と突然変異率をオートチューニング手法である[6]。本手法を用いる場合、進化の速度は劇的に向上するが、局所解へ早熟収束する可能性が考えられる。そこで、今回はこれまでに著者が設計した多様性を考慮する Brk-GA との比較を行う[7]。本研究で提案する TP モデルは、 $t$  期末に DC の次期発注量を決定するモデルとなっている。次期の需要予測値は指数平滑法を応用した以下の式で決定され、この予測値から現在の在庫量を差し引いた量が次期発注量となる。

$$\text{予測値} = \alpha \times \text{前回実績値} + (1 - \alpha) \times \text{前回予測値}$$

$$y_{ejk}^F(t) = \alpha y_{ejk}^F(t-1) + (1 - \alpha) y_{ejk}^F(t-1) \quad (12)$$

ここで、係数  $\alpha$  (平滑定数) は、 $0 < \alpha < 1$  の範囲で設定される。 $\alpha$  が 1 に近いほど直前値を重視し、0 に近いほど過去の経過を重視することになる。表 2 に、実験に用いたテストデータを示す。数値実験を行うには、計算スタート時( $t=0$ )の予測値が必要となるため、ここでは 100-150 の間でランダムに発生させた。また、DC の初期在庫量は、それぞれ 10-20 間でランダムに作成した。

表 2. テストデータ

Problem No.	No. of plants (j)	No. of DCs (l)	No. of retailers (k)	No. of customers (i)	Population size	Crossover rate	Mutation rate
1	2	5	8	20	100	0.2	0.1
2	3	7	12	30	100	0.2	0.1
3	5	3	12	45	100	0.3	0.1
4	6	8	20	80	100	0.3	0.1

表 3 に、各アルゴリズムを 30 回ずつ実行した時

の最良解、解の平均、標準偏差(SD)、そして平均計算時間(ACT)を示す。また、最良解の下に示されているのは、各期での配送費用(解)である。図 3 は、問題 4 を  $t=1$  として実行した場合の進化のグラフである。ここでは、500 世代以降、各 GA の進化は見られなかった。

#### 4. 結果と今後の課題

結果から、5 手法全てにおいて PFLN を解くことが可能であった。また、全ての問題に対し Brk-GA が最良解(Best)を得ていることがわかる。さらに、解の平均(AVG)と平均計算時間(ACT)においても最良であることが確認された。これは、ランダムキーベースの染色体表現によりシンプルな交叉法を適用できたことが作用していると考えられる。また、ローカルサーチを含んでいながら、短い計算時間で解を求めることが可能であった。問題 4 では、stGA と priGA が低い標準偏差(SD)値を示した。しかしながら、AVG を Brk-GA と比較した場合、探索がよい解を得る前に収束したことを確認することができる。また、FLC を導入することで、計算時間が短縮されることが確認できる。しかし、priGA と h-priGA、Brk-GA と h-BrkGA をそれぞれ比べた場合、SD 値が劣化していることが見て取れる。これは、急速な進化のために、毎回大きく異なる解を算出してしまっていることを表している。得られた解の質から見て、Brk-GA は効果的に計算時間を削減していると言える。Brk-GA と比較手法の中で一番古い TP 用 GA である st-GA を比較すれば、最良了解は 6.3%改善され、計算時間は 66.1%改善されている。

#### 参考文献

- [1] M. Sun, "The Transportation Problem with Exclusionary Side Constraints and Two Branch-and-bound Algorithms", *European Journal of Operational Research*, vol.140(3), pp. 629-647, 2002
- [2] N. Jawahar, A.N. Balaji. "A Genetic Algorithm for the Two-stage Supply Chain Distribution Problem Associated with a Fixed Charge", *EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH*, vol.194, no.2, pp.496-537, 2009.
- [3] 安高真一郎, 玄光男, "ハイブリッド型遺伝的アルゴリズムによる配送経路に制約を伴う多品種2段階配送計画モデルの解法", *電気学会論文誌C*, vol.128, no.3 pp.456-461, 2008.
- [4] L. Lin, M. Gen, and X.Wang, "A Hybrid Genetic Algorithm for Logistics Network Design with Flexible Multistage Model", *International Journal of Information Systems for Logistics and Management*, vol.3(1), pp.1-12, 2007.
- [5] L. Lin, M. Gen, and X. Wang, "Integrated Multistage Logistics Network Design by Using Hybrid Evolutionary Algorithm", *Computers &*

- [6] M. Gen and R. W. Cheng and L. Lin, “*Network Models and Optimization: Multiobjective Genetic Algorithm Approach*”, Springer, 2008.  
 [7] S. Ataka, B.Kim, M. Gen, “*Optimal Design of Two-stage Logistics Network Considered Inventory by Boltzmann Random Key-based GA*”,

**連絡先**

大阪国際大学 ビジネス学部 経済ファイナンス学科  
 安高 真一郎  
 (Tel.: 072-858-1616, E-mail: s-ataka@oiu.jp)

表 3. 実験結果

Problem No.	st-GA				priGA			
	Best	AVG	SD	ACT (s)	Best	AVG	SD	ACT (s)
1	55318.12	56763.05	778.97	14.45	55188.03	55888.55	576.54	15.25
2	59601.00	60743.65	674.84	24.79	59280.22	60621.00	762.91	24.47
3	82874.00	85566.35	1108.78	34.66	82331.00	83917.25	1315.4	31.01
4	87038.01	88138.30	765.76	34.84	86915.00	88369.35	755.95	32.61

Problem No.	h-priGA				h-BrkGA			
	Best	AVG	SD	ACT (s)	Best	AVG	SD	ACT (s)
1	55045.40	56191.05	573.02	10.80	54929.00	56349.15	756.64	3.83
2	59065.03	60600.90	582.70	16.04	58887.80	60229.00	696.65	5.00
3	81726.06	84165.50	991.04	19.89	79875.00	81827.60	1044.15	6.17
4	85921.00	87878.05	1000.40	20.42	82391.20	85845.55	1476.72	7.17

Problem No.	Brk-GA			
	Best	AVG	SD	ACT (s)
1	54909.22	55003.15	294.20	3.73
2	58263.17	59978.90	570.62	4.95
3	79761.87	80949.85	669.86	6.13
4	81544.05	83480.15	948.74	6.91

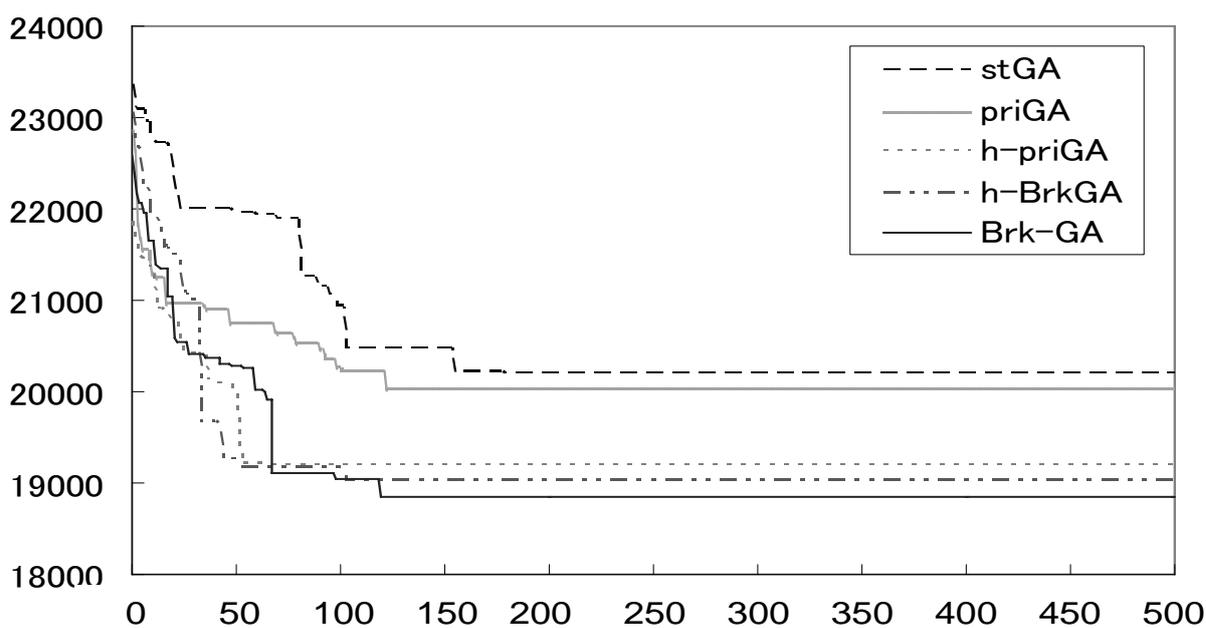


図 3. 各 GA における進化の様子

# 内部従属 AHP の総合重要度の一表現

## On a Representation of weights for Inner Dependence AHP

大西 真一                      齋藤 達彦                      山ノ井 高洋                      今井 英幸  
 Shinichi Ohnishi              Tatsuhiko Saito                  Takahiro Yamanoi              Hideyuki Imai  
 北海学園大学                  北海学園大学                  北海学園大学                  北海道大学  
 Hokkai-Gakuen Univ.      Hokkai-Gakuen Univ.      Hokkai-Gakuen Univ.      Hokkaido Univ.

**Abstract:** AHP (Analytic Hierarchy Process) has been widely used in decision making. Inner dependence method AHP is one technique even in case of criteria have dependency. However comparison matrices as data do not always have enough consistency. In these cases, fuzzy representation for weighting criteria is useful. In this paper, we refine fuzzy weights of alternatives using results from a sensitivity analysis. It also can show its usefulness when the comparison matrix data do not have enough reliability.

### 1. はじめに

内部従属法は評価基準に独立性が仮定できない場合に用いる AHP の一手法である。しかし実際の応用では一対比較行列が十分な整合性を持たないために、データに信頼性が損なわれている場合が見受けられる。このような場合、重要度のファジィ表現が有用であることが知られている。

本研究では以前に提案した感度分析結果を用いたウェイト表現について考察し、あいまい性の処理について改良を続けた。そしてデータに十分な整合性が無い場合の曖昧さを表すための、総合度の重要度(ウェイト)表現を提案、考察する。

### 2. 内部従属 AHP

通常の AHP においては評価基準の独立性を仮定する必要がある。しかし実際の応用においてはそのような評価基準をいつも選定することが難しい状況が存在する。内部従属法[5]はこのような状況で用いる一つの AHP の拡張的手法である。

内部従属法では従属行列  $F=\{f_{ij}\}$  を用いて、真のウェイト  $w^{(N)}$  を次の式で計算する。

$$w^{(N)}=Fw \quad (1)$$

ここで  $w$  は評価基準に独立性を仮定した時のウェイトベクトル、つまり通常 AHP のウェイトである。また従属行列  $F$  は実際には各評価基準に対する影響行列の固有ベクトルから計算される。

### 3. AHP における感度分析

意思決定者の回答パターンがデータ構造にどのように影響を与えているかを調べる方法に感度分析がある。本研究ではデータの構造を変えずに、比較的簡便に使用できる AHP の感度分析[4]を利用する。それは一対比較行列に摂動を与えたときの整合度やウェイトの変動に、行列各成分がどのように影響を与えているのかを探索する手法である。

一対比較行列  $A=(a_{ij})$ ,  $(i,j=1,\dots,n)$  に摂動を与えた行列を  $A(\varepsilon)=A+\varepsilon D_A$ ,  $D_A=(a_{ij}d_{ij})$  とする。摂動を与えた後の整合度の変動部分  $C.I.^{(1)}$  とウェイトの変動

$w^{(1)}=(w_k^{(1)})$  は適当な係数  $g_{ij}$ ,  $h_{kij}$  を用いて次のように表現できる。

$$C.I.^{(1)} = \sum_i^n \sum_j^n g_{ij} d_{ij}, \quad (2)$$

$$w_k^{(1)} = \sum_i^n \sum_j^n h_{kij} d_{ij}. \quad (3)$$

これら 2 式より変動部分は  $d_{ij}$  の一次結合で表されていることが分かり、 $d_{ij}$  の係数  $g_{ij}$  と  $h_{kij}$  から、それぞれ整合度とウェイトに対する一対比較行列の成分の影響の大きさを評価することができる。

### 4. ファジィ数による評価基準ウェイト

実際の AHP データの信頼性不足の原因は評価項目の多さや意思決定者が持つあいまいさなどであり、一対比較行列の整合度が多少悪く  $(0.1 < C.I. < 0.2)$  なるという結果に現れる。そのようなときは一対比較行列の各成分(意思決定者の判断)があいまいさを含んでいると考えられるので、ウェイトもまたクリस्पな値でなく、あいまいさを含んだ形で表現することが望ましい。

式(2),(3)に現れた係数の積  $g_{ij}h_{kij}$  は、一対比較行列の成分  $a_{ij}$  が項目  $k$  に与える影響と見ることができる。この積が正なら項目  $k$  の真のウェイトは、クリस्पなウェイト  $w_{1k}$  よりも大きいと考えられ、負であれば小さいと考えられる。よって係数の積  $g_{ij}h_{kij}$  の符号はファジィ数の広がりの方角を示していることができる。また、積の絶対値  $|g_{ij}h_{kij}|$  は影響の大きさとみなせる。ここで係数  $g_{ij}$  は常に正であるので、実際は係数  $h_{kij}$  の符号のみに注意すればよい。さらに、整合度  $C.I.$  が大きくなればあいまい性が増していることを考慮すると、積  $C.I. \cdot g_{ij}h_{kij}$  が項目  $k$  のウェイトを表すファジィ数の(一対比較行列の成分  $a_{ij}$  に関しての)広がりの方角の大きさと考えられる。よって一対比較行列の整合度が良くない場合の項目  $k$  のウェイトは、次の L-R ファジィ数で表現することが可能である。

$$\tilde{w}_k = (w_{1k}, \alpha_k, \beta_k)_{LR} \quad (4)$$

ここで

$$\alpha_k = \text{C.I.} \sum_i^n \sum_j^n s(-, h_{kij}) g_{ij} | h_{kij} |, \quad (5)$$

$$\beta_k = \text{C.I.} \sum_i^n \sum_j^n s(+, h_{kij}) g_{ij} | h_{kij} |, \quad (6)$$

$$s(+, h) = \begin{cases} 1, & (h \geq 0) \\ 0, & (h < 0) \end{cases}, \quad s(-, h) = \begin{cases} 1, & (h < 0) \\ 0, & (h \geq 0) \end{cases}$$

であり,  $w_{1k}$  は各評価基準の独立性を仮定したときに計算される項目  $k$  のクリस्पなウェイトである。

さらに内部従属法の場合のファジィウェイト表現が著者らによって提案されているが, あいまいさの取り扱いがファジィ集合の特性を生かすには不十分だったと考えられる[6]. そこでファジィ数の積演算と(1)式から  $w_k^{(N)}, \alpha_k^{(N)}, \beta_k^{(N)}$  が算出され次の表現がより適切であると考えられる。

$$\tilde{w}_k^{(N)} = (w_k^{(N)}, \alpha_k^{(N)}, \beta_k^{(N)})_{LR}$$

この表現を用いることにより, 各評価項目のファジィウェイトと代替案の局所的なクリस्पなウェイトが計算され, 拡張原理に基づくファジィ数の演算により, 最終的な代替案ウェイトの表現が可能となる。通常, ファジィ数同士の演算では, 回数を重ねるごとにあいまいさの広がりが大きくなっていくので, 結果が分かりにくいものになる場合が多い。しかしここで計算された項目におけるファジィウェイトは和が 1 に規準化されているので, これをファジィ数の制約条件 (相互作用) と見ることにより, あいまいさの広がりが緩和される。

一般には制約条件を持つ変数の拡張原理による演算は容易ではない。しかし線形の場合には可能なことが示されている。特に, すべてが正規三角型でそれぞれのコアを  $u_i$  としたとき,  $\sum_i^n u_i = 1$  という制約条件が成り立ち, シングルトンの係数の大小の順が仮定されるなら, 線形和の可能性分布の  $\alpha$ -カット集合の下限と上限が容易に計算される[3]. 本研究における総合代替案ウェイトのファジィ表現でも, 代替案  $t$  の項目  $k$  に関する局所的クリस्पウェイト  $f_t(x_k)$  を  $0 \leq f_t(x_1) \leq f_t(x_2) \leq \dots \leq f_t(x_n)$  と仮定し, 簡単のために評価項目ファジィ数の両側の型関数を同じもの (L-L ファジィ数) とすると, 代替案  $t$  の総合ウェイトは, やはり L-L ファジィ数となり, 次のように表現される。

$$\tilde{v}_t = (v_t, l_t, r_t)_{LL} \quad (7)$$

ここで

$$v_t = \sum_k^n w_{1k} f_t(x_k), \quad (8)$$

$$l_t = v_t - \inf \text{supp}(\tilde{v}_t), \quad (9)$$

$$r_t = \text{supsupp}(\tilde{v}_t) - v_t \quad (10)$$

であり, この中の  $\inf \text{supp}$ ,  $\text{supp}$  は台集合の下

限と上限として計算される[6]

## 5. おわりに

内部従属 AHP では評価基準の独立性が不十分な場合の意思決定が可能になる。しかし実際はデータ行列が十分な整合性を持たないため, データ自体の信頼性の悪さがしばしば指摘される。本研究では内部従属法のウェイトもあいまいさを含むものと仮定し, 感度分析結果を用いたファジィ集合によるウェイト表現をする場合の評価基準ウェイトの一算法を改良提案した。この表現により, 結果にどのようなあいまいさが含まれているかをより効果的に評価することが可能になると考えられる。

今後の課題としては整合性が無いデータのための他の拡張手法への適用との比較考察が必要になると思われる。

## 参考文献

- [1] T. L. Saaty: The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, New York, 1980.
- [2] D. Dubois and, H. Prade: Additions of Interactive Fuzzy Numbers, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-26, no.4, Aug.1981.
- [3] D. Dubois and H. Prade: Possibility Theory An Approach to Computerized Processing of Uncertainty, Plenum Press, New York, 1988.
- [4] T. L. Saaty. Inner and Outer Dependence in AHP. University of Pittsburgh, 1991.
- [5] 大西真一, 今井英幸, 河口至商: ファジィ AHP における感度分析を用いた重要度の安定性の評価, 日本ファジィ学会誌, vol.9, no.1, pp.140-147, 1997.
- [6] 大西真一, 今井英幸, 河口至商: 内部従属 AHP におけるウェイト表現について, 第 26 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 57-58, 2010

## 連絡先

大西 真一

北海学園大学工学部電子情報工学科

〒064-0926 札幌市中央区南 26 条西 11 丁目

TEL: 011-841-1161 内線 7862

FAX: 011-551-2951(事務室)

E-mail: ohnishi@eli.hokkai-s-u.ac.jp

# ファジィ指数型 AHP による一対比較値の考察

## A Study on Pairwise Comparison Scales of Fuzzy Exponential AHP

小谷 直也  
Naoya Kotani  
大阪国際大学

国際関係研究所研究協力員

Institute of International Relations Research Fellow  
of Osaka International University

古殿 幸雄  
Yukio Kodono  
大阪国際大学

Osaka International University

**Abstract :** In this paper we propose to introduce the concept of exponential fuzzy number into a simple AHP (Analytical Hierarchy Process) model. The variety of the bottom “ $a$ ” in the exponential fuzzy number has a big influence on the decision making of AHP method. We will discuss the optimal bottom “ $a$ ” which maximizes the difference of weights between two alternatives.

**Keywords :** AHP, 一対比較値, ファジィ指数, 意思決定

### 1.はじめに

AHP (階層化意思決定法) [1],[2]は、階層的構造を基本的構造の道具として用いており、1970年代に Saaty によって開発された[1]意思決定の手法である[2].

本研究では、AHP で用いる一対比較値に、ファジィ概念を導入する方法について検討している。

AHP をファジィ化する方法としては、1985年に Buckley によって、L-R 型ファジィ数を用いた方法が提案されている[3].

この他に、AHP にファジィ概念を導入する方法としては、一対比較値に含まれる不確かさを反映させるために、ウェイトを区間値にする方法[4]や一対比較値の要素にファジィ数を導入し、ファジィ逆数行列を用いる方法[5]などが提案されている。これらは、一対比較値の段階において、ファジィ概念を直接導入しない方法である。あるいは、ファジィ積分の概念を用いる方法[6]もあるが、これも一対比較値の段階でファジィ概念を直接導入しない方法と考えることができる。

また、一対比較値をファジィ数で表現する方法[3]やファジィ指数により表現する方法[7]、ファジィ対数により表現する方法[8]なども提案されている。これらは、一対比較値の段階において、ファジィ概念を直接導入する方法で、先に記載した Buckley の研究もこれらの研究に入れることができる。

さて、一対比較値にファジィ概念を導入するために、一対比較値の形状を検討する実験が行われ、その実験結果からファジィ一対比較値を推定し、このファジィ一対比較値の代表値を用いた実証的実験を行うことで、新たなファジィ一対比較値が提案[9]されている。その後、被験者にとって一般的で扱いやすい数値の一対比較値を作成し、一対比較値のスケール変化に伴う実験的考察が行われている[10]。これらの実験結果をふまえて、一対比較値に対して直接ファジィ概念を導入する方法としてファジィ指数を用いたファジィ指数型 AHP が提案されている[11].

本研究では、提案するファジィ指数型 AHP の一

対比較値に関する考察を行う。

### 2.ファジィ指数を用いる一対比較値

ここでは、一対比較値に直接ファジィ概念を導入するファジィ指数を用いる一対比較値について述べる。

文献[9]において、比較の対象が離れるにつれ、回答確率が下がっていることなど、人間の感覚において、比較のしやすい対象どうしはあいまいさが小さく、比較がしにくくなる対象どうしに対しては、あいまいさが大きくなる傾向がみられた[9]。これは、直観的に考えても妥当な結果である。したがって、一対比較値に指数を用いることで、一定間隔の一対比較値ではなく、指数的な間隔で表現した表 2-1 のような一対比較値が提案された。そして、このとき一対比較値  $a_{ij}^n$  の  $n$  に対してファジィ数を用い、これをファジィ指数型 AHP と呼ぶことにする。

表 2-1 指数を用いる一対比較値

(要素 $j$ と比較して要素 $i$ は)	→	$(a_{ij}^n)$
同じくらい重要	→	$a^0$
若干重要	→	$a^1$
少し重要	→	$a^2$
重要	→	$a^3$
かなり重要	→	$a^4$
絶対的に重要	→	$a^5$
$a_{ii} = a^0 = 1$		$a_{ji}^n = a^{-n}_{ij}$

具体的には、ファジィ指数型 AHP の一対比較値  $a_{ij}^n$  の  $n$  に、区間  $[m_0, m_2]$  とした三角型のメンバーシップ関数を用いる。三角型のメンバーシップ関数の頂点を  $m_1$  とする (図 2-1)。表記が複雑になるため、 $[m_0, m_1, m_2]$  の 3 点で表記する。

$n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$  とし、区間は  $m_1 \pm 1$  とする。メンバーシップ関数で示すと図 2-2 になる。

図 2-2 のメンバーシップ関数の 0 は同じ対象を評価する場合で、あいまいさが含まれることは少なく、

0 に対しは、あいまいさはほぼ除外できる。すなわち、 $a^0 = 1$ である。

また、具体的に  $a$  に対して近似的な数値として 1.5, 1.6, 1.7 を代入すれば表 2-2 を得る。これまでの研究において  $a$  の値の大きさは、被験者がその問題に対してどの程度知識を有しているかによって変わるものと考えている。すなわち、 $a=1.7$  は  $a=1.5$  よりもあいまいさが広がり、あまり意思決定問題に対して知識を持たない意思決定者に対して用いられ、 $a=1.5$  は  $a=1.7$  に比べて、あいまいさが小さく、意思決定問題に対して、ある程度の知識を持っている意思決定者に対して用いられる。また、図 2-3 は、 $a=1.6$  のときの具体的な一対比較値をメンバーシップ関数で示したものである。

このように、これまでの研究では  $a^n_{ij}$  の  $a$  値を AHP の一対比較値で用いられる、1~10 までの間隔に近い値である  $a=1.5$  や  $a=1.6$  や  $a=1.7$  を用いて演算を行っていたが、実際にどのような値が適切な値であるかはウェイト結果から推測することを行っていた。

そこで、本研究において、提案するファジィ指数型 AHP の一対比較値  $a^n_{ij}$  の  $a$  値を導くための実験を行うこととする。

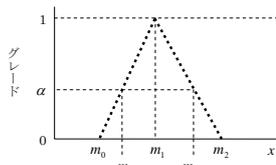


図 2-1 三角型のメンバーシップ関数

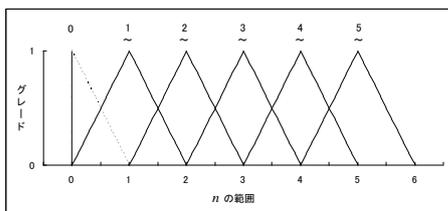


図 2-2  $n$  に対してのメンバーシップ関数

表 2-2 具体的な一対比較値

$n$	$a$ ファジィ指数の代表値		
	1.5	1.6	1.7
0	1	1	1
1	1.5	1.6	1.7
2	2.25	2.56	2.89
3	3.375	4.096	4.913
4	5.0625	6.5536	8.3521
5	7.59375	10.48576	14.19857

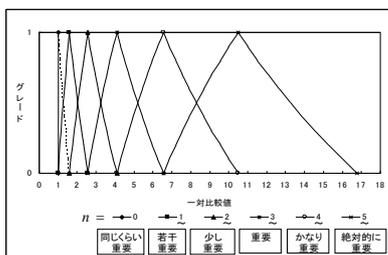


図 2-3 具体的な一対比較値のメンバーシップ関数

### 3. 一対比較値の考察実験

本研究は、シンプルな問題として評価基準を 2 項目、代替案を 2 項目で実験を行う。評価基準は評価基準 A と評価基準 B とし、代替案は代替案 P と代替案 Q とする。

また、評価基準 A と評価基準 B の一対比較において、評価基準 A は評価基準 B より評価が高いものと仮定し、評価基準 A に対する代替案 P と代替案 Q の一対比較において、代替案 P は代替案 Q より評価が高いものと仮定し、評価基準 B に対する代替案 P と代替案 Q の一対比較において、代替案 P は代替案 Q より評価が高いものと仮定して実験を行う。階層図で表すと図 3-1 のようになる。

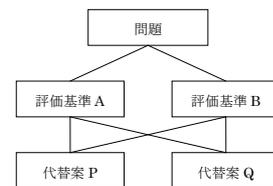


図 3-1 階層図

さらに、 $a^n_{ij}$  の  $n$  に対して、変数  $x, y, k$  を用いる。変数  $x, y, k$  は一対比較値である 0~5 を入力値として代入する。

具体的には、評価基準 B に対しての評価基準 A の評価の際には変数  $x$  として、評価基準 A に対しての評価基準 B の評価の際には負値を用いた変数  $(-x)$  とする。評価基準 A に対する代替案 Q に対しての代替案 P の評価の際には変数  $y$  として、評価基準 A に対する代替案 P に対しての代替案 Q の評価には負値を用いた変数  $(-y)$  とする。評価基準 B に対する代替案 Q に対しての代替案 P の評価の際には変数  $k$  として、評価基準 B に対する代替案 P に対しての代替案 Q の評価には負値を用いた変数  $(-k)$  とする。

ファジィ指数型 AHP による  $a^n_{ij}$  の  $n$  に対しての一対比較の結果を表 3-1~3-3 に示す。

表 3-1 評価基準の一対比較行列

	評価基準A	評価基準B
評価基準A	[0,0,0]	[(x-1),x,(x+1)]
評価基準B	[-(x+1),-x,-(x-1)]	[0,0,0]

表 3-2 評価基準 A に対する代替案の一対比較行列

評価基準A	代替案P	代替案Q
代替案P	[0,0,0]	[(y-1),y,(y+1)]
代替案Q	[-(y+1),-y,-(y-1)]	[0,0,0]

表 3-3 評価基準 B に対する代替案の対比較行列

評価基準B	代替案P	代替案Q
代替案P	[0,0,0]	[(k-1),k,(k+1)]
代替案Q	[-(k+1),-k,-(k-1)]	[0,0,0]

表 3-1 の評価基準 A, 評価基準 B の評価として一対比較行列  $H$  をファジィ理論の拡張原理を用いて幾何平均法によるウェイトの演算を行う。

$$H = \begin{bmatrix} a^{[0,0,0]} & a^{[(x-1),x,(x+1)]} \\ a^{[-(x+1),-x,-(x-1)]} & a^{[0,0,0]} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

まず,  $H$  の各行を  $h_1, h_2$  として, 各々の幾何平均を求めると。

$$h_1 = (a^{[0,0,0]} \otimes a^{[(x-1),x,(x+1)]})^{\frac{1}{2}} = a^{\left[\frac{(x-1)}{2}, \frac{x}{2}, \frac{(x+1)}{2}\right]} \quad (3.2)$$

$$h_2 = (a^{[-(x+1),-x,-(x-1)]} \otimes a^{[0,0,0]})^{\frac{1}{2}} = a^{\left[\frac{-(x+1)}{2}, \frac{-x}{2}, \frac{-(x-1)}{2}\right]}$$

つぎに,  $h_1, h_2$  の演算結果をその総和で割ることでウェイト  $Wh_1, Wh_2$  を求める。

$$Wh_1 = \left[ \frac{a^{\frac{(x-1)}{2}}}{a^{\frac{(x+1)}{2} + a^{\frac{-(x-1)}{2}}}}, \frac{a^{\frac{x}{2}}}{a^{2 + a^{\frac{-x}{2}}}}, \frac{a^{\frac{(x+1)}{2}}}{a^{\frac{(x-1)}{2} + a^{\frac{-(x+1)}{2}}} \right] \quad (3.3)$$

$$Wh_2 = \left[ \frac{a^{\frac{-(x+1)}{2}}}{a^{\frac{(x+1)}{2} + a^{\frac{-(x-1)}{2}}}}, \frac{a^{\frac{-x}{2}}}{a^{2 + a^{\frac{-x}{2}}}}, \frac{a^{\frac{-(x-1)}{2}}}{a^{\frac{(x-1)}{2} + a^{\frac{-(x+1)}{2}}} \right]$$

したがって, (3.3) 式は, 評価基準 A のウェイト  $Wh_1$  と評価基準 B のウェイト  $Wh_2$  となる。

次に, 表 3-2 の評価基準 A による代替案 P, 代替案 Q の評価として一対比較行列  $D_A$  を評価基準と同様に幾何平均法による演算を行うと, 同様にして, 評価基準 A による代替案 P のウェイトは  $Wd_{A1}$ , 代替案 Q のウェイトは  $Wd_{A2}$  となる (式 3.4)。

$$Wd_{A1} = \left[ \frac{a^{\frac{(y-1)}{2}}}{a^{\frac{(y+1)}{2} + a^{\frac{-(y-1)}{2}}}}, \frac{a^{\frac{y}{2}}}{a^{2 + a^{\frac{-y}{2}}}}, \frac{a^{\frac{(y+1)}{2}}}{a^{\frac{(y-1)}{2} + a^{\frac{-(y+1)}{2}}} \right] \quad (3.4)$$

$$Wd_{A2} = \left[ \frac{a^{\frac{-(y+1)}{2}}}{a^{\frac{(y+1)}{2} + a^{\frac{-(y-1)}{2}}}}, \frac{a^{\frac{-y}{2}}}{a^{2 + a^{\frac{-y}{2}}}}, \frac{a^{\frac{-(y-1)}{2}}}{a^{\frac{(y-1)}{2} + a^{\frac{-(y+1)}{2}}} \right]$$

また, 表 3-3 の評価基準 B による代替案 P, 代替案 Q の評価として一対比較行列  $D_B$  を評価基準と同

様に幾何平均法による演算を行うと, 同様にして, 評価基準 B による代替案 P のウェイトは  $Wd_{B1}$ , 代替案 Q のウェイトは  $Wd_{B2}$  となる (式 3.5)。

$$Wd_{B1} = \left[ \frac{a^{\frac{(k-1)}{2}}}{a^{\frac{(k+1)}{2} + a^{\frac{-(k-1)}{2}}}}, \frac{a^{\frac{k}{2}}}{a^{2 + a^{\frac{-k}{2}}}}, \frac{a^{\frac{(k+1)}{2}}}{a^{\frac{(k-1)}{2} + a^{\frac{-(k+1)}{2}}} \right] \quad (3.5)$$

$$Wd_{B2} = \left[ \frac{a^{\frac{-(k+1)}{2}}}{a^{\frac{(k+1)}{2} + a^{\frac{-(k-1)}{2}}}}, \frac{a^{\frac{-k}{2}}}{a^{2 + a^{\frac{-k}{2}}}}, \frac{a^{\frac{-(k-1)}{2}}}{a^{\frac{(k-1)}{2} + a^{\frac{-(k+1)}{2}}} \right]$$

最後に, 各評価のウェイト  $Wh_1, Wh_2, Wd_{A1}, Wd_{A2}, Wd_{B1}, Wd_{B2}$  を用いて総合評価  $SW$  の演算を行う。

評価基準のウェイト  $Wh_1, Wh_2$  と各代替案のウェイト  $Wd_{A1}, Wd_{A2}, Wd_{B1}, Wd_{B2}$  を行列演算することで代替案 P, 代替案 Q の総合評価  $SW$  (代替案 P の総合評価  $sw_p$ , 代替案 Q の総合評価  $sw_q$ ) を算出する。

$$SW = \begin{bmatrix} Wd_{A1} & Wd_{B1} \\ Wd_{A2} & Wd_{B2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Wh_1 \\ Wh_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$SW_p = (Wd_{A1} \otimes Wh_1) \oplus (Wd_{B1} \otimes Wh_2) \quad (3.7)$$

$$SW_q = (Wd_{A2} \otimes Wh_1) \oplus (Wd_{B2} \otimes Wh_2)$$

ファジィ数  $SW_p$  のメンバーシップ関数の頂点を  $sw_p$  とし, ファジィ数  $SW_q$  のメンバーシップ関数の頂点を  $sw_q$  とする。

総合評価  $SW$  (3.7) 式に対して  $a=1.6, x=3$  とし,  $y, k$  に対して  $0,1,2,3,4,5$  の代入を行い, メンバーシップ関数の頂点の  $sw_p$  と  $sw_q$  算出結果をまとめた表が表 3-4,3-5 であり, グラフにしたものが図 3-2,3-3 である。

表 3-4 代替案 P の総合評価 ( $sw_p$ )  $a=1.6, x=3$

代替案P		y					
$a=1.6, x=3$		0	1	2	3	4	5
k	0	0.50000	0.59274	0.67611	0.74416	0.79548	0.83190
	1	0.52264	0.61538	0.69875	0.76680	0.81812	0.85455
	2	0.54299	0.63574	0.71910	0.78715	0.83847	0.87490
	3	0.55961	0.65235	0.73572	0.80377	0.85508	0.89151
	4	0.57214	0.66488	0.74824	0.81630	0.86761	0.90404
	5	0.58103	0.67377	0.75714	0.82519	0.87651	0.91294

表 3-5 代替案 Q の総合評価 ( $sw_q$ )  $a=1.6, x=3$

代替案Q		y					
$a=1.6, x=3$		0	1	2	3	4	5
k	0	0.50000	0.40726	0.32389	0.25584	0.20452	0.16810
	1	0.47736	0.38462	0.30125	0.23320	0.18188	0.14545
	2	0.45701	0.36426	0.28090	0.21285	0.16153	0.12510
	3	0.44039	0.34765	0.26428	0.19623	0.14492	0.10849
	4	0.42786	0.33512	0.25176	0.18370	0.13239	0.09596
	5	0.41897	0.32623	0.24286	0.17481	0.12349	0.08706

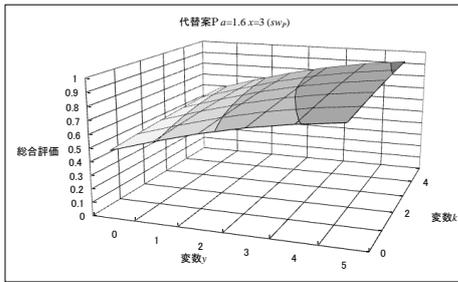


図 3-2 代替案 P の総合評価 ( $sw_P$ )  $a=1.6, x=3$

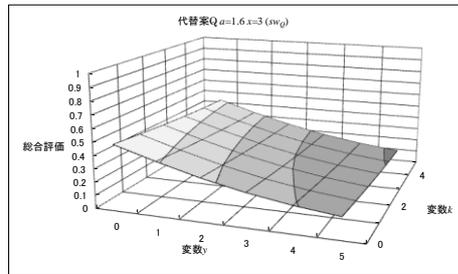


図 3-3 代替案 Q の総合評価 ( $sw_Q$ )  $a=1.6, x=3$

最適な底  $a$  の選定を試みる。最適な底  $a$  とは、意思決定者が回答する重要度  $x, y, k$  に対して、代替案 P と Q の有意性を明確に示すことであるために、数値計算した  $sw_P$  と  $sw_Q$  の差に注目する。  $sw_P - sw_Q$  は  $x, y, k, a$  の 4 変数関数で、底  $a$  に関しては単調増加関数である。  $sw_P - sw_Q$  の  $x, y$  の値を固定し  $k$  に 0~5 の値を入力した数値例のグラフを図 3-4,3-5 に示す。

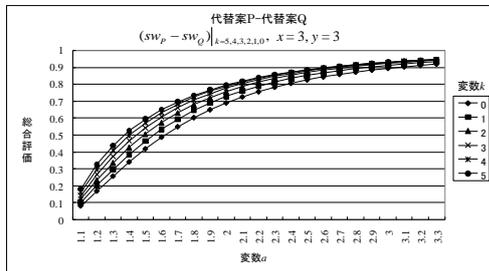


図 3-4 代替案 P と Q の総合評価の差  $x=3, y=3$

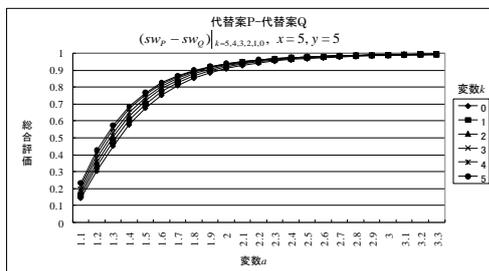


図 3-5 代替案 P と Q の総合評価の差  $x=5, y=5$

ここでの最適な  $a$  値とは  $x, y$  を固定した場合において、評価基準 B における代替案 P と Q の重要度  $k$  に対して、  $(sw_P - sw_Q)|_{k=5} - (sw_P - sw_Q)|_{k=0}$  を最大化するものである。すなわち、評価基準 B を全く考慮しない  $k=0$  と最大限に効かせた  $k=5$  との差を大きくすることは、代替案 P と Q の差を明確に示すことになる(図 3-6)。

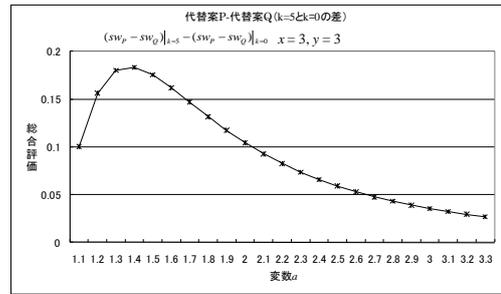


図 3-6 代替案 P と代替案 Q の差( $k=5$  と  $k=0$  の差)

したがって、代替案の優劣を明確にする最適な底  $a$  値は 1.3 前後であると推察される。

#### 4. まとめ

本研究では、ファジィ指数型 AHP の一対比較値  $a_{ij}^n$  の  $a$  値を導くための実験を行った。問題をシンプルなものにして検討を行った。これは  $a$  値の変化を考察しやすくしたためであるが、 $a$  値におけるある程度の方向性を検討することができた。

なお、本研究を遂行するにあたり、大阪国際大学植村康祐教授に有益な助言を頂いた。ここに記して謝意を表す。

#### 参考文献

- [1] T.L.Saaty: The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, 1980
- [2] 木下栄蔵: AHP 入門-決断と合意形成のテクニック-, 日科技連出版社, 2000
- [3] J.J.Buckley: Fuzzy Hierarchical Analysis, Fuzzy Sets and Systems, Vol.17, pp.233-247, 1985
- [4] 円谷友英, 杉原一臣, 田中英夫: QP による区間 AHP の定式化, 日本知能情報ファジィ学会第 20 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.503-504, 2004 pp.505-506, 2004
- [5] 大西真一, D.Dubois, H.Prade, 山ノ井高洋: ファジィ逆行列を用いた AHP の整合度とウェイトについて, 日本知能情報ファジィ学会第 20 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.505-506, 2004
- [6] 高萩栄一郎: 一対比較法を利用したファジィ積分の入力値の固定, 日本知能情報ファジィ学会第 20 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.703-706, 2004
- [7] 増田達也, 中村泰, 夜久正司: 指数型ファジィ一対比較値を用いた AHP の相対的重要度の導出法, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J75-A, No.3, pp. 646-650, 1992
- [8] 倉重賢治, 亀山嘉正, 宮崎茂次: AHP における対数型ファジィ数を用いた相対的重要度決定法, 日本経営工学会論文誌, Vol.50, No.4, pp.216-225, 1999
- [9] 小谷直也, 古殿幸雄: ファジィ一対比較値の提案とその実証の実験, 日本知能情報ファジィ学会第 21 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.15-18, 2005
- [10] 小谷直也, 古殿幸雄: 一対比較値のスケール変化に伴う実験的考察, 日本知能情報ファジィ学会ソフトサイエンス研究会第 16 回ソフトサイエンス・ワークショップ講演論文集, pp.94-95, 2006
- [11] 小谷直也, 古殿幸雄: ファジィ指数型 AHP に用いるウェイト推定法の考察, 日本知能情報ファジィ学会第 24 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp. 72-75, 2008

#### 連絡先:

小谷 直也  
大阪国際大学国際関係研究所研究協力員  
〒573-0192 大阪府枚方市杉 3 丁目 50 番 1 号  
Phone: (072)858-1616(代) E-mail: kotani@stu.oiu.ac.jp

# ファジィ数空間上のベキ級数についてIV

## Infinite Series on the Fuzzy Number Space

稲井田 次郎

Jiro Inaida

日本大学

Nihon University

**Abstract:** It is well known that fuzzy mapping plays an important and fundamental role in fuzzy analysis. In this paper, we attempt to determine extensive classes of these fuzzy mappings that are represented by their Taylor expansion. We have first obtained that the continuous function  $f(x)$  can transform a fuzzy mapping  $f(u)$  using the extension principle. And we discuss some properties of the series of fuzzy numbers. From these properties we have seen that  $f(u)$  has the property of being analytic for the analytic function  $f(x)$ . Finally as an application, we give a sufficient condition for convergence of a fuzzy alternating series.

**Keywords:** fuzzy number, fuzzy mapping, fuzzy sequence, fuzzy series

### 1. はじめに

各項がファジィ数であるような数列，ファジィ数列を考える。このとき，任意の *Cauchy* 列が収束するかどうかの問題となる。ファジィ数における基本定理を用いることにより，この問題が肯定的に解決される。

さらに，一般項がファジィ数であるファジィ級数が自然に定義されるが，一般項間の演算が和だけではなく，差の場合も考えると，必ずしも差が定義されない。したがって，ファジィ級数の収束を定義する場合，各第  $n$  部分和の存在の保証が必要である。

本稿では，最初にこのようなファジィ級数の収束・発散を定義する。つぎに，特別な場合として，交代級数の収束に関するライプニッツの定理をファジィ数空間上に拡張する。

### 2. ファジィ数

**定義1** ファジィ集合<sup>[1]</sup>

全体集合  $X$  上のファジィ集合  $A$  は

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

なるメンバシップ関数  $\mu_A(x)$  によって特徴付けられる。今後，簡単のため  $\mu_A(x)$  を  $A(x)$  と書くことにする。

$X$  上のファジィ集合全体を  $\mathcal{F}(X)$  と書く。特に，メンバシップ関数  $A(x)$  が 0 あるいは 1 のみをとるファジィ集合は普通の意味の集合であるが，ファジィ集合と区別するためクリスプ集合という。

**定義2**  $\alpha$ -レベル集合<sup>[1]</sup> ( $\alpha$ -カット)

$A$  を  $X$  上のファジィ集合とすると， $A$  の  $\alpha$ -レベル集合 ( $\alpha$ -カット) を次式で定義する：

$$[A]^\alpha = \{x \in X \mid A(x) \geq \alpha\}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (1)$$

**拡張原理<sup>[1]</sup>**  $f$  は集合  $X$  から集合  $Y$  への写像とする。このとき，下式によって  $\mathcal{F}(X)$  から  $\mathcal{F}(Y)$  への写像  $f$ ，および  $\mathcal{F}(Y)$  から  $\mathcal{F}(X)$  への写像  $f^{-1}$  を定義する：

$$f(A)(y) = \begin{cases} \sup_{f(t)=y} A(t), & y \in f(X) \\ 0, & y \notin f(X) \end{cases} \quad (2)$$

$$f^{-1}(B)(x) = B(f(x)), \quad x \in X$$

ただし,  $A \in \mathcal{F}(X)$ ,  $B \in \mathcal{F}(Y)$  とする。また, ファジィ集合の直積  $A \times B \in \mathcal{F}(X \times Y)$  を下式によって定義する:

$$(A \times B)(x, y) = A(x) \wedge B(y)$$

定理 1 <sup>[5]</sup>  $f$  は直積集合  $X \times Y$  から集合  $Z$  への写像とする。このとき, 下式によって  $\mathcal{F}(X \times Y)$  から  $\mathcal{F}(Z)$  への写像  $f$  は表される:

$$f(A \times B)(z) = \sup_{f(s,t)=z} \{A(s) \wedge B(t)\} \quad (3)$$

ただし,  $A \in \mathcal{F}(X)$ ,  $B \in \mathcal{F}(Y)$  とする。

今後, 全体集合  $X$  として, ユークリッド空間  $R$  を考える。

定義 3 ファジィ数 <sup>[1]</sup>

$R$  上のファジィ集合  $u$  が, つぎの条件を満たすとき, ファジィ数という:

1) 正規

ある  $x_0 \in R$  が存在して,  $u(x_0) = 1$

2) ファジィ凸

$$u(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq u(x) \wedge u(y), \quad x, y \in X, \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

3)  $u(x)$  が上に半連続

4)  $[u]^0 = \{x \in R : u(x) > 0\}$  が有界

今後, ファジィ数を  $u, v, w, \dots$  で表し, ファジィ数全体を  $E^1$  とおく。この  $E^1$  をファジィ数空間という。

注 1 集合  $S$  に対し,  $\bar{S}$  は  $S$  の閉包 (closure) を表す。

台が有界閉区間  $[a, b]$  で,  $x = c$  ( $a \leq c \leq b$ ) で 1 をとる三角型ファジィ数  $\ll a, c, b \gg$  は, 応用上よく使われる。

定義 4 ファジィ数間の順序 <sup>[2]</sup>

ファジィ数  $u, v$  の  $\alpha$ -レベル集合は, 有界閉区間であるから

$$[u]^\alpha = [u_-(\alpha), u_+(\alpha)], \quad [v]^\alpha = [v_-(\alpha), v_+(\alpha)]$$

とおくことができる。ここで,  $0 \leq \alpha \leq 1$  である。このとき,

$$u_-(\alpha) \leq v_-(\alpha), \quad u_+(\alpha) \leq v_+(\alpha), \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

ならば

$$u \leq v$$

とする。これは, 任意の実数  $r$  を  $r = [r, r]$  と考えれば, 実数間の順序の拡張になっている。

定義 5 ファジィ数間の距離 <sup>[5]</sup>

$u, v \in E^1$  とするとき,  $u, v$  間の距離  $\rho$  を次式で定義する:

$$\rho(u, v) = \sup_{0 \leq \alpha \leq 1} \{|v_-(\alpha) - u_-(\alpha)| \vee |v_+(\alpha) - u_+(\alpha)|\} \quad (4)$$

スカラー倍  $ku$  ( $k \in R$ ), および 2 つのファジィ数  $u, v \in E^1$  の和  $u + v$  は拡張原理および定理 1 により, 次式で定義できる:

$$(u + v)(x) = \sup_{s+t=x} (u(s) \wedge v(t)), \quad x \in R \quad (5)$$

$$(ku)(x) = \begin{cases} u(x/k), & k \neq 0 \\ (0u)(x) = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

このとき, 次の定理が成立する。

定理 2 <sup>[4]</sup>

1)  $u, v \in E^1$  ならば,  $u + v \in E^1$

2)  $k \in R, u \in E^1$  ならば,  $ku \in E^1$

注 2 ファジィ数  $u$  の和に関する逆元は必ずしも存在しない。

例 1  $u + [0, 1] = 0$  を満たすようなファジィ数  $u$  は存在しない。

定義 6 ファジィ数の差 <sup>[2]</sup>

$u, v \in E^1$  とする。ある  $w \in E^1$  が存在して,  $u = v + w$  が成立すれば,  $w$  を  $u$  と  $v$  の差といい

$$u - v$$

で表す。

注 3 このような  $w$  が存在すれば, それは一意的である。

注 4 ファジィ数の差は, 必ずしも存在しない。例えば,  $0 - [0, 1]$  は存在しない。

ファジィ数の差の存在に関しては, 参考文献 [2] を参照のこと。

Lemma 1  $u, v, w \in E^1$  とする。

1)  $v - w$  が存在すれば

$$u + (v - w) = (u + v) - w.$$

2)  $u - v, v - w$  が存在すれば

$$(u - v) + w = u - (v - w).$$

### 3. ファジィ写像<sup>[3]</sup>

ファジィ数空間  $E^1$  上に, 部分集合  $U$  が与えられたとき,

$$f : U (\subset E^1) \longrightarrow E^1 \quad (7)$$

をファジィ写像といい

$$w = f(u), u \in U$$

で表す。 $u$  が  $U$  全体にわたるときの  $w$  全体からなる集合を, このファジィ写像の値域といい,  $f(U)$  で表す。

#### 定義7 ファジィ写像の連続性<sup>[3]</sup>

$u_0 \in U$  とする。任意の正数  $\epsilon$  に対し, ある正数  $\delta$  が存在し,  $\rho(u, u_0) < \delta$ ,  $u \in U$  なるすべての  $u$  に対し,  $\rho(f(u), f(u_0)) < \epsilon$  とできるとき,  $f(u)$  は  $u_0$  で連続であるという。これを

$$\lim_{u \rightarrow u_0} f(u) = f(u_0)$$

と書く。

$f(u)$  が  $U$  に属するすべての  $u$  で連続であるとき,  $f(u)$  は  $U$  で連続であるという。

Lemma 2  $f(x)$  を区間  $I$  で定義された連続関数とする。このとき, 任意のファジィ数  $u ([u]^0 \subset I)$  に対して,  $f(u)$  はファジィ数になる。

例2 指数関数  $e^x$ , 三角関数  $\cos x, \sin x$  は全区間で定義された連続関数である。よって, 任意のファジィ数  $u \in E^1$  に対し,  $e^u, \cos u, \sin u$  はいずれもファジィ数になる。したがって,  $e^u, \cos u, \sin u$  はすべて,  $E^1$  上で定義されたファジィ写像である。

例3 三角関数  $\tan x$  は  $I = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  で連続である。よって, 任意のファジィ数  $u ([u]^0 \subset I)$  に対して,  $\tan u$  は常にファジィ数となる。したがって,  $\tan u$  は  $\mathcal{F}(I)$  上で定義されたファジィ写像である。

例4 ベキ<sup>[2]</sup>

$$p_n(x) = x^n, n = 1, 2, \dots$$

は, 全区間で定義された連続関数である。よって,  $p_n(u)$  は  $E^1$  上で定義されたファジィ写像である。

今後,  $p_n(u)$  を  $u^n$  で表すことにする。

### 4. ファジィ数列

ファジィ数列  $\{u_n\}$  がファジィ数  $u$  に収束するとは, 任意の正数  $\epsilon$  に対して, ある番号  $N$  が存在して,  $n > N$  なるすべての  $n$  に対して  $\rho(u_n, u) < \epsilon$  が成立するときをいう。この  $u$  をファジィ数列  $\{u_n\}$  の極限值という。

Lemma 3 ファジィ数列  $\{u_n\}$  が収束すれば, その極限值は一意に定まる。

#### 定理3 Cauchy の判定条件<sup>[3]</sup>

ファジィ数列  $\{u_n\}$  が収束するための必要十分条件は, 任意の正数  $\epsilon$  に対して, ある番号  $N$  が存在して,  $n, m > N$  なるすべての  $n, m$  に対して  $\rho(u_n, u_m) < \epsilon$  が成立するときをいう。

Lemma 4 ファジィ数列  $\{u_n\}, \{v_n\}$  がそれぞれ  $u, v$  に収束する。このとき

- 1) 実数  $k$  に対し,  $\{ku_n\}$  は  $ku$  に収束する。
- 2)  $\{u_n + v_n\}$  は  $u + v$  に収束する。
- 3) 各  $u_n - v_n$  が存在すれば,  $\{u_n - v_n\}$  は  $u - v$  に収束する。

Lemma 5 ファジィ数列  $\{u_n\}$  が収束するための必要十分条件は, 任意の  $\alpha \in [0, 1]$  に対して,  $[u_n]^\alpha$  が  $\alpha$  に関して一様収束することである。

定理4<sup>[3]</sup> ファジィ数列  $\{u_n\}$  に対して

- 1)  $u_1 \leq u_2 \leq u_3 \leq \dots$
- 2) あるファジィ数  $v \in E^1$  が存在して,

$$u_n \leq v, n = 1, 2, \dots$$

ならば, あるファジィ数  $u$  が存在して, この数列は  $R$  上ほとんど至るところ  $u$  に収束する。

### 5. ファジィ級数<sup>[6]</sup>

ファジィ数の級数

$$\sum_{n=0}^{\infty} (k_n \otimes u_n) \quad (u_0 \text{ is determined to be } 1.)$$

$$= (k_0 \otimes u_0) \oplus (k_1 \otimes u_1) \oplus (k_2 \otimes u_2) \oplus \dots \oplus (k_n \otimes u_n) \oplus \dots$$

をファジィ級数という。ここで,  $k_n$  を実数,  $\otimes, \oplus$  を形式的な演算とする。

この級数の第  $n$  部分和を

$$v_n = (k_0 \otimes u_0) \oplus (k_1 \otimes u_1) \oplus (k_2 \otimes u_2) \oplus \dots \oplus (k_n \otimes u_n)$$

とおく。ただし

$$v_0 = k_0 \otimes u_0 = k_0, \\ v_1 = v_0 \oplus (k_1 \otimes u_1) = \begin{cases} k_0 + k_1 u_1, & k_1 \geq 0 \\ k_0 - |k_1| u_1, & k_1 < 0 \end{cases},$$

のようにし、一般には

$$v_n = v_{n-1} \oplus (k_n \otimes u_n) = \begin{cases} v_{n-1} + k_n u_n, & k_n \geq 0 \\ v_{n-1} - |k_n| u_n, & k_n < 0 \end{cases}$$

とおく。

ファジィ級数  $\sum(k_n \otimes u_n)$  がファジィ数  $u$  に収束するとは、第  $n$  部分和  $v_n$  がすべて存在し、ファジィ数列  $\{v_n\}$  が  $u$  に収束するときをいう。ファジィ級数が収束しないとき、発散するという。

例えば、 $k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = -3, \dots$  とすれば、

$$u_1 + 2u_2 - 3u_3 + \dots$$

となる。 $u_1 = [0, 1], u_2 = [-1, 1], u_3 = [1, 3]$  ならば、

$$v_1 = u_1 = [0, 1]$$

$$v_2 = v_1 + 2u_2 = [0, 1] + 2[-1, 1] = [-2, 3]$$

となり、 $v_2$  は存在するが、

$$v_3 = v_2 - 3u_3 = [-2, 3] - 3[1, 3]$$

$$= [-2, 3] - [3, 9]$$

であるから、 $v_3$  は存在しない。よって、このファジィ級数は発散する。

特に、 $k_0 = 0, k_n = (-1)^{n-1}$  のとき、すなわち

$$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \dots$$

をファジィ交代級数という。ファジィ交代級数に関して、次の定理が成立する：

定理5 ファジィ交代級数

$$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \dots$$

に対して

$$1) u_1 \geq u_2 \geq u_3 \geq \dots$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$$

$$3) u_n - u_{n+1} (n = 1, 2, \dots) \text{ がすべて存在する。}$$

ならば、あるファジィ数  $u \in E^1$  が存在して、この級数は  $R$  上ほとんど至るところ  $u$  に収束する。

例5

$$1) \cos u = (-1)((-1) + \frac{1}{2!}u^2 - \frac{1}{4!}u^4 + \dots), \\ 0 \leq u \leq \sqrt{6}$$

$$2) \sin u = u - \frac{1}{3!}u^3 + \frac{1}{5!}u^5 - \dots, -\sqrt{2} \leq u \leq \sqrt{2}$$

$$3) \log(1 + u) = u - \frac{1}{2}u^2 + \frac{1}{3}u^3 - \dots, 0 \leq u \leq 1$$

$$4) \tan^{-1} u = u - \frac{1}{3}u^3 + \frac{1}{5}u^5 - \dots, -1 \leq u \leq 1$$

#### 参考文献

- [1] Wu Congxin and Ma Ming : Foundations of Fuzzy Analysis, National Defense Industry Press , 1994.(in Chinese)
- [2] A.Kaufmann and M.M.Gupta: Introduction to Fuzzy Arithmetic, Van Nostrand Reinhold Company Inc.,1991. (邦訳：ファジィ数論と応用：田中英夫，松岡浩訳，オーム社，1992.)
- [3] Wu Congxin & Wang Guixiang: Convergence of sequences of fuzzy numbers and fixed point theorems for increasing fuzzy mappings and application, Fuzzy Sets and Systems 130.383-390, 2002.
- [4] Wu Congxin: Some advances on the calculus of fuzzy mappings, The 19<sup>th</sup> Fuzzy System Symposium Proceeding, 2003.
- [5] Shiji Song & Wu Congxin: Existence and uniqueness to Cauchy Problem of fuzzy differential equations, Fuzzy Sets and Systems 110.55-67, 2000.
- [6] 稲井田 次郎他：ファジィ数空間上のベキ級数の研究，早稲田大学数学教育学会誌，第23号第1号，pp.37-45, 2005.
- [7] 稲井田 次郎：ファジィ数空間上のテーラー展開，The 25<sup>th</sup> Fuzzy System Symposium Proceeding, 2009.
- [8] 稲井田 次郎，御前 憲廣，白川 幸子：ファジィ交代級数について，バイオメディカル・ファジィ・システム学会 第22回年次大会講演論文集，2009.

#### 連絡先

日本大学理工学部 稲井田 次郎

E-mail: daojingtian@penta.ge.cst.nihon-u.ac.jp

# 補償型・非補償型モデルとシヨケ積分モデル — 補償型・非補償型の中間のモデルとその程度の推定 —

The Choquet integral model include compensation and non-compensation models  
: Estimation of compensation level of marketing data

高萩栄一郎

Eiichiro Takahagi

専修大学

Senehu University

**Abstract:** Choquet integral models can do the intermediate evaluation among maximum, weighted averaging and minimum. In marketing non-compensation models, the maximum model is the conjunctive model and the minimum is the disjunctive model and compensation model is the liner functions. To apply the Choquet integral model, we can do the intermediate evaluation among non-compensation and compensation models. Lastly, we estimate the degree of non-compensation and compensation level.

## 1 はじめに

マーケティングモデルにおいて，財やサービスを属性とその評価値に分け，その総合評価を行うモデルを考える．購買等の態度形成のモデルは，補償型と非補償型に分類される [1]．補償型モデルは，ある 1 つの属性で低い評価であっても，他の属性が高い評価であれば，その低い評価を補うことができるというモデルである．非補償型モデルは，各属性に対して閾値を持っていて，その閾値に達しない属性の評価値の低さは，他の評価値の高さでは補うことができないというモデルである．

濱岡ら [2],[3] によると，補償型モデルは線型計算をあげ，非補償型モデルとして「連結型 (Conjunctive) モデル」と「分離型 (Disjunctive) モデル」を提示している．連結型モデルは，すべての属性の評価値が，それぞれの属性の閾値を超えていないと受容されないというモデルである．分離型モデルは，ある属性の評価値が，その属性の閾値を超えていれば受容されるというモデルである．濱岡らは，受容される確率として，ロジスティック関数を使っているが，本稿では，確率ではなく，総合評価値を求めるものとして，総合評価値  $y$  を出力値として求め，確率は求めない．

ファジィ測度シヨケ積分モデル [4] は，評価項目間の相互作用を考慮したモデルを作成することができる．ファジィ測度を変更することにより最大値，平均値，最小値の中間の評価が可能である [5]．また，パラメータ  $\xi$  を変更することにより，最大値 ( $\xi = 1$ )，平均値 ( $\xi = 0.5$ )，最小値 ( $\xi = 0$ ) での総合評価を行うことができる．分離型モデルは最大値での総合評価で  $\xi = 1$  に対応し，補償型の線型は平均値  $\xi = 0.5$  に，連結型モデルは最小値での総合評価  $\xi = 0$  に対応する．

本稿では，各属性の重要度と，各代替案（評価対象）の属性毎の評価値，総合評価値を AHP の一対比較で求め，そのとき，もっとも当てはまる  $\xi$  の値を推定する．この  $\xi$  を推定することにより，どの程度，補償型または非補償型の総合評価を行っているのかが分かる．

## 2 ファジィ測度シヨケ積分モデル

ファジィ測度シヨケ積分モデルは，属性間の相互作用を表現できる線形関数（加重和）の拡張である．さまざまな相互作用を表現できるが，本稿では，連結型，線型，分離型を拡張するため， $\phi_s$  変換 [6] を使った最小値平均値最大値の中間の評価 [5] を利用する．

属性の数を  $n$  とし，その集合を  $X = \{1, \dots, n\}$  とする． $x_1, \dots, x_n$  を各属性の評価値とし，同じ評価単位 (strong commensurability, 属性間で比較可能など) で測られているものとする

ファジィ測度は，線形関数の重みに相当し，重みはいつも一定の値ではなく，相互作用の指標（どれくらい最大値に近い評価なのかなど）と評価値の大小関係により異なる（順序依存）． $\phi_s$  変換は，次式で定義する．

$$\phi(\xi, u) = \begin{cases} \langle u \rangle & \text{if } \xi = 1 \\ u & \text{if } \xi = 0.5 \\ 1 - \langle 1 - u \rangle & \text{if } \xi = 0 \\ (s^u - 1)/(s - 1) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{ただし } s = \frac{(1 - \xi)^2}{\xi^2}, \langle u \rangle = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 < u \leq 1 \\ 0 & \text{if } u = 0 \end{cases}$$

$\phi_s$  変換によるシヨケ積分モデルでは， $i$  番目の属性への重要度  $w_i$  (ただし， $w_i \geq 0, \sum w_i = 1$ ) を与え，評価値を大きい順に並べ替え，入力値の順位を表す関数を

$\sigma$  とする．すなわち  $x_{\sigma(1)} \geq \dots \geq x_{\sigma(n)}$  とする（ただし， $X = \{\sigma(1), \dots, \sigma(n)\}$ ）．総合評価値  $y$  を次式で計算する．

$$y = f_{(\xi, w_1, \dots, w_n)}(x_1, \dots, x_n)$$

$$\equiv \sum_{i=1}^n \phi(\xi, \sum_{j=1}^i w_{\sigma(j)})(x_{\sigma(i)} - x_{\sigma(i+1)}) \quad (2)$$

$$= \sum_{i=1}^n \left\{ \phi(\xi, \sum_{j=1}^i w_{\sigma(j)}) - \phi(\xi, \sum_{j=1}^{i-1} w_{\sigma(j)}) \right\} x_{\sigma(i)} \quad (3)$$

たとえば， $x_1 = 60, x_2 = 80, x_3 = 30, w_1 = w_2 = w_3 = 1/3, \xi = 0.2$  の場合， $\sigma(1) = 2, \sigma(2) = 1, \sigma(3) = 3$  となり，

$$y = \{\phi(\xi, w_2)\}x_2 + \{\phi(\xi, w_1 + w_2) - \phi(\xi, w_2)\}x_1$$

$$+ \{\phi(\xi, w_1 + w_2 + w_3) - \phi(\xi, w_1 + w_2)\}x_3$$

$$= 0.1013 \times 80 + (0.3566 - 0.1013) \times 60$$

$$+ (1 - 0.3566) \times 30$$

となる．図 1 は， $\xi$  を 0 から 1 に変化させたとき，各評価値  $x_i, i = 1, 2, 3$  に係る重み  $\{\phi(\xi, \sum_{j=1}^i w_{\sigma(j)}) - \phi(\xi, \sum_{j=1}^{i-1} w_{\sigma(j)})\}$  をグラフ化し，図 2 は， $f_{(\xi, 1/3, 1/3, 1/3)}^1(60, 80, 30), f_{(\xi, 1/3, 1/3, 1/3)}^2(60, 70, 45), f_{(\xi, 1/3, 1/3, 1/3)}^3(60, 60, 60)$  をグラフ化したものである．

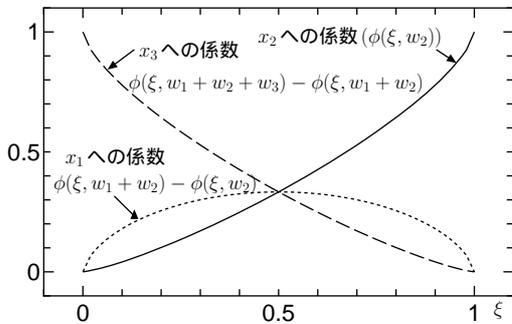


図 1: 係数の変化 (等重み,  $x_2 \geq x_1 \geq x_3$  の場合)

$\xi = 1$  のとき，図 1 のように最大値  $x_2$  への係数のみが 1 となり，他が 0 になっている．したがって，図 2 のように，各評価値のパターンでも最大値を出力している． $\xi = 0.5$  のとき，図 1 のように各属性への係数は， $w_i$  に等しくなり，図 2 のように，各評価値のパターンでも加重平均値を出力している． $\xi = 0$  のとき，図 1 のように最小値  $x_3$  への係数のみが 1 となり，他が 0 になり，図 2 のように，各評価値のパターンでも最小値を出力している．

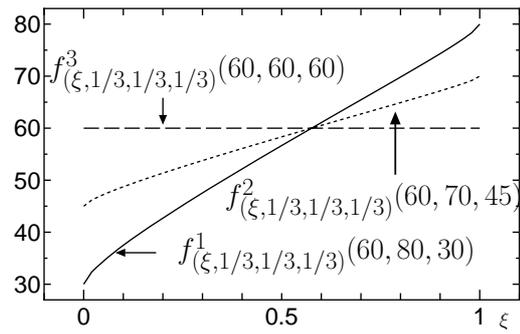


図 2: 総合評価値の変化

このように，各評価値  $x_1, x_2, x_3$  への係数の値は，最小値，平均値，最大値の値を補間するように係数を連続的に変化させ，その中間の総合評価を可能にしている．この連続的な変化は，評価値の順序や重みに依存して異なる． $\xi$  とその意味を表 1 に示す．また， $\phi(\xi, 0.5) = \xi$  で， $n = 2$  で等重みの場合の大きい評価値への係数になる． $\xi$  が大きければ高い評価値を重要視，小さければ低い評価値を重要視することになる．

表 1:  $\xi$  と総合評価法

$\xi$	総合評価法
1	最大値 (分離型)
$\vdots$	$\vdots$
0.5	最大値と加重平均の中間の評価 加重平均 (線型)
$\vdots$	$\vdots$
0	最小値と加重平均の中間の評価 最小値 (連結型)

### 3 補償型，非補償型とファジィ積分

補償型モデルとして線型モデル，非補償型モデルとして，連結型モデルと分離型モデルを取り上げる．

各属性の評価値は，シヨケ積分を行うために間隔尺度とし，その間隔は各属性で等しいとする．また，各属性の評価値には閾値が存在し，その値は各属性で一定の値 ( $x^*$ ) とする．もし，これらの条件が満たされない場合，満たすように基準化するものとする．

線型モデル (補償型) では， $w_1, \dots, w_n$  として，

$$y = \sum_{i=1}^n w_i x_i \quad (4)$$

で総合評価する．これは，明らかに  $\xi = 0.5$  の場合のシヨケ積分モデルである．

連結型モデルは、すべて属性の評価値  $x_i$  が閾値  $x^*$  を超えていれば受容されるというモデルである。

$$T(x_i, x^*) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i > x^* \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

として、

$$z = \min(T(x_1, x^*), \dots, T(x_n, x^*)) \quad (6)$$

と定式化できる。この  $z$  が 1 であれば受容され、0 ならば受容されない。この問題は、

$$z = T(\min(x_1, \dots, x_n), x^*) \quad (7)$$

とも表現できる。これは、

$$y = \min(x_1, \dots, x_n) \quad (8)$$

を総合評価値とする評価法であり、 $T(y, x^*)$  で受容の有無が決まる。 $\min(x_1, \dots, x_n)$  は  $\xi = 0$  とするシヨケ積分モデルである。

分離型モデルは、 $z = \max(T(x_1, x^*), \dots, T(x_n, x^*))$  と定式化でき、連結型と同様に  $y = \max(x_1, \dots, x_n)$  を総合評価値とする評価法であり、 $\xi = 1$  とするシヨケ積分モデルである。

これらの定式化を利用すれば、 $\xi$  を変化させることにより、連結型、線型、分離型の中間の総合評価を行うことが可能になる。ただし、厳密に言うと  $\xi = 0, 1$  以外の場合、ある評価値の悪さは、他の属性の評価値の良さで補うことができる ( $\xi = 0, 1$  付近ではほんのわずか) ので、中間の評価は補償型の総合評価法である。

[3] の定式化では、受容される確率を

$$\prod_{i=1}^n P(x_i > x^*) \quad (9)$$

で定式化し、ロジスティック関数で推定しており、本稿のモデルは、[3] の定式化とは異なる。また、本稿では、総合評価値を考察しており、受容確率についての議論は別稿に譲りたい。

#### 4 補償型・非補償型の度合いの求め方

本節では、どの程度、連結型なのか分離型なのか線型なのかを求める。求め方は、AHP で用いられる一対比較で、各属性の評価値、属性の重要度、総合評価値を求め、もっともあてまりのよい  $\xi$  を求める。

一対比較で次の 3 種類の値を求めた。

属性の評価値 各属性について、代替案間の一対比較を行いそれぞれの代替案、属性の評価値を求めた。各

代替案の評価値を  $x_i^j (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m)$  ( $i$  は属性の番号、 $j$  は代替案の番号、 $m$  は代替案数) とする ( $\sum_j x_i^j = 1, \forall i$ )。

重要度 各属性間の一対比較を行い重要度  $w_i (i = 1, \dots, n)$  を求める ( $\sum_i w_i = 1$ )。

総合評価値 AHP での一対比較に加え、各代替案の総合評価についても一対比較を行う。 $y^j, j = 1, \dots, m$  を求める ( $\sum_j y^j = 1$ )。

一対比較値が、第 3 節の述べた条件 (間隔尺度、間隔が等しい、閾値が等しい) を満たしているか考察する。AHP の一対比較値は比例尺度であるので、間隔尺度である。また、評価値別に求めた重要度をそのまま使い加重和しているので、属性間では、間隔の効果が等しいという前提である。間隔の効果が等しく和が 1 に正規化されているので、閾値が等しいと仮定する。この問題により厳密に対処するには、[7] で提案されている理想点、満足点を含む一対比較で同定 (閾値を満足点とする) する必要がある。

評価値と総合評価値の間隔は異なると考える。連結型に近い場合、すべての属性が満たされていることが必要なので、総合評価値は、属性の評価値に比べて小さくなる。逆に、分離型に近い場合は大きくなる。本稿のモデルでは、ファジィ測度は正規化されており、属性の評価値も総合評価値も和が 1 に正規化されているので、そのまま  $\xi$  を求めると、加法的 ( $\xi = 0.5$ ) になる傾向にある。そこで、総合評価値の間隔は、属性の評価値と異なると考え、比例尺度で測られているので、 $k > 0$  倍して考える。

問題は、 $y^j, w_i, x_i^j$  を与え、次の数理計画問題を解き、 $\xi, k, d$  を求める。

$$\text{最小化} : d = \sum_{j=1}^m (ky^j - f_{(\xi, w_1, \dots, w_n)}(x_1^j, \dots, x_n^j))^2$$

$$\text{制約条件} : k > 0, 0 \leq \xi \leq 1 \quad (10)$$

#### 5 同定例

同定例<sup>1</sup>を表 2 に示す。デジタルカメラとポテトチップに関しては連結型の決定を行っている。液晶テレビについては、0.31 と連結型と線型の中間の総合評価である。

図 3 と 4 は、 $\xi$  を 0 から 1 に変化させ、式 (10) で、 $\xi$  も固定して、 $d$  や  $k$  を求めたグラフである。図 3 に

<sup>1</sup>本データは専修大学大学院「情報処理特講 II」で履修生から収集したデータである。協力してくれた院生に感謝する。

問題 ( $m$ )	属性	$\xi$	$k$
デジタルカメラ (8)	価格, 画素数, 光学ズーム	0	0.20
液晶テレビ (8)	価格, サイズ, 満足度	0.31	0.74
ポテトチップス (9)	価格, 味, 量	0	0.59

よると, 最小点の左右で単調に最小値に収束して行っていることがわかる. 図 4 によると,  $\xi$  の増大に伴い  $k$  も増大している. これは,  $\xi$  の増大により, ショケ積分モデルによる総合評価値も増大していることによることが裏付けられている.

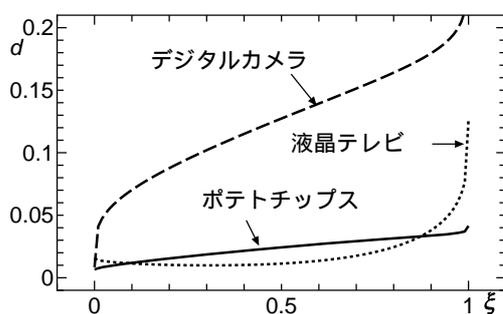


図 3:  $\xi$  と  $d$  の関係

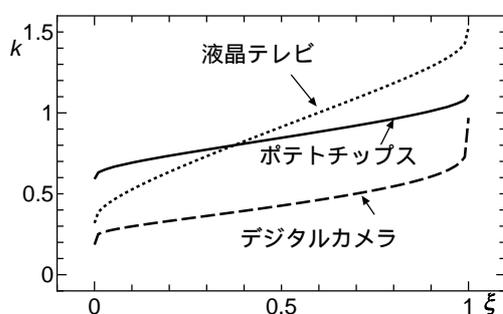


図 4:  $\xi$  と  $k$  の関係

## 6 おわりに

ショケ積分モデルを使い, 連結型, 線型, 分離型の程度を測定する方法を提案した. [1] や [3] で, 補償型と非補償型の差異は, その対象への関与の度合いや知的水準が指摘されている. また, 対象や属性の性質によることもあるだろう.

マーケティングモデルでは, ロジットモデルを使い, 受容確率を求めている. ショケ積分モデルモデルでは, [3] で提案されている補償型モデルのロジットモデルの

線形関数の部分をショケ積分モデルに置き換えることで可能であろう. 今後の研究課題にしたい.

## 参考文献

- [1] Roberts, J. H. and G. L. Lilien (清水聰訳): Chapter 2 Explanatory and predictive models of consumer behavior (第 2 章 消費者行動の予測と説明), in Marketing, Handbooks in Operations Research and Management Science, Vol.5, 27-82, Elsevier (邦訳「マーケティングハンドブック」, 朝倉書店, 27-84, 1997).
- [2] 濱岡豊, 古川一郎, 片平秀貴: 非補償型 (最尤満足化) モデルによる広告への態度の分析, 日経広告研究所報 31(4), 18-23, 1997, 日経広告研究所.
- [3] 濱岡豊: 消費者の広告への態度は補償型モデルで近似できるか? - 広告への態度への非補償型モデルの適用 -, 学術振興財団 未来市場開拓プロジェクト・ディスカッションペーパー, 東京大学経済学部, 1999.
- [4] T. Murofushi: A Theory of fuzzy measure : representation, the Choquet integral and null sets, J. Math. Anal. Appl., 159, pp.532-549, 1991
- [5] 高萩栄一郎: 重要度と  $\lambda$  による  $\lambda$  ファジィ測度の同定について, 日本ファジィ学会誌, 12, 5, 665-676, 2000.
- [6] Y. Takamoto, A Measure Theoretic Approach to Evaluation of Fuzzy Set Defined on Probability Space, *Journal of Fuzzy Math*(模糊数学), 2, 3, 89-98, 1982.
- [7] 高萩栄一郎: 一対比較によるショケ積分の被積分関数 (入力値) の同定について, 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), 19, 1, 22-30, 2007.

## 連絡先

高萩栄一郎 (専修大学商学部)

Tel : 044-900-7988

E-mail : takahagi@isc.senshu-u.ac.jp

## 自由モノイドから見た[ファジィ][マルチ]集合

## [Fuzzy] [Multi] Sets and Free Monoids

○村井 哲也	宮本 定明	乾口 雅弘	工藤 康生	赤間 世紀
○Tetsuya Murai	Sadaaki Miyamoto	Masahiro Inuiguchi	Yasuo Kudo	Seiki Akama
北海道大学	筑波大学	大阪大学	室蘭工業大学	C-リパブリック
Hokkaido Univ.	Univ.of Tsukuba	Osaka Univ.	Muroran IT	C-Republic

**Abstract:** In this presentation, we make some consideration on the concepts of [fuzzy] [multi]sets from a point of view of free monoids and on roles of sequences in uncertain information processing. For the purpose, we reformulate naive subsets and multisets as some quotient sets induced from free monoids as the set of finite sequences, i.e, strings based on equivalence relations. Finally we remark that fuzzy multisets would be better defined as multisets on the set of truth values excluding 0, which should behave as the identity element because multisets must not count non-membership.

## 1. はじめに

例えば、「集合 {3,3}」と書くと、誤りであろうか？ この問いは次のいずれを採るか、を迫る!?

- (1) 集合では、実際に要素の重複があろうか、なかろうか、気にしない(無視する).
- (2) 集合には、要素の重複はあってはならない.

一般には、前者の解釈が採られていると考えられる。有限集合の外延的記法  $\{x_0, \dots, x_{n-1}\}$  に対して、メタ変数  $x_i$  ( $i = 0, \dots, n-1 \in \mathbb{N}$ ) は異なる要素を表す、という注意は(少なくとも筆者は)見たことがない。なお、自然数全体の集合は 0 を含むとする:  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ .

以上から、集合の表現として重複は許容するが、しかし、無視する、という見方が妥当そうである。しかし、後者の立場もある。例えば、Codd の関係データベースの理論 (cf.[1, 8]) において、タプルの重複が許されない、という説明がある。一方、SQL(cf.[2]) では重複が許されるべきであり、マルチ集合で理論化するのが本来の姿であろう、という議論が展開される。

以上のように、最初の問いは微妙な性格を孕んでいる。本稿では、自由モノイド (cf.[10]) の立場から、列の概念 (cf. [5, 10]) を基本として、[ファジィ][マルチ]集合 (cf.[10, 12, 6, 7, 11, 9, 3, 14]) について考察する。

## 2. 準備

## 2.1. 部分集合

$U$  を記号の有限集合  $U$  とする。  $U$  のべき集合  $P(U) = \{A \mid A \subseteq U\}$  は集合演算  $\cup$  (合併) と  $\cap$  (共通部分),  $^c$  (補集合) に空集合  $\emptyset$  と全体集合  $U$  を加えて、ブール代数  $\langle P(U), \cup, \cap, ^c, \emptyset, U \rangle$  をなす。空集合  $\emptyset$  と全体集合  $U$  は包含関係  $\subseteq$  を順序と考えた時の、それぞれ、最小元と

最大元である。べき集合の各要素  $A$  に対して、特性関数  $\chi_A : U \rightarrow 2$  (ここで、 $2 = \{0, 1\}$ ) を

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \text{ のとき} \\ 0, & \text{それ以外のとき} \end{cases}$$

によって定義でき、以下、部分集合とその特性関数を同一視する:  $P(U) = \{A \mid A : U \rightarrow 2\}$ .

## 2.2. マルチ集合

$U$  上のマルチ集合はカウント関数  $\mu : U \rightarrow \mathbb{N}$  として定義される。集合  $\text{supp}(\mu) = \{x \in U \mid \mu(x) > 0\}$  を  $\mu$  の台と呼ぶ。マルチ集合  $\mu, \mu'$  間の相等性と包含関係は

$$\mu = \mu' \Leftrightarrow \forall x \in U (\mu(x) = \mu'(x))$$

$$\mu \subseteq \mu' \Leftrightarrow \forall x \in U (\mu(x) \leq \mu'(x))$$

によって定義される。また、 $\cup$  (合併) および  $\cap$  (共通部分) に加え、 $+$  (加法) の演算も要素毎に定義される:

$$(\mu \cup \mu')(x) = \max(\mu(x), \mu'(x)),$$

$$(\mu \cap \mu')(x) = \min(\mu(x), \mu'(x)),$$

$$(\mu + \mu')(x) = \mu(x) + \mu'(x).$$

$U$  上のマルチ集合全体を  $M(U)$  で表す:

$$M(U) \stackrel{\text{def}}{=} \{\mu \mid \mu : U \rightarrow \mathbb{N}\}.$$

構造  $\langle M(U), \cup, \cap \rangle$  は分配束をなす。マルチ集合  $0$  を

$$0(x) = 0 (\forall x \in U).$$

で定義すると、加法  $+$  に関する単位元になるから、構造  $\langle M(U), +, 0 \rangle$  は可換モノイドになる。よって、両者

を併せた  $\langle M(U), \cup, \cap, +, 0 \rangle$  は束順序可換モノイドである。また、 $\langle M(U), \sqsubseteq \rangle$  は順序集合であり、 $0 (\in M(U))$  はこの順序  $\sqsubseteq$  に関する最小元である。  $M(U)$  は最大元を持たないので、一般に補元演算は定義できない<sup>1</sup>。

### 2.3. 列

列の定義は複数ある (cf. [5, 10])。本稿では有限記号集合  $U$  から生成される自由モノイド  $U^*$  の要素とする定義を採る。  $U$  の要素をつなげる接続演算  $\cdot$  で生成される記号列全体を  $U^*$  と書く。演算  $\cdot$  は結合則  $(s \cdot (s' \cdot s'')) = (s \cdot s') \cdot s' (\forall s, s', s'' \in U^*)$  を満たし、空列  $\varepsilon$  は接続演算に関する単位元である  $(s \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot s = s (\forall s \in U^*))$ 。よって、構造  $\langle U^*, \cdot, \varepsilon \rangle$  モノイドであり、  $U$  上の自由モノイドと呼ばれる。  $U^*$  の要素を列と呼ぶ<sup>2</sup>。

各列  $s (\in U^*)$  に関して、各記号  $x$  の  $s$  中の出現回数を与えるカウント関数

$$ct^* : U \times U^* \rightarrow \mathbb{N}$$

を仮定する。  $ct^*(x, s)$  は  $x$  が  $s$  中に出現する回数である。列  $s$  の台は次式で定義される：

$$\text{supp}(s) \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in U \mid ct^*(x, s) > 0\}.$$

列  $s = x_1 x_2 \cdots x_n$ ,  $s' = y_1 y_2 \cdots y_m$  に関して、  $s$  が  $s'$  の部分列である ( $s \sqsubseteq s'$  と書く) とは、順序保存単射  $\varphi : n \rightarrow m$  が存在して、任意の  $k \in n$  に対して、  $s(k) = s'(\varphi(k))$  となる時である。ここで、一般に、自然数  $n (\geq 1)$  に対して、  $n = \{0, 1, \dots, n-1\}$  である。部分列の関係  $\sqsubseteq$  は  $U^*$  上の順序であり、  $\langle U^*, \sqsubseteq \rangle$  は順序集合である。しかし、任意の列  $s, s'$  に関して、上限 (join) と下限 (meet) は必ずしも存在しないので、一般に、束にはならない。

### 3. 自由モノイドとマルチ集合

$U^*$  上の二項関係  $\sim_M$  を次式で定義する：

$$s \sim_M s' \Leftrightarrow \forall x \in U (ct^*(x, s) = ct^*(x, s')).$$

これは同値関係であり、交換律で一致する列を互いに同値とする。商集合  $U^*/\sim_M$  の要素を  $[s]_{\sim_M}$  ではなく、単に  $[s]_M$  と書く。任意の  $[s]_M (\in U^*/\sim_M)$  について、

$$s' \in [s]_M \Rightarrow \forall x \in U (ct^*(x, s') = ct^*(x, s))$$

が成り立ち、  $ct^*(x, s)$  の値は代表元の取り方に依らず、  $[s]_M$  に関するカウント関数  $ct^M : U \times (U^*/\sim_M) \rightarrow \mathbb{N}$  を

$$ct^M(x, [s]_M) = ct^*(x, s).$$

<sup>1</sup>補元演算を相対的に定義する研究として、[4, 13] がある。

<sup>2</sup>接続演算はしばしば省略される： $xyz = x \cdot y \cdot z$ 。

で定義できる。相等性に関して、次が成り立つ：

$$[s]_M = [s']_M \Leftrightarrow \forall x \in U (ct^M(x, [s]_M) = ct^M(x, [s']_M))$$

$[s]_M$  の台を次式で定義する：

$$\text{supp}^M([s]_M) \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in U \mid ct^M(x, [s]_M) > 0\}.$$

同値類  $[s]_M, [s']_M \in U^*/\sim_M$  に対して、

(1)  $ct^*(x, t) = \max(ct^M(x, [s]_M), ct^M(x, [s']_M))$  であるような  $t \in U^*$  があって、その選び方に依らずに

$$[s]_M \cup_M [s']_M \stackrel{\text{def}}{=} [t]_M,$$

(2)  $ct^*(x, t) = \min(ct^M(x, [s]_M), ct^M(x, [s']_M))$  であるような  $t \in U^*$  があって、その選び方に依らずに

$$[s]_M \cap_M [s']_M \stackrel{\text{def}}{=} [t]_M.$$

で演算を定義すると、次が成り立つ：

$$ct^M(x, [s]_M \cup_M [s']_M) = \max(ct^M(x, [s]_M), ct^M(x, [s']_M)),$$

$$ct^M(x, [s]_M \cap_M [s']_M) = \min(ct^M(x, [s]_M), ct^M(x, [s']_M)).$$

従って、以下の諸式が成り立つことが分かる：

$$[s]_M \cup_M [s]_M = [s]_M, \quad [s]_M \cap_M [s]_M = [s]_M,$$

$$[s]_M \cup_M [s']_M = [s']_M \cup_M [s]_M,$$

$$[s]_M \cap_M [s']_M = [s']_M \cap_M [s]_M,$$

$$[s]_M \cup_M ([s']_M \cup_M [s'']_M) = ([s]_M \cup_M [s']_M) \cup_M [s'']_M,$$

$$[s]_M \cap_M ([s']_M \cap_M [s'']_M) = ([s]_M \cap_M [s']_M) \cap_M [s'']_M,$$

$$[s]_M \cup_M ([s]_M \cap_M [s']_M) = [s]_M,$$

$$[s]_M \cap_M ([s]_M \cup_M [s']_M) = [s]_M,$$

$$[s]_M \cup_M ([s']_M \cap_M [s'']_M) = ([s]_M \cup_M [s']_M) \cap_M ([s]_M \cup_M [s'']_M),$$

$$[s]_M \cap_M ([s']_M \cup_M [s'']_M) = ([s]_M \cap_M [s']_M) \cup_M ([s]_M \cap_M [s'']_M).$$

よって、  $\cup_M$  と  $\cap_M$  はそれぞれ、join と meet であり、構造  $\langle U^*/\sim_M, \cup_M, \cap_M \rangle$  は分配束である。

商集合  $U^*/\sim_M$  の要素  $[s]_M, [s']_M$  に対して、列間の接続演算を利用して、同値類間の演算  $+_M$  を

$$[s]_M +_M [s']_M \stackrel{\text{def}}{=} [ss']_M$$

で定義すると、

$$ct^M(x, [s]_M +_M [s']_M) = ct^M(x, [s]_M) + ct^M(x, [s']_M).$$

が成り立つ。よって、  $+_M$  は同値類間のカウント関数  $ct^M$  に関する加法であり、次も成り立つ：

$$[s]_M +_M [s']_M = [s']_M +_M [s]_M,$$

$$([s]_M +_M [s']_M) +_M [s'']_M = [s]_M +_M ([s']_M +_M [s'']_M).$$

演算  $+_M$  に関するゼロ (単位) 元を  $0_M \stackrel{\text{def}}{=} [\varepsilon]_M$  で定義でき、実際、 $[s]_M +_M 0_M = 0_M +_M [s]_M = 0_M$  である。よって、構造  $\langle U^*/\sim_M, +_M, 0_M \rangle$  は可換モノイドである。更に、加法と join および meet との間に、それぞれ

$$\begin{aligned} [s]_M +_M ([s']_M) \cup_M [s'']_M &= ([s]_M +_M [s']_M) \cup_M ([s]_M +_M [s'']_M), \\ [s]_M +_M ([s']_M) \cap_M [s'']_M &= ([s]_M +_M [s']_M) \cap_M ([s]_M +_M [s'']_M) \end{aligned}$$

が成り立つ。よって、構造  $\langle U^*/\sim_M, \cup_M, \cap_M, +_M, 0_M \rangle$  は束順序可換モノイドである。

前述の join (meet でもよい) から、 $U^*/\sim_M$  上の順序を  $[s]_M \subseteq_M [s']_M \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} [s]_M \cup_M [s']_M = [s']_M$  によって定義でき、構造  $\langle U^*/\sim_M, \subseteq_M \rangle$  は順序集合である。 $0_M$  はこの順序の下で最小元である。明らかに次式が成り立つ；

$$[s]_M \subseteq_M [s']_M \Leftrightarrow \forall x \in U (ct^M(x, [s]_M) \leq ct^M(x, [s']_M)).$$

混乱が生じない限り、構造  $\langle U^*/\sim_M, \cup_M, \cap_M, +_M, 0_M \rangle$  を単に、 $U^*/\sim_M$  と書く。

$U$  上のマルチ集合の全体  $M(U)$  と本節の  $U^*/\sim_M$  との関係について述べる。写像  $\psi: M(U) \rightarrow U^*/\sim_M$  を各  $\mu \in M(U)$  に対して、 $\psi(\mu) = [t]_M$  で定義する。ここで、列  $t$  は任意の  $x \in U$  に対して、 $ct^M(x, t) = \mu(x)$  を満たすように選ばれる。この時、 $\psi$  は全単射であり、 $M(U)$  の演算  $\cup$  および  $\cap, +$  を保存する：

$$\begin{aligned} \psi(\mu \cup \mu') &= \psi(\mu) \cup_M \psi(\mu'), \\ \psi(\mu \cap \mu') &= \psi(\mu) \cap_M \psi(\mu'), \\ \psi(\mu + \mu') &= \psi(\mu) +_M \psi(\mu'). \end{aligned}$$

つまり、 $\psi$  は  $M(U)$  から  $U^*/\sim_M$  への同型写像であり、これによって、 $M(U)$  と  $U^*/\sim_M$  とを同一視する：

$$M(U) = \{\mu \mid \exists s \in U^* (\mu = [s]_M)\}.$$

#### 4. 自由モノイドと部分集合

$M(U) (= U^*/\sim_M)$  上の二項関係  $\sim_P$  を

$$\mu \sim_P \mu' \Leftrightarrow \text{supp}^M(\mu) = \text{supp}^M(\mu'),$$

によって定義すると、明らかに同値関係であり、マルチ集合上へのべき等性の導入を意味する。以下、商集合  $M(U)/\sim_P$  を考える。同値類  $[\mu]_P$  の台は代表元の取り方に依らずに  $\text{supp}^P([\mu]_P) \stackrel{\text{def}}{=} \text{supp}^M(\mu)$  で定義できる。同値類  $[\mu]_P, [\mu']_P$  の相等性について次が成り立つ：

$$[\mu]_P = [\mu']_P \Leftrightarrow \text{supp}^P([\mu]_P) = \text{supp}^P([\mu']_P).$$

$[\mu]_P$  の特性関数  $ct^P: U \times (M(U)/\sim_P) \rightarrow 2$  を

$$ct^P(x, [\mu]_P) = \begin{cases} 1, & x \in \text{supp}^P([\mu]_P) \text{ のとき,} \\ 0, & \text{それ以外するとき} \end{cases}$$

で定義する。任意の  $[\mu]_P, [\mu']_P \in M(U)/\sim_P$  に対して、演算  $\cup_P$  と  $\cap_P$  をそれぞれ、

$$\begin{aligned} [\mu]_P \cup_P [\mu']_P &\stackrel{\text{def}}{=} [\mu \cup_M \mu']_P, \\ [\mu]_P \cap_P [\mu']_P &\stackrel{\text{def}}{=} [\mu \cap_M \mu']_P \end{aligned}$$

で定義する時、特性関数に関して、次が性質が成り立つ：

$$\begin{aligned} ct^P(x, [\mu]_P \cup_P [\mu']_P) &= \max(ct^P(x, [\mu]_P), ct^P(x, [\mu']_P)), \\ ct^P(x, [\mu]_P \cap_P [\mu']_P) &= \min(ct^P(x, [\mu]_P), ct^P(x, [\mu']_P)). \end{aligned}$$

これから、以下の性質が容易に導かれる：

$$[\mu]_P \cup_P [\mu]_P = [\mu]_P, \quad [\mu]_P \cap_P [\mu]_P = [\mu]_P,$$

$$[\mu]_P \cup_P [\mu']_P = [\mu']_P \cup_P [\mu]_P,$$

$$[\mu]_P \cap_P [\mu']_P = [\mu']_P \cap_P [\mu]_P,$$

$$[\mu]_P \cup_P ([\mu']_P \cup_P [\mu'']_P) = ([\mu]_P \cup_P [\mu']_P) \cup_P [\mu'']_P,$$

$$[\mu]_P \cap_P ([\mu']_P \cap_P [\mu'']_P) = ([\mu]_P \cap_P [\mu']_P) \cap_P [\mu'']_P,$$

$$[\mu]_P \cup_P ([\mu]_P \cap_P [\mu']_P) = [\mu]_P,$$

$$[\mu]_P \cap_P ([\mu]_P \cup_P [\mu']_P) = [\mu]_P,$$

$$[\mu]_P \cup_P ([\mu']_P \cap_P [\mu'']_P) = ([\mu]_P \cup_P [\mu']_P) \cap_P ([\mu]_P \cup_P [\mu'']_P),$$

$$[\mu]_P \cap_P ([\mu']_P \cup_P [\mu'']_P) = ([\mu]_P \cap_P [\mu']_P) \cup_P ([\mu]_P \cap_P [\mu'']_P).$$

よって、 $\cup_P, \cap_P$  はそれぞれ join, meet であり、構造  $\langle M(U)/\sim_P, \cup_P, \cap_P \rangle$  は (少なくとも) 分配束である。

部分集合の加法  $+_P$  はマルチ集合の加法  $+_M$  から、任意の  $[\mu]_P, [\mu']_P \in M(U)/\sim_P$  に対して、

$$[\mu]_P +_P [\mu']_P \stackrel{\text{def}}{=} [\mu +_M \mu']_P.$$

によって定義できる。しかし、演算  $\cup_P$  に縮退する：

$$[\mu]_P +_P [\mu']_P = [\mu]_P \cup_P [\mu']_P.$$

$M(U)/\sim_P$  上の順序を  $[\mu]_P \subseteq_P [\mu']_P \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} [\mu]_P \cup_P [\mu']_P = [\mu']_P$  ( $\Leftrightarrow [\mu]_P \cap_P [\mu']_P = [\mu]_P$ ) で定義すると、台に関して次式が成り立つ：

$$[\mu]_P \subseteq_P [\mu']_P \Leftrightarrow \text{supp}^M(\mu) \subseteq \text{supp}^M(\mu')$$

順序集合  $\langle M(U)/\sim_P, \subseteq_P \rangle$  において、 $0_P \stackrel{\text{def}}{=} [0_M]_P$  は順序  $\subseteq_P$  に関する最小元となる：

$$[\mu]_P \cup_P 0_P = 0_P \cup_P [\mu]_P = 0_P.$$

一方,  $\text{supp}^M(\mu) = U$  となる  $\mu$  があり, その選び方に依らず,  $1_P \stackrel{\text{def}}{=} [\mu]_P$  を定義でき,  $\subseteq_P$  に関する最大元となる:

$$[\mu]_P \cap_P 1_P = 1_P \cap_P [\mu]_P = [\mu]_P.$$

$\langle M(U)/\sim_P, \subseteq_P \rangle$  に最大元が存在するので, 任意の  $[\mu]_P$  に対して,  $\text{supp}^M(\mu) = (\text{supp}^M(\mu'))^C$  を満たす  $\mu, \mu'$  が存在し, それらの選び方によらずに, 演算  $^C$  を

$$([\mu]_P)^{C_P} = [\mu']_P$$

で定義できて, 次が成り立つ:

$$([\mu]_P)^{C_P} \cup_P [\mu]_P = 1_P, \quad ([\mu]_P)^{C_P} \cap_P [\mu]_P = 0_P.$$

従って, 構造  $\langle M(U)/\sim_P, \cup_P, \cap_P, ^{C_P}, 1_P, 0_P \rangle$  はブール代数である. 以下, 混乱が生じない限り, 構造  $\langle M(U)/\sim_P, \cup_P, \cap_P, ^{C_P}, 1_P, 0_P \rangle$  を  $M(U)/\sim_P$  と略記する.

べき集合  $P(U)$  と本節の  $M(U)/\sim_P$  との関係について述べる. 写像  $\xi: P(U) \rightarrow M(U)/\sim_P$  を,  $A \in P(U)$  に対し  $\text{ct}^P(x, [\mu]_P) = A(x)$  を満たす列  $\mu$  があり, その選び方に依らず,  $\xi(A) = [\mu]_P$  で定義できる.  $\xi$  は全単射であり, 演算  $\cup$  および  $\cap, ^C$ , 最大元, 最小元を保存する:

$$\xi(A \cup B) = \xi(A) \cup_P \xi(B), \quad \xi(A \cap B) = \xi(A) \cap_P \xi(B),$$

$$\xi(A^C) = \xi(A)^{C_P}, \quad \xi(U) = 1_P, \quad \xi(\emptyset) = 0_P.$$

従って,  $\xi$  は  $P(U)$  から  $M(U)/\sim_P$  への同型写像であり, これによって,  $P(U)$  と  $M(U)/\sim_P$  を同一視する:

$$P(U) = \{X \mid \exists \mu \in M(U) (X = [\mu]_P)\}.$$

## 5. おわりに

Yager[12] はファジィマルチ集合を写像  $\tilde{\mu}: U \rightarrow M(I)$  として定義した. ここで,  $I = [0, 1]$  である. この定義の問題はグレード 0 (属さない) をカウントしている点である. にも関わらず, Yager[12](p.33) ではグレード 0 の要素が属すとはカウントしないと注記している. 便法とはいえ, 定義とは矛盾する.

この点の理解のため, Yager 定義のクリस्प版を考えると, マルチ集合は  $\mu_Y: U \rightarrow M(2)$  である. しかし,

$$M(2) = 2^*/\sim_M = \{[0^k 1^m]_M \mid k, m \in \mathbb{N}\}$$

であるから, 一般に, 0 を  $k$  回カウントしている. ここで,  $0^k = \underbrace{00 \cdots 0}_k$ ,  $1^m = \underbrace{11 \cdots 1}_m$  であり, 特に,  $0^0 = 1^0 = \varepsilon$  である. 実際, マルチ集合の外延的記法を  $\{\frac{\mu_0}{x_0}, \dots, \frac{\mu_{n-1}}{x_{n-1}}\}$  ( $\mu_i \in M(2)$ ) とする時,

$$\mu_Y = \left\{ \frac{[0^2]_M}{x}, \frac{[0^1 1^3]_M}{y}, \frac{[1^4]_M}{z} \right\}$$

は  $U$  から  $M(2)$  への写像である. しかし, 明らかにマルチ集合ではない. よって,  $M(U) \subset M_Y(U)$  である.

これを避けるためには, 0 に対して, 空列  $\varepsilon$  を対応させればよい. 正確には, 次の写像

$$\tau: 2 \rightarrow \{\varepsilon, 1\} \quad (\text{ただし}, \tau(0) = \varepsilon, \tau(1) = 1)$$

を考え,  $M(2)$  の要素に記号毎に適用する. 例えば,

$$\begin{aligned} \tau(\mu_Y) &= \left\{ \frac{\tau([0^2]_M)}{x}, \frac{\tau([0^1 1^3]_M)}{y}, \frac{\tau([1^4]_M)}{z} \right\} \\ &= \left\{ \frac{[\varepsilon^2]_M}{x}, \frac{[\varepsilon^1 1^3]_M}{y}, \frac{[1^4]_M}{z} \right\} \\ &= \left\{ \frac{[1^0]_M}{x}, \frac{[1^3]_M}{y}, \frac{[1^4]_M}{z} \right\} \quad (\varepsilon = 1^0 \text{ に注意}) \end{aligned}$$

これはマルチ集合の値域を  $M(\{1\}^*)$  としたことになる:

$$\mu = \tau(\mu_Y): U \rightarrow M(\{1\}^*).$$

しかし,  $\{1\}$  は一元集合ゆえ

$$M(\{1\}^*) = \{1\}^*/\sim_M \cong \{1\}^* = \{\varepsilon, 1, 1^2, \dots\} \cong \mathbb{N}$$

となり,  $\tau(\mu_Y)$  はカウント関数自身, すなわち, 当然の結果なのである. ファジィの場合は会場で報告する.

## 文献

- [1] 赤間世紀 (2001): データベースの原理, 技報堂出版.
- [2] 赤間世紀 (2007): 初歩の SQL, 技報堂出版.
- [3] 赤間世紀, 宮本定明 (2008): ソフトコンピューティングのロジック, 工学社.
- [4] K.Chakraborty, R.Biswas, S.Nanda, On Yager's Theory of Bags and Fuzzy Bags, Computer and Artificial Intelligence, Vol.18, pp.1.-17.
- [5] D.Gries and F.B.Schneider (1993): *A Logical Approach to Discrete Math.* Springer.
- [6] 宮本定明, キム キョンスウ (1998): 1 変数関数によるファジィマルチ集合の像とその応用について. 日本ファジィ学会誌, Vol.10, No.1, pp.157-167.
- [7] S.Miyamoto (2004): Generalizations of Multisets and Rough Approximations, International Journal of Intelligent Systems, Vol.19, pp.639-652.
- [8] 村井哲也 (2004): 初歩のデータベース, 昭晃堂.
- [9] 中島信之 (2006): あいまいさの系譜, 三恵社.
- [10] 小野寛晰 (1994): 情報代数, 共立出版.
- [11] 塚本弥八郎 (2004): ファジィ情報論, 大学教育出版.
- [12] R.R.Yager(1986): On the Theory of Bags, International Journal of General Systems, Vol. 13, pp.23-37.
- [13] S.P.Jena, S.K.Ghosh, B.K.Tripathy, On the Theory of Bags and Lists, Information Sciences, Vol.132, pp.241-254.
- [14] L.A.Zadeh(1965): Fuzzy Sets, Information and Control, Vol.8, pp.338-353.

## 連絡先

村井 哲也

E-mail: murahiko@main.ist.hokudai.ac.jp

# Suppressed Fuzzy $c$ -Means の 挙動分析およびパラメータ決定法

Some Behavior Analysis and a Method of Parameter Selection in Suppressed Fuzzy  $c$ -Means

浅木 宏視                      河口 万由香                      宮腰 政明  
Hiroyoshi Asaki              Mayuka F.Kawaguchi              Masaaki Miyakoshi  
北海道大学                      北海道大学                      北海道大学  
Hokkaido University              Hokkaido University              Hokkaido University

**Abstract:** This research work focuses on Suppressed Fuzzy  $c$ -Means (S-FCM) as a fuzzy clustering method. In S-FCM, a parameter  $\alpha$  weights each membership, and the iteration count of the algorithm is reduced in comparison to the case of FCM. Also, Modified Suppressed Fuzzy  $c$ -Means (MS-FCM) has been proposed in order to select  $\alpha$  automatically. In this report, the authors show how clustering result of S-FCM behaves with the variation of  $\alpha$ . And then we propose a new method to select  $\alpha$  by using variance of each cluster. Some numerical experiments show that our proposed method is efficient in both aspects of the clustering performance and the iteration count of the algorithm.

## 1 序論

クラスタリングとは，類似する要素を持つデータをグループ（クラスタ）に分割する手法であり，データの構造や傾向などの知見を得るために用いられる．その手法の1つとしてクラスタセンタと呼ばれるクラスタの代表を元にデータを  $c$  個のクラスタに分類する hard  $c$ -means(HCM) が提案されている [5]．また，クラスタリングに帰属度と呼ばれる，各データがクラスタに属する度合いの指標を導入することで，データを曖昧な要素を含ませながら分類することが可能で，柔軟に扱う手法が提案されている．この手法はファジィクラスタリングと呼ばれ，医学や生命工学についてのデータによく用いられる．HCM に帰属度を導入したものが fuzzy  $c$ -means(FCM) であるが [1]，この手法は計算量が多いという問題点がある．

この問題を解決するために，Fan et al.[2] はパラメータ  $\alpha$  ( $\in [0, 1]$ ) によって帰属度を制御し，アルゴリズム収束までの反復回数を減らす手法，suppressed fuzzy  $c$ -means(S-FCM) を提案した．S-FCM は  $\alpha = 1$  のとき FCM になり， $\alpha = 0$  のとき HCM となるが， $\alpha$  の値の変化によって FCM と HCM の間をどう位置付けされるかについて明らかにされていない．また，S-FCM は  $\alpha$  の値によってクラスタリング結果が変化するため  $\alpha$  の選択は非常に重要であるが， $\alpha$  の選択手法については明らかにされていない．

そこで Hung et al.[3] はアルゴリズム内で自動に

を決定する modified suppressed fuzzy  $c$ -means(MS-FCM) を提案した．しかしこの手法は， $\alpha$  の選択の際に，クラスタ同士の重なりを表す指標としてデータ全体の分散を用いるが，データ全体の分散とクラスタ同士の重なりとは一概に関係するとは言えない．

本論文では， $\alpha$  を変化させたときの S-FCM の位置付けを数値実験と数学的検証によって示す．さらに  $\alpha$  の選択の際にクラスタ同士の重なりを表す指標としてクラスタそれぞれの分散を用いた手法を提案し，そのクラスタリング性能，およびアルゴリズムの収束までの反復回数が削減できることを数値実験で示す．

## 2 FCM の記号の定義

$n$  をデータ数， $p$  を次元数とし，サンプルデータを  $X = \{x_1, \dots, x_n\} \subset R^p$  と表す．このサンプルデータを複数のクラスタに分割することを考えるとき， $x_j$  がクラスタ  $i$  に属する度合いを示す指標として帰属度  $u_{ij}$  を導入する．

さらにクラスタの中心を表すクラスタセンタの集合を  $V = \{v_1, \dots, v_c\} \subset R^p$  と表す．ここで  $c$  をクラスタ数とする． $u_{ij}$  は以下の条件を満たすことが要求される．

- (i)  $u_{ij} \in [0, 1]$
- (ii)  $\sum_{i=1}^c u_{ij} = 1$
- (iii)  $0 < \sum_{j=1}^n u_{ij} < n$

ここで  $0 < m < 1$  である。また、 $c \times n$  のファジィ分割行列を  $U = (u_{ij})$  とする。

### 3 既存研究

#### 3.1 FCM

FCM の評価関数  $J_{FCM}$  は以下のように定義される。

$$J_{FCM}(U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n (u_{ij})^m \|x_j - v_i\|^2 \quad (1)$$

ここでパラメータ  $m (> 1)$  はファジィの度合いを調節するものである。式 (1) の最小化問題を解くと

$$v_i = \frac{\sum_{j=1}^n (u_{ij})^m x_j}{\sum_{j=1}^n (u_{ij})^m}, i = 1, \dots, c \quad (2)$$

$$u_{ij} = \left( \frac{\|x_j - v_i\|^{\frac{2}{m-1}}}{\sum_{k=1}^c \|x_j - v_k\|^{\frac{2}{m-1}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

となる。この  $U$  と  $V$  を求めるアルゴリズムを以下に示す。

[FCM アルゴリズム]

S1:パラメータ  $m, c$ , および初期値  $v_i$  を与える。

REPEAT

S2:式 (3) に  $v_i$  を代入して、 $u_{ij}$  を計算する。

S3:式 (2) に  $u_{ij}$  を代入して、 $v_i$  を更新する。

UNTIL( $v_i$  が収束する)

#### 3.2 S-FCM

FCM のアルゴリズムでは収束までに時間がかかりすぎるのが問題であり、その問題を解決するために、Fan et al.[2] は S-FCM を提案した。この手法はパラメータ  $\alpha \in [0, 1]$  で帰属度に重み付けを行う手法であり、アルゴリズムとしては FCM の S2 の後に S2' を加える。

S2' :以下のように帰属度  $u_{ij}$  を修正する。

$x_j$  の  $s$  番目のクラスタへの帰属度が他のクラスタへの帰属度と比べて一番大きい値を取るときに

$$\begin{cases} u_{sj} = 1 & \sum_{i \neq s} u_{ij} = 1 - \alpha + \alpha u_{sj} \\ u_{ij} = \alpha u_{ij} & (i \neq s) \end{cases} \quad (4)$$

とする。ここで  $0 < \alpha < 1$  である。以下にアルゴリズムを示す。

[S-FCM アルゴリズム]

S1:パラメータ  $m, c, \alpha$ , および初期値  $v_i$  を与える。

S2:パラメータ  $\alpha$  を与える。

REPEAT

S3:式 (3) に  $v_i$  を代入して、 $u_{ij}$  を計算する。

S4:式 (4) により、 $u_{ij}$  を修正する。

S5:式 (2) に修正された  $u_{ij}$  を代入して、 $v_i$  を更新する。

UNTIL( $v_i$  が収束する)

S-FCM は  $\alpha = 0$  のとき HCM となり、 $\alpha = 1$  のとき FCM となるが、 $\alpha$  の値の変化によって FCM と HCM の間をどう位置付けされるかについて詳しく言及されていない。そして妥当な  $\alpha$  を選択したとき、S-FCM は HCM のアルゴリズム収束までの速さと FCM の柔軟な分割性能を兼ね備えるものであるが、Fan et al.[2] は  $\alpha$  の選択方法を示していない。

#### 3.3 MS-FCM

Hung et al.[3] はアルゴリズム内で変動しながら、自動的に  $\alpha$  を決定する手法、MS-FCM を提案した。

この選択の際に基準となるものは与えられたデータのクラスタ同士の重なりである。この重なりが多いほど、データのファジィ要素が高いとみなせるので FCM 寄りの手法、つまり  $\alpha$  は大きい値をとるべきである。

Hung et al.[3] はクラスタ同士の重なりを表す指標として以下を与えた。

$$\min_{i \neq k} \frac{\|v_i - v_k\|}{\beta} \quad (5)$$

$\beta$  はデータ全体の分散を表す。

MS-FCM において、パラメータ  $\alpha$  は式 (5) に関して単調減少するように次式で計算される。

$$\alpha = \exp \left( - \frac{\min_{i \neq k} \frac{\|v_i - v_k\|^2}{\beta}}{\beta} \right) \quad (6)$$

クラスタリングとパラメータ選択を同時に行う MS-FCM のアルゴリズムを以下に示す。

[MS-FCM アルゴリズム]

S1:パラメータ  $m, c, \alpha$ , および初期値  $v_i$  を与える。

REPEAT

S2: $v_i$  を式 (6) に代入してパラメータ  $\alpha$  を計算する。

S3:式 (3) に  $v_i$  を代入して、 $u_{ij}$  を計算する。

S4:式 (4) により、 $u_{ij}$  を修正する。

S5:式 (2) に修正された  $u_{ij}$  を代入して、 $v_i$  を更新する。

UNTIL( $v_i$  が収束する)

### 4 S-FCM の位置付け

$\alpha$  の値によって S-FCM がどのように変化するかをデータ数  $n = 40$ , クラスタ数  $c = 3$ , 次元数  $p = 4$  のサンプルデータを用いた数値実験によって検証する。さらに、アルゴリズムの反復 1 回につき、S-FCM の帰属度がどのように変化するかを数学的に検証する。

図1は  $\alpha$  を変化させたときの S-FCM のアルゴリズム収束までの反復回数を示し、図2, 図3 はそれぞれ  $\alpha = 0.2$ ,  $\alpha = 0.8$  としたときの S-FCM の各データの帰属度をプロットしたものである。  $u_{ij}$  の条件 (ii) からそれぞれの帰属度は図の三角形の平面上にプロットされる。そして三角形の頂点の近くに多くプロットされるほど、HCM に近いクラスタリング結果であることが言える。さらに、図4に  $\alpha$  を変化させたときの S-FCM の帰属度の分散を示す。

図1より  $\alpha$  の値が大きくなるにつれて S-FCM の反復回数は増加傾向にあることが分かる。また、図2より  $\alpha$  が小さい値を取るとき三角形の頂点の近くに多くプロットされていることから、HCM に近いクラスタリング結果となっていることが分かる。図3より  $\alpha$  が大きい値を取るとき三角形全体にプロットされていることからファジィな傾向の強いクラスタリング結果となっていることが分かる。また、図4から  $\alpha$  の値が大きくなるにつれて S-FCM の帰属度の分散は減少傾向にあることから  $\alpha$  の値が小さくなるほど三角形の頂点に多くプロットされ、  $\alpha$  の値が大きくなるほど三角形全体にプロットされること分かる。

以上の結果から反復回数と帰属度の観点からは S-FCM は  $\alpha$  の値を小さくするほど HCM に近づき、大きくするほど FCM に近づくとと言える。

定理  $\alpha_1 < \alpha_2$  のとき  $\text{var}(U(\alpha_1)) < \text{var}(U(\alpha_2))$  が成り立つ。

ここで  $\text{var}(U)$  は  $U$  のクラスタごとの分散の総和を表し、  $U(\alpha)$  は  $U$  に対して式(4)による修正を1回行った結果を表す。

定理から S-FCM の帰属度はアルゴリズムの反復回数1回のみに着目すると、  $\alpha$  の値が大きいほど FCM に近づき、小さいほど HCM に近づくことが分かる。

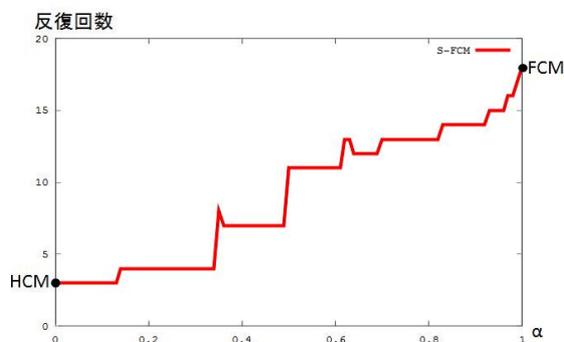


図1 S-FCM における  $\alpha$  と反復回数の関係

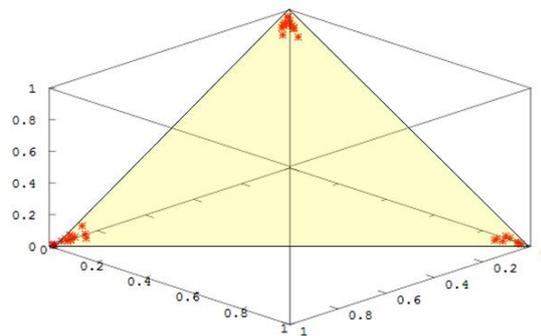


図2 S-FCM の帰属度の分布 ( $\alpha = 0.2$ )

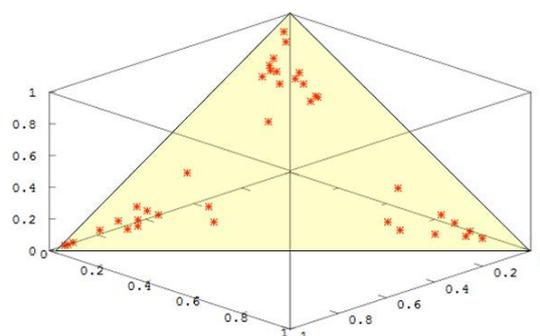


図3 S-FCM の帰属度の分布 ( $\alpha = 0.8$ )

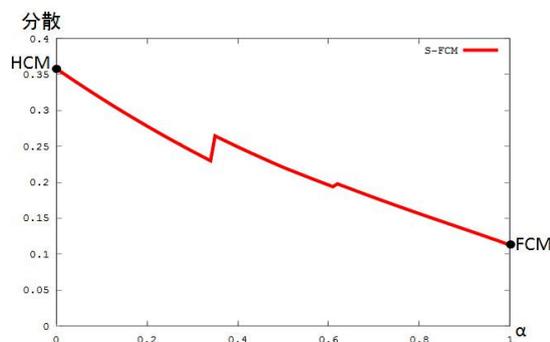


図4 S-FCM の帰属度の分散

## 5 提案手法

選択の基準となるのは、クラスタ間の重なりである。式(5)ではデータ全体の分散を用いるが、  $i$  と  $k$  のクラスタ間の重なりを比較するのにデータ全体の分散を用いることは妥当性に欠ける。

そこで本稿では  $\alpha$  の選択の際に、クラスタ  $i$  と  $k$  それぞれのクラスタごとの分散を用いて、式(6)を以下のように修正することを提案する。

$$= \exp \left( \min_{i \neq k} \frac{|v_i - v_k|^2}{\beta_i + \beta_k} \right) \quad (7)$$

$$\beta_i = \frac{\sum_{j \in A_i} \|x_j - \bar{x}_i\|^2}{n(A_i)}, \bar{x}_i = \frac{\sum_{j \in A_i} x_j}{n(A_i)}$$

ここで  $n(A_i)$  はクラスタ  $i$  への帰属度が最大であるデータの数とする．この手法のアルゴリズムを以下に示す．

[提案手法のアルゴリズム]

S1: および  $m, c$ , および初期値  $v_i$  を与える．

REPEAT

S2:  $v_i$  を式 (3) に代入して,  $u_{ij}$  を計算する．

S3:  $v_i$  を式 (7) に代入してパラメータ  $\beta_i$  を計算する．

S4: 式 (4) により,  $u_{ij}$  を修正する．

S5: 式 (2) に修正された  $u_{ij}$  を代入して,  $v_i$  を更新する．

UNTIL ( $v_i$  が収束する)

## 6 数値実験

実験データとして, データ数  $n = 40$ , クラスタ数  $c = 3$ , 次元数  $p = 4$  の British Data[4] を用いる．この実験データにおいて, FCM, S-FCM ( $\beta = 0.5$ ), MS-FCM, 提案手法について  $m$  を変化させたときの正答率 (図 5) とアルゴリズム収束までの反復回数 (図 6) を比較した．

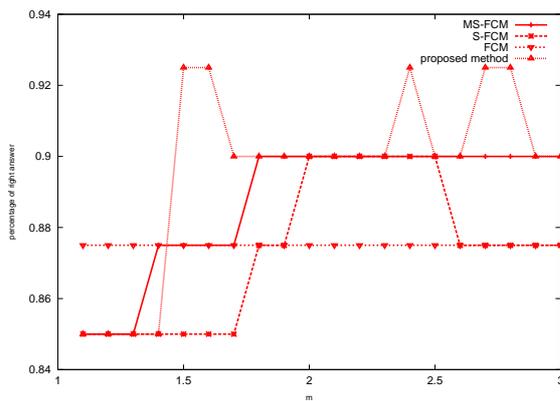


図 5  $m$  を変化させたときの正答率

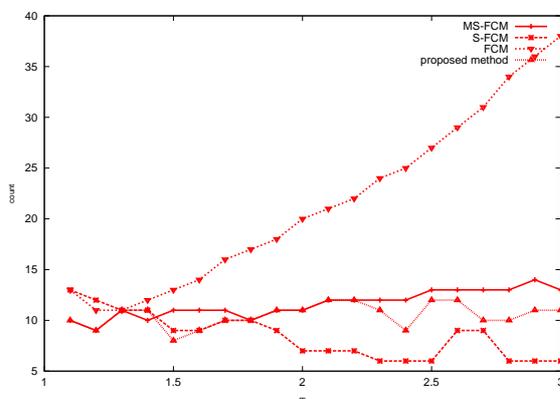


図 6  $m$  を変化させたときの反復回数

図 5 から正答率に関して, 提案手法は一部を除き, 他の手法を上回っていることが分かる．図 6 から反復回数に関して, 提案手法は S-FCM には劣るものの, 一部を除き, MS-FCM を上回っていることが分かる．

## 7 結論

本論文では, S-FCM の反復回数と帰属度を精査し, 数値実験と数学的検証から,  $\beta$  を変化させたとき S-FCM が  $\beta$  の値が大きいほど FCM に近づき, 小さいほど HCM に近づくことを示した．

さらに S-FCM のパラメータ  $\beta$  の選択方法において, MS-FCM のデータ全体の分散を用いる手法ではなく, それぞれのクラスタに属するデータの分散の和を用いて  $\beta$  を決定する手法を提案した．数値実験によって, 提案手法はクラスタリング性能を維持しつつ, さらに反復回数削減という目的を達成し得ることを示した．

## 参考文献

- [1] Bezdek, J.C., *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*, Plenum Press, New York, pp.43-93, 1981 .
- [2] Fan, J.L., Zhen, W.Z., Xie, W.X., " Suppressed fuzzy  $c$ -means clustering algorithm, " *Pattern Recognition Letters* 24, pp.1607-1612 , 2003.
- [3] Wen-Liang Hung, Miin-Shen Yang, De-Hua Chen., " Parameter selection for suppressed fuzzy  $c$ -means with an application to MRI segmentation, " *Pattern Recognition Letters* 27, pp.424-438, 2006.
- [4] Moser, C.A., Scott, W., " British Towns, " *Olives and Boyd*, Edinburgh, 1961.
- [5] J.B.MacQueen, " Some methods of classification and analysis of multivariate observations, " *Proc. of 5th Berkeley Symposium on Math. Stat. and Prob.*, pp. 281-297, 1967.

## 連絡先

河口 万由香

北海道大学 大学院情報科学研究科 CS 専攻

E-mail: mayuka@main.ist.hokudai.ac.jp

# Building Multi-attribute Decision Model under Hybrid Uncertainty

Junzo Watada \*

\*†Graduate School of Information, Production and System,  
Waseda University,  
2-7 Hibikino, Wakamatsu, Kitakyushu  
808-0135, Fukuoka, Japan,  
\*Email: junzow@osb.att.ne.jp,

Nureize Arbaiy †

†Faculty of Science Computer  
and Information Technology,  
University Tun Hussein Onn Malaysia,  
86400 Batu Pahat, Johor, Malaysia  
†E-mail:nureize@uthm.edu.my

**Abstract**—In this study, we present the fuzzy random variable based multi-attribute decision model. The proposed concept can be used to model multi-attribute problem where fuzziness and randomness are accompanied. We include the procedure for building a multi-attribute evaluation where the attribute’s weighting is performed by fuzzy random regression method. This emphasized that the proposed model is useful to facilitate this decision model in evaluating alternatives and indicating optimum choice under the presence of hybrid uncertainty.

**Index Terms**—multi-attribute decision making, fuzzy random variables, fuzzy random regression.

## I. INTRODUCTION

The ultimate goal in multi-attribute decision model are describing the decision making with more than single attributes to obtain the best alternatives among the set of evaluated alternatives. In a linear evaluation problem the final ratings of each alternative are assessed by a linear function of relative merits of attributes. The relative merits of the alternatives are judged by comparing and ranking the final ratings. Therefore, weighting the alternatives plays a pivotal role in multi-attribute decision making. It requires weight information for attributes. Typically, decision makers play an essential role in deciding the weight. However, in real situations it is sometimes difficult to estimate the weights when the appropriate value can not be provided. Even though mathematical analysis may contribute to determine these weight, historical data used may contain fuzzy and random properties and should be treated properly.

The traditional multi-attribute method was developed to handle problem with certain information. That is, crisp evaluation is used in the formulation of multi-attribute problems. Nevertheless, it found difficulty with the fact that human judgments are included in the decision process model. In the representation of human’s knowledge, a crisp expression is not always appropriate. In many multi-attribute problems, the information available to a decision-maker is often imprecise due to inaccurate attribute measurements and inconsistent priority judgments [4]. Decision knowledge is represented with uncertainty in both qualitative and quantitative forms. In such situations, uncertain and imprecise data are usually present which make the decision making process complex and challenging. Furthermore, random characteristics may be observed in the evaluation process at the same time. Fuzzy random situations exists when the response is not known may be expected from any given respondent, and the responses

will be characterized by fuzzy number [2]. Thus, the fuzzy random variable is then useful to deal with the situations where the actual value of random variable is ambiguous [1]. When a regression analysis will be possibly used to estimate the weight of the attributes, a fuzzy random regression is introduced to approximate the weight [5], [6] where hybrid uncertainties co-exist.

In this paper, we propose the multi-attribute decision making scheme to accommodate the evaluation process in the hybrid uncertainty situation. We highlights two issues that should be addressed. First, it is necessary to derive a set of numerical weights representing the importance of the attributes with respect to the total evaluation. Second, when both of the random and fuzzy information are present in the observed data, it is required to characterize the data not only by using the formalism of random variables. Hence, the objective of this study is to build a fuzzy random regression model with confidence intervals in the fuzzy multi-attribute decision making design. The use of the fuzzy multi-attribute decision making scheme enables decision makers to evaluate and find the importance weight and further provide a ranking for selective samples.

The remainder of this paper is organized as follows. Section 2 describes the preliminaries of fuzzy regression model and fuzzy random regression model. Section 3 explains the solution of Fuzzy Random Regression for multi-attribute decision making. Finally, conclusions are drawn in Section 4.

## II. PRELIMINARIES

In this section, a fuzzy regression model and fuzzy random regression model are explained. Specifically, the fuzzy random regression model is built on the basis of confidence intervals.

### A. Possibilistic Fuzzy Regression Model

A possibilistic regression analysis is characterized based on the concept of possibility, where a fuzzy regression model is reinterpreted in the context of possibility [9], [8]. Additionally, a fuzzy regression model was introduced for fuzzy data, which involve heuristic methods to determine the product value between fuzzy numbers [10]. In such a case, a fuzzy regression model is handled within a fuzzy methodology and this methodology can be utilized for the evaluation of multi-attribute decision making problems [4].

A possibility model is a re-interpretation of fuzzy equations and deals with a linear regression analysis

formulated by possibilistic linear systems. The extension principle used in the model formulation can be explained from the possibility measure. A fuzzy regression model is built in terms of fuzzy numbers and all observed values expressing uncertainty in the system. That is, the fuzzy regression models ought to contain all observed data within the estimated fuzzy numbers. Assume that we have  $K$  attributes and  $N$  samples, use  $k$  for indicating an attribute number, and  $i$  as a sample number. The input-output data point  $D_i = (\mathbf{x}_i, y_i)$  is interpreted in such a way that a fuzzy number  $x_i$  is the  $i^{\text{th}}$  input for a certain system and  $y_i$  is the associated output,  $i = 1, \dots, N$ . Assume that, regression coefficient  $A_k$  is a triangular fuzzy number  $A_k = (a_k, \lambda_k)$ ,  $k = 1, \dots, K$  with centre  $a_k$  and width  $\lambda_k$ . An input vector  $\mathbf{x}_i$  of all attributes is characterized for the  $i^{\text{th}}$  sample.

The fuzzy regression is written as follows:

$$Y = [Y_i] = [A_1 x_{i1} + \dots + A_K x_{iK}] = \mathbf{A} \mathbf{X}_i^t \quad (1)$$

$x_{i1} = 1; i = 1, \dots, N.$

*Definition 1:* Let us denote a symmetric fuzzy number  $A_i$  as  $A_i = (a_i, \lambda_i)_L$  and is defined by:

$$\mu_{A_i}(c_i) = L((c_i - a_i)/\lambda_i) \quad (2)$$

where reference function  $L(x)$  satisfies  $L(x) = L(-x)$ ,  $L(0) = 1$  and  $L$  is strictly decreasing on  $[0, +\infty]$ .

According to the extension principle, Equation (1) is rewritten as following possibilistic linear equation:

$$Y_i = \mathbf{A} \mathbf{X}_i^t = (\mathbf{a} \mathbf{x}_i^t, \lambda |\mathbf{x}_i^t|) \quad (3)$$

where  $|\mathbf{x}_i| = (|x_{i1}|, \dots, |x_{iK}|)$ . The possibility output  $Y_i$  is calculated by a possibility measure. The output of the fuzzy regression (1), whose coefficients are fuzzy numbers, results in a fuzzy number.

The regression model with fuzzy coefficients can be expressed using the lower boundary  $\mathbf{a} \mathbf{x}_i^t - \lambda |\mathbf{x}_i^t|$ , centre  $\mathbf{a} \mathbf{x}_i^t$  and upper boundary  $\mathbf{a} \mathbf{x}_i^t + \lambda |\mathbf{x}_i^t|$ . The total evaluation centre for a sample  $(y_i, \mathbf{x}_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  is described as a fuzzy number  $y_i = (y_i, \gamma_i)$ .  $y_i$  and  $\gamma_i$  are the total evaluation centre value and its width. Considering a value vector,  $\mathbf{x}_i$ , of all attributes, where the template membership function of fuzzy coefficients is set to  $L(\alpha)$ , and membership grade  $\alpha$ , should extend a sample included in the regression model. The inclusion relation between the model and the samples are expressed as follows:

$$\begin{aligned} Y_i + L^{-1}(\alpha) \gamma_i &\leq \mathbf{a} \mathbf{x}_i^t + L^{-1}(\alpha) \lambda |\mathbf{x}_i^t| \\ Y_i - L^{-1}(\alpha) \gamma_i &\geq \mathbf{a} \mathbf{x}_i^t - L^{-1}(\alpha) \lambda |\mathbf{x}_i^t| \end{aligned} \quad (4)$$

In other words, the fuzzy regression model is built to contain all samples in the model. This problem results in a linear program.

The regression model can be written as the following linear programming problem.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{a}, \lambda} & \sum_{i=1}^N \lambda |\mathbf{x}_i^t| \\ \text{subject to:} & \\ Y_i + L^{-1}(\alpha) \gamma_i &\leq \mathbf{a} \mathbf{x}_i^t + L^{-1}(\alpha) \lambda |\mathbf{x}_i^t| \\ Y_i - L^{-1}(\alpha) \gamma_i &\geq \mathbf{a} \mathbf{x}_i^t - L^{-1}(\alpha) \lambda |\mathbf{x}_i^t| \\ i &= 1, \dots, N; \\ \lambda &\geq 0, \end{aligned} \quad (5)$$

where  $(y_i, \mathbf{x}_i)$ ,  $y_i = (y_i, \gamma_i)$ ,  $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, \dots, x_{iK}]$ , for  $i = 1, \dots, N$  are the notations of observed data and fuzzy coefficient vector  $\mathbf{A}$  consists of fuzzy coefficients  $A_k = (a_k, \lambda_k)$  for  $k = 1, \dots, K$ .

The linear programming Equation (5) minimizes the width  $\sum_{i=1}^N \lambda |\mathbf{x}_i^t|$ , subject to constraints explained by the inclusion relation (4) in order to determine the fuzzy parameters.

## B. Confidence Interval Based Fuzzy Random Regression Model

In this section, the fuzzy random regression model is built by using confidence intervals. Fuzzy random variables are introduced as random variables whose values are fuzzy numbers as follows.

*Definition 2:* Given a universe  $\Gamma$ , let  $Pos$  be a possibility measure defined on the power set  $P(\Gamma)$  of  $\Gamma$ . Let  $\mathfrak{R}$  be the set of real numbers. A function  $Y : \Gamma \rightarrow \mathfrak{R}$  is said to be a fuzzy variable defined on  $\Gamma$ .

The possibility distribution  $\mu_Y$  of  $Y$  is defined by  $\mu_Y(t) = Pos\{Y = t\}$ ,  $t \in \mathfrak{R}$  which is the possibility of event  $\{Y = t\}$ . For fuzzy variable  $Y$  with possibility function,  $\mu(y)$  the possibility and necessity of event  $\{Y \leq r\}$  are given, respectively, in the following forms:

$$\begin{aligned} Pos\{Y \leq r\} &= \sup_{t \leq r} \mu_Y(t), \\ Nec\{Y \leq r\} &= 1 - \sup_{t > r} \mu_Y(t). \end{aligned} \quad (6)$$

The expectation based on an average of possibility and necessity is defined from [3]. The expected value of a fuzzy variable is presented as follows:

*Definition 3:* Let  $Y$  be a fuzzy variable. Thus, let us consider the credibility measure. Under the condition that the expected value of  $Y$  is one of the two integrals is finite and defined as:

$$E[Y] = \int_0^{\infty} \left( \frac{1}{2} \left[ 1 + \sup_{t \geq r} \mu_Y(t) - \sup_{t < r} \mu_Y(t) \right] \right) dr - \int_{-\infty}^0 \left( \frac{1}{2} \left[ 1 + \sup_{t \leq r} \mu_Y(t) - \sup_{t > r} \mu_Y(t) \right] \right) dr \quad (7)$$

Note that the credibility measure is an average of the possibility and necessity measures.

*Definition 4:* Let  $X$  be a fuzzy random variable defined on a probability space  $(\Omega, \Sigma, Pr)$ . Let us denote,

$$\begin{aligned} [c] &= 1 + \sup_{t \geq r} \mu_{Z(\omega)(t)} - \sup_{t < r} \mu_{Z(\omega)(t)}, \text{ and} \\ [d] &= 1 + \sup_{t \leq r} \mu_{Z(\omega)(t)} - \sup_{t > r} \mu_{Z(\omega)(t)}. \end{aligned}$$

The expected value of  $X$  is defined as

$$E[X] = \int_{\Omega} \left[ \int_0^{\infty} \left( \frac{1}{2} [c] \right) dr - \int_{-\infty}^0 \left( \frac{1}{2} [d] \right) dr \right] Pr(d\omega). \quad (8)$$

*Definition 5:* Let  $X$  be a fuzzy random variable defined on a probability space  $(\Omega, \Sigma, Pr)$  with expected value  $e$ . The variance of  $X$  with  $e = E[X]$  given by Definition 4 is defined as:

$$var[X] = E[(X - e)^2]. \quad (9)$$

In this paper the main concern is on the properties of possibilistic linear model which is considered during

the formulation of fuzzy random regression model. A possibilistic linear system can be used as a model for interval analysis. Let us regard that the input data  $X_{ik} = (x_{ik}, x_{ik}^l, x_{ik}^u)_T$  and output data  $Y_i = (y_i, y_i^l, y_i^u)_T$  are taken for values of fuzzy random variables for all  $i = 1, \dots, N$  and,  $k = 1, \dots, K$ . Here for all  $i = 1, \dots, N$  and,  $k = 1, \dots, K$ ,  $Y_i$  and  $X_{ik}$  are fuzzy random data defined as

$$Y_i = \bigcup_{t=1}^{M_{Y_i}} \{(Y_i^t, Y_i^{t,l}, Y_i^{t,u})_T, p_i^t\} \quad (10)$$

$$X_{ik} = \bigcup_{t=1}^{M_{X_{ik}}} \{(X_{ik}^t, X_{ik}^{t,l}, X_{ik}^{t,u})_T, q_{ik}^t\} \quad (11)$$

respectively. That means that all values are given as fuzzy random variables, where the fuzzy values  $Y_i = (y_i, y_i^l, y_i^u)_T$  and  $X_{ik} = (x_{ik}, x_{ik}^l, x_{ik}^u)_T$  are obtained with probability  $p_i^t$  and  $q_{ik}^t$  for  $i = 1, \dots, N$  and,  $k = 1, \dots, K$  or  $t = 1, \dots, M_{X_{ik}}$ , respectively. Let us denote a fuzzy linear model with fuzzy coefficients  $A_1^*, \dots, A_K^*$  as follows:

$$Y_i^* = A_1^* X_{i1} + \dots + A_K^* X_{iK}, \quad (12)$$

where  $Y_i^*$  denotes an estimate of the output and  $A_k^* = (\frac{[A_k^{*l} + A_k^{*u}]}{2}, A_k^{*l}, A_k^{*u})_T$  are symmetric triangular fuzzy coefficients for given triangular fuzzy random data  $X_{ik}$  for  $i = 1, \dots, N$ ;  $k = 1, \dots, K$ . When fuzzy random outputs  $Y_i = \bigcup_{t=1}^{M_{Y_i}} \{(Y_i^t, Y_i^{t,l}, Y_i^{t,u})_T, p_i^t\}$ ,  $i = 1, \dots, N$  are given at the same time, the fuzzy random linear model is used so that the model includes all given fuzzy random outputs. Therefore, the following relation should hold:

$$Y_i^* = A_1^* X_{i1} + \dots + A_K^* X_{iK} \supset_{FR} Y_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (13)$$

where  $\supset_{FR}$  is a fuzzy random inclusion relation.

At this stage we establish the confidence interval which is induced by the expectation and variance of a fuzzy random variable. A one-sigma confidence interval expresses the consideration of confidence interval of each fuzzy random variable and is expressed as follows:

$$I[e_X, \sigma_X] \Delta [E(X) - \sqrt{\text{var}(x)}, E(X) + \sqrt{\text{var}(x)}] \quad (14)$$

The  $\sigma$ -confidence intervals based fuzzy random regression model is described as follows:

$$\left. \begin{aligned} \min_A J(A) &= \sum_{k=1}^K (A_k^u - A_k^l) \\ A_k^u &\geq A_k^l, \\ Y_i^* &= \sum_{k=1}^K A_k^* I[\{e_{X_{ik}}, \sigma_{X_{ik}}\} \supset_{\tilde{h}} I[\{e_{Y_i}, \sigma_{Y_i}\}]] \\ i &= 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

The inclusion relation should be written as follows:

$$\begin{aligned} Y_i^* + \{e_{Y_{ik}} + \sigma_{Y_{ik}}\} &\leq \sum_{k=1}^K (A_k^u \cdot \{e_{X_{ik}} + \sigma_{X_{ik}}\}) \\ Y_i^* - \{e_{Y_{ik}} - \sigma_{Y_{ik}}\} &\geq \sum_{k=1}^K (A_k^l \cdot \{e_{X_{ik}} - \sigma_{X_{ik}}\}) \end{aligned} \quad (16)$$

TABLE I  
FUZZY EVALUATION SCALE.

Crisp Value	Intensity of Importance		Definition
	Fuzzy Value	Fuzzy membership $A = (a, \lambda)$	
1	$\tilde{1}$	(1, 1)	Very poor
2	$\tilde{2}$	(2, 1)	Fairly poor
3	$\tilde{3}$	(3, 1)	Poor
4	$\tilde{4}$	(4, 1)	Below acceptance
5	$\tilde{5}$	(5, 1)	Acceptable
6	$\tilde{6}$	(6, 1)	Fairly good
7	$\tilde{7}$	(7, 1)	Good
8	$\tilde{8}$	(8, 1)	Fairly excellent
9	$\tilde{9}$	(9, 1)	Excellent

Given this formulation, the solution of the problem may be found using some heuristics or convex hull consideration as proposed in Watada [11]. The solution of the fuzzy random regression model with confidence interval can be rewritten as a problem of  $N$  samples with one output and  $K$  input interval values [12].

### III. MULTI-ATTRIBUTE DECISION MODEL

In this section, we explain a fuzzy multi-attribute decision model under hybrid uncertainty circumstances. We introduce the fuzzy evaluation scale as listed in Table I to express the expert's evaluation. The triangular fuzzy numbers are used instead of crisp numbers to describe the fuzzy importance level.

Let us regards the following notation for convenience for model definition.

- $X_i$  : decision variables
- $A^*$  : attribute's weight vector
- $e_{X_{ik}}$  : expected value of attribute  $k$  for sample  $i$
- $\sigma_{X_{ik}}$  : variance of attribute  $k$  for sample  $i$
- $I[e_{X_{ik}}, \sigma_{X_{ik}}]$  :  $1 \times \sigma$ - confidence interval
- $[a^l, a^u]$  : interval numbers

where  $i = 1, \dots, N$ , and  $k = 1, \dots, K$ .

The proposed methodology is as follows:

#### 1) Problem Description and Data Preparation.

The multi-attribute evaluation model of this system consists of total evaluation, attributes, and alternatives to be evaluated. Data are collected from human graders and the values for each criterion were assigned in a straightforward manner based on fuzzy evaluation scale as shown in Table I.

#### 2) Weight Estimation.

The following steps explain the Fuzzy Random Regression Model, which is used to estimate the weight of attributes.

- a) Organize the fuzzy random data that result in the form of  $(Y_i, X_{ik})$  for all  $i = 1, \dots, N$  and  $k = 1, \dots, K$ .  $Y_i$  denotes the total evaluation of each  $i^{th}$  sample, and  $X_{ik}$  represents the assessment of the attributes.
- b) Compute the confidence interval of each fuzzy random values to construct the  $1 \times \sigma$ -confidence interval.
  - i) Calculate the expected value of triangular fuzzy random variable  $E[x]$  as equation

- (8).
- ii) Calculate the variance  $var[x]$  as equation (9).
- c) Estimate the attribute's weight by using Fuzzy Random Regression Model (15). Let  $\mathbf{X}_i^*$  denote an attribute vector of sample  $i$  and  $Y_i^*$  is the total evaluation of sample  $i$  where for  $i = 1, \dots, N$  and  $N$  is the number of candidate alternatives to be evaluated. Fuzzy random multi-attribute decision model is described in terms of fuzzy regression model (15) and inclusion relation (16) is described as follows. All confidence intervals  $I[e_{X_{ik}}, \sigma_{X_{ik}}]$  are non-negative values in this problem.

$$\left. \begin{aligned} \min_A J(A) &= \sum_{k=1}^K (a_k^u - a_k^l) \\ \text{subject to} \\ a_k^u &\geq a_k^l, \\ y_i^* + (e_{Y_i} + \sigma_{Y_i}) &\leq \sum_{k=1}^K a_k^u (e_{X_{ik}} + \sigma_{X_{ik}}) \\ y_i^* - (e_{Y_i} - \sigma_{Y_i}) &\geq \sum_{k=1}^K a_k^l (e_{X_{ik}} - \sigma_{X_{ik}}) \\ \text{for } i &= 1, \dots, N \text{ and } k = 1, \dots, K. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

where  $a_k^l$  and  $a_k^u$  are the lower and upper boundary for estimated weight. The solution for fuzzy random variables results in an interval numbers  $[a_k^l, a_k^u]$ .

### 3) Ranking the alternatives.

The weights  $[a_k^l, a_k^u]$  are obtained from fuzzy random regression model (17) and can be used to calculate the final score of evaluation for ranking purpose. In order to build the multi-attribute decision model, let us denote a judgment matrix by  $\mathbf{A} = [a_{ik}]_{n \times K}$  and a fuzzy weight vector of attribute selection by  $\mathbf{W} = [W_i]_{1 \times K}$ . The total score vector  $\mathbf{R} = [r_i]_{n \times 1}$  of alternatives can be calculated with the following expressions:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R} &= [r_i] = \mathbf{A} \cdot \mathbf{W}^T \\ r_i &= \sum_{k=1}^K (a_{ik} \cdot w_k), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

where  $T$  is the transpose of a matrix or vector. In Equation (18), the total score  $\mathbf{R}$  can be used to rank the alternatives.

### 4) Decision analysis.

Decision analysis can be made based on the result obtained from Step 1 to Step 4. The analysis may contain the most appropriate alternative (choice), a complete order of the alternatives (rank) and a ordered list of best alternatives (sort).

Hence, the solution's steps embrace two main points. The analysis begins by establishing attributes using fuzzy random variables-based regression that can measure relevant goal accomplishments. Second, we provide a multi-attribute decision scheme to evaluate and rank the alternatives under consideration of multiple attributes. In this study, when the fuzzy importance weights and fuzzy scale

ratings are given, the total scores for alternatives can be analytically obtained as fuzzy numbers.

## IV. CONCLUSIONS

The multi-attribute evaluation is one of useful method to assess information relating to the evaluation's attributes. The methodology should then be useful to model problems incorporating knowledge and judgments. A better understanding of this judgment and knowledge can be represented by weights of attributes during a decision making process. This uncertainty element is important to properly treated, as the judgment evaluation somewhat strongly involves individual human preferences. Hence, in this paper, a multi-attribute decision model is built based on Fuzzy Random Regression Model (15). Our work described in this paper reveals that fuzzy decision in a multi-attribute structure can be effectively used to better facilitate the decision making process during the evaluation of contractors.

**Acknowledgments:** A. Nureize would like to thank to University Tun Hussein Onn Malaysia (UTHM) and Ministry of Higher Education Malaysia (MOHE) for a study leave.

## REFERENCES

- [1] H. Katagiri, M. Sakawa, and H. Ishii, "Multiobjective fuzzy random linear programming using E-model and possibility measure," IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001. Joint 9th, Vol.4, pp.2295-2300, 2001.
- [2] H. Kwakernaak, "Fuzzy Random Variables-I. Definitions and Theorems," Information Sciences, Vol. 15, No. 1, pp. 1-29, 1978.
- [3] B. Liu, and Y-K. Liu, "Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models," IEEE Transactions on Fuzzy Systems Vol.10, No.4, pp.445-450, 2002.
- [4] A. Nureize, and J. Watada, "A fuzzy regression approach to hierarchical evaluation model for oil palm grading," Fuzzy Optimization Decision Making, Vol.9, No.1, pp. 105-122, 2010.
- [5] N. Arbaiy, and J. Watada, "Approximation of Goal Constraint Coefficients in Fuzzy Goal Programming," Computer Engineering and Applications (ICCEA), 2010 Second International Conference on, vol.1, no., pp.161-165, 2010, doi: 10.1109/ICCEA.2010.39.
- [6] A. Nureize, and J. Watada, "Building fuzzy random objective function for interval fuzzy goal programming," Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2010 IEEE International Conference on, vol., no., pp.980-984, 2010, doi: 10.1109/IEEM.2010.5674223
- [7] H. Tanaka, S. Uejima, and K. Asai, "Linear regression analysis with fuzzy model," IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics SMC, Vol.12, No.6, pp.903-907, 1982.
- [8] H. Tanaka, I. Hayashi, and J. Watada, "Possibilistic linear regression for fuzzy data," European Journal of Operational Research, Vol.40, No.3, pp.389-396, 1989.
- [9] J. Watada, and H. Tanaka, "The perspective of possibility theory in decision making," Post Conference Book, Multiple Criteria Decision Making - Toward Interactive Intelligent Decision Support Systems, VII-th Int. Conf. ed. by Y. Sawaragi, K. Inoue and H. Nakayama, Springer-Verlag, pp. 328-337, 1986.
- [10] J. Watada, "Possibilistic time-series analysis and its analysis of consumption," In: Dubois D, Yager MM (Eds), Fuzzy Information Engineering, John Wiley & Sons, pp. 187-200, 1996.
- [11] J. Watada, "Applications in business, multi-attribute decision making," In: Terano T, Asai K, Sugeno M (Eds), Applied Fuzzy System. AP Professional, pp. 244 - 252, 1994.
- [12] J. Watada, S. Wang, and W. Pedrycz, "Building confidence-interval-based fuzzy random regression model," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol.11, No.6, pp.1273-1283, 2009.

# 曖昧さの理由

## Reasons of Ambiguity

竹村和久                      松本丈広                      若山大樹  
 Kazuhisa Takemura      Takehiro Matsumoto      Daiki Wakayama  
 早稲田大学                      早稲田大学                      駒澤大学  
 Waseda University      Waseda University      Komazawa University

**Abstract:** We examined psychological causes of ambiguity. In the pilot study, we collected 175 scenes and 175 reasons of ambiguity from the data of 42 university students. Based on the findings of the pilot study, we examined 16 reasons of ambiguity for 19 situations. Results of factor analysis and cluster analysis indicate that there are a variety of rational reasons ambiguity affects social judgments and choices in the ways it does. We argue that the reasons of ambiguity are related to not only uncertainty and ignorance but also politeness and social norms.

### 1. はじめに

人々の表現の曖昧さについては、様々な文脈のもとで議論がなされている[1]。曖昧さをどのように処理しているかについての心理学的研究はこれまでにある[2,3]。また、この問題について、多角的観点から哲学的な議論を行ったものに、Smithson による研究がある[1]。彼は、曖昧さは、不確実性の中に含まれ、様々な理由によって表現されるとしている。このような哲学的分析による先行研究は大変意義があるものの、曖昧な表現がどうしてなされるのかという心理調査や心理学的分析はこれまでなされてこなかった。本研究では、この問題について探索的な検討を行う。本研究の目的は、日常のコミュニケーションにおいて、人々が曖昧に回答する理由を探り、実際どのような意味や理由、目的であいまいさを取り扱っているのか、その内容を明らかにすることである。

### 2. 予備調査

**2.1 調査対象者** 早稲田大学の学生および、聴講生計 27 名に対して、どのような状況においてあいまいに答えるか、またその理由は何かを、自由記述させた。また、同様の調査を駒澤大学の学生 15 名（男性 8 名、平均年齢 21.88 歳、SD=1.76；女性 7 名、平均年齢 20.57 歳、SD=0.49；経営学部 15 名）に対して行った。

**2.2 予備調査手続** 「あなたはどのようなとき、あいまいに答えますか。あいまいに答える状況と理由をできるだけたくさんあげてください」と聞き、自由記述させた。その結果、175 の状況と理由をテキストデータで得た。その後、内容を確認し、状況については 19 のカテゴリーを作成し、175 項目を分類した。

#### 2.3 結果と考察

曖昧さの理由については 16 のカテゴリーを作成し、175 項目を分類した。それぞれのカテゴリー一名と内容について、表 1、表 2 に示した。これによると、曖昧に反応をする場合にも、さまざま状況と理由があることがわかる。

表 1 状況のカテゴリーと内容

カテゴリー	内容
金額	金額に関する状況
個人情報	個人情報に関するプライベートな状況
恋愛	恋愛に関する状況
知識	専門的な知識や一般的な知識に関する状況
時間	時間や時刻に関する状況
秘密	秘密や内緒ごとに関する状況
予定	予定やスケジュールに関する状況
ネガティブ	ネガティブな感情が喚起される状況
成績	成績に関する状況
誘い	イベントに誘ったり誘われたりする状況
年齢	年齢に関する状況
親しくない人	親しくない人、知らない人が関わる状況
記憶	記憶に関する状況
物の感想	物品の感想に関する状況
人の評判	誰かに対する評価やうわさ、判に関する状況
何度も聞いた	何度も相手から話を聞いている状況
道徳	道徳的なモラルが問われる状況
分量	分量に関する状況
その他	上記以外

表 2 理由のカテゴリーと内容

カテゴリー	内容
相手を傷つけない	相手を傷つけないから
恥ずかしい	自分が恥ずかしい思いをするから
ごまかしたい	ごまかしたいと思うから
自信がない	正確に回答する自信が無いから
記憶がない	記憶に無いから
知識がない	専門的、一般的な知識が無いから
プライベートで知られたくない	プライベートに関わることだから
マナー、規範として正確に答えたい	マナーや規範として曖昧に回答するべきだと思うから
何度も聞き返すのが申し訳ない	何度も聞き返すのが申し訳ないから
相手も正確な答えを期待していない	相手も正確な答えを期待していないだろうから
特にこだわりがない	そもそも特に正確な答えを決めるほどこだわっていないから
分からない、判断ができない	情報が無いため、分からない、判断できないから
見栄	見栄を張りたいたから
面倒くさい	面倒くさいから
相手を怒らせたくない	相手を怒らせたくないから
その他	上記以外

#### 2.4 再分類

分類の信頼性を確認するために、24 歳男性と 26 歳男性に、状況と理由について同様の分類を行わせた。分類が一致しなかった項目について、分類の統一を試みた。その際、状況と理由を照合し、どのような背景があるかを推測、議論した上で、一意に分類できるものは分類を統一し、できないものはその他に統一した。

その結果、状況については表 3 のように、理由については表 4 のように分類された。曖昧に答え

たい状況としては、金額について、個人情報について、知識について聞かれたとき、曖昧に答えた程度が高かった。また、曖昧に答えたい理由としては、分からない・判断ができないから、ごまかしたいから、プライベートで知られたくないから、あいまいに答えたい程度が高かった。

表 3 議論後の状況の分類

項目	カテゴリー	項目数
状況1	金額	21
状況2	個人情報	16
状況3	知識	14
状況4	恋愛	11
状況5	時間	9
状況6	成績	8
状況7	秘密	8
状況8	予定	7
状況9	ネガティブ	6
状況10	物の感想	6
状況11	親しくない人	5
状況12	人の評判	5
状況13	誘い	5
状況14	記憶	3
状況15	何度も聞いた	2
状況16	年齢	2
状況17	分量	2
状況18	道徳	1
状況19	その他	44
	合計	175

表 4 議論後の理由の分類

項目	カテゴリー	項目数
理由1	分からない・判断ができない	21
理由2	ごまかしたい	16
理由3	プライベートで知られたくない	12
理由4	見栄	11
理由5	マナー・規範として正確に答えない	10
理由6	相手を傷つけない	10
理由7	面倒くさい	10
理由8	恥ずかしい	6
理由9	記憶にない	5
理由10	相手を怒らせたくない	5
理由11	知識がない	5
理由12	自信がない	4
理由13	相手も正確な答えを期待していない	4
理由14	何度も聞き返すのが申し訳ない	1
理由15	特にこだわりがない	1
理由16	その他	54
	合計	175

### 3. 本調査

**3.1 質問紙** 予備調査にて得られた結果をもとに、本調査で使用する質問紙を作成した。まず、予備調査にて得られたあいまいに答える状況 175 項目から、「その他」に分類された項目を除き、18 カテゴリーそれぞれに相当する項目を 1 つずつ、計 18 項目採用した。その際、理由のカテゴリー「その他」を除く、15 の理由がなるべくばらつくように、一般的と考えられる項目を採用した。

**3.2 調査対象者** 早稲田大学の学生及び聴講生計 72 名（男性 40 名、平均年齢 23.48 歳、SD=6.46；女性 32 名、平均年齢 21.91 歳、SD=3.51；政治経済学部 1 名、第一文学部 2 名、第二文学部 1 名、文学部 33 名、文化構想学部 21

名、大学院文学研究科 9 名、聴講生 3 名、無記名 2 名）、駒澤大学の学生 25 名（男性 9 名、平均年齢 18.67 歳、SD=0.47；女性 16 名、平均年齢 19.00 歳、SD=0.50；経営学部 25 名）、計 97 名に対して調査を行った。ただし、1 項目でも無回答を含む質問紙は今回分析から除外し、計 76 名のデータを有効回答とし、分析対象とした。

**3.3 調査手続き** 調査参加者には質問紙の内容について教示の上、回答方法を十分理解してもらった上で、質問項目すべてに回答してもらった。

回答者にはまず、18 の各状況について、「あなたは次のような状況において、どの程度あいまいに回答したいですか。あてはまる程度を 1~7 から選択してください。」と尋ね、「非常にはっきり答える」場合には 1 を、「非常にあいまいに答える」場合には 7 を選択させる、7 段階評価をさせた。さらに、18 の各状況について「次の各状況に対して、もし「あいまいに」答えるとしたら、その理由はなぜですか？あげられた理由それぞれについて、あてはまる程度を 1~7 から選択してください。」と尋ね、「その他」を除く 15 の理由それぞれに対して、あてはまる程度を「全くあてはまらない」場合には 1 を、「非常にあてはまる」場合には 7 を選択させる、7 段階評価をさせた。

### 3.4 結果と考察

**3.4.1 状況のクラスター分析・非計量多次元尺度構成法** 状況 1 から状況 18 の計 18 項目の項目得点に対して、ward 法によるクラスター分析を行った。デンドログラムを高さ 30 で切断し、18 項目を 3 つのクラスターに分け、C1, C2, C3 と命名した。また、それぞれのクラスターの平均値を算出した。

さらに、状況 1 から状況 18 の計 18 項目の項目得点に対して、得られたデータが間隔尺度であることから、分析ソフト R のプログラム isoMDS を利用し、非計量多次元尺度構成法を行った。関数 isoMDS は、次に示すストレスを最小になるように座標を決めた。

$$STRESS = \frac{\sum \sum [\theta(d_{ij}) - \hat{d}_{ij}]^2}{\sum \sum \hat{d}_{ij}^2}$$

ただし、 $d_{ij}$  は個体  $i$  と個体  $j$  との間の距離を表し、 $\hat{d}_{ij}$  は、用いた距離  $d_{ij}$  の推測値である。

**3.4.2 状況の主成分分析** 状況 1 から状況 18 の計 18 項目の項目得点に対して、主成分分析を行った。主成分の固有値は順に、3.88, 1.84, 1.59, 1.50, 1.36, 1.10, 1.03 で、第 7 主成分までの累積寄与率は、68.35%であった。成分行列を表 5 に示した。単純構造が得られなかったため、プロマックス回

転を行い、主成分解による因子分析を行った。プロマックス回転によって得られた成分行列を表 6 に示した。

表 5 状況の主成分分析で得られた成分行列

項目	主成分						
	第1主成分	第2主成分	第3主成分	第4主成分	第5主成分	第6主成分	第7主成分
状況3	0.65	-0.21	0.31	-0.09	0.16	-0.01	-0.13
状況13	0.63	-0.34	0.04	0.39	-0.10	0.01	-0.07
状況7	0.63	0.08	-0.25	0.02	-0.26	0.16	-0.32
状況15	0.57	-0.32	-0.05	0.06	0.37	0.11	0.37
状況6	0.53	0.23	-0.46	-0.28	0.03	0.04	-0.09
状況14	0.50	-0.40	0.18	0.26	0.09	-0.40	0.25
状況18	0.50	0.07	-0.03	0.38	-0.13	-0.33	-0.38
状況4	0.27	0.57	0.25	0.12	0.01	0.09	0.51
状況2	0.33	0.56	-0.12	-0.01	0.34	0.25	0.02
状況1	0.44	0.48	-0.27	-0.19	0.11	-0.37	-0.02
状況17	0.39	0.44	0.32	-0.02	-0.04	-0.38	0.10
状況9	0.41	-0.26	-0.66	0.15	0.24	0.05	0.04
状況8	0.43	0.12	0.46	0.22	-0.31	0.19	-0.08
状況16	0.45	0.04	0.39	-0.54	0.21	0.05	-0.30
状況5	0.02	0.19	0.19	0.53	0.39	0.50	-0.22
状況10	0.47	-0.38	0.17	-0.52	0.15	0.19	0.15
状況11	0.32	-0.11	0.00	-0.26	-0.64	0.28	0.07
状況12	0.39	0.14	-0.25	0.13	-0.42	0.18	0.33

表 6 状況の主成分解による因子分析で得られた因子負荷行列 (プロマックス解)

項目	項目内容	因子							
		第1因子	第2因子	第3因子	第4因子	第5因子	第6因子	第7因子	
状況15	何度聞いても、相手の話を理解できなかったとき	0.83	0.07	0.16	-0.17	0.11	-0.05	0.10	
状況14	自分のことを覚えているかどうかを、覚えていない人から聞かれたとき	0.72	-0.21	-0.01	0.33	0.19	-0.15	-0.22	
状況9	自分が嫌いなものについて、好きかどうかを、人から聞かれたとき	0.51	0.47	-0.19	0.10	-0.33	-0.04	0.06	
状況6	勉強したかどうかを、テスト直前に人から聞かれたとき	-0.01	0.74	0.16	0.05	-0.03	0.17	-0.09	
状況1	現在の貯金額を、人から聞かれたとき	-0.03	0.71	0.05	0.21	0.33	-0.14	-0.23	
状況2	住んでいる場所を、人から聞かれたとき	-0.01	0.52	0.11	-0.11	0.32	-0.10	0.41	
状況7	秘密にしておきたいことを、人から聞かれたとき	-0.12	0.42	0.11	0.42	-0.17	0.40	0.09	
状況16	普段会うことのない親戚の年齢を、人から聞かれたとき	-0.10	0.18	0.90	0.00	0.00	-0.10	0.03	
状況10	読んでいない本の感想を、本を貸してくれた人から聞かれたとき	0.40	0.03	0.69	-0.36	-0.07	0.16	-0.14	
状況3	あまり詳しくない事柄や知識について、人から聞かれたとき	0.32	0.01	0.55	0.24	0.02	-0.05	0.08	
状況18	友人の不幸に関する具体的な話を、人から聞かれたとき	-0.03	0.19	-0.09	0.84	-0.02	-0.08	0.04	
状況13	特に予定はないが、あまり行きたくない集まりに、人から誘われたとき	0.44	-0.11	-0.02	0.50	-0.10	0.17	0.13	
状況4	恋愛対象になる異性の年齢の幅を、人から聞かれたとき	0.17	0.06	-0.14	-0.24	0.85	0.18	0.13	
状況17	料理で使用する材料や調味料の量を、人から聞かれたとき	-0.01	0.16	0.12	0.26	0.63	-0.07	-0.16	
状況11	街で人から声をかけられ、いろいろと質問されたとき	-0.16	-0.02	0.11	-0.07	-0.03	0.85	-0.26	
状況12	本人がいない状態で、その人のことをどう思うかと、人から聞かれたとき	0.14	0.17	-0.35	-0.02	0.28	0.65	-0.10	
状況8	かなり先の予定を、人から聞かれたとき	-0.08	-0.26	0.14	0.31	0.27	0.37	0.24	
状況5	今の時刻を、人から聞かれたとき	0.02	-0.14	-0.01	0.11	-0.02	-0.25	0.92	

第1主成分は、状況15「何度聞いても、相手の話を理解できなかったとき」状況14「自分のことを覚えているかどうかを、覚えていない人から聞かれたとき」状況9「自分が嫌いなものについて、好きかどうかを、人から聞かれたとき」の3つの項目であった。

第2主成分は、状況6「勉強したかどうかを、テスト直前に人から聞かれたとき」状況1「現在の貯金額を、人から聞かれたとき」状況2「住んでいる場所を、人から聞かれたとき」状況7「秘密にしておきたいことを、人から聞かれたとき」の4つの項目であった。

第3主成分は、状況16「普段会うことのない親戚の年齢を、人から聞かれたとき」状況10「読んでいない本の感想を、本を貸してくれた人から聞かれたとき」状況3「あまり詳しくない事柄や知識について、人から聞かれたとき」の3つの項目であった。

第4主成分は、状況18「友人の不幸に関する具体的な話を、人から聞かれたとき」状況13「特に予定はないが、あまり行きたくない集まりに、人から誘われたとき」の2つの項目であった。

第5主成分は、状況4「恋愛対象になる異性の年齢の幅を、人から聞かれたとき」状況17「料理で使用する材料や調味料の量を、人から聞かれた

とき」の2つの項目であった。

第6主成分は、状況11「街で人から声をかけられ、いろいろと質問されたとき」状況12「本人がいない状態で、その人のことをどう思うかと、人から聞かれたとき」状況8「かなり先の予定を、人から聞かれたとき」の3つの項目であった。

第7主成分は、状況5「今の時刻を、人から聞かれたとき」の1つの項目であった。

### 3.4.3 曖昧に答える理由のクラスター分析・非計量多次元尺度構成法

状況1から状況18それぞれについて、理由1から理由15の計15項目のward法によるクラスター分析を行った。デンドログラムを高さ30で切断し、15項目をクラスターに分け、C1, C2, C3, …のように命名した。また、それぞれのクラスターの平均値を算出した。

さらに、状況1から状況18それぞれについて、理由1から理由15の計15項目の項目得点に対して、分析ソフトRのプログラムisoMDSを利用し、非計量多次元尺度構成法を行った。

### 3.4.4 曖昧に答える理由の主成分分析

理由1から理由15の計15項目の項目得点に対して、主成分分析を行った。主成分の固有値は順に、3.86, 2.90, 1.81, 1.08で、第4主成分までの累積寄与率は、64.29%であった。成分行列を表7に示した。

表 7 理由の主成分分析で得られた成分行列

項目	主成分			
	第1主成分	第2主成分	第3主成分	第4主成分
理由12	0.71	-0.50	0.02	-0.03
理由14	0.68	0.08	-0.03	0.04
理由9	0.64	-0.45	0.11	0.01
理由11	0.63	-0.60	0.01	0.01
理由10	0.61	0.24	-0.55	0.15
理由4	0.58	0.40	0.03	-0.51
理由3	0.09	0.71	0.32	0.11
理由1	0.57	-0.62	0.00	0.04
理由2	0.40	0.61	-0.15	-0.13
理由13	0.29	0.18	0.66	0.20
理由6	0.51	0.32	-0.58	0.26
理由7	0.19	0.09	0.56	0.08
理由15	0.39	0.05	0.51	0.25
理由5	0.28	0.49	-0.05	0.56
理由8	0.51	0.46	0.16	-0.52

単純構造が得られなかったため、プロマックス回転を行い、主成分解による因子分析を行った。プロマックス回転によって得られた成分行列を表8に示した。

第1主成分は、理由11「正確に答えるだけの知識を持っていないから」理由12「答えに自信がないから」理由1「十分な情報がないため、判断ができないから」理由9「記憶にたく、はっきり覚えていないから」理由14「何度も聞き返すことが相手に申し訳ないから」の5つの項目であった。

第2主成分は、理由6「相手を傷つけないから」理由10「相手を怒らせたくないから」理由

5「社会的なマナー、一般的な規範として、はっきり答えるべきではないから」の3つの項目であった。

表8 理由の主成分分解による因子分析で得られた因子負荷行列（プロマックス解）

項目	項目内容	因子			
		第1因子	第2因子	第3因子	第4因子
理由11	正確に答えるだけの知識を持っていないから	0.88	0.02	-0.03	0.06
理由12	答えに自信がないから	0.85	0.05	0.08	0.07
理由1	十分な情報がないため、判断できないから	0.85	0.01	-0.09	0.04
理由9	記憶がなく、はっきり覚えていないから	0.77	0.01	0.04	0.17
理由14	何度も聞き返すことが、相手に申し訳ないから	0.39	0.34	0.22	0.15
理由6	相手を傷つけないから	0.07	0.89	-0.01	-0.24
理由10	相手を怒らせたくないから	0.19	0.79	0.11	-0.25
理由5	社会的なマナー、一般的な規範として、はっきり答えるべきではないから	-0.17	0.74	-0.28	0.37
理由8	恥ずかしいから	-0.01	-0.13	0.91	0.07
理由4	見栄が邪魔をするから	0.08	-0.04	0.89	-0.03
理由2	ごまかしたいから	-0.20	0.38	0.50	-0.02
理由13	そもそも、相手も正確な答えを期待していないだろうから	0.10	-0.09	0.02	0.77
理由15	そもそも、特にこだわりがないから	0.25	0.04	-0.06	0.67
理由7	正確に答えることがめんどうだから	0.09	-0.19	0.06	0.59
理由3	プライベートなどで知られたくないから	-0.46	0.18	0.22	0.46

第3主成分は、理由8「恥ずかしいから」理由4「見栄が邪魔をするから」理由2「ごまかしたいから」の3つの項目であった。

第4主成分は、理由13「そもそも、相手も正確な答えを期待していないだろうから」理由15「そもそも、特にこだわりがないから」理由7「正確に答えることがめんどうだから」理由3「プライベートなどで知られたくないから」の4つの項目であった。

### 3.4.5 各状況に対する主成分得点による平均値の比較

主成分分析の結果をもとに、18状況それぞれに対して、4つの主成分得点の平均値とSDを算出したものを、表9に示した。

## 4. 結論

本研究の目的は、曖昧に回答する状況において、なぜあいまいに回答するのか、その理由を明らかにすることであった。全体を通して、曖昧に答える程度が高い状況においては、「正確に答えることが面倒な状況」、「社会的な規範としてはっきり答えられない状況」が、他の状況と比較して多く挙げられた。また、その理由として、「相手への配慮による理由」「知識・情報の不足による理由」が、他の理由と比較して多く挙げられた。

以上のように、人々は様々な状況に対して、あいまいさに複合的な意味合いを持たせ、日常生活に対処していることが示唆された。このことは、曖昧さが、これまで指摘されていたような、不確実性などのいわゆる無知などの問題だけではなく、礼儀や社会的規範や、他者への配慮などの社会の多次元的な側面と関係していることを示し

ている。

表9 各状況における4つの主成分得点の平均値とSD

		主成分得点			
		主成分1	主成分2	主成分3	主成分4
状況1	平均値	-0.31	-0.14	0.31	0.89
	SD	0.83	0.68	0.87	0.92
状況2	平均値	-1.12	-0.68	-0.47	0.28
	SD	0.51	0.54	0.79	0.89
状況3	平均値	1.13	-0.43	0.42	-0.24
	SD	0.52	0.74	1.01	0.77
状況4	平均値	-0.61	-0.41	-0.01	0.48
	SD	0.61	0.78	0.83	1.00
状況5	平均値	0.32	-1.15	-1.12	-0.42
	SD	0.77	0.61	0.49	0.84
状況6	平均値	-0.61	-0.29	0.74	0.58
	SD	0.65	0.85	0.88	0.92
状況7	平均値	-1.16	0.11	0.92	0.29
	SD	0.59	0.80	0.86	0.75
状況8	平均値	0.51	-0.60	-0.45	0.06
	SD	0.55	0.84	0.84	0.88
状況9	平均値	-0.78	0.33	0.08	-0.20
	SD	0.60	0.94	0.86	0.88
状況10	平均値	0.73	0.55	0.53	-0.84
	SD	0.68	0.69	0.93	0.89
状況11	平均値	-0.27	-0.07	-0.14	0.57
	SD	0.98	0.80	0.89	0.97
状況12	平均値	-0.58	0.87	-0.26	0.09
	SD	0.68	0.87	0.75	0.83
状況13	平均値	-0.46	0.68	-0.08	-0.45
	SD	0.66	0.79	0.68	0.91
状況14	平均値	0.86	1.15	0.48	-0.68
	SD	0.74	0.70	0.87	0.78
状況15	平均値	0.59	0.63	0.88	-0.49
	SD	0.63	0.88	0.96	0.92
状況16	平均値	0.98	-0.38	-0.55	0.38
	SD	0.56	0.95	0.79	1.13
状況17	平均値	1.00	-0.86	-0.56	-0.27
	SD	0.62	0.66	0.82	0.84
状況18	平均値	-0.22	0.67	-0.71	-0.03
	SD	0.76	0.69	0.61	0.79

## 参考文献

- [1] Smithson, M. (1989). Ignorance and uncertainty. *Emerging paradigms*, New York, NY: Springer Verlag.
- [2] Smithson, M., Bartos, T. and Takemura, K. (2000). Human Judgment under sample space ignorance, *Risk, Decision and Policy*, 5, 35-150.
- [3] Takemura, K. (2000). Vagueness in human judgment and decision making. In Z. Q. Lis and S. Miyamoto (eds.), *Soft computing for human centered machines*, Springer Verlag, Tokyo, 249-281.

## 連絡先

〒162-8644 東京都新宿区戸山1-24-1  
早稲田大学意思決定研究所  
竹村和久  
(Tel.: 03-5286-3549, E-mail: kazupsy@waseda.jp)



### 3.2.2 個人別実験結果

以下個人毎にみた結果を表 4～表 6 に示す。1 つの作業について各 5 回異なる曲の提示状態がある作業の中で、どの状態での作業が、正答数に一番良い結果を与えているかを調査した。同数の正答数だった場合は、その両方の曲で人数カウントを行った。個人差を考えても曲 11 が一番良い結果となった。

### 3.2.3 感性印象評価実験との比較

印象評価実験では、全般的には「弛緩の印象を与える楽曲が勉強時に流す音楽として向いていると感じやすい」という結果となった。

今回の勉強実験で、実際に勉強を行って良い結果になった曲も弛緩の印象を与える楽曲となった。

## 4. 物理的特徴の抽出

ここまでの結果で、ある程度勉強時に流す音楽の適性が見えてきた。しかし、「感性」だけでなく、物理的特徴を抽出することにより客観的に適性をとらえられるようになる。ここでは、スペクトル解析、スペクトログラム、ピッチ解析を行った。本稿ではスペクトログラムを用いて説明する。

表 2 暗記の平均結果

曲番号	解答数 (語)	正答数 (語)	誤答数 (語)	誤答率 (%)
無音	16.50	15.73	0.77	5.31
6	15.31	14.31	1.00	7.64
10	16.35	15.27	1.08	7.40
8	16.54	15.74	0.80	5.29
11	18.38	17.11	1.27	6.85

表 3 計算の平均結果

曲番号	解答数 (問)	正答数 (問)	誤答数 (問)	誤答率 (%)
無音	20.11	17.92	2.19	11.9
6	21.64	19.61	2.03	9.34
10	20.96	18.88	2.08	9.82
8	21.15	19.53	1.62	7.04
11	22.54	20.42	2.12	9.63

表 4 最良正当曲の被験者数 (タイピング)

無音	曲 6	曲 10	曲 8	曲 11
4 人	4 人	4 人	6 人	8 人

表 5 最良正当曲の被験者数 (暗記)

無音	曲 6	曲 10	曲 8	曲 11
6 人	2 人	9 人	7 人	10 人

表 6 最良正当曲の被験者数 (計算)

無音	曲 6	曲 10	曲 8	曲 11
4 人	6 人	8 人	6 人	8 人

## 4.1 スペクトログラム結果

図 2～図 5 に勉強実験使用曲のスペクトログラムを示す。このグラフは縦軸が周波数、横軸が時間、色の濃淡で強さを表示している。各楽曲で違いが出ており、それらから弛緩の印象を与える楽曲の特徴として、「曲の構造が単純でなおかつ曲調が急激に変化しない」ことが考えられた。

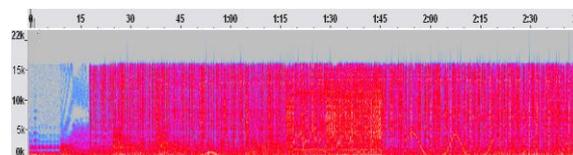


図 2 緊張の印象を与える楽曲 (曲 6)

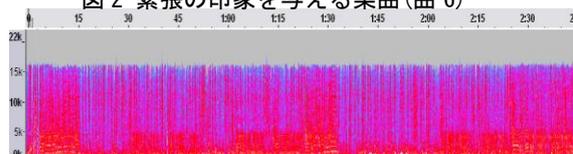


図 3 やや緊張の印象を与える楽曲 (曲 10)

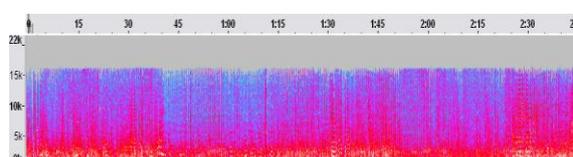


図 4 やや弛緩の印象を与える楽曲 (曲 8)

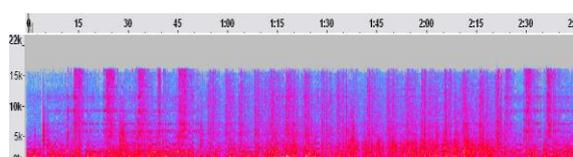


図 5 弛緩の印象を与える楽曲 (曲 11)

## 5. まとめ

勉強時に流す音楽として多数の人に適性があると考えられる楽曲は、「弛緩の印象を与える楽曲」である。そうした楽曲には「曲の構造が単純で、曲調があまり変わらない」という傾向が見られた。

### 参考文献

- 菅千索, 後藤順子: 計算および記憶課題が及ぼす BGM の影響について, 和歌山大学教育学部教育実践総合センター紀要 NO18, 59-68, 2008.
- 杉原太郎, 森本一成, 黒川隆夫: SD 法を通してみた音楽に対する感性の基本特性, 映像情報メディア学会技術報告 25(48), 57-63, 2001-07-26.
- 北村裕美子: 勉強時に流す音楽の適性について, 人間工学会関東支部 40 回大会・卒業研究発表会, 2010.
- RWC 研究用音楽データベース:  
<http://staff.aist.go.jp/m.goto/RWC-MDB/index-j.html>

### [連絡先]

北村裕美子  
長岡技術科学大学  
〒940-2188 長岡市上富岡町 1603-1  
e-mail : s073357@stn.nagaokaut.ac.jp

# ラフ集合を用いたプログラムソースコードからの 作者推測の試み

An Attempt of Author Identification of Program Source Codes Using Rough Sets

工藤 康生      越前谷 理      村井 哲也  
Yasuo Kudo   Satoshi Echizenya   Tetsuya Murai  
室蘭工業大学      北海道大学  
Muroran Institute of Technology   Hokkaido University

**Abstract:** We apply rough set data analysis to author identification of program source codes of the C programming language. In general, program source codes include authors' characteristic coding patterns even though some programming style is provided. In this paper, we concentrate coding patterns about how to use spaces around statements in “for” and “if”, “while” sentences and around relation and logical operators. We then extract authors' coding patterns about how to use spaces by generating relative reducts and decision rules. Experimental results indicate the possibility that rough set data analysis can appropriately describe tendencies of authors' coding patterns.

## 1 はじめに

複数名でプログラムのコーディングを行う場合，関数および変数の命名規則，コメントの書き方等は統一することが一般的である（例えば [1]）。しかし，それ以外の部分の書き方には，作成者に由来する書き方の違いが存在する場合がある．本研究では，ラフ集合 [2] による実データ分析事例として，ラフ集合による相対縮約および決定ルールの抽出を用いて，C 言語のプログラムソースコードの書き方の違いに関する特徴を抽出し，ソースコードの作成者を推測することを試みる．

## 2 ラフ集合

文献 [3] に基づき，ラフ集合によるデータ解析を概説する．ラフ集合によるデータ解析では，カテゴリカルなデータを決定表として表し，分類可能かつ決定属性の値が異なる対象をすべて正しく分類するための必要最小限の条件属性を抽出する縮約計算，および条件属性と決定属性との関係を記述する if-then 形式の決定ルールの抽出等に基づいてデータを解析する．決定ルール  $A \rightarrow B$  の評価指標として，以下の確信度および被覆度が用いられる：

$$\text{確信度} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{|A \wedge B|}{|A|}, \quad \text{被覆度} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{|A \wedge B|}{|B|}.$$

ここで，記法  $|A|$  は条件  $A$  に該当するデータの個数を表す．確信度は決定ルールの正確さを，被覆度は決定ルールの一般性を表す指標である．

## 3 プログラムソースコードからの特徴抽出

作成者に由来するソースコードの書き方の特徴として，ソースコード中の for 文および if 文，while 文，4 種類の関係演算子（ $==$ ， $!=$ ， $<=$ ， $>=$ ），2 種類の論理演算子（ $||$ ， $\&\&$ ）における，以下に示すスペースの使い方のパターンに着目し，スペースの使い方と作成者との関係を表す決定ルールの抽出することで作成者の推測を試みる．

- for 文：(初期化式; 条件式; 次処理式) における，初期化式の前後および条件式の前後，次処理式の前後の 6 か所におけるスペースの有無．
- if 文および while 文：(条件式) の条件式の前後におけるスペースの有無．
- 関係演算子（ $==$ ， $!=$ ， $<=$ ， $>=$ ）および論理演算子（ $||$ ， $\&\&$ ）：演算子の前後におけるスペースの有無．

スペースの使い方に関する各パターンの，ソースコード内での出現回数を用いて決定表を作成する．決定表における対象は各ソースコードの ID である．また，決定属性は作成者を表す．条件属性および各対象が持つ属性値を以下に示す．

- for 文：3 個の条件属性（for\_1 および for\_2，for\_3）を用い，対象の属性 for\_ $i$  における値は，対象が表すソースコードで  $i$  番目に出現回数が多いスペースのパターンの ID とする．

- if 文および while 文: if 文および while 文に関する条件属性 (if および while) を用い, 対象の各属性における値は, それぞれ if 文および for 文で最も出現回数が多いスペースのパターンの ID とする.
- 関係演算子および論理演算子: 4 種類の関係演算子 (==, !=, <=, >=) に関する属性 (ro) および 2 種類の論理演算子 (||, &&) に関する属性 (lo) を用いる. スペースの各パターンごとに, 4 種類の関係演算子における出現回数を合計し, 最も出現回数が多いスペースのパターンの ID を, 属性 ro における対象の属性値とする. 属性 lo における対象の属性値も同様の方法で求める.

なお, 7 種類の条件属性はそれぞれ, 該当する構文, 演算子がソースコードに一度も出現しない場合があるため, 未出現を表す null 値も値として含む.

## 4 実験

### 4.1 実験方法

C 言語によるプログラム作成にある程度習熟した, 室蘭工業大学情報工学科および大学院情報電子工学系専攻の学生 7 名から, 各自が単独で作成した C 言語プログラムソースコード (作成者ごとに 6~20 個) を集め, 前節の手法を用いてソースコードの作成者を推測する実験を行った. 実験手順を以下に示す.

1. 作成者ごとにソースコードを半分に分け, 一方をコード集 A, もう一方をコード集 B とする.
2. コード集 A を決定ルール抽出用とし, for 文, if 文, while 文, 関係演算子, 論理演算子におけるスペースのパターンの出現回数を調べる.
3. スペースのパターンの出現回数を基に決定表を作成し, 相対縮約および決定ルールを抽出する.
4. コード集 B から評価用決定表を作成し, 3. で抽出した決定ルールを評価用決定表に対して用い, 確信度および被覆度を分析する.
5. コード集 A と B を交換し 2~4 までの手順を行う.

### 4.2 実験結果および考察

コード集 A および B から計 3 種類の相対縮約が得られ, 延べ 70 個の決定ルールが得られた. これら 70 個の決定ルールを評価用決定表に対して用いた結果, 確信度の平均値は 0.65 であった. この結果から, 抽出された決定ルールは作成者に由来するスペースの使い方の特徴を, ある程度捉えていることが示唆される. また, 被覆度の平均値は 0.23 であり, 作成者 1 人当たり

表 1: スペースの使い方の傾向

作成者	for_1	if	while	ro	lo
1	(ST;ST;ST)	×	×	×	×
2	(ST;ST;ST)	×	×		
3	( <sub>□</sub> ST <sub>□</sub> ; <sub>□</sub> ST <sub>□</sub> ; <sub>□</sub> ST)	×	×		
4	( <sub>□</sub> ST; <sub>□</sub> ST; <sub>□</sub> ST <sub>□</sub> )				
5	傾向なし				
6	(ST;ST;ST)	×	×	×	
7	(ST;ST;ST)	×	×		

平均で 4~5 個の特徴が抽出された. 項目の出現・未出現のみが異なる決定ルールが複数個抽出される傾向が見られたため, 多少の例外を許容しルールをまとめることで, より簡潔な特徴が得られる可能性がある.

抽出したルールを分析し, 作成者ごとの傾向をまとめた結果を表 1 に示す. なお, 記号<sub>□</sub>はソースコード内の空白文字を, ST はステートメントを表す. for\_1 の項目は, 作成者が最も使用する頻度が高い for 文の書き方を表す. □ は条件式または演算子の前後にスペースがあることを, × はスペースがないことを表す. この結果から, スペースの使い方の特徴は主に for 文および演算子の前後に見られること, 作成者 2 と作成者 7 はスペースの使い方が類似していることがわかる. また, 作成者 5 については明確な傾向を見出せなかった.

## 5 おわりに

本研究では, ラフ集合の手法を用いてプログラムソースコード内のスペースの使い方に関する特徴を抽出することによる, ソースコードの作成者の推測を試みた. 今後の課題として, 他の特徴も分析することによる推測精度の向上, より多人数での評価実験等が挙げられる.

## 参考文献

- [1] Free Software Foundation: *GNU coding standards*, <http://www.gnu.org/prep/standards/>, 2010.
- [2] Pawlak, Z.: *Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data*, Kluwer Academic Publisher, 1991.
- [3] 森 典彦, 田中 英夫, 井上 勝雄 (共編): *ラフ集合と感性 ~ データからの知識獲得と推論 ~*, 海文堂出版, 2004.

## 連絡先

室蘭工業大学 しくみ情報系領域 工藤 康生  
Tel: 0143-46-5469  
E-mail: kudo@csse.muroran-it.ac.jp

# 拡張ファジィ論理における IFS と HLS の比較

—HLS の推論結果が非 IFS 領域に入る場合—

愛知工業大学 黄曉鈺 小田哲久

## Comparisons of the Two Extended Fuzzy Logic Models, IFS model and the HLS model: Detailed Analysis of the Case that the Result of the Reasoning by using the HLS model is not Included in the IFS Area

Aichi Institute of Technology Huang Xiaoyu, Tetsuhisa Oda

**Abstract:** After the proposal of the Fuzzy Set theory by L.A.Zadeh, several kinds of extended fuzzy set/logic models have been developed. For example, the Interval Valued Fuzzy Set (IVFS) model is one of the well-known extended models. In Bulgaria, K. Atanassov proposed the Intuitionistic Fuzzy Set (IFS) model. The IFS assumes the degree of membership and the degree of non-membership of an element of an ambiguous set. In Japan, the Hyper Logic Space (HLS) model was proposed by T. Oda. The HLS expanded the numerical truth-value of the fuzzy logic in order to define the degree of contradictions of the Fuzzy-set Concurrent Rating (FCR) method, which was proposed as a new psychological measurement method. Since the HLS closely resembles to the IFS, the superiority of the HLS to the IFS has been unclear. This study compares the results of each model's implication and shows the limited superiority of the HLS model.

### 1. はじめに

拡張ファジィ論理には、命題 A の真理値を  $(t, f)$  の対で表すタイプがある。t は真理値、f は偽値を表す実数値で、 $t, f \in [0, 1]$  である。拡張ファジィ論理モデルとしては、Atanassov の直観的ファジィ集合 IFS (Intuitionistic Fuzzy Set) [1] のモデルと、小田の HLS (Hyper Logic Space) [2] のモデルがあり、両者は定義域と否定演算が異なる。本研究では、命題  $A=(ta, fa)$ ,  $B=(tb, fb)$  を HLS 上の、IFS 領域 ( $t+f \leq 1$ ) に配置して推論演算を行った場合、IFS と HLS とで演算結果がどう違うか比較し、さらに、どちらに優位性があるかを考察する。特に今回は、HLS モデルの推論結果が矛盾領域 ( $t+f > 1$ ) に落ちるケースについても、両者の特性を考察する。

### 2. 研究方法

著者らの最近の報告 [5] では、IFS に対する HLS の比較という視点から、点 A, B はともに IFS 領域にあり、結果も IFS 領域に収まるようなケースを分析した。IFS による推論  $A \rightarrow B$  を  $\sim A \vee B$ 、HLS による推論  $A \rightarrow B$  を  $\sim A \vee B$  とし、どちらのモデルが優位かを調べている。

今回の研究も、[5] に引き続き、HLS モデルのほうが、IFS モデルより優位にあると示すことを目的とするが、点 A, B はともに IFS 領域にあっても、HLS モデルでは、推論結果が IFS 領域に収まらず、矛盾領域にはみ出す場合にはどうなるかを分析する。IFS モデルの推論結果は IFS 領域外に出ることはないのだから、その場合、推論結果の統合値が同じかどうかを調べることにする。なお、ここでは、推論結果の一方が優位であるとは、「統合値が高いこと、ただし、同じ統合値なら、区間の幅が狭いこと」であるとする。統合アルゴリズムとしては、

小田の複合スコア法 1 (I4) を採用する。また、 $\cdot$  2 次元ファジィ論理空間 ( $T \times F$ ) 上の 1 点  $A=(ta, fa)$  は、数値真理値空間  $V$  上の閉区間  $[ta, 1-fa]$  に変換されるとする。

### 3. HLS モデルと IFS モデルの比較

#### 3.1 データ領域の違い

任意のファジィ命題 A および B について、その真理値と偽値の対を、それぞれ、 $A=(ta, fa)$ ,  $B=(tb, fb)$ ,  $ta, tb, fa, fb \in [0, 1]$  -----(1) と表記する。

IFS モデルは、 $t+f \leq 1$  という制約を定義とする。一方、HLS モデルは、t, f は完全に独立とする。

#### 3.2 否定演算の相違

HLS モデルの否定は、真偽完全独立で、それぞれ、1 からの補の演算であり、 $\sim A=(1-ta, 1-fa)$  -----(2) と表記する。

一方、IFS モデルの否定は、真偽交換型で、 $\sim A=(fa, ta)$  -----(3) と表記できる。(3) では、否定の結果が IFS 領域をはみ出すことはない。

#### 3.3 含意演算の相違

両モデルの含意演算 ( $A \rightarrow B$ ) としては、最も一般的と思われる「A の否定と B との論理和」を採用して比較することにする。否定演算記号の表記で、モデルを区別する。

HLS モデルでは、 $\sim A \vee B = \{\max(1-ta, tb), \min(1-fa, fb)\}$  -----(4)

また、IFS モデルでは、 $\sim A \vee B = \{\max(fa, tb), \min(ta, fb)\}$  -----(5) となる。

#### 4. 分析1 : HLS による推論結果が IFS 領域に収まる場合

HLS モデルでは、矛盾領域( $t+f>1$ )のデータも扱うことができるが、IFS モデルでは無関係領域( $t+f<1$ )と数値真理値領域( $t+f=1$ )しか扱えない。このことだけでも、HLS モデルは優位にあるといえるが、あえて両者を比較するために、データ A,B はともに IFS 領域にあるとする。

すなわち、

$$ta+fa \leq 1, tb+fb \leq 1 \dots\dots(6)$$

とする。

この章では、まず、(6)式の条件下で、HLS モデルによる含意演算結果  $\neg A \vee B$  が IFS 領域内に収まる条件を求め、両モデルの含意演算の性質を比較する。以下では、[5]で示した分析とは別の、より簡明な方法を示す。

#### 4. 1 HLS モデルによる推論結果の分析

(4)式は、HLS モデルによる推論結果であり、パラメータ値によって、4 ケースに分類される。

Case 1 :  $(1-ta \geq tb) \& (1-fa < fb)$  の場合、

$$\neg A \vee B = \{1-ta, 1-fa\} \dots\dots \neg A \text{ 点に一致}$$

Case 2 :  $(1-ta \geq tb) \& (1-fa \geq fb)$  の場合、

$$\neg A \vee B = \{1-ta, fb\}$$

Case 3 :  $(1-ta < tb) \& (1-fa < fb)$  の場合、

$$\neg A \vee B = \{tb, 1-fa\}$$

Case 4 :  $(1-ta < tb) \& (1-fa \geq fb)$  の場合、

$$\neg A \vee B = \{tb, fb\} \dots\dots B \text{ 点に一致}$$

##### (1) Case 1 について

$(1-ta) + (1-fa) \leq 1$  となるのは、 $1 \leq ta+fa$

これは前提条件(6)に合わない。

Case 1 は、IFS 領域に入らないので、この章では使用しない。

##### (2) Case 2 について

条件より、 $(1-ta \geq tb) \& (1-fa \geq fb)$

式を変形すると、 $(ta \leq 1-tb) \& (fa \leq 1-fb)$

これを図示する。

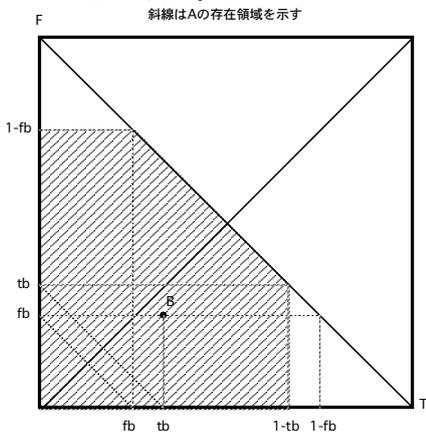


図1 A点がCase1の条件を満たす領域  
この条件下で、IFS に収まるのは、

$$1-ta+fb \leq 1$$

すなわち、 $ta \geq fb$

の場合に限られる。これを図に書き加えると、

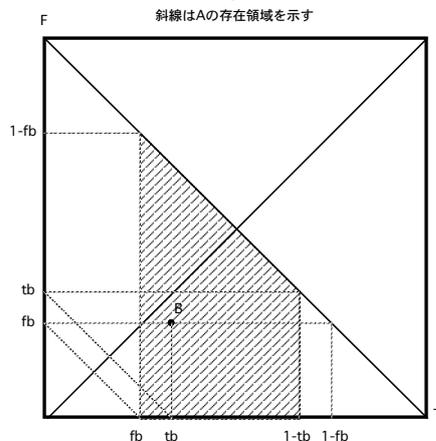


図2 Case 1 で、推論結果が IFS に収まる領域  
(3) Case 3 について

条件より、 $(1-ta < tb) \& (1-fa < fb)$

式を変形して、

$$(ta > 1-tb) \& (fa > 1-fb)$$

を得るが、この条件を満たす領域が存在しないことは、以下で明らかである。

条件より、 $(ta > 1-tb) \& (fa > 1-fb)$

これより、

$$ta+fa \geq (1-ta) + (1-fb)$$

$$ta+fa \geq 2 \cdot (tb+fb)$$

ところで、 $tb+fb \leq 1$  なので、 $ta+fa \geq 1$

となり、「点 A が IFS 領域に存在する」という前提に矛盾する。

##### (4) Case 4 について

$(1-ta < tb) \& (1-fa \geq fb)$  より、

$$(ta > 1-tb) \& (fa \leq 1-fb)$$

以下に A の領域を図示する。

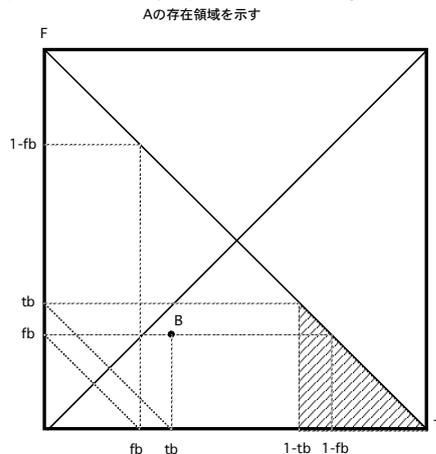


図3 A点がCase4の条件を満たす領域  
 $\neg A \vee B$  は、B 点そのものなので、これは問題なく IFS 領域に入る。

##### (5) 4つのケースのまとめ

Case 2 から、 $1-fb \leq ta < 1-tb$  -----  $\neg A \vee B = (1-ta, fb)$   
 Case 4 から、 $ta \geq 1-tb$  -----  $\neg A \vee B = (tb, fb)$   
 において、HLS モデルでの含意演算  $A \rightarrow B$  の結果は IFS 領域に収まる。  
 要約すると、HLS モデルの推論結果は次のとおり。

$$\neg A \vee B = \begin{cases} (1-t_a, f_b) & f_b \leq t_a < 1-t_b \\ (t_b, f_b) & t_a \geq 1-t_b \end{cases} \quad \text{----(7)}$$

#### 4. 2 IFS モデルによる推論結果の分析

IFS モデルによる推論結果は、下記のように表される。

$$\sim A \vee B = \left\{ \max(f_a, t_b), \min(t_a, f_b) \right\} \quad \text{----(8)}$$

(8)式は、条件によって、以下の4パターンに分類できる。

Case i: if  $f_a \geq t_b$  and  $t_a \geq f_b$  then  
 $\sim A \vee B = (f_a, f_b)$

Case ii: if  $f_a \geq t_b$  and  $t_a < f_b$  then  
 $\sim A \vee B = (f_a, t_a)$

Case iii: if  $f_a < t_b$  and  $t_a \geq f_b$  then  
 $\sim A \vee B = (t_b, f_b)$

Case iv: if  $f_a < t_b$ ,  $f_a < t_b$  and  $t_a < f_b$  then  
 $\sim A \vee B = (t_b, t_a)$

これらの中で、Case iii は、推論結果が B 点に重なることを意味する。

$\sim B$  に対する A の相対的位置関係を分析すると、IFS の推論結果が求まる。(図4)

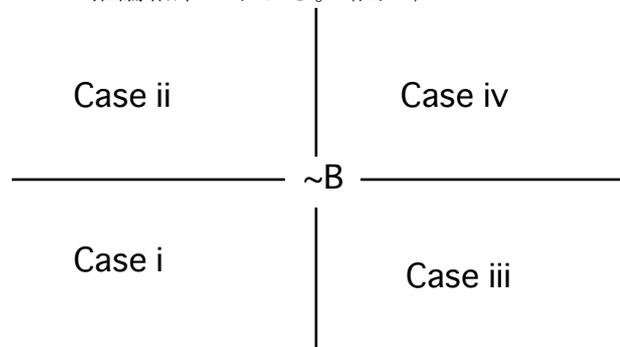


図4  $\sim B$  点に対する A 点の相対的な位置関係による IFS の推論結果のケース分類

#### 4. 3 両モデルによる推論結果の評価

以上をまとめ、HLS と IFS の両モデルの推論結果を1つの図にまとめて表記する。

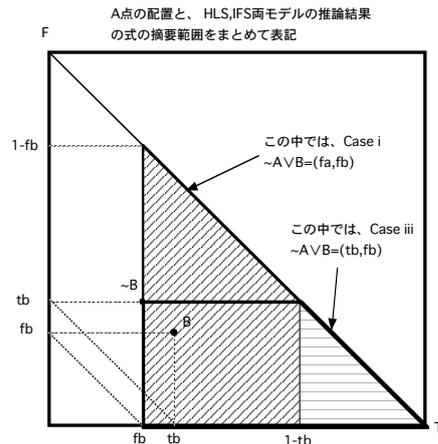


図5 HLS、IFS の両モデルの推論結果

分析すべき領域を Area1 から Area3 とする。

Area 1:  $\neg A \vee B = (tb, fb)$   
 $\sim A \vee B = (tb, fb)$

Area 2:  $\neg A \vee B = (1-ta, fb)$  ----- 区間は  $[1-ta, 1-fb]$   
 $\sim A \vee B = (tb, fb)$  ----- 区間は  $[tb, 1-fb]$

Area 3:  $\neg A \vee B = (1-ta, fb)$  ----- 区間は  $[1-ta, 1-fb]$   
 $\sim A \vee B = (fa, fb)$  ----- 区間は  $[fa, 1-fb]$

これらを評価する。

Area 1 は、モデルによる違いなし。

Area 2 は、下図のように、区間の右端は同じ値。左端は  $\sim A \vee B$  が固定値  $tb$ 、 $\neg A \vee B$  は  $1-ta$  で、Area 2 の領域の範囲は  $fb \leq ta \leq 1-tb$  なので、 $ta \leq 1-tb$  を変形して、 $1-ta \geq tb$  となり、 $\neg A \vee B$  の区間のほうが一般的に幅が狭い。同じ幅になるのは、 $1-ta=tb$  の場合に限られる。

Area 3 についても同様に、推論結果の区間の右端の値は同じである。

$\neg A \vee B$ 、 $\sim A \vee B$  とも、A の位置 (実際は  $ta$  の値) によって、幅が変わる。

$\neg A \vee B$  の区間  $[1-ta, 1-fb]$  について、領域の条件は、 $fb \leq ta \leq 1-tb$  なので、区間の下限は

$$ta \leq 1-ta \leq 1-fb$$

また、上限は、 $1-fb$  として固定。

一方、 $\sim A \vee B$  の区間について、下限は  $tb \leq fa \leq 1-fb$  であり、同程度の自由度をもつ。しかし、 $ta+fa \leq 1$  なので、

$fa \leq 1-ta$  ----- つまり、 $\neg A \vee B$  のほうが一般的には右方にある。

以上より、両者の区間の上限は同じだが、 $\neg A \vee B$  の区間のほうが一般的に幅は狭い。同じ幅になるのは、 $1-ta=fa$  の場合に限られる。

#### 5. 分析2: HLS モデルの推論結果が IFS 領域に収まらない場合の分析 (一部)

このケースでは、推論結果がモデルによって違

う領域に属することになり、直接的な比較が行えないので、推論結果の統合値を算出し、同じ1次元上の1つの値に集約して比較する。比較するのは、各種統合値アルゴリズムの中で、逆FCR法にも使える、「複合スコア法1」（記号はI4）とする。

(1) I4の定義

I4は、次のように定義される。

$$I_4 = I_1 \text{ if } t + f \leq 0 \text{ otherwise } I_4 = 0.5$$

ここでの、I1とI3は、それぞれ、基本的な統合アルゴリズムである。方程式を以下に表す。

I1 単純スコア法

$$I_1 = \frac{t}{t+f} \text{ if } t+f \neq 0 \text{ otherwise } I_1 = 0.5$$

I3 逆スコア法

$$I_3 = \frac{1-f}{2-t-f} \text{ if } t+f \neq 0 \text{ otherwise } I_3 = 0.5$$

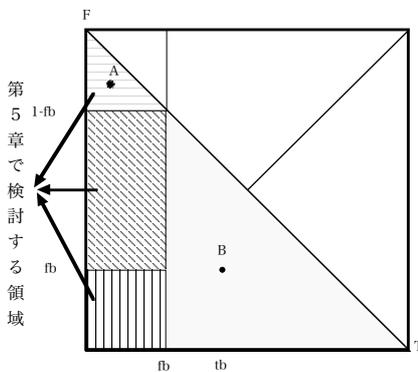


図6 HLSの推論結果が矛盾領域に入る領域

(2) 両モデルの統合値比較

今回AがBの左上にある場合のみをとりあげ、 $\sim A \vee B$ をI3の式に代入し、 $\sim A \vee B$ はI1に代入して、それらの大小関係がどうなるかを確かめる。

分析結果を要約して図示する。(図7)

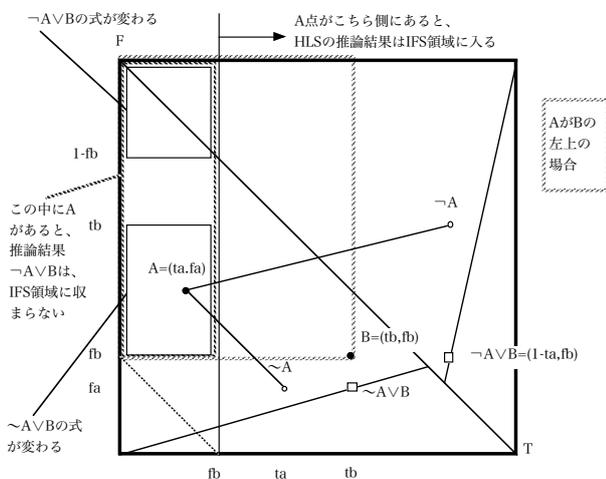


図7 両モデルの要約図

IFS領域に収まらない3つの領域の分析によると、一番上の領域では、統合値I3とI1値は一致

する。それ以外の2つの領域では、統合値  $I_3 > I_1$  になる。図7を見ると、確かに  $I_3 > I_1$  である。このことからわかるように、 $\sim A \vee B$ の統合値は $\sim A \vee B$ より大である。すなわち、このケースでは、HLSがIFSより優位と判断される。

6. 結論

本研究は、2種類の拡張ファジィ論理モデルにおける推論結果について、下記の仮定を置いて、モデルの優位性についての比較を試みた。

- 推論  $A \rightarrow B$ の式は、古典論理の場合と同じく、 $(\text{Not } A) \vee (B)$ を採用する。
- 推論結果を同じ統合式I4で評価する。

A, Bの2点がIFS領域にあると仮定し、推論結果がIFS領域に入る場合と、入らない場合の両方を分析した結果、A点がB点の左側にある場合のみ、HLSの推論結果がIFSの外に出ることがあるとわかった。

推論結果がIFSの外に出るケースを3つのパターンに分けて分析した結果、一つのパターンでは統合値  $I_3 = I_1$ 、他は  $I_3 > I_1$  となった。以上より、HLSモデルは、IFS領域のデータに対してもIFSモデルより優位性を示すケースがあるといえる。

7. 将来の課題

これまでの研究[5]に加え、今回の分析で、IFS領域のデータに対してHLSモデルの考え方で矛盾領域を利用すると、より良い推論結果を得る可能性があることがわかった。今後、AがBの左下、右上、右下にあるような3つのパターンで $\sim A \vee B$ がIFSに収まらず矛盾領域に出る場合についてHLSモデルの優位性を実証するため、さらに詳細な分析を進めたい。

参考文献

[1]K. Atanassov: Intuitionistic Fuzzy Set Theory and Applications, Physica Verlag, pp.1-60, 1999  
 [2]小田：多次元多値論理の提案,日本経営工学会論文誌, Vol.49, No.3, pp.135-145, 1998  
 [3]向殿、菊池：ファジィ・インターバル論理の提案、日本ファジィ学会誌、Vol.2, No.2, pp.97-110, 1990  
 [4]小田、大庭、程、黄：FCR法とIntuitionistic Fuzzy Setの比較研究、ファジィシステムシンポジウム講演論文集、Vol.23, WC1-4, 2007  
 [5]黄、小田：拡張ファジィ論理における推論結果の比較-ATANASSOVのIFSモデルとHLSモデルの比較-、第44回日本経営システム学会全国研究発表大会講演論文集 pp74-75, 2010

連絡先

愛知工業大学 小田哲久

(Tel. :052-757-0810, E-mail:oda@aitech.ac.jp)

# Formalizing Constructive Discursive Logic

## 構成的議論論理の形式化

Seiki Akama      Tetsuya Murai  
 赤間世紀      村井哲也  
 C-Republic      北海道大学  
 Hokkaido University

**Abstract:** We propose constructive discursive logic, which is a constructive version of Jaskowski’s discursive logic. We give its proof and model theory. The proposed logic can be used to describe paraconsistent and non-monotonic reasoning.

## 1 Introduction

Jaskowski’s *discursive logic* (or *discussive logic*) is the first formal *paraconsistent logic* which is classified as a *non-adjunctive system*; see Jaskowski [6]. Discursive logic can be motivated by the nature of our ordinary discourse. That is, in a discourse, several *participants* exist and have some information, beliefs, and others.

In this regard, truth is formalized by means of the sum of opinions supplied by participants. Even if each participant has consistent information, some participant could be inconsistent with other participants.

This amounts to supposing that  $A \wedge \sim A$  does not hold while both  $A$  and  $\sim A$  do. This means that the so-called *adjunction*, i.e. from  $\vdash A, \vdash B$  to  $\vdash A \wedge B$  is invalid. Jaskowski modeled the idea founded on modal logic S5 and reached the discursive logic in which adjunction and *modus ponens* cannot hold. In addition, Jaskowski introduced discursive implication  $A \rightarrow_d B$  as  $\diamond A \rightarrow B$  satisfying *modus ponens*.

The aim of this paper is to provide a foundation for constructive discursive logic. All proofs of the results presented in this paper can be found in [1].

## 2 Jaskowski’s Discursive Logic

*Discursive Logic* was proposed by a Polish logician S.Jaskowski [6] in 1948. It was a formal system  $J$  satisfying the conditions: (a) from two contradictory propositions, it should not be possible to deduce any proposition; (b) most of the classical theses compatible with (a) should be valid; (c)  $J$  should have an

intuitive interpretation.

Such a calculus has, among others, the following intuitive properties remarked by Jaskowski himself: suppose that one desires to systematize in only one deductive system all theses defended in a discussion. In general, the participants do not confer the same meaning to some of the symbols.

One would have then as theses of a deductive system that formalize such a discussion, an assertion and its negation, so both are “true” since it has a variation in the sense given to the symbols.

Jaskowski’s  $D_2$  contains propositional formulas built from logical symbols of classical logic. In addition, possibility operator  $\diamond$  in S5 is added. Based on the possibility operator, three discursive logical symbols can be defined as follows:  $A \rightarrow_d B =_{def} \diamond A \rightarrow B$ ,  $A \wedge_d B =_{def} \diamond A \wedge B$ , and  $A \leftrightarrow_d B =_{def} (A \rightarrow_d B) \wedge_d (B \rightarrow_d A)$ .

Additionally, we can define discursive negation  $\neg_d A$  as  $A \rightarrow_d false$ . Jaskowski’s original formulation of  $D_2$  in [6] used the logical symbols:  $\rightarrow_d, \leftrightarrow_d, \vee, \wedge, \neg$ , and he later defined  $\wedge_d$  in [7].

The following axiomatization due to Kotas [8] has the following axioms and the rules of inference.

### Axioms

- (A1)  $\Box(A \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$
- (A2)  $\Box((A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)))$
- (A3)  $\Box((\neg A \rightarrow A) \rightarrow A)$
- (A4)  $\Box(\Box A \rightarrow A)$
- (A5)  $\Box(\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B))$
- (A6)  $\Box(\neg \Box A \rightarrow \Box \neg \Box A)$

### Rules of Inference

- (R1) substitution rule
- (R2)  $\Box A, \Box(A \rightarrow B)/\Box B$
- (R3)  $\Box A/\Box\Box A$
- (R4)  $\Box A/A$
- (R5)  $\neg\Box\neg\Box A/A$

### 3 Constructive Discursive Logic

Discursive logic is motivated by using the modal logic S5 to define discursive logical connectives which can formalize a non-adjunctive system. It can be seen as a paraconsistent logic, which does not satisfy *explosion* of the form:  $\{A, \neg A\} \models B$  for any  $A$  and  $B$ , where  $\models$  is a consequence relation. Say that a system is *trivial* iff all the formulas are provable. Paraconsistent logic can be used to formalize inconsistent but *non-trivial* systems.

A question arises. Most works on discursive logic utilize classical logic and S5 as a basis. However, we do not think that these are essential. For instance, an intuitionist hopes to have a discursive system in a constructive setting.

To make the idea formal, it is worth considering Nelson's constructive logic with strong negation  $N^-$  of Almkudad and Nelson [4]. In  $N^-$ ,  $\sim$  denotes *strong negation* satisfying the following axioms:

- (N1)  $\sim\sim A \leftrightarrow A$
- (N2)  $\sim(A \wedge B) \leftrightarrow (\sim A \vee \sim B)$
- (N3)  $\sim(A \vee B) \leftrightarrow (\sim A \wedge \sim B)$
- (N4)  $\sim(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge \sim B)$

and the axiomatization of the intuitionistic positive logic  $Int^+$  with *modus ponens* (MP), i.e.  $A, A \rightarrow B/B$  as the rule of inference.

Note here that  $N^-$  is paraconsistent in the sense that  $\sim(A \wedge \sim A)$  and  $(A \wedge \sim A) \rightarrow B$  do not hold. If we add (N0):  $(A \wedge \sim A) \rightarrow B$  to  $N^-$ , we have  $N$  of Nelson [9].

In  $N$ , *intuitionistic negation*  $\neg$  can be defined as follows:  $\neg A =_{def} A \rightarrow \sim A$ .

If we add the law of *excluded middle*:  $A \vee \sim A$  to  $N$ , the resulting system is classical logic.

Indeed,  $N^-$  is itself a paraconsistent logic, but can also be accommodated as a version of discursive logic.

Now, we introduce the *constructive discursive logic with strong negation*  $CDLSN$ . It diverges in two

ways from  $D_2$ : (1) it does not take classical logic as its starting point; and (2) it does not use the possibility operator  $\Diamond$  as a modality, but a negation with modal operators.

$CDLSN$  can be defined in two ways. One is to extend  $N^-$  with discursive negation  $\neg_d$ . The other is to weaken intuitionistic negation in  $N^-$ . We adopt the first approach.

Here, we fix the language of the logics which we use in this paper. The language of  $Int^+$  is defined as the set of propositional variables and logical symbols:  $\wedge$  (conjunction),  $\vee$  (disjunction) and  $\rightarrow$  (implication). The language of  $Int$  is the extension of that of  $Int^+$  with  $\neg$  (intuitionistic negation). The language of  $N^-$  is the extension of that of  $Int^+$  with  $\sim$  (strong negation). The language of  $CDLSN$  is the extension of  $N^-$  with  $\neg_d$  (discursive negation). Additionally, we use the logical constant *false* as the abbreviation of  $\sim(A \rightarrow A)$ .

We believe that  $CDLSN$  is (constructive) improvement of  $D_2$ . First,  $CDLSN$  uses  $Int^+$  rather than classical logic as the base. Second,  $CDLSN$  simulates modality in  $D_2$  by negations, although  $D_2$  needs the possibility operator.

$\neg_d$  is similar to  $\neg$ , but these are not equivalent. The motivation of introducing  $\neg_d$  is to interpret discursive negation as the negation used by an intuitionist in the discursive context. Unfortunately, intuitionistic negation is not a discursive negation. And we need to re-interpret it as  $\neg_d$ . Based on  $\neg_d$ , we can define  $\rightarrow_d$  and  $\wedge_d$ .

Discursive implication  $\rightarrow_d$  and discursive conjunction  $\wedge_d$  can be respectively introduced by definition as follows.

$$\begin{aligned} A \rightarrow_d B &=_{def} \neg_d A \vee B \\ A \wedge_d B &=_{def} \sim \neg_d A \wedge B \end{aligned}$$

Observe that  $A \rightarrow (\sim A \rightarrow B)$  is not a theorem in  $CDLSN$  while  $A \rightarrow (\neg_d A \rightarrow B)$  is a theorem in  $CDLSN$ . The axiomatization of  $CDLSN$  is that of  $N^-$  with the following three axioms.

- (CDLSN1)  $\neg_d A \rightarrow (A \rightarrow B)$
- (CDLSN2)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg_d B) \rightarrow \neg_d A)$
- (CDLSN3)  $A \rightarrow \sim \neg_d A$

Here, an explanation of these axioms may be in order. (CDLSN1) and (CDLSN2) describe basic prop-

erties of intuitionistic negation. By (CDLSN3), we show the connection of  $\sim$  and  $\neg_d$ . The intuitive interpretation of  $\sim \neg_d$  is like possibility under our semantics developed below.

$\neg_d$  is weaker than  $\neg$ . Vorob'ev [11] proposed a constructive logic having both strong and intuitionistic negation. It extends  $N$  with the following two axioms:

$$\begin{aligned} \sim \neg A &\leftrightarrow A \\ \sim A &\rightarrow \neg A, \text{ where } A \text{ is atomic} \end{aligned}$$

If we replace (CDLSN3) by the axiom of the form  $\sim \neg_d A \leftrightarrow A$  and add the axiom  $\sim A \rightarrow \neg_d A$ , then  $\neg_d$  agrees with  $\neg$ . Thus, it is not possible to identify  $\neg$  and  $\neg_d$  in our axiomatization.

We use  $\vdash A$  to mean that  $A$  is a theorem in  $CDLSN$ . Here, the notion of a proof is defined as usual. Let  $\Gamma = \{B_1, \dots, B_n\}$  be a set of formulas and  $A$  be a formula. Then,  $\Gamma \vdash A$  iff  $\vdash \Gamma \rightarrow A$ .

Notice that  $\neg_d$  has some similarities with  $\neg$ , as the following lemma indicates.

**Lemma 1** *The following formulas are provable in  $CDLSN$ .*

- (1)  $\vdash A \rightarrow \neg_d \neg_d A$
- (2)  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg_d B \rightarrow \neg_d A)$
- (3)  $\vdash (A \wedge \neg_d A) \rightarrow B$
- (4)  $\vdash \neg_d (A \wedge \neg_d A)$
- (5)  $\vdash (A \rightarrow \neg_d A) \rightarrow \neg_d A$

It should be, however, pointed out that the following formulas are not provable in  $CDLSN$ .

- $$\begin{aligned} &\not\vdash \sim (A \wedge \sim A) \\ &\not\vdash A \vee \sim A \\ &\not\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\sim B \rightarrow \sim A) \\ &\not\vdash \neg_d \neg_d A \rightarrow A \\ &\not\vdash A \vee \neg_d A \\ &\not\vdash (\neg_d A \rightarrow A) \rightarrow A \\ &\not\vdash \sim \neg_d A \rightarrow A \\ &\not\vdash A \rightarrow_d A \end{aligned}$$

## 4 Kripke Semantics

It is possible to give a Kripke semantics for  $CDLSN$  which is a discursive modification of that for  $N$  provided by Thomason [10] and Akama [2, 3].

Let  $PV$  be a set of propositional variables and  $p$  be a propositional variable, and  $For$  be a set of formulas. A  $CDLSN$ -model is a tuple  $\langle W, w_0, R, V \rangle$ ,

where  $W \neq \emptyset$  is a set of *worlds*,  $w_0 \in W$  satisfying  $\forall w(w_0 R w)$ ,  $R \subseteq W \times W$  is a reflexive and transitive relation, and  $V : PV \times W \rightarrow \{0, 1\}$  is a partial *valuation* satisfying that  $V(p, w) = 1$  and  $w R v \Rightarrow V(p, v) = 1$  and  $V(p, w) = 0$  and  $w R v \Rightarrow V(p, v) = 0$  for any formula  $p \in PV$  and  $w, v \in W$ . Here,  $V(p, w) = 1$  is read “ $p$  is true at  $w$ ” and  $V(p, w) = 0$  is read “ $p$  is false at  $w$ ”, respectively.

We can now extend  $V$  for any formula  $A, B$  in a tandem way as follows.

$$\begin{aligned} V(\sim A, w) &= 1 \text{ iff } V(A, w) = 0. \\ V(A \wedge B, w) &= 1 \text{ iff } V(A, w) = 1 \text{ and } V(B, w) = 1. \\ V(A \vee B, w) &= 1 \text{ iff } V(A, w) = 1 \text{ or } V(B, w) = 1 \\ V(A \rightarrow B, w) &= 1 \text{ iff } \forall v(w R v \text{ and } V(A, v) = 1 \\ &\quad \Rightarrow V(B, v) = 1) \\ V(\neg_d A, w) &= 1 \text{ iff } \forall v(w R v \Rightarrow V(A, v) = 0) \\ V(\sim A, w) &= 0 \text{ iff } V(A, w) = 1 \\ V(A \wedge B, w) &= 0 \text{ iff } V(A, w) = 0 \text{ or } V(B, w) = 0 \\ V(A \vee B, w) &= 0 \text{ iff } V(A, w) = 0 \text{ and } V(B, w) = 0 \\ V(A \rightarrow B, w) &= 0 \text{ iff } V(A, w) = 1 \text{ and } V(B, w) = 0 \\ V(\neg_d A, w) &= 0 \text{ iff } \exists v(w R v \text{ and } V(A, v) = 1) \end{aligned}$$

Additionally, we need the following condition:  $V(A \wedge \sim A, w) = 1$  for some  $A$  and some  $w$ , which is used to invalidate  $(A \wedge \sim A) \rightarrow B$ , and guarantees the paraconsistency of  $\sim$  in  $CDLSN$ .

Note that  $\sim \neg_d$  behaves as a modality. In this regard, we do not need to introduce a possibility operator into  $CDLSN$  as a primitive.

We say that  $A$  is *valid*, written  $\models A$ , iff  $V(A, w_0) = 1$  in all  $CDLSN$ -models. Let  $\Gamma = \{B_1, \dots, B_n\}$  be a set of formulas. Then, we say that  $\Gamma$  *entails*  $A$ , written  $\Gamma \models A$ , iff  $\Gamma \rightarrow A$  is valid.

**Lemma 2** *The following hold for any formula  $A$  which is not of the form  $\sim \neg_d B$ , and any worlds  $w, v \in W$ .*

$$\begin{aligned} V(A, w) = 1 \text{ and } w R v &\Rightarrow V(A, v) = 1, \\ V(A, w) = 0 \text{ and } w R v &\Rightarrow V(A, v) = 0. \end{aligned}$$

Lemma 2 does not hold for the formula of the form  $\sim \neg_d A$ . We think that the fact is intuitive because  $\sim \neg_d A$  behaves as possibility.

**Theorem 1 (soundness)**  $\vdash A \Rightarrow \models A$ .

Now, we give a completeness proof. We say that a set of formulas  $\Gamma^*$  is a *maximal non-trivial discursive*

theory (mntdt) iff (1)  $\Gamma^*$  is a theory, (2)  $\Gamma^*$  is *non-trivial*, i.e.  $\Gamma^* \not\vdash B$  for some  $B$ , (3)  $\Gamma^*$  is *maximal*, i.e.  $A \in \Gamma^*$  or  $A \notin \Gamma^*$ , (4)  $\Gamma^*$  is *discursive*, i.e.  $\neg_d A \notin \Gamma^*$  iff  $\sim \neg_d A \in \Gamma^*$ . Here, discursiveness is needed to capture the property of discursive negation.

**Lemma 3** For any mntdt  $\Gamma$  and any formula  $A, B$ , the following hold:

- (1)  $A \wedge B \in \Gamma$  iff  $A \in \Gamma$  and  $B \in \Gamma$
- (2)  $A \vee B \in \Gamma$  iff  $A \in \Gamma$  or  $B \in \Gamma$
- (3)  $A \rightarrow B \in \Gamma$  iff  $\forall \Delta (\Gamma \subseteq \Delta$  and  $A \in \Delta$   
 $\Rightarrow B \in \Delta)$
- (4)  $\neg_d A \in \Gamma$  iff  $\forall \Delta (\Gamma \subseteq \Delta \Rightarrow A \notin \Delta)$
- (5)  $\sim (A \wedge B) \in \Gamma$  iff  $\sim A \in \Gamma$  or  $\sim B \in \Gamma$
- (6)  $\sim (A \vee B) \in \Gamma$  iff  $\sim A \in \Gamma$  and  $\sim B \in \Gamma$
- (7)  $\sim (A \rightarrow B) \in \Gamma$  iff  $A \in \Gamma$  and  $\sim B \in \Gamma$
- (8)  $\sim \sim A \in \Gamma$  iff  $A \in \Gamma$
- (9)  $\sim \neg_d A \in \Gamma$  iff  $\exists \Delta (\Gamma \subseteq \Delta$  and  $A \in \Delta)$ .

Based on the maximal non-trivial discursive theory, we can define a canonical model  $(\Gamma, \subseteq, V)$  such that  $\Gamma$  is a mntdt,  $\subseteq$  is the subset relation, and  $V$  is a valuation satisfying the conditions that  $V(p, \Gamma) = 1$  iff  $p \in \Gamma$  and that  $V(p, \Gamma) = 0$  iff  $\sim p \in \Gamma$ .

**Lemma 4 (truth lemma)** For any mntdt  $\Gamma$  and any  $A$ , we have the following:

- $$V(A, \Gamma) = 1 \text{ iff } A \in \Gamma$$
- $$V(A, \Gamma) = 0 \text{ iff } \sim A \in \Gamma$$

**Theorem 2 (completeness)**  $\Gamma \models A \Rightarrow \Gamma \vdash A$ .

## 5 Concluding Remarks

We proposed a constructive version of discursive logic *CDLSN* with an axiomatization and semantics. Finally, we mention some applications of *CDLSN*, which will be explored elsewhere.

First, we can study a *multi-agent system* based on *CDLSN*. By using discursive logical symbols, we can deal with various inferences performed in a multi-agent system, which are inconsistent but non-trivial.

Second, in *CDLSN* it is possible to describe *non-monotonic reasoning*, in which new information can invalidate old theorems. For instance, a formula of the form:  $A \wedge \sim \neg_d B \rightarrow B$  can serve as the non-monotonic rule which reads “if  $A$  holds and  $B$  is constructively consistent, then  $B$  holds”.

Third, we could extend *CDLSN* with some intensional operators. For example, it will be interesting if knowledge and temporal operators are introduced into *CDLSN*.

## References

- [1] Akama, S., Abe, J.M. and Nakamatsu, K.: Constructive discursive logic with strong negation, to appear in *Logique et Analyse*.
- [2] Akama, S.: Constructive predicate logic with strong negation and model theory, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **29** (1988), pp.18-27.
- [3] Akama, S.: Subformula semantics for strong negation systems, *Journal of Philosophical Logic*, **19** (1990), pp.217-226.
- [4] Almkudad, A. and Nelson, D.: Constructible falsity and inexact predicates, *Journal of Symbolic Logic*, **49** (1984), pp. 231-233.
- [5] da Costa, N.C.A. and Dubikajtis, L.: On Jaskowski’s discursive logic, A.I. Arruda, N.C.A. da Costa and R. Chuaqui (eds.), *Non-Classical Logics, Model Theory and Computability*, pp.37-56, North-Holland, Amsterdam, 1977.
- [6] Jaskowski, S.: Propositional calculus for contradictory deductive systems (in Polish), *Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sectio A*, **1** (1948), pp. 55-77.
- [7] Jaskowski, S.: On the discursive conjunction in the propositional calculus for inconsistent deductive systems (in Polish), *Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sectio A*, **8** (1949), pp. 171-172.
- [8] Kotas, J.: The axiomatization of S. Jaskowski’s discursive logic, *Studia Logica*, **33** (1974), pp. 195-200.
- [9] Nelson, D.: Constructible falsity, *Journal of Symbolic Logic*, **14** (1949), pp. 16-26.
- [10] Thomason, R.H.: Semantical study of constructible falsity, *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, **15** (1969), pp. 247-257.
- [11] Vorob’ev, N.N.: A constructive propositional calculus with strong negation (in Russian), *Doklady Akademii Nauk SSSR*, **85** (1952), pp. 465-468.

連絡先

C-Republic

赤間世紀 (Seiki Akama)

E-mail: akama@jcom.home.ne.jp

北海道大学

村井哲也 (Tetsuya Murai)

E-mail: murahiko@main.ist.hokudai.ac.jp

# ラフ集合の近似概念と音楽コード進行

## Chord Progression in Music and Approximations in Rough Set Theory

村井 哲也  
Tetsuya Murai

生方 誠希  
Seiki Ubukata

工藤 康生  
Yasuo Kudo

赤間 世紀  
Seiki Akama

北海道大学  
Hokkaido University

室蘭工業大学  
Muroran Institute of Tech.

C-リパブリック  
C-Republic

**Abstract:** We present in this paper some basic consideration on how we can describe chord progression using approximations in rough set theory.

### 1. はじめに

近年，計算論的音楽理論が発展している(cf.[1]). 本稿ではラフ集合論(cf.[3])における近似の概念を使った音楽のコード進行に関する分析について基礎的考察を行う. これは同時に様相論理(cf.[2])による考察にもなっている.

### 2. 可能世界としてのコード

#### 2.1. 調性と可能世界限定

一般に，伝統的な和声学(cf.[4])では，和音を構成する音の高さも含めて，共通音がある場合やない場合などにおいてどう連結するか，詳細に論じられている. しかし，ここでは，第一段階として，音高は考慮せず，構成される音のオクターヴによる同値類だけを対象とする.

それらのオクターヴの違いを同一視した 12 音をそれぞれ原子命題と考えると，可能世界は和音を表すと考えられる. 例えば，ハ長調の主要三和音は次の表で表されるクリプキ・モデルの付値関数で表現できる.

表 1. 可能世界としての主要 3 和音

	D <sup>b</sup>	E <sup>b</sup>		G <sup>b</sup>	A <sup>b</sup>	B <sup>b</sup>						
	C	C <sup>#</sup>	D	D <sup>#</sup>	E	F	F <sup>#</sup>	G	G <sup>#</sup>	A	A <sup>#</sup>	B
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
G <sub>7</sub>	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1

長短 3 和音のコードを配置した五度圏図上では，調性の指定はコードを表す可能世界上の制約(可能世界限定)として表現できる. 例えば，右上の図 1 はハ長調による可能世界限定を表している.

以下では，コードの名称として，伝統的和声学[4]で使用する，個々の調性に相対的な表記 I, II, III, ... ではなく，ポップスにおけるコード記号(cf.[5])を，簡単のため，ハ長調(C major)のコードに限定して記述する.

例えば，ハ長調のスケール，すなわち，ピアノなど標準的キーボードの白鍵のみで構成される和音を考える. これらはダイアトニック・コードと呼ばれ，表 2 にある 7 つがあり，やはり可能世界から構成される. 図 2 で示すように，調性の指定が可能世界限

定を与えていることが分かる.

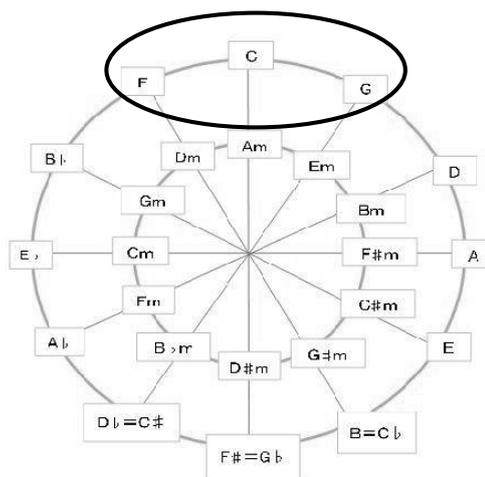


図 1. ハ長調の世界限定(主要三和音)

表 2. 可能世界としてのダイアトニック・コード

	C	C <sup>#</sup>	D	D <sup>#</sup>	E	F	F <sup>#</sup>	G	G <sup>#</sup>	A	A <sup>#</sup>	B
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
Dm	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
Em	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
F	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
G <sub>7</sub>	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
Am	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
Bm <sup>s</sup>	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1

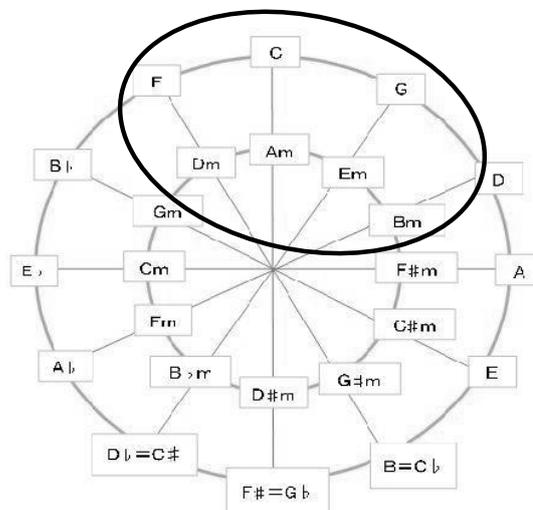


図 2. ハ長調の世界限定(ダイアトニック・コード)

## 2.2. 到達可能世界としての代理コード

図3に見るように、コードから到達可能な世界が代理コードであるとみなすことができる。

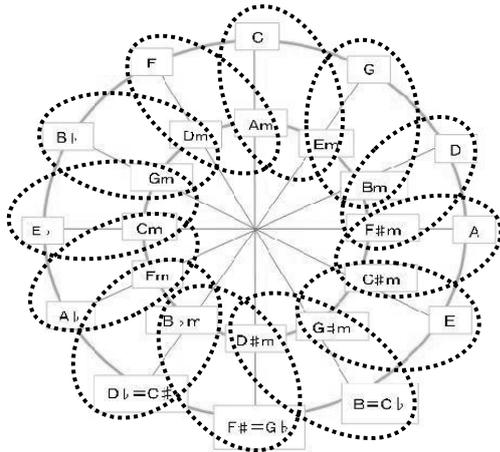


図3. 各長調から到達可能な世界(代理コード)

## 2.3. 調性の代理コードによる近似

前分節の到達可能関係を使って調性が与える可能世界限定に対して、ラフ集合[3]という近似を求めることができる。例えば、ハ長調の主要三和音について、代理コードによる到達可能関係の下では、図4にあるように、下近似はなく、上近似のみ存在する。

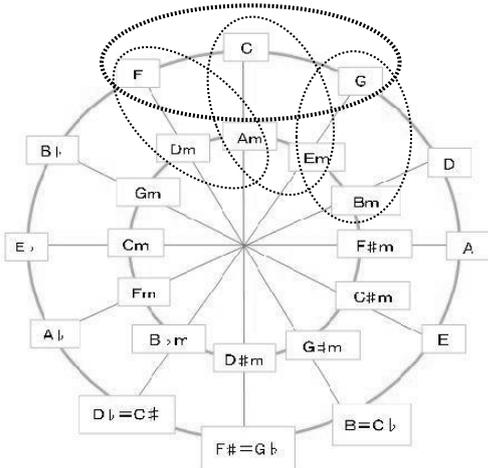


図4. ハ長調(主要三和音)の上近似

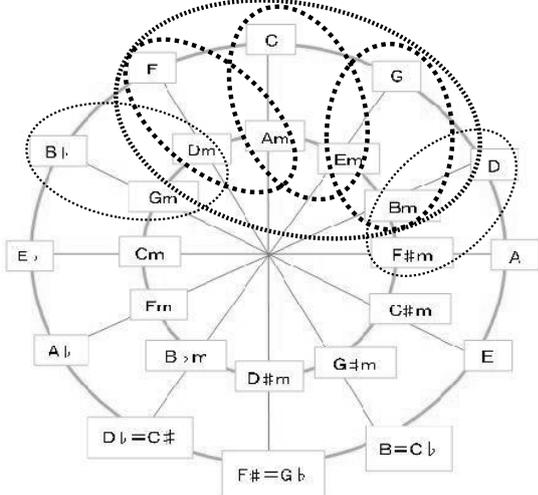


図5. ハ長調(ダイアトニックコード)の近似

ハ長調のダイアトニック・コードの場合は図5にあるように、下近似は世界限定と一致し、上近似をそれを含むコードの集合である：

## 3. コード進行とクリプキ・モデル

### 3.1. コード進行と世界間遷移

楽曲のコード進行は離散時間軸に沿ってコードとしての可能世界を渡り歩くプロセスとみなすことができる。実際、表3にあるように、コードを今度は原子命題をみなし、時点集合という上位の可能世界集合を考慮したクリプキ・モデルで記述することができる。

表3. コード進行と世界間遷移

	C	Dm	Em	F	G <sub>7</sub>	Am	Bm <sup>-5</sup>	...
1	1	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	1	0	0	0	
3	0	0	0	0	1	0	0	
4	1	0	0	0	0	0	0	
⋮								

五度圏図上では時間軸に沿った世界間遷移として理解できる。いくつかの例を示す(図6, 7)。

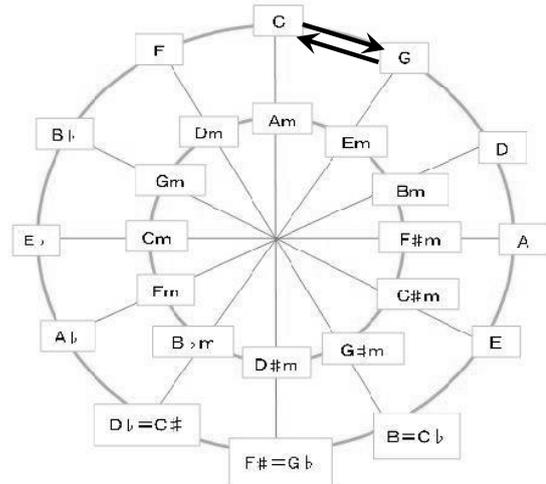


図6. C→G<sub>7</sub>→Cの世界間遷移

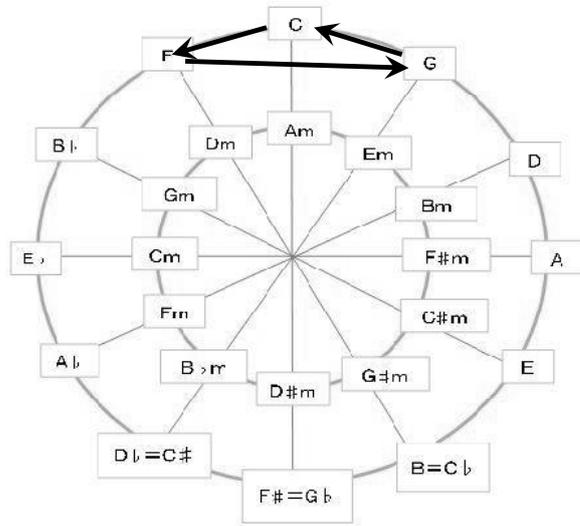


図7. C→F→G<sub>7</sub>→Cの世界間遷移

### 3.2. 近似と世界間の遷移

前節の近似と組み合わせると、一つの調性の枠で収まるコード進行、枠を超えるコード進行などを記述できる。例えば、図8に示す例は調性の枠内の標準的な世界間の遷移となっている。

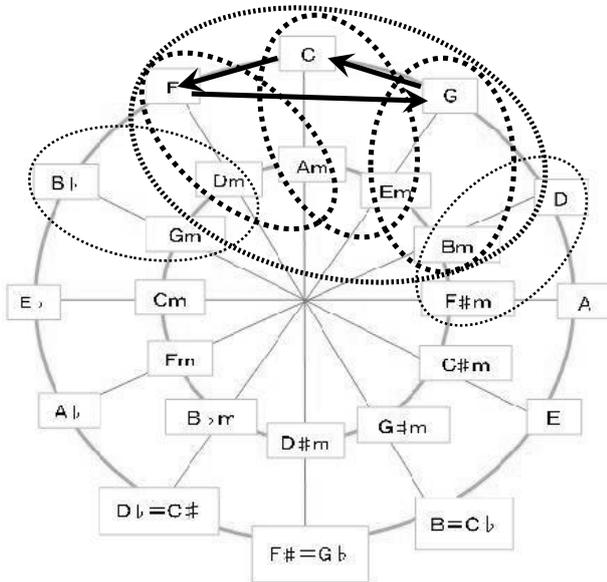


図8. C→F→G7→Cの世界間遷移

図9の例は代理コードを使って変化を与えている。しかしながら、まだ調性の枠内であることが理解できる。

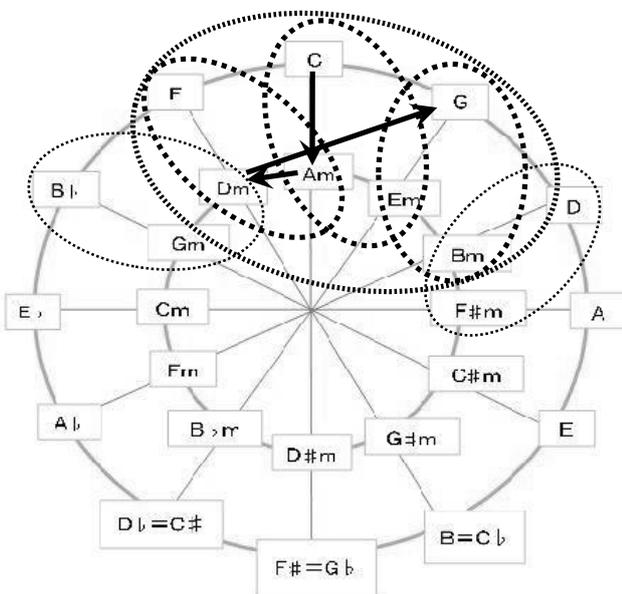


図9. C→Am→Dm→G7の世界間遷移

図10の例は、転調の要素を備えているため、調性の枠内(この場合、下近似でもある)を超えた遷移がある。しかし、最後のコードが上近似の範囲内にとどまっており、特に異常な転調ではないことが見てとれる。

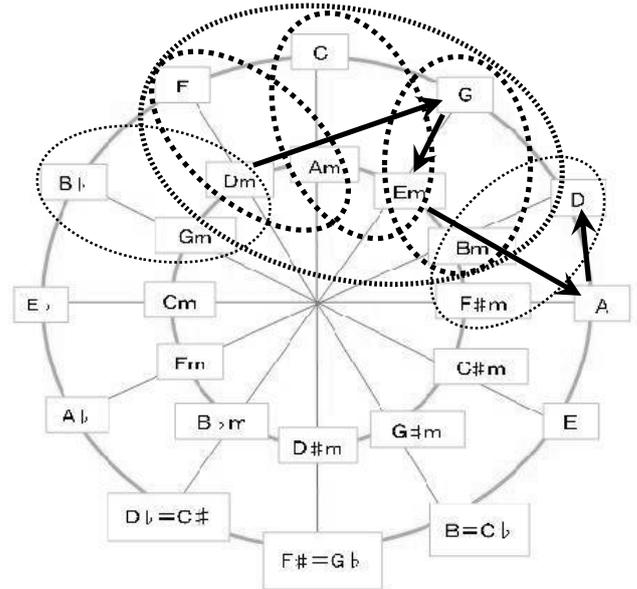


図10. Dm→G→Em→A7→Dの世界間遷移(転調)

### 4. コード進行と推論

コード進行は、各時点毎に音楽の文脈で形成される様相の下で得られる上近似または下近似から、次の時点のコード名を選ぶことで生成する意思決定過程として定式化できる可能性があり、その意思決定による選択はデダクションまたはアブダクションによる推論とみなすことができる(図11)。

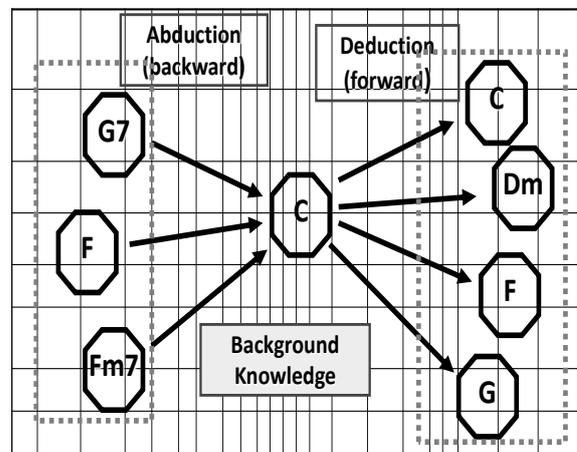


図11. 推論とコード進行

コード進行をデダクションなど推論としてみなすためには、公理群あるいは仮定集合に相当する基本的コード進行を設定する必要がある。本稿では、実際にその可能性を検討するために、コードの基本的進行に関して、今後の展開を踏まえた考察を行いたい。

和声学[4,5]では、コードの役割は、トニック(T)、および、ドミナント(D)、サブドミナント(SD)に分けられ、それぞれ、ハ長調ではC, G, Fである。その他のダイアトニック・コードも構成される音の同値類の共通性に基づいて、役割が与えられる。

C	T
Dm	SD
Em	T
F	SD
G <sub>7</sub>	D
Am	T
Bm <sup>5</sup>	D

T: 調性の確立  
D: トニックへの連結  
SD: ドミナントへの準備  
トニックへの連結

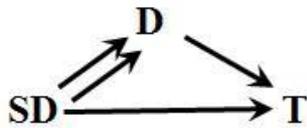


図 12. トニックとドミナント, サブドミナント

各ダイアトニック・コード間の共通音の数をカウントしたのが, 表 4 である.

表 4. ダイアトニック・コード間の共通音

	C	Dm	Em	F	G	Am	Bm <sup>5</sup>
C	3	0	2	1	1	2	0
Dm		3	0	2	1	1	2
Em			3	0	2	1	1
F				3	0	2	1
G <sub>7</sub>					3	0	2
Am						3	0
Bm <sup>5</sup>							3

この表に基づいて, 可能なコード進行を表したものが次の図 13 である.

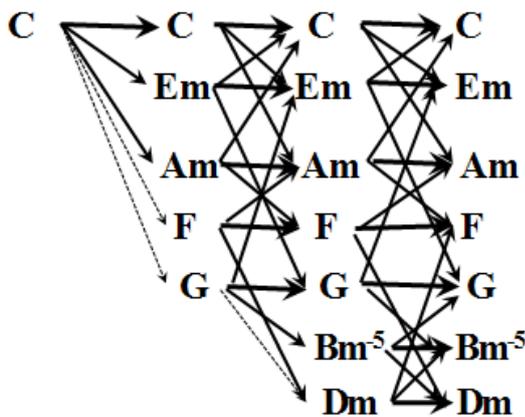


図 13. 共通音に基づく可能なコード進行

ここで, 太い線は共通音 3 (それ自身), 通常の線が 2, 破線が 1 である. これの進行が推論のベースとなる公理群あるいは仮定集合に相当する. 図中の各コードに代理コードに基づく上近似が設定され, コード進行の多様性が獲得される.

もちろん, 三和音だけでは, 音楽の表現の幅が限定されるし, ノンダイアトニック・コードを使うことも 20 世紀以降あたりまえとなった. 例えば, 増四度の解決は通常, G<sub>7</sub>-C か, Bm<sup>7</sup>-5-C が順当だが, ノンダイアトニック・コードを使えば, D<sup>b</sup><sub>7</sub>-C も可能となる.

表 5. トライコードの解決

	C	C <sup>#</sup>	D	D <sup>#</sup>	E	F	F <sup>#</sup>	G	G <sup>#</sup>	A	A <sup>#</sup>	B
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
G <sub>7</sub>	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
Bm <sup>7</sup> -5	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1
D <sup>b</sup> <sub>7</sub>	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
C	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0

例えば, コード C-B<sup>b</sup><sub>m</sub> は共通音がないが, しかし, 後者のテンション 9th が C であるから, そこに共通音が見いだせる: C-B<sup>b</sup><sub>m</sub><sup>9</sup>.

表 6. テンションによるコード進行

	C	C <sup>#</sup>	D	D <sup>#</sup>	E	F	F <sup>#</sup>	G	G <sup>#</sup>	A	A <sup>#</sup>	B
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B <sup>b</sup> <sub>m</sub>	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
B <sup>b</sup> <sub>m</sub> <sup>9</sup>	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0

## 5. おわりに

今後の課題としては, コードの解説本などによく登場する「感性語」-「コード」の対応をどうコード進行に生かすか, がある. すなわち, 感性語を与える近似(世界限定)をコード進行生成に利用できるかどうかである. また, 粒状計算の立場から, コード進行からの粒状化, ローカル構造からグローバル構造への変化の記述, 逆に, グローバル構造からの詳細化などが検討課題である.

## 文献

- [1] 平田圭二, 東条敏, 浜中雅敏, 平賀譲 (2008): 道しるべ: 計算の視点から音楽の構造を眺めてみると(連載). 情報処理 Vol.49, No.7-11.
- [2] Z.Pawlak (1991), Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data, Kluwer Academic Publishers.
- [3] B.F.Chellas (1980), Modal Logic: an Introduction. Cambridge University Press.
- [4] 池本武 (1980): 和声学の学び方. 全音楽譜出版社.
- [5] 北川佑 (2004): ポピュラー音楽理論 改訂版. リットーミュージック.

## 連絡先

村井 哲也  
(E-mail: murahiko@main.ist.hokudai.ac.jp)

# 三段論法を有する論理と含意断片論理の対応について

A Correspondence between Logical Systems with Syllogism  
and Implication Fragment Logics

小田 智也                      河口 万由香                      宮腰 政明  
Tomoya Oda                      Mayuka F. Kawaguchi                      Masaaki Miyakoshi  
北海道大学                      北海道大学                      北海道大学  
Hokkaido University                      Hokkaido University                      Hokkaido University

## Abstract:

This research work treats a logical algebra with syllogism from the viewpoint of implication fragment logics. The framework of implication fragment logics has been generated in the researches on formal systems of several propositional logics. On the other hand, the algebra P has been introduced as the weakest logical algebra equipped with syllogism. In this report, the authors try to specify an implication fragment logic corresponding to the algebra P.

## 1 序論

命題論理の形式体系に関する研究の中で発生した論理の一つとして含意断片論理が存在する。含意断片論理は一般的な論理記号“ $\vee$ ”，“ $\wedge$ ”，“ $\perp$ ”を用いず，含意「ならば」を表す論理記号“ $\supset$ ”のみを有する形式体系である。

Iseki et al. [3] によって提案された BCK 代数は，集合論における差集合演算と論理における含意演算の共通かつ必要不可欠な性質を抽象化した代数であり，含意断片論理の一つである BCK 論理に対応するとされている。

小池 [1][2] は，三段論法を有する論理代数の中で最も条件の弱い体系として代数系 P を提案した。代数系 P は BCK 代数の公理を緩和して定義されている。したがって，代数系 P に対応する論理として，BCK 論理よりも弱い含意断片論理が存在すると予想される。

本研究では，代数系 P に対応する含意断片論理を特定することを目的とする。2 節において含意断片論理の基本構成や各公理の関係を概観し，3 節では BCK 代数の公理や代数式を含意断片論理における論理式に対応させる。4 節においては，代数系 P の公理や代数式の中から含意断片論理の公理に対応するものを抽出することにより，代数系 P に対応する含意断片論理を特定する。

## 2 含意断片論理

含意断片論理とは，含意「ならば」を表す論理記号“ $\supset$ ”のみに関する公理とただ一つの推論規則で定義

される論理体系である。

すなわち，含意断片論理の定義は以下の要素からなる。

- ・ 論理記号“ $\supset$ ”のみに関するいくつかの公理
- ・ 推論規則 MP(modus ponens)

$$\frac{\alpha \supset \beta \quad \alpha}{\beta}$$

公理には以下のようなものがある。

- B :  $(\beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma$
- B' :  $(\alpha \supset \beta) \supset (\beta \supset \gamma) \supset \alpha \supset \gamma$
- C :  $(\alpha \supset \beta \supset \gamma) \supset \beta \supset \alpha \supset \gamma$
- K :  $\alpha \supset \beta \supset \alpha$
- I :  $\alpha \supset \alpha$
- P :  $((\alpha \supset \beta) \supset \alpha) \supset \alpha$
- W :  $(\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \beta$
- S :  $(\alpha \supset \beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma$

ただし，公理も含めて論理式を記述する際は，括弧が省略され，以下のように右側から補うものとする。

$$\alpha \supset \beta \supset \gamma \equiv (\alpha \supset (\beta \supset \gamma))$$

また，上記の公理を組み合わせることにより，種々の含意断片論理が定義され，公理のラベルを羅列して各々の論理が命名される。例えば，三つの公理 B, C, K とただ一つの推論規則 MP とをもつ論理は BCK 論理と呼ばれる。

このようにして得られた論理で証明できる論理式の集合の包含関係を図示すると図 1 のようになる。

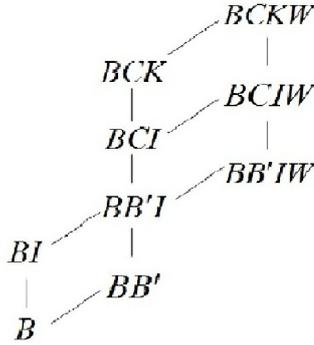


図 1: 各論理で証明できる論理式の集合の包含関係

含意断片論理は論理的推論として一般的な三段論法を表す公理 B を基として構成されている。

推論規則 MP を用いて，以下の関係が証明できる。(すなわち証明図が書ける)

$$\begin{aligned} I &\equiv CKK \\ B &\equiv B'C \\ B' &\equiv BC \\ S &\equiv B(BW)(BBC) \end{aligned}$$

$I \equiv CKK$  の証明図.

$$\frac{\frac{C : r_1 \supset r_0 \supset \alpha \supset \alpha \quad K : r_1}{CK : r_0 \supset \alpha \supset \alpha} \quad K : r_0}{CKK : \alpha \supset \alpha}$$

ただし，

$$r_0 \equiv \alpha \supset \beta \supset \alpha .$$

$$r_1 \equiv \alpha \supset r_0 \supset \alpha \quad \square$$

I は C と K を用いることにより証明可能なので，図 1 における C と K を持つ論理は I を内包している。また，同様に B と C を持つ論理は B' を内包し，B' と C を持つ論理は B を内包している。

しかし，C は B と B' からは導出できないので，例えば BB'I 論理で証明できる論理式は BCI 論理ですべて証明できるが，逆は正しくない。

上述の論理式において論理記号“ $\supset$ ”を代数演算子“ $\rightarrow$ ”と対応させることにより，論理式に対応する

代数式表現をとることができる。さらに論理式が証明可能であるならば，対応する代数式の演算結果は常に 1 である (すなわちトートロジーである)。ここで 1 とは，付値の真に対応する代数の要素である。

例えば，公理 B は以下のような代数式 (B) に対応付けられる。

$$\begin{aligned} B : & (\beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma \\ \Leftrightarrow (B) & (y \rightarrow z) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)) = 1 \end{aligned}$$

### 3 BCK 代数

古典集合論における差集合に関するいくつかの関係のうち，以下の単純かつ有用な関係がある。

$$\begin{aligned} (A - B) - (A - C) &\subseteq C - B \\ A - (A - B) &\subseteq B \end{aligned}$$

これらの関係は，命題論理における以下の式にそれぞれ相当する。

$$\begin{aligned} (p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)) \\ p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q) \end{aligned}$$

Iseki et al.[3] は集合論における差集合と命題論理における含意演算の共通の関係を解明するために，BCK 代数と呼ばれる代数系を導入した。

BCK 代数の原型は差集合演算の概念によって記述されているが，本研究では，論理系との対応を取るために BCK 代数の定義を含意演算の概念によって記述する。

定義 3 . 代数系  $(B; \rightarrow, 1)$  が  $\forall x, y, z \in B$  に対して以下の条件を満足するとき，BCK 代数と呼ばれる。

$$(B-i) \quad (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) = 1$$

$$(B-ii) \quad x \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow y) = 1$$

$$(B-iii) \quad x \rightarrow x = 1$$

$$(B-iv) \quad x \rightarrow 1 = 1$$

$$(B-v) \quad x \rightarrow y = y \rightarrow x = 1 \Rightarrow x = y$$

また，二項関係  $\leq$  を以下で定義する。

$$(B-vi) \quad x \leq y \Leftrightarrow x \rightarrow y = 1$$

このとき， $(B; \leq, 1)$  は最大元 1 をもつ半順序集合である。

すなわち，(B-iii) から反射律，(B-v) から反対称律，(B-i) と (B-iv) から推移律が導かれる。

ただし, (B-v), (B-vi) における“ $\Rightarrow$ ”, “ $\Leftrightarrow$ ”は二項演算子ではなく, それぞれ“if then”, “if and only if”を意味するメタ記号である.

定義 4. BCK 代数  $B$  において, 任意の要素  $x, y \in B$  に対して,  $x \leq y \rightarrow z$  を満足する  $z \in B$  の最小値が存在するとする. このとき BCK 代数  $B$  は条件 (S) を満足するといひ,  $z$  の最小値を  $x \circ y$  で表す.

条件 (S) は含意演算子“ $\rightarrow$ ”に対し, 連言演算子“ $\circ$ ”を与えるものである. また, 条件 (S) により, 演算“ $\rightarrow$ ”と“ $\circ$ ”の間には以下に示す随伴性が成立する.

$$x \leq y \rightarrow z \Leftrightarrow x \circ y \leq z$$

BCK 代数の定義 3 から以下の定理が導かれる.

定理 4. BCK 代数  $B$  において, 以下が成り立つことを公理 (B-ii) を用いずに証明できる.

$$(B-1) \quad x \rightarrow y = 1 \Rightarrow (y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z) = 1$$

$$(B-2) \quad x \rightarrow y = 1, y \rightarrow z = 1 \Rightarrow x \rightarrow z = 1$$

定理 5. BCK 代数  $B$  において, 以下が成り立つ.

$$(B-3) \quad x \rightarrow (y \rightarrow z) = y \rightarrow (x \rightarrow z)$$

$$(B-4) \quad x \rightarrow (y \rightarrow z) = 1 \Rightarrow y \rightarrow (x \rightarrow z) = 1$$

$$(B-5) \quad x \rightarrow y = 1 \Rightarrow (z \rightarrow x) \rightarrow (z \rightarrow y) = 1$$

$$(B-6) \quad x \rightarrow (y \rightarrow x) = 1$$

$$(B-7) \quad 1 \rightarrow x = x$$

定理 6. BCK 代数において以下の代数式が成立する.

$$(B') \quad (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) = 1$$

$$(C) \quad (x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (y \rightarrow (x \rightarrow z)) = 1$$

$$(K) \quad x \rightarrow (y \rightarrow x) = 1$$

$$(B) \quad (y \rightarrow z) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)) = 1$$

$$(I) \quad x \rightarrow x = 1$$

この代数式表現から論理式への対応を考えると, BCK 代数に対応する論理は  $B', C, K, B, I$  を公理として持つ論理であることがわかる. しかし, すでに定理 1 において  $B' \equiv BC, I \equiv CKK$  であることがわかっているので, 本質的な公理は  $B, C, K$  である. 以上のことから BCK 代数に対応する論理は BCK 論理であ

ることがわかる.

## 4 代数系 P

### 4.1 代数系 P の定義と基本的性質

三段論法を保持しながらも BCK 代数の条件を緩和した代数系の提案が小池 [1][2] によってなされた. BCK 代数と代数系 P との定義の変更点は以下の通りである.

- 公理 (B-i) の変更 ((B') を (B) に置き換える)
- 公理 (B-ii) を除去
- 性質 (B-1) の追加

以上の点を踏まえ, 代数系 P の定義は以下のように与えられる.

定義 5. 代数系  $P(P; \rightarrow, 1)$  は,  $\forall x, y, z \in P$  に対して以下の条件を満足する.

$$(B-i)' \quad (y \rightarrow z) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)) = 1$$

$$(B-iii) \quad x \rightarrow x = 1$$

$$(B-iv) \quad x \rightarrow 1 = 1$$

$$(B-v) \quad x \rightarrow y = y \rightarrow x = 1 \Rightarrow x = y$$

$$(B-1) \quad x \rightarrow y = 1 \Rightarrow (y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z) = 1$$

また, 二項関係  $\leq$  を以下で定義する.

$$(B-vi) \quad x \leq y \Leftrightarrow x \rightarrow y = 1$$

このとき,  $(P; \leq, 1)$  は最大元 1 をもつ半順序集合である.

(B-1) は集合論, 命題論理における以下の関係に相当する.

$$A \subseteq B \Rightarrow C - A \subseteq C - B$$

$$x \leq y \Rightarrow y \rightarrow z \leq x \rightarrow z$$

これらは集合論, 命題論理それぞれにおいて自然かつ妥当な性質であり, また, (B-ii) を除去した代数系に性質 (B-1) を付加しても公理 (B-ii) は導出されず, 独立に扱える性質である.

また, BCK 代数における公理 (B-ii) は代数式 (C) を導出し, BCK 代数が可換性をもつことを特徴付けている. このことから, 代数系 P は公理 (B-ii) を除去することにより, 非可換な代数系となっている.

定理 7. 代数系 P において, 以下の性質が成り立つ.

$$(P-1) \quad x \leq y \Rightarrow (z \rightarrow x) \rightarrow (z \rightarrow y) = 1$$

$$(P-2) \quad x \leq y, y \leq z \Rightarrow x \leq z$$

ここで, 代数系 P の公理および成り立つ式を数学的意味や役割に基づいて分類を行う.

- (B-i)'  $\rightarrow$  三段論法
  - (B-1)'  $\rightarrow$  含意演算における単調減少性
  - (P-1)  $\rightarrow$  含意演算における単調増加性
  - (B-iii)'  $\rightarrow$  反射律
  - (B-v)'  $\rightarrow$  反対称律
  - (P-2)  $\rightarrow$  推移律
  - (B-iv)'  $\rightarrow$  最大元の存在
- } 半順序集合の定義

#### 4.2 代数系 P の論理系への対応

本小節では, 本研究の目的である代数系 P に対応する含意断片論理を特定する. そのために, 代数系 P の公理や代数式の中から含意断片論理の公理に対応する式を抽出する.

定理 8. 代数系 P において以下の代数式が成り立つ.

$$(B) \quad (y \rightarrow z) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)) = 1$$

$$(I) \quad x \rightarrow x = 1$$

代数系 P は BCK 代数の可換性 (C) を導く (B-ii) を除去した代数系であるため, 代数系 P に対応される論理は証明可能な論理式の集合として BCK 論理と包含関係にある.

また, 代数系 P に対応する論理は論理式 B,I を公理として持つことは定理 8 より明らかである.

さらに, 代数系 P において成り立つ式は三段論法, 含意演算として必要な単調性, 半順序集合の定義のみである. 以上のことから, 代数系 P に対応される論理は含意断片論理の枠組みにおいては BI 論理に相当すると予想される.

#### 4.3 条件 (S) を持つ代数系 P

BCK 代数において設定された定義 4 の条件 (S) は, 代数系 P にも同様に適用することができる.

定理 9. 条件 (S) を持つ代数系 P において, 以下の代数式が成り立つ.

$$(K) \quad x \rightarrow (y \rightarrow x) = 1$$

条件 (S) は先に述べたように代数系 P に連言演算の概念を導入するものである. これにより, 含意断片論理の枠組みで論じることはできないが, その公理に対応する代数式を抽出すると, 条件 (S) を持つ代数系 P に対応する論理において論理式 B, I, K が成り立つ. 以上のことから, 条件 (S) を持つ場合, 論理式 B, I, K を公理として持つ BIK 論理に相当すると予想される.

BIK 論理は図 1 において, BI 論理, BCK 論理と包含関係にあり, BB'I 論理, BCI 論理と包含関係にない含意断片論理の一つである.

## 5 まとめ

本研究では, 三段論法を満足する代数系 P を分析し, 代数系 P に対応する論理について含意断片論理の枠組みでの位置づけを明らかにした. また, 連言演算を定義した場合についても同様の分析を行い, 位置づけを明らかにした.

今後の課題として, 代数系 P に対応する論理と BI 論理が一致することの証明を残しており, BI 代数とその性質について明確にする必要がある.

## 参考文献

- [1] 小池 寧: 三段論法を満足するファジィ論理の代数系に関する研究, 北海道大学 大学院情報科学研究科 修士論文 (2010).
- [2] 小池 寧, 河口 万由香, 宮腰 政明: BCK-代数に対応するファジィ論理に関する一考察, 第 23 回多値論理とその応用研究会 技術研究報告, MVL10-11(2010)pp.61-65.
- [3] K.Iseki and S.Tanaka: An introduction to the theory of BCK-algebras, *Math. Japonica* 23, No.1(1978)pp.1-26.
- [4] 小森 雄一, 小野 寛晰: 現代数理論理学序説, 日本評論社 (2010).
- [5] 小野 寛晰: 情報科学における論理, 日本評論社 (1994).
- [6] 小森 雄一: BCK 代数と BCI 代数の語の問題, 数理解析研究所講究録, 786 巻 (1992)pp.27-31.

## 連絡先

河口 万由香

北海道大学 大学院情報科学研究科 CS 専攻

E-mail: mayuka@main.ist.hokudai.ac.jp

## 感性纏覧と教育の課題について

### Forsight Kansei(Kansei Tenran) and about the problem of the Japanese Education

中島 洋一

Yoichi Nakajima

滝川市立明苑中学校

Takikawa Meien municipal junior high school

**Abstract:** Reason is included by the Kansei. Maintenance must be difficult man's vital activity without the Kansei. The Kansei Tenran explains the side that is an autonomous vital activity to which the Kansei does the growth development.

#### 1. はじめに

カントは著書「純粋理性批判」の中において、感性を理性の下におき、感性を理性に従わせるものとして説明している。しかし、近年の感性研究によれば、理性こそが感性に含まれる下位概念もしくは後天的に獲得される能力として説明され、その基本的な概念構造が根本的に書き換えられようとしている。

人間は生まれた時にすでに本能と感性の働きによって生かされている。本能による生命維持の機能と外界情報を受感し活動する機能である。本拙稿においては、外界情報を受感し活動する機能について「感性纏覧」と呼び表し、具体的な事例によってこの概念の説明を試みている。また、感性纏覧は教育活動における「陶冶」と「発達」の概念に類似しており、感性自体が自律的可塑的な性質能力を持っていることを予見する。感性纏覧の概念構築は未完成のため、本拙稿においてはその1つの事例のみ紹介し、全容については別の機会に述べることとし、多くの忌憚のない御指摘を賜りたいと思う。

#### 2. 感性の発見

感性を見つけるとはおかしな事を言い出すと思われるかも知れない。そもそも科学的に感性を取り出して、説明しようということ自体、科学的ではない。

一般に対象を分析し、記述し、そこにある法則を発見し、このことによって事実を説明し、そこから演繹して普遍妥当な統一的知識を組織することを科学という。ならば、感性という事象は人間の内部に存在すると考えられることから、これを取り出して客観的記述によって表すことは不可能である。

もしも感性を扱う学問が社会科学や原初の心理学のように対象の具体的全一的な生ける姿を捉えることが目的となる科学の場合、この科学は事象の概念をノルム（規範）の樹立によって行うこととなる。ノルムとは当為（理想）の法則であり、「べきの法則」である。このことから、倫理学や美学はこれらの典型的な学問だと言えよう。また、もう一つの側面として感性を扱う学問が客観的記述できないものでありながら、それをとりあえず「あるものとして仮定」した上、実際に活用した結果、現実の様々な現象をうまく説明できることから、帰納法的に感性は「あるに違いない」と信じられている概念でもある。

では感性は人間の体内にいつから存在し、それはどのように振る舞っているのでしょうか。多くの医

学書によれば、生まれたばかりの人間の赤ん坊は目が開いても外界がまだ見えていないと報告している。そして、眼球が対象を追いかけるようになるのは生後数時間を経過するころからだという。ではそれ以前に感性は機能しているのだろうか。医学的見地から新生児は胎児の時にすでに母体を通して体外音や母親の心音を聞いている。また、羊水の臭いを嗅ぎ、皮膚感覚を持っていると考えられている。つまり、基本的な感覚器による感覚はすでに準備され、機能が始まっているのである。視覚は生後、外界の光を認識するまでの数時間機能していないが、それもやがて機能し始め、徐々に外界認知をし始める。大脳はすでに人間の中心的な知覚機能を働かせていると考えられる。新生児が彼の人生で一番最初に見るものはおそらくほとんどの場合、彼の母親の顔であろう。生理的早産である彼の生命維持を助け育て続ける母親の顔を認識することは生きるために必要不可欠の行為であり、まさにこの時、体内にある自分の感性を見つけ出していると考えるのである。

纏覧というのは、「纏う」「見つめる」という働き、「見せる」「わからせる」という働きの両方を含む造語であるが、感性の最初の働きの様子を説明するとともに、その後の成長発達を調整支援する基本的な機能概念である。

#### 3. 陶冶と感性纏覧

教育は学問である以上科学的な側面、客観的事実に基づく合理的説明を要求される側面を持つ。その一方において、教育はその時代・地域・社会において、価値や理想を基盤として成り立つ当為的性質を持った営みであることも事実である。それはこの世に自然に「在るもの」ではなく人間によって「在るべきもの」として要請されなければならないものである。従ってその法則は「在る」の自然必然的な法則ではなく、事実を規制するところのノルムでなくてはならない。

感性が自己形成力を持っているかという問いと、教育によって人間が発達成長し、その人格が生まれた国における民族性・伝統文化・生活一般の諸能力を獲得するかという問いは直接的な関係を認めにくい。一般に教育は他者（外界）からの言葉かけ（働きかけ）によって、それを認識・習得した学習者側の行動変容であるとされる。ヘルバルトやシュプラングルによれば、教育的働きかけによる学習者の行動変容を「陶冶」という。また

「陶冶性」とは陶冶を可能にする性質や能力のことである。それらの性質や能力の根本が感性の働きにあると仮定するとき、陶冶と感性纏覧は密接な関係にあると考えざるを得ないのである。

#### 4. 陶冶過程を感性機能で説明する

～中学生に美術科でデッサンを指導する場面～

ある静物モチーフをそのまま生徒に提示し、それを与えられた画用紙に描くよう指示する。

すると多くの生徒の反応は「難しそうだ」「上手く描けないかも知れない」「上手くできるか不安」という気持ちが現れる。

不安を感じる心理は、未来予測が不能である場面で極大化し、次の行動ができないストレスを感じている状態である。

そこで教師は、支援策として静物モチーフの2次元化したイメージ(写真など)を生徒に配布してこれをトレース(複写)するよう指示する。各自考えて自席を立て、窓で透かして写し取るなど工夫してよいと指示を与えると、できるだけ正確に写そうとする行為が始まる。教師の支援は生徒の不安を和らげ、学習行動を助長している。

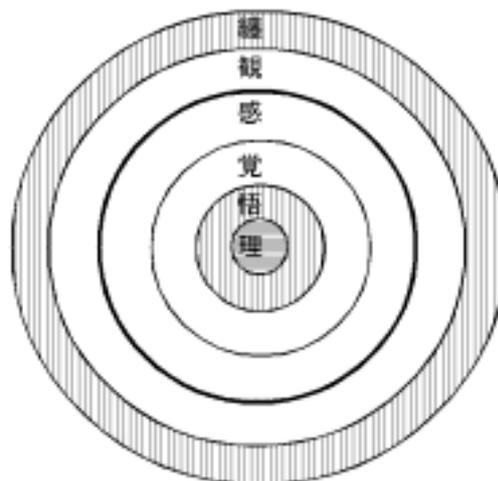
静物モチーフの「形」を正確にトレースし終わると、次の不安が生徒を支配し始める。「色(濃淡)」を上手くつける作業である。デッサンは輪郭だけでは完成しない。そこで技法を教える必要が生じる。教師は画材や絵の具どのように扱うとどう変化するのかを教える。生徒は教えの通り画用紙に試し、確かめていく。先ほどのトレースよりも少しだけ難易度が高い課題である。再び慎重に作業を始め。徐々に「色(濃淡)」をつける作業が進んでいき、やがてバランスの取れた濃淡の表現に至る。鉛筆デッサンは基本的な絵画表現の一つであり、丁寧に何度も体を使って覚えていくべき、身体的な知識である。この指導過程はそのまま陶冶過程である。生徒の感性は目の前の静物モチーフをどのように画用紙に再現できるのかを確かめ、自らの表現を認知し、1つ1つ安心できる時「GOサイン」を出しながら作業を進めていくのである。感性機能としては、外界の感受=静物モチーフの受け止め、静物モチーフの形状再現=トレース可能かどうかの判断、トレース後に着色作業の難易の度合い=鉛筆の技法習得訓練の要請……。感受しているものは自分の表現した作品であるが、これによって不安と葛藤を本人に知らせてくる働きが感性である。

一方、教育的配慮により、  
、  
をかみ砕いてわかりやすく説明した上、生徒に与えることで、不安は解消していく。生徒の感性は正しく機能し、それに対して教師の働きかけは、感性の機能をコントロールして、より高次の認識へ至るよう認知機能を支援するのである。陶冶によって学習者が行動変容するのは、学習者の感性を高機能化する過程だとも言えそうである。

#### 5. 教育における感性纏覧の展望

～心は教育できるか～

以前、宮武氏に教えられ、感性評価という概念を作り出して実践していた時、教師の持っている直感を支援するシステムとして感性評価を活用することがよいのではないかと考えていた。感性評価は今や様々な部面で活用される工学的ツールである。しかしながら、この学問の哲学的なメトードを構築せずに、運用面のみ拡張していてもやがて衰退する時が必ずくるのではないかと考え、感性纏覧の考えに至ったのである。昨今教育界では「心の教育」が叫ばれているが、実際に心を教育することができるかどうか分からない。しかし、教師の教育力によって人を動かすことはできる。教育によって行動変容した学習者は心も変わると考えるのである。本拙稿では感性纏覧は知覚感覚を包含し、さらにその中に悟性、理性を包含する構造を持ち、悟性・理性が人間以外の生命においては発現しないことも考えている。(下図参照)これらの概念構築について多くの先生方のご意見を頂ければ幸いである。



感性和理性の包含関係図

纏覧 > 直観 > 感受 > 感覚知覚 > 五感知覚 > 悟性 > 理性

#### 参考文献

- [1] 日本教育学原義, 渡部征盛, 昭和十三年 啓文社
- [2] 現代の認知心理学1 知覚と感性 三浦佳世編  
平成二十二年 北大路書房
- [3] ゆとり教育から個性浪費社会へ 岩木秀夫  
平成十六年 ちくま書房
- [4] 教育活動における感性の相互作用について,  
中島洋一, 平成二十二年五月, 日本感性教育学会

#### 連絡先

滝川市立明苑中学校 中島 洋一  
Tel.:0125-24-5895(自宅)  
E-mail:newton\_nkj4111@yahoo.co.jp

## SOM によるファジィ温度制御における簡易型パラメータの決定 Compact Method for Determination of Parameters of Fuzzy Control System in Temperature Controller by using SOM

**松田 充夫**  
Nobuo MATSUDA  
大島商船高専  
Oshima College of Maritime  
Technology

**但馬 文昭**  
Fumiaki TAJIMA  
横浜国大  
Yokohama National  
University

**宮武 直樹**  
Naoki MIYATAKE  
千葉科学大学  
Chiba Institute of Science

**Abstract:** We propose a compact method for determination of parameters of fuzzy control system in temperature controller by using the SOM. The controlled system was analogically approximated with an electronic circuit RLC and the behavior of the circuit was simulated with mathematical technique. The indexes of the circuit performance were mapped on a SOM map and optimal parameters were selected and estimated from the map.

**Key Words:** Fuzzy control, Self-Organizing Map, Determination of Membership function, Temperature controller.

### 1. はじめに

温度制御は、製造装置や企業設備で最も登場する基本的な制御である。しかし最近の製品の品質向上、エネルギーコスト管理、環境負荷の軽減から高度で正確な温度制御の必要性が高まっている。簡易計装の分野の温度制御システムにおいては、制御動作のわかりやすさやパラメータのチューニングが簡単なことから従来から専らPID アルゴリズムが使われている。しかし、温度制御の制御対象はむだ時間と時定数の特性から、外乱応答時の温度波形の乱れや整定時間の減少などの制御性能においてこのアルゴリズムでは難点もある。この問題を解決するためにファジィ制御アルゴリズムを導入することが行われてきた。

ところで、PID アルゴリズムでは古くからステップ応答法や限界感度法などの最適なPID 定数を簡便に求める方法がある。一方、ファジィ制御におけるメンバーシップ関数やファジィルールの獲得やパラメータの決定法として、ワングとメンデルの方法[1]、ニューラネットの学習を利用したリントリーの方法[2]や数値データによる動的な領域を近似する方法[3]などがある。また最近では遺伝的アルゴリズムを適用した方法などが提案されている。しかしこれらに手法は最適なPID 定数の決定法に比べても簡便でわかりやすい方法とはとても言い難い。またニューラルネットを用いた手法では、誤差関数を最小化する原理に基づきパラメータを修正するのでパラメータの修正が収束しない場合もある。

そこで、本研究では簡便で直観的にわかりやすく、パラメータがうまく収束しない場合に指針を提供できる自己組織化マップを用いた簡易型パラメータの決定法を提案し、その有効性について検討した。

### 2. 温度制御とファジィ制御の概要

#### 2.1 想定する温度制御システム

図1に想定する温度制御システムとその制御系の挙動を近似するRLC回路を示す。

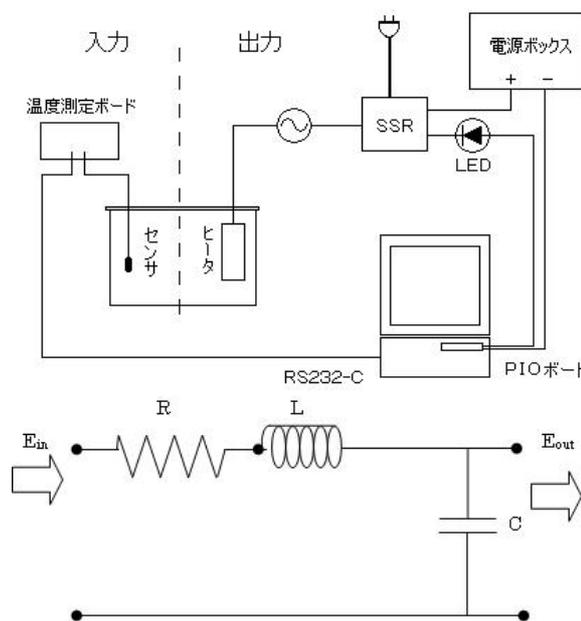


図1 温度制御システムとRLC回路

#### 2.2 ファジィルールとメンバーシップ関数

電気的なRLC回路を制御するファジィルールを表1に示す。ラベルのNB, NS, ZO, PS, PBのNはNegative (負), PはPositive (正), BはBig (大きい), SはSmall (小さい), ZはZero (零)を表す。

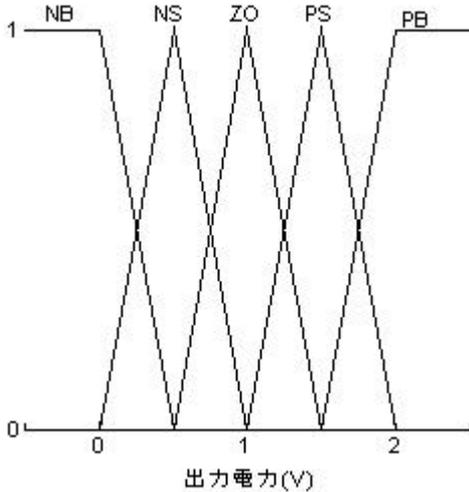


図2 出力電力の前件部メンバーシップ関数

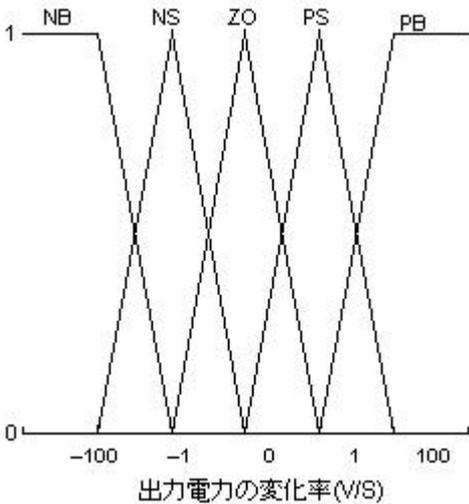


図3 出力電力の変化率の前件部メンバーシップ関数

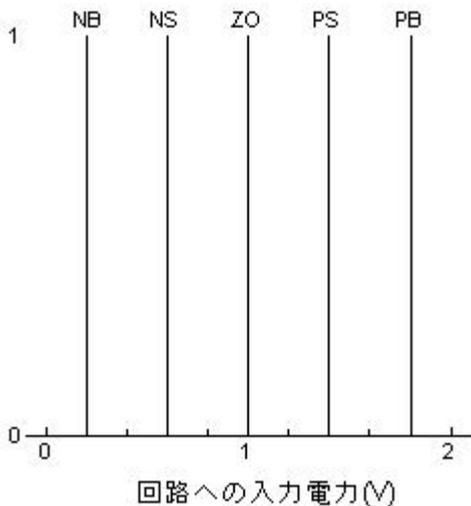


図4 後件部メンバーシップ関数

前件部に用いる出力電圧と出力電圧の変化率のファジィ集合を図2と図3に示す。また回路に入力する

電圧となる後件部のファジィ集合を図4に示す。

表1 ファジィルール表

		出力電圧の変化率				
		NB	NS	ZO	PS	PB
出力電圧	NB			PB		
	NS			PS		NS
	ZO	PB	PS	ZO	NS	NB
	PS	PS		NS		
	PB			NB		

### 3. 解析データと解析方法

#### 3.1 自己組織化マップ(SOM)の概要

コホネンにより考案された SOM[4]は、各入力ベクトルが2次元的に配置された自己組織化層の全ユニットと完全に結合している2層構造の教師なし学習アルゴリズムである。SOMは入力ベクトルに最も近い結合荷重ベクトルを持つユニットおよびその近傍ユニットが学習し、その学習は式(1)に従って進められる。

$$m_i(t+1) = m_i(t) + h_{ci}(t)[x(t) - m_i(t)] \quad (1)$$

ここで  $m_i(t)$  は参照ベクトルで、 $x(t)$  は入力ベクトルである。近傍関数  $h_{ci}(t)$  は式(2)のように表される。

$$\begin{aligned} h_{ci}(t) &= \alpha(t) & i \in N_c \\ h_{ci}(t) &= 0 & i \notin N_c \end{aligned} \quad (2)$$

ここで  $N_c$  は勝者ユニット近傍、 $\alpha(t)$  は学習係数である。このような学習の結果、自己組織化層は入力ベクトルの特徴を分類する2次元的な近傍関係を生成する。

#### 3.2 簡易型パラメータの決定手順

SOMによるファジィ温度制御のパラメータを決定する手順は次のようになる。

- 温度制御パターンを構成する電気回路の抵抗 (R)、コイル (L)、静電容量 (C) の値を定義する。
- 基準となるメンバーシップ関数を定義する。
- 制御過程の計算を行い、評価指数を求める。
- 各メンバーシップ関数の中心値を一定量シフトし、ステップを繰り返す。
- 評価指数データを一定数作成した後、SOMマップを作成する。
- SOMマップを評価して性能改善に貢献するファジィラベルを検討し、所望の性能を達成するまでステップからまでを繰り返す。

#### 3.3 評価指標

制御性能の評価指標として2つの指標を用いる。1つは動的な性能を評価するための指標となる時定数、もう1つは静的性能を評価する指標となる2乗制御面積とする。

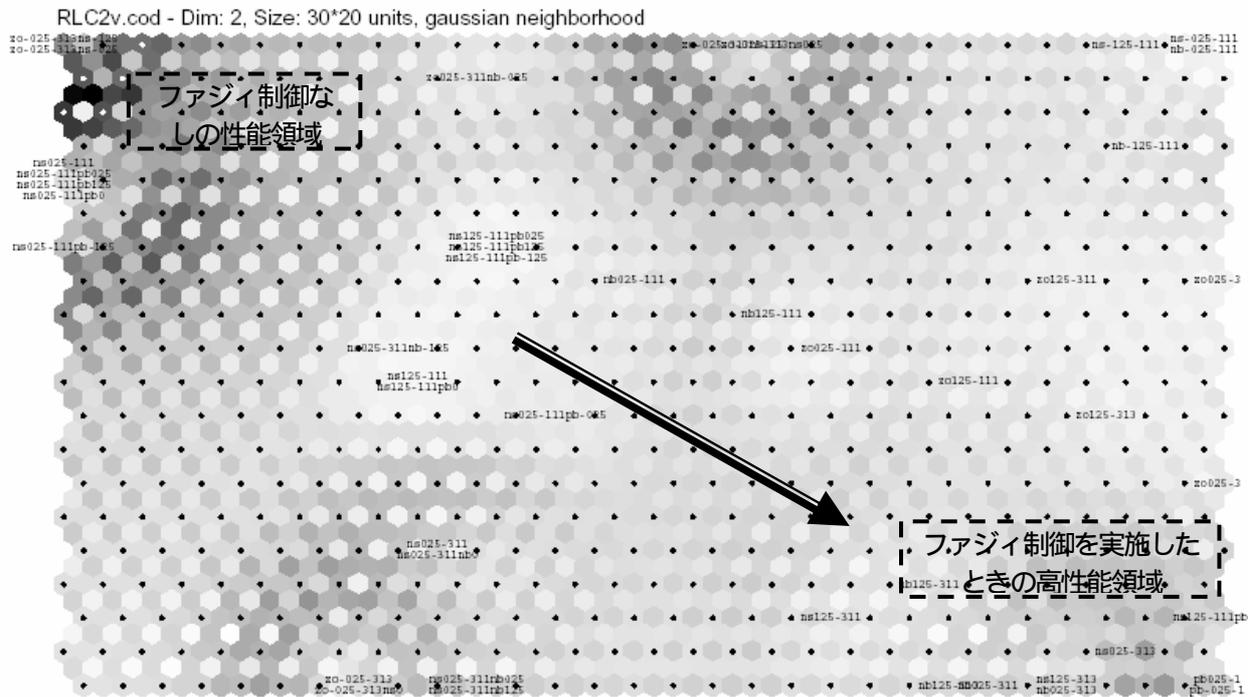


図7 評価指標のSOMマップ

時定数は平衡出力値の0.63倍に到達するまでの時間で、2乗制御面積は目標値と出力値との差の二乗の平均誤差量である。

#### 4. 実験結果

##### 4.1 RLC電気回路の応答

抵抗(R), コイル(L), 静電容量(C)の値を変化させた場合のファジィ制御を行わない温度制御の応答特性を図5に示す。(a)タイプ (R=L=C=1)の応答は振動的な過渡特性を示す。(b)タイプ (R=3,L=C=1)の応答は通常よく見られる特性,(c)のタイプ (R=C=3,L=1)はなかなか目標値に達しない応答である。

図6はタイプ (R=L=C=1)のファジィ制御を行なった場合(曲線B)と行わなかった場合(曲線A)の温度制御の応答特性を表す。曲線CとDはそれぞれの場合に出力電圧の変化量を表す。曲線AとBの応答を比較すると明らかに時定数は1.52から0.62と、動特性は59.2%, 2乗制御面積の静特性は0.127から0.083と34.6%も改善されている。しかし、ファジィ制御を行った場合には突き出し量は0.270から0.750と大きく振動している。

##### 4.2 評価指標から得られたSOMマップ

図7は、評価指数を要素とする測定値から自己組織化のソフトウェアSOM\_PAK Version 3.1[5]を用いて得られたマップである。マップの左上の濃度の濃い領域がファジィ制御を使わない制御で得られた評価指標の領域を示している。

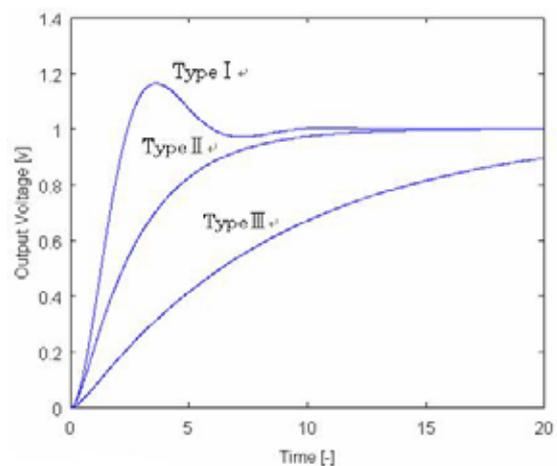


図5 RLC回路の特性曲線

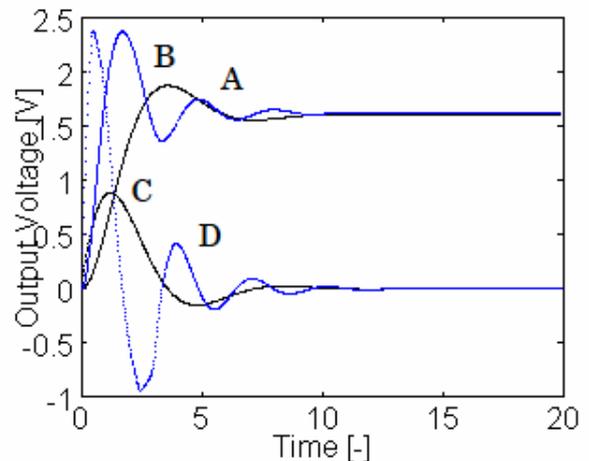


図6 RLC回路の特性曲線

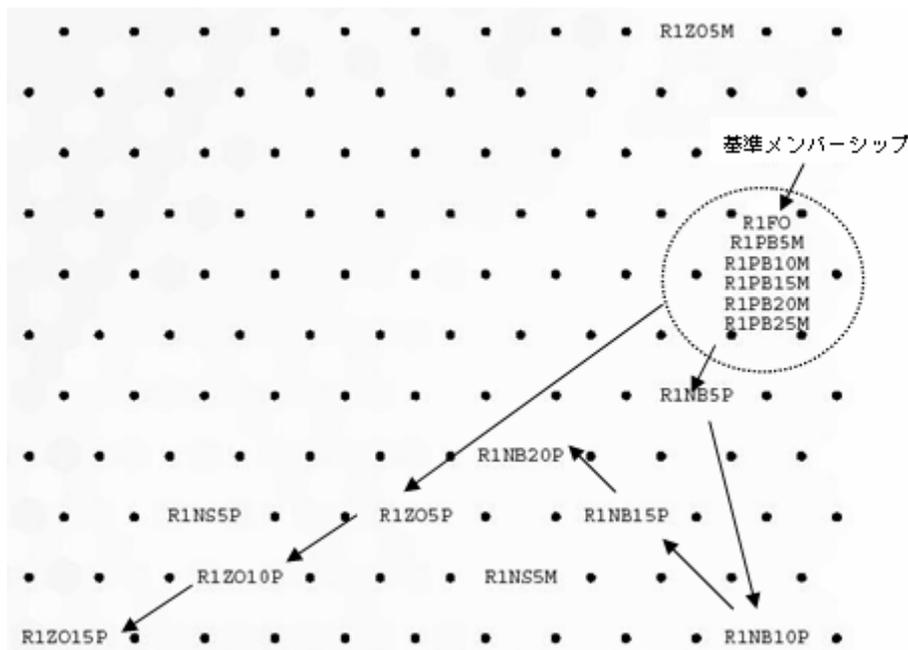


図8 タイプ 1 の評価指標のSOM マップ

また、右下端の領域はファジィ制御を実施した時に、最も高い性能が得られた領域を示している。マップ上のラベルはP-Q-Rの形式で標記している。

QはR,LとCの比率を表している。PとRはファジィラベルとメンバーシップ関数の中心値のシフト量を表す。すなわちQが“111”のときはR=L=C=1を表している。

図8はタイプ 1 の評価指数SOMマップの一部を表している。マップの右端の一群にある円形(点線)で示した中にある“R1FO”は基準メンバーシップの場合の評価指数を示している。この一群のラベルPBM05からPBM25はメンバーシップのラベルPBのシフト量が0.05から0.125まで0.05ずつシフトさせてもその評価指数は変化しないことを示している。すなわちこの操作条件では、メンバーシップラベルPBのルールが冗長ルールになっていることを示している。

反対に、R1Z0nPの形式のラベルをみるとnPのnの値が大きくなるごとにマップの右側から左側に矢印方向に移動している。これはラベルZ0のシフト量が大きくなるにつれて評価指数が低下していることを示している。このように、評価指数のマップを解析にすることによって冗長ルールの発見や最適制御に貢献するメンバーシップの選択、メンバーシップ中心の移動量を推定することが可能になる。さらに突き出し量を評価指数に加えた場合、制御に最適なパラメータ範囲も変わることが予想される。

## 5. まとめ

ファジィ制御による温度制御システムにおいて、自己組織化マップを用いた簡易型パラメータの決定法を提案してその有効性を検証し、以下の結果を得た。

- (1) 評価指数のSOMマップを解析にすることによって冗長ルールの発見や最適制御に貢献するメンバーシップの選択ができる。
- (2) 評価指数のSOMマップの解析から、メンバーシップ中心の移動量を推定でき、最適制御のパラメータチューニングができる。

## 参考文献

- [1] L.-X. Wang and J.M. Mendel, "Generating Fuzzy Rules by Learning from Examples," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Vol.22, No.6, pp.1414-1427, 1992.
- [2] C.-T. Lin and C. S. G. Lee, "Nearal-Network-Based Fuzzy Logic Control and Decision System," IEEE Trans. Computers, Vol.40, No.12, pp.1320-1336, 1991.
- [3] 阿部重夫：ニューラルネットとファジィシステム理論と応用, pp.153-181, 近代科学社 1995.
- [4] Kohonen, T., Self-Organizing Maps, Springer Series in Information Sciences, Vol. 30, 20001.
- [5] <http://www.cis.hut.fi/research/som-research/nmrc-programs.shtml>

## 連絡先

〒742-2193 山口県大島郡周防大島町小松 1091-1  
 国立高等専門学校機構 大島商船高等専門学校  
 電子機械工学科  
 Tel/Fax 0820-74-5581  
 e-mail:matsuda@oshima-k.ac.jp

## イチョウの黄葉と都市の微気候について（Ⅱ）

### Visualization of a Suburban Area Climate using Yellow Leaves of Ginkyo(Ⅱ)

○松原 健太 Kenta Matsubara 法政大学 Hosei Univ.	松田 修三 Shuzo Matsuda 法政大学 Hosei Univ.	小沢 和浩 Kazuhiro Ozawa 法政大学 Hosei Univ.	但馬 文昭 Fumiaki Tajima 横浜国立大学 Yokohama nat.Univ.	宮武 直樹 Naoki Miyatake 千葉科学大学 Chiba Inst.Sci.
--	---	--	---	--

#### 1. はじめに

自然や都市の微気候環境（主に気温環境）を広葉樹の紅葉（または黄葉）や落葉などの進行状態を観察（感性計測）し，紅葉（黄葉）の状況から気温環境の可視化およびそのモデル化に関する研究を行っている．具体的には東京都多摩ニュータウンの周辺の地形的要因や人工構築物による人為的な要因及びこの両者の要因が混在する気候環境を多摩ニュータウン通りのイチョウ並木の1本1本の黄葉に注目し，黄葉度の感性計測を行っている．2009年と2010年で得た観測データをもとに気候環境の違いによる黄葉度の進行過程を表現する数理的モデル化を試みた結果，累積分布関数としてのロジスティック関数は観測値とよく適合することが分かった．ここではこの関数の数式モデルとしての有効性について報告する．

#### 2. 調査対象地域

調査対象地域は，図1に示すように多摩ニュータウン通り（都道158号線）の京王永山駅付近から京王多摩境駅までの東西に伸びた12kmの区間である．測定はこの道路の南北側面（中央分離帯も含む）の約1200本のイチョウの黄葉の進行状況を観測する．調査地域の西部は自然が多く残されており，東部へ向かって都市化が進んでいる．またこの多摩ニュータウン通りは二つの尾根（トンネルが貫通）が縦断しており，自然と都市化が混在し，調査対象地域の微気候も，この両気候が複雑に混在し合っているのが特徴的である．

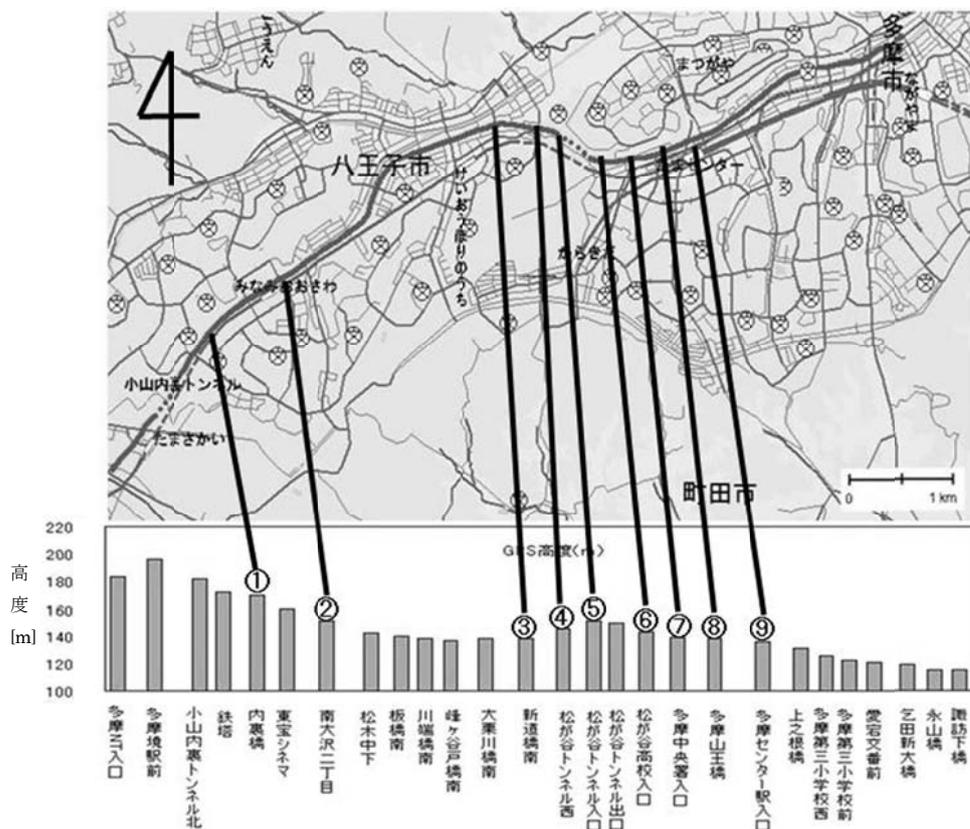


図1 対象地域と対応する高度

### 3. 計測方法

イチョウの黄葉は対象地域を 30～60 日間以上の期間をかけて進み、自然が比較的多い対象域西部では一定の速度で進行し、都市の中心部である東部は黄葉の始まりは遅いが短い期間で、進むことが過去の測定<sup>①</sup>からわかっている。2010年の計測は9/30から12/16の約70日間、一週間毎に車で移動しながら目視による観測およびビデオカメラによる録画を行った。(2009年の場合も同様な方法で行っている。)

#### 3.1 黄葉度の数値化

イチョウの黄葉度は一本一本について、以下の5段階に数値化した。

- 0 … 未黄葉(緑)    1 … 一部で黄葉が見られたとき    2 … 木の5割程度が黄葉  
 3 … 緑色はまだ残るがほぼ黄葉    4 … 完全黄葉

#### 3.2 区間分割と平均黄葉度

調査対象地域全域を特定の交差点毎に26の区間に区切り(図1参照)、区間ごとに木々の黄葉度の平均値を求め、区間の平均黄葉度とした。

### 4. 結果

#### 観測域でのイチョウの黄葉のふるまい

2009年の結果の分析より黄葉のパターンはつぎに示す(1)～(3)の要因により分類できることが分かっている<sup>②</sup>、そこに属する3つの区間(図1における①, ②, ⑨)についての黄葉度の変化を図2に示す。実線は2010年、破線は2009年を表している。

(1)…自然の多い地域

①内裏橋 △(09)▲(10)

(2)…都市部で高度が高い地域

②南大沢2丁目 □(09)■(10)

(3)…都市部で高度が低い地域

⑨多摩センター駅 ○(09)●(10)

2010年は気象庁が統計を開始(1898年)して以来、猛暑が続いた年であった。図2より、どの地域についても平均して黄葉の開始時期が遅れ、黄葉期間も短縮されていることがわかる。

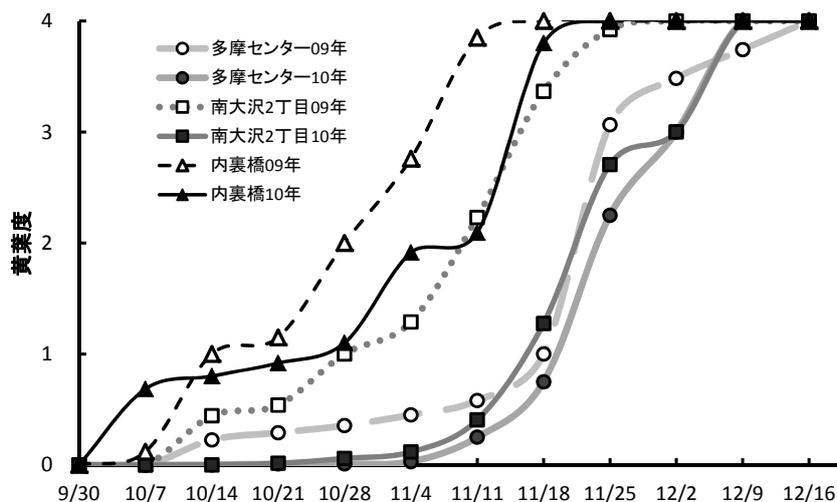


図2 2009年と2010年の黄葉度の変化

### 5. モデル化

#### ロジスティック関数を用いたイチョウの黄葉の分析

2009年と2010年で得た観測データ(図2はその一例)をもとにイチョウの黄葉の進行をモデル化することを試みる。イチョウの葉の黄葉が始まる条件は、秋口にかけて昼と夜との比較的大きな気温差が生じることや周辺の最低気温が(7～10℃)以下となること、などと一般にいられている。このような気温を $T_s$ と考えたとき、日々の最低気温がこのような温度 $T_s$ 付近を継続することで黄葉の度合いは一樣に進んでいくと考えられる。葉の黄葉の細かなメカニズムは考えないで、単に葉の色が緑から黄に変化するという特徴のみに注目して、1本のイチョウの木の全部の葉が、気温 $T_s$ を機に順次黄葉していくとすれば、その黄葉の仕方はある種の確率分布をするであろうと考える。そこでこの確率分布関数を  $f_y(x)$  とすれば

$$f_y(x) = n \cdot e^{-cx^2} \quad (1)$$

で与えられるものとする。ここで  $n$  は葉の総数、 $c$  は環境条件で決まる係数、 $x$  は時間(日)である。

日数の経過とともに式(1)に従って黄葉が進んでいくとすれば、式(1)を積分することで得られる累積分布関数は時間とともに黄葉度の進行を表すものとなる。したがって黄葉度を  $y(x)$  とすれば

$$y(x) = \int_{x_0}^{x_e} f_y(x) dx \quad (2)$$

となる。ここで  $x_0$  は黄葉の開始日、 $x_e$  は全黄葉となる日である。

これはわれわれが観測で得た図2の黄葉度の進行曲線と同じS字曲線となる。ここでは式(2)の具体的な形としてつぎの式(3)を考える。この式は生物の成長過程を示す曲線として使われるロジスティック曲線と呼ばれる。

$$y(x) = \frac{A}{1 + B \cdot e^{-c(x-d)}} \quad (3)$$

ここで  $A$  は全黄葉度 ( $A=4$ ) とする。  $B$  は黄葉の始まりに関係する係数であり、  $B$  の値として  $9$  を与えた。これは全黄葉のうち  $1$  割の黄葉の段階 ( $y=0.4$ ) を、感性計測すなわち目視による感度と考え、黄葉開始の閾値 ( $y=y_L$ ) とし、その日を黄葉の開始日 ( $x-d=0$ ) として算出したものである。  $x$  は任意であるが観測を開始する日 (計算上の基準日) とした。  $d$  は基準日から黄葉が始まるまでの日数である。  $c$  は黄葉が開始されてからの進行の速さを決めるパラメータと考えられる。黄葉期間を定量的に扱うため完全黄葉となる閾値 ( $y=y_H$ ) を開始日の閾値と同様の考えから  $y_H=3.6$  とした。このような条件により観測データから式(3)における  $c$  と  $d$  の値を最小二乗法により求め、区間ごとの開始日、完全黄葉日の推定値を表1に示す。

表1 最小二乗法によりパラメータ  $c$  と  $d$  を求めて得た推定値

区間名	2009年			2010年			2009年	2010年
	基準日からの遅れ $d$	完全黄葉日 $E$	黄葉日数 $T(E-d)$	基準日からの遅れ $d$	完全黄葉日 $E$	黄葉日数 $T(E-d)$	$c$	
① 内裏橋	11	43	32	14	55	41	0.14	0.11
② 南大沢二丁目	22	55	33	41	66	25	0.13	0.17
③ 新道橋	44	64	20	49	70	21	0.22	0.21
④ 松ヶ谷トンネル西	24	58	34	58	71	13	0.13	0.33
⑤ 松ヶ谷トンネル入口	10	48	38	40	66	26	0.11	0.17
⑥ 松ヶ谷高校入口	17	65	48	33	52	19	0.09	0.23
⑦ 多摩中央署入口	42	64	22	38	69	31	0.19	0.14
⑧ 多摩山王橋	37	68	31	45	68	23	0.14	0.19
⑨ 多摩センター駅入口	41	63	22	45	67	22	0.20	0.20

図1における②の区間である南大沢2丁目の場合について、表1に示すパラメータ  $c$  の値を用いて式(3)により計算した黄葉度進行曲線と観測値を図3に示す。さらに表1に示す各区間の係数  $c$  と黄葉日数の関係を図4に示す。

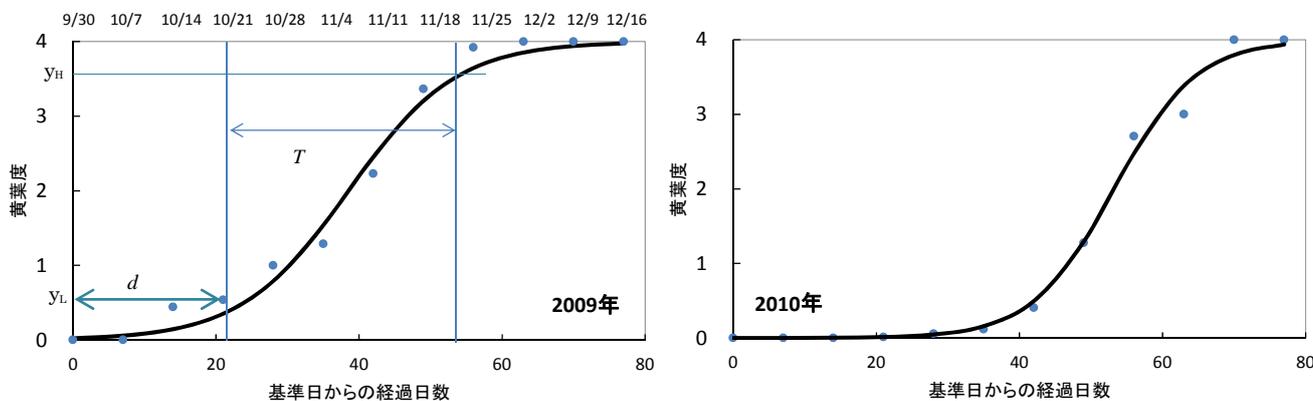


図3 南大沢の2009年と2010年の黄葉度の観測結果とロジスティック関数へのあてはめ

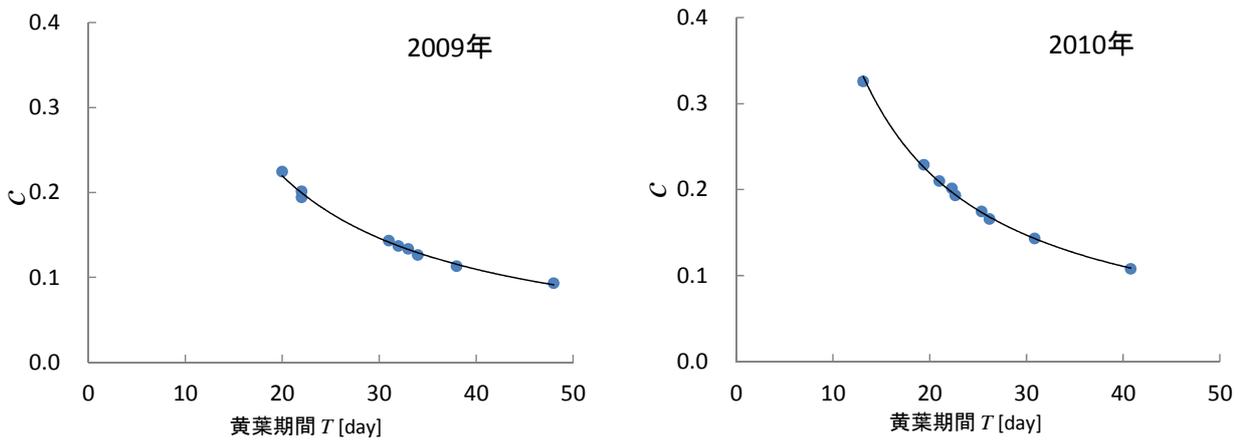


図4 係数 $c$ と黄葉期間 $d$ の関係

図4の結果より、黄葉の速さに関する係数 $c$ と黄葉期間 $T$ の関係を2009年と2010年について求めるとそれぞれ $c=4.39/T$ 、 $c=4.38/T$ となり、 $c=K/T$ の関係が導かれる。このことより係数 $c$ と黄葉期間 $T$ とは反比例の関係にあるとみなすことができ比例定数 $K$ は一定値になると考えられる。

さらに表1より求めた各区間の黄葉開始日と黄葉期間を図5に図示する。横軸は基準日(9/30)を0とした日数を表している。

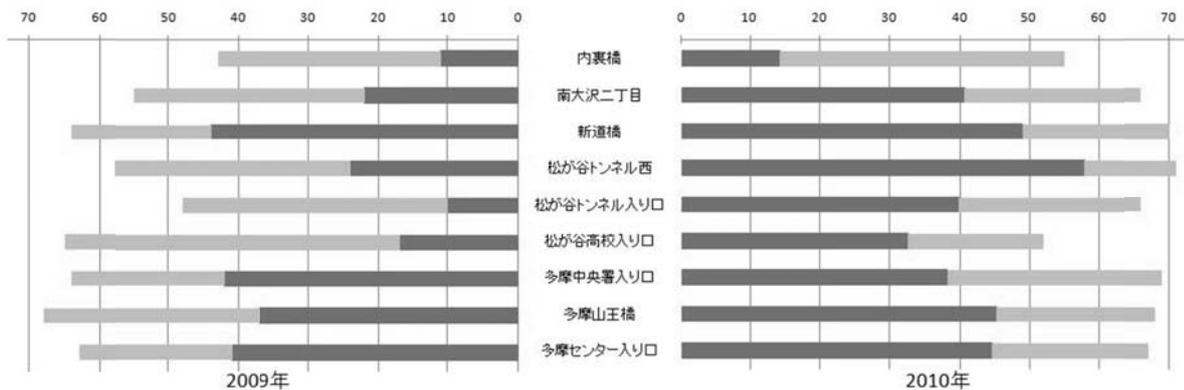


図5 2009年と2010年の黄葉開始日と黄葉期間

## 6. おわりに

今回、感性データを用いて数理的手法を導入したイチョウの黄葉度の解析を試みた。成長曲線を表すロジスティック関数を利用して、そのパラメータの決定を試みた結果、観測年による気温変動や地域による気候環境の違いがあってもよく実測に適合した。また、この分析過程でイチョウの黄葉に関与する様々な要因も推測される。とくに得られた比例定数 $K$ の持つ意味は今後の研究課題としたい。

### <参考文献>

- (1) 小沢和浩・田淵洋・宮武直樹「イチョウの黄葉度を利用した都市微気候の可視化」法政大学多摩研究報告 20、pp.81~98、2005年
- (2) 角田明美、松田修三、小沢和浩、宮下清栄（法政大）、但馬文昭（横浜国大）、宮武直樹（千葉科学大）、「イチョウの黄葉度を利用した都市微気候について」、ソフトサイエンス・ワークショップ講演論文集、Vol.20th、pp.63-64（2010）

連絡先： 松原 健太 法政大学工学部 システム制御工学科 kenta.matsubara.xv@stu.hosei.ac.jp  
 松田 修三 法政大学理工学部 電気電子工学科 matuda@hosei.ac.jp  
 〒184-8584 小金井市梶野町 3-7-2 042-387-6230

## 銀コーティングナノワイヤーの太さと屈折率の測定とプラズモン効果

## Determination of diameter and refractive index of a silver-clad nano-cylinder suggesting plasmon effect

但馬文昭 Fumiaki Tajima 横浜国立大学 Yokohama Nat. Univ.	西山善郎 Yoshio Nishiyama 横浜国立大学 Yokohama Nat. Univ.	松田充夫 Nobuo Matsuda 大島商船高等専門学校 Oshima Coll. Maritime Tech.	宮武直樹 Naoki Miyatake 千葉科学大学 Chiba Inst. Sci.	松田修三 Syuzo Matsuda 法政大学 Hosei Univ.
--	--	--	--	--

**Abstract:** A plane-polarized laser wave with a wavelength of 441.6 nm illuminates with a nano-cylinder coated by silver at normal incidence. The measured angular distribution of the scattered light intensity corresponds well with the one calculated by a rigorous solution of scattering theory for the problem. Diameter and refractive index of the cylinder are determined by the calculation at a minimum point of the uncertainty index.

**Keywords:** Light scattering, Silver-clad nano-cylinder, Diameter, Refractive index, Plasmon

## 1. はじめに

よく知られているように，ステンドグラスやリユクルグス・カップの赤い色はガラス中の金コロイド粒子の吸収による[1,2]。このような貴金属ナノ粒子の呈色は古くから知られている。この現象は微粒子の表面プラズモン共鳴によるものであり，表面プラズモンを応用する科学技術分野はプラズモニクスと呼ばれ，近年世界的な高まりを見せている。その主な理由として，光の回折限界を超えるナノ領域での光制御を可能にする技術であること，金属ナノ構造を理論，実験の両面から設計・創製・解析する技術が発展したことなどが挙げられる。

しかし，未だ十分にその挙動が解明されているとは言いがたい。それは，その現象を起こしている微粒子の近傍の電磁場（近接場）の強度などを知る必要があるが，このような微視的な情報を直接かつ正確に得ることが容易でないからである。例えば，微小なプローブを目的の電磁場の中に挿入するために金属化した AFM（atomic force microscope）の単針を金属ナノ粒子の周辺で走査するという実験が試みられている[3]が，このような方法では，現在までに意味のある情報を得るに至っていない。AFM 単針であっても，その大きさなどは金属ナノ粒子よりもはるかに大きく，プローブからの散乱が最も大きい擾乱となって，肝心のナノ微粒子からの信号を覆い隠してしまうからである[4]。

そこで，本研究では，プローブによる散乱光強度を予め正確に規定できれば，微粒子の近接場も解明できると考えた。そのために，太さ 100 nm 程度の透明な糸に銀コーティングを施して，太さ 100-200 nm 程度の銀コートナノワイヤーを作成した。そして，これにレーザー光を当ててできる散乱光の角度分布を測定することにより，コーティングの膜の厚さ，複素屈折率の決定を試み，プローブとして定量的な応用への可能性を検討した。また，その過程でプラズモン効果とみられる現象を確認した。

## 2. 理論

Fig.1 に示すように平面波（平行偏光光  $E_{\parallel}$ ）が，銀コーティングワイヤーのクラッド部の半径が  $r_1$ ，複素屈折率が  $\tilde{n}_1$ ，コアの半径とその屈折率が

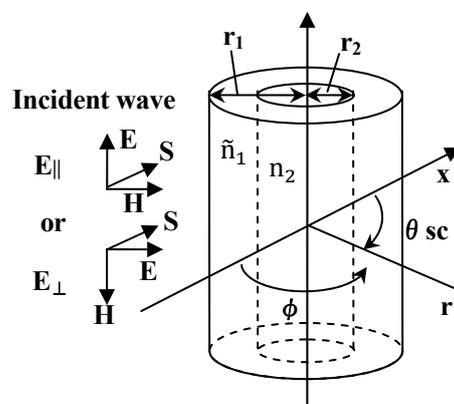


Fig.1 Schematic of a silver-clad cylinder and coordinate axes.

それぞれ  $r_2$ ,  $n_2$  の同軸二重円柱に垂直に入射するとして、散乱断面積  $\sigma_{||}$  を求めると、

$$\sigma_{||}(\theta_{sc}) = \frac{2}{\pi k} \left| \sum_{m=0}^{\infty} B_{||}(m) \cos(m\theta_{sc}) \right|^2 \quad (1)$$

となる。ただし、 $B_{||}(m)$  は、次式により与えられる。

$$B_{||}(m) = \frac{\left[ -J'_m(kr_1)c_1(m) + J_m(kr_1)c_2(m) \right]}{\left[ H_m^{(1)'}(kr_1)c_1(m) - H_m^{(1)}(kr_1)c_2(m) \right]} \times (2 - \delta_{m0}) \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} c_1(m) \\ c_2(m) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} H_m^{(1)}(\tilde{n}_1 kr_1) & H_m^{(2)}(\tilde{n}_1 kr_1) \\ \tilde{n}_1 H_m^{(1)'}(\tilde{n}_1 kr_1) & \tilde{n}_1 H_m^{(2)'}(\tilde{n}_1 kr_1) \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} \tilde{n}_1 H_m^{(2)'}(\tilde{n}_1 kr_2) & -H_m^{(2)}(\tilde{n}_1 kr_2) \\ -\tilde{n}_1 H_m^{(1)'}(\tilde{n}_1 kr_2) & H_m^{(1)}(\tilde{n}_1 kr_2) \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} J_m(n_2 kr_2) \\ n_2 J'_m(n_2 kr_2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

である。ただし、 $k$  は波数、 $J_m$ ,  $H_m$  はそれぞれ  $m$  次の第1種ベッセル関数、ハンケル関数である。 $\delta$  はクロネッカーのデルタ、プライムは微分を表す。垂直偏光  $E_{\perp}$  の場合は(3)式で係数の  $\tilde{n}_1$ ,  $n_2$  を  $1/\tilde{n}_{\perp 1}$ ,  $1/n_{\perp 2}$  に置き換えたものとする。ただし、 $\tilde{n}_{\perp 1}$ ,  $n_{\perp 2}$  はそれぞれ、垂直偏光  $E_{\perp}$  に対するクラッド及びコアの複素屈折率及び屈折率である。また、コアの誘電率については一軸異方性を仮定し、

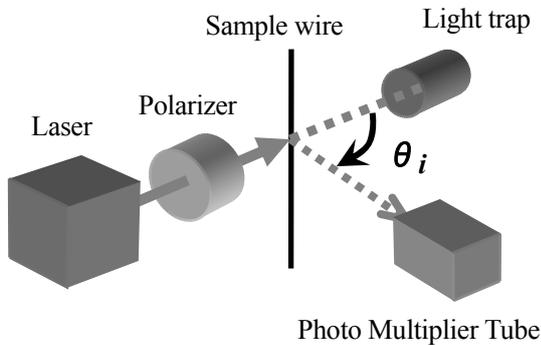


Fig.2 Experimental setup.

$$\epsilon_0 \begin{bmatrix} n_{\perp 2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_{\perp 2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_{|| 2}^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

とした。ここで、 $\epsilon_0$  は真空中の誘電率である。

なお、この問題の解として、文献[5]がそのまま利用できる。そこでは、ワイヤーのクラッド及びコアは両方とも透明な材料で、それらの屈折率は実数であるが、金属等の導体の場合は屈折率を複素屈折率に置き換えるだけで、式は同形である。

銀コーティングワイヤーのクラッドの太さ及び屈折率のパラメータ値の決定は、次式の偏差指標を最小にするようなフィッティングにより行った。

$$U_I(\tilde{n}_1, n_2, D_{1,2}) = \frac{\sum_i [I_i - I_0 \sigma_i(\tilde{n}_1, n_2, D_{1,2})]^2}{\sum_i I_i} \quad (5)$$

ただし、 $I_i$ ,  $\sigma_i (= \sigma_{||i}$  または  $\sigma_{\perp i})$  はそれぞれ測定散乱角  $\theta_{sc} = \theta_i$  における散乱光強度の測定値及び(1)式による計算値を表す。

### 3. 実験

散乱光強度の角度分布測定の概要を Fig.2 に示す。実験用サンプルの作成手順は以下のとおりである。まず、1本のクモの糸 (gossamer) を体長 1 mm 程度のクモから採取し、その太さ  $D_2 (= 2r_2)$  と  $n_2$  を文献[6]により予め決定する。次に、このクモの糸にイオンコーターにより銀コ

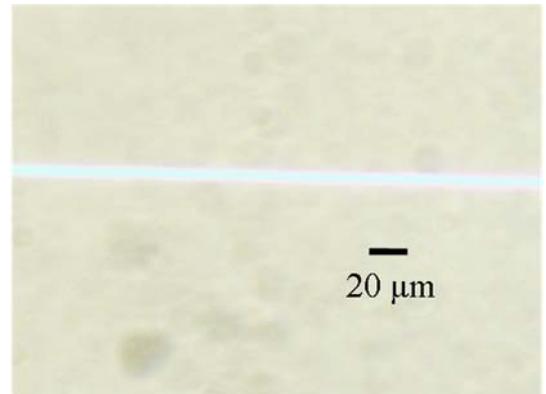


Fig.3 Optical micrograph of a silver-coated sample wire.

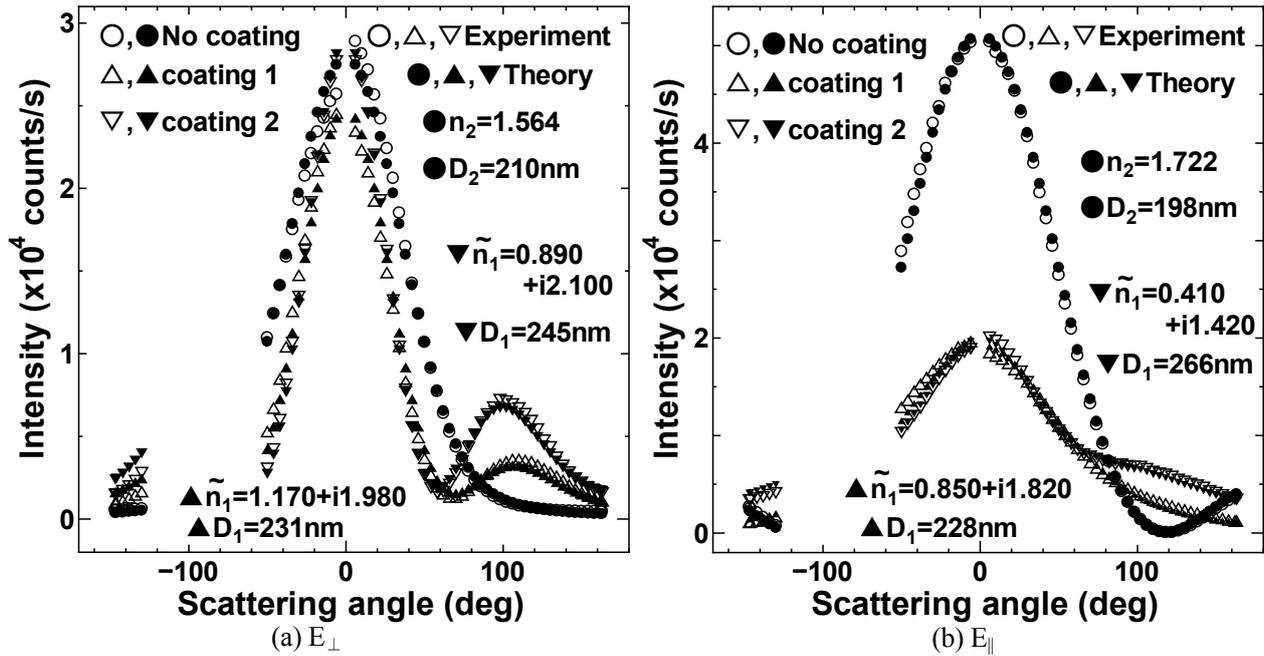


Fig.4 Angular distribution of the scattering intensity for  $r_1 \sim 100 \text{ nm}$ .

ーティングを施し、散乱光強度の角度分布を測定する。そして、予め決定した  $r_2$ ,  $n_2$  を用いて、散乱断面積の計算値を測定したデータにフィッティングし、円柱の外径  $D_1 (= 2r_1)$ ,  $\tilde{n}_1$  を決定する。Fig.3 に実験に使用したサンプルの顕微鏡写真を示す。これは暗視野照明により撮影している。白色のハロゲン光源により照明しているが、うすい青色を呈し、実際よりも太く見える。断定はできないがプラズモン効果が現れていると推定される。

#### 4. 結果および考察

実験結果の一部を Fig.4 及び 5 に示す。図中の  $\theta_i < 0$  でデータが欠落している部分があるが、これは、サンプルホルダーの影になる範囲で、測定できないためである。

図中の coating 1 は 1 回目のコーティングを行った後、測定した結果を表し、coating 2 は、さらにそれぞれ同じサンプルに 2 回目のコーティングを行い、測定した結果を表す。図より、計算結果と実験結果がよく一致していることが分かる。また、Fig.4, 5 のコーティングワイヤーのコア径はそれぞれ 200 nm, 100 nm 前後であることが分かる。

Fig.4(a), (b) のいずれについても散乱角が  $-80 < \theta_i < +80$  (deg) では、コーティング前後

で散乱光強度が小さくなっている。また、コーティング膜厚は、1 回目 20 nm 程度、2 回目では 50 nm であるが、この場合は、膜厚が厚くなるほど散乱光強度が大きくなっている。コーティング部分の複素屈折率については、実部より虚部の方が大きい、その比はコーティング膜厚が厚いほど大きくなっている。

Fig.5(a)については、コーティング後に散乱光強度がかなり大きくなっているが、Fig.5 (b)では逆にコーティング後は 1/3 程度以下に減少している。複素屈折率は、いずれの場合も実部より虚部の方が大きくなっており、その度合いも Fig.4 よりも大きい。Fig.5(a)については、コーティング膜厚が coating 1, coating 2 と 10 nm 程度ずつ増加すると、散乱光強度が  $\theta_i = \pm 80$  (deg) 付近を除いてかなり増大している。これらは、プラズモン効果によるものと考えられ、(a)では局在型のプラズモン、(b)では伝搬型のプラズモン効果が現れていると考えられる。前者の場合、散乱光強度が増大し、後者では減少していると考えられる。このような現象については、文献[7]の実験結果にみられる現象と対応させて考えることができる。すなわち、局在型プラズモンでは、入射波の多くがそのまま散乱波となって測定されるが、伝搬型プラズモン

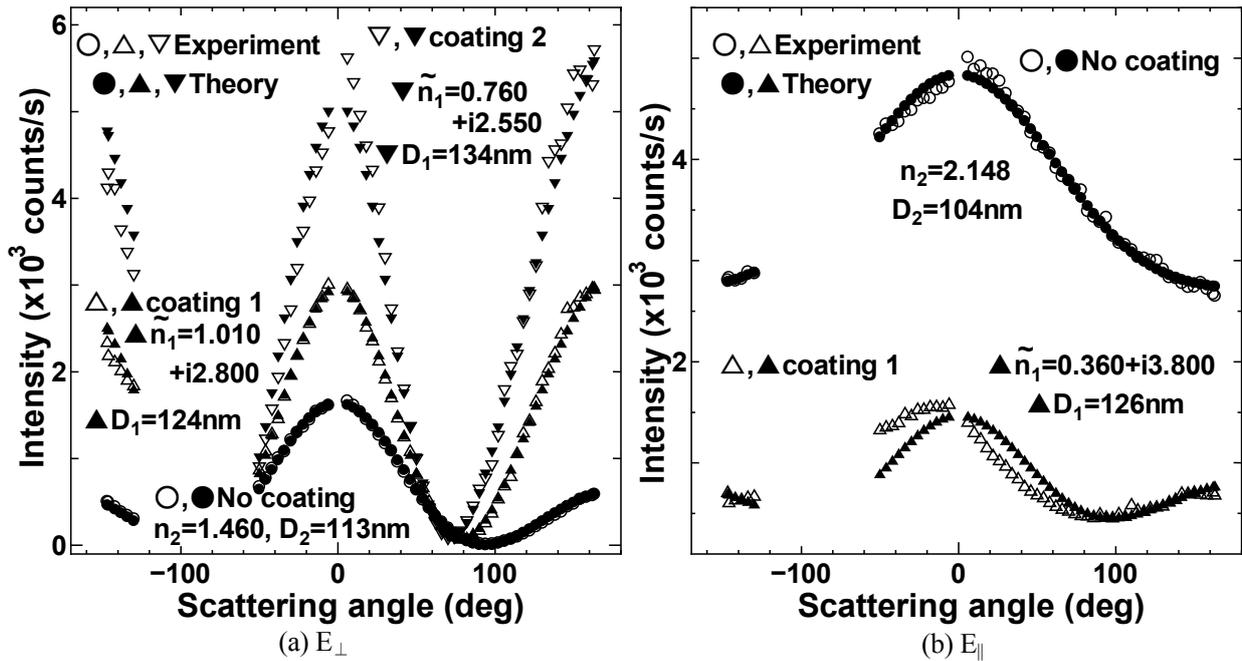


Fig.5 Same as Fig.4 for  $r_1 \sim 50\text{nm}$ .

では、入射波が銀ワイヤーに沿って伝搬していくため、入射波が当たっている周辺からの散乱波が小さくなっていると考えられる。

## 5. まとめ

太さ 100 または 200 nm 程度のクモの糸に銀コーティングを施した太さ 110 または 210 nm 程度のワイヤーにレーザー光を垂直に当ててできる散乱光の強度を測定し、同軸二重円柱問題の回折理論の解に基づく計算結果と対照した。その結果、測定値と理論に基づく計算値が概ね良好に一致し、コーティング部分の複素屈折率、外径を決定できることを明らかにした。大きな屈折率虚数部の変動はプラズモン効果を示していると考えられる。ワイヤーの銀コート部の膜厚、屈折率が求められたので、プローブとして利用することにより、プラズモン効果を定量評価できる可能性を得た。

なお、太さや屈折率などのパラメータ値の不確かさの範囲については、文献[5]に示されている方法が応用できると考えられるが、偏差指標が十分小さい良好な測定データが得られない限り決定するのは困難との判断から、今回は求めなかった。このような不確かさの範囲は、ファジィネスとも関係があると考えられるが、今後検討する課題で

ある。

## 参考文献

- [1] 田丸博晴 他, 応用物理, **73**, 6, pp.786-771, 2004.
- [2] S. A. Maier and H. A. Atwater, J. Appl. Phys., **98**, 011101, 2005.
- [3] G. A. Wurtz, et al., Jpn. J. Appl. Phys., **41**, pp.L351-L354, 2002.
- [4] 田丸博晴, 宮野健次郎, 光学, **33**, 3, pp.165-170, 2004.
- [5] F. Tajima, et al., J. Opt. Soc. Am. **A27**, 1, pp.1-5, 2010.
- [6] F. Tajima and Y. Nishiyama, J. Opt. Soc. Am. **A22**, 6, pp.1127-1131, 2005.
- [7] 山田淳監修, プラズモンナノ材料の設計と応用技術, シーエムシー出版, 第 11 章, pp.128-140, 2006.

連絡先:

但馬文昭 (横浜国立大学教育人間科学部)

〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-2

Tel: 045-339-3448

E-mail: tajima@ynu.ac.jp

# EEG を用いた脳活動部位推定法について

## Dipole Localization of EEG for Human Brain Activities

山ノ井 高洋  
Takahiro Yamanoi  
北海学園大学

Hokkai-Gakuen University

山崎 敏正  
Toshimasa Yamazaki  
九州工業大学

Kyusyu Institute of Technology

**Abstract:** The present authors and his collaborators have been investigated into recorded electroencephalograms (EEGs), especially the event related potentials (ERPs), from subjects viewing many type of visual stimulus. In this series of research, the equivalent current dipole source localization (ECDL) method has been applied to these ERPs. The method enables to localize the origins of electroencephalograms (EEGs) measured from subjects as ECDs. The paper introduces a confidential region, which is implemented with the ECDL software; SynaCenterPro (NEC Corporation). The confidence limit is defined on a direction of the radius. The method improves spatial resolution of EEG measurement, which has an advantage of temporal high resolution against other studying apparatus for functions of the human brain.

### 1. はじめに

古くは、ヒトの脳における高次機能を解明する手段としては、開頭時の術中刺激と剖検による方法しかなかった。しかしながら、近年、コンピュータの発達によって、様々な非侵襲的計測手法が開発されてきている。ヒト脳機能に関するこれまでの研究によれば、視覚刺激に関する処理は後頭葉でなされ、その後の高次処理の機能は、完全分化ではないが、左脳と右脳とで分化されていると言われる[1][2]。山ノ井らは先行研究[3][4][5][6]において言語および空間認知等に関する脳活動部位の推定を行い、詳細な時空間的脳活動のモデルを得た。さらに逆の向きに直線移動する視覚刺激に対する脳活動の比較を行った結果、事象関連電位(event related potential: ERP)のピーク時の極性反転、および高次脳活動での前頭葉での脳活動を確認した[5]。また向きを示す単語と記号に関する脳内処理部位の推定および比較を行うため、被験者が視覚刺激として提示された向きを示す単語（漢字：上，下，左，右）と記号（矢印：↑，↓，←，→）とを観察する際の脳波(electroencephalograms: EEGs)を計測し、等価電流双極子推定(equivalent current dipole source localization: ECDL)法を試み、脳活動の時空間的な比較を行った[7]。この結果、潜時400ミリ秒前後で漢字と矢印とで共通した脳活動が前頭葉で観察された。さらに、これらの潜時で逆の向きを示す視覚刺激に対して得られたERPを比較した結果、ERPのピーク極性の反転を確認した[7]。この事実に着目し、山ノ井らは、ピーク極性の反転により、被験者がイメージした矢印の種類を判別できると考え、ブレイン・コンピュータ・インタフェース(brain computer interface: BCI)への応用を試みた[8][9]。その結果、全被験者で80%を超える判別率を得た。

本稿では著者らが北海学園大学ハイテク・リサーチ・センターのこれら一連の研究において利用しているEEGを計測し、このデータに対し等価電流双極子推定法(Equivalent Current Dipole Source

Localization: ECDL)を適用し、等価電流双極子(ECD)を推定する一連の処理を行うSynaCenter-Pro (NEC)の原理について、特にダイポール推定の信頼限界計算法に焦点を絞って紹介する。

### 2. 脳機能検査法について

ヒト脳における機能局在は、従来、外傷や血管障害によって脳の一部に損傷を被った患者が示す臨床症候を詳細に観察することによって推測されてきた。これらには、運動麻痺、失語症、記憶障害、痙攣等がある。このような局所脳機能は、てんかん患者の外科的治療に際して、大脳皮質の表面を電気刺激することによって生じる現象からも推測されてきた。しかしながら、単なる臨床症候と病変部位との比較では、一定の部位がその機能に重要な役割を果たしていることは推測可能であるが、脳内の異なった構造間の機能的関連やマクロ的なネットワーク機能について実体を把握することは困難である。

近年における各種テクノロジーの開発と発展によって、ヒト脳の働きの可視化技術がめざましく進展してきた。その中には、頭皮上における脳電位または脳波(electroencephalogram: EEG)、あるいは脳磁図(magneto encephalogram: MEG)を記録して、これらの種々の脳機能に伴うヒト脳皮質の電気活動を解析する電気生理学的方法と、最近特に広く用いられるようになった経頭蓋的磁気刺激法(transcranial magnetic stimulation: TMS)、放射性同位元素を利用するポジトロン断層法(positron emission tomography: PET)およびシングルフォトン断層法(single photon emission computed tomography: SPECT)、さらに、最近多く用いられている磁気共鳴機能画像法(functional magnetic resonance imaging: fMRI)、および近赤外線を用いる光イメージング法(near Infrared spectroscopy: NIRS)があげられる。このような研究手段は、いずれも程度の差こそあれ、被験者にはほとんど侵襲を加えないものであり、そのため非侵襲的検査法

(non-invasive studies)と称されている．これらの検査法はそれぞれ独自の特徴を有しており，中でも電気生理学的検査法は，磁気刺激法も含めて，脳機能に関する比較的詳細な時間的情報を提供してくれるのに対し，それ以外の狭義の脳機能イメージング法は比較的精密な空間的情報を与えてくれる．

これまで山ノ井らが一連の脳機能研究に用いてきた SynaCenterPro システムは，種々の間接的な脳への刺激によって起こる EEG, 特に事象関連電位と呼ばれる ERP を記録し，これをもとに ECDL 法を適用する．このシステムは，事前に撮像しておいた被験者の MRI 画像に時刻毎に推定された等価電流双極子(ECD)をスーパーインポーズし，脳機能の画像化を時空間的に行うことが可能である．この方法は，EEG の時間的高分解能を保持し，空間分解能を高める利点があり，従来の fMRI 等では検出不可能な 1 秒以内のループ経路も推定できる．

### 3. 複数 ECD の導出アルゴリズム

頭皮上に張り付けられた電極を介して，観測された EEG から脳内の ECD を推定するためには，一般に頭皮上の電位分布の理論値を計算する「順問題」と，理論値と計測値の間の誤差が最小となるように ECD パラメータを最適化する「逆問題」とを解くことになる．

ここで順問題の解は，頭部モデルとして 3 層同心球(Fig.1)が仮定されたもとの，推定する ECD の総数を  $L$  とすると， $l$  番目の ECD の位置  $P_l$  とモーメント  $M_l (l=1, \dots, L)$  が，それぞれにおいて  $(r_0^l, 0, 0)$  と  $(M_r^l, M_\theta^l, 0)$  で与えられる場合，極座標で表現された電極位置  $(R, \theta, \varphi)$  に作る電位  $\phi$  は

$$\phi = \sum_l \phi(R, \theta, \varphi; r_0^l, M_r^l, M_\theta^l) \quad (1)$$

で与えられる．ただし，

$$\begin{aligned} \phi &= (R, \theta, \varphi; r_0, M_r, M_\theta) \\ &\equiv \frac{1}{4\pi\sigma_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n} \left(\frac{r_0}{R}\right)^{n-1} \frac{\xi(2n+1)^2}{d_n(n+1)} \\ &\quad \times [nM_r P_n(\cos\theta) + M_\theta P_n^1(\cos\theta) \cos\varphi] \end{aligned} \quad (2)$$

とする．ここで  $P_n(\cos\theta)$  と  $P_n^1(\cos\theta)$  はそれぞれ Legendre 関数と Legendre の随伴関数である．またヒトの頭部モデルを， $R, R_1, R_2$  をそれぞれ頭皮，脳（皮質）および頭蓋骨の外側に相当する同心球の半径，また  $\sigma_1, \sigma_2$  をそれぞれ脳および頭皮の導電率とする 3 層同心球モデル(Fig.1)とし，

$$f_1 \equiv \frac{R_1}{R}, \quad f_2 \equiv \frac{R_2}{R}, \quad \xi \equiv \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

とすると

$$\begin{aligned} d_n &\equiv [(n+1)\xi + n] \left( \frac{n\xi}{n+1} + 1 \right) + (1-\xi) \\ &\quad \times [(n+1)\xi + n] (f_1^{2n+1} - f_2^{2n+1}) \\ &\quad - n(1-\xi)^2 \left( \frac{f_1}{f_2} \right)^{2n+1} \end{aligned}$$

となる．なお， $(x, y, z)$  と  $(R, \theta, \varphi)$  の関係及び ECD モデルを Fig.2 に示す．

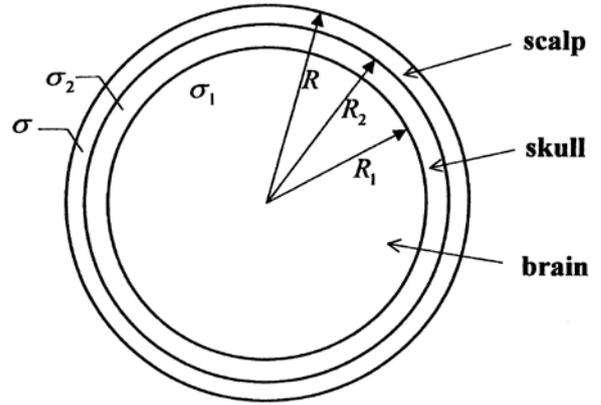


Fig.1 Concentric 3-sphere model of human head

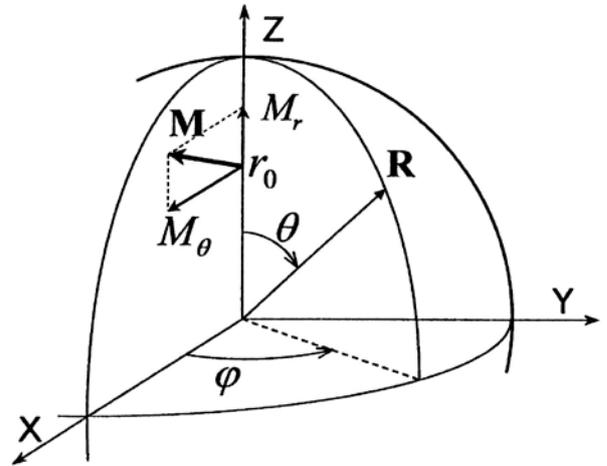


Fig.2 Relationship among 3-dimensional orthogonal coordinate system, polar coordinate system, and ECD model.

逆問題の解法は，地震計のデータからその震源を求めるアナロジーとして直観的には理解できるであろう．しかしながら，計測される電極の数と推定されるパラメータの数の関係から，いわゆる不良最適化問題に帰着される．本システムでは，以下の手順で解を求める：

- 1) 最適化には繰り返し計算が伴うが，計算を開始するためには初期値が必要である．必要な初期値は ECD の位置とモーメントの向き及び大きさであり，例えば，乱数などで 3 層同心球モデル内に ECD を配置させる．

2) 定位された ECD を，回転により  $x-z$  平面上に移動させる (ECD の始点は  $z$  軸上)。

3) 2)と同じ回転により各電極位置を移動させ，その位置における電位値を計算する。

4) 電位の理論値  $\phi_i (i=1, \dots, I)$  ( $I$  は電極数) と計測値  $\tilde{\phi}_i$  の間の nRMS

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^I (\phi_i - \tilde{\phi}_i)^2}{\sum_{i=1}^I \tilde{\phi}_i^2}} \quad (3)$$

を計算する。

5) 最初に設定した初期値を少し変更し，上記の手順 2)~4)を行い，nRMS が最小となるまでこれらの手順を繰り返す。なお，パラメータ値を変更する方法としては，Gauss-Newton 法と最急降下法を混合した Powell の hybrid 法を採用した。

なお「順問題」と「逆問題」に関する上記の手順を実行するために，PC 版 Windows 対応の ECDL 法解析システム SynaCenterPro (NEC) が製品化されている。

ここで，繰り返し計算の打ち切り基準を与える Goodness of fit (GOF) [%]は以下の式で表される。

$$\text{Goodness\_of\_fit(GOF)[\%]} = \left( 1 - \frac{\sum_i (V_i^{\text{meas}} - V_i^{\text{cal}})^2}{\sum_i (V_i^{\text{meas}})^2} \right) \times 100$$

#### 4. 信頼限界の算出方法

推定された ECD パラメータ  $\mathbf{r}_0^*$  に関して，真のパラメータ  $\hat{\mathbf{r}}_0$  に対する信頼限界は楕円体

$$\mathbf{G}_{\mathbf{r}_0} = \left\{ \mathbf{r}_0 : (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_0^*)^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_0^*) \leq p^2 \right\}$$

で表される。ただし行列  $\mathbf{A}$  は順問題の解であり，式(1)の ECD パラメータに関する偏微分

$$[\mathbf{A}]_{ij} = (\partial \phi_i / \partial r_0^j)(r_0^{*j}) (i=1, \dots, I; j=1, \dots, L)$$

を成分とする Jacobian 行列， $p^2$  は自由度  $L$  の  $\chi^2$  分布の 99 (あるいは 95) %点とする。なお，上記の楕円体は， $\mathbf{r}_0^*$  が  $\hat{\mathbf{r}}_0$  に十分近いとして一次近似

$$\phi(\mathbf{r}_0) \approx \phi(\hat{\mathbf{r}}_0) + \mathbf{A}(\mathbf{r}_0 - \hat{\mathbf{r}}_0)$$

により， $\mathbf{r}_0^*$  が平均  $\hat{\mathbf{r}}_0$ ，共分散行列  $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$  の正規分布に従うことから得られる。更に，行列  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  の固有値分解を  $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \sum_k \beta_k^2 \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T$  とすれば

$$\mathbf{G}_{\mathbf{r}_0} = \left\{ \mathbf{r}_0 : \sum_k \beta_k^2 [(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_0^*)^T \mathbf{v}_k]^2 / p^2 \leq 1 \right\} \quad (4)$$

を得る。ただし， $\beta_k, \mathbf{v}_k (k=1, \dots, L)$  は，それぞれ行列  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  の固有値と対応する固有ベクトルとする。

また， $\mathbf{v}_k \equiv (v_{k1}, \dots, v_{kL})^T$  とする。ここで  $\mathbf{G}_{\mathbf{r}_0}$  は  $\mathbf{r}_0^*$  を中心とする  $R^L$  内の楕円体であり，その軸の半分は

$$p \beta_k^{-1} \mathbf{v}_k (k=1, \dots, L)$$

となる。更に真の ECD パラメータ  $\hat{r}_0^k (k=1, \dots, L)$  に対する 99 (あるいは 95) %の信頼限界は

$$r_0^{*k} - \delta^k \leq \hat{r}_0^k \leq r_0^{*k} + \delta^k \quad (5)$$

で与えられる。ここで， $\delta^k$  は  $\mathbf{G}_{\mathbf{r}_0}$  に接する  $|r_0^{*k} - \hat{r}_0^k|$  の最大値であり，

$$\delta^k \equiv \sqrt{\sum_l (p v_{kl} / \beta_l)^2} \quad (6)$$

で求まる。

ここで順問題の解が式(1)と式(2)で与えられ，評価すべき推定精度を ECD 位置の動径成分に限定すると，式(2)から明らかのように，変数と見なせる ECD パラメータは  $r_0$  のみである。従って，式(2)の  $r_0$  に関する 1 階偏微分は

$$\frac{\partial \phi}{\partial r_0} = \frac{1}{4\pi\sigma_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{r_0} \frac{2n+1}{n} \left( \frac{r_0}{R} \right)^{n-1} \frac{\xi(2n+1)^2}{d_n(n+1)} \times [nM_r P_n(\cos\theta) + M_\theta P_n^1(\cos\theta) \cos\varphi] \quad (7)$$

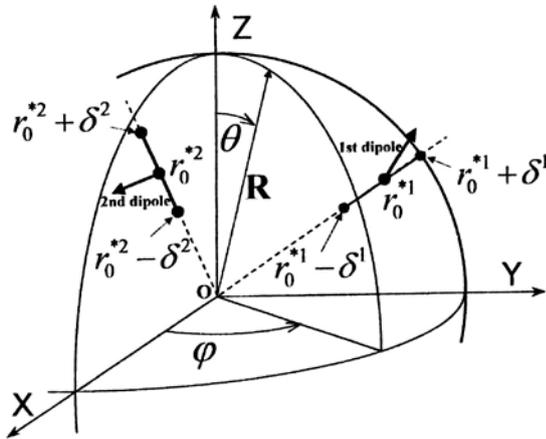
となり，式(7)と順問題の解を与える式(2)は非常に類似しており，両式の右辺における無限級数の各項が  $(n-1)/r_0$  だけしか異ならない。更に，ECD 位置パラメータに関する Jacobian 行列  $\mathbf{A}$  の各成分の値は，各電極位置  $(R_i, \theta_i, \varphi_i) (i=1, \dots, I)$  に対して，

$$A_{il} = \left. \frac{\partial \phi}{\partial r_0^l} \right|_{R=R_i, \theta=\theta_i, \varphi=\varphi_i, r_0^l=r_0^{*l}}$$

で求まる。この  $\mathbf{A}$  を使って行列  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  に固有値分解を施し，式(6)を計算すれば，式(5)によって信頼限界の範囲が具体的に求まる。

ここで提案された信頼限界は動径成分のみに関するものである。従って，信頼限界の範囲は動径方向，即ち，座標系の原点と推定された ECD の位置を通る直線上で定義される。次の Fig.3 に示す例のように，2 ダイポールでの推定を行った場合，得られた 2 つの ECD の位置がそれぞれ， $r_0^{*1}$  と  $r_0^{*2}$  の時，それぞれのダイポールに対応する信頼限界の範囲が

$[r_0^{*1} - \delta^1, r_0^{*1} + \delta^1]$  と  $[r_0^{*2} - \delta^2, r_0^{*2} + \delta^2]$  で与えられることを示している。



**Fig.3 Example of confidence limits for 2-dipole localization**

以上のように求められた信頼限界は、ソフトウェア SynaCenterPro の ECD 実行結果の表示の一部として実現されている。

### 謝辞

本研究は、2008年に採択された文部科学省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業に伴う北海学園大学ハイテク・リサーチ・センター研究プロジェクト「電磁・光センシングを主体とする生体関連情報の先進的計測・処理技術の開発と応用」の一環として行われた。

### 参考文献

[1] R. A. McCarthy, E. K. Warrington (相馬芳明, 本田仁視 監訳), 認知神経心理学, 医学書院, 1996

[2] 中川敦子, 単漢字の処理における左右半球機能の検討 -漢字の構造と音訓を通して-, 神経心理学, 第18巻, 第2号, pp.120-128, 2002

[3] Takahiro Yamanoi, Masaaki Saito, Michio Sugeno and Elie Sanchez : Difference in Areas of the Brain for Fuzzy and Crisp Calculation, Journal of Advanced Computational Intelligence (JACI) Vol. 6, No. 1, pp. 51-55, 2002

[4] T. Yamanoi, T. Yamazaki, J.-L. Vercher, E. Sanchez, M. Sugeno, "Dominance of recognition of words presented on right or left eye -Comparison of Kanji and Hiragana-", Modern Information Processing, From Theory to Applications, B. Bouchon-Meunier, G. Coletti and R.R. Yager Eds., Elsevier Science B.V., pp.407-416, 2006

[5] Takahiro YAMANOI, Hisashi TOYOSHIMA, Toshimasa YAMAZAKI, Shin-ichi OHNISHI: Localization of brain activity during

perception of circle movement by use of equivalent current dipole analysis, 2004 IEEE international Conference on Fuzzy Systems Proceedings VOLUME 1, pp.321-324, 2004

[6] 豊島恒, 山ノ井高洋, 山崎敏正, 大西真一: 時空間等価電流双極子推定法によるRDS両眼立体視の脳内処理部位の解析, 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol.18, No.1, pp.102-110, 2006

[7] 豊島恒, 山ノ井高洋, 山崎敏正, 大西真一, 菅野道夫: 向きを表す単語と記号に対する時空間的脳活動の比較, 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol.18, No.3, pp.425-433, 2006

[8] 山ノ井高洋, 豊島恒, 山崎敏正, 菅野道夫: 向きを表す記号イメージング時 EEG によるマイクロロボット制御, 第24回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, WD2-1, pp. 200-203, 2008

[9] Takahiro Yamanoi, Hisahi Toyoshima, Toshimasa Yamazaki, Shin-ichi Ohnishi, Michio Sugeno, and Elie Sanchez: Micro Robot Control by Use of Electroencephalograms from Right Frontal Area, Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Information (JACIII), vol. 13, No. 2, pp. 68-75, 2009

[10] 山崎敏正: 32チャンネル電極キャップによる脳内等価電流双極子推定, CLINICAL NEURO-SCIENCE, 18-2, pp. 186-190, 2000

[11] Y. Kuroiwa, & M. Sonou (Eds.): Clinical Evoked Potential Handbook (in Japanese), Reed Education & Professional Publishing Ltd., 1994.

[12] T. Yamazaki, K. Kamijo, T. Kiyuna, Y. Takaki, Y. Kuroiwa, A. Ochi, and H. Otsubo: PC-based multiple equivalent current dipole source localization system and its applications, Researches Advance in Biomedical Eng., 2, pp. 97-109, 2001.

### 連絡先

北海学園大学工学部電子情報工学科  
山ノ井 高洋  
(Tel.011-841-1161E-mail: yamanoi@eli.hokkai-s-u.ac.jp)

# ひらがな単語認知過程における時空間的脳活動

## Spatiotemporal localization of brain activity during hiragana words recognition

豊島 恒  
Hisashi Toyoshima  
ジャパンテクニカルソフトウェア  
Japan Technical Software

山ノ井 高洋  
Takahiro Yamanoi  
北海学園大学  
Hokkai-Gakuen University

山崎 敏正  
Toshimasa Yamazaki  
九州工業大学  
Kyushu Institute of Technology

大西 真一  
Shin-ichi Ohnishi  
北海学園大学  
Hokkai-Gakuen University

菅野 道夫  
Michio Sugeno  
ソフトコンピューティングヨーロッパセンター  
European Centre for Soft Computing

サンシェーズ エリー  
Elie Sanchez  
地中海大学  
University of the Mediterranean

**Abstract:** The authors recorded nineteen-channel event-related potentials (ERPs) during recognition of one type of Japanese character; Hiragana (one type of phonetic characters). By field-sequential stereoscopic 3D display with liquid crystal shutter, a word and a non-word were simultaneously and independently presented to the left (right) and the right (left) eyes, respectively. Each word consists of three Hiragana characters. Three subjects were instructed to press a button after they understood the meaning of the visual stimuli after 3000 ms poststimulus. Equivalent current dipole source localization (ECDL) with three unconstrained ECD was applied to the ERPs. In the case of right-handed subjects, the ECDs were localized to the Wernicke's area at around 600ms. The latter ECD for one left-handed subject was localized at the Wernicke's homologue. After that ECDs were localized to the prefrontal area, the superior frontal gyrus and the middle frontal gyrus. Then at around 800ms, the ECDs were localized to the Broca's area and after that ECDs were localized again to the Wernicke's area and then to the Broca's area.

## 1. はじめに

ヒトが言語を認知する際には、多くは左側頭部の聴覚性言語野（Wernicke 野）により言語野への入力処理がなされ、認知および発話を行う際には発話性言語野（Broca 野）により言語野からの出力処理がなされる、とされている[1]。著者らの一部は、先行研究として左右視野に提示された言語刺激（漢字とひらがなの単語）に対する脳活動について等価電流双極子推定（equivalent current dipole source localization: ECDL）法による推定を行い、左右の脳機能に差が存在すること、そして漢字とひらがなの認知では優位な脳半球が異なることを確認した[2]。また向きを示す単漢字および矢印を認知する過程の脳活動の推定を行い、単漢字および矢印の認知過程における高次脳活動の詳細な時空間的推移を明らかにした[3]。さらに視覚刺激の向きを黙読する過程における脳活動の推定を行い、視覚刺激の種類に依存しない高次脳活動を明らかにした。

また、著者らの一部はランダムドットステレオグラムによる立体視認知過程における脳活動の2双極子および3双極子による推定を行い、3双極子による推定結果をもとに視覚刺激認知過程における高次脳活動の詳細な時空間的推移を得た[4]。

本研究では、先行研究[2]で行ったひらがな認知過程における脳活動の2双極子による推定に対し、3双極子による再推定を行い、高次脳活動を詳細に時空間的に推定した。

## 2. ひらがな提示実験

### 2.1 提示した視覚刺激および解析対象

先行研究[2]では被験者の左右の視野に対して、意味を持つ漢字とひらがなの単語およびその順序を入れ替えた意味を持たない漢字とひらがなの単語を画面の左右に独立に提示した。この視覚刺激により、漢字とひらがなの認知時における大脳機能の優位性を確認した。この際に、単語の意味認知の反応時間も同時に計測して解析を行っている。一人の被験者は言語野が右脳に存在することが明らかとなった。

本研究では、先行研究で行った実験により得られた脳波（electroencephalogram: EEG）から、被験者に対して優位な視野に提示されたひらがな認知過程の EEG を解析対象データとし、加算平均して求められた事象関連電位（event related potential: ERP）に対して、ECDL 法を試み時空間的推移を検討した。

## 2.2 刺激提示装置と脳波計測装置

本研究では、視覚刺激の提示を被験者の左右の眼に対して独立に行うために液晶シャッター眼鏡を使用した。液晶シャッター眼鏡は、画像を高速に切り替える垂直シンクロナイザーと同期して左右のシャッターの開閉が行われる。CRTに左眼提示用画像が提示されている場合には左眼側のシャッターのみが開き、右眼提示用画像が提示されている場合には右眼側のシャッターのみが開く。これにより液晶シャッター眼鏡を装着した被験者の左右の眼にはほぼ同時に異なる画像が提示される。

被験者が視覚刺激を観察する際の EEG 計測には時間分解能が 1 ミリ秒で、19 チャンネルでの EEG 計測が可能であるデジタル多用途脳波計(Synafit EE2500 : NEC 日本電気)を使用した。被験者は 19 チャンネルの電極キャップを装着し、これを介して実験中の EEG を計測する。計測された EEG は A/D 変換ボードを介してデータ保存用の PC に出力される。実験時には電極接触抵抗値は最大でも 10k $\Omega$  以下で計測を行った。EEG 計測時のサンプリング周波数は 1 KHz、バンドパスフィルタは 0.15~100Hz とした。本実験では、正常な視覚を有する 20~22 歳の 3 名の男子学生 (利き手 : 右利き 2 名, 左利き 1 名) に対して、これらの装置構成による実験をそれぞれ複数回行った。なお、左利きの被験者については先行研究により、言語野が対側に存在する推定結果を得ている。

## 2.3 脳内処理部位の推定方法及び推定範囲

実験で得られた ERP に ECDL 法を適用した。一般に、ECDL 法では、頭部モデル内に ECD を置いて、頭皮上の電位分布の理論値を計算する「順問題」と、理論値と計測値の間の誤差が最小となるように ECD パラメータを最適化する「逆問題」を解く。逆問題の解析は、不良最適化問題となり、格子点に初期値を設定した数値解析法を用いて解くことになる。頭部モデルとしては、導電率の異なる頭皮、頭蓋骨および皮質の 3 層を同心球としてモデル化した。

被験者毎の同心球モデルの設定には被験者各自の MRI 画像を利用した。また、推定結果の精度および信頼性については、それぞれ、Goodness of fit (GOF) および統計的な信頼限界[5]の値によって評価した。これらの解析には PC 版双極子推定ソフトウェア[6] (SynaPointPro : NEC) を用いた。なお、ECDL 法による推定結果に関しては、GOF 値が 98% 以上、95% の信頼限界が 1 mm 以下である結果を採用した。

実験で得られた EEG には被験者のまばたきなどによりノイズが混入する。このような測定時のノイズを軽減するために、計測された全ての EEG について波形を観察し、大きな乱れの存在する計測データについては解析対象から除外した。本研究では初期視覚過程が完了したと考えられる 400ms 以後の EEG を解析の対象とした。

## 3. 脳内処理部位の推定結果

実験で得られたひらがな認知時の EEG に対して、被験者ごとに加算平均を求め、ERP を得た。脳内処理部位の推定を行った結果、3 名の被験者ともに、潜時 600ms 前後で Wernicke 野に ECD が推定された。なお、右利きの被験者 NS および MY は左脳半球に、左利きの被験者 MT は対側の右脳半球に ECD が推定されている。先行研究により被験者 MT は言語野が対側 (右脳) にある事が確認されている。

Wernicke 野に ECD が推定された潜時 (図 1) 以後は、前頭前野 (prefrontal area: PFA) (図 2)、Wernicke 野と同側の上前頭回 (superior frontal gyrus: SFG)、中前頭回 (middle frontal gyrus: SFG) (図 3) および PFA (図 4) に ECD が推定された。そして潜時 800ms で Broca 野に ECD が推定された (図 5)。さらに、Broca 野に ECD が推定された以後の潜時では再び Wernicke 野に ECD が推定され (図 6)、潜時 970ms で Broca 野に ECD が推定され、処理のループが確認された (表 1, 図 7, 図 8 参照)。



図 1 潜時 586ms で Wernicke 野に推定された ECD (被験者 NS)



図 2 潜時 638ms で PFA に推定された ECD (被験者 NS)



図 3 潜時 741ms で MFG に推定された ECD (被験者 NS)



図 4 潜時 766ms で PFA に推定された ECD (被験者 NS)

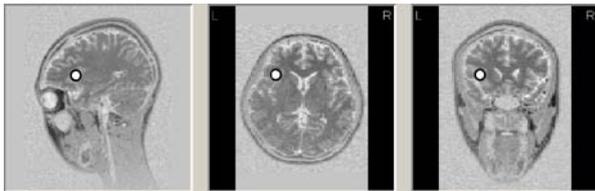


図5 潜時 807ms で Broca 野に推定された ECD (被験者 NS)

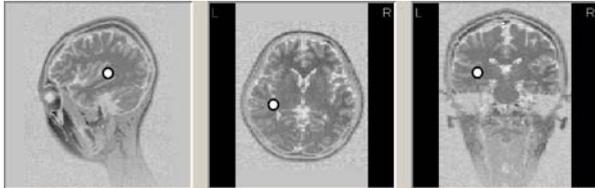


図6 潜時 809ms で Wernicke 野に推定された ECD (被験者 NS)

表1 推定された ECD と潜時の関係

Subject	Wernicke	PFA	MFG	PFA
MY	593	677	712	749
NS	586	638	741	766
MT	615	634	711	758

Broca	Wernicke	PFA	Broca
810	830	861	973
807	809	881	977
822	825	873	972

単位 : ms

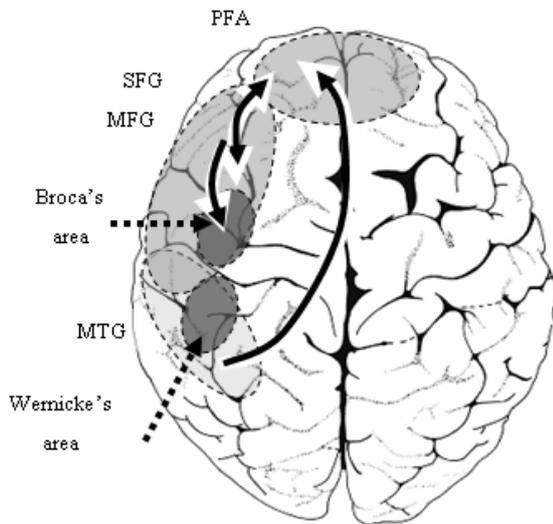


図7 推定された ECD の時空間的推移 (ひらがな提示, 潜時 800ms 以前)

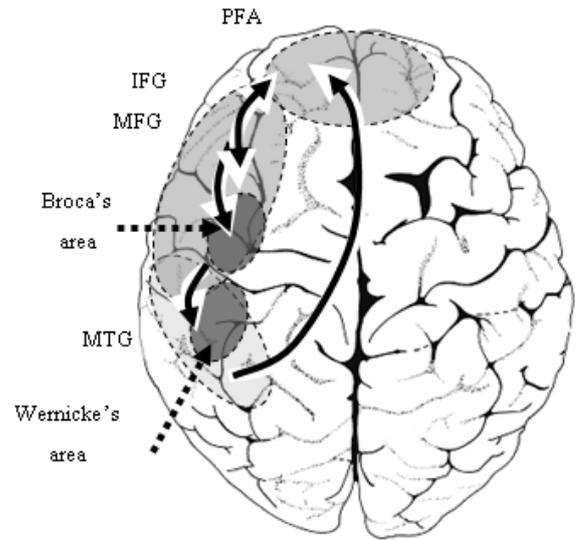


図8 推定された ECD の時空間的推移 (ひらがな提示, 潜時 800ms 以後)

#### 4. 考察

3名の被験者の推定結果を比較すると、被験者 MT の推定結果が他の2名の被験者とは異なり対側に推定されている以外は、推定された部位とその潜時に大きな差は見られなかった。潜時 600~800ms の、Wernicke 野から Broca 野に至るまでの遷移については、短期記憶および長期記憶想起時の脳活動と同様に、記憶と言語に関する部位に推定された。

また、潜時 800ms 以後の解析結果では、再び Wernicke 野から Broca 野への推移が見られた。この2回目の推移は1回目の推移とほぼ同様であった。同一部位での遷移の繰り返しが記号および単漢字の認知過程では確認されなかった。一方、想起の研究 [7] では同じ部位での遷移の繰り返しがみられた。想起の場合では脳内処理として、提示されたキーワードを認知、キーワードに関連して記憶した内容を検索、の様な複数段階での処理を行っている。このため同一部位での遷移の繰り返しが発生したと考えられる。

本研究では、意味のあるひらがな単語 (例: ほたる) とその順序を換えた意味のないひらがな単語 (例: たるほ) の様に、視覚刺激が既知の単語ではない可能性があるため、単語の理解過程としては、音声的な認知を経てから意味的な認知を行っている可能性が考えられる。この結果から、言語処理に関連する部位での脳活動推移の繰り返しが、表音文字に対する脳内認知過程が、最初に文字を音として認知し、その後認知した音に該当する単語を想起することにより言葉の認知がなされる、という複数の段階で言語認知が行われていることを示唆している。

本研究で行った実験では、同時に漢字の提示に対する脳活動の計測を行っているが、その結果はひらがな認知過程とは異なり、Wernicke 野に ECD が推定された後の潜時で Wernicke 野と対側の MFG に ECD が多く推定された (表2, 図9)。この傾向は、向きに限定した視覚刺激を提示した場合の脳活動

[3]とも異なっていた。この違いは、向きに対する認知過程では提示される漢字が限られており瞬時に意味を理解可能であることに対し、本研究で行った実験では被験者は提示される単語が予測出来ないために、漢字を瞬時に既知の単語としては理解が出来ないことに起因すると考えられる。

以上のことから、視覚刺激が事前に提示されている少数の選択肢の中から表示される場合と、視覚刺激の内容が不定または多量である場合とでも、高次脳活動に差が存在すると考えられる。

漢字提示時の脳活動の推定結果では、ひらがな提示時の脳活動と比較すると言語野での脳活動があまり見られなかったことから、言葉の意味の判断ではなく既知の熟語であるかの判断を優先した脳活動であった可能性がある。また脳活動部位の遷移の繰り返しが見られなかったことから、漢字提示時には視覚刺激がより直接的に言語として認識している可能性を示唆している。

表 2 推定された ECD と潜時の関係

Subject	Wernicke	R-MFG	L-MFG	Broca
MY	481	572	600	738
NS	470	575	587	752
MT	473	588	599	748

単位：ms

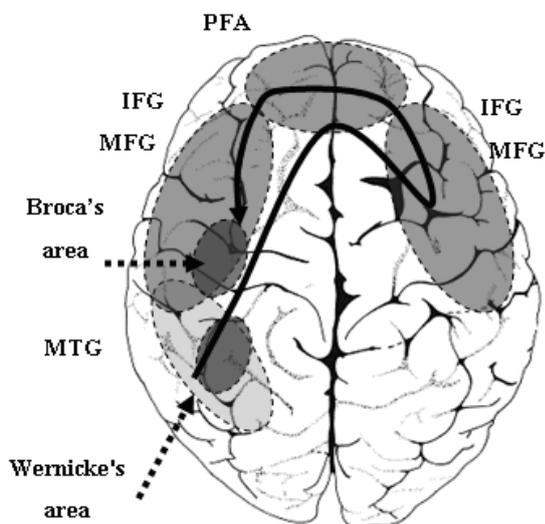


図 9 推定された ECD の時空間的推移 (漢字提示)

## 5. おわりに

本研究で 3 双極子によるひらがな単語の処理過程を推定した結果、Wernicke 野、Broca 野などの言語野での脳活動を確認した。そしてこれらの結果のみならず、同一部位の遷移の繰り返しなど、先行研究よりも詳細な脳活動を得た。

本研究で得られた同一部位での遷移の繰り返しの傾向は、時間分解能に優位な EEG 計測および空間分解能に優位な ECDL 法によって得られたものであり、本研究で適用した手法がヒトの高次脳活動を解析する上で有効な手法であると考えられる。

## 謝辞

本研究は平成 19 年 3 月に終了した文部科学省私立大学学術研究高度化推進事業ハイテク・リサーチ・センター整備事業に伴う北海学園大学ハイテク・リサーチ・センター研究プロジェクト「視覚・画像・音声・言語情報の高度化と知的計測制御技術への応用」ならびに、平成 19 年度新規に採択された文部科学省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業に伴う北海学園大学ハイテク・リサーチ・センター研究プロジェクト「電磁・光センシングを主体とする生体関連情報の先進的計測・処理技術の開発と応用」の一環として行われた。本研究を行うにあたり協力を頂いた被験者および援助を頂いた方々に謝意を表す。

## 参考文献

- [1] R. A. McCarthy, E. K. Warrington (相馬芳明, 本田仁視 監修), 認知神経心理学, 医学書院, 1996
- [2] T.Yamanoi et al., Dominance of recognition of words presented on right or left eye - Comparison of Kanji and Hiragana -, to appear in Modern Information Processing, From Theory to Applications, edited by B. Bouchon-Meunier, G. Coletti and R.R. Yager, Elsevier Science B.V., pp.407-416, 2005
- [3] 豊島 恒, 山ノ井高洋, 山崎敏正, 大西真一, 菅野道夫: 向きを表す単語と記号に対する時空間的脳活動の比較, 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol.18, No.3, pp.425-433, 2006
- [4] 豊島 恒, 山ノ井高洋, 山崎敏正, 大西真一: 時空間的等価電流双極子推定法による RDS 両眼立体視の脳内処理部位の解析, 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol.18, No.1, pp.102-110, 2006
- [5] 山崎敏正, 上條憲一, 剣持聡久: 動径成分の信頼限界に基づいた脳波信号源推定の精度評価, 医用電子と生体工学, 37-4, pp.336-341, 1999
- [6] 山崎敏正: 32 チャンネル電極キャップによる脳内等価電流双極子推定, CLINICAL NEUROSCIENCE, 18-2, 186-190, 2000
- [7] Takahiro Yamanoi, Hisashi Toyoshima, Hidetomo Ichihashi: Spatiotemporal Brain Activities in Recalling Sentences by Loci Mnemonic System, 2007 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, pp.1878-1883, 2007-10

## 連絡先

ジャパンテクニカルソフトウェア

豊島 恒

(Tel:011-737-9131,E-mail:toyoshima@jtsnet.co.jp)

北海学園大学

山ノ井 高洋

(Tel:011-841-1161,E-mail:yamanoi@eli.hokkai-s-u.ac.jp)

# 中年群および青年群、高齢者群の生涯発達過程における 自立関連度認知

## Recognition Concerning Independence Level in Life-Span Development in Middle-age, Young Person and Elderly Groups

奥田裕紀

Hiroki Okuda

金城大学

Kinjo University

**Abstract:** In this investigation, subjects of young person, middle-aged and elderly group were asked to evaluate the degree of relation between the independence level of 1-80 year old and 5 estimation item groups. In the 3 groups, the degree of relation between the independence level of 1-80 year old and 5 estimation item groups were changed by various patterns. Some different types, such as increase-decrease, increase-constancy, decrease-increase and unspecified type were shown in evaluation patterns of the 3 groups. In the 3 groups, the appearance ratio of increase-decrease type was the highest among 4 types. The appearance ratio of increase-decrease and increase-constancy type in the middle-aged group was the lowest of the 3 groups. The appearance ratio of decrease-increase type and unspecified type in the middle-aged group was the highest of 3 groups. The difference of the appearance ratio of each type between 3 groups was statistically significant ( $p < 0.01$ ). Difference of recognition of the developmental change and independence level between 3 groups and difference of research method are discussed.

### 1. はじめに

自立とは何であるか（どのような状況なのか）については様々な考え方があり、研究者や政府関係機関など各々の立場により、またどのような人達の“自立”を問題とするかによって多様な定義が存在し、共通的に認められたものはないとされる。

例えば、「青少年育成施策大綱」（平成15年 内閣府）では、青少年の“自立”には、“就業による経済的自立”に限定せず、“親からの精神的独立”、“社会に関心を持ち公共に参画する”など、多様な要素を含むものとされている。一方、介護保険法でいう“自立（非該当）”とは、要介護にも要支援にも含まれない状態のことであり、介助が必要ないと判定されたものである。

従来の自立に関する研究では、それぞれの研究者などの自立の定義に従って、様々な人達の自立にどのような事項・要因が関与しているかを研究しているものが多く、幅広い年齢の人達の自立関連事項・要因を比較することを困難にしていた。

奥田（2010）は、自立に関連していると思う程度を評定する対象となる評定項目群や、評定方法などを統一して、1歳～80歳までの評定対象年齢ごとに区分して、5評定項目群が自立に関連すると思う程度（自立関連度）の評定を求め検討を行った[1]。

しかし、奥田（2010）では、青年群および高齢者群のみに評定を求めていたために、この間の年齢の人達に関する情報は得られていなかった。そこで本研究では、奥田（2010）と同様な方法で、中

年群に対して自立関連度などに関する評定を求め、他群との比較を行うこととした。

### 2. 方法

#### (1) 研究協力者

研究協力者は、中年群（40～49歳）61名、青年群（18～22歳）59名、高齢者群（60歳以上）56名であった。

#### (2) 手続き

##### 自立関連度の評定

各研究協力者に対して、5評定項目群（運動、新規・操作、コミュニケーション、社会的ルール、生活の5群、各評定項目群には4項目が含まれており、計20項目であった）が、1歳、3歳、5歳、10歳、20歳、40歳、60歳、80歳の人達の自立に関連していると思う程度を、個別の無段階スケールを用いて評定することを求めた。

##### その他の評定

奥田（2010）の結果と比較するために、自立関連度の評定に先立って、5評定項目群に関して、1～80歳の人達が、他者の援助や、補助器具、特別な環境の整備などがなくても、自分でうまくできると思う程度、各評定対象年齢の人達が自立していると思う程度などについても評定を求めたが、これらの評定の結果などについては、本論文では省略する。

### 3. 結果と考察

#### (1) 各評定項目群の自立関連度の変化

図1、2、3に示したように、中年群においても、青年群、高齢者群と同様、評価対象年齢により自立関連度の平均評価値は変化し、一定ではないことが示された。この結果から、中年群においても他群と同様、多くの人達は5評価項目群の自立関連度は、評価対象者の年齢により変化すると認知していることが示唆された。実際、評価者の中には、評価対象年齢が変わっても（あるいは評価項目群によって）評価値をあまり変化させない人も含まれてはいたが、その比率は高くはなかった（10%以下であった）。

また、中年群においても青年群、中年群と同じく、評価対象年齢による評価平均値の変動が比較的小さく、全体がフラットになる評価項目群（例えば、運動評価項目群）と、評価対象年齢による評価平均値の変動が比較的大きい評価項目群（例えば、生活評価項目群）があり、各評価項目群により、評価対象年齢による自立関連度の平均値の変化パターンは同一ではなく、評価対象年齢による評価平均値の変動の大きさも、評価項目群により異なることが示された。

中年群においても他群と同様に、生活評価項目群における評価対象年齢による評価平均値の変動が5評価項目群の中で最も大きかった。一方、図1に示したように、評価対象年齢による自立関連度の評価平均値の変動が、比較的少なかった運動評価項目群では、評価項目群に含まれる評価項目に関して自分で上手くできる程度の評価平均値が高まる年齢（20歳、40歳）でも、自立関連度の評価平均値は0.8以下であった。しかし、運動評価項目群では、低年齢期や、高齢期でも自立関連度の低下は比較的少なかった。

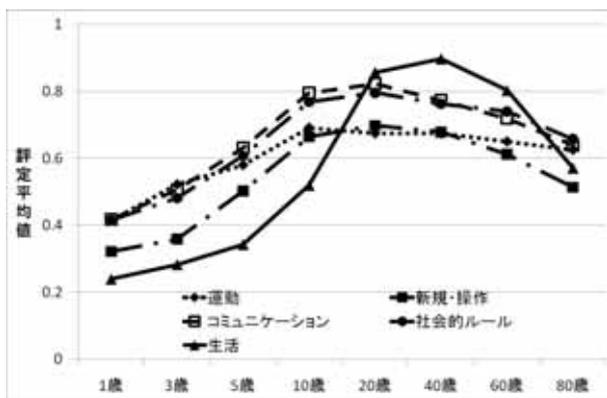


図1 中年群における1~80歳に関する各評価項目群の自立関連度の評価平均値

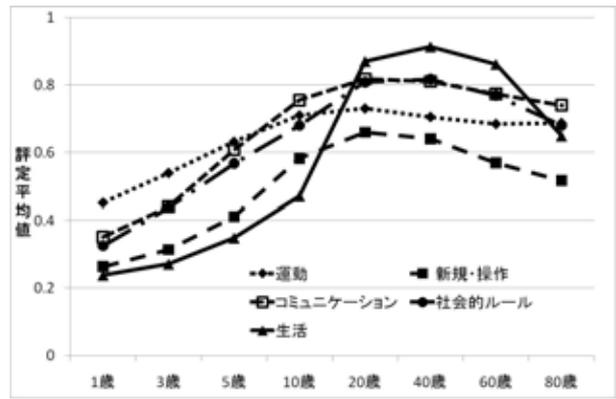


図2 青年群における1~80歳に関する各評価項目群の自立関連度の評価平均値

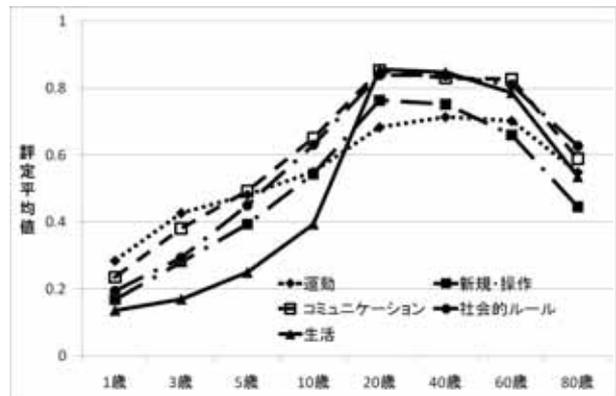


図3 高齢者群における1~80歳に関する各評価項目群の自立関連度の評価平均値

## (2) 各評価対象年齢に関する評価値の変化パターンの出現比率

中年群、青年群、高齢者群における各評価者の評価対象年齢による評価値の変化パターンを、増加減少型（ある年齢までは評価値が高くなり、その後低下するパターン）、増加一定型（ある年齢までは、評価値が高くなりその後あまり変化しないパターン）、減少増加型（ある年齢までは評価値が低下し、その後高まるパターン）、その他（のパターン）に区分した場合、3群間の各型（パターン）の出現比率は、有意に異なっていた（ $p < 0.05$ 、図4参照）。

中年群においても青年群、高齢者群と同様、最も出現比率が高かったのは増加減少型であった。しかし、中年群における増加減少型の出現比率は、3群の中で最も低かった。また、中年群における増加一定型の出現比率も、3群の中で最も低かった。

一方、中年群における減少増加型、その他（のパターン）の出現比率は3群の中で最も高かった。このように、中年群では他の群に比較して、減少

増加型や、その他（のパターン）の評定が示される比率が高かった。

この結果は、減少増加型は、自立度はその人の最も苦手なこと、機能・能力の低いことにより大きな影響を受ける（最も機能の低い領域でカットオフされる）というような評定者の認知から示されたものなのか、評定対象・方法の誤解などから示されたのかという問題（奥田，2010）に、1つの情報を提供すると思われる。

中年群には、子育て中か子育てを終わって間もない時期の人達で、こどもの発達過程を身近に経験し、発達過程に関する記憶もあまり薄れていない人達が、数多く含まれていたものと思われる。このような中年群において、増加減少型、増加一定型の出現率が低下し、減少増加型、その他（のパターン）が増加したことは、減少増加型のような評定が、評定対象の理解不足や誤解などに基づくものではなく、その人なりの発達過程や自立に関する認知から行われたものである可能性を高めるものとも考えられよう。

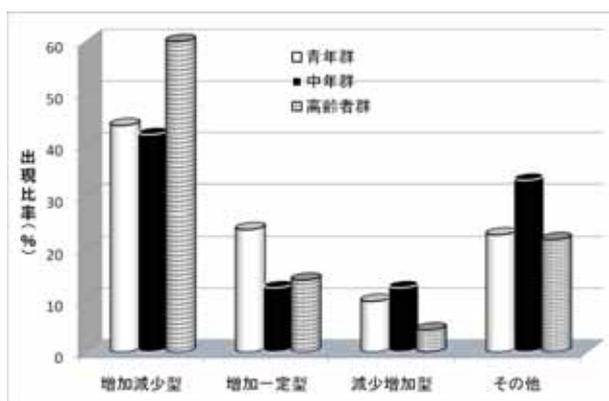


図4 中年群、青年群、高齢者群における自立関連度の評定変化型別の出現比率

### (3) 各群の自立に関する認知の多様性

奥田（2010）における青年群と高齢者群の比較では、高齢者群の方が増加減少型の出現比率が高く、他の型の出現比率が低かった。このことから、青年群の方が自立に関する認知が多様である可能性が考えられた。しかし、青年群は全員が社会福祉学部の学生であったことから、評定者の年齢ではなく、社会福祉に関する様々な学習・経験などが、自立に関する認知の多様性の要因となった可能性も否定できなかった。

本研究の結果、中年群では、青年群、高齢者群に比較して、増加減少型、増加一定型の出現頻度が低く、減少増加型、その他（のパターン）の出現比率は3群の中で最も高かった。本研究において、中年群の方が青年群よりも、自立関連度に関

する評定パターンの多様性が高まったことから、3群間に見られた各型の出現比率の差異は、福祉に関する学習等の影響ではなく、年齢による差異である可能性が高まったと考えられよう。

### (4) 認知の多様性と研究方法の影響

本研究において、自立関連度の評定に先立って行った。各項目がうまくできると思う程度に関する評定は、多くの場合20歳または40歳までは徐々に評定値が高まり、その後次第に低下するというパターン（増加減少パターン）を示していた。このため自立関連度の評定の際に、これらの評定の区分が適切に行えなかった可能性、先行評定の影響を受けた可能性には留意が必要であろう。特にこのような評定課題にあまり慣れていないと思われる高齢者群で、先行評定の影響が強く現れたことは、このような可能性を高めるものとも考えられる。

また、奥田（2010）でも指摘したように、研究者が、評定対象年齢ごとに自立関連度を評定するよう求められたために、評定対象年齢ごとに異なった評定を行った可能性にも留意が必要であろう（年齢ごとに評定を求めることにより、評定者は年齢により変化する評定を期待されていると受け取ったり、自立関連度は、年齢により変化するものと決め付けたりする可能性がある）。

### (5) 自立関連度に関するその他の研究との関連

三野ら（2004）は、小学生、中学生、高校生、大学生を調査対象者として日常生活の“自立度”に関する質問紙調査を行った[2]。この調査においては、一人暮らしをするための家事能力を高めることが、“自立”につながると考えられている。この調査の結果では、各種の家事能力は、中学生、高校生、大学生と年齢が高まるにつれて向上し、この調査で定義される“自立”の程度、すなわち“一人暮らしをするための家事能力”に関する自信も高まっている。

家事能力は、本研究における5評定項目群（20項目）のうち、生活評定項目群（家事をする）、運動評定項目群（食事をする、細かい作業をする）などとの関連が深いと思われる。また、家事作業を可能にする基礎として、新規・操作評定項目群（他人の顔・名前をおぼえる、新しい電化製品を使う）、コミュニケーション評定項目群（ことばを話す、文字の読み書き、他人の表情・身振りを理解する、他人の気持を理解する）、社会的ルール評定項目群（あいさつをする、規則・ルールを守る）なども関連していると思われる。

一方、本研究においては、10歳の生活評定項目群の自立関連度は、3群とも5評定項目群の中で最も低くなっていた。この結果は、生活評定項目群には、“家事をする”の他に“仕事をする”、

“生活費をかせぐ”が含まれていたことが影響していると思われる。

松本ら(2005)は、高齢者の多い病棟に勤務する看護師を調査対象として、自由記述による調査を行った[3]。記述は、“自立イメージ”(一般的に高齢者をイメージするとき自立していると思う内容)“自立”に関する看護計画、情報収集時における“自立”などの領域について求められた。また、記述はその内容により、日常生活動作(ADL)意欲、意思表示、一人暮らしなどの14項目と、その他に区分された。

“自立イメージ”に関しては、日常生活動作に関する回答比率が最高で約40%と、第2位の意欲の2倍以上であった。全調査領域を合わせた場合には、日常生活動作に関する回答比率は、全体の約49%を占め、第2位の意欲の4.8倍以上と圧倒的に高かった。この研究では、高齢者と接することの多い看護師を調査対象者として調査を行っているため、評定者のサンプリング方法などに大きな偏りがあり、結論の一般化は限定的に行う必要があることに留意しなければならないが、“高齢者の自立”とは日常生活動作の能力であるという認知が強く示されている。

日常生活動作については、本研究の5評定項目群のうち運動評定項目群(歩く、食事をする、細かい作業をする)や、生活評定項目群(家事をするの一部)との関連が深いと思われる。

図1~3に示したように、本研究の結果では、中年群、青年群、高齢者群とも、各群の評定平均値を見ると、60歳、80歳の人達の運動評定項目群の自立関連度の評定平均値が最高値となるということはなかった。松本ら(2005)の調査では、評定者の多くは“入院治療を必要とする高齢者”を想定することが多かったと思われる。一方、本研究の結果は、高齢であっても健康で在宅で生活している人達を含む(と思われる)自立関連度の評定である点が異なっており、このような結果の相違の要因となったことが考えられる。

また、本研究は、幅広い年齢の対象者の自立を問題としており、高齢者に限定した研究ではないことや、無段階スケールを用いた評定を求めたことなど、研究方法の相違も影響した可能性が考えられよう。

多様な定義による“自立”によって示される年齢ごとの自立関連度の変化と、ある集団から得られたデータを比較するためには、評定項目群ごとにまとめた自立関連度ではなく、単一項目ごとの自立関連度の評定を求めることが必要になる。

また、各種の定義に合致させるためには、本研究で提示した以外の項目や評定対象年齢について研究することも必要になる。しかし、そのような方法を用いた場合、研究協力者が多数必要であったり、各研究協力者の負担が非常に大きくなっ

たりなどの問題が生じるであろう。

#### (6) 今後の課題

本研究では、中年群、青年群、高齢者群について、評定対象年齢ごとに区分した自立関連度評定の比較を行ったが、各評定者の評定パターンの差異の要因に関して、直接的な情報を得ることはできなかった。この問題を検討するための情報を得る方法の一つは、評定者による(そのような評定を行った理由に関する)内省報告を得ることであろう。

ただし、このような内省報告は、評定者にとって容易なものではないと思われ、正確な報告が得られない可能性も考えられる。また、内省報告を求めることによって、評定過程に対する注意あるいはアテンションを高め、そのことによって評定過程そのものに影響を与えてしまう可能性もある。

#### 4. 参考文献

- [1] 奥田裕紀 青年と高齢者における自立関連度の認知 第26回ファジイシステムシンポジウム講演論文集 WA3-1, pp.1-4, 2010
- [2] 三野たまき, 霜田里美, 塩入純子, 大熊恵美子 日常生活における自立意識調査 長野県北信地方の小学校・中学校・高等学校・大学における実態調査 信州大学教育学部紀要 114, pp.25-35, 2005
- [3] 松本啓子, 松井優子, 池田敏子, 羽井佐米子, 清田玲子, 高田三千代, 赤木節子 看護職の考える高齢者の自立に関する意識調査 自立イメージと実践事例に基づいた自立援助の計画から - 川崎医療福祉学会誌, 14, pp.277-285, 2005

#### 5. 連絡先

〒924-8511 石川県白山市笠間町 1200  
金城大学  
TEL. 076-276-4400  
FAX. 076-275-4316  
E-mail: okuda@kinjo.ac.jp