第 5 回

「ファジィシステムシンポジウム」

講 演 論 文 集

期　日　　1989年6月2日(金)、3日(土)

会　場　　流 通 科 学 大 学

主 催　国際ファジィシステム学会日本支部

第5回

ファジィシステムシンポジウム

－ 新 学 会 設 立 に 向 け て －

講演論文集

期日： １９８９年　６月２日（金）、　３日（土）

会場： 流通科学大学
兵庫県神戸市西区３丁目、
神戸市営地下鉄学園都市駅下車５分
電話　078-794-3555

主催： 国際ファジィシステム学会（ＩＦＳＡ）日本支部
事務局：〒184　東京都小金井市梶野町３－７－２
法政大学 工学部 計測制御教室内
電話 0423-81-5341 内線329，301

共催： 流通科学大学

協賛： 計測自動制御学会、システム制御情報学会、
日本オペレーションズ・リサーチ学会、
日本行動計量学会、日本経営工学会、
情報処理学会、電子情報通信学会、
電気学会、日本人間工学会、日本機械学会、
土木学会、日本医療情報学会、人工知能学会
日本ロボット学会

国際ファジィシステム学会（ＩＦＳＡ）日本支部の第５回ファジィシステムシンポジウムは８１の一般論文の発表が予定されており、３セッションの並列開催となった。このため、今年は５００ページを越える論文集となった。

昨年の非工業系への示唆を受けて、さらに非工業系特に社会科学分野への応用へ発展することを願って、今回のシンポジウムを企画した。幸い、並列３セッションの内の１室全体をＯＲ、多変量解析やデータ解析等の発表でまとめることが出来た。本シンポジウムが、社会科学における構造のモデル化やデータの解析にファジィ理論を適用することが有効であることを認識する契機になることを、期待している。

このため、特別講演は次の様に構成されている。

(1) 第１日目の招待講演では社会科学における曖昧さに焦点を当て、流通科学大学の吉田寛教授に経営意思決定に含まれる曖昧さについてご講演をお願いした。また、大阪府立大学の田中英夫教授には基調講演としてファジィ理論を用いたモデルの考え方から曖昧さをどの様に捉えるかについて講演をお願いした。

(2) １９８７年の東京でのＩＦＳＡ国際会議で展示された、ファジィ推論のハードウエアの開発がファジィ理論の新たな飛躍の契機をもたらしたが、第２日目の特別講演で九州工業大学山川烈教授に最近のファジィコンピュータに関する考え方についてご講演をお願いした。

(3) 来年でＺａｄｅｈ教授のファジィ集合の提案から２５年になるが、このシンポジウムで新学会の設立が予定されており、その歴史を振り返ると言う意味でファジィ集合が提案された直後からファジィ理論の研究に従事されてきた大阪工業大学の浅居喜代治教授に、日本におけるファジィ理論研究の歴史について概括していただいた。

一般講演は２７セッションで広い研究領域を含んでいるが、従来から広く実用化されてきたファジィ制御については、安定性、学習や知的な制御へとさらに理論的にも深まってきた。また、ニューラルネットワークへのファジィ理論の応用がめざましく、２セッションを開くことが出来た。ファジィエキスパートシステムや推論についても応用面の研究がめざましい。全体として、ファジィ理論の理論的発展と共に、応用開発への意欲を伺わせる。世界における日本の独自性、即ち応用面のでの日本の成果や貢献をこのシンポジウムでも知ることが出来る。

このファジィシステムシンポジウムは新学会の設立にともなって、今後は新学会の大会に引き継がれていくことになる。さらにファジィ理論の理論的及び応用的な研究の発展が、新学会の設立を機としてなされることを期待している。今後学会が大きくなっていっても、ファジィ理論の研究者の家族的なフランクな議論が続くことを願っている。

最後に、このシンポジウムの開催に当たって、いろいろとお世話をいただいた流通科学大学の近藤勝直先生をはじめとする関係者各位に心から謝意を表する。

１９８９年　６月　２日

第５回ファジィ システム シンポジウム実行委員

和多田　淳三（龍谷大学）
秋山　孝正　（京都大学）

第5回
ファジィシステムシンポジウム

－ 新学会設立に向けて －

主催　国際ファジィシステム学会（ＩＦＳＡ）日本支部
　　（日本支部長　寺野 寿郎、法政大学 工学部）
共催　流通科学大学
協賛　計測自動制御学会、システム制御情報学会、日本オペレーションズ・リサーチ学会、
日本行動計量学会、日本経営工学会、情報処理学会、電子情報通信学会、
電気学会、日本人間工学会、日本機械学会、土木学会、日本医療情報学会、
人工知能学会、日本ロボット学会

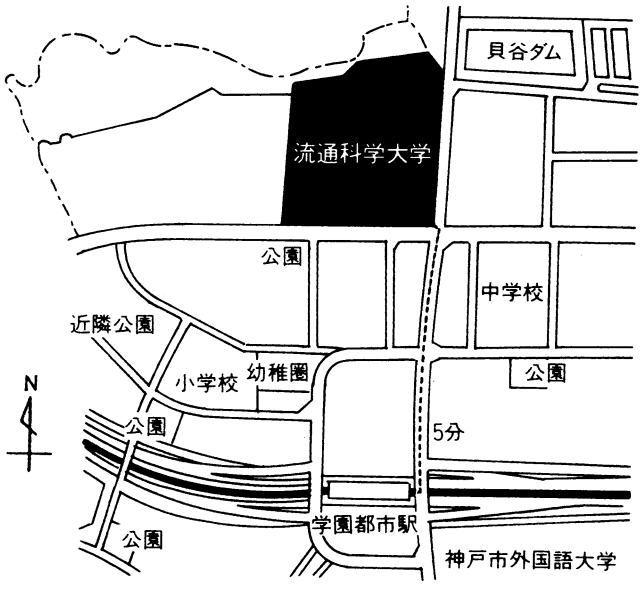
■期　　日：１９８９年　６月２日（金）、　３日（土）
■会　　場：流通科学大学（電話　０７８－７９４－３５５５）
　　兵庫県神戸市西区３丁目、神戸市営地下鉄学園都市駅下車５分

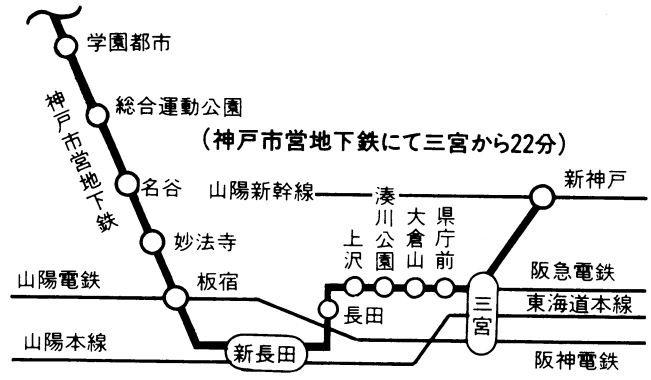
■基調講演：６月２日（金）　１０：２０～１１：２０
「ファジィモデリング」……田　中　英　夫（大阪府立大学 教授）
■招待講演：６月２日（金）　１１：３０～１２：３０
「裁量的行動と経営意思決定」……吉　田　　寛（流通科学大学 教授）
■特別講演：６月３日（土）　９：００～１０：００
「メンバーシップ関数回路のシングルトンコントローラと
ファジィニューロンへの応用」……山　川　　烈（九州工業大学 教授）
■特別講演：６月３日（土）　１０：１０～１０：４０
「日本におけるファジィ理論研究の歴史
新学会設立に向けて」……浅 居　喜 代 治（大阪工業大学 教授）

■一般講演：８１件
推論(6件)、ﾆｭｰﾗﾙﾈｯﾄ(6件)、制御(15件)、OR(6件)、証拠理論(3件)、
ﾊｰﾄﾞｳｪｱ(6件)、知識工学(3件)、ﾃﾞｰﾀﾍﾞｰｽ検索(3件)、測度(3件)、
ﾃﾞｰﾀ解析(6件)、多変量解析(9件)、信頼性解析(3件)、土木計画(3件)、
ロボット(3件)、ファジィ関係(3件)、論理(3件)

参加　方法：シンポジウム参加申し込み書に必要事項を記入の上、当日会場受付にてお申し込みください。　参加費も当日会場受付にてお支払いください。
参加費：会員　５０００円、学生　３０００円、その他　７０００円
（共に、講演論文集を含む）
懇　親　会：６月２日（金）　１９：００～２１：００　［於　神戸オリエンタルホテル］
懇親会費　６０００円（学生　４０００円）
申込方法：ＩＦＳＡ日本支部事務局または運営幹事にて事前申し込み受付。
事　務　局：〒１８４　東京都小金井市梶野町３－７－２
法政大学　工学部　計測制御教室内
国際ファジィシステム学会（ＩＦＳＡ）日本支部事務局（増井 重弘）
電話　０４２３－８１－５３４１　内線３２９、３０１
運営幹事　：和多田　淳 三（龍谷大学経営学部　TEL 075-642-1111 EX.501）
（〒612 京都市伏見区深草塚本町６７ FAX 075-643-8510）
秋　山　孝 正（京都大学工学部　　TEL 075-753-5123）
（〒606 京都市左京区吉田本町）

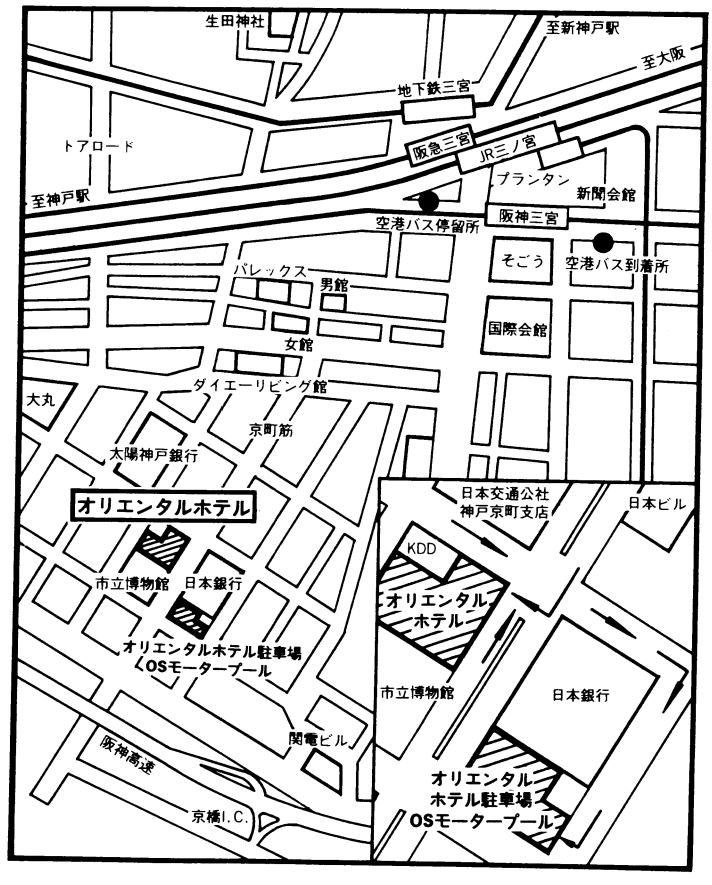
流通科学大学





〒673　兵庫県神戸市西区学園西町３丁目１番
TEL. 078(794)3555(代)

懇親会会場　オリエンタルホテル



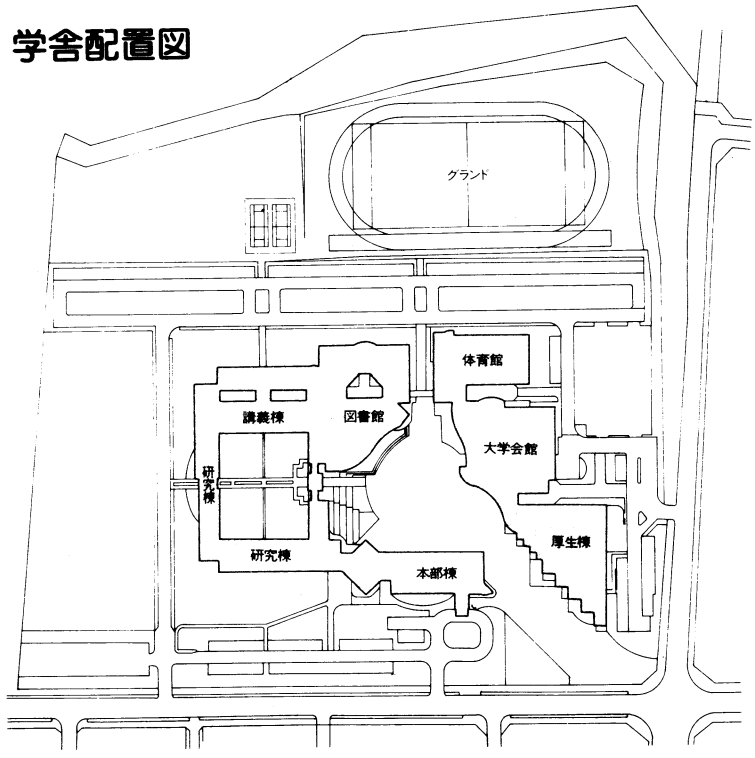
〒650　神戸市中央区京町25　TEL. 078(331)8111

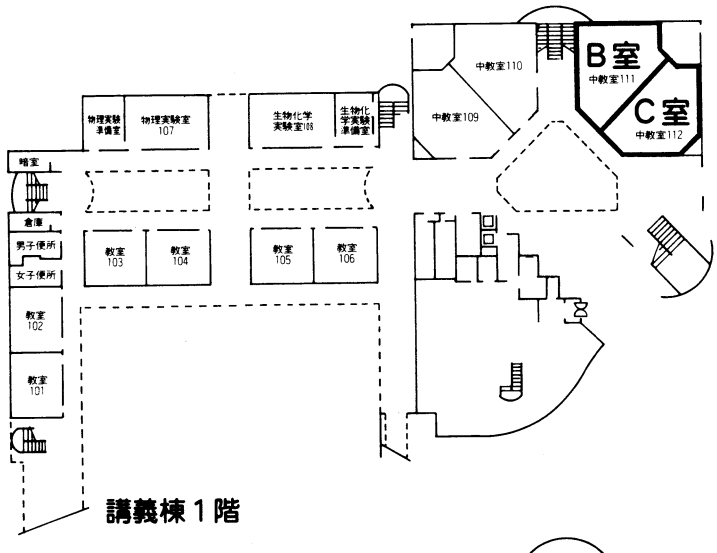
交通のごあんない

- 三宮駅〔JR・阪急・阪神・地下鉄〕より徒歩10分、お車約５分。
- 新神戸駅〔新幹線〕よりお車約10分。
- 大阪空港よりお車で約40分。(空港バス620円)

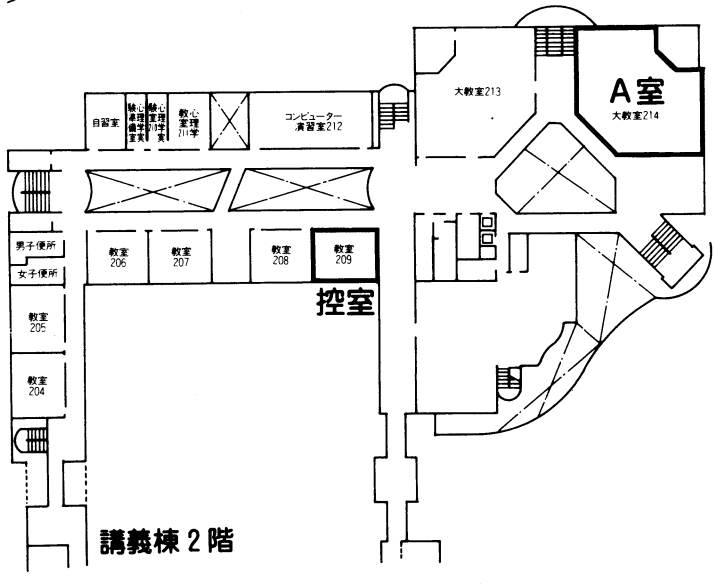
会場見取り図

学舎配置図





講義棟１階



講義棟２階

会 場 案 内

		第S室	第A室	第B室	第C室	第D室	
第1日	10:00~10:20 10:20~11:20 11:30~12:30	開会式 基調講演 招待講演				システム及び書籍等 展示・販売	会議室
	12:30~1:30	昼 食 休 憩					IFSA日本支部 運営委員会
	1:30~2:30		A1 ﾊｰﾄﾞｳｴｱ 1	B1 アンケート調査	C1 証拠理論		
	2:40~3:40		A2 ﾊｰﾄﾞｳｴｱ 2	B2 ファジィ測度	C2 信頼性解析		
	3:50~4:50		A3 ロボット	B3 回帰分析	C3 土木計画		
	5:00~6:00		A4 制御と学習	B4 クラスタリング	C4 論 理		
	6:00~7:00	懇親会場へ移動 約50分				→ 移動 →	オリエンタルホテル
	7:00 ~ 9:00						懇 親 会
第2日	9:00~10:00 10:10~10:40 10:40~11:30	特別講演 特別講演 総 会				システム及び書籍等 展示・販売	
	11:30~12:20	昼 食 休 憩					
	12:20~1:20		A5 制御の応用 1	B5 ﾌｧｼﾞｨ関係行列	C5 ﾌｧｼﾞｨ推論 1		
	1:30~2:30		A6 制御の方法論	B6 判別分析	C6 ﾃﾞｰﾀﾍﾞｰｽの検索		
	2:40~3:40		A7 制御の応用 2	B7 OR一般	C7 ﾌｧｼﾞｨ推論 2		
	3:50~4:50		A8 ﾆｭｰﾗﾙﾈｯﾄ 1	B8 データ解析	C8 ｴｷｽﾊﾟｰﾄｼｽﾃﾑ		
	5:00~6:00		A9 ﾆｭｰﾗﾙﾈｯﾄ 2	B9 ORの応用	C9 制御系の安定		

プログラムと目次

特別セッション

第1日　6月2日(金)

10：00～10：20
〔挨拶〕 国際ファジィシステム学会（IFSA）日本支部長　寺野寿郎（法政大学）

10：20～11：20
〔基調講演〕　　司会　岩井壮介（京都大学）
ファジィモデリング……田中英夫（大阪府立大学）　3

11：20～11：30　休　憩

11：30～12：30
〔招待講演〕　　司会　浅居喜代治（大阪工業大学）
裁量的行動と経営意思決定……吉田寛（流通科学大学）　9

第2日　6月3日(土)

9：00～10：00
〔特別講演〕　　司会　菅野道夫（東京工業大学）
A MEMBERSHIP FUNCTION CIRCUIT AND ITS APPLICATIONS TO A SINGLETON-CONSEQUENT FUZZY LOGIC CONTROLLER AND A FUZZY NEURON
……山川烈（九州工業大学）　13

10：00～10：10　休　憩

10：10～10：40
〔特別講演〕　　司会　水本雅晴（大阪電気通信大学）
日本におけるファジィ理論研究の歴史　新学会設立に向けて
……浅居喜代治（大阪工業大学）　19

10：40～11：05
〔総　会〕 国際ファジィシステム学会日本支部　総会

11：05～11：30
〔総　会〕 新学会設立総会

一　般　講　演　セ　ッ　シ　ョ　ン

第A室

第1日　6月2日(金)

1：30～2：30

セッション A1　〔ハードウエア　1〕　司会　廣田 薫　（法政大学）

A1-1　同期式ファジィ順序回路の合成法
渡辺龍起、松本政之、榎田光明（東洋大学）　25

A1-2　限界和と限界積による簡単なファジィ状態メモリ回路
白井雄二（八代工業高等専門学校）、
佐々木守、上野文男、井上高宏（熊本大学）　31

A1-3　任意形状のメンバーシップ関数が記憶可能なファジィレジスタ
小沢和浩、廣田薫（法政大学）　37

2：40～3：40

セッション A2　〔ハードウエア　2〕　司会　山川 烈　（九州工業大学）

A2-1　ファジィ処理専用プロセッサの一構成法
佐々木守、上野文雄、井上高宏（熊本大学）、
白井雄二（八代工業高等専門学校）　41

A2-2　スイッチトキャパシタ回路を用いたファジィ化、非ファジィ化回路の一構成法
佐々木守、上野文男、井上高宏（熊本大学）、
白井雄二（八代工業高等専門学校）　47

A2-3　仮想ページング方式ファジィチップとファジィ開発ステーション
有川晴彦（マイコム）、廣田薫（法政大学）、坂和正敏（岩手大学）　53

3：50～4：50

セッション A3　〔ロボット〕　司会　寺野 寿郎　（法政大学）

A3-1　ファジィ・ロボットによる生け花
増井重弘、寺野寿郎（法政大学）　59

A3-2　水平多関節型アームロボットを用いたファジィ制御による2次元移動物体の把握
廣田薫、渡辺秀則（法政大学）　65

A3-3　自律移動ロボットのファジィ誘導制御
竹内倶佳、永井豊、登一生、榎本穣（電気通信大学）　71

5：00～6：00

セッション A4　〔制御と学習〕　司会　村上 周太　（九州工業大学）

A4-1　最適化法によるファジィ推論の自動チューニングと走行車制御への応用
赤堀裕志、江草洋、高木友博、若見昇、近藤信二（松下電器産業）　77

A4-2　学習機能付きファジィコントローラ
大西巍（三菱重工業）、宮内和良、田中裕士（菱日エンジニアリング）　83

A4-3　自己調整ファジィ制御装置の設計
前田幹夫、村上周太（九州工業大学）、山崎久代（松下電器産業）　89

第Ａ室

第２日　6月3日(土)

１２：２０～１：２０

ｾｯｼｮﾝ Ａ５　〔制御の応用 １〕　司会　増井 重弘 （法政大学）

A5-1　ファジィ推論を用いた物体の動きの予測
立松岳史（東京ガス）、室伏俊明、菅野道夫（東京工業大学）　95

A5-2　目的主導型推論による車体制御
上石陽一、中村健、小田山茂、堀川隆治、橘詰義晴（アドイン研究所）　101

A5-3　ファジィ推論による倒立振子の安定化制御
川路茂保、野口功（熊本大学）　107

１：３０～２：３０

ｾｯｼｮﾝ Ａ６　〔制御の方法論〕　司会　安信 誠二 （国際ﾌｧｼﾞｨ工学研究所）

A6-1　周波数応答法を用いたファジィコントローラの設計
藤井章、植山高次、芳谷直治（新日本製鐵）　115

A6-2　基本的なファジィ制御と線型制御の対比
佐川隆一（ＳＣＳ技術事務所）　121

A6-3　ファジィ制御系の解析と設計に関する一考察
田中一男、菅野道夫（東京工業大学）　127

２：４０～３：４０

ｾｯｼｮﾝ Ａ７　〔制御の応用 ２〕　司会　宮腰 政明 （北海道大学）

A7-1　異常補償機構を付加した手動制御系におけるオペレータのFuzzy Model
浜田広児、松島皓三（筑波大学）　133

A7-2　オペレータの操作履歴の解析に基づく知的ファジィ制御
槇木哲夫（京都大学）、小川兼一郎（ＮＴＴデータ）、
片井修、岩井壮介（京都大学）　139

A7-3　二重ファジィ制御を用いた原料定量供給機
竹本三郎（石田衡器製作所）　145

３：５０～４：５０

ｾｯｼｮﾝ Ａ８　〔ニューラルネット １〕　司会　中西 祥八郎 （東海大学）

A8-1　ニューラルネットワークを用いたファジィ制御
高木敏幸、采原敬三、後藤泰之、中西祥八郎（東海大学）　151

A8-2　学習型ファジィ・ニューラルネットの一実現法
山口亨（国際ﾌｧｼﾞｨ工学研究所）、今崎直樹、春木和仁（東芝）　157

A8-3　学習型ファジィ・ニューラルネット設計支援システム
今崎直樹（東芝）、山口亨（国際ﾌｧｼﾞｨ工学研究所）、春木和仁（東芝）　163

５：００～６：００

ｾｯｼｮﾝ Ａ９　〔ニューラルネット ２〕　司会　馬野 元秀 （大阪大学）

A9-1　ニューラルネットワークを用いたファジィプロダクションルールの自動抽出
林陽一、中井正人（茨城大学）　169

A9-2　Hopfield Neural Networkによるファジィ推論の自動チューニング手法の提案
野村博義、林 勲、若見昇（松下電器産業）　177

A9-3　ニューラルネット駆動型ファジィ推論による倒立振子の学習制御
林 勲、野村博義、若見昇（松下電器産業）　183

第B室

第1日　6月2日(金)

1：30～2：30

ｾｯｼｮﾝ B1　〔アンケート調査〕　司会　奥田 徹示 （大阪工業大学）

B1-1　尺度構成のファジィネスに基づいたファジィ評価システムの設計と開発
北垣郁雄（職業訓練研究センター）、多賀谷敏夫（産業技術専門教育院）　189

B1-2　ファジィ理論を応用したソシオメトリー分析
山下元（早稲田大学）、津田栄（国学院高校）、勝又保雄（目黒高校）　195

B1-3　メタ・ファジィ集合
上石陽一、徳永雅彦、中村健、山口英俊、渡辺正明（アドイン研究所）　201

2：40～3：40

ｾｯｼｮﾝ B2　〔ファジィ測度〕　司会　中島 信之 （和歌山県立医科大学）

B2-1　ファジィ測度・Choquet積分を用いた評価モデルの解析
森　勉（松下電器産業）、室伏俊明（東京工業大学）　207

B2-2　ファジィ測度・Choquet積分を用いた学習モデル
田中淳（日立製作所）、室伏俊明（東京工業大学）　213

B2-3　ファジィ測度による様相演算子のファジィ化
村井哲也（札幌医科大学）、宮腰政明、新保勝（北海道大学）　219

3：50～4：50

ｾｯｼｮﾝ B3　〔クラスタリング〕　司会　本多 中二 （東京電気大学）

B3-1　区間回帰モデルとファジィ回帰モデルとの関係
石渕久生、田中英夫（大阪府立大学）　223

B3-2　ファジィ回帰モデルによる連立同時方程式の係数推定
高萩栄一郎（福井工業大学）　229

B3-3　ファジィ入出力データに対するファジィ線形回帰分析
坂和正敏（岩手大学）、矢野均（香川大学）、菅野丘（岩手大学）　235

5：00～6：00

ｾｯｼｮﾝ B4　〔回帰分析〕　司会　田中 英夫 （大阪府立大学）

B4-1　階層的クラスター分析におけるWishartのＫＮＮ法とあるファジィグラフの連結成分との等価性について
宮本定明（筑波大学）　241

B4-2　Fuzzy C-means 法における分割数の新しい選択法
福山義幸、菅野道夫（東京工業大学）　247

B4-3　ファジィクラスタリングを用いたファジィ制御規則の同定
廣田薫、吉成有介（法政大学）　253

第B室

第2日　6月3日(土)

12：20～1：30
ｾｯｼｮﾝ B5　〔ファジィ関係行列〕　司会　坂和 正敏 （岩手大学）
B5-1　台空間の対応によるmax-*合成の解釈とFuzzy関係の決定法
秋山幸生、阿部徹治、満永豊、古賀広昭（ＮＴＴ伝送システム研究所）　259
B5-2　ファジィ行列の階数とその評価
影井清一郎、大里有生（横浜国立大学）　265
B5-3　ファジィ集合を利用した土構造物内の非定常浸透流に基づく逆解析
大野研、近藤武（三重大学）　271

1：30～2：30
ｾｯｼｮﾝ B6　〔判別分析〕　司会　鬼沢 武久 （熊本大学）
B6-1　ファジィ・グループに対するファジィ判別分析
吉田光雄（大阪大学）　277
B6-2　ファジィデータに対する判別分析
石渕久生、田中英夫（大阪府立大学）　283
B6-3　ファジィ判別モデルのガスセンサシステムへの応用
石渕久生、田中英夫（大阪府立大学）、岩本則子（松下電器）　289

2：40～3：40
ｾｯｼｮﾝ B7　〔ＯＲ一般〕　司会　江沢 義典（関西大学）
B7-1　ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題に対する実行可能性とパレート最適性
坂和正敏（岩手大学）、矢野均（香川大学）、高橋淳也（岩手大学）　295
B7-2　ファジィ輸送問題
多田実（龍谷大学）、石井博昭、西田俊夫（大阪大学）　301
B7-3　最大値を１とする重要度の基準化について
市橋秀友（大阪府立大学）　307

3：50～4：50
ｾｯｼｮﾝ B8　〔データ解析〕　司会　市橋 秀友 （大阪府立大学）
B8-1　Minimum Dimension Analysis 手法を用いたメンバーシップ関数の求め方について　三矢直城（三矢技術士事務所）、阿久津　忠（日水コン）　313
B8-2　ファジィデータ解析についての実験的考察
古殿幸雄、広沢博、浅野知伸、川下靖司、奥田徹示、浅居喜代治（大阪工業大学）　319
B8-3　ファジィ理論を用いた交通経路選択に関する分析
秋山孝正、佐佐木綱、宇野伸宏、有倉陽司（京都大学）　325

5：00～6：20
ｾｯｼｮﾝ B9　〔ＯＲの応用〕　司会　石井 博昭 （大阪大学）
B9-1　ファジィ理論を用いた言語による色彩混色
井関之雅、中西祥八郎（東海大学）　331
B9-2　混合型ファジィモデル構築について
中森義輝、馬屋原一孝（甲南大学）、甲斐沼美紀子、森田恒幸（国立公害研究所）　337
B9-3　二次形式メンバシップ関数による可能性線形システムの同定
田中英夫、石渕久生（大阪府立大学）　343

第C室

第1日　6月2日(金)

１：３０～２：３０

ｾｯｼｮﾝ Ｃ１　〔Dempster-Shafer理論〕　司会　椹木 哲夫 （京都大学）

C1-1　ファジィ理論とDempster-Shafer理論を用いた推論システム
清水透（日本電気）　349

C1-2　Dempster-Shafer 理論における非正規ファジィ集合の取り扱いについての一考察
佐藤昌彦、向殿政男（明治大学）　355

C1-3　不可知性を考慮した近似推論法について
中村和男（製品科学研究所）　361

２：４０～３：４０

ｾｯｼｮﾝ Ｃ２　〔信頼性解析〕　司会　中村 和男 （製品科学研究所）

C2-1　Dempster-Shafer理論に基づくフォールトリーの解析
横井八郎（住友金属工業）、和多田淳三（龍谷大学）　367

C2-2　ヒューマン・エラーの定性的表現と人間の信頼性解析
鬼沢武久（熊本大学）　373

C2-3　ファジィ理論に基づく損傷構造物の耐震信頼性評価
白石成人、古田均、杉戸真太（京都大学）、
山本信哉（三菱重工業）、大谷裕生（京都大学）　379

３：５０～４：５０

ｾｯｼｮﾝ Ｃ３　〔土木計画〕　司会　近藤 勝直 （流通科学大学）

C3-1　道路網信頼性解析へのファジィ理論の適用
若林拓史（大阪府立工業高等専門学校）、
片岡孝之（大阪市）、久末信幸（関西電力）　385

C3-2　ファジィ環境における地域計画施策の多基準評価
加賀屋誠一、山村悦夫（北海道大学）　391

C3-3　ファジィ多目的計画による道路整備計画代替案の評価
内田敬、小林雅文（京都大学）　397

５：００～６：００

ｾｯｼｮﾝ Ｃ４　〔論　理〕　司会　塚本 弥八郎 （名城大学）

C4-1　ファジィ・インターバル論理関数について ～未知を考慮した論理体系～
菊池浩明、向殿政男（明治大学）　403

C4-2　メジアンフィルタのファジィロジックによる拡張
永井豊、竹内倶佳（電気通信大学）　409

C4-3　集合指向言語ＳＯＬのファジィプログラミングへの応用
吉見康一（富士通）、重松保弘、村上周太、吉田将（九州工業大学）　415

第C室

第2日　6月3日(土)

12：20～1：20
ｾｯｼｮﾝ C5　〔ファジィ推論　1〕　司会　宮本 定明 （筑波大学）
C5-1　PROFIL：　ファジィインターバル論理に基づくＰｒｏｌｏｇ
菊池浩明、向殿政男（明治大学）　421
C5-2　PROFIL：　ファジィＰｒｏｌｏｇでおこなうあいまい知識処理
佐藤昌彦、菊池浩明、向殿政男（明治大学）　427
C5-3　ファジィ集合の概念を用いた日本語質問応答システムの拡張
－ ファジィ推論の導入と一致度の処理方法の追加 －
馬野元秀（大阪大学）　433

1：30～2：30
ｾｯｼｮﾝ C6　〔データベースの検索〕　司会　大里 有生 （横浜国立大学）
C6-1　ファジィ情報検索システムのためのマッチング関数
三宅輝久、宮本定明、中山和彦（筑波大学）　439
C6-2　自然言語によるファジィ表現を許容したデータベース検索
前田博、石飛康浩（九州工業大学）、田熊博美（セラトレーディング）　443
C6-3　ファジィ演算による特徴ベクトル検索
中村健、小山田茂、堀川隆治、上石陽一（アドイン研究所）　449

2：40～3：40
ｾｯｼｮﾝ C7　〔ファジィ推論　2〕　司会　菅野 道夫 （東京工業大学）
C7-1　順序関係に基づく推論方法
片井修（京都大学）、重政啓太郎（ＣＳＫ）、
椹木哲夫、岩井壮介（京都大学）　455
C7-2　ファジィ推論法による補間
水本雅晴（大阪電気通信大学）　461
C7-3　ファジィ推論による関数表現
大里有生、関口隆（横浜国立大学）　467

3：50～4：50
ｾｯｼｮﾝ C8　〔エキスパートシステム〕　司会　片井 修 （京都大学）
C8-1　ファジィ・ニューラル・エキスパートシステムとその医療診断への応用
林陽一（茨城大学）、吉田勝美（慶応大学）、井村敦（茨城大学）　473
C8-2　逐次型ファジィ後向き推論による目標類別
野本弘平、桐本哲郎、高橋由昌、広瀬保嘉、古川裕之（三菱電機）　481
C8-3　ホロニックファジィ推論によるトレンド理解型監視エキスパートシステム
内田和臣（新潟鉄工所）、廣田薫（法政大学）　487

5：00～6：00
ｾｯｼｮﾝ C9　〔制御系の安定〕　司会　水本 雅晴 （大阪電気通信大学）
C9-1　ファジィ制御系の安定性
前田幹夫、村上周太（九州工業大学）、稲毛勝行（立石電機）　493
C9-2　ファジィ制御の改善法（Ⅲ）
水本雅晴（大阪電気通信大学）　499
C9-3　ファジィルール制御系の絶対安定条件：円板定理の拡張
北村新三（神戸大学）　505

特 別 講 演 論 文

〔基調講演〕　司会　岩井壮介（京都大学）
ファジィモデリング……田中英夫（大阪府立大学）　3

〔招待講演〕　司会　浅居喜代治（大阪工業大学）
裁量的行動と経営意思決定……吉田寛（流通科学大学）　9

〔特別講演〕　司会　菅野道夫（東京工業大学）
A MEMBERSHIP FUNCTION CIRCUIT AND ITS APPLICATIONS TO A SINGLETON-CONSEQUENT FUZZY LOGIC CONTROLLER AND A FUZZY NEURON
……山川烈（九州工業大学）　13

〔特別講演〕　司会　水本雅晴（大阪電気通信大学）
日本におけるファジィ理論研究の歴史　新学会設立に向けて
……浅居喜代治（大阪工業大学）　19

ファジィモデリング
Fuzzy Modelling

田中英夫
Hideo TANAKA
大阪府立大学工学部
College of Engineering, University of Osaka Prefecture

ABSTRACT

Fuzzy modelling can be interpreted as modelling phenomena to which we have partial ignorance or incomplete information. From the view point of fuzzy modelling, this paper describes the essential background of fuzzy systems studies which are recently watched with keen interest.

1．まえがき

最近ファジィシステムの応用が注目され，「ファジィ」という言葉が一般化された．このような背景にはあいまいさを内包した現実社会ともっと深く関わりたいという強い欲求があるように思える．現実を直視すれば，現象に対する無知さ，情報の不完全性，さらに人間の多様性などが存在することに気づくであろう．小稿では，我々の部分的無知，不完全性，さらに多様性を反映したモデリングをファジィモデリングと呼び，ファジィモデリングの観点から，「ファジィ」が注目されてきた背景を種々の局面を通して述べたい．

2．認識のソフト性の導入

L.A.Zadeh のファジィ集合の発想は我々の認識のソフト性にあると考えられる．古くから，物事を度合で表現することが一般に行われてきたことからわかるように，ファジィ集合の概念は，我々の直観によく合っている．

たとえば，パターン認識におけるファジィ k-means 法[1]では，通常のデータを２群に分けるとき，２群の中間に存在するデータは度合付きで判別している．この方が自然な判別であり，また次に述べるように判別のための評価関数の最小値は自然にメンバーシップ関数になる．通常の解析では決定変数は {0,1} であるが，ファジィ群に拡張すれば，決定変数は区間 [0,1] になる．ファジィ群の決定変数の領域の方が広いので，判別の良さを表現する評価関数は通常の {0,1} のときより良くなる．すなわち，評価関数の最小値は自然にファジィ群になり，そのメンバーシップ関数が決定される．またファジィ群を導入することによって連続性が成り立つので最適化問題の必要条件を導出できる利点がある．

ファジィ数量化 II 類 [2] もファジィ群を導入することによって次のような利点が自然に附与されている．いま，生活水準の上流，中流，下流という３群を考え，アンケート調査を行いこの３群をできるだけ分離する線形式を求めることを考える．このとき線形式によって変換される一次元空間では，通常の数量化 II 類を用いると，ある場合には，上流，下流，中流と言うように変換されることがある．これはこの３群が無関係に解析されていることによる．このとき，得られた結果は解釈が困難になる．しかし，ファジィ群を導入することによって，上流と中流，中流と下流との間がファジィ群のメンバーシップ関数によって連結されるので，自然に一次元上で，上流，中流，下流というサンプルが並ぶことになる．このことを証明することが困難であるので，文献 [2] などではあまり強調されていない．しかしこの性質はファジィ群の導入の特徴である．解析結果は我々にとって解釈しやすいものになる．ただし，通常の数量化 II 類でも前述の条件を満足するように拘束条件を導入して解く方法が考えられているが，解法が複雑になる．

以上のように，あいまいさを積極的に導入する方が，解析結果がより我々に受け入れやすくなることが多い．このことは多変量解析では重要な要素である．

3．無知量の導入

Demspter-Shafer[3] は無知量が取扱える新しい確率理論を試みている．簡単な例から始めると，A が犯人である証拠を集めて P(A)=0.4 と分かったとき，確率の加法性 $P(A)+P(\bar{A})=1$ から同じ証拠が $P(\bar{A})=0.6$ を支持していることになってしまう．ただし，$\bar{A}$ は A が犯人でないことを意味する．この矛盾を次のように解決した．A が犯人である証拠の重みが 0.4 でその残りの重み 0.6 は $(A,\bar{A})$ の事象の上に載っていると考える．すなわち $P(A,\bar{A})=0.6$．このことから 0.6 の重みは {P(A)=0.3, $P(\bar{A})$=0.3} , {P(A)=0.6, $P(\bar{A})$=0}, {P(A)=0, $P(\bar{A})$=0.6} など種々の分割が考えられる．エントロピー最大原理からは {P(A)=0.3, $P(\bar{A})$=0.3} となるが，Dempster はこのことを批判している．すなわち，無知量が 0.6 なのになぜ半分ずつ分割するという知識が得られるのかに疑問を投げかけて

いる．そこで，Dempster は上界確率 $P^*(\cdot)$ と下界確率 $P_*(\cdot)$ の概念を導入した．すなわち上界と下界とを Max と Min に対応させ次のように定義している．

$$P^*(A)=0.4+0.6=1,\quad P^*(\bar{A})=0+0.6$$
$$P_*(A)=0.4+0=0.4,\quad P_*(\bar{A})=0 \qquad (1)$$

また $P^*(A)+P^*(\bar{A})\geq 1$, $P_*(A)+P_*(\bar{A})\leq 1$ となり確率の加法性が緩められている．また P^* と P_* との関係は

$$P^*(A)=1-P_*(\bar{A}) \qquad (2)$$

となっている．通常の確率は加法性が成り立つ世界であるので，事象 A を考えることと余事象 $\bar{A}$ を考えることは同じことになる．すなわち表から見ても裏から見ても同じ結果になる．しかし(2)式から分かるように P^* の測度は P_* から誘導され，この２つの測度から部分的無知さに対して様相性が与えられている．

Z.Pawlak [4] は Dempster-Shafer 理論とよく似た観点から Rough Sets を提案している．これは図１のように，我々が認識できるのは集合 $\{S_1,\ldots,S_{16}\}$ であり，X というパターンが与えられたとする．全体集合Uの分割は近似空間と呼ばれている．このとき，我々の認知は外からの近似 $\bar{A}(X)=\{S_1,\ldots,S_{12}\}$ と内からの近似 $\underline{A}(X)=\{S_6,S_7\}$ であると見なしている．これは我々の認識におけるあいまいさを反映して，X の可能性 $\bar{A}(X)$ と必然性 $\underline{A}(X)$ とを求めている．ここでもし $\bar{A}(X)=\underline{A}(X)$ ならば X は近似空間 A において完全に定義できるが，以下の４つの undefinable sets を規定している．ただし，$\cup$は全体集合，ϕ は空集合である．

(i) もし $\underline{A}(X)\neq\phi$, $\bar{A}(X)\neq\cup$ ならば X は roughly definable.
(ii) もし $\underline{A}(X)\neq\phi$, $\bar{A}(X)=\cup$ ならば X は externally undefinable.
(i) もし $\underline{A}(X)=\phi$, $\bar{A}(X)\neq\cup$ ならば X は internally undefinable.
(i) もし $\underline{A}(X)=\phi$, $\bar{A}(X)=\cup$ ならば X は totally undefinable.

また近似空間 A における X の正確さの測度を $d_A(X)$ として，

$$d_A(X)=\frac{\mathrm{card}(\underline{A}(X))}{\mathrm{card}(\bar{A}(X))} \qquad (3)$$

で定義している．ただし，card(Y)は集合 Y の濃度である．これらの定義を用いて Rough Sets は医療診断に応用されている [4]．

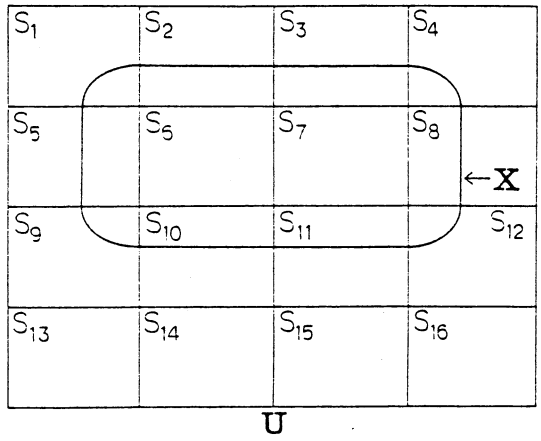


図１　S_i によるUの分割

データベースの研究においても不完全情報の取扱いに前述と同様な概念が用いられ，情報検索において可能性と必然性の概念による情報検索が行れている [5]．ここでは，データベースとして例えば，自動車の色を灰色または紺という不完全情報を取り扱っている．Lipski [5] は次の二つの概念を用いている．

(i) the lower value of the query Q= $\| Q \|_*$, which is the set of objects which from the information available can not fail to satisfy Q. [必然性]
(ii) the upper value of the query Q= $\| Q \|^*$ which is the set of objects which from the information available could possibly satisfy Q. [可能性]

以上と同様な観点で，区間線形回帰分析[6]が定式化されている．ある現象の観測値 y をいくつかの説明変数 $x_1,\ldots,x_n$ で説明することが回帰分析の目的である．観測値 y との関係のある変数 x をすべて説明変数としてとることは不可能であり，また現象に対する部分的無知さがあるので y と関係のある変数 x を完全に知ることができない．説明変

数にとった x を同じにしても観測値 y が異なる原因は上に述べたことにあると考えられる．もし部分的無知な状況にあるならば，通常の回帰分析のように明確な関数関係を同定することは矛盾しているように思われる．なぜならば，明確な関数関係は y が考慮した説明変数 x_i で完全に記述できると仮定しているからである．これに対して，区間回帰分析では，考慮されていない未知の変数 x の存在を暗黙に仮定し，我々の部分的無知さを反映した区間関数関係を同定している．この方が現実に適していると思われる．

例えば，図２は区間線形回帰分析によるプレハブ住宅価格の推定区間である[6]．ただし，データ (y_i,x_i) は通常の数値である．価格の安いプレハブ住宅の販売価格は推定区間の下端に位置し，価格の高いものの販売価格は推定区間の上端に位置している．これは高級品が附加価値を含んで価格を高めに設定しているという我々の直観に良く合っている．このような利益に関する変数を考慮することが困難であり，またこれ以外の変数も関係していることも考えられるので，考慮されていない変数に対する部分的無知さを区間によって表現している．

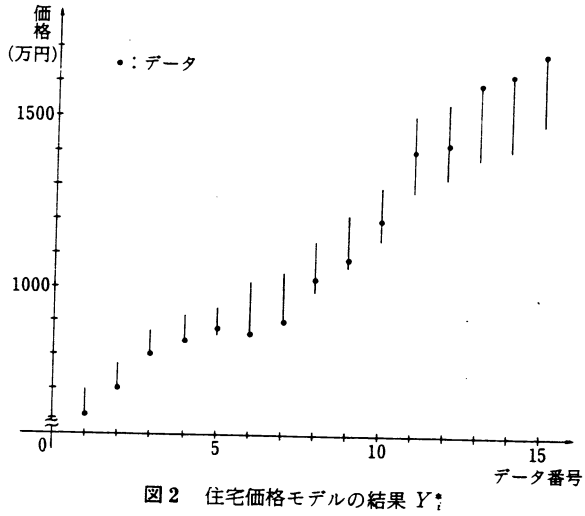


図２　住宅価格モデルの結果 Y_i^*

また前述したように，観測を繰り返すことによってデータを区間表現し，区間データに対する区間線形回帰分析が定式化されている．区間データを外から推定する Min 問題と，内から推定する Max 問題とが考えられ，区間データ Y_i は次の包含関係になる（図３参照）．

$$\underline{Y}_i \subset Y_i \subset \overline{Y}_i \tag{4}$$

ただし，$\underline{Y}_i$ は内からの推定区間で $\overline{Y}_i$ は外からの推定区間である．$\underline{Y}_i$ は必然的なものであり，$\overline{Y}_i$ は可能的なもので，Rough Sets と同じ概念になっている．たとえば undefinable sets の定義から(4)式が成り立つときにはデータは roughly definable であり，内からの推定が存在しないときはデータは internally undefinable である．区間回帰分析では roughly definable のときのみ意味があると考えている．

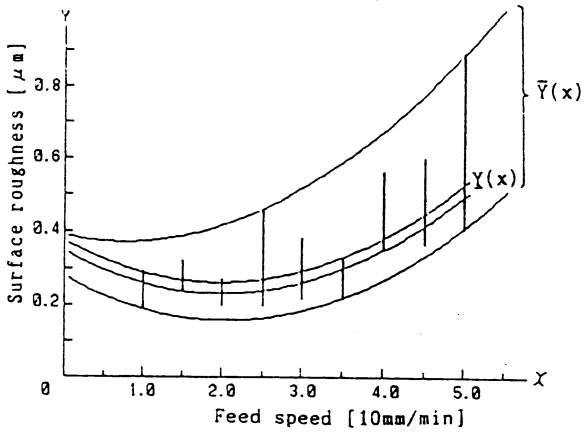


図３ 区間データと区間推定 $\overline{Y}$,$\underline{Y}$ との包含関係の例

区間線形回帰モデルは次の区間線形システムである．

$$Y_i=A_1 x_{i1} + \ldots + A_n x_{in} \tag{5}$$

ただし，A_i は区間係数である．Y と x との関数関係をどのような関数空間にとるかは近

似空間 A に対応していると考えられる．すなわち，Y と x との関数関係を非線形まで広げれば，内からの推定 $\underline{Y}_i$ が存在し，roughly definable になる．また $\Sigma(Y_i-\underline{Y}_i)$ が (3) 式に対応しこれは精度の測度と考えられる．

以上，ファジィ集合を抜きにして述べてきた．ファジィ集合を可能性分布とすると，おおざっぱに言えば可能性は P^* に対応し，可能性から導かれる必然性は P_* に対応する．またファジィ回帰分析[7]では，入－出力データからファジィ関係を同定したことになる．また可能性・必然性という様相を導入したファジィ数理計画問題 [8] が取扱われている．これらの研究において，我々の部分的無知さを区間または一般的にファジィ数で表現され，部分的無知さを反映したモデル化を行っている．

4．非線形系への試み

現実の問題はほとんど非線形系であるといわれている．しかし，理論はほとんどが線形系でなされている．このギャップをうまく埋めている一つの例は効用理論である．金額の期待値で考えると，我々の行動を解釈できないか，非線形な効用関数を導入し，効用の期待値を考えると，我々の行動をうまく解釈できる．これは金額を効用関数によって効用値に変換し，変換された空間では線形的に取扱われている．このことをファジィ測度論的に考えると，生成関数 f によって二項演算（擬加法）を定義することになる．すなわち，

$$a*b=f^{-1}(f(a)+f(b)) \qquad (6)$$

関数 f によって変換される空間では，加法的測度すなわち線形系として取扱い，その結果を f^{-1} でもとの空間に戻すことによって多くのファジィ測度のクラスが作られる．このアプローチは線形系を生成関数 f によって非線形系に変換しているが，生成関数 f をどのように同定するかが一般に問題である．しかし評価問題の場合にはファジィ測度に関するファジィ積分を考え生成関数 f を簡単に同定する方法が考えられている[9]．

他のアプローチは領域をファジィ分割し，ある限られた領域では線形系として考え，全体では非線形系にする方法である．従来から非線形な曲線を区間に分けて多項式近似するスプライン関数などが提案されているが，解法はかなり複雑である．これに対してファジィ分割の方法[10]は簡単であり，現実の問題には有効であろう．たとえば，

$$L^1: \text{if } x \text{ is Small then } y^1=0.6x+2 \ ; A_1=\text{Small}$$
$$L^2: \text{if } x \text{ is Big then } y^2=0.2x+9 \ ; A_2=\text{Big} \qquad (7)$$

いま x° が与えられると，ファジィ推論から y° は

$$y^\circ=(A_1(x^\circ)y^1+A_2(x^\circ)y^2)\,/\,(A_1(x^\circ)+A_2(x^\circ)) \qquad (8)$$

となる．(8)式から得られる曲線は自然になめらかになる．

以上の考え方はファジィ制御に応用され，実際にその有効性が認められるようになってきた．たとえば，線形系として近似できる領域は最適制御法則を用い，それ以外の領域では，エキスパートの知識による if-then 型ルールによって，最適制御法則が用いられる領域にシステムを戻すことを行っている．状態空間をファジィ分割し，その上に１つのルールを与えて，種々の状況に対してきめの細かい制御法則を構成できる．これを全体からながめると，一種の非線形制御になっている．いい換えると，ある状況のときのみ成立する理論を考え，if-then 型ルールの前件部のファジィ性によって全体としてなめらかなシステムが構成されている．限られた領域で成立する比較的簡単な理論と領域間をスムーズに連結する前件部のファジィ性とが重要な要素である．

以上，非線形問題に対処する２つの考え方を述べた．前者は評価や効用に対する行動科学をより受け入れやすいものにするために非線形系を導入している．また後者はロボットの制御などに導入することによってなめらかな制御が期待できる．

5．日常論理の導入

古典論理はブール代数に対応し，構造が簡単すぎるので我々の論理に合わないところがある．そこで，「かもしれない」という可能性と「ねばならない」という必然性を古典論理に導入したものが様相論理[11]である．可能性を記号◇で表し否定を¬とすると，

$$\neg\Diamond\neg A: \text{「A でないことは可能でない」}=\text{「A は必然」} \qquad (9)$$

という新しい概念「必然性」が得られる．これを記号□で表し，$\neg\Diamond\neg A=\Box A$ である．たとえば「満足であると思う」と「満足でないとは思わない」という２つの文章の意味することは少し異なるであろう．このような様相性を古典論理に導入し，より豊かな論理体型を目ざしている．すなわち，様相論理は「可能性」，「必然性」という位相を導入しているので位相ブール代数に対応している．なお，(9)式の可能性から必然性が定義される方法は(2)式と同様な考え方である．

さらに，直観主義論理は「A が正しい」ということを「A を確認する方法をもっている」と解釈している．これは単に A が真とか偽とかがあるのではなく，人間がそれを確認できるかどうかを問題にしている．$A\vee\neg A$ は「A を確認する方法があるかまたは¬A を

確認する方法があるかである」と解釈される．我々は不完全であるので排中律 $A \vee \neg A$ が成立しない．すなわち我々の無知さが導入されていて，これは確率測度の加法性の否定と対応している．なお直観主義命題論理は古典命題論理の定義を制限することによって $A \rightarrow A$ が成立しないゆるい体系であり，擬ブール代数に対応している．

以上のように，様相論理では種々の体系が考えられており，種々の状況を通して人間の論理を目ざしている．

一方，J.A.Goguen [12] による L-ファジィ論理は直観主義論理の代数的モデルであると考えられる．L.A.Zadeh が定義した可能性ファジィシステムの同定問題，逆問題 [13] はL-ファジィ論理のシステム化であるとみなせる．和泉 [14] は可能性ファジィシステムの随伴性によって必然性ファジィシステムを定義し，同定問題，逆問題の解法は直観主義論理計算によって簡単に得られることを示した．このことから数理論理学のアナロジーを用いて，記号論理の数量化が行える可能性を示唆している．現実の問題に適用するためには，数量化は重要なことである．

日常論理としての if-then 型ルールにおいて $A \rightarrow B$ の含意の定義は大きな問題である．古典論理では，$A \rightarrow B$ はよく知られた真理値表によって定義されている．真理値表において， A が偽の命題ならば B の真偽に関わらず $A \rightarrow B$ が真になる．これなども日常論理の観点から少し疑問に思える．数理論理学は公理系から出発し，無矛盾な世界を構築している．しかるに，エキスパートシステムなどの対象の世界は矛盾に満ちている．したがって L.A.Zadeh が日常論理[15] を強調するのは現実の世界を見てそこからファジィ論理を構築しようという強い欲求からのように思える．

我々は，確立された手法という道具によりかかり，現実問題を道具に合うように変形してきた傾向がある．これに対して，文献[15] において，命題 P=QA's are B's たとえば，most young men are healthy を取扱っている．ここで Q は most のようなファジィ限定作用素である．命題 P を

$$QA's \text{ are } B's \rightarrow \Sigma \text{ count}(B/A) \text{ is } Q \qquad (10)$$

と解釈する．ただし，

$$\Sigma \text{ count}(B/A) = \frac{\Sigma \mu_B(u_i) \wedge \mu_A(u_i)}{\Sigma \mu_A(u_i)} \qquad (11)$$

これは A における B の相対シグマカウントと呼ばれている．(10)式は $A \rightarrow B$ がほとんど成立していると解釈する．前述の QA's→B's の真理値を(11)式で定義していると考えられる． また $\forall u_i$ とか $\exists u_i$ で議論するのでなくて相対比の方が我々の直観にあっていると考えている．

また連鎖三段論法として，たとえば，

most students are undergraduates
most undergraduates are young

$most^2$ student are young

を定義している．このルールは MYCIN や PROSPECTER などの連鎖規則と同じ効果があると述べられている．すなわち，エキスパート・システムなどで考えられている方法の一般化・形式化を試みている．

以上のように，厳密な数理論理学の体系から応用に向かう側面と，応用から得られた結果を一般化・形式化することによって体系が得られるという側面とがある．この２つのアプローチがお互いに刺激しあい，より人間の論理に近い体系が得られると思われる．

６．組織論の様相性

以上では，数理的手法について述べたが，ここでは組織について同様なことが考えられていることを述べる．社会科学で有名なテンニース(1855-1936)は人間の心理状態を次の二つのものが本質的であると述べている．

人間の心理状態 { 本質的意志（本質的合致）
　　任意的意志（任意的同意）

この二つの心理状態から，運命共同的に結びついている「共同社会」と利害打算的に理性的に結びついている「利益社会」の二つの組織が必要であることを強調している．この二つの概念は必然性と可能性と考えられる．心理的実体からこのような結論を導いたことは興味深い．

またハーズバーグは職務満足の調査から動機づけ－衛生理論を確立した．この調査研究から次の二つの因子があることを見つけた．

満足　――　満足でない（M因子）
不満足 ――　不満足でない（H因子）

積極的なM因子(Motivator)と消極的なH因子(Hygiene)とによって職務満足が規定されることを述べている．M因子は成長の欲求（自己実現の欲求）と結びつけられ，同様にH因子は欠如するものを満たす欲求（生理的，安全，帰属，地位の欲求）と結びつけられている．ここでも，前述の P^* と P_* との二つの測度を用いたように，職務満足の測度もM因子とH因子という様相性が考えられている．

工場管理システムにおいても，ＩＢＭ社が開発したＭＲＰ(Materials Requirements Planning) とトヨタ社が開発したＪＩＴ(Just In Time) との考え方の異なりも興味がある．これは Top down と Bottom up または頭と手足などに例えられる．ここでは全体と部分という二律背反的要素を含んでいる．

以上のように，より人間らしい組織を求めて，形式的・機械的ピラミッド型組織から，条件適合理論 (Contingency theory) により流動化組織，例えばネットワーク型組織なども提案され，組織のファジィ化が進んでいる[16]．組織の弁証法的発展という実事が示されており，弁証法は我々の不完全性から導びかれている．条件適合理論はファジィ分割による限定された領域における比較的単純な理論という考え方と類似していると思われる．

7．むすび

認識の不完全さや我々の部分的無知を導入することによって，可能性，必然性という様相性ができ，世界が豊かになる．このような概念は数学，工学，人文社会学など広い領域で用いられている．

数学的体系は無矛盾な世界を構築することを目的としているが，現実の問題は矛盾に満ちた世界にあり，数学的手法がそのまま適用できるかどうかはその状況に依存している．このようなことを反映して様相論理では種々の体系を生み出している．また応用から言えば，いままで，手法という道具を通して現実の問題を見てきた傾向にある．ファジィモデリングという立場に立ってもう一度，現実問題を見直すことによって現実問題に適した新しいモデリングという道具が得られるように思われる．

参考文献

[1] J.C.Bezdek : Pattern Recongnition with Fuzzy Objective Function Algorithms, Plenum Press, 1981.

[2] 和多田：ファジィ数量化理論，ファジィシステム入門，第６章，オーム社，1987

[3] G.Shafer : A Mathematical Theory of Evidence, Princeton University Press, 1976.

[4] Z.Pawlak : Rough Classification, Int. J. Man-Machine Studies, 20, 469-483, 1984.

[5] W. Lipski : On Semantic Issues Connected with Incomplete Information in Databases, ACM Trans. on Database Systems, 4, 262-296, 1979.

[6] 田中：多数量解析へのファジィ理論の応用， Computer Today, 1988/5, No.25, 1988.

[7] 田中，和多田，林：ファジィ線形回帰分析の三つの定式化，計測自動制御学会論文集，22, 10, 1051-1057,1986.

[8] 乾口，市橋，久米：ファジィ数理計画問題の様相的構成，システム制御情報学会論文誌，3, 3, 1989.

[9] 市橋，田中，浅居：ファジィ積分とその多属性決定問題への応用，計測自動制御学会論文集， 22, 5, 557-562, 1986.

[10]菅野：ファジィ制御，日刊工業新聞社，1988.

[11]様相論理特集号，数理科学1986年5月号，サイエンス社，1986.

[12]J.A.Goguen : The Logic of Inexact Concepts, Synthese, 19, 325-373, 1969.

[13]E.Sanchez : Resolution of Composite Fuzzy Relation Equations, Information and Control, 30, 38-48, 1976.

[14]和泉，田中，浅居：直観主義論理体系に基づくファジィシステムの双対性，電子通信学会論文誌， J66-D, 10, 1114-1121, 1983.

[15]L.A.Zadeh : Syllogistic Reasoning in Fuzzy Logic and Its Application to Usuality and Reasonign with Dispositions, IEEE Trans. on SMC-15, 6, 754-763, 1985.

[16]森：組織のファジィ構造について，昭和63年度日本人間工学会関西支部大会講演論文集 45-47，昭和63年12月5日， 1988.

裁量的行動と経営意思決定

DISCRETIONARY BEHAVIOR AND BUSINESS DECISION-MAKING

吉田 寛
Hiroshi YOSHIDA

流通科学大学 商学部
Faculty of Commerce
University of Marketing and Distribution Sciences

ABSTRACT

The discretionary behavior is a set of subjective choice of circumstances and rules, regulations and laws for making decisions for a specific resolution of things among questionable and debatable situations. Several kinds of decision-making problems in business are dealt with in this paper in the light of person-al, organizational and social dimensions. Discretion itself has a range of solutions which develops from 0 to 1. A decision-maker would and could choose a specific point within this range to resolve a problem to which he or she is responsible. This choice is heavily depending on a decision-maker's psychological perception.

1. はじめに

この講演のテーマに「裁量的行動と経営意思決定」を選んだのは，裁量的行動と経営意思決定との媒介項である関与者の採用する「裁量」に「あいまいさ」に相当する「幅」があることに注目したからである．裁量は一定の事情に対する判断や諸規範の運用について，個人的，組織的，社会的立場での解釈を下すことである．公権力の行使における裁量，公経営における裁量的行動，非競争的・独占的経営体における裁量などの事例を取り上げて，裁量的行動の「あいまいさ」と意思決定との関係について述べてみたい．

2．公権力の行使と裁量的行動

公権力の行使のなかでわれわれの日常生活に深い関係を持っている交通警察を例にとってみよう．交通違反や交通事故を起こすと行政処分がある．法規範に照らして処分するにあたつて一番大切なのは調書の真実性であるが，調書に記載された内容が発生した事犯の事実に照合するか否かをまず判定しなければならない．ここに一つの問題がある．それは事実認定における警察官の裁量である．

たとえば，「酒気帯び」と「酒酔い」の区別は単なるアルコールの含有量だけでは判断できない場合がある．アルコール濃度が両者のボーダーラインにあるときなどは，被疑者は勿論処分の軽い酒気帯びを主張するが，警察官は被疑者の現場での諸状況から判断して酒酔いと判定した調書を書き上げる．これは事実認定における警察官の裁量的行動である．つぎに，調書と被疑者の申し立てを基礎に行政処分を決定するに際しては，場合によっては，情状の酌量が行われる．被害者や第三者からの嘆願書，被害者への補償・見舞いの状況，検察の処置などの環境状況を勘案しながら行政処分が決定される．これは法規範の適用を巡る裁量である．

これらは，警察の裁量のホンノ一例にすぎないが，公権力にもとづく裁量は公経営の随所に存在している．法の執行方針が明確でなければ，法の執行に当たって現場の裁量の幅は大きくなる．法の執行規則が細かく決められていると，一般に裁量の幅は小さくなるが，裁量がなくなるわけではない．裁量は法を執行する者の主観的判断によって大きくもなれば小さくもなる．

この主観的判断に影響を与える要因には，執行する者のパーソナリティという個人的な性格のもののほかに，組織の性格や社会的通念などの外部的なものがある．これらの要因の作用からみて，裁量には個人的裁量，組織的裁量および社会的裁量と言った区別が可能である．

3．公営公益企業における料金政策と裁量

公営公益企業では，その料金決定に公共政策が反映している．たとえば，水道料金では福祉料金を採り入れるための他会計補助金，家庭用水道料金を低額に押さえるために業務用水道料金と格差を設ける累進料金制度の採用があり，バス料金では，行政路線の赤字を埋めるための他会計補助金，病院事業では，医療の高額化に対応するための財政補助など，料金収入の制度的不足を他会計よりの財源によって賄うなどの方法が採用されている．これらの決定には組織による裁量あるいは社会公共政策による裁量が作用している．

料金水準や料金体系の決定あるいは他会計からの財政援助の妥当性を判別する基準は客観的には存在しない．これらは社会的通念や規制当局の主観的判断に基づくものであり，これには組織による裁量が作用する．また，これらの事業の円滑な運営をはかるために設けられている審議会は事業運営に関して社会公共的立場からの裁量を行使する役目を持っている．

これらの公共料金の決定における裁量は純粋に経済的な判断ばかりではなく，行政および政治の立場からの判断を加味して行われる．この種の裁量は財政の健全化と公共サービスの低廉化のトレードオフにおける適正点の選択という課題を担っている．この適正点の決定には一定の幅を持った領域を料金決定上の許容領域として設定し，その中から主観的判断によって一点を政策的に選択することになる．

4．非競争的・独占的経営体における裁量

裁量的行動が経営者の優越的地位の象徴として行われることがある．非競争的・独占的経営の場合には，組織のスラックが競争的企業よりも相対的に大きく，「経営者裁量モデル」によって説かれてもいるように，スタッフと役得のために企業利潤を吸収する．この状況は経営者の裁量による「効用最大化モデル」といわれている．すなわち，企業利潤最大化よりもスタッフと役得に利潤を吸収することによって経営者の満足を最大化する．

同様のことは累進的に高率の税金が課せられる場合にも生ずる．利潤の費用化によって高率課税を免れる．税務上，損金算入の認められる指定寄付金，福利厚生費への利潤の配分，税務上の恩恵（減免措置）がある設備等近代化投資など，税金対策と経営戦略の融合化に経営者の裁量的行動がみられる．このような裁量は競争的企業でもみられるがその幅は相対的に小さくならざるをえない．

5．裁量的行動と経営意思決定

裁量的行動と経営意思決定との関係では，戦略的，統制的，執行的なマネジメントの階層による区別がある．トップ，ミドル，ロアー，のそれぞれの階層によって裁量的行動の内容もおのずから異なる．また，裁量的行動を起こす立場によって個人的，組織的，社会的の区別がある．

個人の裁量のうちトップ層の裁量的行動は，戦略に対する個人的価値判断，組織の合意形成過程におけるリーダーシップ，対社会関連における社会責任および社会的栄誉への配慮に集中する経営形成的裁量が積極的役割を持つものと評価されるが，他方，経営者個人の栄誉に関するものにはスタッフや役得の獲得にかかわるものがあり，組織の肥大化や統制の弛緩を生む原因となる裁量がある．

中堅管理層は組織の統制活動における権限の行使において，例えば，予算管理や原価管理に関して管理層みずからの裁量の余地を確保しようとする．予算標準や原価標準の設定に際し，可能な限りスラックを取り入れようとする．この階層は個人的利便のために裁量を組織の行動のなかに求め得る余地が極めて限られているが，スタッフ，役得などが皆無というわけでもない．対社会関連に関する意思決定では殆ど裁量の余地ないばかりではなく，たとえ権限を与えられたとしてもその行使を回避し，みずからの安全を守る行動に走る可能性が高い．逆にトップ層からこの種の問題の処理には厳格な指示が与えられるのが普通である．

ロアーレベルの管理層や現場担当者の場合は，作業管理や現場作業がマニュアル化されていて個人の裁量の入る余地は全くないか，あるとしても極めて限られた例外にすぎない．組織の行動や対社会関連についてはこれらの人々は個人の裁量よりも上からの指示を待つことになる．

6．裁量権限の行使を巡る問題

公権力の行使とか経営権限の行使に裁量が権限的に介在するのは，裁量権が陽示的にあるいは黙示的に認められているからであるが，その裁量権の行使が可能であるためには，裁量の余地の存在が前提である．裁量の余地が存在するのは権限の行使に幅が認められるからである．

公権力行使の場合は規範の解釈，情状の酌量，事実認定における判断の余地などの要因が作用し，裁量が介在し，法の弾力的運用による社会的効果が期待されている．

公営公益企業体のように，経営権の行使にあたって社会的・行政的配慮を優先する必要のある事業の場合には，裁量的行動は公益優先で行われるべきものであるが，経営維持の方向に振れることはまた十分にありうることである．

独占的経営の場合には経営者特権が裁量的行動の背景をなすことが多い．これはコーポレート・ガバナンスともいわれるもので，外部利害関係者の疎外の源泉である．競争的企業においても同様のことが生ずる余地は無いとはいえないが，市場における競争が完全であればある程，企業にとつての裁量の余地は小さい．

7．おわりに

経営における裁量は経営管理上の毛羽現象であり，輪郭があいまいにみえるが，経営操縦の軟らかさを作り出し，環境変動にたいする適応能力を高めるのに役立つ作用がある．最近における経営環境は環境条件の変動に対する適応モデル（CONTINGENCY MODEL）の採用を必要にしている．このモデルには毛羽現象を有効に取り入れて経営操縦の弾力性を高める工夫がいる．

参考文献

1.Kenneth Cup Davis, Police Discretion, West Publishing Co., 1975
神長 勲訳 警察の裁量をどうコントロールするか けい草書房 1988
2.Oliver E. Williamson, The Economics of Discretionary Behavior : Managerial Objectives in A Theory of The Firm, Prentice-Hall, Inc., 1964
井上 薫訳 裁量的行動の経済学—企業理論における経営者目標— 千倉書房 1982
3.Michael Smithson, Fuzzy Set Analysis for Behavioral and Social Sciences, Springer-Verlag New York Inc. 1987

A MEMBERSHIP FUNCTION CIRCUIT AND ITS APPLICATIONS TO A SINGLETON-CONSEQUENT FUZZY LOGIC CONTROLLER AND A FUZZY NEURON

Takeshi Yamakawa
Department of Computer Science and Control Engineering
Faculty of Computer Science and Systems Engineering
Kyushu Institute of Technology
Iizuka, Fukuoka 820, Japan

Abstract

This paper describes a membership function circuit which produces the compatibility of input signal to the assigned label in the rule, and also its applications to a singleton-consequent fuzzy logic controller and a fuzzy neuron. The singleton-consequent fuzzy logic controller exhibits a good interpolation of linearity. The fuzzy neuron facilitates the pattern recognition with only one layer.

1. Membership Function Circuit

A membership function circuit is an electronic circuit which can produce the compatibility of the input signal to the label in the control rule. A piecewise linear membership function is adopted in this circuit for the simplicity. A symbol of the membership function circuit and a shape of the membership function is illustrated in Fig.1 (a) and (b), respectively. The shape of the membership function is characterized with five parameters, V_L, V_R, S_L, S_R and W. S_L and S_R are slopes of left-hand side and right-hand side, respectively, and these parameters stand for the fuzziness of the boundaries of the "word". As slopes become gentle, the boundaries becomes fuzzy. W is a maximum value of the grade of membership. In other words, it means the weighting of the membership function circuit. This parameter is essential for the defuzzification without algebraic division. A practical circuit configuration is shown in Fig.2 which is constructed with bipolar transistors. A supply voltages $+V_{CC}$ and $-V_{EE}$ are +10V and -10V, respectively. If the antecedent of the rule includes three variables, three circuit portions in [.....] should be connected in parallel without a following MIN circuit. Switches S_1 and S_2 are used to assign the shape of the membership function as shown in Table 1.

The input-output characteristics of this membership function circuit can be changed by the voltage W as shown in Fig.3. The maximum grade of membership can be controlled by W, so that this is called as "grade-controlled membership function circuit (GCMFC)".

2. Singleton-Consequent Fuzzy Logic Controller

The architecture of the singleton-consequent fuzzy logic controller (shortly "singleton controller") is shown in Fig.4, where r control rules are implemented. The antecedent of each rule includes three variables x, y and z, and the consequent of each rule does one singleton variable c or one deterministic value c. Membership function circuits MFC Xi, Yi and Zi produce the compatibilities of the inputs X', Y' and Z' to the labels Xi, Yi and Zi. These compatibilities are fed to the MIN circuit to obtain the compatibilities of the fact to the antecedents of rules. Each output of the MIN circuit is multiplied by the deterministic value

of Ci (singleton) and fed to the adder circuit to get the weighted sum C'. On the other hand, all of the outputs of the MIN circuits are fed to the another adder to be fed to the minus input of the operational amplifier. The unit voltage (+5V) is applied to the plus input of the operational amplifier. This operational amplifier produces the output voltage w fed to all the grade-controlled membership function so taht the summation of the outputs of MIN circuits becomes equal to the unit voltage. In this case, the output of this system C' exhibits the center of gravity of the inference result. In other words, the fuzzy inference

$$C' = \frac{\sum_{i}^{r} C_i \{\mu_{X_i}(x') \wedge \mu_{Y_i}(y') \wedge \mu_{Z_i}(z')\}}{\sum_{i}^{r} \mu_{X_i}(x') \wedge \mu_{Y_i}(y') \wedge \mu_{Z_i}(z')} \quad (1)$$

result C' can be expressed by Eq.(1). When the summation of the MIN output is equal to unity, the denominator of Eq.(1) is unity. Thus the weighted sum (numerator of Eq.(1)) is equal to the fuzzy inference result C'.

Fig.5 shows the experimental results. Fig.(a) shows a set of control rules, each rule contains one fuzzy variable in the antecedent and one singleton variable in the consequent. The input-output characteristics of the singleton controller is shown in Fig.5(b). It shows the interpolation of good linearity between three points given by three rules.

3. Fuzzy Neuron and Pattern Recognition

An ordinary neuron fires when the weighted sum exceeds the threshold level as shown in Fig.6(a). By employing this neuron, three layers are needed to construct the pattern recognition system. If this primitive neuron is modified as shown in Fig.6(b), only one layer is necessary for the pattern recognition of numers. That is, the multiplication by the weighting facter r_{ij} is replaced by a membership function and the summation is replaced by MIN and MIN of complement. A mathematical model of the fuzzy neuron is illustrated in Fig.7(a), which possesses an excitatory input $\mathbf{a}_i$ and an inhibitory input $\mathbf{b}_i$. Algorithm for pattern recognition employing this fuzzy neuron is shown in Fig.7(b). More than one figure or feature can be assigned for one number. Seven cross-detecting lines are assigned on one figure and one membership function for crossing or non-crossing is assigned on each cross-detecting line.

The experimental results of pattern recognition obtained by this system in Fig.7(b) are shown in Table 2. A variety of hand-written figures are examined. This experimental results exhibits high quality of pattern recognition.

Acknowledgement

The author wishes to express his deep gratitude to Mr. Shinya Tomoda (Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.) for his simulation on a fuzzy neuron during the graduate course in Kumamoto University.

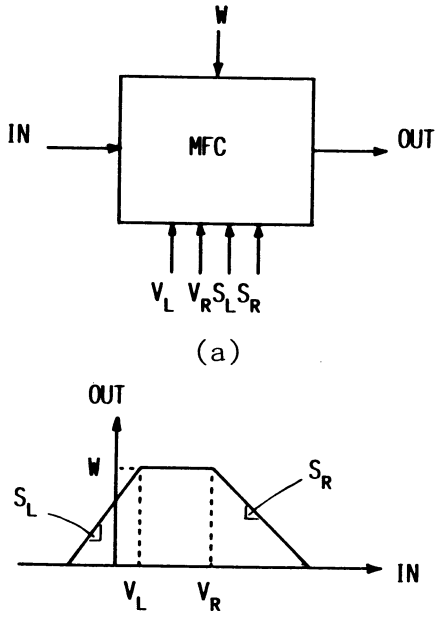


Fig.1 (a)Symbol and (b) function of a Membership function circuit.

Table 1 Shapes and functions of a membership function circuit.

S_1	S_2	SHAPE	FUNCTION
ON	OFF	1 / 0	Z
OFF	ON	1 / 0	S
ON	ON	1 / 0	Π
OFF	OFF	1 / 0	NG (NEGATION)

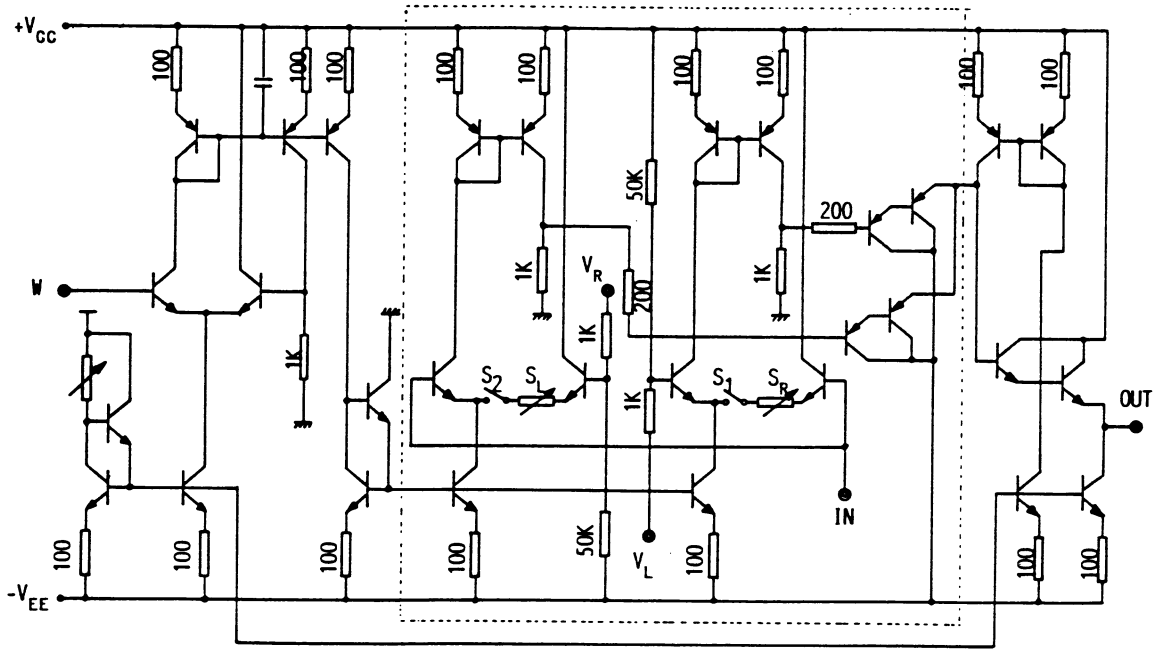


Fig.2 Membership function circuit(MFC). If the antecedent of the rule includes three variables, three circuit portions in should be connected in parallel without a following MIN circuit.

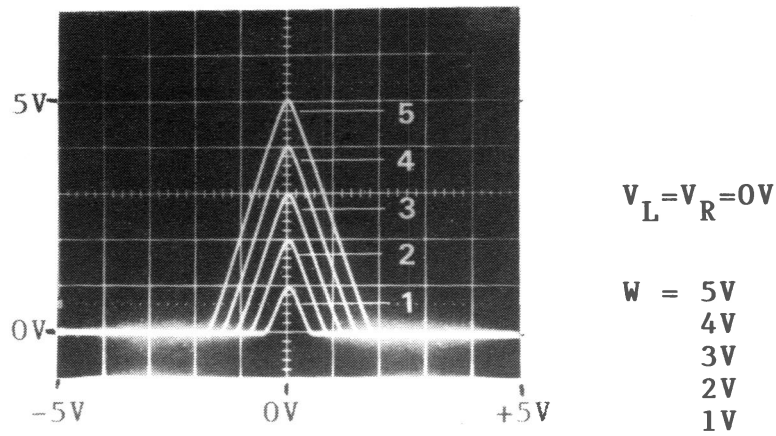
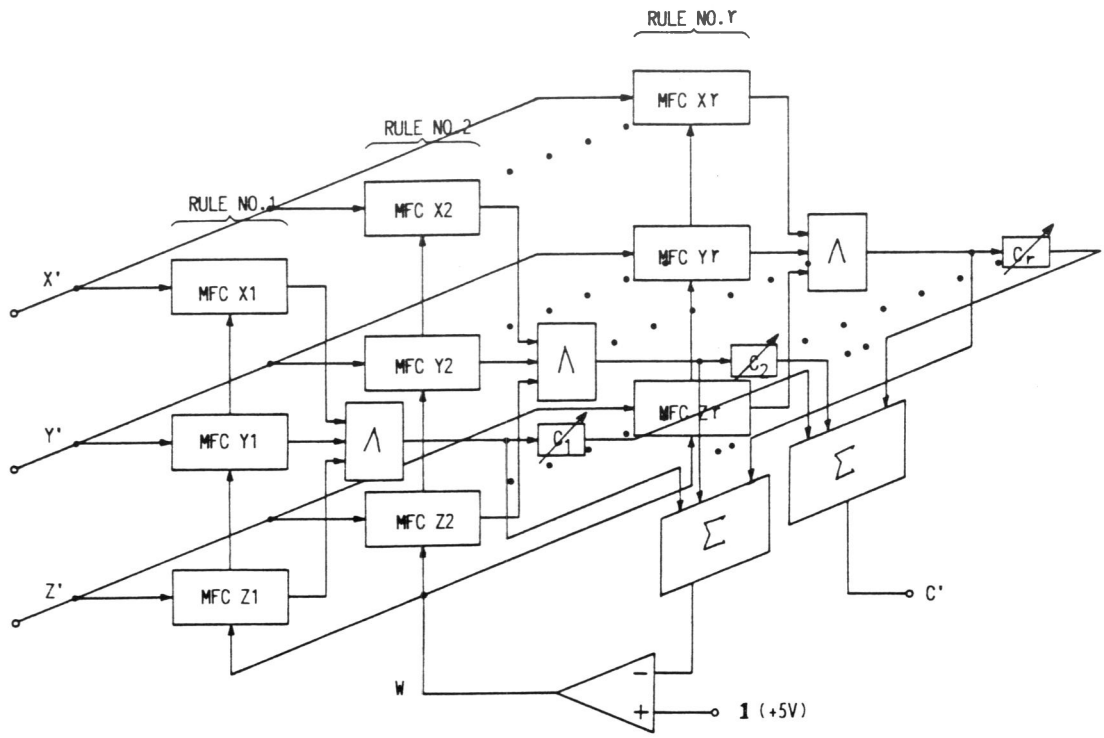


Fig.3 Input-output characteristics of a membership function circuit.



Rule NO.1	If $x=X_1$	and $y=Y_1$	and $z=Z_1$,	then $c=C_1$
Rule NO.2	If $x=X_2$	and $y=Y_2$	and $z=Z_2$,	then $c=C_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Rule NO.r	If $x=X_r$	and $y=Y_r$	and $z=Z_r$,	then $c=C_r$
Fact	x=X'	and y=Y'	and y=Y'	
Conclusion				c=C'

Fig.4 Architecture of a singleton-consequent fuzzy logic controller.

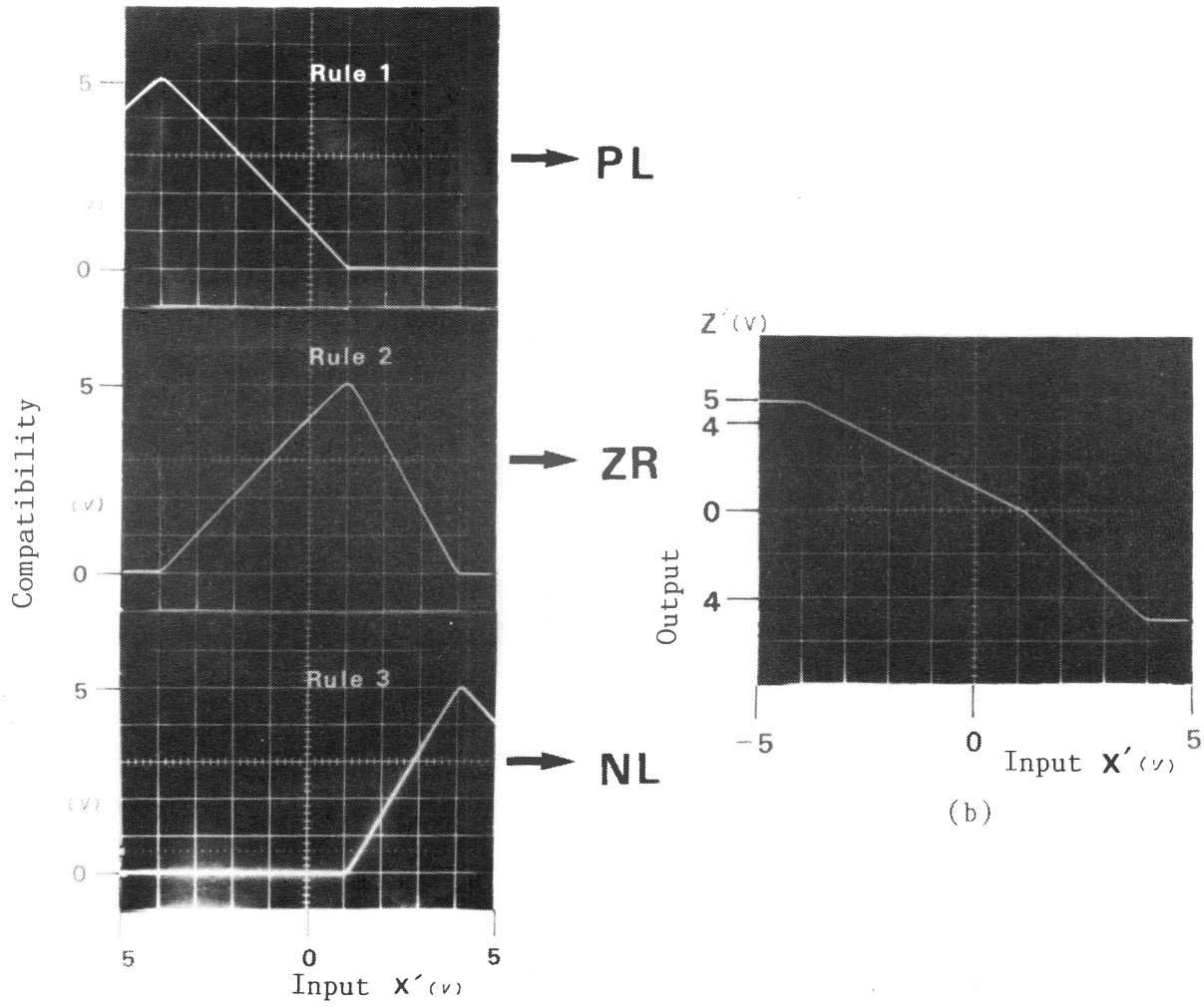


Fig.5 (a) A set of control rules, each rule contains one fuzzy variable in the antecedent and one singleton variable in the consequent. (b) Input-output characteristics of the controller employing three rules shown in (a).

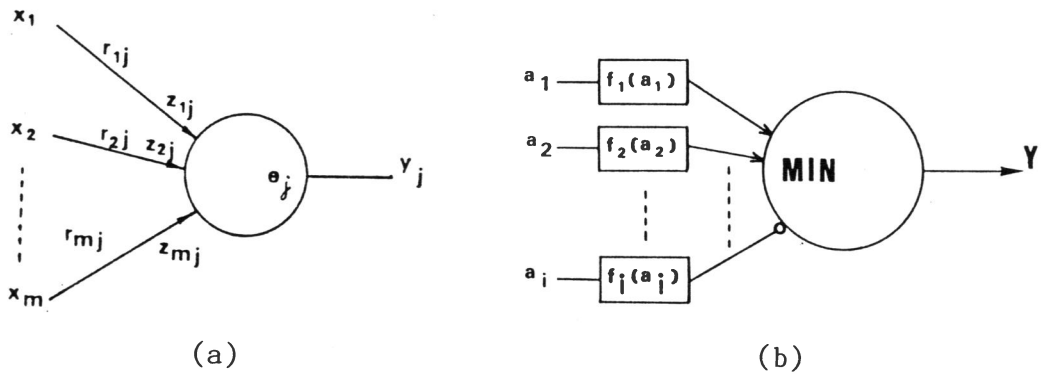
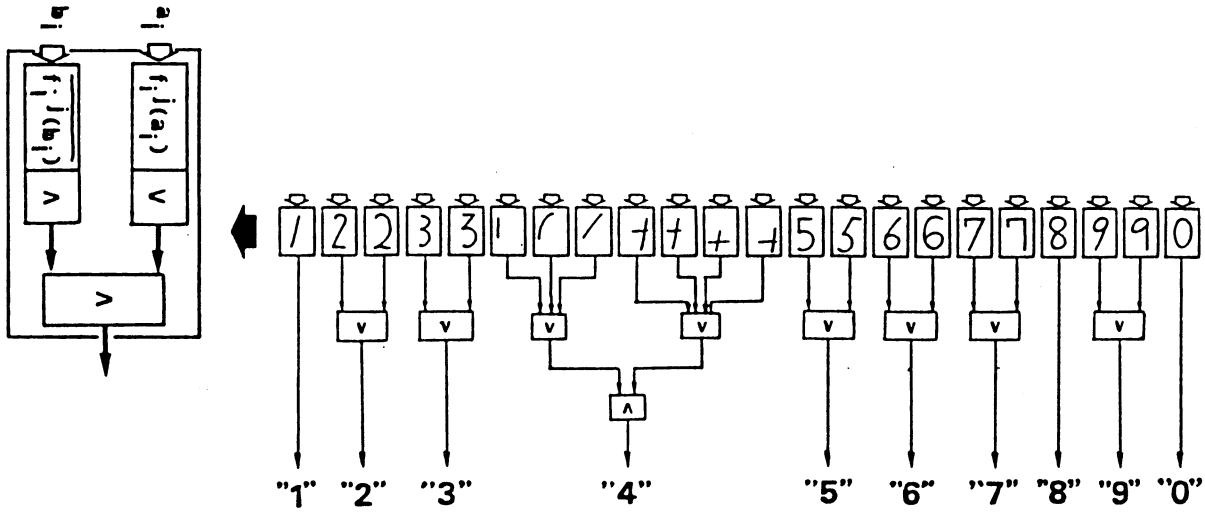


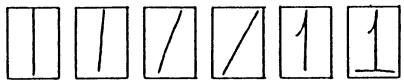
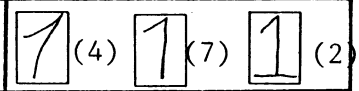
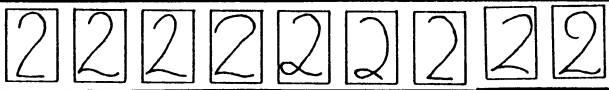
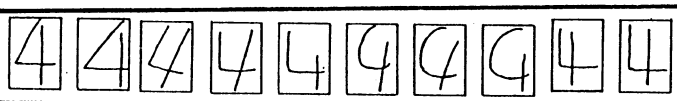
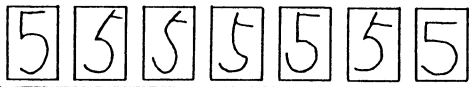
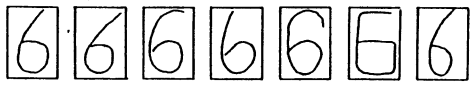
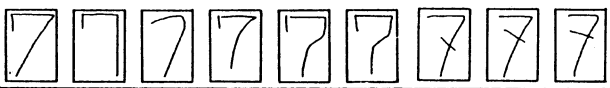
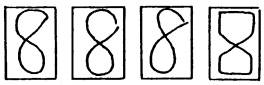
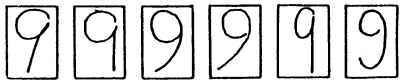
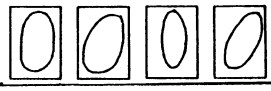
Fig.6 (a)Ordinary neuron and (b)fuzzy neuron.



(a) (b)

Fig.7 (a)Model of a fuzzy neuron possessing an excitatory input a_i and an inhibitory input b_i. (b)Algorithm for pattern recognition employing fuzzy neurons.

Table 2 Experimental results of pattern recognition obtained by the system in Fig.7(b).

Correct	Mistaken for ( )
	 (4) (7) (2)
	(3)
	(?)
	(9)
	(6) (4)
	(8) (8) (0)
	(3) (4)
	(4)
	(4) (3)
	(4) (8)

日本におけるファジィ理論研究の歴史
新学会設立に向けて

HISTORY OF RESEARCH ACTIVITIES ON FUZZY SYSTEMS THEORY IN JAPAN AND ESTABLISHMENT OF NEW JAPAN SOCIETY

浅居　喜代治
Kiyoji Asai
大阪工業大学　工学部
Faculty of Engineering, Osaka Institute of Technology

ABSTRACT

Twenty four years have passed since Prof. Zadeh proposed the fuzzy set theory. In Japan, two working groups on "the fuzzy sets and systems" were organized in Tokyo (1972) and in Osaka (1980). The international fuzzy systems association was established in 1984, and its Japanese chapter was organized by combination of two groups in Japan. Japanese researchers obtained excellent results in both the theoretical and practical sides. Hereafter, the research activity in Japan will be vigorous by cooperation of the industrial world , the academic circles and the government.

It is very important to establish Japan society for fuzzy theory and applications under the existing conditions above-mentioned.

1．日本におけるファジィ理論研究を振り返って

L.A.Zadeh 教授がファジィ集合論を提案されてから、すでに２４年になるが、この間、内外の多くの研究者が活躍し、論理や、測度論への発展、システム理論の確立、各種方法論の開発、制御，ＡＩ、評価、予測、医療、心理、経営などへの応用研究、各種実用化などが図られた。研究者は数千から数万人といわれるほどに増加し、研究報告も数千に達し、また商品化も行われるようになった。

特に、日本では、Zadeh 教授の提案直後から、学習オートマトン、パターン認識などの研究が行われ、その後は、主として、ファジィ集合とその周辺の理論研究が行われた。日本の理論的研究の中で有名なのは菅野教授によるλ-ファジィ測度であろう。

その他の多くの理論的研究に続いて、応用研究も１９８０年代に入って活発になった。この端緒になったのは、Zadeh 教授により提案されたファジィ推論の考え方である。これを受けて、１９７４年に E.H.Mamdani 教授が、この考え方をスチームエンジンの自動運転に応用し、よい結果を収め、日本初の各国での制御応用の基となった。日本での制御への実施例は、すでに１００例近くを数え、従来の制御では行い難く、人手に依存していた分野に広がりつつある。この場合のファジィ推論を用いて、エキスパートシステムなどのＡＩシステムの構築への実用化研究も、日本でかなり多く行われている。これらの制御やＡＩへの応用にとって欠かせないのは、高速推論のできるファジィ専用のコントローラやコンピュータならびにソフトウェアであるが、その研究も日本で、あるいは日本の研究者によって海外で、それぞれ活発に進められている。

日本における応用研究は、以上のように世界をリードしつつあるが、その分野は、制御、ＡＩにとどまらず、医療、経営、心理など多方面にわたって広がりつつある。

以上のように日本での研究が効果的に進められたのは、初期の頃からの研究の組織化に負うところが大きいものと思われる。１９７２年に、東京に寺野教授を中心とする「あいまいシステム研究会」が、また１９８０年に、大阪に故田中教授および筆者らによる「あいまい科学研究会」がそれぞれ構成され、ファジィ理論や応用の研究者と、あいまいな問題を含む分野の研究者との交流を目的とする多くの例会がもたれた。また、これら両研究会を結ぶ形で、日米セミナーや、６年にわたる文部省科学研究費総合研究が、日本でのファジィ研究を進展させるのに貢献した。１９８４年に、国際ファジィシステム学会（ＩＦＳＡ）が設立されると共に、以上の両研究会が中心となって、その日本支部を構成した。日本支部では、従来の研究例会を継承して、東京、大阪で年８回開催すると共に、制御、ＡＩ、ＯＲの研究部会の例会や、年１回のファジィシステムシンポジウムを開催してきた（今回のシンポジウムは第５回目に当たる）。また、ＩＦＳＡの第２回国際会議（東京、１９８７）、国際ワークショップ（飯塚、１９８８）、ノンエンジニアリング・ファジィ研究会（東京、１９８８～）なども開催してきている。

以上のような活動に加えて、最近は種々の研究会やプロジェクトが動きだしている。例えば、１年前に設立されたバイオメディカル・ファジィ研究会（事務局：川崎医科大学）、日本システムハウス協会近畿支部および大阪科学技術センターのファジィ制御応用研究会（１９８８～）、電気学会のファジィ制御調査専門委員会（１９８８～）、日本工業技術振興協会のファジィ理論のＡＩ応用研究部会（１９８８～）、科学技術庁のファジィ研究会（１９８８～）などがある。特筆すべきは、本年４月に発足した通商産業省による研究組合としての国際ファジィ工学研究所（所長　寺野教授、横浜、６年間設置）、本年度から発足の科学技術庁科学技術振興調整費課題「ファ

ジィシステムとその人間・自然系への適用に関する研究」（研究推進委員会委員長菅野教授、５～６年間）や、山川教授が中心となるファジィシステム研究所（飯塚）がある。これらにより、基礎的研究から、コントローラやコンピュータなどの開発研究、各種応用研究が産官学の連係によって格段に推進されるものと期待される。

２．新学会の設立へ

以上のような、日本におけるファジィ研究の態勢の盛り上がりの中で、研究や情報の交流を促進するための学会の設立が要望されており、これに応えてＩＦＳＡ日本支部では、新学会設立準備委員会（委員長　浅居）を設け、昨年来構想・企画を練り、去る５月１７日に発起人会を開催し、本日午後設立総会の運びとなった（付録：「新学会設立の趣旨」参照）。新学会が、産官学協力のファジィ研究の交流の場として、有効に機能するよう関係各位の御支援・御協力を期待してやまない。

（付録）　　日本ファジィ学会設立の趣旨

カリフォルニア大学L.A.Zadeh教授が、１９６５年にファジィ集合の概念を発表以来２４年を経過し、この間、多くの研究者によって論理特に推論や、測度を含むファジィ理論へと拡大、発展が図られてきた。特に、１９８０年頃からのファジィ制御、１９８５年頃からのファジィコンピュータなどのハードウェア及びソフトウェアの内外における開発研究は、この理論の工学的意義を世に示してきている。また、最近この理論が、ヒトのすぐれた概括的な知的情報活動のモデル化に役立つということが世に認められ、工学のみならず、医学・経営・社会などの広い分野で、その実用的価値が知られるようになった。

このようなファジィ分野の研究活動を推進するために、１９７８年から、国際学術誌 "International Journal of Fuzzy Sets and Systems"が刊行され、次いで、１９８４年に国際ファジィシステム学会（ＩＦＳＡ）が設立されて、この学術誌を学会誌とすることとなった。ＩＦＳＡには、日本、ヨーロッパ、北アメリカ、中国に地域支部が設けられ、またファジィ数理・知的システム・ビジネスと生産応用の３専門部会が作られた。ＩＦＳＡの国際会議は、１９８５年（スペイン）、１９８７年（日本）と２回開かれており、本年は８月にアメリカのシアトルで開催の予定である。

また、日本においては、１９７２年に、関東の「あいまいシステム研究会」、１９８０年に、関西の「あいまい科学研究会」が作られ、これらが中心となってＩＦＳＡの日本支部が構成された。この全国的な日本の研究組織を作るのに役立ったのは、文

部省の科学研究費による総合研究であって、１９７６年、１９８２年～１９８３年、１９８５年～１９８７年の３回にわたって研究費の支援を受けている。その他、ファジィ分野の日米科学協力セミナー（日本学術振興会、計３回）、ファジィシステム・シンポジウム（ＩＦＳＡ日本支部、計４回）、ファジィシステムの応用に関する国際ワークショップ（ＩＦＳＡ，同日本支部）などが開かれ、日本での研究活動を活性化してきた。

以上のような研究活動のほか、最近は、ＩＦＳＡのみならず、内外の多くの学会においてもファジィ分野のセミナーやシンポジウムが数多く開かれている。これに伴い、著書、論文も多く刊行され、その数はきわめて多く、全体を把握するのが困難なほどになってきている。一方、ファジィ分野の実用化研究も盛んとなり、日本では、産業界での実施例、実用化成果も制御、エキスパートシステムを中心として、多数発表されるようになった。当然のことながら、マスコミにも度々報道されるようになり、一般社会にも広く知られるようになった。

このような動きの中で、ファジィ分野の発展を促進するものとして、ここ数年来、日本やアメリカで開発されつつあるファジィコンピュータやコントローラのハードウェア、ソフトウェアがある。これらの一部は市販もされ、ファジィ分野での有力なツールとなるものと思われる。また、特に日本の産業界におけるファジィ分野のめざましい実用化研究に呼応して、近く通商産業省が「国際ファジィ工学研究所」を、また科学技術庁が長期のファジィ研究のグループをそれぞれ発足させるなど、政府からの強力な支援も期待されるようになってきた。

以上のように、ファジィ分野は、従来の科学・技術では対応しきれない人文・社会・自然科学の広い領域にわたる現象や問題の解明、新しいＡＩ応用やシステム開発について大きな期待がかけられており、このためには、一層の基礎研究、応用研究の充実、横断的な研究交流の強化が望まれる。このために、従来からのＩＦＳＡによる国際交流に加えて、日本における研究と、研究交流、情報提供を推進する学会の必要性がきわめて高いものと考えられる。一方、ＩＦＳＡ日本支部会員のほか、ＩＦＳＡ日本支部の「ノン・エンジニアリングファジィ研究会」や、その他の「バイオ・メディカル・ファジィシステム研究会」、他学会や各地域の各種ファジィ研究会などの会員を加えると、ファジィ分野の研究者、技術者は １０００ 人を越えるものと推察される。

以上のような情勢からみて、このたび、ファジィ分野の新学会を設立し、意味論的なあいまいさを含む多くの問題の解明や、このあいまいさを積極的に活用するＡＩなどの知能化システムの開発のための、基礎研究、応用研究の進展に寄与できれば幸いである。産・官・学の多くの方々がこの趣旨に賛同され、新学会設立に協力されることを願ってやまない。

一　般　講　演　論　文

ｾｯｼｮﾝ A1	〔ハードウエア　1〕	司会　廣田 薫（法政大学）	25
ｾｯｼｮﾝ A2	〔ハードウエア　2〕	司会　山川 烈（九州工業大学）	41
ｾｯｼｮﾝ A3	〔ロボット〕	司会　寺野 寿郎（法政大学）	59
ｾｯｼｮﾝ A4	〔制御と学習〕	司会　村上 周太（九州工業大学）	77
ｾｯｼｮﾝ A5	〔制御の応用　1〕	司会　増井 重弘（法政大学）	95
ｾｯｼｮﾝ A6	〔制御の方法論〕	司会　安信 誠二（国際ﾌｧｼﾞｨ工学研究所）	115
ｾｯｼｮﾝ A7	〔制御の応用　2〕	司会　宮腰 政明（北海道大学）	135
ｾｯｼｮﾝ A8	〔ニューラルネット　1〕	司会　中西 祥八郎（東海大学）	151
ｾｯｼｮﾝ A9	〔ニューラルネット　2〕	司会　馬野 元秀（大阪大学）	169
ｾｯｼｮﾝ B1	〔アンケート調査〕	司会　奥田 徹示（大阪工業大学）	189
ｾｯｼｮﾝ B2	〔ファジィ測度〕	司会　中島 信之（和歌山県立医科大学）	207
ｾｯｼｮﾝ B3	〔回帰分析〕	司会　田中 英夫（大阪府立大学）	223
ｾｯｼｮﾝ B4	〔クラスタリング〕	司会　本多 中二（東京電気大学）	241
ｾｯｼｮﾝ B5	〔ファジィ関係行列〕	司会　坂和 正敏（岩手大学）	259
ｾｯｼｮﾝ B6	〔判別分析〕	司会　鬼沢 武久（熊本大学）	277
ｾｯｼｮﾝ B7	〔OR一般〕	司会　江沢 義典（関西大学）	295
ｾｯｼｮﾝ B8	〔データ解析〕	司会　市橋 秀友（大阪府立大学）	313
ｾｯｼｮﾝ B9	〔ORの応用〕	司会　石井 博昭（大阪大学）	331
ｾｯｼｮﾝ C1	〔Dempster-Shafer理論〕	司会　椹木 哲夫（京都大学）	349
ｾｯｼｮﾝ C2	〔信頼性解析〕	司会　中村 和男（製品科学研究所）	367
ｾｯｼｮﾝ C3	〔土木計画〕	司会　近藤 勝直（流通科学大学）	385
ｾｯｼｮﾝ C4	〔論　理〕	司会　塚本 弥八郎（名城大学）	403
ｾｯｼｮﾝ C5	〔ファジィ推論　1〕	司会　宮本 定明（筑波大学）	421
ｾｯｼｮﾝ C6	〔データベースの検索〕	司会　大里 有生（横浜国立大学）	439
ｾｯｼｮﾝ C7	〔ファジィ推論　2〕	司会　菅野 道夫（東京工業大学）	455
ｾｯｼｮﾝ C8	〔エキスパートシステム〕	司会　片井 修（京都大学）	473
ｾｯｼｮﾝ C9	〔制御系の安定〕	司会　水本 雅晴（大阪電気通信大学）	493

同期式ファジィ順序回路の合成法

A Synthesizing Method for Synchronous Fuzzy Sequential Circuits

渡辺龍起 , 松本政之 , 榎田光明
Tatsuki Watanabe , Masayuki Matsumoto , Mitsuaki Enokida

東洋大学工学部電気工学科
Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering,
Toyo University

ABSTRACT

Since Zadeh introduced the idea of fuzzy systems, regarding fuzzy automata, many studies including the learning systems have been done so far. However, most of them were in the category of circuit analysis in terms of sequential circuit theory. As for synthesis of fuzzy sequential circuits, almost no study has been done so far. This article proposes a method for synthesizing synchronous fuzzy sequential circuits which also provide us with a method to introduce "rules" having memory functions into fuzzy inferences. The method includes formulation and reduction of state transition diagrams, state assignment and implementation of circuits to be used for the problems of fuzzy nature. For the actual example, the synthesized circuit is shown together with the characteristics.

1．まえがき

１９６５年にＺａｄｅｈがファジイ・システムの考えを始めて導入して以来，ファジイ・オートマトンについては，Ｓａｎｔｏｓによる Ｍａｘｉｍｉｎ Ａｕｔｏｍａｔａの提案，あるいは Ｗｅｅ および Ｆｕ による定式化などをはじめとして，学習制御の理論を含め，多くの研究開発が行われて来た．しかしながらそれらは，順序回路理論の言葉で言えば，回路の動作解析に当るもので，回路の合成理論については現在に至るまで殆ど行われておらず，ファジイ推論におけるルール，即ちファジイ条件の記述も状態記憶の必要のないｓｔａｔｉｃなものに殆ど限られていた．本論文は状態記憶を必要とするようなルールからの推論を順序回路の方法により可能としようとするものである．

本論文では，通常のデイジタルＩＣを回路部品として使用することを想定し，与えられた問題がファジイ的な表現を含むような場合の同期式ファジイ順序回路の合成法のための状態遷移図の作成と簡単化法，状態割当法，回路構成法などを示し，具体例についての回路の合成結果と，その論理入出力特性を示している．回路中では，メンバーシップのグレードのような数値を２進法４桁で表したＭＡＸやＭＩＮ回路を使用している．

尚，本論文ではファジイ・システムに関する定義や記号はＺａｄｅｈの文献［３］，［４］に従っているので，それらの説明は省略している．

2．同期式ファジイ順序回路のモデル

ここでは簡単のために時不変な離散時間システムを考えており，時間tは0から始まる整数で表されるとしている．今，u_t，y_t および x_t をそれぞれ時刻tにおけるシステムの入力，出力，および状態とする．そのようなシステムは　次の形の状態方程式で特長づけられておれば決定性であると言われる．

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t) \quad , \quad t=0,1,2,\cdots \qquad (1)$$

$$y_t = g(x_t, u_t) \, . \qquad (2)$$

ここで，u_t，y_t，x_t のユニバーサル集合をそれぞれU，Y，およびXで表す．例えば x_t は

$$x_t \in X \triangleq \{g_0, g_1, \cdots, g_N\}. \qquad (3)$$

のように表される．更に，U^t，Y^t，および X^t をそれぞれメンバーシップ関数 $\mu(u_t)$，$\mu(y_t)$，$\mu(x_t)$ で特徴づけられた U，Y，およびX中のファジイ集合とする．

Ｚａｄｅｈはこのようなシステムに対して次の状態遷移関数 F_{oo}，および出力関数 G_{oo} を導入している［３］．

$$X^{t+1} = F_{oo}(X^t, U^t) \qquad (4)$$

$$Y^t = G_{oo}(X^t, U^t). \qquad (5)$$

もし，ファジイ集合 X^t および U^t が相互作用がなければ，X^{t+1} のメンバーシップ関数は次式のように表される．

$$\mu(x_{t+1}) = \bigvee_{x_t} \bigvee_{u_t} \{\mu(x_t) \wedge \mu(u_t) \wedge \mu(x_{t+1} \mid x_t, u_t)\} \qquad (6)$$

ここで $\mu(x_{t+1} \mid x_t, u_t)\}$ は x_t および u_t により条件づけられた x^{t+1} を特性づけるためのメンバーシップ関数である．

本論文では以下，システムのファジイ論理的な部分以外についてはＭｅａｌｙ［１］の定義した決定性の同期式順序回路のモデルや定義が適用されるものとする．また，具体例においては簡単のため u_t，y_t，x_t の値は２進法４桁の数により表すこととする．

3．ファジイ入力

先ず１例として，ファジイ順序回路の合成に対して簡単，且典形的であると思われる例題を示すこととする．

（例題１）　次の条件を満足するような同期式順序回路を合成する：

入力 u_t は常に入力空間U＝｛０，１，２，・・・，１５｝においてその値を変化しているものとする．もし入力 u_t が連続して数回以上大きい値をとった直後に，小さい値をとったときは出力端子 Z_0 に論理値１を出力し，そうでないときは論理値０を出力すること．　上記と反対の入力値の系列がおこったときは出力端子 Z_1 に同様な出力を出すこと．もし入力が中間の値をとったときは回路は初期状態にもどること．

いま集合Uにおいてｌａｒｇｅ，ｍｉｄｄｌｅ，およびｓｍａｌｌを表す入力ファジイ集合をそれぞれP，M，およびNとし，それらはメンバーシップ関数 $\mu_P(u_t)$，$\mu_M(u_t)$，および $\mu_N(u_t)$ によりそれぞれ特性づけられているとする．　かくして，これらのメンバーシップ関数はＦｉｇ．１のように表現される．

今の場合，もし　（$\mu_P(u_t)$，$\mu_M(u_t)$，$\mu_N(u_t)$）の入力系列が回路に加えられたとすれば，これらのファジイ集合は次式に示すよ

うなファジイ相補関係にあるので，可能な入力が漏れなくとり上げられたことになる．

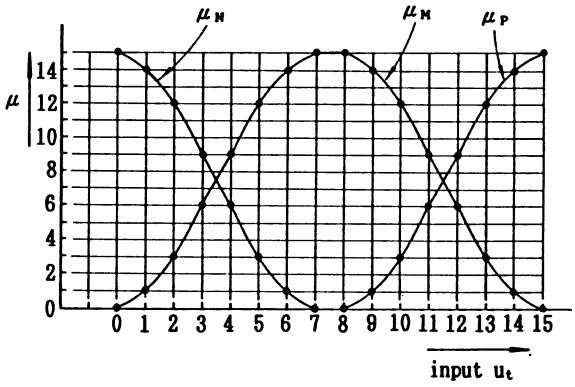


Fig. 1 Representation of input values

$$\overline{P} = M \vee N \ , \ \overline{M} = N \vee P \ , \ \overline{N} = M \vee P \qquad (7)$$

ここで，$\overline{P}$，$\overline{M}$，および$\overline{N}$はそれぞれP，M，およびNのファジイ補集合を表している．

Table 1 Normalized values of large, middle, and small

u_t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
p	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	10	15	15	15	15
n	15	15	15	15	10	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
m	0	1	4	10	15	15	15	15	15	15	15	15	10	4	1	0

もし今，これらのファジイ集合のメンバーシップのグレードからなる入力系列がそのままの数値で加えられたとすれば，式（6）にはMAXとMINの演算しか含まれていないので，状態を特性づけるメンバーシップ関数μ（x_t）の表すグレードの最大値は，入力系列の進行につれて一旦小さくなるとその値を回復して元にもどることはできなくなる．　そこで1つの入力u_tに対する μ_P（u_t），μ_M（u_t）およびμ_N（u_t）の値の比率をかえないで，最大値を15にするように正規化することとする．それらの正規化した値をそれぞれp，m，およびnで表し，以後これ等を単に入力と呼ぶこととする．それ等の値を Table 1に示してある．

4．状態遷移図の構成と簡単化

メンバーシップ関数μ（x_t）は状態 x_t の生起のグレードを表すものであるが，例題1の場合には，各状態には問題の内容によって定義されるも一つのメンバーシップ関数がある．それは状態のユニバーサル集合X上で ”数回以上”を表すFig. 2に示すようなメンバーシップ関数μ_D（k）であり，各状態q_iをその状態の表す”生起回数” kに対応して特性づけている．

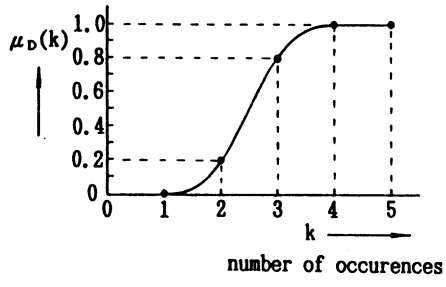


Fig. 2 Representation of "more than several times"

状態遷移図中の2つ状態q_iとq_jがあるときもしそれらに対して異なった出力系列を発生させるような入力系列が存在しないときは，それ等は等価であると言われる［1］．ファジイ順序回路の場合も同様な原理を使用できて，もし状態遷移図中に2つの等価な状態があればその一方を消去できる［1］．

最初に，回路が初めて動作状態となった時に対応して初期状態をきめる．つづいて初期状態につづく状態を定義してゆくわけであるが，その際状態の定義は式（6）中の μ_x（x_{t+1} | x_t , u_t）ができるだけ簡単になるようにきめるのがよい．例えば例題1の場合に初期状態に続く状態を，それらが単に2種類の入力即ち

ｓｍａｌｌあるいはｌａｒｇｅのいづれかの生起回数のみにより区別されるように定義するならば，$\mu_x(x_{t+1}|x_t, u_t)$の値は生起可能な遷移に対して一率に１５に固定してよいことになる．この場合は式（６）は次式のように簡単化される．

$$\mu(x_{t+1}) = \bigvee_{x_t} \bigvee_{u_t} \{\mu(x_t) \wedge \mu(u_t)\} \qquad (8)$$

一方，例えば，もし入力値の累積値によって状態を区別するようにしたとすれば，メンバーシップ関数$\mu(x_{t+1}|x_t, u_t)$は異なる入力毎に定義された遷移行列により特性づけねばならなくなる．

ファジイ順序回路特有の簡単化法として次の法則がある．

法則Ｉ：状態遷移図中の２つの状態が，もし，生起グレードを表すメンバーシップ関数さえ無視すれば等価の条件を満たしている場合は，式（６）あるいは（８）中の中括弧内のメンバシップ関数の論理積の値の小さい状態は省略される．この法則は（６）あるいは（８）式中のＭＡＸ演算から証明できることがわかる．

以後入力値としては簡単のため$\mu_p(u_t)$，$\mu_m(u_t)$，および$\mu_n(u_t)$にかわってｐ，ｍ，およびｎを使用することとする．q_0を初期状態とする．それにつづいて入力ｐの生起回数，１，２，３，および４以上，により定義される状態をそれぞれq_1，q_2，q_3，およびq_4とし，入力ｎに対するそれ等をq_5，q_6，q_7，およびq_8とする．

以上により，例題１に対してはＦｉｇ．３に示す簡単化された状態遷移図が得られる．出力Z_0およびZ_1に１の信号を発生させる可能性のあるのはそれぞれ入力ｎに対してq_3およびq_4からq_5への遷移，入力ｐに対してq_7およびq_8からq_1への遷移である．しかしＦｉｇ．３では簡単のために出力の記入は省略してある．

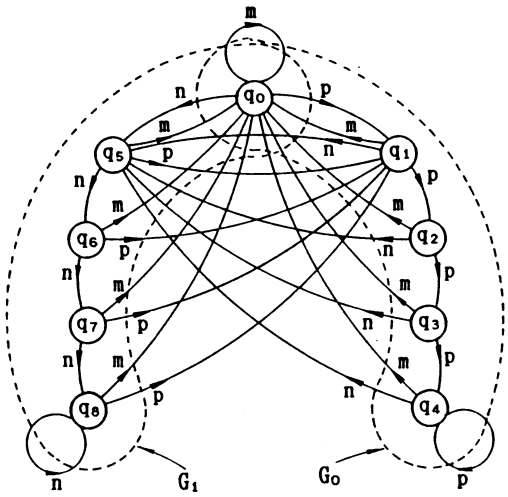


Fig. 3 State transition diagram of example 1

５．状態割当

ファジイ順序回路の状態遷移図においては２個以上の状態が時刻ｔにおいて$\mu(x_t)$の値が０でない値を持つ可能性がある．ここではそのような状態の群を略してＣＥ群と呼ぶこととする．Ｆｉｇ．３中ではG_0およびG_1と名付けられた状態群がそれぞれＣＥ群である．そしてG_0群中の状態q_1，・・・，q_4は，G_1群中のq_5，・・・，q_8とは同時に０でない$\mu(x_t)$をもつことはない．

決定性の順序回路の場合には状態遷移図中の各状態q_iには（b_0 b_1 ・・・ b_n）の形の２値符号ベクトルが割当てられる．ここでb_iは状態を区別するための状態変数y_iのとる２値の値である．ファジイ順序回路において各ＣＥ群を区別するための状態変数をg_0，g_1，・・・，g_mと表すこととする．ただしＦｉｇ．３の場合にはｍ＝０である．状態遷移図中の各状態q_iはそれ自身のメンバーシップのグレード$\mu(x_t)$を持っているので，各状態は生起のグレードを表す$\mu(x_t)$の値を保

持するため，そのＣＥ群内で区別可能な変数E_iを持っていなくてはならない．ここではそのような変数E_iを状態グレード変数と呼ぶこととする．かくして（$q_0 \cdots q_m E_i$），E_i $\{E_0, E_1, \cdots\}$，の形の符号が状態遷移図中の各状態に割当てられることになる．

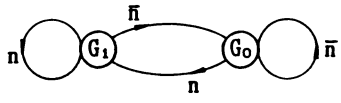


Fig. 4 CE-group transition diagram

状態遷移図中のＣＥ群を決定性の回路の場合の状態と同じように扱うことができ，決定性の順序回路に対する状態の簡単化や状態割当の方法がＣＥ群に適用されることになる．例題１の場合にはＣＥ群に対する遷移図はＦｉｇ．４のように書かれ，G_0およびG_1の各群には，今の場合状態変数ｇの０および１の値がそれぞれ割当てられる．

６．回路の実現

Ｆｉｇ．３の状態遷移図および出力に対する要求条件を実現する回路の構成はＦｉｇ．５のようになる．

図中のファジイ論理演算回路(fuzzy logical operation circuit)は，状態遷移図に従って式（８）の演算を行い，又出力を発生させるためのものである．Ｆｉｇ．５中にある記憶素子の回路をＦｉｇ．６に，式（８）のＭＡＸおよびＭＩＮの演算回路［５］の端子配列をＦｉｇ．７に示す．

Ｆｉｇ．５に示すファジイ論理演算回路中の出力回路は各状態の定義，および問題で与えられている要求条件から設計される．例題１の場合にはメンバーシップ関数$\mu(x_t)$および$\mu_D(k)$を使用して，各状態q_i毎に出力１を出すか出さないかのしきい値を計算して，それを回路中に蓄えておくのが適当である．例えば状態q_3には”３回目”に対する$\mu_D(3)$が付されており，その値はＦｉｇ．２に示すように０．８であるので，q_3に対しては，１０／０．８＝１２と，しきい値を定め$\mu(x_t)$がそれより大となったときのq_3からq_5への遷移において出力Z_0に１を発生するようにする．ここで１０の値は例題１の要求条件から定められた値である．

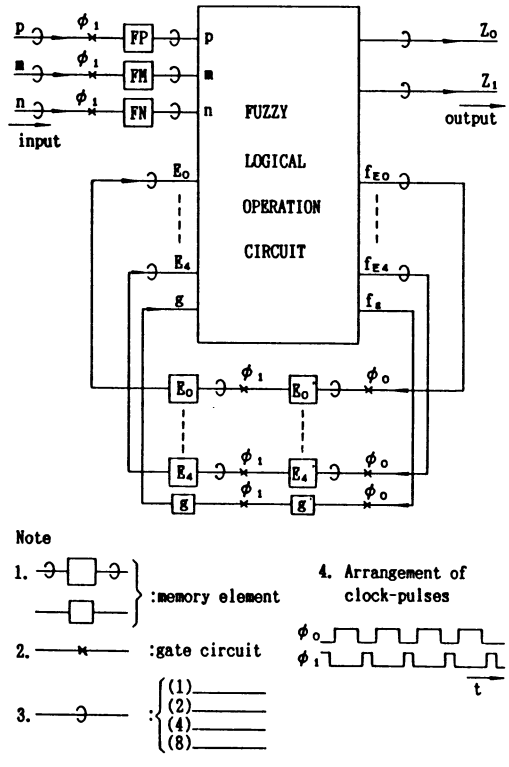


Fig. 5 Circuit configuration of the fuzzy sequential circuit

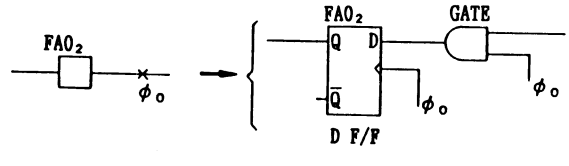


Fig. 6 Memory element with a gate circuit

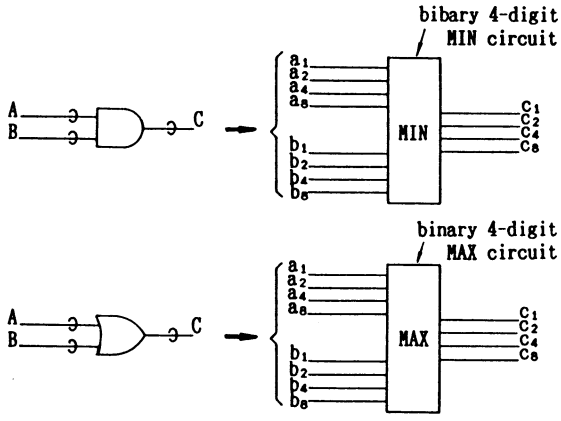


Fig. 7 MAX and MIN circuits

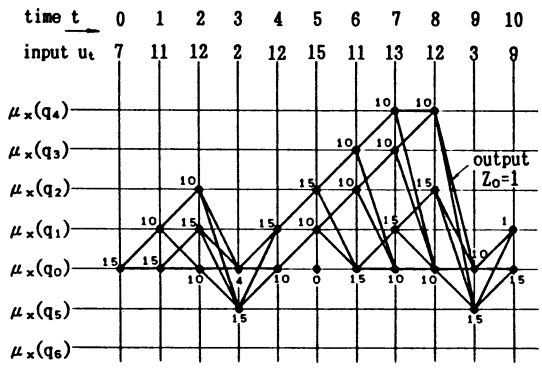


Fig. 8 Sequences of $\mu_x(x_i)$

上記のことから，1つの入力系列の例の場合の動作系列をＦｉｇ．８に示す．　図中には各時間ｔに対して式（８）により算出した各状態ｑ$_i$のメンバーシップ関数の値が付してある．ｑ$_4$ に対する出力１の発生のためのしきい値はＦｉｇ．２の値を使用して１０／１．０＝１０となる．これは ”可能な最大値１５の２／３に到達したとき１を出力する” という意味である．

７．結論

本論文は同期式ファジイ順序回路の設計法の確立のみでなく，ファジイ推論エンジンに，記憶機能が必要なような”ルール”の持込を可能とする方法を与えることも目的としている．ここで開発した方法は一応これ等の目的に適応できるものであろうと思われる．

References

[1] Mealy, G. H., " A Method for Synthesizing Sequential Circuits", B.S.T.J., (1955-9)

[2] Santos, E.S., " Maximin automata ", Inf. Control 13 , pp. 363-377, 1968.

[3] Zadeh, L.A., "Toward a theory of fuzzy systems" on Aspects of Network and System Theory , R. E. Kalman and N. Declaris, Eds. New York : Holt, Reinhart and Winston, 1971.

[4] Zadeh, L. A., " Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision process, IEEE Trans. on SMC, SMC-3, pp. 98-102, 1973.

[5] 松本，渡辺，榎田，長良，”電荷制御を使用したＣＭＯＳ４値論理回路の応用”，多値論理研究ノート，第１１巻，第１号，ｐｐ．１・１－１・１０，（１９８９－１）．

限界和と限界積による簡単なファジィ状態メモリ回路

Simple fuzzy state memory circuits using bounded sum and bounded product

白井 雄二† 佐々木 守†† 上野 文男†† 井上 高宏††
Yuji SHIRAI, Mamoru SASAKI, Fumio UENO and Takahiro INOUE

† 八代工業高等専門学校 情報電子工学科, 八代市
Yatsushiro National College of Technology, Yatsushiro, 866, Japan

††熊本大学 工学部 電気情報工学科, 熊本市
Faculty of Engineering, Kumamoto University, Kumamoto, 860, Japan

Abstract

When a certain fuzzy states are stored without special treatment, it requires a lot of binary memories. Therefore a special fuzzy logic memory is necessary.

It is accomplished that three dimension fuzzy state memories are obtained by min-max or max-min compositions using bounded-sum and bounded-product.

Here we propose a new fuzzy state memory, which is more simple than the previous proposed one [2]. Introducing the invented variables to the target function, another function can be obtained in case of current mode circuits.

1. まえがき

あるファジィの状態をそのまま記憶するためにはファジィ論理専用のメモリが必要であり，ファジィ論理の積演算と和演算によるメモリ回路が発表されている(1)(2).

筆者らは，昨年電流モードに適した和演算の限界和と積演算の限界積を利用するとＭＡＸ，ＭＩＮを用いたファジィ状態メモリよりも回路構成が簡単になることを示した(2).

本論文では，さらにこれらの限界積と，限界和の入力変数にその入力変数の否定が入ると関数が別の関数になることに着目して，文献(2)で提案したファジィ状態メモリ回路が，さらに簡単な回路構成となり，入力変数を否定にする回路が必要ない回路を提案する.

2. ファジィ論理関数

ファジィ論理演算の中で電流モードの構成に適した関数として限界差(bounded-difference BD)がある.

２変数x, y (x, y≦1)による限界差の定義は以下のようになる.

限界差

$$BD(x,y) = 0 \vee (x-y) = x \ominus y \qquad (1)$$

他の関数として否定(complement NOT)，限界和(bounded-sum BS)，限界積(bounded-product BP)および含意(implication IMP)は限界差により以下のように表わすことができる．

否定　complement

$$NOT(x) = \bar{x} = 1-x = 1 \ominus x \tag{2}$$

限界和 bounded-sum

$$BS(x,y) = x \oplus y = 1 \wedge (x+y) = 1 \ominus (1 \ominus (x+y)) \tag{3}$$

限界積 bounded-product

$$BP(x,y) = x \odot y = 0 \vee (x+y-1) = (x+y) \ominus 1 \tag{4}$$

含意 implication

$$IMP(x,y) = x \rightarrow y = 1 \wedge (1+y-x) = 1 \ominus (x \ominus y) \tag{5}$$

ここで，$\vee$はMAX，$\wedge$はMIN，-は単なる差，+は単なる和である．

限界和$\oplus$，限界積$\odot$はそれぞれ，ファジィ論理演算の中の和演算，積演算であり，入力変数xとyを交換しても同一の値となる対称関数である．

3．ファジィ状態メモリ

電流モードに適した電流ミラー回路による限界和と限界積のファジィ状態メモリは積和と和積があり，以下の式のように示す．

$$BPBS(x,y,z) = (x \oplus y) \odot (z \oplus x) \odot (y \oplus z) \tag{6}$$

$$BSBP(x,y,z) = (x \odot y) \oplus (z \odot x) \oplus (y \odot z) \tag{7}$$

式(6)が積和で，式(7)が和積である[(1)(2)]．

これらの変数にその変数か，その変数の否定を代入することによりファジィ状態メモリが構成できる．そこでこれらの変数の全てを区別するために式(6)，(7)を次のように添字を付けて区別する．

$$BPBS(x,y,z) = (x_1 \oplus y_1) \odot (z_1 \oplus x_2) \odot (y_2 \oplus z_2) \tag{8}$$

$$BSBP(x,y,z) = (x_1 \odot y_1) \oplus (z_1 \odot x_2) \oplus (y_2 \odot z_2) \tag{9}$$

変数で否定の変数の位置に1を他のところは0を立てると，表１のように000000_2(0_{10})から111111_2(63_{10})の合計64種類の状態が表現できる．

すなわちx_2の場所に1が立つと$x_2 = \bar{x}$の入力が入ることになる．

ところで，限界和(x⊕y)の変数x，yに否定の変数$\bar{x}$，$\bar{y}$を代入すると，

$$BS(x,\bar{y}) = 1 \ominus (1 \ominus (x + (1 \ominus y))) = 1 \ominus (y \ominus x) = IMP(y,x) \tag{10}$$

$$BS(\bar{x},y) = 1 \ominus (1 \ominus ((1 \ominus x) + y)) = 1 \ominus (x \ominus y) = IMP(x,y) \tag{11}$$

$$BS(\bar{x},\bar{y}) = 1 \ominus (1 \ominus ((1 \ominus x) + (1 \ominus y))) = 1 \ominus ((x+y) \ominus 1) = \overline{BP(x,y)} \tag{12}$$

となる．また限界積(x⊙y)の変数x，yに否定の変数$\bar{x}$，$\bar{y}$を代入すると，

$$BP(x,\bar{y}) = (x + (1 \ominus y)) \ominus 1 = y \ominus x = BD(y,x) \tag{13}$$

$$BP(\bar{x},y) = ((1 \ominus x) + y) \ominus 1 = x \ominus y = BD(x,y) \tag{14}$$

$$BP(\bar{x},\bar{y}) = ((1 \ominus x) + (1 \ominus y)) \ominus 1 = 1 \ominus (x+y) = \overline{BS(x,y)} \tag{15}$$

となる．

本来はその変数の否定が必要であるはずなのに，最終的な式には否定にした変数自身に否定の項は付いていないため，入力変数を否定の入力にする必要が無くなる．

またｎ入力変数$(W_1, W_2, W_3, \cdots W_n)$の限界積，限界和を限界差式で表すと，

$$BP(W_1, W_2, W_3, \cdots W_n) = (W_1+W_2+\cdots W_n)\ominus(n-1) \quad (16)$$

$$BS(W_1, W_2, W_3, \cdots W_n) = 1\ominus(1\ominus(W_1+W_2+\cdots W_n)) \quad (17)$$

となり，式は非常に簡単になる．したがって回路構成も簡単になることになる．

表１　限界積限界和のファジィ状態メモリの例

BPBS-No.	変数　0: そのまま　1: 否定入力 x_1 y_1 z_1 x_2 y_2 z_2	BPBS(x, y, z)
0	0 0 0 0 0 0	$(x\oplus y)\odot(z\oplus x)\odot(y\oplus z)$
1	0 0 0 0 0 1	$(x\oplus y)\odot(z\oplus x)\odot(y\oplus \bar{z})$
2	0 0 0 0 1 0	$(x\oplus y)\odot(z\oplus x)\odot(\bar{y}\oplus z)$
3	0 0 0 0 1 1	$(x\oplus y)\odot(z\oplus x)\odot(\bar{y}\oplus \bar{z})$
17	0 1 0 0 0 1	$(x\oplus \bar{y})\odot(z\oplus x)\odot(y\oplus \bar{z})$
18	0 1 0 0 1 0	$(x\oplus \bar{y})\odot(z\oplus x)\odot(\bar{y}\oplus z)$
19	0 1 0 0 1 1	$(x\oplus \bar{y})\odot(z\oplus x)\odot(\bar{y}\oplus \bar{z})$
33	1 0 0 0 0 1	$(\bar{x}\oplus y)\odot(z\oplus x)\odot(y\oplus \bar{z})$
34	1 0 0 0 1 0	$(\bar{x}\oplus y)\odot(z\oplus x)\odot(\bar{y}\oplus z)$
35	1 0 0 0 1 1	$(\bar{x}\oplus y)\odot(z\oplus x)\odot(\bar{y}\oplus \bar{z})$
36	1 0 0 1 0 0	$(\bar{x}\oplus y)\odot(z\oplus \bar{x})\odot(y\oplus z)$
59	1 1 1 0 1 1	$(\bar{x}\oplus \bar{y})\odot(\bar{z}\oplus x)\odot(\bar{y}\oplus \bar{z})$
60	1 1 1 1 0 0	$(\bar{x}\oplus \bar{y})\odot(\bar{z}\oplus \bar{x})\odot(y\oplus z)$
61	1 1 1 1 0 1	$(\bar{x}\oplus \bar{y})\odot(\bar{z}\oplus \bar{x})\odot(y\oplus \bar{z})$
62	1 1 1 1 1 0	$(\bar{x}\oplus \bar{y})\odot(\bar{z}\oplus \bar{x})\odot(\bar{y}\oplus z)$
63	1 1 1 1 1 1	$(\bar{x}\oplus \bar{y})\odot(\bar{z}\oplus \bar{x})\odot(\bar{y}\oplus \bar{z})$

4．ファジィ状態メモリ回路

電流モードでは限界差は電流ミラー回路により，和は単なる接続で簡単に実現できるので[3]，限界和，限界積，含意は簡単に構成できる．

式(8)の限界和の項で各変数はその変数か，その変数の否定が入ることになるが，それぞれ式(3)，(10)，(11)，(12)の限界差式より分かるようにすべての式の頭に$1\ominus$があるため式(8)の$(x_1\oplus y_1)$，$(z_1\oplus x_2)$，$(y_2\oplus z_2)$は次のように表現できる．

$$(x_1\oplus y_1)=(1\ominus\alpha) \quad (18)$$

$$(z_1\oplus x_2)=(1\ominus\beta) \quad (19)$$

$$(y_2\oplus z_2)=(1\ominus\gamma) \quad (20)$$

αは$(x\oplus y)$のときは，$\alpha=1\ominus(x+y)$ (21)

$(x\oplus \bar{y})$のときは，$\alpha=y\ominus x$ (22)

$(\bar{x}\oplus y)$のときは，$\alpha=x\ominus y$ (23)

$(\bar{x}\oplus \bar{y})$のときは，$\alpha=(x+y)\ominus 1$ (24)

となる．β，γも同様なことが言える．

そこでこれらの限界積は，式(16)の３入力変数の限界積なので，

$$((1\ominus\alpha)+(1\ominus\beta)+(1\ominus\gamma))\ominus 2 \quad (25)$$

となる．この式からα，β，γは１より必ず小さいので，限界差の性質より，さらに式が簡単になり，以下のようになる．

$$BPBS(x, y, z)=1\ominus(\alpha+\beta+\gamma) \quad (26)$$

ここでαの回路を考察する．
αの回路は式(21)，(22)，(23)，(24)を実現する回路となる．この回路は限界差回路とスィッチ回路で実現でき，図１の回路となる．
ここで，x_1の入力変数を切り替えるスイッチをSx_1とし，そのままの入力のとき(0が立っているとき)のスイッチをSx_1=0側，x_1が否定入力のとき(1が立っているとき)のスイッチをSx_1=1側となるようにする．すると，図１の限界差回路の入力端子a,bに入る変数は，表２のBPBSのようになる．

同様にしてβ，γにも同様なスイッチ回路を付けることにより式(6)の積和回路は図２になる．

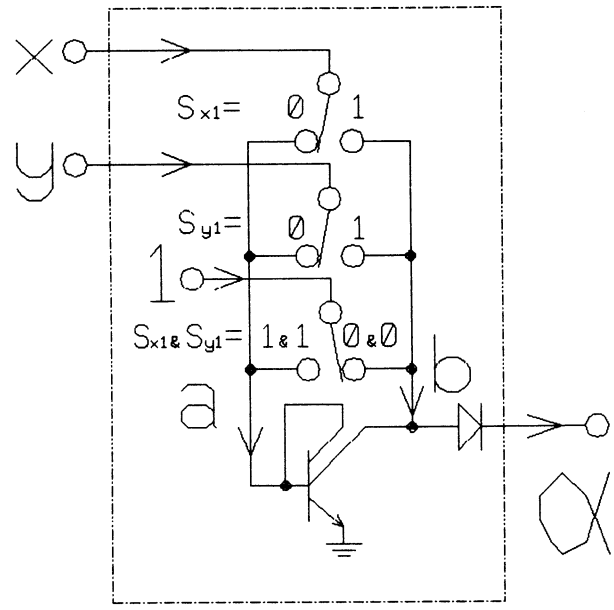


図１　αの回路(限界差回路とスイッチ回路)

表２　限界差回路のスイッチングによる入力変数

スイッチ		BPBS		BSBP	
Sx_1	Sy_1	a端子	b端子	a端子	b端子
0	0	x+y	1	1	x+y
0	1	x	y	y	x
1	0	y	x	x	y
1	1	1	x+y	x+y	1

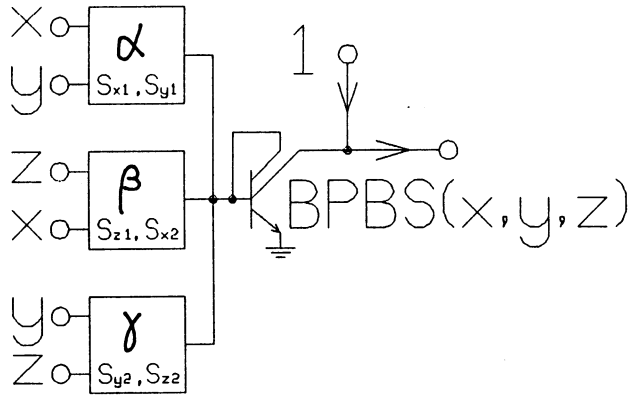


図２　限界積・限界和(BPBS)のファジィ状態メモリ回路

和積(BSBP)も同様にして式(7), (13), (14), (15), (17)より

$(x_1 \odot y_1)=\alpha$, $(z_2 \odot x_2)=\beta$, $(y_2 \odot z_1)=\gamma$ とすれば,

$$BSBP(x, y, z)=(x \odot y) \oplus (z \odot x) \oplus (y \odot z)=\alpha \oplus \beta \oplus \gamma$$
$$=1 \ominus (1 \ominus (\alpha+\beta+\gamma)) \qquad (28)$$

となり,図1の限界差回路の入力端子a, bに入る変数は, 表2のBSBPのようになるようにスイッチングすれば良く, αの回路図は図3, BSBPの回路図は図4になる.

図3のスイッチは図1のスイッチの0と1が逆になっているだけで回路構成は全く同じである. また, 全体の回路図である図2と図4を比べるとBSBPの方が1⊖の回路が多いだけであり, BSBPの回路で終段の1⊖の回路を切り放し, α, β, γのスイッチ回路の0と1を逆にすればBPBSも実現できる. そのため図4の回路だけで積和と和積のファジィ状態メモリ回路が構成できる.

ファジィ状態メモリの理想的な入出力の例を図5に示す.

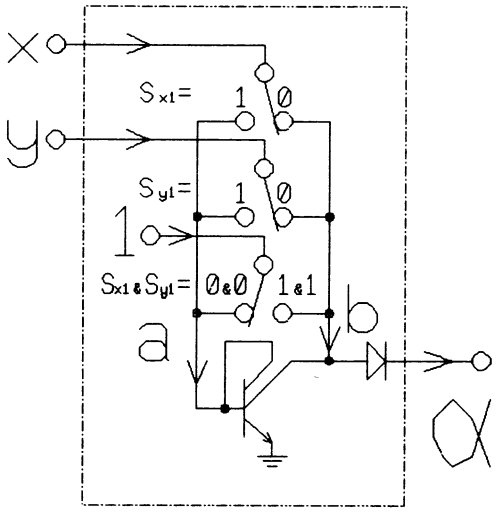


図3　和積のαの回路

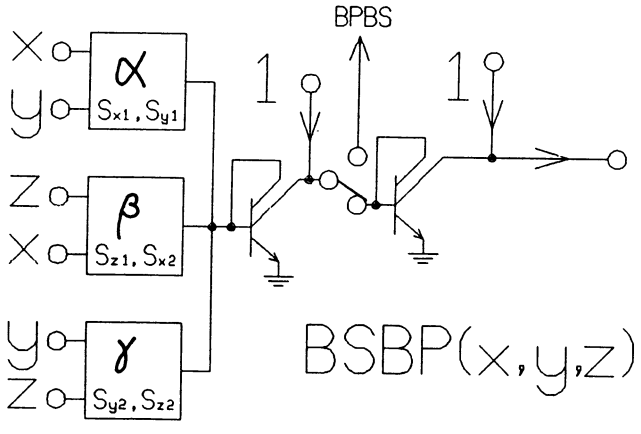


図4　和積のファジィ状態メモリ回路

5. むすび

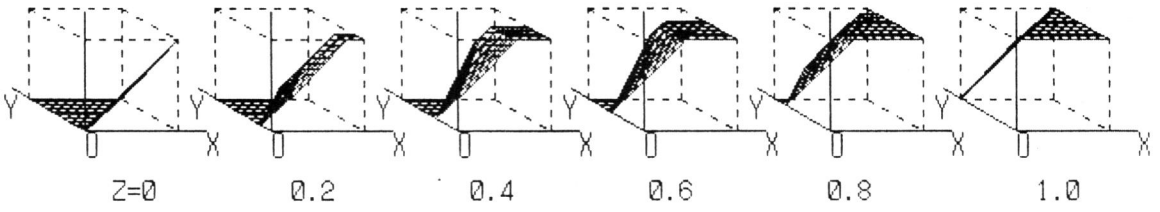
限界積と限界和を用いた演算は回路が簡単になると共に, これらの性質を利用してより簡単な回路が得られた.

回路が簡単なので時間遅れも少なくなる.

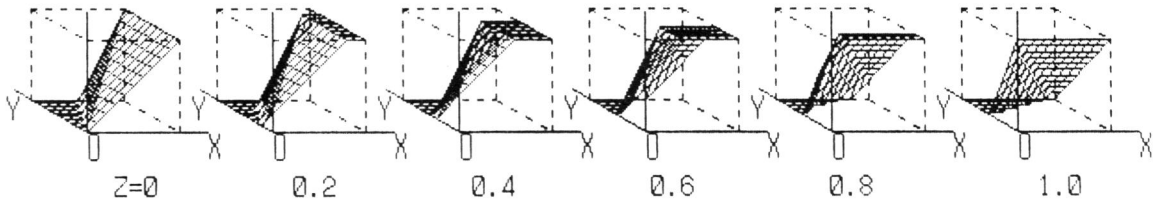
否定の回路が不用で, 64通りの多彩な状態が簡単に構成できた.

また, 回路構成は変わらないため1つの回路で積和と和積の状態メモリが実現できた.

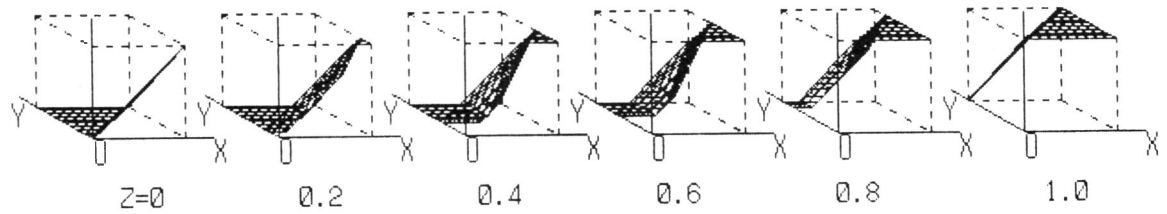
BPBS 18



BPBS 19



BSBP 18



BSBP 19

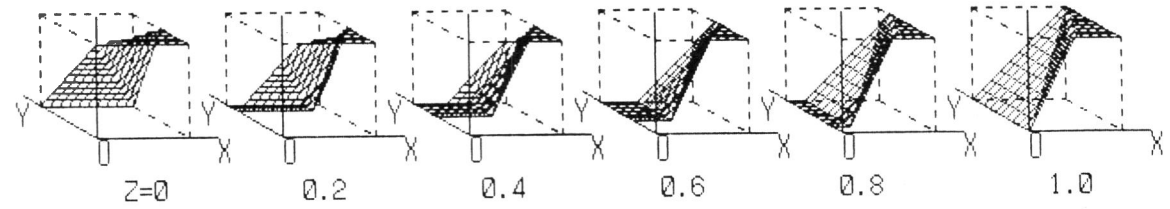


図５　限界和と限界積によるファジィ状態メモリの入出力特性の例
積和(BPBS)と和積(BSBP)

文献

(1)K.Hirota and K.Ozawa:"Concept of Fuzzy Flip Flop",Preprints of 2'nd IFSA Congress, (July 1987, Tokyo), pp.556-559

(2)白井,佐々木,上野,井上:"ファジィ状態メモリ回路",第４回ファジィシステムシンポジウム(May 30-31, 1988), pp.109-114

(3)白井,山川,上野;"ＣＡＤに適したファジィ論理回路の一構成方法",信学論,J67-D,6 pp.708-714 1984

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

任意形状のメンバーシップ関数が記憶可能なファジィレジスタ

Fuzzy Register Which Can Store Any Membership Function

小沢　和浩*、廣田　薫**

Kazuhiro OZAWA* and Kaoru HIROTA**

*法政大学大学院工学研究科電気工学専攻
**法政大学工学部電気工学科計測制御専攻
*Dept. of Electric Eng., Graduate School of Hosei Univ.
**Dept. of Instrument & Control Eng., College of Eng., Hosei Univ.

Abstract

Fuzzy register which can store any type of membership function information defined on a finite universe of discourse is proposed as an example of fundamental components of discrete mode fuzzy computer. The hardware implementation of the fuzzy register is also proposed using CMOS IC's. A possibility of VLSI implementation is confiremed for the purpose of realizing fuzzy memory modules in the framework of multi stage fuzzy inference computer.

1．はじめに

2値J-Kフリップフロップのファジィへの拡張として定義されたファジィフリップフロップの入出力特性に関しては、各種のファジィ演算系において既に明らかにしている[1]．さらに、各種のファジィ演算系で定義された各種ファジィフリップフロップの内で実用上最も有用と思われる、min max型ファジィフリップフロップと代数積代数和型ファジィフリップフロップの離散近似型と連続電圧値モードによる回路化は既に終えている[2)3)4)5)]．

本研究では、このファジィフリップフロップを基にして、任意形状のメンバーシップ関数が記憶可能でかつその反転出力も可能なファジィレジスタの提案を行う．さらに回路化の一例として、数個のファジィフリップフロップ回路を市販の汎用メモリ素子上に構成すると、汎用性のあるファジィ情報（ファジィワード）の記憶モジュールの実現が可能であることを示す．即ち、メモリ内容を書き換えることにより各種ファジィ演算系で定義された任意のファジィフリップフロップへの変更が容易であり、また、メモリ容量に応じた数のファジィフリップフロップの組み込みが可能な為、目的に応じた使い分けも可能となる．

2．ファジィレジスタの定義

ファジィフリップフロップは、二値J-Kフリップフロップの特性をすべて包含してファジィ拡張されているため、ファジィ値の記憶、反転出力、この他にファジィフリップフロップ特有の諸機能を持つ．これらの機能を用いて任意形状のメンバーシップ関数の記憶モジュールの構築が実現可能である．この記憶モジュールを以下ではファジィレジスタと呼ぶことにする．図2-1.にファジィフリップフロップをn個（台集合のカージナル数）用いて任意形状のメンバーシップ関数の記憶、反転出力が可能なファジィレジスタの回路構成を示す．

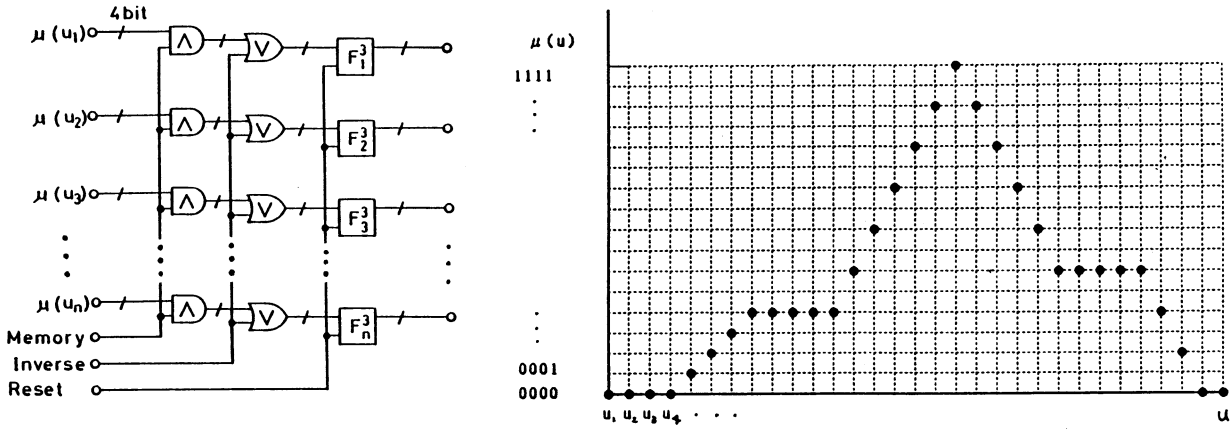


図2－1.　ファジィレジスタの回路構成

3．ファジィレジスタの基本セル

任意形状のメンバーシップ関数の記憶、反転出力は、任意のファジィ値が扱えるファジィフリップフロップを台集合のカージナル数だけ用いることにより可能となる．ここでは、より簡素に構成可能にするため、市販の汎用メモリ素子を用いてファジィレジスタの基本セルを考えることにする．図3-1.に512kタイプのRAMを用いた場合の基本セルの一例を示す．この例では、データアクセスの高速性等を考慮して台集合上のカージナル数を16点としている．つまり、16個のファジィフリップフロップ回路が仮想的に内部に含まれていることになる．これらのファ

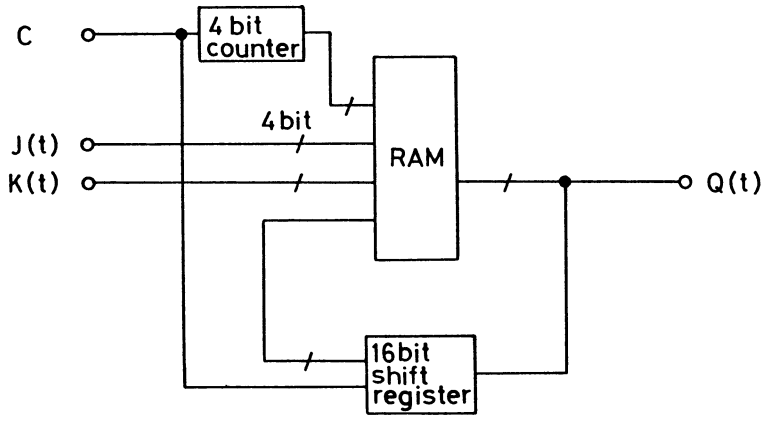


図3-1.　ファジィレジスタの基本セル

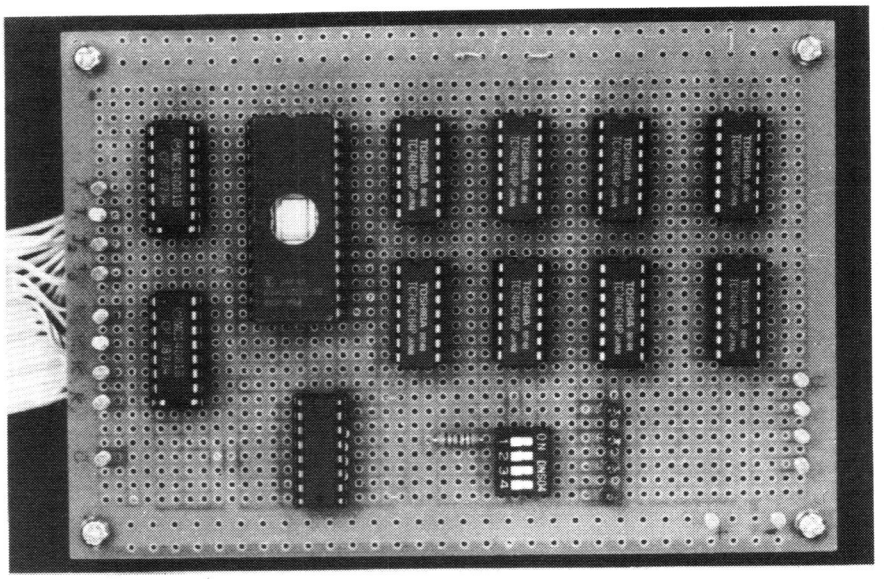


図3-2.　汎用メモリ素子を用いて構成したファジィレジスタの基本セルの一例

ジィフリップフロップは4bitのバイナリカウンターによって示されるアドレスによって選択される．J(t)、K(t)、Q(t)は4bitデータとして並列に扱うことにする．つまり、メンバーシップ値は16点に離散化されている．また、基本セル自身によって一つの順序回路を構成している為、一般的な順序回路の遅延素子としての役割を16bitのシフトレジスタに負わせている．図3-2.には市販のICを用いて構成した基本セルを示す．

4．ファジィレジスタの構成法

ファジィレジスタの基本セルを多数用いるとメンバーシップ関数の一時記憶や反転出力、また用いるファジィフリップフロップのもつ諸機能の実現が可能である．また、基本セルを並列に配置することにより、モジュールへのファジィデー

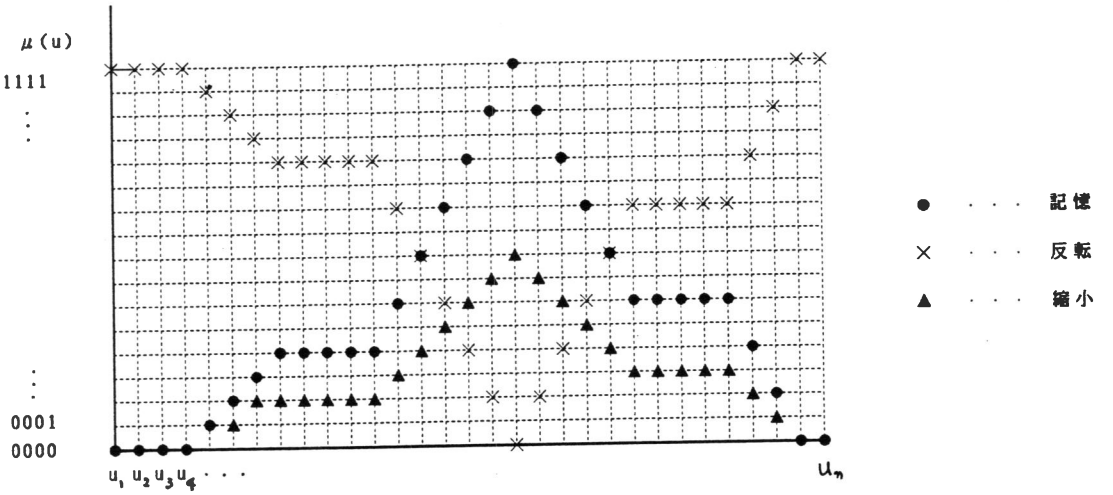


図 4-1.ファジィレジスタの諸機能

タのアクセスは基本セルの数には依存せず、基本セル自身のアクセスタイムに直接依存することになる．図4-1.に台集合上に記述された、任意形状のメンバーシップ関数の記述や各種の機能を示す．

5．おわりに

任意のファジィ値が記憶可能なファジィフリップフロップを数個用いて任意形状のメンバーシップ関数が記憶可能なファジィレジスタの提案を行った．また、本格的なファジィメモリモジュールの構築を考慮して、ファジィレジスタの基本セルの構築を汎用メモリ素子を用いて行った．ここで提案したファジィレジスタは多段階でより奥の深いファジィ推論（再帰型ファジィ推論等）に用いると有用である．

参考文献

1)K.Hirota and K.Ozawa, Concepts of Fuzzy Flip-Flop, IEEE Transacations on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 19 No. 5 (to appear 1989)

2)小沢、廣田、離散値型ファジィフリップフロップ、電学論、C-109、No.5、1989、pp.101/107

3)K.Hirota and K.Ozawa, Fuzzy Flip-Flop Circuit Using Digital Technique, Proc. of 4th Fuzzy System Symposium (IFSA Japan, Chapter, May, 1988, Tokyo), pp. 115/120

4)K.Hirota and K.Ozawa, Fuzzy Flip-Flop as a Basis of Fuzzy Memory Modules, Fuzzy Computing (Theory, Hardware and Applications) edited by M.M.Gupta & T.Yamakawa, North-Holland, 1988, pp. 173/183

5)K.Hirota, K.Ozawa, L.T.Koczy, and K.Ōmori, Discrete Mode Algebraic Fuzzy Flip-Flop Circuit, Proc. of International Workshop on Fuzzy System Applications, (August, 1988, Iizuka Japan) pp.39/40

ファジィ処理専用プロセッサの一構成法

A Synthesis Method of Fuzzy Logic Processer

佐々木 守　上野 文男　井上 高宏　白井 雄二
Mamoru SASAKI　Fumio UENO　Takahiro INOUE　Yuji SHIRAI

熊本大学　工学部
Faculty of Engineering, Kumamoto University

八代　高専
Yatsushiro National College of Technology

ABSTRACT

A synthesis method of a fuzzy logic processer is proposed. A feature of this synthesis is a parallel architecture using a cellular array processor. The fuzzy logic processer can carry out the elemental operations such as union and intersection between two fuzzy sets, and fuzzy composition between a fuzzy set and a fuzzy matrix. These operations can be carried out for several clock cycles, by virtue of the parallel processing on the cellular array and the bit serial operation used in the processing elements (PE). Further, some fuzzy systems can be constructed on machine language level using this processer.

1．はじめに

近年，ファジィ情報の高速処理を目的として，各種ファジィ演算を直接ハードウエアレベルで実行するプロセッサがいくつか提案され，すでに実現されている[1),2),3)]．しかし，これらは，システムレベルで考えると，if-thenルールを高速実行する専用プロセッサである．各種ファジィシステムの高速実行，とくに効率的な設計，開発のためにはルール型専用プロセッサではなく，ファジィ処理専用プロセッサが必要である．ここでは，ファジィ処理専用プロセッサを「ファジィ集合間の各種演算，ファジィ集合とファジィ関係間の合成演算などの基本的なファジィ処理演算をハードウエアレベルで実行できるもの」と考えている．

現在，科学技術計算や知識情報処理などの高速演算を目指して，並列処理の研究が盛んに行なわれている．最近は，ＬＳＩ製造技術の発達にともない，アーキテクチャやハードウエア等のシステム構築まで至る研究が増えてきており，大規模並列処理ハードウエアの実現も可能になってきた．

そこで本稿では，セルラアレー方式によるファジィ処理専用プロセッサの一構成法を提案する．セルラアレープロセッサとは細胞に例えられる１ビット構成の要素プロセッサ（ＰＥ：Processing Element）の規則的な２次元配列からなるきわめて単純な構造の並列プロセッサである．

まず，２章でファジィ集合演算，合成演算の効果的な並列処理方法を説明して，セルラアレープロセッサによる実現の有効性を示す．３章では，セルラアレープロセッサでの演算方法であるビットシリアル演算によるファジィ論理演算の計算方法を説明する．４章では提案するプロセッサのアーキテクチャを示して，集合演算や合成演算の計算の方法を説明する．最後に５章でまとめる．

2．ファジィ演算の並列処理方法

ファジィ集合演算，合成演算の効果的な並列処理方法を提案する．

2－1．負荷分散の方法

並列処理の実現方法の一つにアレー型並列計算機がある．アレー型計算機での重要な課題の一つは，処理させたい仕事をどのようにして多数のプロセッサに分担させるか，すなわち負荷分散の問題である．この問題は，汎用を目的とする場合は非常に難しいが，ファジィ処理に専用化した場合は，負荷分散を比較的簡単に行うことができる．たとえば，現在実現されているルール型専用プロセッサでは一つのルールに一つのプロセッサを割り当てることにより，並列処理を実現している[1),2),3)]．

本稿では，ファジィ集合間の各種演算，ファジィ集合とファジィ関係間の合成演算などの基本的なファジィ処理演算をアレー型プロセッサで高速に行なうことを目的としている．そのため，これらのファジィ処理演算にあった負荷分散の方法を考えねばならない．

ファジィ集合Aとファジィ集合Bの集合演算を式（1），ファジィ集合Aとファジィ関係Rの合成演算を式（2）にそれぞれ示す．

$A * B \Leftrightarrow$

$$\mu_{A*B}(u) = \mu_A(u) \circledcirc \mu_B(u) \qquad (1)$$

$A \circ R \Leftrightarrow$

$$\mu_{A\circ R}(v) = \bigcup_u \{\mu_A(u) \cap \mu_R(u, v)\} \qquad (2)$$

ただし，u，vは全体集合の要素，
$\mu(\cdot)$，はファジィ集合，
$\mu(\cdot, \cdot)$は関係の各要素のグレード，
＊は集合演算，
⊚は集合演算＊に対応する論理演算，
∪，∩は一般的な和演算，積演算．

式（1），（2）が示すように，集合演算，合成演算ともに，集合，または行列の要素間の演算になるので，各要素の処理にそれぞれプロセッサを割り当てることができる．

2－2．データの構造

ファジィ処理専用プロセッサでは，データとしてファジィ集合を取り扱う．そのため，ディジタルシステムの中では，ファジィ集合をバイナリワードで表現しなければならない．よく用いられる方法は，図1に示すように，数ビット（図1の場合は4ビット）で表わされた各要素のファジィグレードを横に並べて，ひとつのファジィ集合を表わす．しかしこの場合，グレードを4ビット，要素数を62個とすると（この程度の大きさのファジィ集合は応用上必要），語長は4×62＝256ビットと大きくなる．256ビットプロセッサは，現在の技術レベルではインターフェイス等がネックとなり，非常に難しい．通常，このような場合，1ワードをいくつかに分割して，シリアル処理によって解決している．そこでファジィ集合を表わすワードを分割するのであるが，図2に示すように，要素ごとに分割するのではなく，グレードの方向にビットスライスして分割することを考える．このように分割することにより，次節で説明するビットシリアル演算が可能になる．

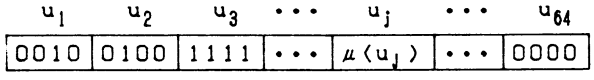


図1　ファジィ集合の表現方法

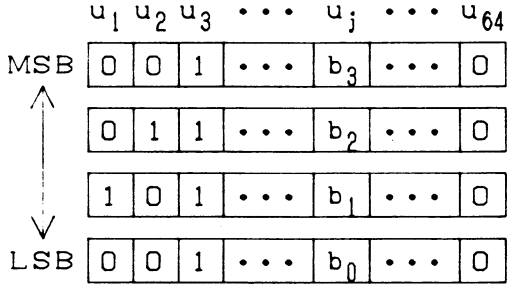


図2　ビットスライスによるファジィ集合の分割

2－3．ビットシリアル演算

ビットシリアル演算とは各ワードの下位ビット，もしくは上位ビットから1ビットずつ送られてくる信号を，逐次，1ビットプロセッサ（PE：Processing Element）で処理していく演算方法である．図3にビットシリアル演算による3ビットデータに対する加算の手順を示す．当然，この演算では語長が長くなると必要なビット演算の繰り返し回数が多くなり，演算時間が増加する．反面，プロセッサが単純なぶん，プロセッサ数を増やすことができ，大規模な並列処理が可能になる．すなわち，各々のデータの語長が短く，データ数が多い処理の場合，多数の1ビットプロセッサによるビットシリアル演算は，非常に有効となる．2－1節で書いたように，本稿で用いる負荷分散の方法では，ファジィ集合の各要素ごとに一つのプロセッサを割り当てるので，各プロセッサが扱うデータは要素のグレードであり，その語長は数ビット（4ビット程度）で十分である．一方，プロセッサ数はファジィ集合の要素の数，あるいは，合成演算のためにはファジィ行列の要素の数だけ必要となる．これらのことは，先に書いたビットシリアル演算が有効となる条件と一致している．ファジィ集合，またはファジィ行列の要素数だけの1ビットプロセッサを用意して，ビットシリア

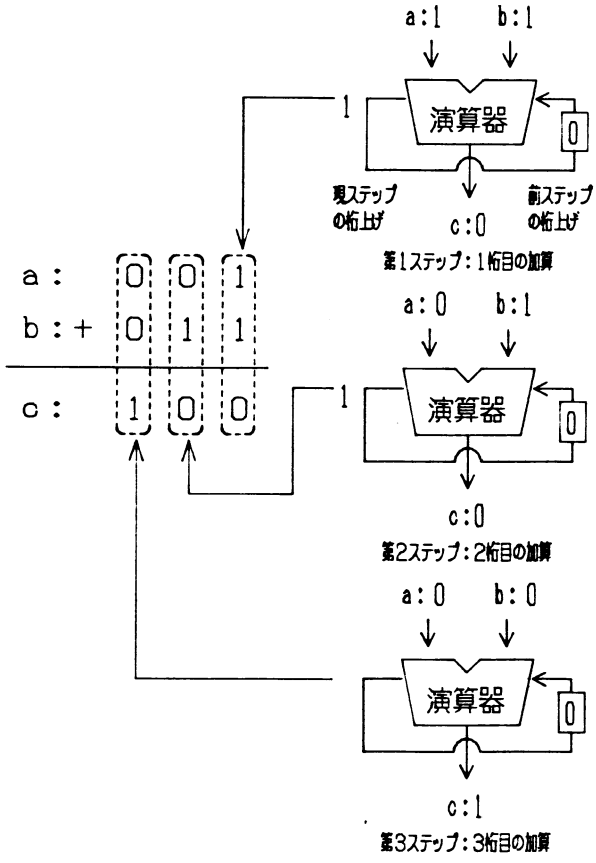


図3　ビットシリアル演算による加算の手順

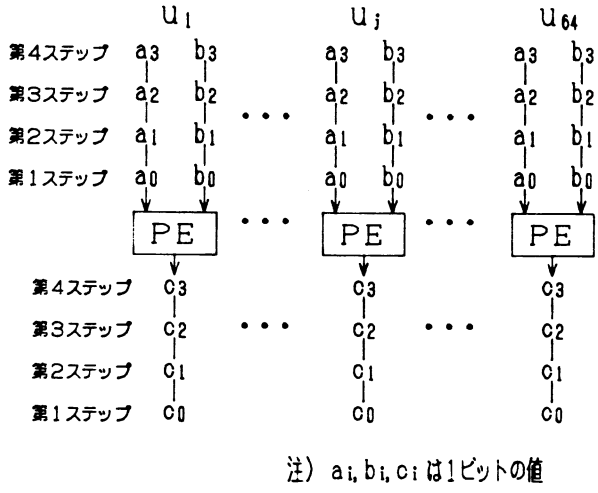


図4　ファジィ集合演算の並列処理

ル演算で各種演算を実行すると，高速処理が実現でき，さらに，個々のプロセッサが単純であるため，ハードウエア量の増加を抑えることができる．今回提案するファジィ集合演算の並列処理の実現方法を図4に示す．

3．ビットシリアル演算によるファジィ論理演算の計算方法

各プロセッサでの演算方法は，ビットシリアル演算なので，ファジィ論理演算をこの演算方法で計算せねばならない．ファジィ論理の中で論理積，論理和としてよく用いられるMAX，MIN演算は，ビットシリアル演算で効率よく計算できる．図5にビットシリアル演算による3ビットデータに対するMAX演算の手順を示す．図3に示した加算の場合は，下位ビットから逐次計算するが，MAX演算，また後で説明するMIN演算は，上位ビットから計算する．なぜならば，数字の大小比較を行なう場合，最上位の桁同士の比較から行ない，その桁が等しい場合，一つ下位の桁の比較を行なう．このように逐次上位の桁から下位の桁に向かって比較して行き，ある桁で等しくなくなる，すなわち比較ができたならば，その時点で，比較すべき数字の大小を決定できる．図5では，上で説明した数字の大小比較の方法をそのままビットシリアル演算で行なわせるため，状態レジスタを設けている．各入力ごと1ビットの状態レジスタを準備して，その初期値を1とする．最上位ビットから比較を行ない，等しい場合，状態レジスタの内容をそのままにして，どちらかの入力（等しいのでどちらでもよい）を出力する．次に一つ下位のビットを受け取り比較を繰り返すのであるが，あるビットで等しくなくなる，すなわち大小比較が行えると，小さい方の入力の状態レジスタを0に書き換えて，大きい方の入力を出力する（大きい方の状態レジスタの内容は1のまま）．その後は，下位のビットを受け取るたび，比較は行なわず，状態レジスタが1である入力をそのまま出力する．このようなアルゴリズムによって，ビットシリアル演算で効果的にMAX演算を実行できる．MIN演算をさせたい場合は，状態レジスタの内容を書き換えるとき，大きい方の入力の状態レジスタを0に書き換えて，小さい方の状態レジスタの内容を1のままにすればよい．

このビットシリアル演算によるMAX，MIN演算のアルゴリズムの大きな利点は，容易に多入力のMAX，MIN演算に拡張できる点である．多入力のMAX，MIN演算とは数多くある入力から最も大きいもの，または最も小さいものを求

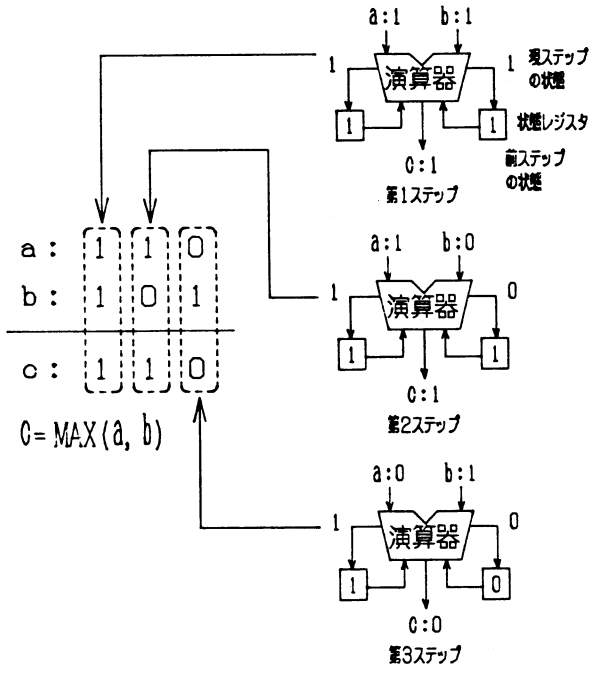


図5　ビットシリアル演算による
MAX演算の手順

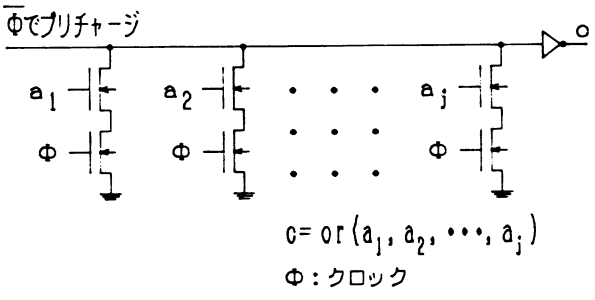


図6　ダイナミックロジック回路を用いた
多入力OR回路

める演算である．このような演算は，ファジィ処理の中でいろいろなところ，例えば合成演算，ファジィ集合間の適合度を求める演算，多数のルールの推論結果を統合する演算などで用いられるが，これらの演算の実行速度がファジィ処理の速度を決めるクリティカルの一つであり，高速に実行できることが非常に重要である．上で説明したようにビットシリアル演算によるMAX，MIN演算では，結局1ビット同士の比較を行なっているに過ぎず，この比較は2値論理回路であるOR，AND回路で実現できる．すなわちビットシリアル演算によるMAX，MIN演算のアルゴリズムは，多入力のOR，AND回路を用意できれば，そのまま多入力のMAX，MIN演算に拡張できる．一方，ダイナミックロジック回路を用いれば，高速な多入力OR，AND回路は容易に実現できる（図6参照）．

上で説明したビットシリアル演算による多入力のMAX，MIN演算は，2入力のMAX，MIN演算と同じクロック数で多入力演算を実行できる．2入力演算器を用いた多入力の演算方法には，逐次比較方式やトーナメント方式（2進木比較方式）など考えられるが，N個の入力がある場合，逐次比較では（N－1）回，最も高速と考えられるトーナメント方式でも（「$\log_2 N$」＋1）回（「」はガウシアン記号）の比較回数が必要である．本方法の場合，比較回数は入力数に関係なく1回であるので，非常に高速な処理が実現でき，さらに，トーナメント方式の場合より少ないハードウエア量で実現できる．

4．アーキテクチャ

図7に，本構成法によるファジィ処理専用プロセッサのアーキテクチャ，およびPEの構成を示す．PEはシフトレジスタ（SR），セレクタ，およびALUによる単純な構成である．ALUは入力とシフトレジスタの内容とのファジィ論理演算を行なう．このアーキテクチャは，基本的には合成演算を効率的に処理するための構成になっている．式（2）に示したように，ファジィ合成演算は通常の行列とベクトルのかけ算に似ている．ただし，乗算，加算が一般化された積演算(t-norm)，和演算(t-conorm)に拡張されている．2－1節で説明したように，合成演算に対する負荷分散の方法はファジィ行列の各要素の処理にそれぞれPEを割り当てるので，図7に示すようにPEもマトリックス状に配置する．各PE間の接続方法はネットワークではなく，バス方式を採用する．ファジィ処理では，多数のPEに同じデータを放送したり，多数のPEの出力をまとめたりする処理が多く，ネットワークによる接続ではデータ転送に時間がかかるためである．また，各PEは1ビットプロセッサなので，バスのデータ幅も1ビットでよく，バス接続のための配線領域の増加は小さい．

図7に示すように，縦方向と横方向を1ビットバスにより接続する．縦方向のバスにより，入力データを縦に並ぶ多数のPEに放送する．一方，

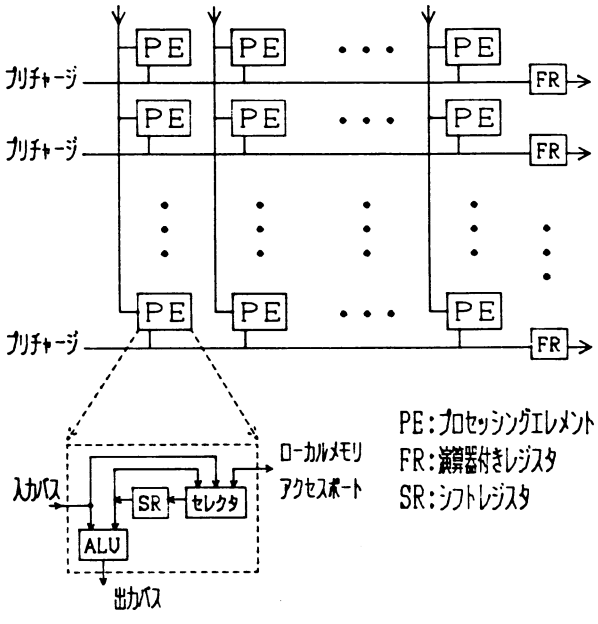


図7　PEの構成とアーキテクチャ

本構成では横方向のバスに特長がある．横に並ぶ多数のPEの出力をまとめることが横方向バスの目的であるが，多数の出力のまとめ方は，すべての出力を変数とする多変数の積演算，または和演算によって行なう．このまとめ方は，通常の行列とベクトルのかけ算で考えると，要素同士の乗算を行なった後，行方向にすべての乗算の結果を加算するが，この加算に相当する．また要素同士の乗算に対応する演算は各PEが行なっている．本構成法ではまとめるための積演算，和演算として，MIN演算，MAX演算をそれぞれ用いる．3章で説明したように多入力のMIN演算，MAX演算は，ビットシリアル演算では，多入力AND回路，OR回路を用いて，簡単に実現できる．そこで横方向の1ビットバスを図6で説明したダイナミック回路のプリチャージ用のバスとして用いることにより，多入力AND回路，またはOR回路が実現できる．すなわち，横方向のバスにより，各出力をまとめることができる．なお，ファジィ集合間の演算は，一つの行のPE群を用いて容易に計算することができる．

図7では，横方向バスの出力部にファジィ論理演算器付きレジスタ（FR）を設けている．このレジスタは，現在持っている内容と新しく入ってくるデータとのファジィ論理演算を行ない，その結果を新しい内容として書き込む．このレジスタとキャシュの働きをするアレイデータメモリ（各PEがそれぞれ持つローカルメモリ）を用いると，ハードウエアとして実現されているPEの個数より多い要素を持つファジィ行列の処理が可能となる（拡張性）．さらにルール型ファジィ推論や多くのファジィ関係が直列，並列につながった多段な推論，木構造を持つ階層的な推論，拡張原理を用いたファジィ集合間の演算などが効率よく処理できる（応用性）．この拡張性や応用性については紙面の関係上，説明を省略するが，別途報告したい．

5．むすび

今回，各種ファジィ処理をハードウエアレベルで高速に行なうことを目的としたファジィ処理専用プロセッサの一構成法を提案した．その特長は，構成の簡単な1ビットプロセッサによる大規模な並列処理であり，ファジィ集合演算，合成演算を数クロックで高速処理できる．さらに，より大きなファジィ集合，ファジィ関係を処理することができる拡張性，より高次なファジィシステムが構築できる応用性にも優れた構成法である．

参考文献

1) T. Yamakawa : " Fuzzy microprocessors rule chip and defuzzifier chip ", Proceedings of The International Workshop on Fuzzy System Applications, pp. 51-52, (1988).
2) H. Watanabe and W. Dettloff:"Reconfigurable fuzzy logic processor a full custom digital VLSI " , Proceedings of The International Workshop on Fuzzy System Applications, pp. 49-50 (1988).
3) M. Togai, and S. Chiu: " A fuzzy chip and a fuzzy inference Acceleratorfor real-time Approximate reasoning " , Proc. 17th IEEE Int. Symp. Multiple-Valued Logic, pp. 25-29, (1987).

スイッチトキャパシタ回路を用いたファジィ化,非ファジィ化回路の一構成法

A Synthesis Method for Fuzzifier and Defuzzifier Circuits Using Switched-Capacitor Circuits

佐々木 守　上野 文男　井上 高宏　白井 雄二
Mamoru SASAKI　Fumio UENO　Takahiro INOUE　Yuji SHIRAI

熊本大学 工学部
Faculty of Engineering, Kumamoto University

八代 高専
Yatsushiro National College of Technology

ABSTRACT

Synthesis methods of a fuzzifier circuit and a defuzzifier circuit are proposed. A switched capacitor technique is selected to implement these circuits, since high performance can be expected in VLSI implementation. In the synthesis methods, we avoid using the active elements such as the operational amplifiers in order to operate with high speed and to reduce the amount of hardware. In the output stages, where the active elements cannot be removed, the souce-follower circuits are used for the high speed operation and thesmall chip area. The both circuits are efficient interface circuits for the digital fuzzysystems.

1．はじめに

最近あいまいさを含んだ柔らかい情報処理を目指して，ファジィ理論とその応用に関する研究が盛んに行なわれている．理論研究と平行して，ロボットアームや自動車の速度制御など実時間の応用には，高速化，小型化を目的とした集積化ファジィ回路の研究、開発が必要である．

一方，制御など実時間応用では，情報処理の対象が物理量である場合が多く，これらのアナログ量である処理対象に合わせるとともに，ファジィ論理値の連続性から処理装置自体もアナログ装置（回路）で実現する方法がある[1]．比較的単純な処理（ルール型ファジィ推論の頭きり法など）に対しては，アナログ回路による構成が非常に有効であるが，複雑な推論方法やアルゴリズムを実現する場合や，現在発達しているディジタルシステムとのインターフェースなどを考えた場合は，ディジタル回路での実現が適している．しかし，すでに提案されているいくつかのディジタルファジィシステムでは，アナログ量である処理対象との入出力インターフェイスについてはあまり考慮されていない[2),3)]．汎用のA－D，D－Aコンバータではなく，専用の入出力回路を用いることで，高速化，小型化が実現でき，効率的なシステムの構築が期待できる．

そこで本稿では，ディジタルファジィシステムの入出力インターフェイスとなるファジィ化，非ファジィ化回路の一構成法を提案する．回路方式としては，ＬＳＩ化した場合，高精度，高集積化が可能なため，A－D，D－Aコンバータの構成によく用いられるスイッチトキャパシタ回路（ＳＣ回路）を用いている．設計の方針としては，高速化，小型化を目標とするので，ＳＣ回路で演算速度を制限し，またチップ面積も大きなオペアンプなどの能動素子の使用をできるだけ避け，出力段など最小限必要な部分には高速でチップ面積の小さいソースホロア回路（バッファ回路）を用いる．このような構成にすると，高速化、小型化は実現できるが，寄生容量，ソースホロアの精度などのため，演算精度が低下する．しかし，ファジィシステムでは，通常のアナログ回路に比べて，高精度は要求されないので[4)]，本構成はファジィシステムの特性（高速化，小型化を要求するが，精度の要求は緩い）に合っており，有効である．

2．ファジィ化回路

ファジィ制御などでは，処理対象は物理量，すなわちアナログ量である．これらはファジィの世界からみると確定値（非ファジィ量）である．ファジィ化とは，このような確定値をファジィ量（

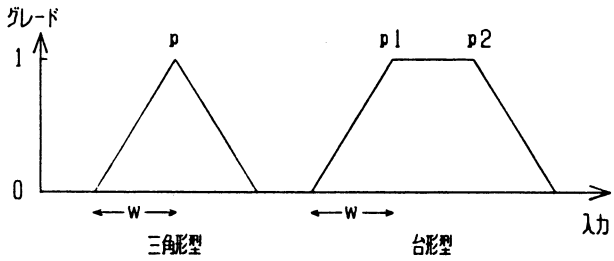


図1　三角形型，台形型メンバーシップ関数

ファジィ集合）に変換することであるが，応用を考えた場合，変換した後のファジィ量とある定まったファジィ集合との類似度（適合度）が重要となる．そこで本稿では”確定値から直接，ある定まったファジィ集合との類似度（適合度）を求める回路”を考える．ここでは，この回路をメンバーシップ関数回路と呼ぶ．

次に，類似度（適合度）を求める操作を多次元に拡張する．すなわち，様々な物理量を軸とする多次元空間の点と各々の物理量を全体集合とする次元数個のファジィ集合が作る直積集合との類似度（適合度）を求める．この操作を実現する回路は，多数の確定値を入力として（これらが多次元空間のある一点を表わす），それらの確定値に対応する類似度（適合度）を出力する回路，すなわち多入力メンバーシップ関数回路である．ファジィ化回路はディジタルファジィシステムのための入力部インターフェース回路なので，その出力である類似度（適合度）はディジタル表現されていなければならない．すなわち，本稿で実現するファジィ化回路とは，多数のアナログ値を入力として，それらの入力とファジィ直積集合との類似度（適合度）をバイナリナンバーで出力する多入力メンバーシップ関数回路である．

ここで回路化のため，いくつかの制限を行なう．直積集合を作る個々のファジィ集合を表わすメンバーシップ関数は，

（１）三角形型，もしくは台形型とする（図１参照）

（２）メンバーシップ関数を定めるパラメータは，三角形型の場合は中心の位置ｐと幅 ｗ，台形型の場合は二つの変曲点の位置ｐ１，ｐ２と幅ｗとする（図１参照）．

また，

（３）直積集合は各ファジィ集合の論理積（ＭＩＮ演算）で表わされるものとする．

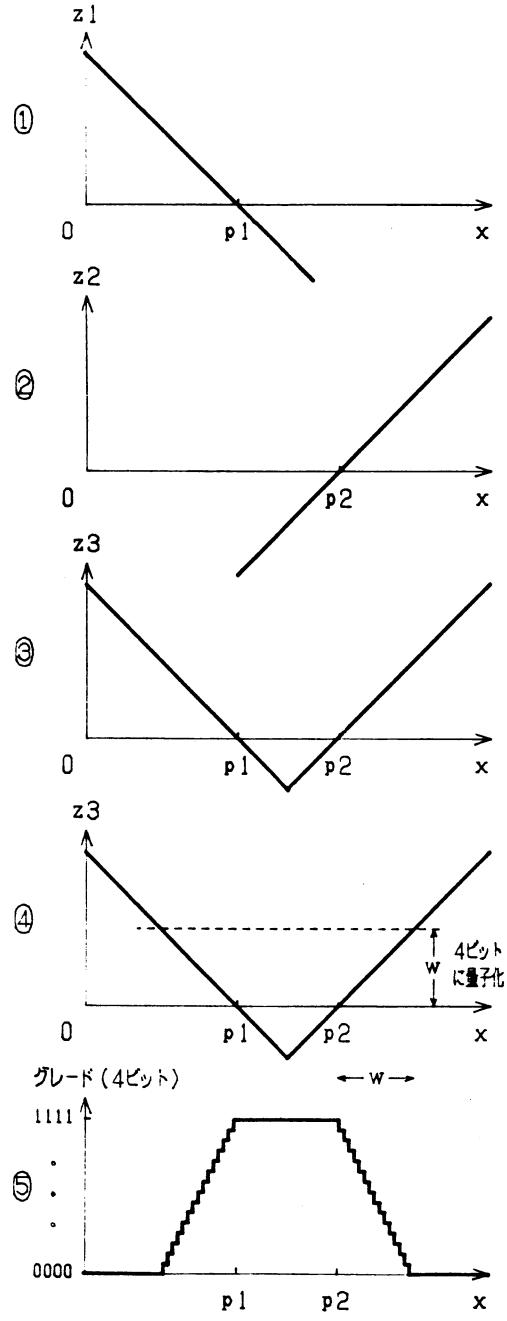


図2　メンバーシップ関数の構成

以下説明を簡単にするため，まず一次元の場合，すなわち１入力メンバーシップ関数回路の構成方法を説明する．次に，それを多次元に拡張して，多入力メンバーシップ関数を構成する．

本稿で用いる１入力メンバーシップ関数の構成法を図２に示す．まず，図２の①，②に示すような，変数ｘを入力とする関数ｚ１，ｚ２を作る．これらは以下の式で表わすことができる．

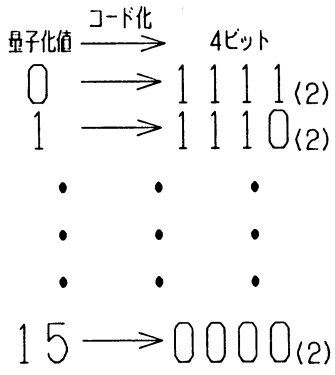


図3　コード化

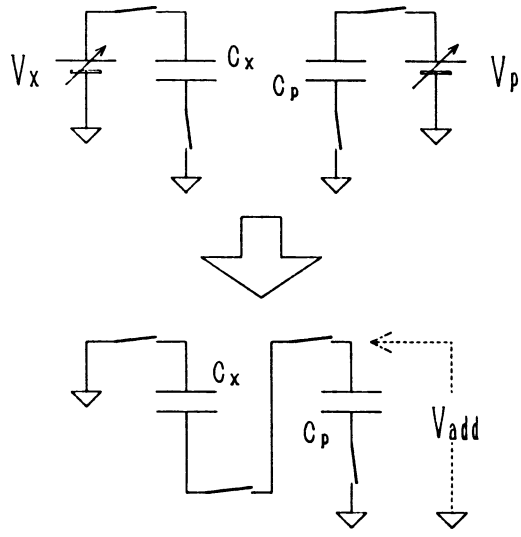


図4　関数ｚ１の回路実現

$$z1 = p1 - x \qquad (1)$$

$$z2 = x - p2 \qquad (2)$$

これらの関数はパラメータｐ１，ｐ２を変えることで左右に移動する．次に，関数ｚ１，ｚ２の大きい方を出力する関数をｚ３とする（③参照）．

$$z3 = MAX(z1, z2). \qquad (3)$$

次に，④に示すように，関数ｚ３をパラメータｗでスライスして，さらに０，ｗ間を１５（４ビット）段に量子化する．最後に，この量子化された値が反転するように（図３参照），２進数にコード化する．これらの手続きで，⑤に示すように，変数ｘを入力としてファジィ論理値を４ビット２進数で出力するメンバーシップ関数を構成できる．ここで，パラメータｐ１，ｐ２は変曲点の位置を決め，パラメータｗは幅を定める．ｐ１＝ｐ２の場合，三角形型，ｐ１＜ｐ２の場合，台形型になる．

上に説明した手続きに従って，スイッチトキャパシタ回路（ＳＣ回路）によって回路実現していく．ＳＣ回路とは，その名が示す通り，アナログスイッチとキャパシタによって構成されており，スイッチを切り換えてキャパシタに蓄えられている電荷を移動させたり，分配することにより，加算や積分を実現する回路方式である．その特長は，演算精度が基本的にキャパシタ比によって定まり，ＩＣ化に非常に有利な点にある（なぜならば，ＩＣ化した場合でもキャパシタ比は高精度に実現できる）．

まず，関数ｚ１，ｚ２の回路化を考える．図４に示すように，等しい容量のキャパシタｃ１，ｃ２をそれぞれ電圧V_x，V_pで充電する．この場合，キャパシタの容量をＣとすると，キャパシタｃ１，ｃ２の電荷量Ｑ１，Ｑ２は，

$$Q1 = C \cdot V_x \qquad (4)$$

$$Q2 = C \cdot V_p \qquad (5)$$

次に，キャパシタｃ１を反転してキャパシタｃ２と並列に接続する（図４参照）．この場合，並列キャパシタの全容量C_{add}，全電荷量Q_{add}は，

$$C_{add} = C + C = 2C \qquad (6)$$

$$Q_{add} = C \cdot V_x + C \cdot V_p = C(V_p - V_x) \qquad (7)$$

ゆえに，並列キャパシタの電圧V_{add}は，

$$V_{add} = Q_{add} / C_{add} = C(V_p - V_x) / 2C = 1/2(V_p - V_x) \qquad (8)$$

式（１），（８）が示すように，電圧V_{add}は関数ｚ１に対応する（係数の違いは以降の回路で補償される）．すなわち，関数ｚ１がキャパシタ２個とスイッチで実現できた．また，関数ｚ２は，図４において，キャパシタｃ１を反転させるのではなく，ｃ２を反転させることで実現できる．なおパラメータｐ１，ｐ２はキャパシタｃ２に加える電圧V_pに対応する．

つぎに，関数ｚ３を実現するため，ソースホロア回路によるＭＡＸ回路を用いる．図５にその回路図を示す．しかし，このままではＭＯＳトランジスタの特性のため，しきい電圧が主な原因であるオフセット電圧V_{off}の影響を受ける．すなわち，出力電圧V_{out}は，

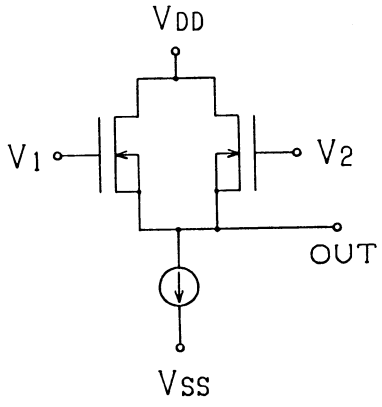


図5　ソースホロアを用いたMAX回路

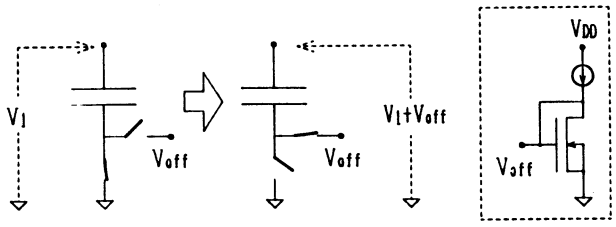


図6　オフセット電圧の補償法

$$V_{out} = MAX(V_1, V_2) - V_{off} \qquad (9)$$

となる．そこで，オフセット電圧を補償するため，予め入力電圧をV_{off}だけ高くすることを考える．MAX回路の入力は関数ｚ１，ｚ２であり，入力電圧V_1、V_2はキャパシタの電圧となるので，図６に示す方法で，入力電圧をV_{off}だけ高くすることができる．図６で破線で囲まれている回路は，オフセット電圧検出回路である．

最後にパラメータwを基準にして量子化し，さらに２進数に変換する回路について説明する．この回路は抵抗アレーを用いた並列型Ａ－Ｄコンバータで実現できる（図７参照）．入力はＭＡＸ回路の出力であり，パラメータwは，抵抗アレーに加える参照電圧V_{ref}に対応する．このV_{ref}を変化させることにより，関数ｚ３をスライスする位置が変わり，結果としてメンバーシップ関数の幅を可変できる．図７の回路は，コンパレータで量子化して，ＸＯＲ回路を通して結果を出力する．出力された結果を用いて，エンコーダが図３に従って，２進数に変換する．図７の回路は基本的に４ビットのＡ－Ｄコンバータと等価であり，アレー抵抗やコンパレータの個数が少ないので，小さいチップ面積で実現できる．またＡ－Ｄ変換部には並列変換方式を用いているので，高速変換が可能である．

次に，上で説明した１入力メンバーシップ関数回路を多入力に拡張する．図５に示したソースホロアによるＭＡＸ回路は図８に示すように並列にトランジスタを接続することで多入力化が容易に行える．このことを利用すると，メンバーシップ関数回路の多入力化は簡単に行える．各々の入力に対する関数ｚ１，ｚ２を用意して，それらを多入力ＭＡＸ回路に入力するだけで実現できる（図８参照）．この場合，関数ｚ１，ｚ２の演算部はそれぞれ並列に動作して，またＭＡＸ回路は多入力化してもその動作速度は変わらないため，本回路は多入力化によって変換速度が影響されない．また一つ入力を増やすごとに，２個のキャパシタと数個のスイッチが増えるだけで，多入力化によるハードウエア量の増加も少ない．

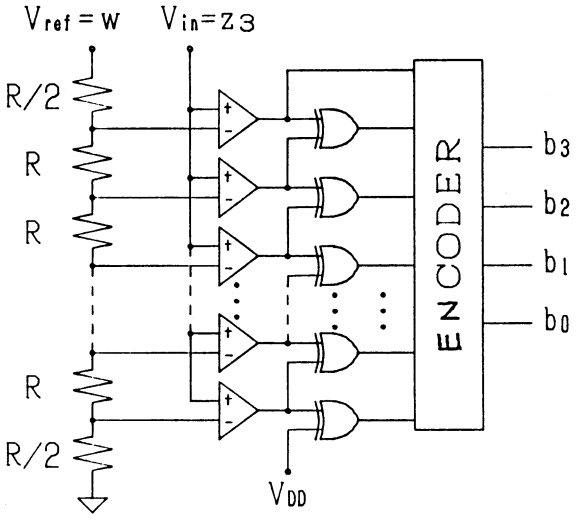


図7　並列型Ａ－Ｄコンバータ

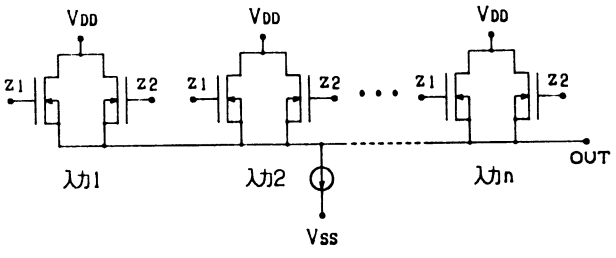


図8　多入力化

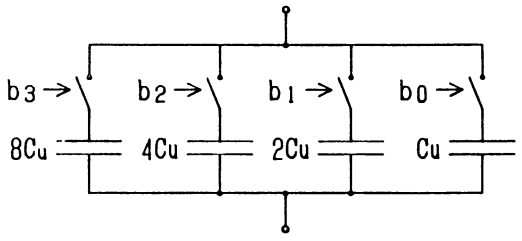


図9　キャパシタアレー

3．非ファジィ化回路

ファジィシステムは制御や意志決定などをファジィ推論を用いて行なっている．ファジィ推論は推論結果をファジィ集合として求めるが，制御などの場合は，推論結果としてファジィ量（ファジィ集合）ではなく，非ファジィ量（確定値）が必要である．そのため，ファジィ集合を非ファジィ量（確定値）に変換する操作，すなわち非ファジィ化演算がいくつか提案されている[5]．現在応用でよく用いられている非ファジィ化演算は重み付き重心法であるが，この演算のハードウエアレベルでの実現は難しく，研究課題の一つになっている．そこで本稿では，重み付き重心法の演算を高速実行できる非ファジィ化回路の一構成法を提案する．

重み付き重心法の演算を式（8）に示す．

$$y_o = \frac{\sum_i y_i \cdot \mu(y_i)}{\sum_i \mu(y_i)} \qquad (10)$$

ただし，y_oは重心（確定値），
y_iはファジィ集合の要素，
$\mu(y_i)$は要素y_iのグレード．

ディジタルシステムでは，グレードは4ビット2進数で表わされているとする．そこで，図9に示す2進数で重み付けされたキャパシタアレーを，グレードを表わしている4ビット信号でスイッチ制御して，グレードに対応した容量を持つキャパシタを作る．要素y_iのグレードに対応するキャパシタをc_{yi}とすると，c_{yi}の容量C_{yi}は，

$$C_{yi} = C_u \cdot \mu(y_i) \qquad (11)$$

ただし，C_uは単位容量（図9参照）．

次に，キャパシタc_{yi}を要素y_iに対応した電圧V_{yi}で充電すると，キャパシタc_{yi}の電荷量Q_{yi}は，

$$Q_{yi} = C_{yi} \cdot V_{yi} = C_u \cdot \mu(y_i) \cdot V_{yi} \qquad (12)$$

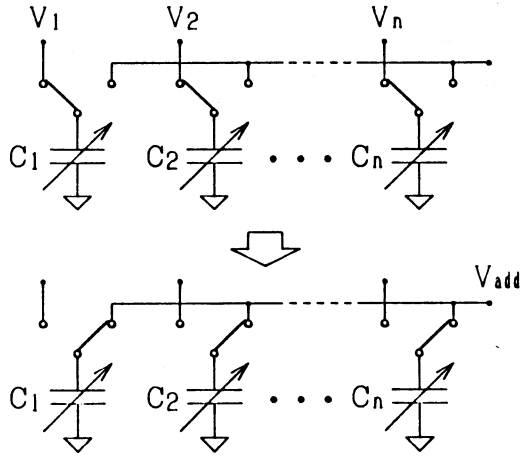


図10　非ファジィ化回路

それから，図10に示すように，すべてのキャパシタC_{yi}を並列に接続する．すると，並列キャパシタの全容量C_{add}，全電荷量Q_{add}は，

$$C_{add} = \sum_i C_{yi} = \sum_i C_u \cdot \mu(y_i) = C_u \cdot \sum_i \mu(y_i) \qquad (13)$$

$$Q_{add} = \sum_i Q_{yi} = \sum_i C_{yi} \cdot V_{yi} = \sum_i C_u \cdot \mu(y_i) \cdot V_{yi} = C_u \cdot \sum_i \mu(y_i) \cdot V_{yi} \qquad (14)$$

ゆえに，並列キャパシタの電圧V_{add}は，

$$V_{add} = Q_{add} / C_{add} = \frac{C_u \cdot \sum_i \mu(y_i) \cdot V_{yi}}{C_u \cdot \sum_i \mu(y_i)} = \frac{\sum_i \mu(y_i) \cdot V_{yi}}{\sum_i \mu(y_i)} \qquad (15)$$

式（10），（15）が示すように，電圧V_{add}は重心y_oを表わす．しかし，V_{add}はキャパシタ電圧なので，そのままでは取り出すことができず，バッファ回路が必要である．ここでも，バッファ回路としてソースホロア回路を用いるが，オフセット電圧の影響を，ファジィ化回路と同様の方法で補償法する．上で説明した非ファジィ化回路の動作速度は主にソースホロア回路の応答速度で決まる．ソースホロア回路はオペアンプ等の比べて，十分高速であるので，本回路は高速変換が可能である．

なお，ファジィ化回路，非ファジィ化回路の詳しい解析結果（回路解析プログラムを用いた変換速度の解析，ソースホロア回路の静特性，寄生容量の影響を考慮した変換精度の解析など）は，講演の際に報告する．

4．おわりに

今回，ディジタルファジィシステムのインターフェイス回路となるファジィ化回路，非ファジィ化回路の一構成法を示した．回路方式にＬＳＩ化に有利なスイッチトキャパシタ回路を用いた．さらに，オペアンプを使わない構成を考え，高速化や小規模化を実現した．

参考文献

1) T. Yamakawa : " Fuzzy microprocessors rule chip and defuzzifier chip ", Proceedings of The International Workshop on Fuzzy System Applications, pp. 51-52, (1988).
2) H. Watanabe and W. Dettloff: "Reconfigurable fuzzy logic processor a full custom digital VLSI " , Proceedings of The International Workshop on Fuzzy System Applications, pp. 49-50 (1988).
3) M. Togai, and S. Chiu: " A fuzzy chip and a fuzzy inference Acceleratorfor real-time Approximate reasoning " , Proc. 17th IEEE Int. Symp. Multiple-Valued Logic, pp. 25-29, (1987).
4) 山川：”ファジィコンピュータの原理と構造”，Computer Today，サイエンス社，No. 25, pp. 17-26 (昭63-05).
5) 水本：”ファジィ制御に対する改善法（Ⅱ）”，第4回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp. 91-96 (昭63-5).

仮想ページング方式ファジィチップと ファジィ開発ステーション

VIRTUAL PAGING FUZZY CHIP AND FUZZY WORK STATION

有川晴彦* 廣田薫** 坂和正敏***
Haruhiko ARIKAWA Kaoru HIROTA Masatoshi SAKAWA

*マイコム株式会社 **法政大学工学部 ***岩手大学工学部
MYCOM INC. HOSEI UNIV. IWATE UNIV.

ABSTRACT

A fuzzy inference chip adopting virtual paging method,i.e. sophisticated use of digital memory devices, and the fuzzy work station, as its design environment, have been developed. In this paper, we summarize the characteristics of the chip and introduce the fuzzy work station.

The characteristics of the virtual paging fuzzy chip are high-speed processing, robust noise immunity, great programmability, e.g. limitless number of fuzzy production rules per chip, and so on. A chip-emulator of the fuzzy work station has the compatible signal pins with user specified fuzzy chips and can be used as a fuzzy controller for various purposes.

1．はじめに

現在まで報告されているファジィ制御の実用化事例の殆どは、現行のマイクロコンピュータ上でファジィ制御用のソフトウェアを走らせる方法を取っており、ロボットや乗物などの高速制御を行なおうとすると、推論処理速度の点で対応が難しくなる。そこでファジィ制御用のハードウェア、特にチップレベルでの開発が待たれていた。

ファジィチップについては、いくつかのものが既に提案され、または開発されている[1)2)3)]。それらはファジィ推論を汎用的に処理する事を目的としたものであるが、ハードウェアの制約上例えばファジィ推論の合成規則演算方式をＭＡＸ／ＭＩＮ法等に、逆ファジィ化の手法を重心法等に限定したりせねばならず、更に例えばルール数の増加に対してもハードウェアの構成を追加するか、処理速度の低下を招かざるを得なかった。

そうした諸問題の解決を目的として、仮想ページング方式ファジィチップの研究が成された[4)]。その有効性を確認するために試作機を作成したところ[5)]、前述の制約例

から解放されてチップ当り設定ルール数無制限などを実現すると共に、ファジィ推論結果を毎秒６百万回得る事が出来る処理速度を実現し、更に毎秒６千万回以上のファジィ推論への見通しを与えた。

ファジィ開発ステーションには、仮想ページング方式を採用した特定用途ファジィチップと信号互換のエミュレータが付属しており、チップの開発環境として利用するほか、汎用ファジィコントローラとしても使用可能である。

本論文では以下、仮想ページング方式ファジィチップの特徴を要約して、ファジィ開発ステーションについて概説する。

２．仮想ページング方式ファジィチップの特徴

２－１推論実行速度

標準素子で毎秒６百万回、高速素子で毎秒６千万回の推論実行が可能で、ルール数に関係なく一定である。必要に応じて推論速度を下げることや、推論ルールにヒステリシスを設けて観測値の過渡的不安定さへの対策を講じることも可能である。

２－２耐ノイズ性・信頼性

本チップには命令コードやプログラムカウンタが存在しないので暴走は起り得ないうえ、デジタル素子であるために広いノイズマージンを有する。また ROM構成の仕様のものは、電源電圧さえ確保されれば、大きな電磁ノイズからも容易に復旧する。

２－３ルール数・ラベル数

チップ当りに設定できるルール数・ラベル数に制限はない。これは仮想のページを作業空間とすることでファジィ演算の合成法を適用し、同一記憶空間から演算結果を得るためである。

２－４メンバーシップ関数の形状

メンバーシップ関数の形状は、自由に定義することが出来る。これは仮想ページ上のメモリーに、その形状を自由にドット表現するからである。

２－５メンバーシップ値の表現

メンバーシップ値は、離散化しないで浮動小数点実数の連続値として扱える。これも仮想ページ上にメンバーシップ関数を描くからである。

２－６演算方式の任意性

ファジィ推論の合成規則に関する演算方式が、MAX／MIN法に限定されず、代数積や和、限界積や和など如何なる種類の演算方式をも実行させることが出来る。また確定出力を得るための逆ファジィ化手法も、重心法に限定されず、面積法や高さ法などを自由にプログラム可能である。またルール後件部に数式を採用する事も可能であり、さらにPID 制御など従来手法にも応用出来るので、ファジィ制御導入を検討する際、従来制御からの移行に不安材料が少なくて済む。

２－７外部機器との整合性

TTL レベルのデジタル素子であるため、デジタル式コンピュータシステムとのリンクは容易である。一方アナログ入出力には、AD／DA変換器を必要とする。また出力をフローティングとするチップ選択信号を用いれば、CPU の周辺デバイスとバスを共有することが出来る。

２－８実用性・拡張性

標準タイプのチップは、28ピンDIP に収まっており、16ビット入力と８ビット出力に対応でき、ビットマップは自由である。この構成で、例えば観測対象を 256要素離散台集合上の連続値メンバーシップ関数で表現される２入力として、結論部を同じく 256要素離散台集合上の連続値メンバーシップ関数で表現されるファジィ集合の１出力として得ることが出来る。観測対象を３入力とした場合は、例えば64要素離散台集合上の連続値メンバーシップ関数の１入力と、32要素離散台集合上の連続値メンバーシップ関数の２入力に割当てることが出来るので、既に実用化されている山川のファジィコントローラ[4]が25要素離散台集合上の連続値メンバーシップ関数の３入力である事と比較しても、実用上十分な構成になっている。また同等品を28ピンSOP に収めたものもあり(約17mmx8mm大)、小型システムへの搭載に実用的である。さらにチップ単数又は複数の組合せにより、階層処理や時分割処理を行なうことが出来る。

拡張として、書換可能な RAM方式による学習機能も困難ではない。そこで学習機能付きファジィチップによるニューラルネットワーク構想にも利用可能である。

２－９台集合と前件部後件部の項目数

本チップにおけるファジィ推論処理上の唯一の制約をこの節で述べる。入出力情報の台集合がデジタル素子の理由で離散化されていることから、観測対象や確定出力の台集合も当然に離散化される。また入(出)力ピン総数 P が有限であることから、前(後)件部の項目数 N により各台集合の離散要素数U_j は次式の制約を受ける。

$$U_j = 2^{P_j} \quad (j=1,2, \sim ,N) \qquad ①$$

ここに各項目への割当ピン数をP_jとして、

$$P = P_1 + \sim + P_j + \sim + P_N \qquad ②$$

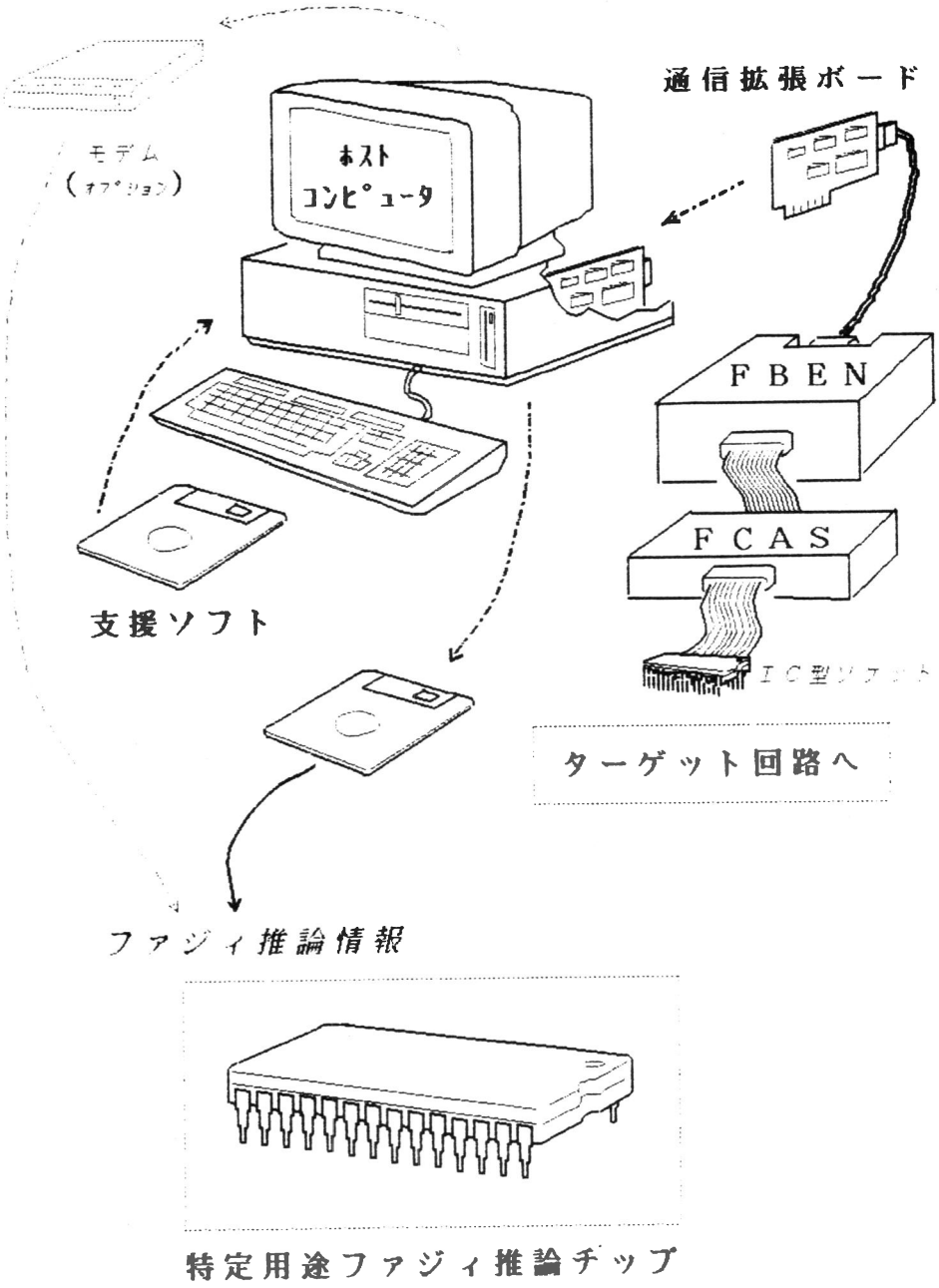
但し以上の制約条件に対しても、本チップの複数個を用いた構成にすることで実用上対処出来る。

３．ファジィ開発ステーションの概要

３－１　構成（第１図参照）

ファジィ開発ステーションは大きく分けて、ホストコンピュータと開発支援ソフトおよび拡張通信ボード、それにFBENとFCASと称す分離型ファジィコントローラにより構成されている。

第１図　ファジィ開発ステーション構成図



特定用途ファジィ推論チップ

この中でユーザが実際の用途に活用するのはFCASであり、SRAMタイプの推論チップを搭載している。このFCASは汎用ファジィコントローラとして使えるほか、特定用途ファジィチップと信号互換になっており、開発用エミュレータとして使用した後で、ユーザの推論結果をワンチップ化して小型化・低価格化・量産化を図ることが出来る。推論処理速度は毎秒６百万回で、16又は17ビットの観測値入力ピンと８ビットの推論出力ピン、及び出力をフローティング状態とするための制御ピンとを有する。入出力は TTLと直結可能で５Ｖ単一電源である。バックアップ電池でユーザの推論アルゴリズムを最小13日（標準:130日）間保持している。特定用途ファジィチップとピン互換IC型コネクタが付属に付いている。

ホストコンピュータは、開発支援ソフトを走らせることが最大の目的だが、IBM-AT/386と互換性を確保している。80386(20MHz)CPU・387コプロセッサ・40MB-HDDなどを標準装備している。

開発支援ソフトは、対話形式による簡易言語方式を採用し、簡単なキーボードからの操作で、グラフィックにメンバーシップ関数の定義やルール入力が出来る。

拡張通信ボードは、EIA 規格準拠のRS422Aシリアルインターフェイスである。

FBENは、ホストコンピュータからのコマンドで動作し、LED でステータスを視認できる。またターゲット回路にFCASを接続したままコンピュータやFBENと通信するための電源供給切替スイッチ等が付いている。また将来の上位ファジィチップや拡張機能もサポートするための信号ピンを有しており、その際FBENはそのままで、上位FCASのみ追加すれば済むようになっている。

３－２　開発フロー

ファジィ開発ステーションは、次のフローに従って開発が進められる。

ホストコンピュータと開発支援ソフトにより、推論ルールを対話形式で編集する。次に仮想ページング方式をサポートするためのコンパイルを行い、トランスミッタファイルを作成する。

トランスミッタファイルを通信ボードからFBENに転送する。FBENはトランスミッタファイルに含まれた各種コマンドに従い、FCASにファジィ推論のアルゴリズムをインプリメントする。

実際に、ターゲットの電子回路にFCASを組込んで検証を行う。組込方法は、チップエミュレータが目的の場合は、付属のICピンコネクタを用いてファジィチップが挿入されるべきＩＣソケットに差し込む。一方、汎用コントローラとして使用する時は、FCASのコネクタより通常にハーネスで結線する。検証結果がNGならばフローの最初に戻り推論ルールの見直しを行う。このフローの繰返しにより検証結果がOKとなれば、汎用コントローラが目的の場合はフロー終了となる。

チップエミュレータとして使用する場合には、最適化されたファジィ推論ルールに

より作成されたトランスミッタファイル情報に基づいて特定用途ファジィチップのES(Engineering Sample)が作製され、ユーザによってESが評価された後、特定用途ファジィチップの量産が行なわれる。

4．おわりに

ファジィ推論は、人間の脳機能をマクロな立場からトップダウン式に模倣したものであり、ファジィ応用には、熟練オペーレータの持つ経験や知識に基づいたあいまいな言語情報を如何に推論アルゴリズムへ取り入れるかと言うことが最大のネックであるから、開発ステーションの利用により即座に満足な成果が得られるものではない。つまり鍵を握るのはそれを利用するユーザであり、開発ステーションはそれを手伝う道具に過ぎない。また例えば開発支援ソフトの仕様についても、メンバーシップ関数の形状定義や演算方式などについて、仮想ページング方式の持つ自由度を完全にサポートしておらず、今後の開発課題となった。しかしながらルール数はラベルの組合せの数だけ無制限、推論実行速度は毎秒６百万回で一定、などの主要な特徴はサポートしたので、ファジィ推論を実際の制御に適用するにあたり大きな助力になると考える。

参考文献

1) T. Yamakawa, "Fuzzy Microprocessors -- Rule Chip and Defuzzifier Chip", Proc. International Workshop on Fuzzy System Applications, Iizuka Japan, pp.51-52, 1988.

2) M. Togai and H. Watanabe, "A VLSI Implementation of a Fuzzy Inference Engine: Toward an Expert System on a Chip", Information Sciences 38, pp.147-163, 1986.

3) H. Watanabe and Wayne Dettloff, "Reconfigurable Fuzzy Logic Processor A Full Custom Digital VLSI", Proc. International Workshop on Fuzzy System Applications, Iizuka Japan, pp.49-50, 1988.

4) H. Arikawa and K. Hirota, " Fuzzy Inference Engine by address-look-up & Paging Method", Proc. International Workshop on Fuzzy Systen Applications ,Iizuka Japan, pp.45-46 1988.

5) H. Arikawa and K. Hirota, "Inverted Pendulum driven by Single-board Fuzzy Controller", Proc. International Workshop on Fuzzy System Applications, Iizuka Japan, pp.267-268, 1988.

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィ・ロボットによる生け花

Flower Arrangement by Fuzzy Robot

増井 重弘　　寺野 寿郎
S.Masui　　T.Terano

法政大学工学部
Faculty of Engineering, Hosei University

Abstract

Flower arrangement is traditional art in Japan whose standard manners are almost established. However, the materials (flowers) are so various that the standards are only qualitative. We teach these standard manners as the fuzzy rules to a robot. The robot finds some flowers on the desk, and recognizes their sizes, positions and direction. It chooses the major, sub-major and minor , and designs the arrangement according to the fuzzy rules. After that it performs flower arrangement.

1．緒言

現在の人工知能におけるロボットの動作は、確定的な論理を基としている。そのため人間の教えた範囲内で同じ動作を繰り返し、命令に少しでも矛盾や不明確さが含まれていると動作しない。しかし、人間の行動は厳密ではないが状況に応じて柔軟に対処しながら目的を達成することができる。例えば、人間が草花を生けるとき、草花をいかに美しい姿にしようかと工夫して生ける。この生け花を人間と同じようにロボットに行わせようとした場合、人間の持つ美的創作をどのような情報として取り扱うか興味ある課題である。

そこで本研究は、ロボットの目の役割としてＣＣＤカメラと画像処理装置を用い、アームロボットに生け花を行わせた。生け花は、日本の伝統的芸術の一つである。そして長い伝統による基準形式が存在する。しかし、花は千差万別であるから基準といっても定性的なものであり、生け花はこの基準を美的感覚にマッチするように修正して配置して生けなければならない。[1] このような定性的な問題を取り扱うにはファジィ理論が最適である。そこで花の形状認識や生け方のルールにファジィ推論を用いてファジィ・ロボットに生け花を実行させた。

２．花の形状認識

本実験による生け花は基本形として３種類の花を用いた。そして、花材の丈の長さと花の大きさを輪郭線によって形状認識し、３段階に分類して生け花の基本的ルールに従って生けさせた。

２－１　花の位置の認識

ロボットの目の役割として用いた画像処理装置は１画面２５６×２５６画素、１画素白黒濃淡１６階調のものである。ロボットとＣＣＤカメラを組み合わせて画面上に写された対象物がロボットからどちらの方向にどれだけ離れているかを認識するにはＣＣＤカメラとロボットを絶対的に固定すれば解決するが、対象物に対し柔軟に対応するようにした方が良い。そこで一辺５cmの正方形の基準物を用い、この基準物を介してカメラに写し出された対象物の位置関係を正確にロボットに伝える。（図１）

花の位置は、基準物の重心の座標とそれぞれの花の重心の座標によって判断することができる。花の方向性は、輪郭線のドット分布から最小２乗法により直線を求め、長い方の直線をｘ軸として、輪郭線の重心を中心に回転し座標を変換する。この変換された座標の目盛りはドット数で表す。

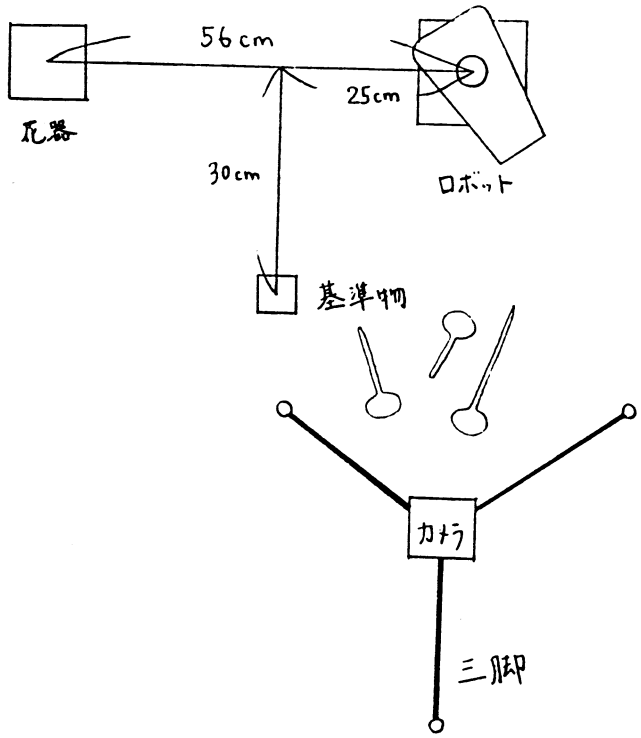


図１．配置図

花と茎を識別するには、花材の長さ方向の両端を各々端から左右１０ドットの座標を求め、その座標間隔によって間隔の小さい方を茎とし大きい方を花として識別する。花材の長さは長さ方向の両端までのドット数で表し、花の大きさは花の形状の長さ方向に垂直な最大幅のドット数で表す。

ロボットが花をつかみにいく際に、花はロボットに対し常に一定方向に置かれているとは限らないので、カメラから入力された花の位置の傾いている分だけロボットの手を回転させてつかまなければならない。そこで、画面上の花の傾きを基準方向からの傾き角として求めてロボットに与える。

２－２　花の特徴認識

三種類の花を生けるには、生け花の基本形式である真・副・体に分けなければならない。この真・副・体に分類するには、花材の長さと花の大きさを「大きい」「中ぐらい」「小さい」のクラス分けして行なった。花材の長さと花の大きさのクラス分けは、塚本氏の数値的真理値による逆真理値限定法によるファジィ・マッチングの手法を用いた。すなわち、

ファジィ集合Bがファジィ集合Aに含まれる割合を表わすもので

$$t = \frac{1}{2}\left[\mathrm{Sup}(A \cap B) + \mathrm{Inf}(A \cup \neg B)\right] \quad \cdots \quad (1)$$

の定義式で数値的に求める。[2]

図２に花材の長さを分類するメンバーシップ関数を示す。ファジィ集合Ａとしては「大「中」「小」を示すメンバーシップ関数で「長さ」の内部知識である。ファジィ集合Ｂは形状認識した花の長さのメンバーシップ関数で輪郭線の抽出時に生ずる誤差を±５ドットとしてファジィ集合とした。図３は花の大きさを分類するメンバーシップ関数を示す。この分類によって形状認識された花は、例えば花が「中ぐらい」で花材の長さは「長い」のように定性的に認識することができる。

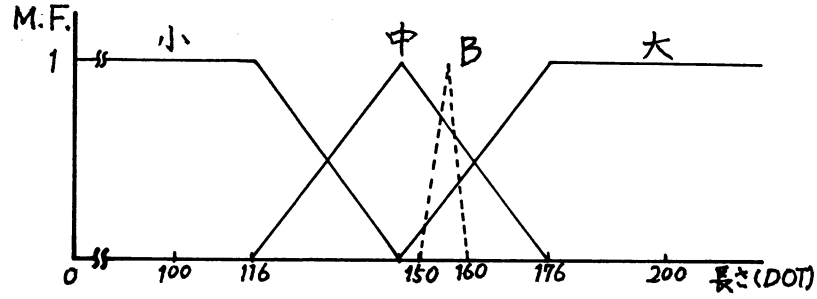


図２．長さを分類するメンバーシップ関数

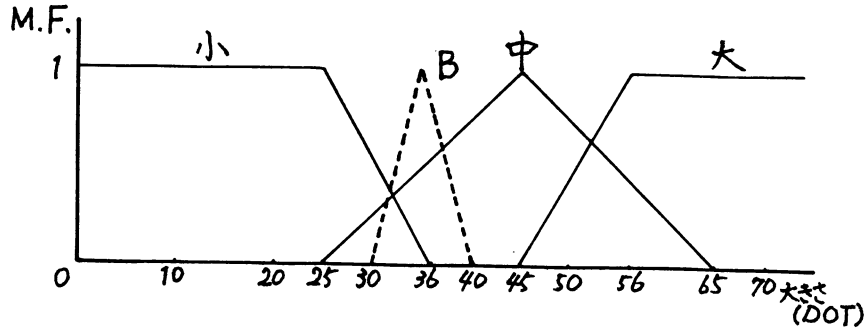


図３．大きさを分類するメンバーシップ関数

３．ロボットによる生け花

３種類の花を生けるときにまず考えるのはどの花を中心に生けるかである。普通、いちばん華やかな花を中心に生ける。しかし、同じ花でも３種類の組合せによって真・副・体の決め方が変わってくる。さらに、生ける角度も３種類の花を総合的に見ることによって変わってくる。ここでは、色彩の情報を得ることができないので花材の長さと花の大きさにより中心となる花からの長さの差と大きさの差によって生け花のルールを決める要素とした。生け花のルールを作成するにあたっては多種類の花を実際に何度も人間が生けてみた。それをもとにしてルールを構成した。

最初の手順としては、形状認識された花材の長さを基準として組合せを決めた。そして生け花に、立体感を持たせるためと、ロボットが花を生ける際にすでに生け終わった花と衝突しないために先に決めた組合せにより花器に生ける位置を図４の（ａ）（ｂ）に示すように２種類に定めた。花を生ける順番は花の大きさと花材の長さによって決めた。花を生ける角度は中心となる１本目の角度を決め、次に１本目の花と２本目、３本目に生ける

花の大きさまたは花材の長さの差によって決めた。この花を生ける角度は、花が千差万別であるから美的感覚を表現する定性的なものである。そこで、この花の生ける角度をＭａｍｄａｎｉ氏のファジィ制御の推論法[3]を用いて推論した。図５に前件部である花の長さの差および大きさの差のメンバーシップ関数を示す。図６に後件部である角度の基本的パターンのメンバーシップ関数を示す。前件部も後件部も共に「大」「中」「小」の３段階のラベルを持ち次のルールが成り立つとする。

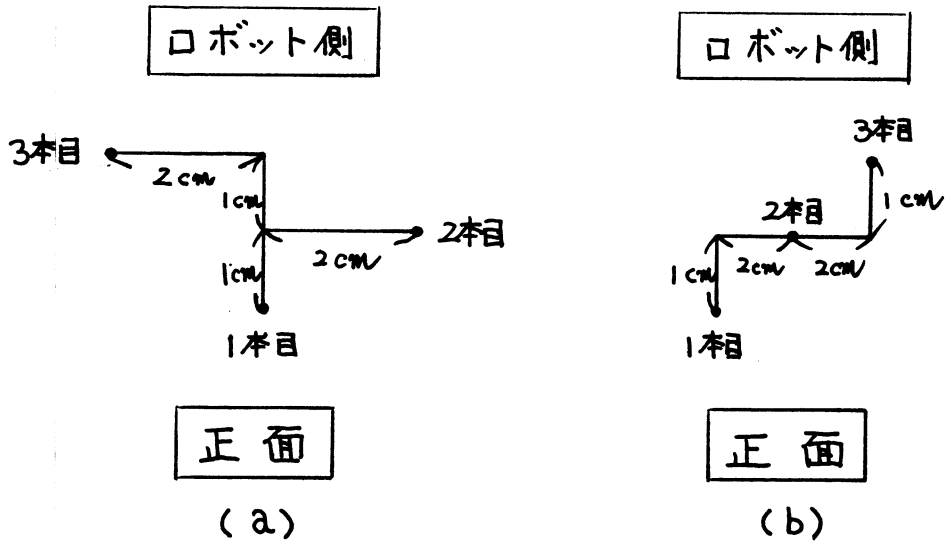


図４．生ける位置の平面図

ＩＦ　花の大きさの差または長さの差が「大」　ＴＨＥＮ　花の生ける角度は「大」
ＩＦ　花の大きさの差または長さの差が「中」　ＴＨＥＮ　花の生ける角度は「中」
ＩＦ　花の大きさの差または長さの差が「小」　ＴＨＥＮ　花の生ける角度は「小」

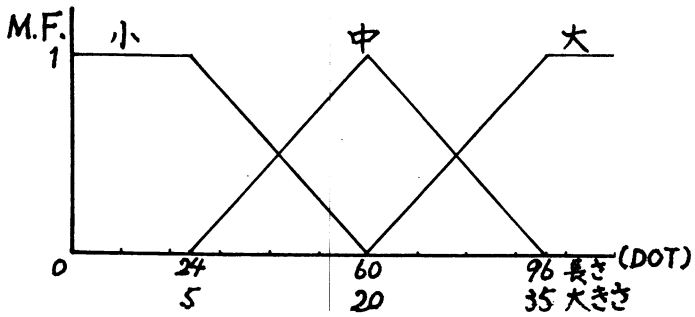


図５．長さの差と大きさの差のメンバーシップ関数

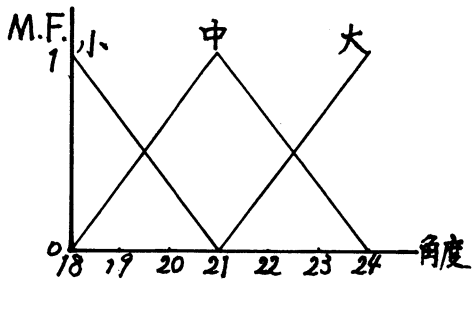


図６．角度の基本的パターンのメンバーシップ関数

図７に生け花の推論ルールを示す。基本形態としては、８通りとした。

花材の輪郭線の図とロボットによりこれを生けた生け花の写真を図８に示す。図９はロボットが花を生けているときの写真を示す。画像処理においてはすべてドット数を用いたが、これをロボットに実行させるときは［㎜］の単位を用いる必要がある。これは正方形の基準物が一辺が５０［㎜］であることから、例えばｘ軸の距離ｘｓ［㎜］を求めるには

$$xs = \frac{xs\text{のドット数}}{\text{基準物の一辺のドット数}} \times 50\,[\text{mm}] \quad \cdots \quad (2)$$

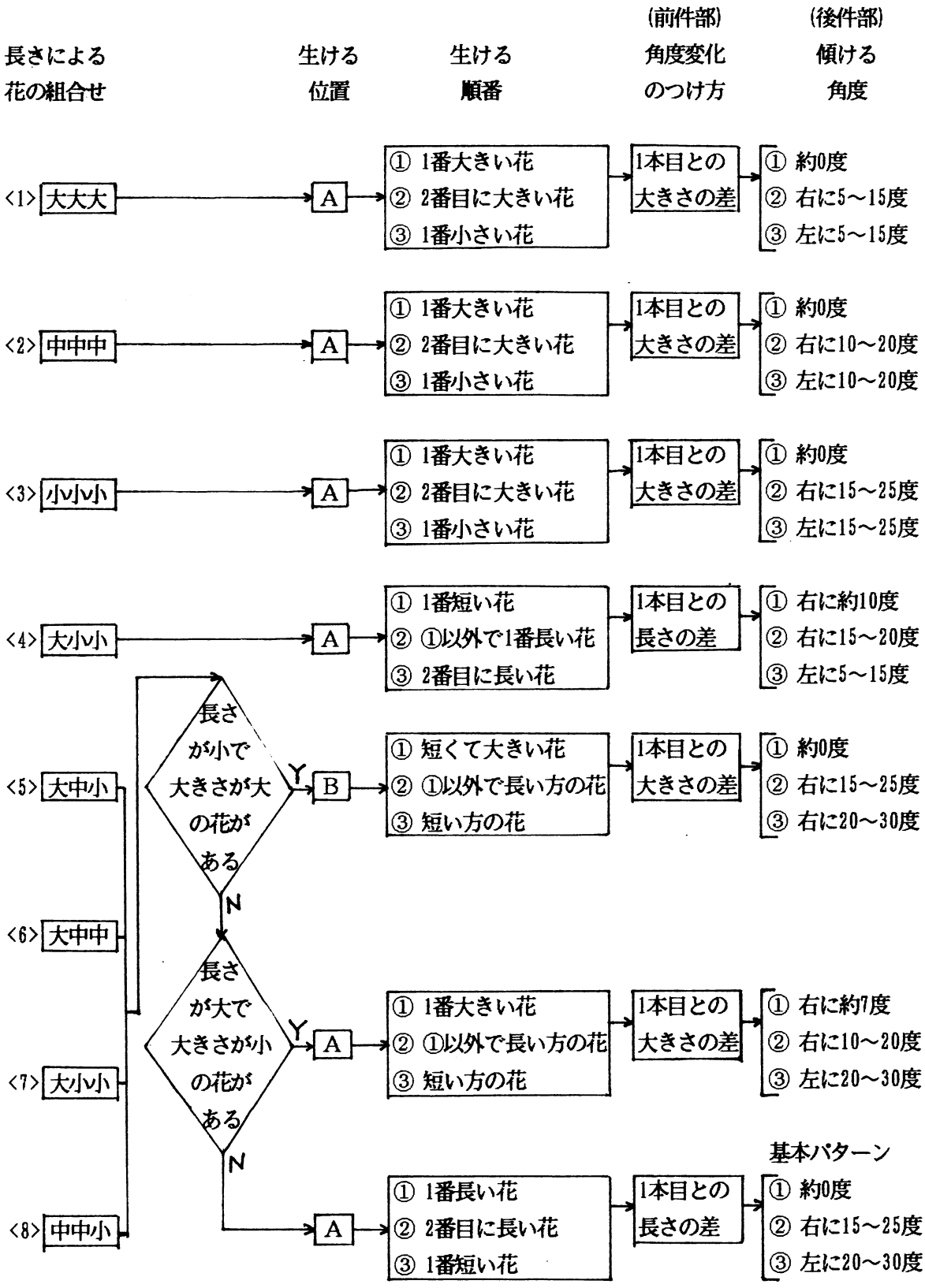


図7　生ける角度を推論するルール

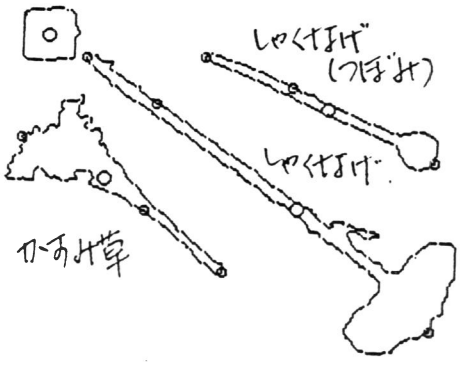


図８．（ａ）花材の輪郭線

とすれば、正確に求めることができる。

この変換によって、ロボットは正確に花をつかんで生け花を実行する。

図８．（ｂ）生け花の写真

４．結言

画像処理とロボットにファジィ理論を導入することによって、美的創作である生け花をロボットで実行することができた。

今回は色彩を生け花の要素として取り入れることができなかったが、カラー画像処理装置によって色彩も含めた生け花のルールを作成する必要がある。また、生け花にもっと立体感を持たせることが望ましい。さらに、多種類の草花の中から適当に選別して生けることができるようにすれば、より一層の生け花という美的創作が行なうことができる。

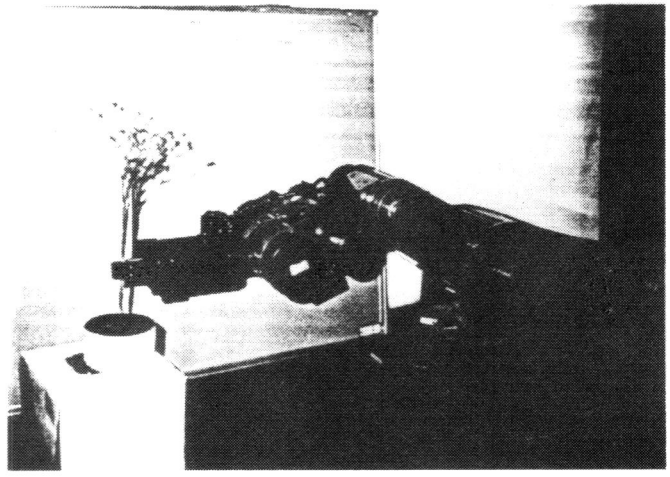


図９．ロボットが花を生けている写真

なお、本研究の生け花に関してご指導いただきました法政大学学生の岩崎あゆみ氏、加来智子氏に深謝致します。

参考文献

(1)山本忠男：池坊花伝教本；池坊学園事業部出版，1964

(2)H. Imaoka, T. Terano & M. Sugeno: Recognition of Linguistically Instructed path to Destination, Fuzzy Information & Decision Process, P341/350, 1983

(3)E. H. Mamdani: Applications of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic plant, Proc. IEE, Vol. 121, No. 12, P1585/1588, 1974

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

水平多関節型アームロボットを用いたファジィ制御による２次元移動物体の把握

Grasping 2-D Moving Object Using Fuzzy Controlled Arm Robot

廣田 薫* 、 渡辺 秀則**
Kaoru HIROTA and Hidenori WATANABE

＊ 法政大学工学部電気工学科計測制御専攻
Department of Instrument & Control Engineering,
College of Engineering, Hosei Univ.

＊＊ 法政大学大学院工学研究科システム工学専攻
Department of Systems Engineering,
Graduate School of Hosei Univ.

ABSTRACT

Fuzzy controlled robot system, which can grasp a 2-D moving object on a flat cone-shaped table, has been realized by using a scalar type arm robot, an image procesing system and 3 input 2 output fuzzy rule based inference.

１．はじめに

視覚機能を持った水平多関節型アームロボットを用いて、ファジィ制御による２次元の移動物体の把握を行った。本来、静止している物体を組み立てる目的に使用する水平多関節型アームロボットを用いて移動物体の把握を実現するために、１６ビットパーソナルコンピュータを接続した。これは画像処理装置からの入力座標データを、パーソナルコンピュータ上で演算処理して、移動先の座標を求めるためである。

２次元の移動物体は、ある程度動きに制限を与えるために、傾斜のゆるやかな摺鉢状の台の上を転がすことにした。この移動物体をファジィ推論を用いて把握する。ファジィ推論は３入力２出力で、入力情報は移動物体の速度、加速度、台の中心からの距離とし、出力情報は最後に認識した点からの台の中心からの角度、台の中心からの距離として、移動予測先の座標を求めた。この座標データに基づいてロボットを起動して、ハンドをその点に持って行き、物体を把握する。

ファジィ推論の入力情報、メンバーシップ関数、ルールの決定には、実際に摺鉢状の台の上で物体を転がして、連続して大量にデータを取り、そのデータを解析して求めた。

2．システムの構成

ファジィ制御手法による2次元移動物体の把握動作実現のためのシステム構成を図1に示す。

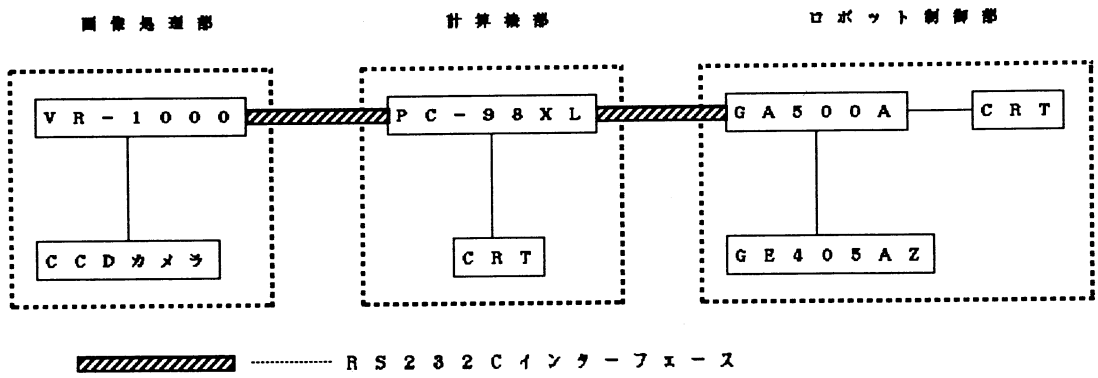


図1　2次元移動物体把握ロボットのシステム構成

図1のようにこのシステムはロボット制御部、計算機部、画像処理部の3要素から成る。本来、ロボット制御部と画像処理部は計算機を介さないで接続してあったのであるが、ファジィ推論による移動物体把握の動作実現のためにパーソナルコンピュータで中継した。

3．ファジィ制御による制御アルゴリズム

ファジィ制御による移動物体把握のための制御アルゴリズムを、図2の動作フローチャートに示す。はじめに計算機部で予め計算しておいたファジィ推論による推論結果を、データファイルから配列に読み込み、コマンド受信待機の状態にしておく。次にロボット制御部のプログラムを実行してコマンドを送信して、画像処理部で認識実行を行い、そのデータを基にして計算機部でファジィ推論を行い、移動先の座標データを求め、ロボットにデータを送信して移動物体を把握する。

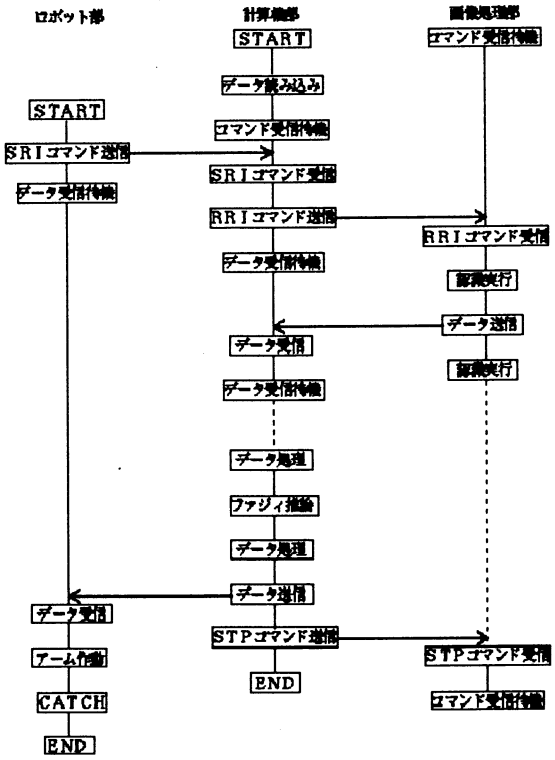


図2　2次元移動物体把握ロボットの
動作フローチャート

４．２次元移動物体把握の問題設定

２次元の移動物体把握のために、図３の様な直径４０センチ、傾斜角５度の摺鉢状の台を用意して、その上でゴルフボール程度の球体を止まらないように台を傾けたりしながら転がした。そしてこの物体を把握するためにファジィ推論を用いる。

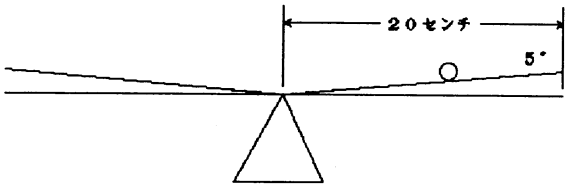


図３　摺鉢状の台

５．ファジィ推論部

移動物体の移動する先の座標の予測には、ファジィ推論を用いる。ファジィ推論を用いるための入力情報と、ルール、メンバーシップ関数の決定のために、実際に移動物体の座標データを連続して多量にとり、そのデータ群を解析して求めることにした。

移動物体の軌跡は図４の様に、円または楕円のような図形を描きながら台の上を転がっている。図４において、認識した移動物体の座標を点で示しているが、そのサンプリングタイムは、０．２５秒である。

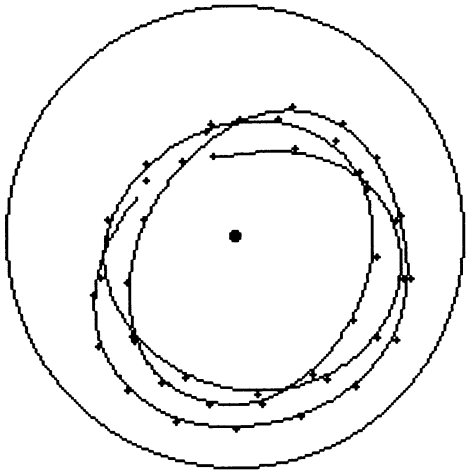


図４　移動物体の軌跡の一例

そこで図５に示すように、台の中心を原点Ｏ（０，０）として、連続した３点Ａ（X_A，Y_A）、Ｂ（X_B，Y_B）、Ｃ（X_C，Y_C）よりＤ（X_D，Y_D）を求める。Ｄ点はＣ点の１０サンプリングタイム後とした。これは、実際に物体を把握するときＣ点を認識してからロボットのハンドが物体を把握するまでの時間を考慮するためである。

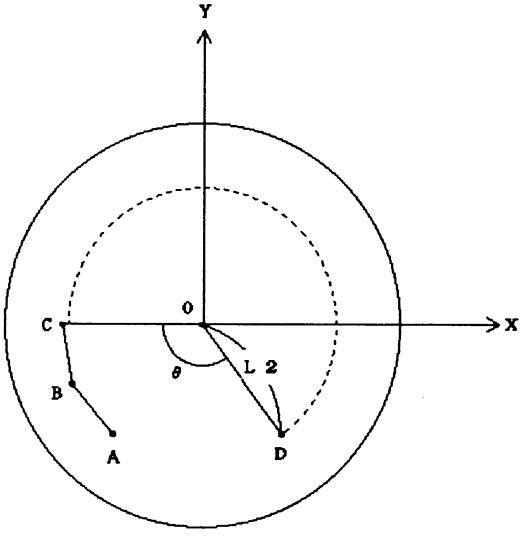


図５　移動先の座標の予測

Ｄ点の座標を求めるために、入力情報と出力情報に何を用いるかを検討した。

出力情報としては、図に示すように、θとＬ２を用いることにした。このθとＬ２、Ｃ点の座標よりＤ点の座標を計算して求める。

入力情報としては、始めに以下の５個を考えた。

1．物体の速度として、ＡＢ、ＢＣの長さ
2．物体の加速度として、ＡＢ、ＢＣの長さの比
3．中心からの距離として、ＯＣの長さ
4．ＡＢ、ＢＣの間の角度（∠ＡＢＣ）
5．扇型ＯＡＣの面積

この５個の入力情報を用いて５入力２出力のファジィ推論を行うことを考えたが、そのままではルール数が非常に多くなり、また必要なルールを選択するのも非常に困難であるので、この内の３個を用いて、３入力２出力のファジィ推論を行うことにした。入力情報を最も適した３個を選択してルールを決定するために、実際に連続して認識した多量の座標データの解析を行った。

解析の方法としては、全ての入出力情報の数値を５から１０段階に分類して、入力情報と出力情報の間に法則性があるかを検討した。こうしていろいろな入力情報を組み合わせて、検討した結果、上記1．2．3．の情報を用いるのが一番適していると言う結論を得た。つまり入力情報として、

$$V = BC = \sqrt{((X_C-X_B)^2+(Y_C-Y_B)^2)} \quad (1)$$

$$A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{((X_C-X_B)^2+(Y_C-Y_B)^2)}}{\sqrt{((X_B-X_A)^2+(Y_B-Y_A)^2)}} \quad (2)$$

$$L1 = OC = \sqrt{(X_C^2+Y_C^2)} \quad (3)$$

を用いることにした。

次に、Ｖ、Ａ、Ｌ１、Ｌ２、θのメンバーシップ関数を示す。ラベルの数は３、台集合の要素数は３０とした。

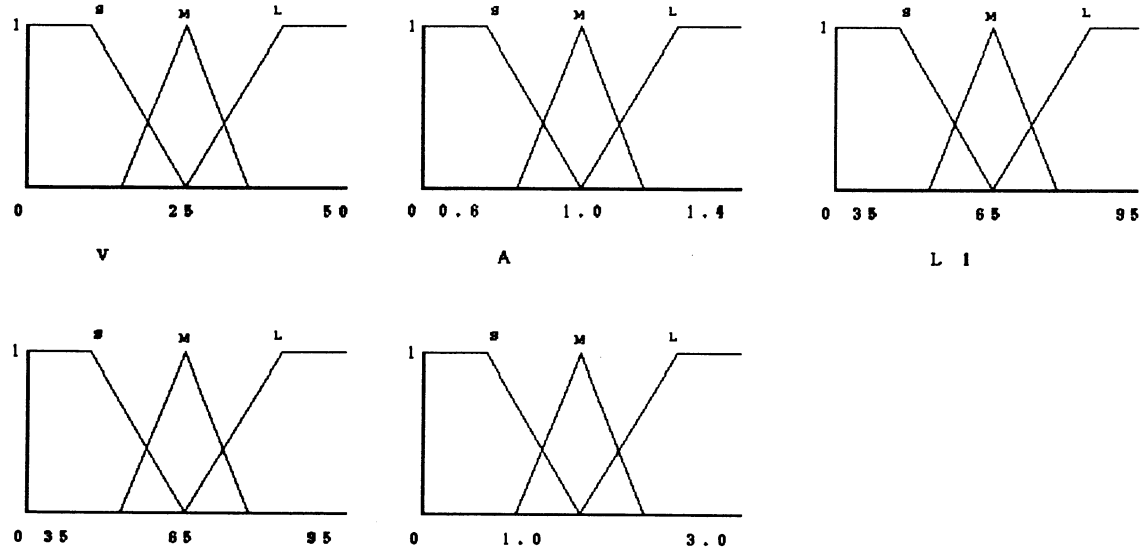


図６　Ｖ、Ａ、Ｌ１、Ｌ２、θのメンバーシップ関数

次に用いたルールを示す。本来３入力でラベルの数が３であればルールの数は２７通りになる。しかし、データ解析の結果より使用しないルールがわかっているので、それらのルールを省略することにより１８個のルールを用いることにした。

IF	V＝S	A＝S	L1＝S	THEN	L2＝M	θ＝S
IF	V＝S	A＝S	L1＝M	THEN	L2＝M	θ＝L
IF	V＝S	A＝M	L1＝M	THEN	L2＝M	θ＝M
IF	V＝S	A＝M	L1＝L	THEN	L2＝M	θ＝M
IF	V＝M	A＝S	L1＝S	THEN	L2＝S	θ＝M
IF	V＝M	A＝S	L1＝M	THEN	L2＝M	θ＝M
IF	V＝M	A＝S	L1＝L	THEN	L2＝L	θ＝M
IF	V＝M	A＝M	L1＝S	THEN	L2＝M	θ＝M
IF	V＝M	A＝M	L1＝M	THEN	L2＝M	θ＝M
IF	V＝M	A＝M	L1＝L	THEN	L2＝L	θ＝L
IF	V＝M	A＝L	L1＝M	THEN	L2＝M	θ＝L
IF	V＝L	A＝S	L1＝S	THEN	L2＝S	θ＝M
IF	V＝L	A＝S	L1＝M	THEN	L2＝M	θ＝M
IF	V＝L	A＝M	L1＝S	THEN	L2＝S	θ＝M
IF	V＝L	A＝M	L1＝M	THEN	L2＝M	θ＝M
IF	V＝L	A＝M	L1＝L	THEN	L2＝M	θ＝S
IF	V＝L	A＝L	L1＝M	THEN	L2＝M	θ＝S
IF	V＝L	A＝L	L1＝L	THEN	L2＝L	θ＝S

（4）

6．実験と結果

移動物体把握の様子を写真1～6に示す。ここで移動物体には、ゴルフボール程度の中空のプラスチックのボールを用いている。

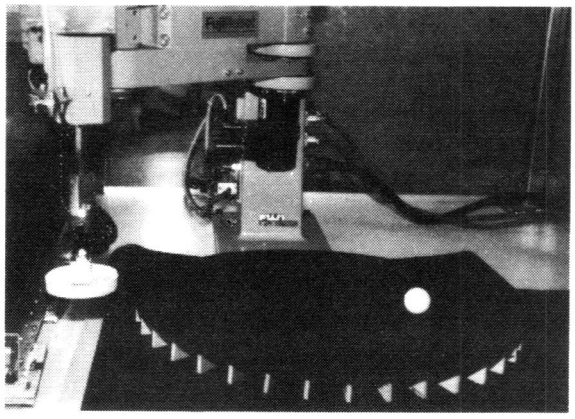


写真1

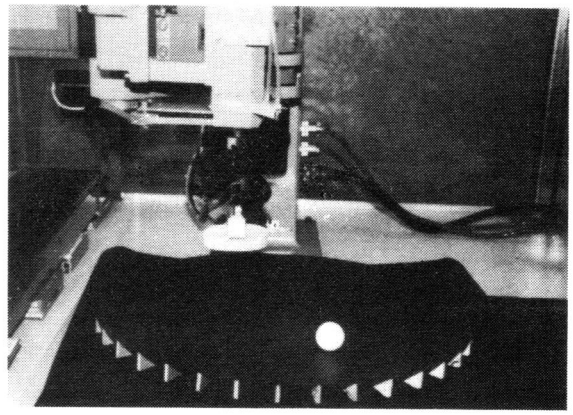


写真2

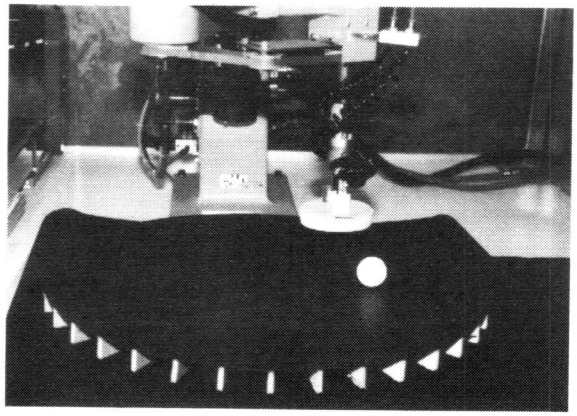


写真3

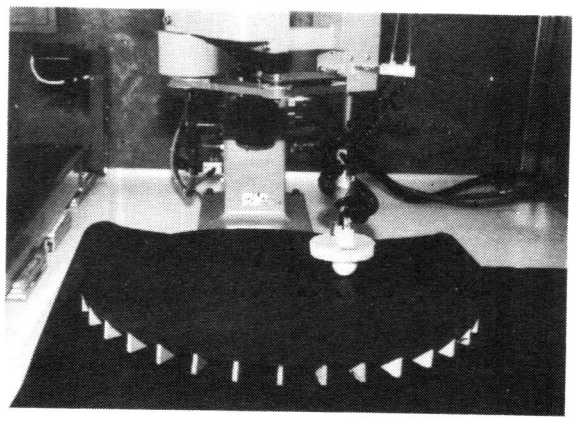


写真4

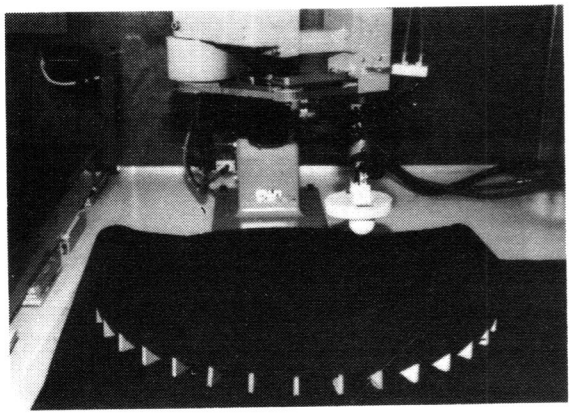


写真５

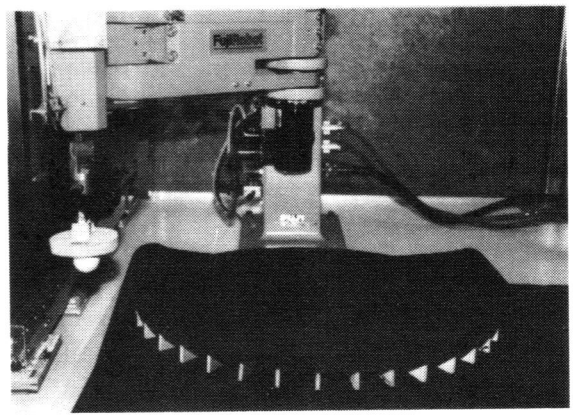


写真６

ファジィ制御を用いた２次元の移動物体の把握は動作について、現状では全体の割合からすれば２割程度の把握率である。対象物の速度がメンバーシップ関数の中心に近い場合には、ほぼ良好な結果を得ることが出来た。速度がやや遅い場合には、推論結果が適当でなく、物体を把握することが困難であり、まだ改善の余地がある。

７．おわりに

ファジィ制御を用いた２次元の移動物体の把握動作については、３入力、ラベルの数３の簡単なシステムにしては、まずまずの結果を得ることが出来た。しかし、物体の速度によっては、推論結果が移動物体の座標と合致しないことがあるので、さらにメンバーシップ関数の調整、ルールの検討を行う必要がある。

現在のところ３回の認識を終了してからファジィ推論を行って、ロボットのアームが作動して物体を把握するまでの時間が２．５秒ある。この時間が短ければ、推論結果と実際の物体の座標との誤差が少なくなるので、計算処理時間の短縮を考慮しなければならない。

参考文献

１）　廣田　薫、荒井　良徳：画像処理を用いたあいまい知能ロボット、法政大学工学部研究集報（第22号）、pp.109/118、1986

２）　廣田　薫、荒井　良徳、蜂巣　史良：画像処理を用いた２次元ピンポンロボット、法政大学工学部研究集報（第24号）、pp.57/67、1988

自律移動ロボットのファジイ誘導制御
Fuzzy Control for Guidance of a Mobile Robot

竹内　倶佳*、永井　豊*、　登　一生**、榎本　穣**
T. Takeuchi,* Y. Nagai,*　K. Nobori,** M. Enomoto**

* 電気通信大学
Univ. of Electro-Communications
** 電気通信大学大学院
Graduate School, Univ. of Electro-Communications

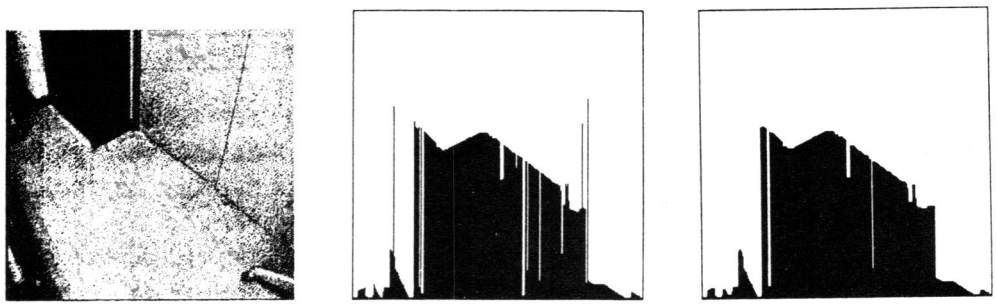
Abstract
Investigations on fuzzy control of a mobile robot for obstacle avoidance in house using edges between the floor and the wall or obstacles obtained by processing image from CCD camera in front of the robot have been already conducted by T.Takeuchi et al. Guidance of the robot may be made by putting a virtual obstacle in the image obtained from a crossing or T-shaped way. The control system was simulated on personel computer using C-language and then experimented.

1. はじめに

移動ロボットを自律的に移動できるようにするためには、環境を認識し、ロボット自身の判断に基づいて移動する能力をもたせることが必要となるが、このためには視覚センサを使って環境情報を収集し、その分析による移動経路の決定とそれに従った移動のできる制御機構が必要不可欠となる。制御機構には、指定された地点へ移動する自己誘導制御と経路上の障害物を回避する制御が必要である[1),2)]。視覚センサはこれ等の制御に必要な環境情報を獲得するために使われる。ロボットの視覚が果たすべく役割を障害物を回避しながら目的地へ移動する制御に必要な情報の獲得に限定すると、人間の移動からわかるように移動中の各点にいて自己の位置を正確に知る必要はなく、シーンの細部の理解も必要でない。障害物の回避にはロボット自身が経路を通過できるか否かの情報があれば十分である。目的地への誘導には、一本道であれば目的地であるか否かを判断できる目印を与えるだけで十分であり、道が複数ある場合には道の分岐点で選択すべき道を決定すればよい。従って、なるべく扱う情報を限定し、簡素な処理で自律的に移動する制御にはファジイ制御が適合しており、著者等はそれについて検討してきた[3),4),5)]。ここでは、ディジタル画像処理による視覚処理とファジイ制御の改善をはかり、仮想障害物の設定による屋内環境で障害物を回避しながら指定経路に沿って自律移動する車輪走行ロボットの研究結果を述べる。

2. 改良された視覚画像によるファジイ制御

ロボットの移動経路と前方の障害物に関する情報は既に述べたようにＣＣＤカメラから得られる。ここでは、1/60 秒で取り込まれた　256×256 の画素を間引いて64階



(a)　　(b)　　(c)

図1 シーンとその処理　a)シーン，b)1次処理，c)メジアンフィルタによる処理

調の画素から必要な情報を得ている。図1の（a）はＣＣＤカメラから取り込んだ画像の例である。これを処理して床面と障害物を図1（b）のような白黒の2値画像で分ける。図の黒領域が通過可能の範囲を示している。このままでは、雑音によって乱れがあるので経路の交叉点から誘導に必要な角の位置を推定するのに問題がある。それ故、メジアンフィルタをかけて図1（c）のような棒グラフ状の2直画像を得、最終的には６０ｘ５９の画素に縮小処理している。図2はカメラから見た視野の範囲を示しているが、広角レンズ（９０°）を使っているので遠方程歪んでいる。ロボットはＣＣＤカメラによっては足下で0.8m、遠方で4mの幅の環境を見ていることになり、画面が歪んでいるので補正が必要になる。これはロボットの通過できる経路の決定の処理で考慮すれば十分である。画面の縦方向の黒い像の高さがロボットから最も近い位置にある障害物までの距離を表している。

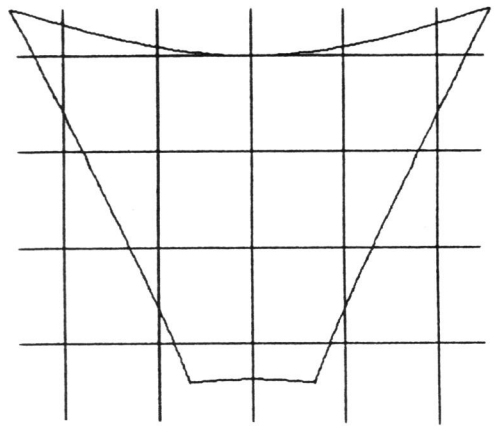


図2ＣＣＤカメラの視野

画面の底辺をＸ軸、左辺をＹ軸にとる（図3参照）。画面からはロボットの前方の視野角内にある最も近い障害物の位置が求められる。障害物を回避するには障害物の位置が一番遠い、即ち最大のＹの方向にロボットを進めるようにすればよい。この画面からロボットの移動可能な経路を決定するために実験から決めたスレッショルド値を使っていたが、一本では狭い通路や障害物が複雑に配置されているようなときにはロボットの通行が難しいことがわかった。従って、本論文では図3のようにロボットの進行方向を決めるために二本のスレッショルド値LT_1，LT_2を次式から決め、通過の可能となる通路の幅Wを求める。

$$LT_1 = K_1 \frac{\Sigma y_k}{N} \quad ,（N = y_k > 0 を満足する y_k の本数）　（1）$$

$$LT_2 = K_2 \quad ,（ロボットの足下に相当する前方の位置）　（2）$$

K_1, K_2は実験的に決める。$y_k > LT_1$を満足するロボットの経路の幅Wが複数ある場合は最大の幅を持つ経路を選択し、これをW_1とする。次に、同じ経路において$y = LT_2$における幅W_2をもとめる。W_1をW_2との遠近関係を考慮して次のように修正する。

$$W_1 = K(LT_1)\, W_1,$$

$$K(LT_1) = LT_2 - \frac{7}{12} LT_1 \quad (3)$$

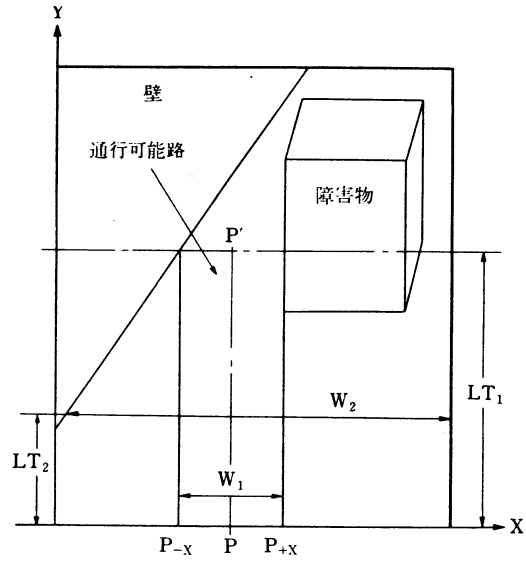


図3 通路と障害物の関係

このW1とW2を比較して小さい方をWとする。即ち、

$$W = \min\{W_1, W_2\} \quad (4)$$

Wの両端の座標をx_{10}, x_{20}とするとロボットの進行方向Pは目標値として通路の中心を考えて

$$P = \frac{x_{10} + x_{20}}{2},$$

から決める。即ち、通過可能な幅を持つ通過の中心を進行方向とする。但し、画面の両端LT_2上に障害物が見えるときは$W = W_2$とする。視覚システムからファジイ制御器への入力は進行方向Pと通過可能となる経路の幅Wである。通路の幅と進行方向の情報および左右両輪の速度情報に基づいてロボットが障害物を回避しながら移動するファジイ制御は行われる。この関係を図4に示す。k_1～k_6はパソコンを使ったシミュレーションによって調整し、決定されたアルゴリズムはロボット上のパソコンにそのままディスクから移植できるように構成されている。各変数のメンバシップ関数は離散値で表し、制御規則[3)]を使ってファジイ推論から表1、2のような入出力表を求め、これを参照してファジイ制御器の出力を決定している。この出力dvとduから左右両輪の速度指令u_L, u_Rを次式からもとめ左右車輪の速度制御系の入力として与えている。

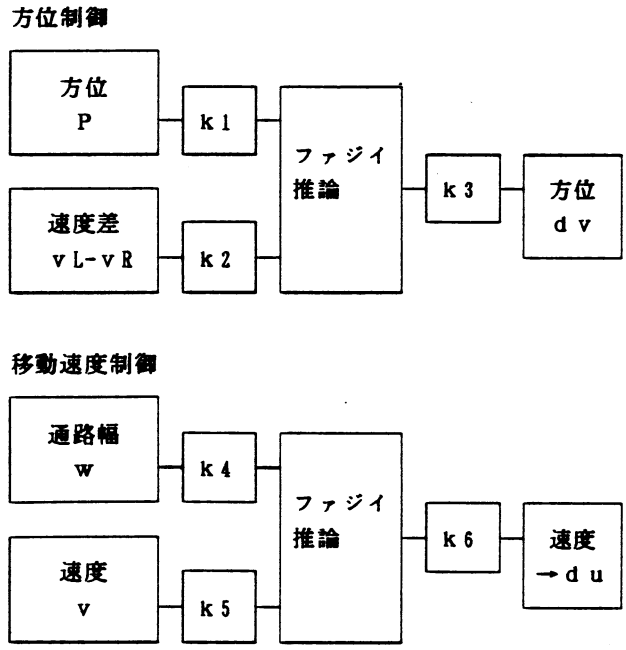


図4 ファジイ制御器の構成

$$u_L(k) = u_L(k-1) + dv + du$$

$$u_R(k) = u_R(k-1) - dv + du$$

3. 誘導制御と走行実験

3.1 障害物回避に基づいた誘導制御

自律移動ロボットの誘導制御の目的の1つは既知の環境下において、ある地点から目的とする地点へ適当な経路を通って移動させることがある。ロボットの移動する経路については何らかの形で例えば“最短経路を取る”等指定する必要がある。ここではロボットの移動経路を指定するための地図を前提とした誘導について考える。ロボットの移動する経路は、直角に交わる直線的な通路のみからなる屋内のような環境にあるものとする。このような環境でのロボットの誘導は、通路の交叉点とそこから進むべき方向を指示してやることによって可能となる。

表1 方位制御の入出力表

	左車輪速度－右車輪速度
目標方向	0, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -5, -5, -6, -6, -6, -6 0, 0, -1, -2, -3, -4, -4, -5, -5, -6, -6, -6, -6 1, 1, 0, -1, -2, -3, -3, -4, -5, -5, -5, -6, -6 2, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -4, -5, -5, -6, -6 3, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -3, -4, -5, -5, -5 4, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -4, -5, -5 5, 4, 3, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -3, -4, -5 5, 5, 4, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -4 5, 5, 5, 4, 3, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -3 6, 6, 5, 5, 4, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -2 6, 6, 5, 5, 5, 4, 3, 3, 2, 1, 0, -1, -1 6, 6, 6, 6, 5, 5, 4, 4, 3, 2, 1, 0, 0 6, 6, 6, 6, 5, 5, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 0

表2 速度制御の入出力表

	ロボットの速度
道幅	55, 55, 55, 55, 55, 55, 55, 55, 55 111, 111, 111, 111, 111, 111, 111, 111, 111 166, 166, 166, 166, 166, 166, 166, 166, 166 222, 277, 277, 277, 277, 277, 277, 277, 277 222, 277, 277, 277, 277, 277, 277, 277, 277 222, 277, 277, 277, 277, 277, 277, 277, 277 277, 277, 277, 388, 388, 388, 388, 388, 388 277, 277, 277, 388, 444, 444, 444, 444, 444 333, 333, 333, 388, 444, 444, 500, 500, 500

地図は枝からなるグラフで表現し、節に番号をつけ、表3のように表す。ロボットの移動経路はあらかじめ指定しておき、その経路に沿った誘導を考える。ロボットの移動経路は節（分岐点）の番号列として記憶させておく。ロボットは通路上の障害物を避けながら移動し、節に到達したら、その節での進行方向の指示にしたがって曲がり、次の節へ向かう、このとき指示方向へロボットが自律的に走行するために、画面上に仮想障害物を設けて指示方向の通路へ進めるように処理する。この場合L字の通路も節としておいた方がよい。各々節においては、それぞれ応じた画像処理を行う。節は、左右の対称性を考慮すると図5（a）のような6種類になる。これらの節に到達するとロボットに節の情報と経路指定の情報からこの6種類の何れであるかを判断してそれぞれに応じた処理を行う。それらは多少異なるが大略同じであるので、十字路の場合を例にとり説明する。仮想障害物は角（図5（b）のA又はB参照）を検出し、この点から画面の左下隅または右隅に直線を引いて設ける。図5（a）において、ＴＳ－Ｌ，ＴＳ－Ｒ，ＬＬ－Ｌ，ＬＲ－Ｒの場合は角がないので画面の中央から結ぶ。角の検出は画面上yの差が大きい点とする。このときの画像の処理過程は図6のようになる。ロボットの現在位置と向きはＷＢを左右同輪の間隔として次式より計算して推定し、節に到着したことおよび曲がり終わったことを判断する。

表3 ロボットの誘導のための地図
グラフ上節点の表し方

X	Y	Ｎn	Ｎe	Ｎw	Ｎs

（Ｘ，Ｙ）：節の位置、Ｎn，Ｎe，Ｎw，Ｎs：北、東、西、南に接する節の番号。

$$\Delta\theta = \frac{V_L - V_R}{WB}\,T, \qquad \Delta D = \frac{V_L + V_R}{2}\,T$$

$$\theta(k+1) = \theta(k) + \Delta\theta$$

$$x(k+1) = x(k) + \Delta D\cos\left(\theta(k) + \frac{\Delta\theta}{2}\right)$$

$$y(k+1) = y(k) + \Delta D\sin\left(\theta(k) + \frac{\Delta\theta}{2}\right)$$

このとき誤差が蓄積するが、各節ごとに地図情報に基づいて修正される。

3.2 走行実験

以上述べたシステムを構成して移動ロボットの誘導制御のシミュレーションと走行実験を行った。この結果を図7，8に示す。両者は障害物が同じような配置にしてあり、シミュレーションと実走行の結果がかなり良く対応した動きをしているのがわかる。走行実験の結果はロボットが車輪の回転速度から推定した位置から求めたもので、b）では壁に接触しているように見えるが、実際には接触しないで走行している。この誤差はロボットが止まった位置のずれ（図7の○）から推定できよう。図8はロボットを指定経路に沿って巡回させた例を示している。

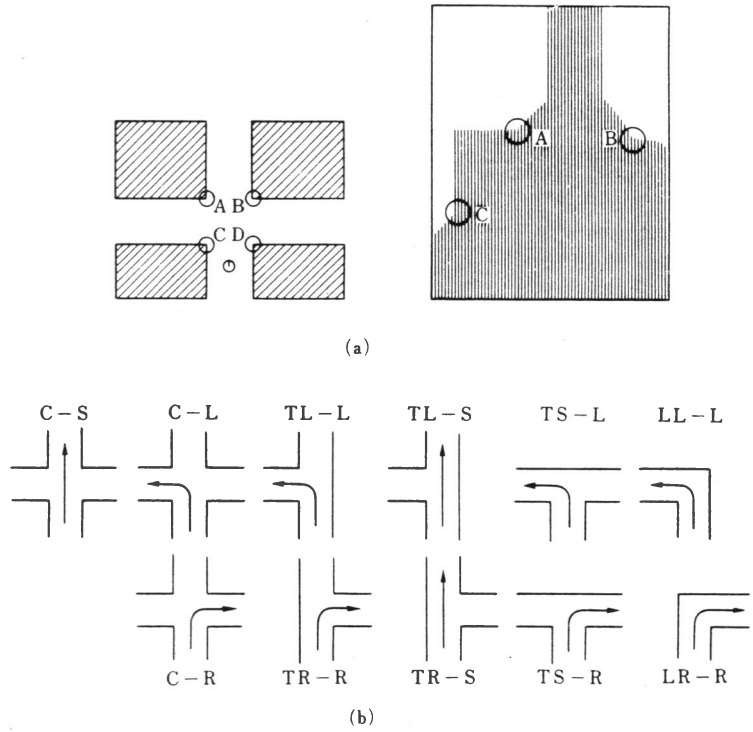


図5 a）分岐点の画像、b）分岐点の種類

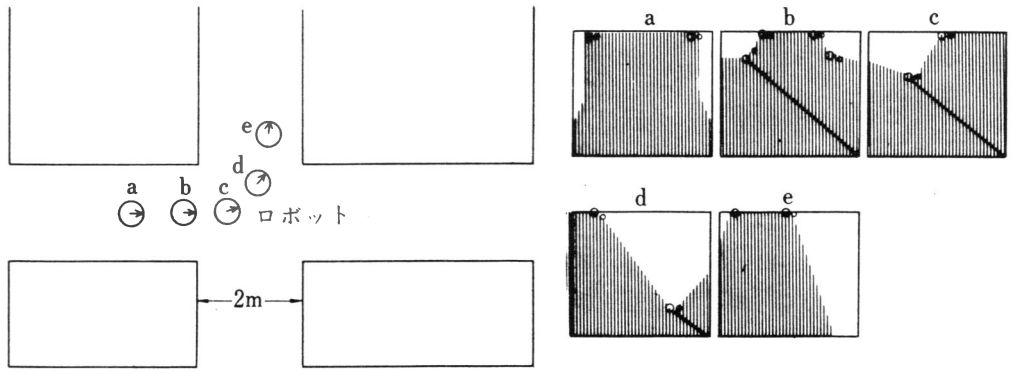


図6 仮想障害物を設定するための画像処理

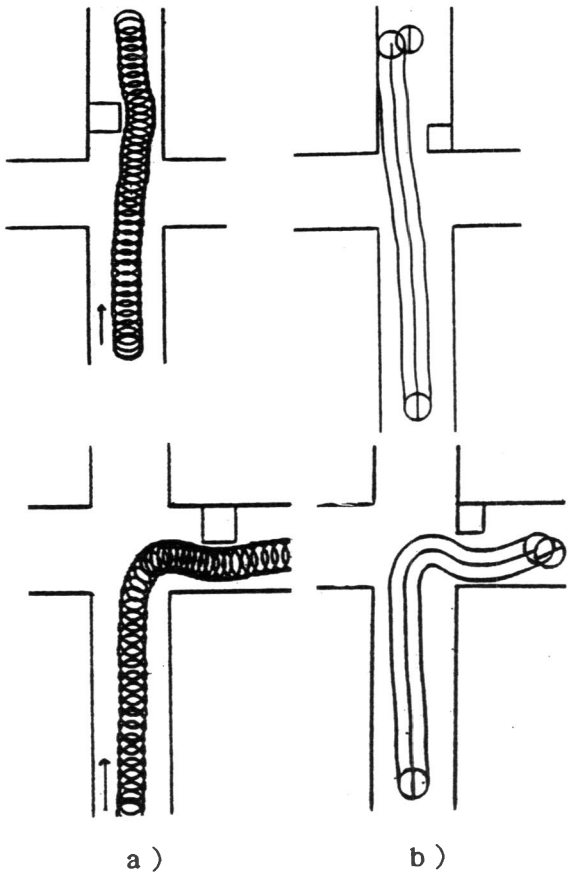


図7 シミュレーションと走行実験例
通路幅：1.4m。

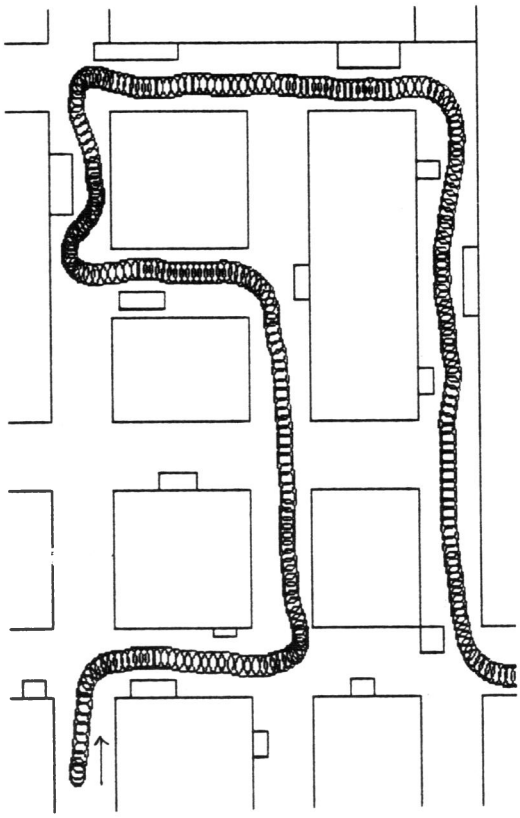


図8 指定経路の巡回例（シミュレーション）通路幅：1.4m。

4. おわりに

室内環境において単一のカメラから得られる限定した画像情報に基づいて指定経路に沿って移動ロボットの自律巡回誘導がファジイ制御によって有効に行われることを示した。ＣＣＤカメラによる視覚センサは床面と障害物の境界の検出のとき、床に描かれた太い線や影による明暗によって誤る問題が残されている。これらに対する画像処理は今後の課題と言えよう。

参考文献

1) 広瀬：移動ロボット技術、計測と制御 VOL.21, NO.12, 41-46(1982).
2) 辻：室内環境自律移動ロボットの視覚、日本ロボット学会誌, Vol.15, No.6, 470-474(1980).
3) Takeuchi et al:Fuzzy Control of a Mobile Robot for Obstacle Avoidance, Information Science, 45, 231-239(1988).
4) 竹内　他：自律型移動ロボットのファジイ誘導制御シミュレーション、ＩＦＳＡ第３回ファジイシステムシンポジュウム講演論文集、55-60(1987).
5) 竹内：自律型ファジイ移動ロボット, 日本ロボット学会誌, Vol.6, No.6, 549-556(1988).

最適化法によるファジィ推論の自動チューニングと走行車制御への応用

Self-Tuning Method of Fuzzy Reasoning by Optimization Technique and its Application to Vehicle Control

赤堀裕志*、江草洋*、高木友博*、若見昇*、近藤信二**
Hiroshi AKAHORI*, Yo EGUSA*, Tomohiro TAKAGI*, Noboru WAKAMI*, Sinji KONDO**

松下電器産業(株) 中央研究所*, 電化研究所**
Central Research Laboratories*, Home Appliance Research Laboratory**
Matsushita Electric Industrial Co.,LTD.

abstract

In this paper, we propose a self parameter tuning method of fuzzy control rules. The rules whose conclusions are represented by single-ton are used in this method. The parameters of fuzzy rules are optimized by simplex method according to the control results. The parameters of both conditions and conclusions are tuned at the same time. We apply this tuning method to the design of vehicle steering controller and show the control results by computer simulation.

1. はじめに

最近、ファジィ制御の実用化が進展している[1,2]。ファジィ制御はIF～THEN…形式の論理型制御であり、人間の持つ定性的な知識を表現することができる。しかし、ファジィ制御では、制御系が目標の仕様通りに動作するようにファジィ変数、および規則数を調整する必要がある。この調整過程をチューニングと呼ぶ。菅野らは、後件部を線形式としたファジィモデリングにおけるチューニング方法を提案している[3]。菅野らのチューニング法は、前件部のファジィ数はシンプレックス法[4]を用いてチューニングするが、後件部の線形式は重回帰手法により同定している。

本論文では、市橋らが提案した簡略化したファジィ推論[5]を基礎とし、前件部、および後件部の両方を同時にシンプレックス法を用いてチューニングする。簡略化したファジィ推論は、通常のファジィ推論の後件部を実数とする。提案した手法はシステムの制御を実行した後、その制御結果を評価し、評価値が改善されるように前件部と後件部のパラメータを修正する。修正後に再度、制御を実行して、同じチューニング操作を行う。したがって、自動チューニング手法は前件部と後件部を同時にチューニングでき、チューニング操作が簡単である。

提案した手法の有効性を確認するため、走行車の舵角制御に応用する。走行車の舵角制御はＥＷＳを用いたシミュレーション実験で行い、目標軌道に対する走行車の方向と距離からハンドル角をファジィ推論する。チューニングの結果、速応性の良い舵角制御が可能となった。

本手法は、システムの制御結果が入力されると前件部と後件部を同時に最適にチューニングする自動チューニング手法である。

2. 簡略化ファジィ推論

本章では市橋らが提案した簡略化したファジィ推論[5]（以下、簡略化ファジィ推論と呼ぶ）を説明する。簡略化ファジィ推論はファジィ制御規則の後件部を実数とする。

いま、入力変数をe_1、e_2、出力変数をｕと

すると、簡略化ファジィ推論の制御規則は次のように表すことができる。

If e_1 is PB and e_2 is NS

then u is f_i. (1)

ここでPB(positive big),NS(negative small)はファジィ変数、f_i は実数値である。

入力データ(e_1', e_2')が入力されると、（1）から次式の結論が得られる。

$$\mu_i(f_i)=\mu_{PB}(e_1')\wedge\mu_{NS}(e_2')\wedge 1 \quad (2)$$

ただし、∧はmin演算である。

（1）の制御規則は複数個あるので、（2）式の結果を総合した最終の推論結果は次のようになる。

$$u^* = \frac{\Sigma \mu_i(f_i)\cdot f_i}{\Sigma \mu_i(f_i)} \quad (3)$$

簡略化ファジィ推論は、通常のファジィ推論よりも制御結果が良好であることが言われている[6]。

3．シンプレックス法による自動チューニングアルゴリズム

本論文で提案する手法は、最適化法の一つであるシンプレックス法[4]を用いて定式化する。

シンプレックス法とは、n変数からなる評価関数の値を最小にするため、n次元空間におけるn＋1個以上の頂点を持つ単体を用いて最小解を試行探索する方法である。この単体はシンプレックスと呼ばれる。

いま、m個の頂点を有するシンプレックスを考える。各頂点を座標$X_k=(x_1^k,x_2^k,\cdots,x_n^k)$、k=1,2,…,n+1,…,m で表わし、頂点$X_k$ での評価値を次のように表わす。

$$P_k=P(X_k) \quad (4)$$

ただし、Pは評価関数である。m個の頂点の評価値$P_1,\cdots,P_m$ の中で最大値をとる頂点をX_w とする。シンプレックス法は、最終的にはm個の頂点をすべて最小解に収束させる。このため、評価値が最大となる頂点X_w を捨て、新たな頂点X_w'を次のように設定する。

$$X_w'=X_g+\alpha(X_g-X_w) \quad (5)$$

$$X_g=\frac{1}{m-1}\sum_{k=1,k\neq w}^{m} X_k$$

ただし、αは頂点X_w'を得るための重み係数であり、X_g はX_w を除く頂点の重心である。

いま、n＝2、m＝3とした場合のX_w とX_w'との関係を図1に示す。X_g は頂点X_1とX_2の中心点である。X_w'は、X_g に関してX_w をα倍だけ反射させた点である。すなわち、頂点X_w'は線分X_wX_gを（1＋α）：αに外分する点となる。

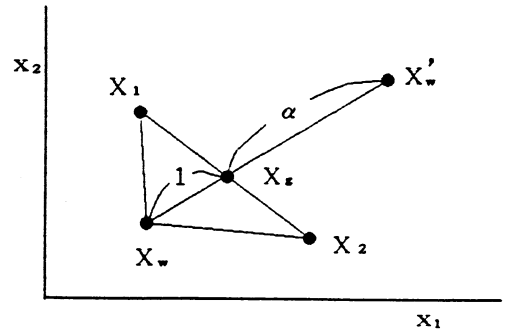


図1　探索方法

（5）式によって新たに設定した頂点X_w'での評価値が、X_w での評価値よりも小さくなるように重み係数αを調整しながら探索操作を繰り返す。最終的にはm個の頂点がすべて、最小値へと収束する。探索の終了は、次のシンプレックスの各頂点の評価値の標準偏差がε以下になったときとする。

$$\left[\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}(P_k-\bar{P})^2\right]^{1/2}<\varepsilon \quad (6)$$

次に、シンプレックス法を用いた自動チューニング手法について述べる。

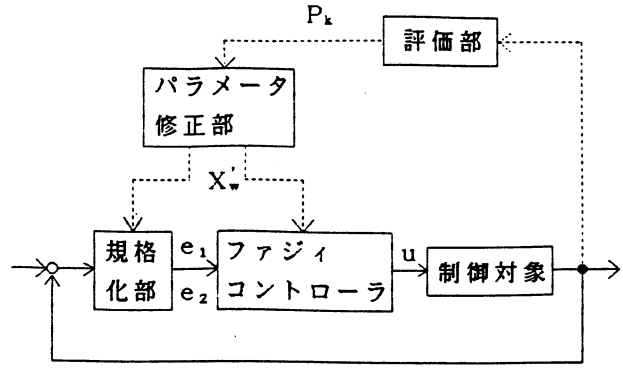


図2　構成図

自動チューニング手法の構成図を図2に示す。制御動作を実行し、制御対象の出力から評価部で評価値P_k が導出される。このP_k により、パラメータ修正部で新たな頂点X_w'が計算され

る。次に簡略化ファジィ推論のチューニングパラメータをX_w'に設定し、再度、制御動作を実行する。制御動作の実行、制御結果の評価、パラメータの修正を繰り返すことによって最適なファジィ推論のパラメータを求めることができる。

いま、（1）のファジィ制御規則を考える。ただし、ここではファジィ変数を図3に示す5種類とする。図3では全体集合を［－4，4］に規格化している。実測値をこの［－4，4］に規格化するための係数を規格化定数と呼び、g_1、g_2で表す。ファジィ変数を用いた制御規則は表1の規則テーブルで表現できる。表1は25個の制御規則を表しており、規則テーブルの内部f_1～f_{25}は各規則の後件部の実数値を表している。自動チューニング手法は、後件部の実数値f_1～f_{25}と、規格化定数g_1, g_2をシンプレックス法を用いてチューニングする。

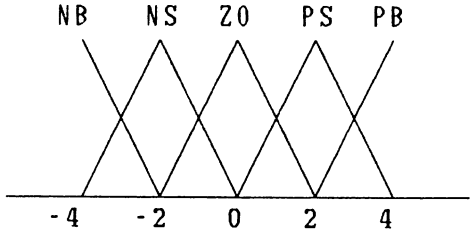


図3　ファジィ変数

表1　規則テーブル

		e_2				
		NB	NS	ZO	PS	PB
	NB	f1	f2	f3	f4	f5
	NS	f6	f7	f8	f9	f10
e_1	ZO	f11	f12	f13	f14	f15
	PS	f16	f17	f18	f19	f20
	PB	f21	f22	f23	f24	f25

自動チューニングのアルゴリズムを以下に示す。

［ステップ1］

チューニングするためのパラメータを（g_1, g_2, f_1, ･･･, f_{25}）で表す。パラメータに初期値を代入し、$X_k=(g_1^k, g_2^k, f_1^k, \cdots, f_{25}^k)$、k=1,2,･･･,mとする。ただし、mは28個以上に設定する。

［ステップ2］

ステップ1で設定した各パラメータX_kを用いてファジィ推論を行い、結果uを導出する。さらに、結果uを用いて制御対象を制御し、制御が終了した時点で（4）式から制御結果の評価値P_1～P_mを求める。ここで評価関数は、例えば制御系のステップ応答での偏差面積の計算式を用いる。図4に偏差面積を斜線部で示す。

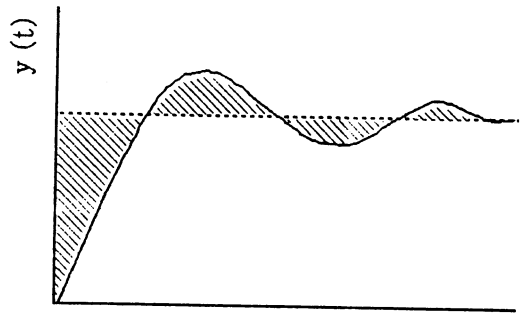


図4　評価例

［ステップ3］

（6）式を用いて終了判定を行う。終了条件を満たす場合はアルゴリズムを終了し、満たさない場合は次のステップ4を実行する。

［ステップ4］

評価値P_kの中で、最大値となるP_wを求める。このときのパラメータはX_wである。次に（5）式を用いて新たなパラメータX_w'を求める。

［ステップ5］

ステップ4で求めたパラメータX_w'により、ファジィ推論を行い、結果u'を導出する。結果u'を用いて制御対象を制御し、制御結果の評価値P_w'を求める。

［ステップ6］

$P_w' \leq P_w$であれば、X_wを捨て、X_w'を新たにm個のパラメータの中に加え、ステップ3へ戻る。

$P_w' > P_w$であれば、P_w'の値が改善されるようにシンプレックス法の重み係数αを変える。（5）式によってX_w'を再び導出し、ステップ5へ戻る。

4．走行車の舵角制御への応用

自動チューニング手法の有効性を示すため、走行車の舵角制御シミュレーションを行なう。舵角制御には簡略化ファジィ推論を用い、本手法により制御規則のチューニングを行なう。

図5に走行車の概略図を示す。走行車は三輪からなる。後輪の二輪は固定輪であり、前輪は駆動輪であり、かつ操舵輪である。

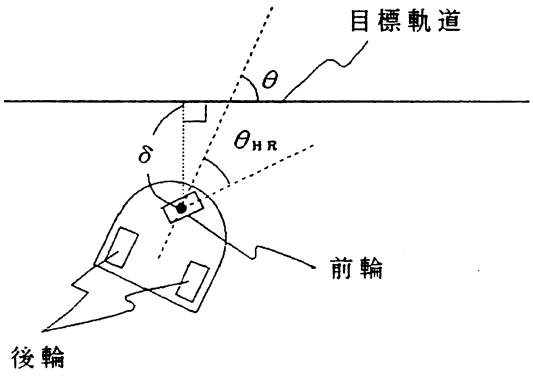


図5　走行車の概略図

ファジィ推論の前件部の入力変数と、後件部の出力変数を次のようにする。

入力変数

θ：走行車の車体角と目標軌道角との角度偏差

δ：走行車と目標軌道との垂直距離

出力変数

θ_{HR}：ハンドル角

前件部のファジィ変数を図3の5種類とする。したがって、制御規則は25個となり、チューニングのためのパラメータは、入力変数θとδの規格化定数、および25個の後件部の実数値となる。また、制御結果の評価は、走行軌跡と目標軌道とで囲まれる領域の面積で行う。

表2にチューニングの初期状態での規則テーブルと規格化定数を示す。また、90°の進路変更を行った場合の走行軌跡を図6に示す。ここで点線は前輪、実線は後輪間の中心の軌跡である。自動チューニングを行い、簡略化ファジィ推論のパラメータを最適にチューニングした場合の規則テーブルと規格化定数を表3に示す。また、90°の進路変更を行った場合の走行軌跡を図7に示す。図7からチューニング後の走

表2　初期規則テーブル・規格化定数

δ \ θ	NB	NS	ZO	PS	PB
NB	0.03	0.54	0.74	1.15	1.35
NS	0.35	0.45	0.65	0.85	0.96
ZO	-0.04	0.16	0.00	-0.16	0.04
PS	-0.96	-0.85	-0.65	-0.45	-0.35
PB	-1.35	-1.15	-0.74	-0.54	-0.03

θの規格化定数：21.0

δの規格化定数：39.0

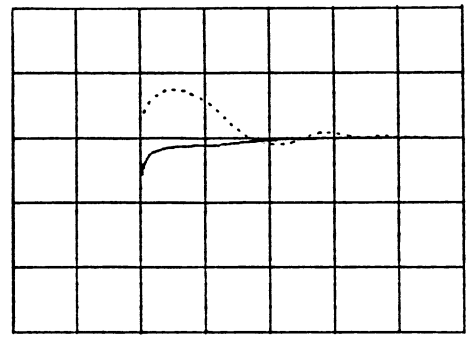


図6　初期の走行軌跡

表3　チューニング後の規則テーブル・規格化定数

δ \ θ	NB	NS	ZO	PS	PB
NB	0.0166	0.2659	0.4659	0.8926	1.0926
NS	0.0926	0.1926	0.3926	0.5926	0.7193
ZO	-0.2807	-0.0807	0.0000	0.0807	0.2807
PS	-0.7193	-0.5926	-0.3926	-0.1926	-0.0926
PB	-1.0926	-0.8926	-0.4659	-0.2659	-0.0166

θの規格化定数：22.71

δの規格化定数：37.29

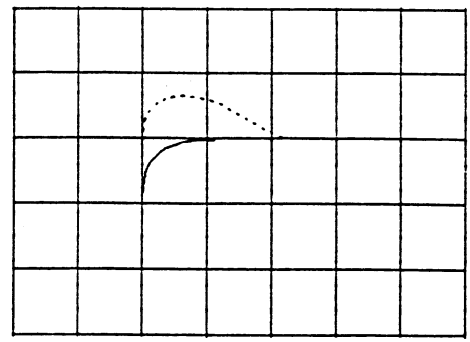


図7　チューニング後の走行軌跡

行軌跡は図6と比較してハンチングがなく、速応性の良い結果となっている。したがって、本論文で提案した自動チューニング手法は、ファジィ推論のチューニング手法として有効であるといえる。

5．おわりに

本論文ではシンプレックス法を用いた自動チューニング手法を提案した。本手法は簡略化ファジィ推論の前件部、および後件部を同時にチューニングできる。また、制御動作を実行し、その結果の評価に応じて再度チューニングを行うため、制御対象の特性が変動する場合にも適用することができる。本手法によりチューニングを行った走行車の舵角制御は、走行軌跡にハンチングがなく、良好な結果となった。

<参考文献>

1)柳下、伊藤、菅野：ファジィ推論の浄水場薬品注入制御への応用、システムと制御 28,10, 597/604,1984
2)安信、宮本、井原：Fuzzy 制御による列車定位置停止制御への応用、システムと制御 19,11, 873/880,1983
3)菅野：ファジィ制御、日刊工業新聞社、1988
4)志水：システム最適化理論、コロナ社、1976
5)市橋、田中：PIDとFUZZYのハイブリッド型コントローラー、第4回ファジィシステムシンポジウム講演論文集（東京,5月30-31日）,97/102,1988
6)水本：ファジィ制御に対する改善法(Ⅱ)、第4回ファジィシステムシンポジウム講演論文集（東京,5月30-31日）,91/96,1988

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

学習機能付きファジィコントローラ
A SELF-LEARNING FUZZY CONTROLLER

＊大西　巍　　＊＊宮内和良　　＊＊田中裕士
Takashi Ohnishi　　Kazuyoshi Miyauchi　　Yuuji Tanaka

＊ 三菱重工業（株）技術本部横浜研究所
＊＊ 菱日技エンジニアリング（株）本牧事業所電算技術部

＊ Mitsubishi Heavy Ind. LTD. Yokohama Reseach & Development Center
＊＊ Ryonichigi Engineering LTD. Honmoku Engineering Division

ABSTRACT; A self-learning controller for dynamic processes, whose control policy is able to develop and improve automatically, is presented in this paper. Two types of learning methods are proposed here ; one is "grobal" learning and the other is "local" one. A series of experiments are described which shows that those methods are effective to stabilize and improve the control characteristics.

1．はじめに

ファジィ制御は、ルールベースのコントローラとして、複雑であいまいなプロセスの制御に広く実用化されるに至っている。ファジィコントローラの調整が自動化できれば、初期調整の簡素化のほか、プラントの変化に応じた適切な自動運転の維持が実現できる。

本報告では上記利点を狙いとして、ファジィコントローラの調整パラメータを自動的に調整する繰返し学習システムの検討結果を述べる。ここでは、1) 制御対象の状態を観測して入力変数の台集合を変更、2) 現在の状態を観測してそのもととなった過去の状態と比較して適用された個々のルールを変更，の２種類の学習方法を検討する。これらの学習は、いずれも被制御対象の動特性と制御パラメータとの関係が定性的に与えられていることを前提とする。一連の数値実験結果、この前提条件のもとにいずれの学習もコントローラの制御性を自動的に改善する機能が確認できた。

この種の学習には、プロセス状態の変化や学習ルールの局部的な誤りに対しても系の発散を常に防止できるロバスト性が要求される。ここでは学習パラメータに対する制御系の動特性についてのケーススタディを行うとともに、学習の誤りによる系の発散防止機能を提示した。

2．学習システムの構成

学習機能付きファジィコントローラは、図1に示すように、a.ファジィ推論部、b.動作評価部、c.ルール修正部、d.学習評価部　の4つの要素より構成される。ファジィ推論部は、通常のファジィコントローラと同様に言語的に表現される制御ルールによりコントローラ出力を推論する部分である。動作評価部は被制御対象の動特性を評価する部分、ルール修正部はこれに基ずき制御ルールを修正・差替える部分、学習評価部は学習の結果を評価して最初に与えた学習により系が不安定になるような場合に学習の方法自体を訂正する部分である。

ここでは、 a. 制御の結果であるプロセスの動特性を観測して、あらかじめ与えられる動特性の評価関数と制御パラメータの定性的な関係から入力変数の台集合を変更する方法 b. プロセスの現在の状態とその原因となった過去の状態よりその時点で適用された個々の制御ルールを評価してこれを修正しそのルールと入替える方法、の2種類を検討する。

a. の方法は制御ルールそのものは変更せず入力変数毎の全体的な利きを調整するものでこの意味でこれを全体的(Global)な学習とよぶことにする。 b. の方法では、ある時点でのプロセス状態が与えられるとき、制御の結果の理想的な状態が既知であることを仮定する。この方法では個々の制御ルールが順次評価され、変更・差替えられていくため局部的(Local) な学習とよぶことにする。

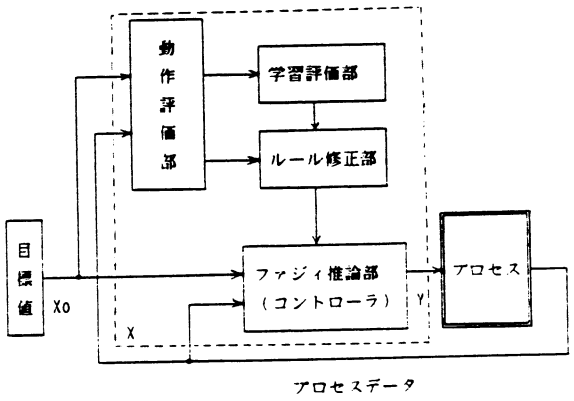


図1．学習機能付きファジィ制御器の構成

3．学習のアルゴリズム

簡単のためファジィコントローラとして、目標値との偏差ｅとその変化速度ｃを入力として操作量ｙを推論する2入力1出力系を考える。

3．1　Globalな学習

サンプリング時点ｊの偏差とその変化速度をそれぞれ　e(jΔT)，c(jΔT)　として、nΔT時間毎のプロセス状態の評価関数Ｚを次式で与える。

$$Z = Z(X, \Psi) \quad \cdots\cdots (1)$$

ただし、$X = \{\sum_{j=1}^{n} e^2 (j\,\Delta T)/n\}^{1/2}$　$\Psi = \{\sum_{j=1}^{n} (T\,\partial\Phi j/\partial t)^2 /n\}^{1/2}$

Φｊ　；時刻 jΔT 時点のベクトル（e(jΔT)，Tc(jΔT)）の回転角

Ｔ　；プロセス時定数

学習はベクトルＺの位置により、ｅ，ｃの台集合 [-a, a] ,[-b, b] をそれぞれ 1/kp, 1/kd 倍拡大することにより変更する。ここでＺの位置と変更割合 1/kp,1/kd　はルールベースにより与えられるものとする。この修正ルールはパラメータ（kp,kd)の変化によるＺの変化を定性的に知ることにより作られる。表1に示す制御ルールを持つ一次遅れとムダ時間を持つプロセスについて、ステップ状外乱に対するＺの変化(n=50)を図2に示す。ここでＺとパラメータの組(kp,kd)とは全単射ではないことに注意を要す。即ち、一般に

は１つのＺに対し複数個の（kp,kd)が存在するから、予め準備された学習ルールは常に正しいとは限らず、従って学習システムには局部的な誤りを許容し訂正する機能が必要となる。学習評価部では、｜Ｚm/Ｚm-1｜(m は学習の回数）が１をこえる場合、Ｚが発散する方向に移行したものとみなしてm-1 回目に適用された学習ルールを変更する等の機能が組込まれている。

表１．制御ルール

c \ e	NB	N	Z	P	PB
NB			PB	P	Z
N		PB	P	Z	N
Z	PB	P	Z	N	NB
P	P	Z	N	NB	
PB	Z	N	NB		

NB;Negative Big　N;Negative　Z;Zero
P;Positive　PB;Positive Big

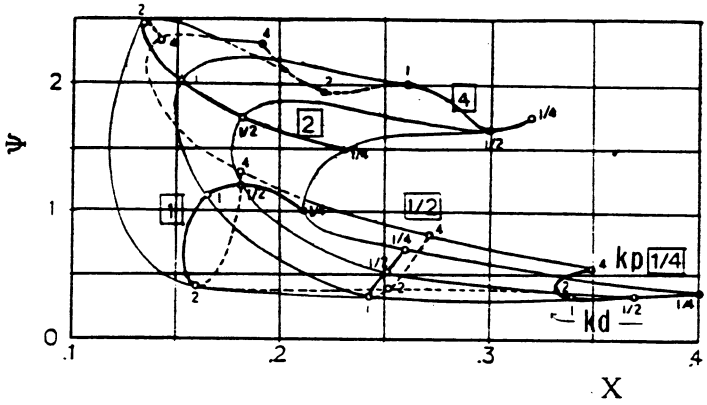


図２．　kp, kd に対する評価関数の変化
（プロセスモデル ；　K exp(-Ls)/ 1+Ts
(K=10, L=2, T=5 ））

３．２　Local な学習

n 時点の状態Ｘn とその原因となった過去の状態Ｘn-j 、この時点で適用された制御ルールをＲ，Ｘn-j による制御出力をＹn-j+1 、プロセスの伝達関数をＧとして、次の推移的関係を仮定する。

$$X_{n-j} \xrightarrow{R_i} Y_{n-j+1} \xrightarrow{G} X_n \quad \cdots\cdots (2)$$

学習はＸn-j に対する望ましい制御結果Ｘnoを与え、実際との偏差　Ｘn －Ｘno　の大きさにより制御ルールＲi をＲi に差替えることにより実施する。新しいルールの集合Ｒ′は元のルールの集合をＲとして

$$R' = (R \cap \bar{R}i) \cup R'i \quad \cdots\cdots (3)$$

の論理により作られる。[1]

先の２入力１出力系では、Ｘ＝（ｅ，ｃ）として、偏差ｅのｊ時間後の変化量Δｅ。が経験的に与えられるものとする。実際の変化量をΔｅとして、偏差δ＝Δｅ－Δｅ。に対して言語的な記述；If　δ　is　Ek, then φ　is　Fk （Ek,Fk はファジィ変数）により修正量φを求め、

$$h(y) \longrightarrow h(y - k\phi) \quad \cdots\cdots (4)$$

により制御ルールの後件部を差替える。ただし、ｈ（ｙ）は制御ルール後件部のメンバーシップ関数、ｋは学習の大きさ（程度）を表す定数である。以上の操作は学習が収斂するまでサンプリング間隔毎に実行される。

プロセスに与えられる外乱がランダムであり、時間的にも量的にも測定できない場合には、同じ原因に対して同じ結果を観測できるとは限らない。このような場合にはプロセスの状態変化がエルゴート的と見なすことのできる十分大きな時間Ｔ。をとり、この時間間隔内での修正量φを各制御ルール毎に平均化して修正量とする。

４．検　　討

ここでは１次遅れとムダ時間要素で表されるプロセスを想定し、２入力１出力のファジィコントローラの学習について、前項の２つの方法を検討する。

４．１　Globalな学習

制御ルールを表１とする。ここでステップ状の目標値変更に対する入力変数の台集合の大小と評価関数Ｚの要素Ｘ、Ψとの定性的関係が図２により与えられるものとする。ただし kp=1,kd=1での評価関数を系の望ましい状態とする。図２より、表２の様な学習ルールが作成される。（kp,kd)の種々の初期値に対する学習による収斂状況を図３示す。この学習状況は次の３種類に分類できる。収斂の効率は評価関数とパラメータとの関係、学習ルールの適確さに依存する。

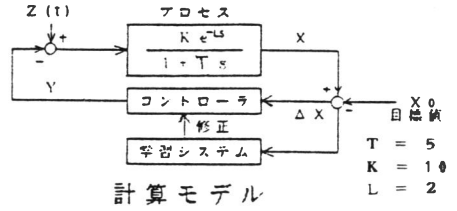
ａ．比較的速やかに Target Zone　に到達する場合（case ３，６，８）

ｂ．一旦 Target zone　と異なる方向に移動して、その後ａ．ｃと同じ方向より Target Zone に到達する場合（case １，２）

ｃ．Target Zone に向かって移動するが、その移動量が小さく学習回数を比較的多く要する場合（case ７，９）

表２の学習ルールで（Ｘ，Ψ）＝（Ｂ，Ｓ）のときの（kp,kd)を（Ｐ，Ｚ）から（Ｐ，Ｐ）に変更したときの学習評価部の効果を図４に示す。学習評価部無し場合、誤った学習（Ｐ，Ｐ）により系が振動的になっていくのに対して、有りの場合、系の発散傾向を検出して後件部の一方のファジィ変数を反転させ数回の学習で収斂させる。

同様な学習方法で確率過程的な外乱下での学習過程の例を図５に示した。この場合学習の間隔は外乱の変動周期（t=5)より十分大きくとる必要があり計算例ではこの40倍にとっている。計算結果から、プロセス特性の変化がある場合も学習により系の変動を改善する効果が認められる。都市ごみ焼却炉の燃焼系[2]のように外乱の大きさやその周波数成分がランダムでありかつこれらが測定不能な制御対象では、現象のエルゴート性が仮定できる十分大きな時間間隔に学習間隔を選定すればよい。



計算モデル

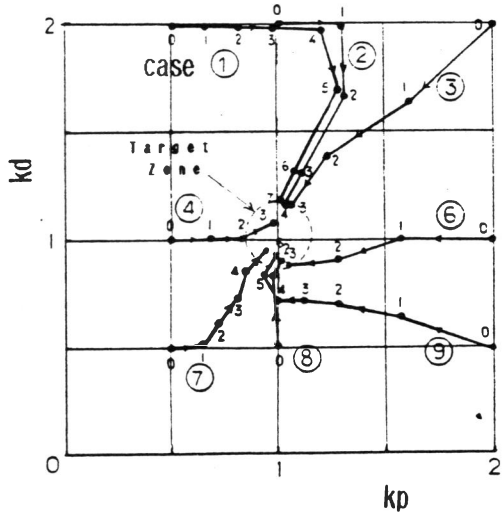


図３．学習によるパラメータの収斂状況
（図中の数字は学習回数を示す）

表２．学習ルール

Ψ＼X	S	M	B
S	Z／N	P／Z	P／Z
M	Z／N	HOLD	Z／P
B	N／N	N／Z	N／P

B;Big　M;MEDIUM　S;Small

注；表中のファジィ変数上段はkp，下段はkdの台集合幅の縮小率を表す

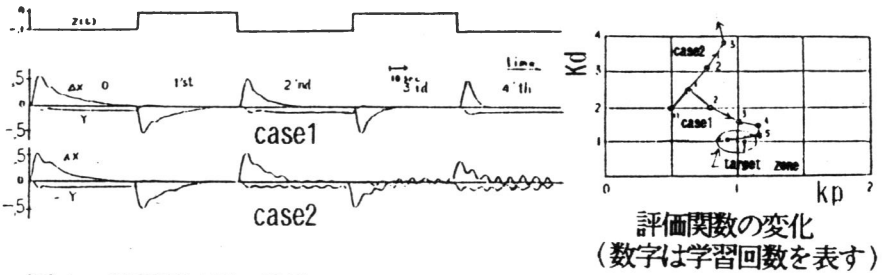


図４．学習評価部の効果　（case1;学習評価部を働かせる場合
case2;　　同　　働かせない場合）

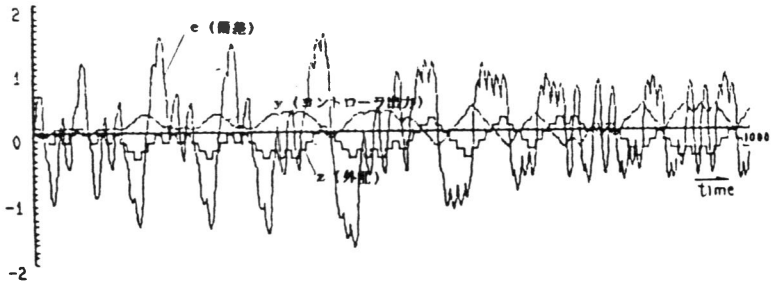


図５．確率過程的な外乱下での学習状況（初期値 (kp,kd)=(.25,.25)）

４．２　local な学習

学習による制御特性の変化は、プロセス特性のほか、主として状態量Ｘn-j から理想的な状態Ｘnoを決定する評価関数の形、原因と結果を結ぶ時間間隔ｊ、１回１回の学習による修正量の大きさｋなどにより左右される。ステップ状の外乱に対するこの状況を図６、図７に示す。これらの学習では初期状態では制御ルールの後件部を全てＺ（zero）としている。図７の例に見られるように学習パラメータが不適切な場合、系が振動的になることもある。ｊとｋに対する学習が安定する範囲を図８に示した。

評価関数の選び方により、目標値より離れたところでは制御動作を強くし、目標値近くでは振動を防ぐためダンピングを効かすような非線形な特性を持たすことができる。遅れ時間ｊをプロセスのムダ時間より若干大きめに選択することにより、適切な学習が得られる。また、過大なｋの値により　学習が発散する傾向となる。

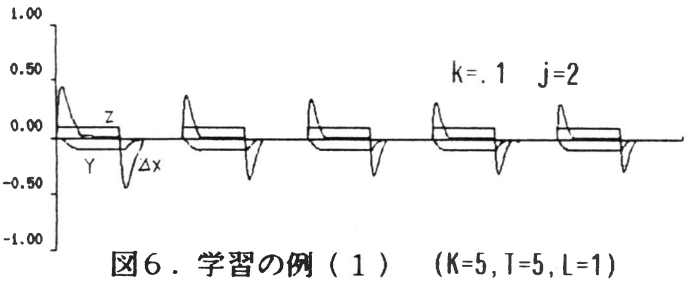


図６．学習の例（１）　(K=5,T=5,L=1)

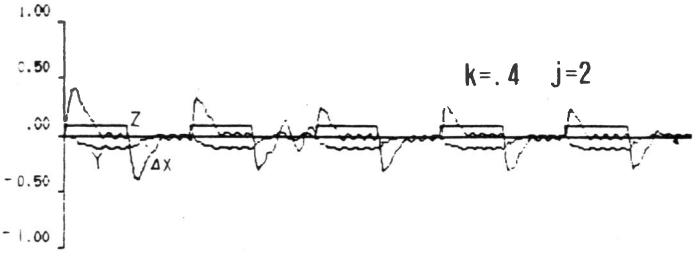


図７．学習の例（２）　(K=5,T=5,L=2)

確率過程的に変化する外乱を与えた場合の学習効果を、図９に示した。この場合も同様に数回の学習により目標値との偏差が小さくなっていく様子が観察できる。

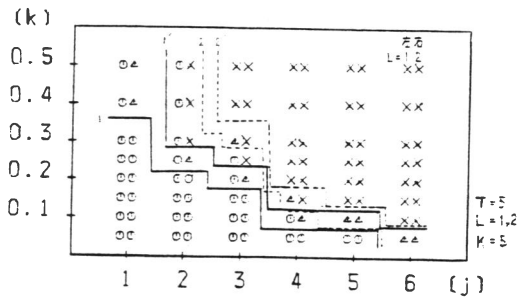


図８．学習パラメータによる学習の安定範囲
（○；安定，Δ；やや安定，ｘ；不安定）

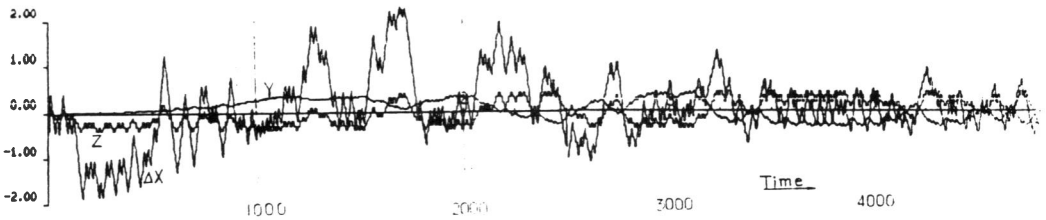


図９．確率過程的な外乱下での学習状況

５．おわりに

入力変数の台集合の幅を変更する "Grobal" な方法と、原因と結果の状態量を比較して個々の制御ルールを修正する "Local"な方法の２種類の学習を検討した。これらは単独または組合わせてファジィコントローラに付加することができる。いずれの学習もプロセスの動特性と制御パラメータの関連についての知識や、調整方法についての知識を前提とする「ルールベース」のシステムとして適用可能と考えられる。具体的な学習の方法や学習による発散防止の機能は、実用段階では対象とするプラント固有の問題に帰する部分が多く、本検討をベースに今後実際のプラントのファジィ制御システムへの適用を計っていく予定である。

［参考文献］

1) T.J.Procky, E.H.Mamdani "A linguistic self organizing process controller" Automatica Vol.15, pp15/30 1978.5

2) Ohnishi T., Ono H. " Combustion control of refuse incineration plant by fuzzy logic" Preprint of 2nd IFSA pp345/348 1987.7

自己調整ファジィ制御装置の設計

A Design of Self-Tuning Fuzzy Controller

前田幹夫*, 村上周太*, 山崎久代**
Mikio Maeda*, Shuta Murakami*, Hisayo Yamasaki**

* 九州工業大学工学部
* Kyushu Institute of Technology
** 松下電器産業（株）
** Matsushita Electric Industrial Co., LTD

ABSTRACT

In this paper, the self-tuning method of the fuzzy controller is described. The self-tuning rules are constructed with two rule sets which are the repeated adjusting rule and the realtime adjusting rule. Finally, the usefulness of this method is discussed by the control simulations.

1．はじめに

著者らは以前，塚本の間接推論法を用いたファジィ制御装置のパラメータを，学習則によって自動的に調整する自己調整ファジィコントローラの設計を行った[1]．今回は，制御ルールの条件部の変数が多変数であり，これらの変数のあいまいラベルの組合せによって制御則の条件部が構成されるようなファジィ制御装置のチューニングの方法を提案する．具体的には，ファジィ制御装置の入出力値を規格化するスケールファクタ[2,3]の学習による調整，ならびに制御ルールの結論部の学習による修正を行う．これらの学習とは，制御応答の実時間評価，制御結果の制御性能評価により，制御装置のチューニングを自動的に行う学習である．そして，この自己調整ファジィ制御装置を用いた制御シミュレーションで，この装置の有効性を示す．

2．ファジィ制御装置

ファジィ制御装置は，次のような２７個の制御則で構成されている．この制御則は，前件部変数として，制御偏差，制御偏差の一階差分（１サンプリング時間間隔における制御偏差の変化分），制御偏差の二階差分をとり，後件部変数として，操作量の一階差分をとっている．

LCR 1 : If e_k is N, Δe_k is P, $\Delta^2 e_k$ is N then Δu_k is NB
LCR 2 : If e_k is N, Δe_k is P, $\Delta^2 e_k$ is Z then Δu_k is NB
LCR 3 : If e_k is N, Δe_k is P, $\Delta^2 e_k$ is P then Δu_k is NM
: : :
LCR25 : If e_k is Z, Δe_k is P, $\Delta^2 e_k$ is N then Δu_k is PM
LCR26 : If e_k is Z, Δe_k is P, $\Delta^2 e_k$ is Z then Δu_k is PB
LCR27 : If e_k is Z, Δe_k is P, $\Delta^2 e_k$ is P then Δu_k is PB

ただし，kサンプリング時点に対して，

$$e_k = r - y_k, \qquad \Delta e_k = e_k - e_{k-1}$$
$$\Delta^2 e_k = \Delta e_k - \Delta e_{k-1}, \qquad \Delta u_k = u_k - u_{k-1}$$

N : negative, Z : zero, P : positive

PB : positive big, PM : positive medium, PS : positve small,

ZE : zero, NS : negative small, NM : negative medium, NB : negative big

r : 目標値, y_k : 制御量

e_k：制御偏差，　Δe_k：制御偏差の一階差分，　$\Delta^2 e_k$：制御偏差の二階差分

Δu_k：操作量u_kの一階差分

表2.1にすべての制御ルールを示す．但し，時刻kは省略する．

表2.1　制御ルール

e is N

Δu		$\Delta^2 e$		
		N	Z	P
Δe	N	NB	NB	NM
	Z	NB	NM	NS
	P	NM	NS	ZE

e is Z

Δu		$\Delta^2 e$		
		N	Z	P
Δe	N	NM	NS	ZE
	Z	NS	ZE	PS
	P	ZE	PS	PM

e is P

Δu		$\Delta^2 e$		
		N	Z	P
Δe	N	ZE	PS	PM
	Z	PS	PM	PB
	P	PM	PB	PB

ルールにおいてファジィラベルの分割数は，前件部は3分割，後件部は7分割である．このメンバーシップ関数は，それぞれ図2.1,図2.2 に示される．ここで，後件部のメンバシップ関数は，ファジィラベルB_i(i=1～7)を実数値b_iに置き換えたものといえる．すなわち，メンバーシップ関数$\mu_{Bi}(y)$は，$y=b_i$の時1で，他は0となる．また，前件部，後件部ともファジィ集合の台集合は，区間[-1,1]に規格化してある．

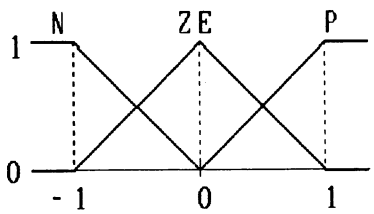


図2.1 前件部のメンバーシップ関数μ_{Ai}.

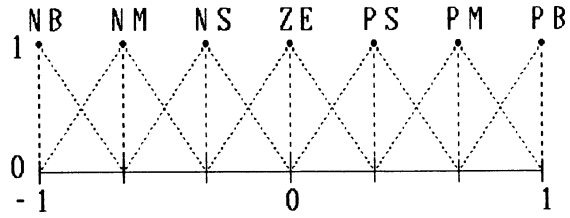


図2.2 後件部のメンバーシップ関数μ_{Bi}

いま，ファジィ制御装置の入力である e，Δe，$\Delta^2 e$の非ファジィ情報が与えられると，出力Δuの非ファジィ値は，式(2.1)のように推論される[1,4]．

$$\Delta u = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot b_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \qquad (2.1)$$

ただし，　$w_i = \mu_{Ai1}(e) \wedge \mu_{Ai2}(\Delta e) \wedge \mu_{Ai3}(\Delta^2 e)$　　(2.2)

であり，前件部の適合度を表している．

3．学習による制御装置の自己調整

3.1 自己調整の概要

自己調整ファジィ制御装置は，ある程度の制御知識を与えておくと，制御結果あるいは制御の途中結果から，学習則によってスケーリングファクタの調整と制御ルールの結論部を修正して，制御則の再構成を行う．この２つの学習機能，スケーリングファクタ調整とルール修正は同時には行わ

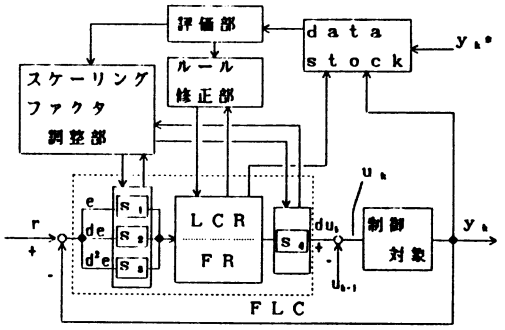


図3.1 自己調整ファジィ制御装置

れず，スケーリングファクタ調整終了後，ルール修正が行われる．まず，大まかに目標の応答に近づけることを目標として，制御終了後に，制御応答の結果からスケーリングファクタの調整が行なわれる．ある程度まで目標の応答に近づいたらスケーリングファクタ調整は終了する．ルール修正は，実時間，つまり制御応答が観測されたサンプル時点で，ファジィ制御装置の制御ルールの結論部を修正して，目標の応答を得ようとするものである．自己調整ファジィ制御装置の構成を図3.1に示す．

3.2 スケーリングファクタ調整

スケーリングファクタ調整は，制御が終了した時点での，制御結果の評価によって，ファジィ制御装置のスケーリングファクタ，すなわち実際の測定値をファジィ集合の規格化された台集合に写象する規格化定数を修正する．

制御結果の評価としては，図3.2に示すような古典的制御性能に準じた評価基準，つまり，オーバーシュート(overshoot)，目標到達時間(reaching time)，振幅(amplitude)を考える．

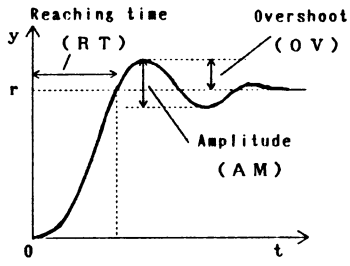


図3.2　制御結果の評価

このファジィ制御装置は，ファジィ集合の台集合を区間[-1,1]に規格化してある．したがって，ファジィ制御装置の入力である前件部変数e，Δe，$\Delta^2 e$の区間$[-a_1, a_1][-a_2, a_2][-a_3, a_3]$と出力である後件部変数$\Delta u$の区間[-b,b]は，スケーリングをほどこすことによって区間[-1,1]に規格化される．このとき用いられるスケーリングファクタを調整するルールが，著者らの経験やファジィ制御装置がＰＩＤ制御装置に類似していることから，表3.1のように得られる．

ここで，表中のe_{OU}, e_{RT}, e_{AM}は，

$$e_{OU} = OV - OV^*$$
$$e_{RT} = RT - RT^* \qquad (3.1)$$
$$e_{AM} = AM - AM^*$$

ただし，

OV, OV*：オーバーシュートの実際値と目標値

RT, RT*：目標到達時間の実際値と目標値

AM, AM*：振幅の実際値と目標値

通常は，OV*，AM*は，0とされる．

表3.1　スケーリングファクタ調整ルール

Antecedent Performance		Consequent Δa_1	Δa_2	Δa_3	Δb
e_{OU}	N_{e1}	NB_{a11}	PS_{a12}	PS_{a13}	PB_{b1}
	P_{e1}	PB_{a11}	NS_{a12}	NS_{a13}	NB_{b1}
e_{RT}	N_{e2}	PB_{a21}	NB_{a22}	NB_{a23}	NB_{b2}
	P_{e2}	NB_{a21}	PB_{a22}	PB_{a23}	PB_{b2}
e_{AM}	P_{e3}	PB_{a31}	NB_{a32}	NB_{a33}	NB_{b3}

制御結果を表3.1の調整規則に適用し，簡略推論を行うことにより，パラメータ修正量Δa_i(i=1,2,3)，Δbが得られる．そして，制御装置のパラメータa_i(i=1,2,3)，b は，次式により修正される．

$$a_i^{NEW} = a_i^{OLD} + (1-FP)\cdot \Delta a_i \qquad (i=1,2,3)$$
$$b^{NEW} = b^{OLD} + (1-FP)\cdot \Delta b \qquad (3.2)$$

ただし，FPは式(3.3)で表される制御応答の評価値であり，μ_{OU}，μ_{RT}，μ_{AM}はそれぞれ，オーバーシュート，到達時間，振幅に対する良さの度合を表すメンバーシップ値である．

$$FP \triangleq \min\{\mu_{OU}(e_{OU}),\ \mu_{RT}(e_{RT}),\ \mu_{AM}(e_{AM})\} \qquad (3.3)$$

修正されたa_i(i=1,2,3)とbより，スケーリングファクタが決まる．そして，ほぼ良い応答が得られたとき，スケーリングファクタ調整は終わる．また，何回もこの調整を続けても，

あまりよい結果は望めないので3回調整を行うと自動的にルール修正に移ることにしている.

3.3 制御ルールの修正

ルール修正では，調整されたスケーリングファクタを用いて，制御応答が観測されたサンプル時点で，制御応答(y_k)を目標応答(y_k^*)に一致させるために，現在の制御状態に影響があると考えられる現在のサンプル時点kよりmサンプル前に用いたの制御ルールの後件部を実時間で修正する.

制御ルールの後件部は，簡略推論を用いるため，実数値b_iをとる．制御ルールの修正は，後件部の実数値b_iの値を各ルールごとに増減させることにより行う．また，各サンプル時点において，最も適した操作量を出力させるため，実時間でルール修正，つまりb_iの微調整を行う.

目標応答に対して制御応答がどうなっているかのパターンは，図3.3に示す9つを考える.

例えば，図3.3(1)から，「mサンプル前に，応答偏差は負で，現時点でも応答偏差は負で，応答偏差は大きくなっているので，mサンプル前の操作量が多すぎたということであり，mサンプル前の推論に用いた制御ルールの後件部の値を大きく減少させなければならない.」ということがわかる．これを修正ルールに直すと，時刻kにおいて，

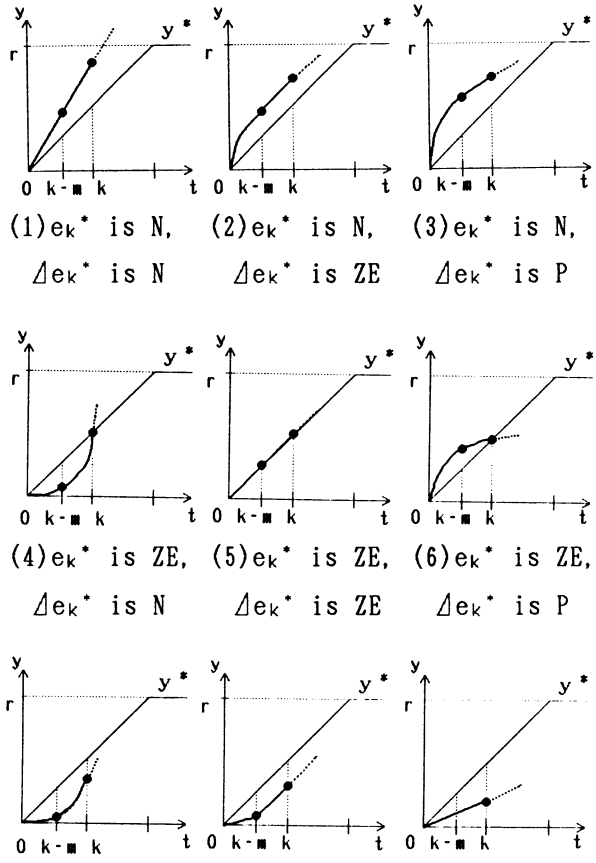


図3.3　実時間応答パターン

If e_k^* is N, Δe_k^* is N then Δb_i is NB

と表せる．ここで，

$e_k^* = y^* - y_k$,　　$\Delta e_k^* = e_k^* - e_{k-m}^*$

Δb_i：i番目のルールの後件部の値b_iの修正分

e_k^*：応答偏差

y_k^*：目標応答,　y_k ：制御応答

Δe_k^*：mサンプル間の応答偏差の変化分

である．同様にして，すべてのパターンの修正ルールを表3.2に示す.

表3.2　制御ルールの修正規則

	Antecedent		Consequent
	e_k^*	Δe_k^*	Δb_i
(1)	N	N	NB
(2)	N	Z	NM
(3)	N	P	NS
(4)	Z	N	NS
(5)	Z	Z	ZE
(6)	Z	P	PS
(7)	P	N	PS
(8)	P	Z	PM
(9)	P	P	PB

制御ルールの後件部の値b_iは，mサンプリング前に操作量算出のため用いられたすべてのルールに対して，現時点kで式(3.4)によって修正される.

$$b_i^{NEW} = b_i^{OLD} + \Delta b_i \cdot w_i^{(k-m)} \qquad (3.4)$$

ここで，$w_i^{(k-m)}$：(k-m)時点のi番目のルールの適合度

b_i^{OLD}　：(k-m)時点で使用されたルールの後件部の値

b_i^{NEW}　：b_i^{OLD}の修正後の値である．

そして，ルール修正を行いながらの制御を終了した後に，制御応答の評価を行い，次式を満たしていたならば学習を終了する．

$$FP \geqq \theta \qquad \theta \in [0,1] \qquad (3.5)$$

ただし，θは学習終了基準定数である．

したがって，学習終了後のルールを記憶しておいて，次回からは，そのルールから実時間調整を開始して制御を行なえばよい．

4．シミュレーション

自己調整ファジィ制御装置による制御シミュレーションを３つの制御対象に対して行う．式(4.1)は制御対象の数学モデル(２次遅れ系)である．

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = -ax_2(t)-bx_1(t)+cu(t-L), \qquad (4.1)$$

ここで，x_1：制御量，$u(t-L)$：操作量，L：むだ時間　である．

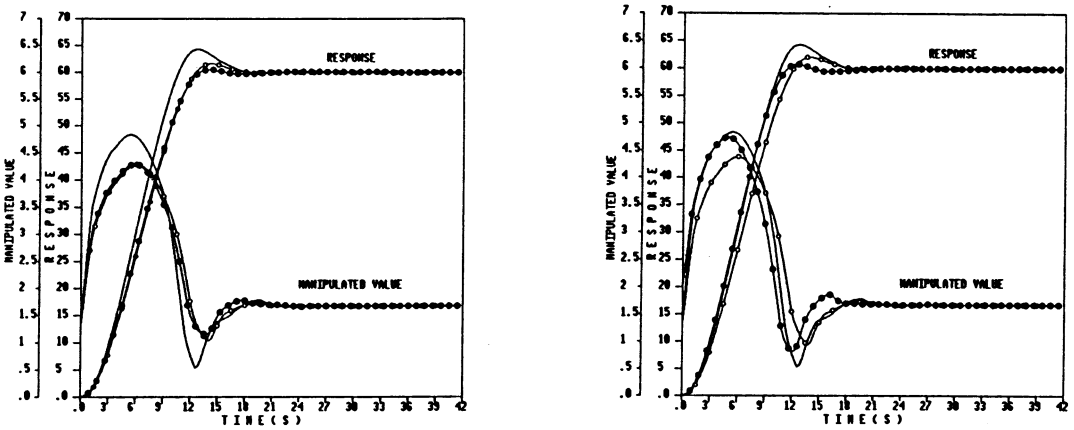
式(4.1)において，各モデルを記述する定数a,b,cを次のⅰ)，ⅱ)，ⅲ)に示す．

ⅰ) モデル1 ： a=0.638,　b=0.034,　c=1.228,　L=0

ⅱ) モデル2 ： a=0.0994, b=0.0064, c=0.2310, L=1

ⅲ) モデル3 ： a=0.40,　b=0.54,　c=19.54,　L=0

これらすべての系は安定系であるが，モデル3の系は減衰振動系でもある．



(1)目標到達時間:13.0秒　　(2)目標到達時間:11.0秒

スケーリングファクタ調整終了　∘ 印　(1)２回目　(2)３回目

学習終了　　• 印　(1)４回目　(2)８回目

図4.1　モデル1の制御結果

図4.1はモデル1の制御結果である．実線は学習のないファジィ制御装置(normal)で制御した結果である．∘印はスケーリングファクタ調整終了時の結果であり，• 印はルール修正を行い，すなわち目標の応答を得て学習を終了したときの応答である．また，目標到達

時間を図4.1(1)では，13.0秒，図4.1(2)では，11.0秒としている．学習のないファジィ制御による応答の到達時間は，10.8秒である．表4.1に学習前後のスケーリングファクタ，表4.2に学習前後のルールテーブルを示す．

表4.1　学習前後のスケーリングファクタ

	学習前	(1)学習後	(2)学習後
e	[-60.0, 60.0]	[-61.7, 61.7]	[-61.5, 61.5]
Δe	[-0.90, 0.90]	[-0.82, 0.82]	[-0.85, 0.85]
Δ^2e	[-0.50, 0.50]	[-0.46, 0.46]	[-0.47, 0.47]
Δu	[-1.50, 1.50]	[-1.33, 1.33]	[-1.35, 1.35]

表4.2　学習前後のルールテーブル

学習前

e is N

Δu		Δ^2e N	Δ^2e Z	Δ^2e P
Δe	N	-1.000	-1.000	-0.667
	Z	-1.000	-0.667	-0.333
	P	-0.667	-0.333	0.000

e is Z

Δu		Δ^2e N	Δ^2e Z	Δ^2e P
Δe	N	-0.667	-0.333	0.000
	Z	-0.333	0.000	0.333
	P	0.000	0.333	0.667

e is P

Δu		Δ^2e N	Δ^2e Z	Δ^2e P
Δe	N	0.000	0.333	0.667
	Z	0.333	0.667	1.000
	P	0.667	1.000	1.000

(1)学習後

e is N

Δu		Δ^2e N	Δ^2e Z	Δ^2e P
Δe	N	-1.000	-1.000	-0.667
	Z	-1.000	-0.667	-0.333
	P	-0.666	-0.333	0.000

e is Z

Δu		Δ^2e N	Δ^2e Z	Δ^2e P
Δe	N	-0.665	-0.367	0.000
	Z	-0.332	0.000	0.334
	P	0.000	0.334	0.670

e is P

Δu		Δ^2e N	Δ^2e Z	Δ^2e P
Δe	N	0.010	0.339	0.663
	Z	0.347	0.677	1.000
	P	0.667	1.000	1.105

(2)学習後

e is N

Δu		Δ^2e N	Δ^2e Z	Δ^2e P
Δe	N	-1.000	-1.000	-0.666
	Z	-1.000	-0.666	-0.333
	P	-0.667	-0.333	0.000

e is Z

Δu		Δ^2e N	Δ^2e Z	Δ^2e P
Δe	N	-0.649	-0.444	0.017
	Z	-0.330	0.000	0.338
	P	0.000	0.335	0.680

e is P

Δu		Δ^2e N	Δ^2e Z	Δ^2e P
Δe	N	0.056	0.387	0.651
	Z	0.377	0.697	1.000
	P	0.667	1.000	1.500

5．あとがき

ファジィ制御装置のチューニングを自動的に行う自己調整ファジィ制御装置を構成した．この自己調整ファジィコントローラは，学習機能として，スケーリングファクタ調整則と制御ルール修正則を持つものである．そして，その有効性を確かめるために制御シミュレーションを行った．その結果，この自己調整ファジィコントローラは，ほぼ目標の応答を得ることができた．したがって，スケーリングファクタ調整則と制御ルール修正則は，有効であるといえる．また，この自己調整ファジィコントローラは，目標到達時間を設定することができ，それをほぼ満たす応答をするように制御できる．

参考文献

1)前田幹夫，村上周太：”自己調整ファジィコントローラ”，計測自動制御学会論文集，**24**-2，191/197(1988)

2)山崎　束，菅野　道夫：”自動学習ファジィコントローラ”，計測自動制御学会論文集，**20**-8，720/726(1984)

3)丹治　順一，木下　光夫：”外乱に対して安定な学習機能をもつファジィコントローラ”，計測自動制御学会論文集，**23**-12，1296/1303(1987)

4)前田幹夫，村上譲司，村上　周太：”Fuzzy Logic コントローラの設計”，九州工業大学研究報告（工学），No49，43/51(1984)

ファジィ推論を用いた物体の動きの予測

Prediction of the Motion of an Object Based on Fuzzy Inference

立松岳史*、　室伏俊明**、　菅野道夫**
Takeshi TATEMATSU, Tosiaki MUROFUSHI, Michio SUGENO

*東京ガス（株）　**東京工業大学
Tokyo Gas CO.,LTD.　Tokyo Institute of Technology

Abstract

This paper deals construction of a model for prediction of the motion of an object in three dimensional space. The motion of an object is restricted that of a ball which is throw out and the prediction is the final point of the ball. Informations of the ball is gotton from two TV-cameras, and they become inputs of the model. The model consists of three parts such as coordinate tranceformation, inference and modification of inference. This model is constructed using real datas of the ball.

1．はじめに

人間は日常生活において移動物体に対して様々な予測を行なうが、その予測は目に入ってくる情報から必要な特徴量を取り込み、過去の経験と照らし合わせることで行なっている。また予測と実際の結果を経験に取り込むこともある。移動物体の予測の一例として、本研究では物体の動きを３次元空間でのボールの放物運動に限定し、その落下地点を推論するモデルを構成した。

一般に線形モデルによるボールの運動の記述は、ボールが非線形性を持てば難しいものとなる。また計測誤差などの影響を除去するのも大変である。線形モデルの難点は特に、得られた２次元平面のボールの情報を処理することである。そこで本研究ではこの問題への対策としてファジィモデル化を行なった。これにより推論部の入力変数のための入力情報の変換は、対象の特徴量を失わなければ簡単な座標変換でよく、厳密なキャリブレーションも不要となった。ここで座標変換で得られた物体の位置、速度は３次元空間での実際の値ではなく、その特徴量を表わすものである。

また本研究では上記のモデルを実際に発砲スチロール製のボールの放物運動のデータを用いて構築し、ルールの構築される過程と推論結果、推論方法の比較について考察を行い、モデルの妥当性とファジィ理論を用いた推論ルールの利点を示した。

2．実験系

実験系はボールの状態を取り入れるための２つのテレビカメラおよびその記録用ＶＴＲ、データ取り出し用フレームメモリ、およびボール、ボールの打ち出し装置より構成される。

いま２台のテレビカメラが Fig.1のように、３次元空間に配置されている場合、ボールの映像は左右それぞれのカメラのファインダー平面上にその像を結ぶ。

これによって、３次元空間上のボールの位置　**P**（ｘ，ｙ，ｚ）は左右のカメラそれぞれのファインダー上の位置　$\mathbf{C}_R$（ℓ_{RH}，ℓ_{RU}）、$\mathbf{C}_L$（ℓ_{LH}，ℓ_{LU}）に変換される。

カメラのファインダー上の画像から実際の位置を求めるためには、平面から空間への逆変換が必要となる。これはかなりの計算量が予想される。またボールの軌道を計算する場合でも、近似的に位置の間をスプライン等で補間して求める必要がある。このためこれよりボールの落下地点を求めるのは大変であるし、カメラの計測等によるノイズ等の影響を考えると難しいものになる。そこで本研究では次のような変換を行う。

3．入力変数の変換（入力空間）とルールベース

Fig.1の下では、カメラのファインダー上でのボールの情報としては、

左カメラ上でのボール位置（ℓ_{LH}，ℓ_{LU}）
速度（v_{LH}，v_{LU}）
右カメラ上でのボール位置（ℓ_{RH}，ℓ_{RU}）
速度（v_{RH}，v_{RU}）

ℓ_{LH}，ℓ_{LU}：左カメラ上でのボールの水平、鉛直座標
ℓ_{RH}，ℓ_{RU}：右カメラ上でのボールの水平、鉛直座標
v_{LH}，v_{LU}：左カメラ上でのボールの水平、鉛直座標
v_{RH}，v_{RU}：右カメラ上でのボールの水平、鉛直座標

の８個のデータ（ℓ_{LH}，ℓ_{LU}，ℓ_{RH}，ℓ_{RU}，v_{LH}，v_{LU}，v_{RH}，v_{RU}）が入力変数として存在する。しかしながら、これらの８個の入力データをそのまま推論部の入力とすることは、入力空間が８次元になってしまい、実際にルールベースを作ることが困難である。

そこで、本研究ではボールの落下地点（X_0，Y_0）の推定値（$\underline{X}$，$\underline{Y}$）は次のように求める。

$$\underline{X} = \underline{Xp} + \underline{dX} \quad (1)$$

$$\underline{Y} = \underline{Yp} + \underline{dY} \quad (2)$$

$\underline{Xp}$：現在のボールのｘ座標の推定値
$\underline{Yp}$：現在のボールのｙ座標の推定値
$\underline{dX}$：現在のボールのｘ座標の推定値から落下地点までの推定距離
$\underline{dY}$：現在のボールのｙ座標の推定値から落下地点までの推定距離

ここで現在のボールのｘ座標の推定値$\underline{X_0}$のみは簡単な三角関数の演算により近似的に次のように求める。そして次のような$\underline{X_0}$を距離の一指標と考える。

$$\underline{X_0} = \frac{2\ell}{1/\tan(\theta-\alpha) + 1/\tan(\theta-\beta)} \quad (3)$$

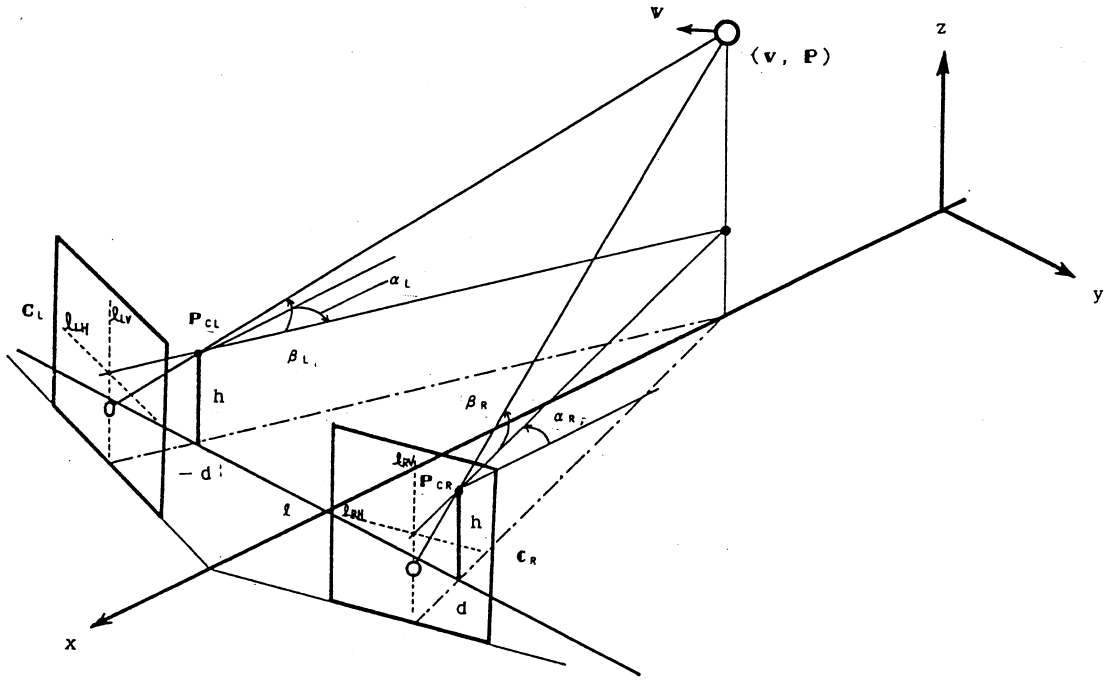


Fig.1実験系

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{\ell_{RH}}{f_H} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\ell_{RH}}{f_L} \qquad (4)$$

ここで

f_H：カメラの水平焦点距離

f_L：カメラの垂直

ℓ ：カメラ間距離

これより式(1)(2)における各パラメータは次のように表わされる。

$$\underline{Xp} = (\ell_{LH} - \ell_{RH}) / 2 \times \underline{xo} \times k_1 \qquad (5)$$

$$\underline{Yp} = (\ell_{LH} + \ell_{RH}) / 2 \times \underline{xo} \times k_2 \qquad (6)$$

$$\underline{Zp} = (\ell_{LU} + \ell_{RU}) / 2 \times \underline{xo} \times k_3 \qquad (7)$$

$$\underline{Vx} = \Delta \underline{Xp} / \Delta t \qquad (8)$$

$$\underline{Vy} = \Delta \underline{Yp} / \Delta t \qquad (9)$$

$$\underline{Vz} = \Delta \underline{Zp} / \Delta t \qquad (10)$$

Δt：サンプリングタイム

k1、k2、k3：修正ゲイン

以上により推論のための入力空間は次のようになる。

Xの推定　　Ix：Zp × Vz × Vx

Yの推定　　Iy：Zp × Vz × Vy

× は直積

ここで各変数の意味付けとしては次のようになる。

Xp, Yp, Zp：

変換された座標でのボールのX，Y，Z軸方向の位置

Vx, Vy, Vz：

変換された座標でのボールのX，Y，Z軸方向の速度

また出力空間は

Ox：dX

Oy：dY

である。ここでdX，dYの意味付けは次のようになる。

dX, dY：Xp, Yp からボールの落下地点のX、Y座標X_0、Y_0までの推論値

ボールの落下点を推論するためのi番目のルールは次のようになる。

if (Zp is Ai and Vz is Bi and Vx is Ci)
then dX is Di　　(11)

i = 1, …, n

ここで

Zp, Vz, Vx は推論入力

dX は推論出力

Ai, Bi, Ci, Di はそれぞれ

Zp, Vz, Vx, dX の状態を規定するあいまいラベル

Yについての推論ルールも同様である。

4．推論方法

推論としては（X, Y）が必要であるが、ここではXの推定のみの説明だけ行なう。Yの推論方法もXの推論方法と全く同様である。

推定ルールについて入力変数 Zpの変域を次のようにそれぞれ3つにファジィ分割する。

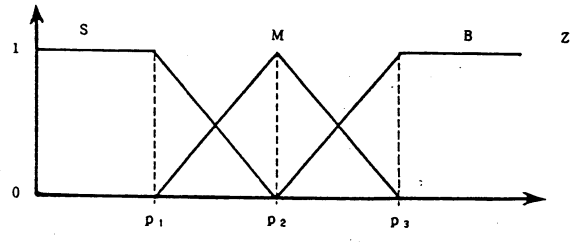


fig.2 ファジィ分割

Vz、Vxについても同様である。ここでそれぞれのあいまいラベルは次に示すとうりである。

Zp：Small, Midium, Big
Vz：Negative, Zero, Positive
Vx：Negative, Zero, Positive

これにより Ix、Iy はそれぞれ $3^3 = 27$ のファジィ部分空間に分割される。

推論ルールは、前件部がこの入力空間すべてを含むように作成される。
すなわち、

ルール1
if (Zp is S and Vz is N and Vy is N)
then dX is D1 (12)
:
:
ルール27
if (Zp is B and Vz is P and Vy is P)
then dX is D27 (13)

である。
ここでZp, Vz, Vy はシングルトンであり、dXはファジィ集合である。

ある時刻tにおける入力変数zp(t)∈Zp、vz(t)∈Vz、vy(t)∈Vyを得たとき、これに対するルールiの前件部の満たし度合をωiとすると時刻tにおけるi番目のルールによる推論結果$\tilde{D}i$(t, dX)は次のように求められる。

$$\tilde{D}i(t, dX) = \omega i \wedge Di(dX) \quad (14)$$

ここで∧は min 演算

全体の推論結果$\hat{D}$(t, dX)は次のように生成なる。

$$\hat{D}(t, dX) = \bigvee_{i=1}^{27} \tilde{D}i(t, dX) \quad (15)$$

ここで∨は max 演算

実際の出力は、この全体推論結果D(t, dX)の非ファジィ化を行い、シングルトンの値として得る。すなわち、時刻tにおける推論部出力dx(t)は式(16)のようにかける。

$$dx(t) = g(\hat{D}(t, dX)) \quad (16)$$

g(・)：重心を求める関数

これにより時刻tにおける推論結果x(t)∈Xは式(17)のようにかける。

$$x(t) = xp(t) + dx(t) \quad (17)$$

この推論法に基づいて行なう計算機シミュレーションでは、上記の計算を離散化して行なっている。これは、山川 [1]の提案したファジィエンジンと類似しているため、ハードウェア的にも再現可能なものである。

5．推論ルール修正のためのアルゴリズム

5・1 前件部修正

前件部における修正の目標は次のようなものである。

「どのルールも均一に使われるようにする。」

この条件を満たすように前件部のファジィ分割を修正する。

またこの修正においてルール修正部はそれぞれの入力変数に対してn₀個の history buffer を持つものとする。これにより過去に入って来た入力変数をそれぞれn₀個まで蓄えておくものとする。

1) 初回の修正では分割点P_1、P_2、P_3は入力データ数n個の小さいものからそれぞれ$n*\frac{1}{6}$番目、$n*\frac{1}{2}$番目、$n*\frac{5}{6}$番目をとればよい。

2) 2回目以降の修正では、入力データを history buffer に入れ 1) と同様の修正を行なう。もし history buffer にある個数以上の過去のデータが蓄えられていたら、それぞれの区間内における過去のデータを新しいデータ分だけ取り除き（忘却）、新しいデータを histo-ry buffer に蓄える。

2)では1回の試行でk個のデータが入力された場合history bufferには過去n／k回、最大でn₀／kの試行の入力変数が蓄えられていることになる。つまりこの時間内の過去の入力変数を用いて推論の前件部を修正する。

シミュレーションでは過去約20回の試行の入力変数を蓄えられるようにhi-story bufferを設定する。

5・2 後件部修正

後件部における修正の目標は次のようなものである。

「推論値と実際の状況が等しくなるように修正する。」

この条件を満たすように後件部の修正を行う。

いまDi の修正量をΔDi とすると、

$$\Delta Di = \Delta x(t) \cdot \omega i \quad (18)$$

ここでωiはルールの前件部の満たし度合であが、これはi番目のルールが出力に貢献する度合が大きければ大きいほど、小さければ少しだけ、そのルールの後件部を修正することである。

Yの推論についても同様である。

6．推論結果の安定化

数多くの試行の後でも推論値が収束せず、ある幅の範囲内を動くことがある。

本研究では推論値は入力変数のみで決まるのではなく、過去の推論結果も含めた形で推論するモデルを採用する。すなわち時刻tにおける推論値は時刻tにおける入力変数の値と、時刻(t-1)における出力の値の2つから推論されるものである。

時刻tにおける全体の推論部結果を$\hat{D}$(t, dX)とすると推論結果は次のように求められる。

$$\hat{D}(t, dX) = \left[\bigvee_{i=1}^{n} \tilde{D}i(t, dX)\right] \vee \left[\lambda(t) \cdot \tilde{D}(t-1, dX - \Delta Xp)\right] \quad (19)$$

これは、時刻tにおける入力変数からの推論結果と時刻(t-1)における推論結果を重ね合わせたものとなっている。このように時刻が1つ前の推論結果を現時点での推論に取り入れることにより、再帰的に過去の推論結果をフィードバックしているのである。ここでdxは一定値を出力するのではないため△Xpにより修正を行なう。

また推論結果$\hat{D}$（t，$\underline{dX}$）が飽和してしまうのを防ぐため忘却係数λ(t)を取り入れている。

忘却係数λ(t)の選択は実際の環境に応じて行なう。ここでは次のような項目を考慮して決める。

a) 初期の推論はあまり再帰に入れない。

b) 後期の推論は安定したものを出力する。

このため忘却係数λ(t)としては、時間とともに1に近づく関数が選ばれる。ここではその1つとして式()の様な関数を選ぶ。

$$\lambda(t) = \begin{cases} 0 & (t<t_0) \\ 1 - e^{-(t-t_0)/a} & (t>t_0) \end{cases} \qquad (20)$$

ここでt_0、aは次のような意味を表わす。

t_0：初期のt_0までの推論は再帰に取り入れない。つまり、利用できる推論出力を得るまでの時間を表わす。

a ：再帰に取り込む強さを表わす。つまり、利用できる出力が得られてから確定値になるまでの時間の指標である。

Fig.3に忘却関数λ(t)の形を示す。

また、シミュレーションでは

$$t0 = 3\Delta t,\ a = 3\Delta t \qquad (21)$$

Δt：サンプリングタイム

と定めた。

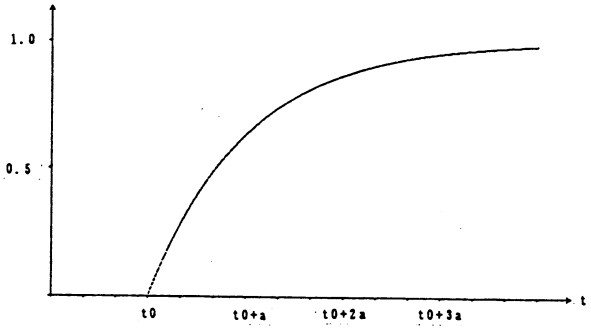


Fig.3 忘却関数 λ(t)

またFig.4 に推論およびルール修正のアルゴリズムを示す。

7．シミュレーション結果

推論ルールの前件部及び後件部の初期条件を次のように与え、シミュレーションを行なった。

前件部：分割点は入力レンジの3等分点

後件部：すべてのメンバーシップ関数の中心値は出力レンジの中心点

これらを初期値としてボールのデータを与えることで逐次推論及び推論ルールの修正を行なった。実験の仕様を次に簡単に示す。

サンプリングタイム	1/30sec
ボールの落下範囲	120cm*110cm
カメラ間隔	1.0m

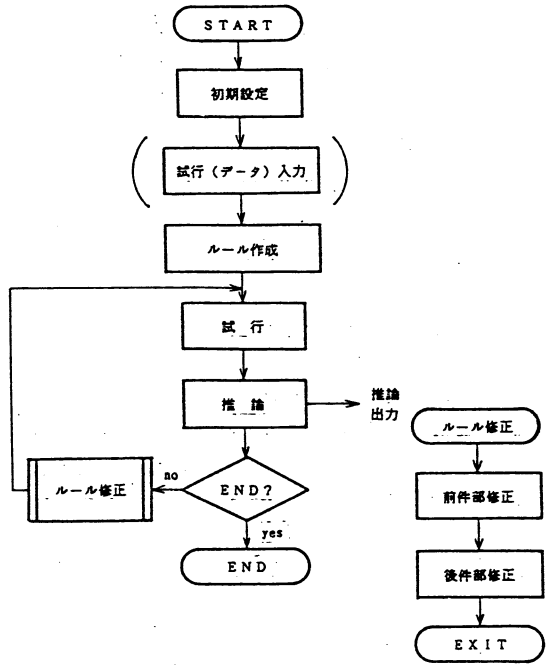


Fig.4 推論およびルール修正のアルゴリズム

シミュレーションはすべてのボールのデータをVTRに取り込んだ後、すべてオフラインで行なった。画像データをVTRに取り込んだのはフレームメモリとコンピュータのインターフェスが悪く、リアルタイムでのボールの探索ができなかったためである。

また推論方法としては次の3つの方法を比較した。

推論法1）推論は入力変数のみ、
入力変数のフィルタリングなし。

推論法2）推論は入力変数のみ、
入力変数のフィルタリングあり。

推論法3）推論は入力変数と再帰による過去の
推論出力入力のフィルタリングなし。

推論方法比較の結果をTable 1に、また一例をFig.5～Fig.7に示す。

推論結果と、実際のボールの落下点を比較してみると、10回程度の試行ルール修正で、だいたいのルールの骨組みといったものが構成されているのがわかる。Table 1は、それぞれの推論法でのボールの落下地点の推論値が、実際の落下地点からある一定の範囲に入ってから、ボールが地面に落下するまでの時間の平均値である。ここでテレビカメラのサンプリング間隔Δtを単位時間とする。つまり、この時間が長ければそれだけ良い推論であるといえる。

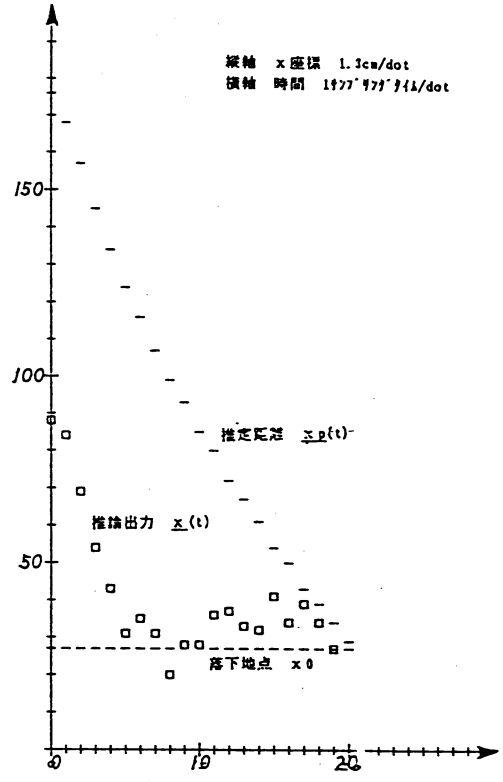


Fig. 5 時間の経過に対する推論出力x(t)の変化
入力変数のみの推論・フィルタなし

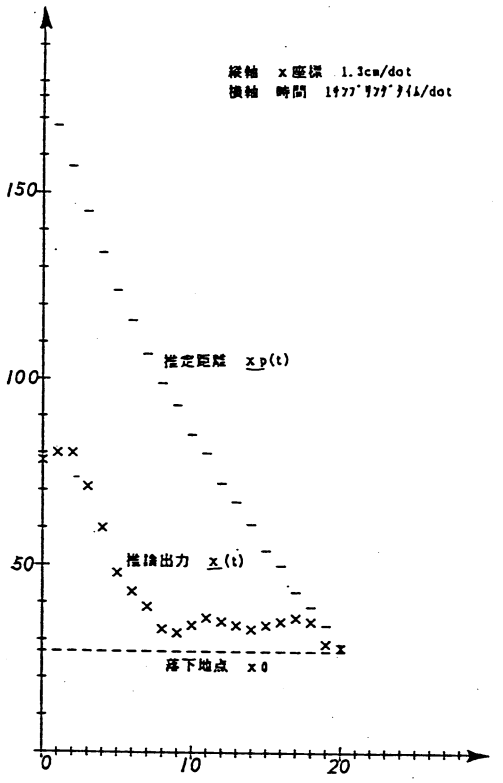


Fig. 7 時間の経過に対する推論出力x(t)の変化
入力変数と出力の再帰による推論

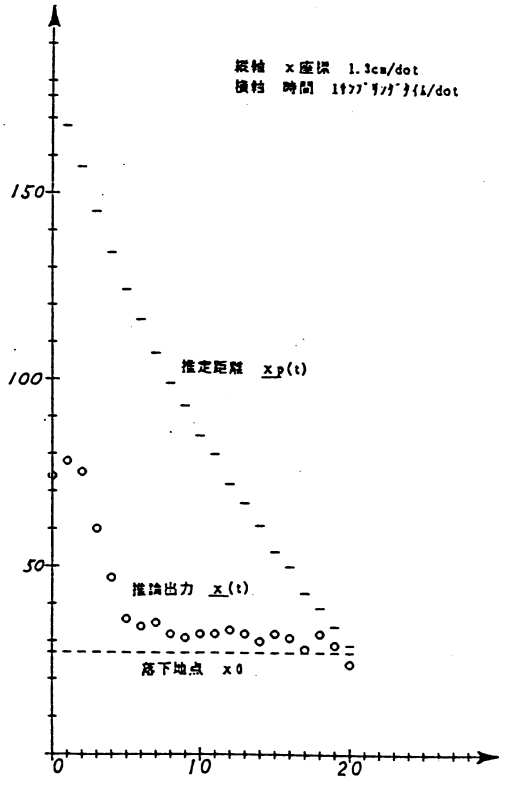


Fig. 6 時間の経過に対する推論出力x(t)の変化
入力変数のみの推論・フィルタあり

Table 1

	推論法1 X	推論法1 Y	推論法2 X	推論法2 Y	推論法3 X	推論法3 Y
①±5cm, ±2.5cm	2.2	5	2.7	6.7	5.5	7.1
②±10cm, ±5cm	5.6	8.5	7.0	10.4	9.0	11.4
①に入らないもの	8	5	7	2	4	2
②に入らないもの	2	2	1	1	0	0

ここで時間1カウントは1サンプリング時間

これらの結果より推論法1、推論法2、推論法3となるに従ってよい推論が行なわれていることがわかる。

8．結論

本研究においては移動物体の動きの予測を考え、その一例として3次元空間におけるボールの情報からその落下地点を推論するとき、画像入力から落下地点の推論までの一連の過程のモデル化を行なった。

そして実際に3次元空間内で放物運動をテレビカメラでとらえ、モデルの入力とし、ボールの落下地点の推論、ルールの構築を行なった。

以上より、次のような結果を得た。

1．ファジィ集合を用いたif～thenルールを用いれば、試行を繰り返し与えることで、推論ルールの構築されるモデルが構成できる。

2．推論ルールへの入力変数は対象物体の実際の状態量である必要はなく、特徴量を含むものであればよい。このため、対象の情報の変換が簡素化される。

今後の課題としてはファジィチップを用いた推論部のハードウエアでの実現とリアルタイムの推論があげられる。

＜参考文献＞

1）「ファジィ・マイクロプロセッサ」山川
第2回ファジィシステムシンポジウム　論文集
(6/1986)　pp49-57

8）「キャッチボールシステムのための適応ファジィ制御」竹田、石川
第4回ファジィシステムシンポジウム　論文集
(6/1988)　pp77-82

9）「再帰型ファジィ推論を用いたｵｰﾄﾁｭｰﾆﾝｸﾞ・ｺﾝﾄﾛｰﾗ」野本、近藤
第4回ファジィシステムシンポジウム　論文集
(6/1988)　pp127-130

目的主導型推論による車体制御

The Vehicle Control System Utilizing Purpose-driven Fuzzy Reasoning

上石 陽一　中村 健　小山田 茂　堀川 隆治　橋詰 義晴
Ageishi Yohichi Nakamura Ken Oyamada Shigeru Horikawa Ryuji Hashizume Yoshiharu

株式会社アドイン研究所 システム開発部
AdIn Research, Inc. System Development Dept.

Abstract – Present fuzzy control systems are often composed from the following two control methods in dealing with complex problems: 1.State estimate control method. 2.Predictive (object estimate) control method. In general the effect of multipurpose is measured by a group of evaluating functions representing the value of the utility set by the observer. The above two methods have strengths and weaknesses, and a third method that decides the balance between multi purpose evaluating functions from state estimator and decides on the control rule at high speed using forward reasoning is explained in this paper with an vehicle variable control as an example.

1. 緒言

現行のファジイ制御システムの構成は種々考えられるが対象問題が複雑である場合、1）状態評価制御方式か、2）予見（目的評価）制御方式のいずれかの構成が多い。また、多目的追求システムの効果（効用）はオブザーバに設定された満足度を表す評価関数群によって計られる。上記2方式は各々に長短所を有し、本論では状態評価器から多目的評価関数間のバランスを決定し、制御則を前向き推論で高速に決定する第3の方式について自動車バリアブルシステムの制御を対象に説明する。

本提案方式は分布パターン型知識記述とそれらを使用する推論とを行うシステム構造によって、複雑・多様でかつ社会性を帯びた複合目的の記述と、多目的間のバランスからトップダウン的に目的を選択し制御則を決定するための演算とが可能となる。価値観や熟練知識を知識として多目的に含め、さらに目的バランスを状況により変更させて制御信号を決定することから、大局的な立場で決断し行動する熟練者と同様の制御を具現できるものとなり、複雑な制御システムなどにおいて有用である。

2. 従来技術

図2.1は状態評価型制御方式の構成例である。状態評価型推論つまり一般の前向き推論は、前件が照合可能で有れば一意的に結論を導き出せるため、推論に要する処理時間は短く（状況に対する反応は速く）なる。しかし、知識の表現レベルとしては単純処理のみを表していて低級。入力となる前件部が状態信号であり、出力が指令解釈部に伝える指令解釈の変更命令などであるから、状態・指令解釈を超える記述はできない。

このような欠点を避けるため目的評価（予見）型推論制御システムがある[1)]。新たに選択する制御則（仮定）が、過去の経験に照らしての実行結果の予測を行い、その予測が判断知識に照らして妥当か否かを照合、妥当でなければ別の制御則を仮定して再度推論を繰り返し、最良の値にたどり着くという考え方である。図2.2は目的評価（予見）型制御方式構成で、状態評価型制御方式に較べ制御指令決定部の前段に目的条件探査評価部が設けられることが特徴。目的条件探査評価部には予

め制御手順決定知識、制約知識が与えられており、例えば状態信号の一つから現在制御系の過渡動作途中の判断地点を通過したことが判別されたとき、制御指令（仮定）、状態、経験則を前件として予測を行う。

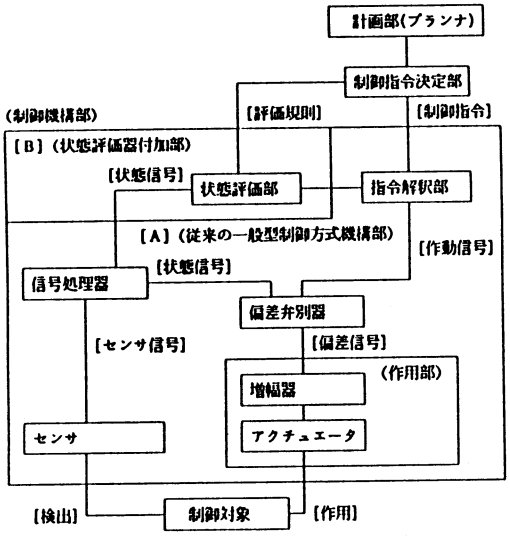


図２．１　状態評価型制御方式ブロック図

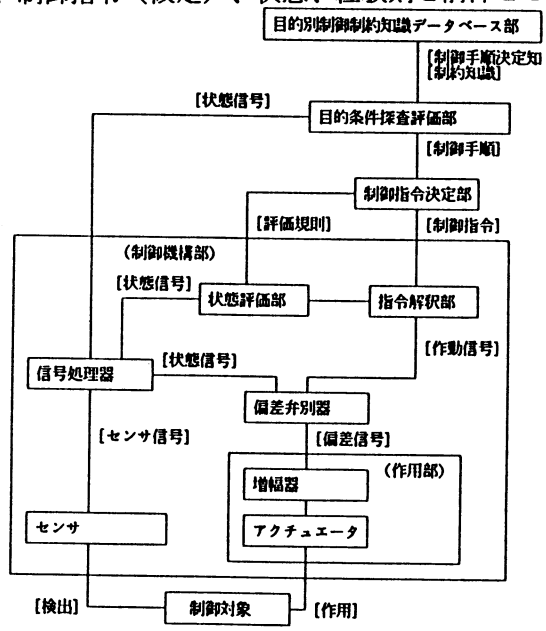


図２．２　目的評価（予見）型制御方式

図2.2の目的別制御制約知識データベース部に蓄えられる知識記述は次式の形式で記述される。

if (u is Ci --> x is Ai and y is Bi) then u is Bi　　(1)

この知識を目的条件探査評価部で推論する際には２つの推論部分に分かれる。

前件［制御則Ci、評価指標x,y（状況,経験則）］---（予見）

------>結果［評価指標x,yの合致度］　　(2)

前件［評価指標x,y合致度、判定則］---（判定）

---->結果1［満足度］OK：［制御則 u=Ci］

---->結果2［満足度］NG：(5)前件部再仮定［制御則Cj］　(3)

(1)のif()部分は制御則Ciを前件として評価指標x,yの合致度を算出する予見を行う(2)の推論である。(1)の後部then...部分は評価指標x,yの合致度が目的を満たしたか判定則に照合し評価を行い、前件部と条件範囲を満足すればCiを選択し、満足できない場合には(1)の前件に前とは別の制御則の値を仮定しなおす結論部とで構成された(3)の推論である。

目的評価型推論は「目的」を評価選別する方法でなく、仮説制御則を実行するときの「制御系の予測状態」が良好であるか否かを評価指標により判定する方式である。最初に仮定した制御則が目的関数を満足する範囲から遠い値であれば推論の回数は増加する。次に目的が多数の場合は、仮説制御則の取り得る範囲は極めて広く推論回数増加の重要な要因となる。また制御則を複数組合せで仮説し、複数目的に対する満足度を得ようとする場合にはそれらの数を乗じた爆発的な組合せ数に探索枝が増加し、複雑な制御対象や多目的を追求する制御系について木目の細かい制御を行うことは極めて困難である。

3. 目的主導型制御方式

多目的追求を高水準で達成するためには局面に応じて大局的に、優先する目的と断念する目的とを選択しなければならない。取捨選択を可能とするためには目的知識が局面即ち状況の区分に関連付けられた知識の束として記述されていることと状態信号その他より、制御系の置かれている現在の状況を理解する機構を必要とする[2,3]。

図3.1は本研究の内容の概念構成図である。目的知識データベース11に蓄えられた目的知識Aは目的選択部12に伝達される。目的選択部は制御系の現在の状態を表す状態信号Bと状況評価知識とを照合し状況判断作業を行う。目的選択部では目的知識や状況判断に基づいて目的の選択絞り込みを行い、具体的には目的の重み付けを変更して、重みの値によって強調された目的と付随知識を目標として制御指令決定部13に目標指令Dを渡す。

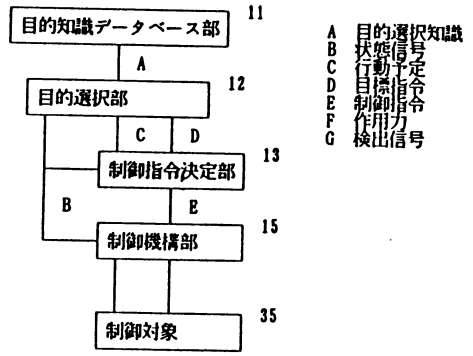


図３．１　目的主導型制御概念構成図

図3.2は本方式の詳細である。目的選択部では目的知識や状況判断に基づいて目的の選択絞り込みを行うが、その推論方法は一意的に目的選択のできるように可能性探索を行わない前向き推論とし、かつ矛盾や競合の発生する目的比重については分布パターン型知識記述を使用した推論法として推論過程の演算処理の各段階において必ず出力データが重心値と所用精度の分布データより構成されるようにして、演算処理の節目では合成された重みの重心１つだけの値に収束できるようにした。このため推論過程は一切後戻り（バックトラック）推論無しの推論過程とすることができ、一意的な目的選択が可能となる。目的知識と状態信号とから状況判断を行い、状況判断に基づいた多目的の選択を行い、選択された目的を達成するために最適な制御目標を設定し、制御目標を状況判断により更に制約し制御指令を選択する制御指令トップダウン決定を可能とした。

制御指令決定部は上記目標指令Dと目標制約知識とによって制御指令決定作業を行う。目的計画部が状況判断情報Kに含まれる目的重み付けデータを利用し多数の目的間のバランスから目標指令Dを決定する。制御指令決定部にて制御指令Eの決定しにくい目標指令Dについては予め可能性検討を行い目的準位を変更した目標指令Dを制御指令決定部に伝達することにより、制御指令決定部が制御指令Eを一意的に制約決定できるようにした。このために、例えば正常運転時に新たな状態信号の判断結果で異常回避を必要とする場合に、複雑なシステムでは一挙に異常回避に向けて制御すると新たな災害を発生することがあり制御指令は決定できないという場合が有る、が上記方法により目的計画部は達成目的のみならず、各種の状況間の遷移時の系統安定目的を明示しておき選択された目的を安定目的によりチェックすることができ、制御指令決定部は安定遷移目標に対して制御則を決定することができる。

更に状況がダイナミックに変化するような制御対象に対して、時間経過に合わせた予知を可能とするため、状況判断部121において、制御指令決定部より行動予定信号Cを受けて状態信号Bと照合して状況判断を行い、常に次のサイクルで起き得る動的状況予測と判断を可能とし、行動予定信号Cは制御指令決定部にて制御指令Eを決定する際に更新されるようにして、特に状況判断において既決定の行動予定を状態信号に照合する場合には動的なシステム動作の予知を利用することが可能

となることから、時刻と共に変動する状況に対し正確な判断ができ適切な優先目的の達成を計ることを可能とした。

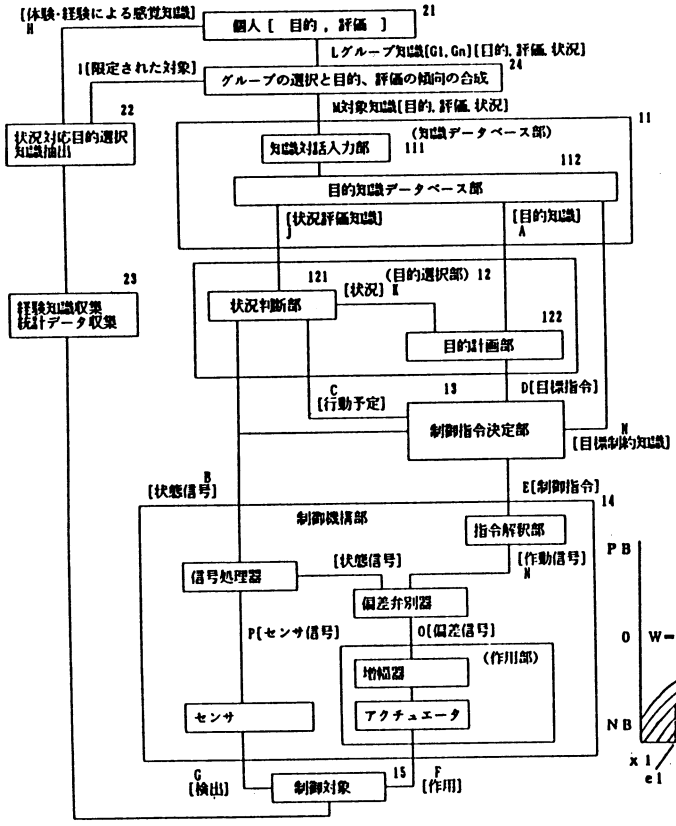


図３．２　目的主導型制御構成図

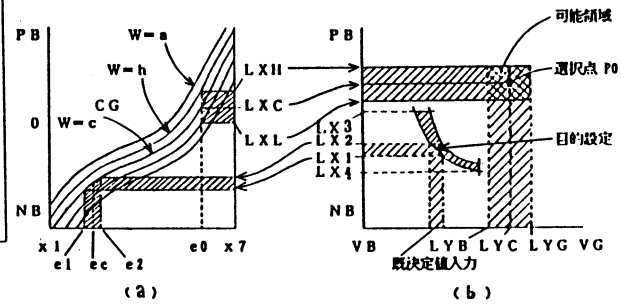


図３．３　重心軌跡による制御則

重心軌跡を有する分布図を使用する照合について、図3.3において重心軌跡を使う制御則の例で述べる。　Xの観測値E0が入力されると図3.3(a)で該当する上下限LxG，LxBの範囲が折れ線との交点計算にて算出される。同様にYについて範囲LyG，LyBを算出し図3.3(b)で照合され斜線部Zが制御可能選択領域になる。

$$\text{if}(x \text{ is } Ai \text{ and } y \text{ is } Bi) \text{ then } u \text{ is } Ci \quad /i=1,n \qquad (4)$$

図3.3にて目的領域設定と同時にylevelの度合が既決定であればその値に制約を受け[Lx2,Lx1]はより狭範囲となる。これは代入演算に相当し次式の

$$\text{if } (u \text{ is } Zi) \text{ then } (x \text{ is } Ai \text{ and } y \text{ is } Bi) \qquad (5)$$

前提Ziと結果Biから、残るAiを算出したこととなり、

$$\text{if } (u \text{ is } Zi \text{ and } y \text{ is } Bi) \text{ then } x \text{ is } Ai \qquad (6)$$

に等しい。目的と結果（制御枝）の一部を知って残りの結果を同定する制約方法はリアルタイム制御系では特に重要な意味を持つ。刻々と変化する系の最新状況で推論を制約し、かつパターン照合は手続きとして処理できるので、後向き推論に有りがちな制御枝探索空間の増大を解消でき一定時間内の推論完了を補償できる。

4. 自動車バリアブルシステム

自動車のサスペンション系のバリアブルシステムは、従来は受動的制御あるいは選択制御によって行なわれて来た。前者の例としては、プログレッシブレートスプリングやサスペンションジオメトリそのものなどがある。後者の例としては、走行状況に合わせてばね定数、減衰力特性を切り換える従来の電子制御エアサスなどがある[4]。これら従来の手法では、さまざまなトレードオフを解消し、最適な制御を行なうという目的達成は困難であった。そこで目的達成のため、より能動的な制御を行なおうという努力がなされて来た。ここで問題となるのは次の2点である。一つは、制御のためのロジックが非常に複雑であることで、いかに破綻のないロジックをどれだけシンプルな機構で構築するかが問題となる。もう一つは応答速度の問題で、姿勢変化の速度に応答できなければ制御として成立しない。より応答性の高い高圧油圧制御を用いる方法も考えられるが、コストの高さ，駆動力損失の大きさを考えると、自動車の場合は応答性に問題があるエア方式にならざるを得ない。従って、制御系は、この応答性に関する問題も背負う事になる[5]。

数々のトレードオフは、状況によって多目的の重みが変化しているために発生するものが多い。ここで図4.1は自動車制御概念図である。　1)使用目的　2)ドライバーの状況　3)走行状況から最初に多目的の制約と重み付けが実行される。目的は非線形関数として図4.2のように記述される。次に多目的／制御目標変換式から制約された目標が得られる。目標は測度か分布かで表される、特定状況下での最適制御関数である。目標とドライバー意思（操舵、アクセル）と走行状況とから推進目標と車体姿勢目標とダイナミック制御目標が設定される。ここで特定状況下最適化とは、先ず走行状況の予測と目標のスケジューリング、走行面の急変（外乱）への対処、ドライバーの過制御の防止、とにより可能となる。また時間遅れのあるアクチュエータ制御は図4.3の電子サスペンション系のモデルにおいて路面変化予測、車体慣性測定値から、2t経過時のアクチュエータ効果変化（約97%）値と最適目標値との差異を計算、この差異が最小となるようなアクチュエータ制御量を計算し制御を行い、 0.5t以下のサイクルで状況変化を含む補正を計算する。こうするとフィードバック制御でゲインを高く取るときのオーバーコントロールや、予見制御でのように状況にそぐわない目的関数によって制御が引きずられる心配がなくなる。図4.4はコンプライアンス要素であるエアサスペンションと金属バネとの変位に対する複合非線形関数を表す。図示された関数はエアサスモビリティの重心軌跡型ファジィ連続関数の一部として組み込み制御効果予測に使用する。

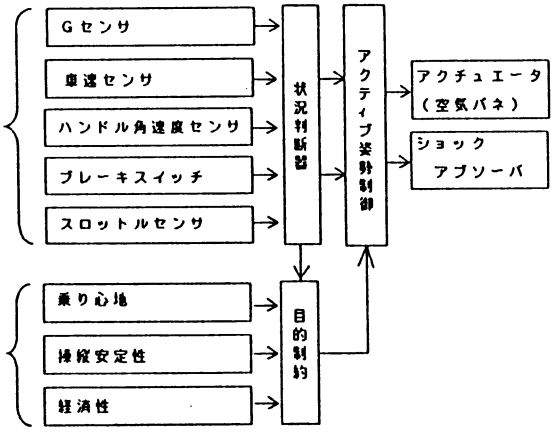


図４．１　自動制御概念図

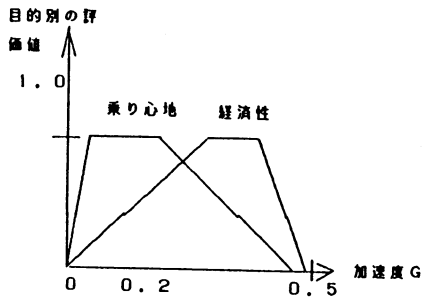
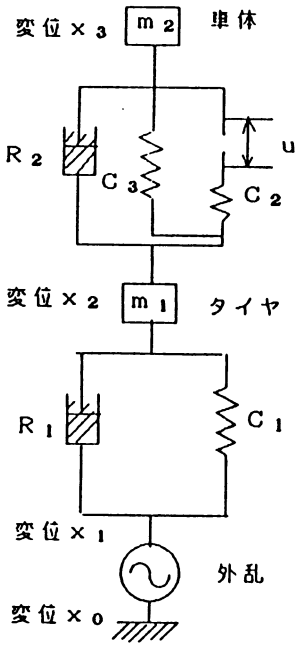


図４．２　目的関数



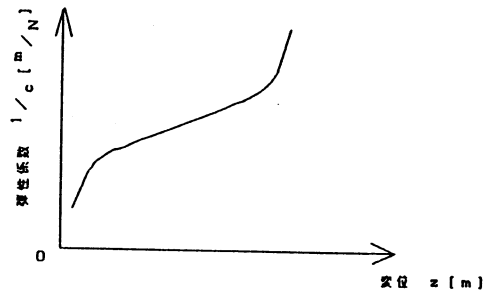


図４．４　サスペンション系の複合非線形関数

$$m_2 \ddot{z}_2 = -R_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - \frac{1}{C_2}(z_2 - z_1 - u) - \frac{1}{C_3}(z_2 - z_1)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 = R_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + \frac{1}{C_2}(z_2 - z_1 - u) + \frac{1}{C_3}(z_2 - z_1) - R_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_0) - \frac{1}{C_1}(z_1 - z_0)$$

図４．３　電子サスペンション系モデル

5. まとめ

以上、本研究は状況判断を行う仕組みと、状況判断により目的知識に重み付けを行い選択し目標を作成する仕組みと、目標から制御指令を決定する仕組みとを設けたことで高度な目的知識から制御指令をトップダウン的に選択することが可能となる。さらに制御指令決定に不向きな目標を前段階で除去できる仕組みや、制御決定作業にて状態信号を知識照合に利用できる仕組みにより、後戻り推論の必要性を無くして上記のトップダウン選択をより確実で速い処理を可能とした。

さらに本研究は制御指令決定時に行動予定情報を状況判断部に伝えて状況の時刻変化に対しても精度良く判断できるようにした。また各種の知識を重心軌跡を含む分布型パターン表示とその記述法とを確立し、このために高度な知識や人間的な感覚的知識などの記述を可能とし、併せて曖昧な状態信号に対しても安定強健な制御を保証し得るようにできた。

最後に、本論文を含む一連のファジィ推論研究の機会を与えて頂いたアドイン研究所・佐々木浩二代表取締役に深謝致します。

References

1) 安信,宮本,井原: 予見fuzzy制御による列車自動運転, システムと制御, vol.8-10, pp.605-613(1984)

2) 上石: ファジィ推論を用いた自律制御システム, 第２回人工知脳学会全国大会論文集, pp. 269-272(1988)

3) 中村,上石,渡辺,山下: ファジィ推論を用いた自律制御システム, 第２回人工知脳学会全国大会論文集, pp. 273-276(1988)

4) 足立,塩谷,船橋: 自動車のアクティブサスペンション制御方式の提案, 第２７回計測自動制御学会・学術講演会予稿集, pp. 487-488(1988)

5) 石田,松本: 可変機構のすべて, モーターファン, pp.151-166(1989)

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィ推論による倒立振子の安定化制御

STABILIZATION OF INVERTED PENDULUMN WITH FUZZY REASONING

川路　茂保　　野口　功
Shigeyasu KAWAJI　Isao NOGUTI

熊本大学　工学部
Faculuty of Engineering, Kumamoto University

ABSTRACT The fuzzy controller for the inverted pendulumn has been realized based on its qualitative properties. But only the angular position of the pendulumn is regulated. In this paper a new type of fuzzy controller is developed for regulating the car,too. It is assumed that the structural properties of the pendulumn system are known. The proposed control scheme is a modified VSS of hierarchical structure, and the implementation is quite easy for its simple rules.

1．はじめに

最近、ファジイ推論による制御を導入することによりシステムのインテリジェント化を図る試みが注目されている。モデル化しにくいために従来の制御理論を適用しにくいが、熟練オペレータが器用に制御しているような制御対象に対してはファジイ制御が有効であるとの考えが一つの根拠になっている。しかし、実際の制御問題においてif～then～形式の規則の単なる羅列では有効な制御が達成できず、何らかの設計論が必要となる場合がむしろ多いと思われる。例えば、倒立振子の安定化制御は現代制御理論を用いた報告が多数あり[1]、振子の角度の制御だけならばその定性的性質から適切なファジィ制御規則が容易に得られることから実現例が報告されている[2]。しかし、台車の位置もファジイ制御した例はない。これは台車と振子の間に複雑な力学的関係が存在するために適切な操作をif～then～形式の制御則で一度に記述することが現実に難しいことによる。

他方、メカニカルシステムにおいてはシステムの属性のうち構造的性質は力学などから既知となるが、そのパラメータは未知である場合が多い。本論文ではこの様な場合のファジイ制御系の設計法を倒立振子を例に考察する。まず、システムの構造的性質から可変構造システム（ＶＳＳ）の考えに基づく新しい推論法を述べる。この結果、推論時間が短縮されパソコン上での実時間制御が可能となった。次に台車の制御規則と振子の制御規則とを分離し、力学的性質に基づく階層化制御を導入して台車を含めた倒立振子の安定化手法を提案し、実験結果を示す。

2．倒立振子のモデル

倒立振子のようなメカニカルシステムに対する制御系を設計するに際しては、対象の構造は力学的に既知であることは少なくとも前提となる。ただし、そこに含まれるパラメータの値は必ずしも既知ではない。すなわち、Fig.１の倒立振子にLagrange運動方程式を適用すると、倒立振子の運動方程式は次式のように求められる。

$$\begin{cases} (M+m)\ddot{x}+m\ell\ddot{\theta}\cos\theta-m\ell\dot{\theta}^2\sin\theta+F\dot{x}=Tu \\ m\ell\ddot{x}\cos\theta+\frac{4}{3}m\ell^2\ddot{\theta}+C\dot{\theta}-mg\ell\sin\theta=0 \end{cases} \tag{1}$$

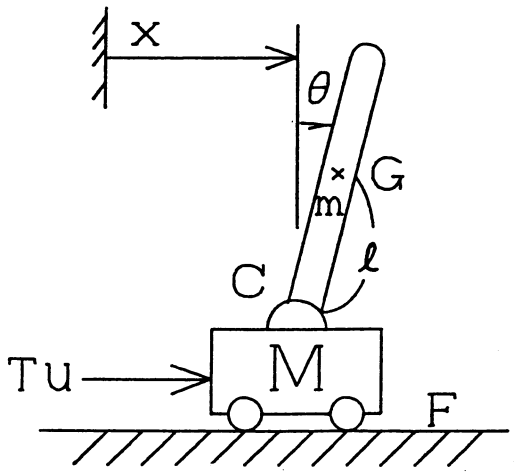


Fig. 1　倒立振子

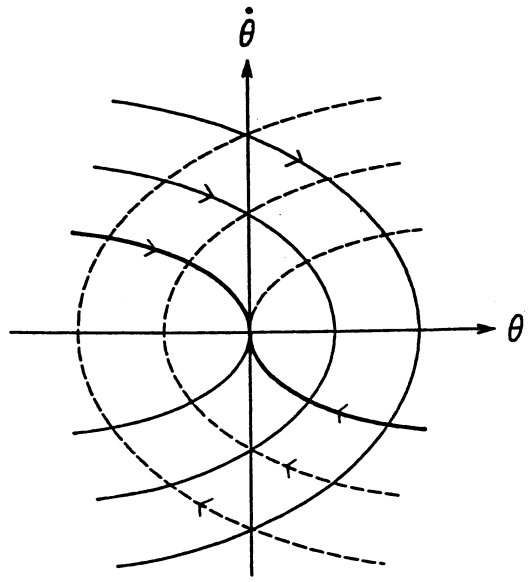


Fig.2　位相平面

ここで、MとFは台車の質量及び台車とレールとの摩擦係数、m、ℓ、Cは振子の質量、重心の位置及び振子と取り付け軸との摩擦係数であり、Tは駆動係数を表す。

上式の微分方程式はリプシッツ条件を満たすことから、倒立振子の制御には台車の位置と速度，振子の傾きの角度と角速度の情報とが必要であることがわかる。また、パラメータの正確な値は必ずしも既知でないが、そのオーダーは経験的にある程度知ることはできる。

3．振子角度のみの制御

まず基本となる振子角度のみの制御の場合の推論法をシステムの構造的性質より考察する。(1)式においてM＝F＝0とおき、θ＝0の近傍で線形近似すると、振子の運動方程式は次式となる。

$$\frac{4}{3}m\ell^2\ddot{\theta}+C\dot{\theta}-mg\ell\theta=Tu \qquad (2)$$

システムの動的挙動はFig.2のようにθとω（＝$\dot{\theta}$）の位相平面で記述される。第1象限内ではθ＞0、ω＞0であるので振子は正の方向に傾いてさらに倒れつつある。したがって、振子を倒立させるには減速するような操作量を採用しなければならない。いま、一定の大きさの操作量を加えると、振子のトラジェクトリは図の実線となる。第3象限内でも同様の考察により、異符号の一定の操作量に対する振子のトラジェクトリは図の波線となる。そこで、原点を通過するトラジェクトリが両者とも存在することに注意すると、任意の初期点から原点に到達させる一つの方法として、図の太線を切り替え線とするような可変構造形の制御則を採用すればよいことがわかる。ところが曲線の特性は振子のパラメータにより決定されるので、パラメータが不明な場合は上述の切り換え線が決定できない。このため、第2、4象限内のどの点で切り換えるかが曖昧となる。この決定にファジイ推論を用いることにする。

また、過渡特性を向上させるには、操作量の絶対値は原点からの遠い点では大きく近い点では小さくとることが必要である。

以上の操作量の符号と大きさに関する考察より制御則が構成できるが、以降では前件部変数として次式の極座標系の変数r、φを用いることにする。

$$r=\sqrt{\{(k_1\theta)^2+(k_2\omega)^2\}},\quad \phi=\mathrm{Atan2}(k_1\theta,\ k_2\omega) \qquad (3)$$

ただし、k_1とk_2は正規化のためのパラメータである。

Ⅰ）操作量の決定

上述の考察より、操作量uは次式で決定される。

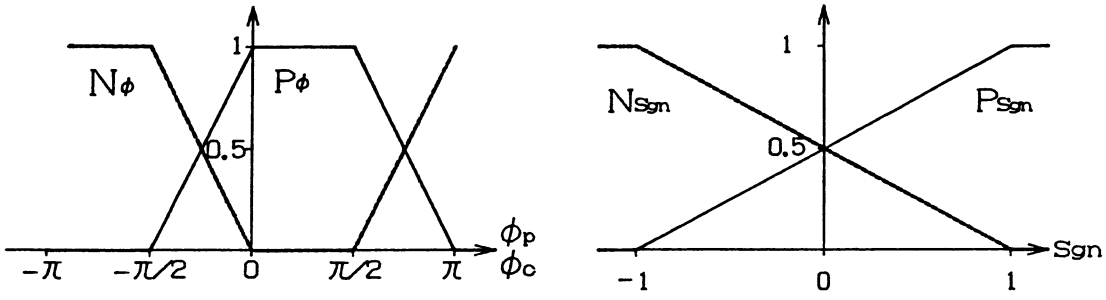
$$u = Sgn(\phi) \cdot G(r) \tag{4}$$

ここで、Sgn(φ)はuの符号を表わし、φにより[－1，1]までの連続値をとる。また、G(r)はuの絶対値を表わし、rにより[0，Δu_m]までの連続値をとる。Sgn(φ)とG(r)は以下の推論規則により定める.

(i) Sgn(φ)の推論

Fig.２の位相平面において、加速制御領域を表すメンバシップ関数$P_\phi(\phi)$および加速制御領域を表すメンバシップ関数$N_\phi(\phi)$はFig.３のように表されるので、Sgn(φ)は次の規則から推論される。ただし、PとNはそれぞれPositiveとNegativeの略である。

$$\begin{cases} \text{If } \phi \text{ is } P_\phi \text{ then Sgn is } P_{Sgn}. \\ \text{If } \phi \text{ is } N_\phi \text{ then Sgn is } N_{Sgn}. \end{cases} \tag{5}$$



(a)前件部　　(b)後件部

Fig.３ 規則(5)のメンバーシップ関数

このときSgn(φ)の値は重み付き平均を用いて次式で決定される。

$$Sgn(\phi) = \frac{P_\phi(\phi) \cdot P_{Sgn}^{-1}(P_\phi(\phi)) + N_\phi(\phi) \cdot N_{Sgn}^{-1}(N_\phi(\phi))}{P_\phi(\phi) + N_\phi(\phi)}$$

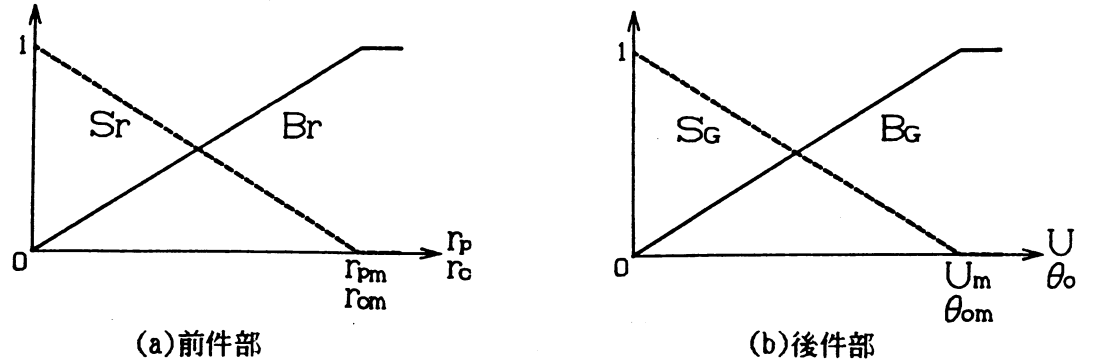
$$= 2P_\phi(\phi) - 1 \tag{6}$$

このようにFig.２の位相平面において切り換え線が存在する曖昧な部分をSgn(φ)が特性づけている。

(ii) G(r)の推論

G(r)は次の規則から推論され、その前件部と後件部のメンバーシップ関数はFig.４で与えられる。ただし、BとSはそれぞれBigとSmallの略である。

$$\begin{cases} \text{If } r \text{ is Br then } G \text{ is } B_G. \\ \text{If } r \text{ is Sr then } G \text{ is } S_G. \end{cases} \tag{7}$$



(a)前件部　　(b)後件部

Fig.４ 規則(7)のメンバーシップ関数

このとき、G(r)の値は重み付き平均を用いて次式で与えられる。

$$G(r)=\frac{Br(r)\cdot B\bar{G}^{1}(Br(r))+Sr(r)\cdot S\bar{G}^{1}(Sr(r))}{Br(r)+Sr(r)\ rp}$$

$$=\begin{cases}(r/rm)um & (r<rm)\\ um & (r\geqq rm)\end{cases} \qquad (8)$$

以上のようにSgn(ϕ)とG(r)の推論に基づき操作量が(4)式より求められるが、k_1, k_2は次のように定めることにする。$\omega=0$のとき$u=um$となる最小のθの値をθm、$\theta=0$のとき$u=um$となる最小のωの値をωmとするとき、

$$k1=\ rm/\theta m,\quad k2=rm/\omega m \qquad (9)$$

なお、ここでは簡単のために$rm=\theta m$としたので$k1=1$となる。このようにum、θm、ωmが制御パラメータとして選ばれる。

II）シミュレーション結果

前項で構成したファジイ制御規則を用いて振子の安定化制御を試みたシミュレーションの結果をFig.5に示す。ただし、制御パラメータは$\theta m=\pi/6$、$\omega m=2.0$、$um=0.2$ とし、初期値は$x(0)=0.0$、$v(0)=0.0$、$\theta=0.1$、$\omega=0.0$ である。

図より、振子に関しては安定化が達成されることが確かめられた。また、台車は振子が安定状態になると等速運動をするが、このことは振子の力学的性質とも一致する。

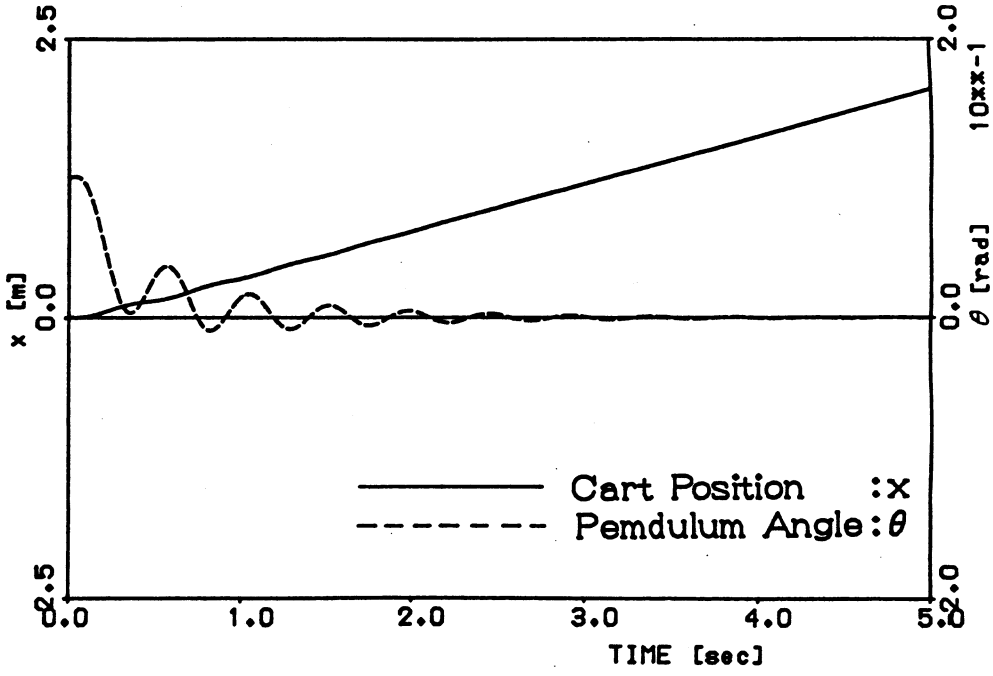


Fig.5

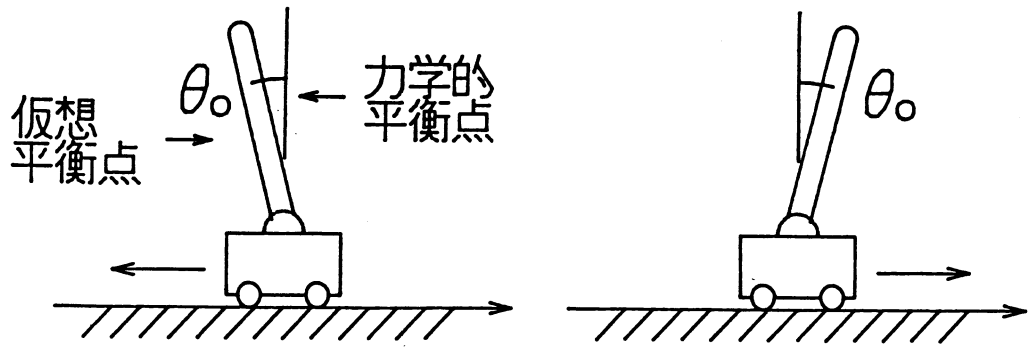
ここで提案した制御規則は文献[２]での「推論法１」による表現に対応して解釈でき、人間の操作のノウハウと一致する。また、このファジイ制御則を用いるときに制御系の安定性が問題となるが、ＶＳＳ理論を適用することにより証明できる（文献[４]を参照）。

４.台車を含めた倒立振子の安定化制御

台車の位置の制御も行う場合、状態変数はθ、ω、ｘ、ｖの４個となる。台車と振子の間には複雑な力学的関係があるので、適切な操作をIf～then～形式の制御規則で記述するのは現実には難しく、また台車だけの動的挙動が振子のみの場合と類似していることから振子と台車の制御則をただ単に並列に構成しても制御は不可能である。

そこで、振子のみならず台車をも制御する場合、一輪車の制御に用いられた階層制御法[5]を適用することにする。すなわち、台車に関する制御規則を振子とは別に構成してその制御の影響は振子部分にとっては一種の外乱として処理する制御法である。倒立振子にこの手法が可能な理由は、振子のみの制御系が次の定性的性質をもつことによる。

［性質］振子のみの制御系に対して、振子角度センサの情報を力学的平衡点に対してθoだけずらして伝えると（これを仮想平衡点と呼ぶことにする）、ずらした方向と同じ方向へ台車は動き始める(Fig.7参照)。



(a)$-\theta o<0$　　(b)$-\theta o>0$

Fig.6　θにθoを加えたときの台車の動作

この性質より台車を原点にもっていくためには、台車の原点が左側にある場合はFig.6(a)のように仮想平衡点を力学的平衡点より左側に配置するとよい。このためには現在の振子の角度θに対してを$-\theta o$（<0）を目標値とするサーボ系を、すなわち$\tilde{\theta}=\theta+\theta o$ に対してレギュレータを構成するとよい。原点が右側にある場合も同様で、$-\theta o$（>0）が目標値となる。したがって、xとvからθoを推論することにより台車の制御を行えばよく、その推論方法はθとωからuの推論の場合と同じでよい。

以上の考察から、操作量は次式より決定される。

$$u=Sgn(\phi p)\cdot G(rp) \tag{10}$$

ここで、ϕp，rpはθとωに関する次の座標変換によって与えられる。

ただし
$$rp=\sqrt{((k_1\tilde{\theta})^2+(k_2\omega)^2)},\quad \phi p=Atan2(k_1\tilde{\theta},\ k_2\omega) \tag{11}$$

$$\tilde{\theta}=\theta+\theta o \tag{12}$$

であり、θoは台車に関する推論において次式で決定される。

$$\theta o=Sgn(\phi c)\cdot G(rc) \tag{13}$$

ここで、ϕc，rcはxとvに関する次の座標変換によって与えられる。

$$rc=\sqrt{((f_1x)^2+(f_2v)^2)},\quad \phi c=Atan2(f_1x,\ f_2v) \tag{14}$$

(10),(12)式のSgn（ϕp）、Sgn（ϕc）はu、θoの符号を表し、ともに[-1，1]の連続値をとる。また、G(rp)，G（rc)は、u，θoのゲインを表し、それぞれ[0，um]，[0，θom]の連続値をとる。　Sgn(ϕ)とG(r)の推論規則は以下のようになる.

(i)Sgn（ϕ）の推論

振子のみの制御の場合と同様に、Sgn（ϕ）は規則(5)から推論され、メンバーシップ関数はFig.3、Sgn（ϕ）の値は(6)式で決定される。

(ii)G(r)の推論

G(r)も同様に規則(7)で推論され、メンバーシップ関数はFig.4で与えられる。また、その値は重み付き平均を用いて決定され、次式となる。

$$G(r) = \begin{cases} (rp/rpm)um & (rp < rpm) \\ um & (rp \geqq rpm) \end{cases} \quad \cdots\cdots 振子部 \qquad (15)$$

$$= \begin{cases} (rc/rcm)\theta om & (rc < rcm) \\ \theta om & (rc \geqq rcm) \end{cases} \quad \cdots\cdots 台車部 \qquad (16)$$

制御パラメータとして {θm、ωm、um} と {xm 、vm、θom} をとる。ここで、xmはv＝0のときにθo＝θomとなる最小のxの値であり、vmはx＝0のときにθo＝θomとなる最小のvの値である。このとき(11)式のk_1, k_2、および(13)式のf1, f2 は

$$k_1 = rpm/\theta pm, \quad k_2 = rpm/\omega pm$$
$$f_1 = rcm/\theta cm, \quad f_2 = rcm/\omega cm \qquad (17)$$

となる。ここでもrpm＝θm、rcm＝xm としたのでk_1＝1、f_1＝1となる。

以上のように構成した制御規則によるシステムのブロック線図をFig.7に示す。

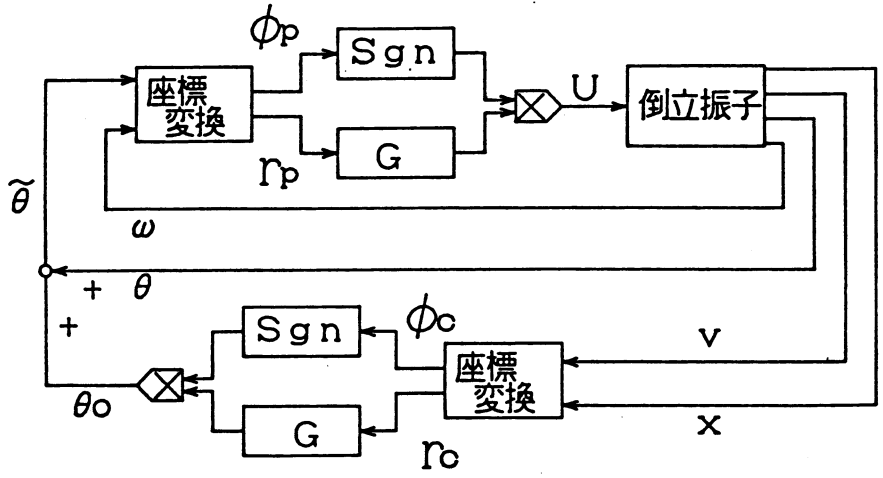


Fig.7 ブロック線図

5．実験結果

実験システムをFig.8に示す。xとθはポテンショメータで測定し、vはタコジェネレータの出力信号を用いた。ωはθをディジタル微分した。制御は当研究室で開発したMS-DOS上での実時間処理システムMRCOS[6]上で実現した。サンプリング時間は3msecである。

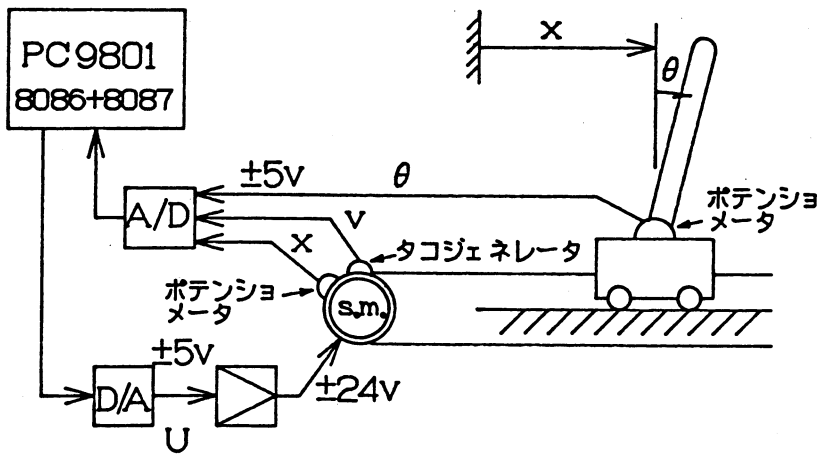


Fig.8 実験システム

制御パラメーターをxm = 0.5 [m], vm = 0.2 [m/sec], θom = 0.18 [rad]、θm = π/6 [rad], ωm = 1.0 [rad/sec], um = 11.0 [V] と選び、安定状態にある振子にパルス状の外乱を与えたときの台車の位置xと振子の傾きθの応答をFig.9に示す。台車を含めた安定化制御が行われていることがわかる。

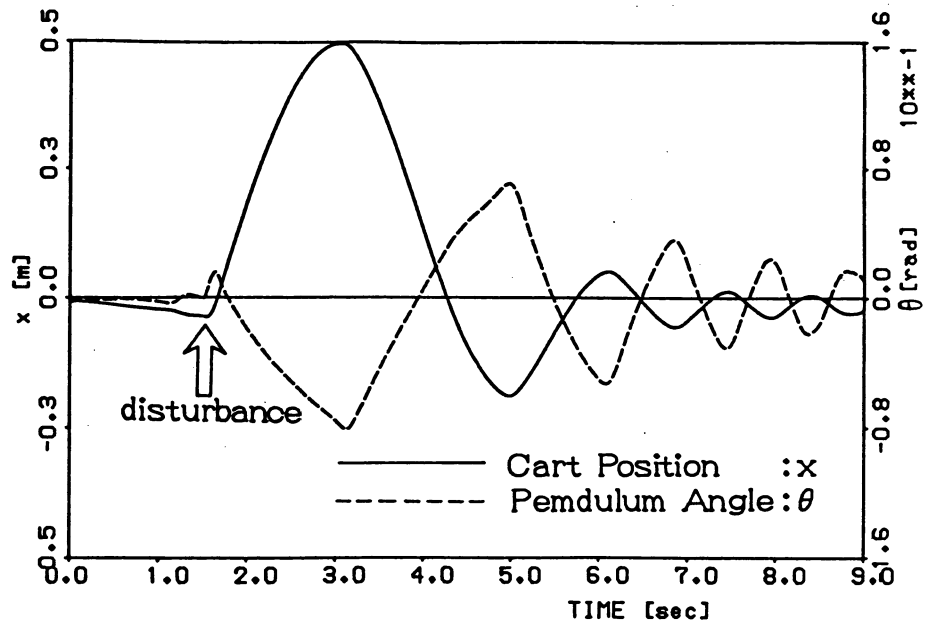


Fig. 9　パルス状外乱に対する応答

また、バネの先に約200gのなまりのおもりを取り付けたフレキシブルな振子の安定化実験を行った結果、提案したファジイ制御の有効性が確認された。しかし、ＶＳＳ制御と比較すると応答が異質のほかロバスト性が劣る。

4．おわりに

複雑な力学的性質を持つシステムでは、前件部変数が多くなると、適切な制御則を構成することが困難になるが、制御対象の定性的な性質を考慮して階層制御を構成することが有効であることを倒立振子の安定化を例に示した。また、前件部変数として極座標系の変数を用いることは規則、メンバシップ関数がシンプルかつ納得性の高いものとなった。

【参考文献】

1)古田、川路他：メカニカルシステム制御、オーム社、1984
2)T.Yamakawa, Special Demonstration Section at 2nd IFSA Congress, Tokyo, 1987
3)菅野：ファジィ制御，日刊工業新聞社、 1988
4)川路、汐月：第17回制御理論シンポジウム資料、1989（発表予定）
5)川路、汐月他：スピン動作による一輪車の安定化制御、電気学会論文誌、107-D、1/8、1987
6)川路、汐月：パーソナルコンピュータによる実時間制御用システムの設計、熊本大学工学部研究報告、37、175/181、1988

周波数応答法を用いた ファジィコントローラの設計

Design Of A Fuzzy Controller By Using The Frequency Response Method

藤井　章，　植山高次，　芳谷直治
Akira Fujii, Takatugu Ueyama, Naoharu Yoshitani

新日本製鐵（株） 第一技術研究所
R & D Laboratories-1, Nippon Steel Corp.

Abstract

A new method to design a fuzzy controller by using the frequency res--ponse method is described in this paper. In this method, the desired characteristics of transient response are represented by the response time and the maximum overshoot. Then the parameters of fuzzy control rules are tuned by using Bode diagram. The results of simulations indicate that the fuzzy controller designed by this method is more robust than a conventional PID controller.

1．はじめに

ファジィ制御の課題としては、①安定性の保証，②制御ルールの獲得があり、様々な研究がなされている。その一方で、ファジィ推論チップをはじめとするハードウェア技術の進歩に伴う制御対象の大型化，高速化にファジィ制御が対応して行くにはこれら課題に対するより厳密な対策が必要である。

本論文では、ファジィコントローラの設計に周波数応答法を取り入れ、上記課題の解決をはかった。この方法では、行過ぎ時間と行過ぎ量で設定した制御系の過渡応答特性を実現する制御ルールのパラメータを、開ループ系のゲイン特性と位相特性を基にチューニングする。ファジィの持つ非線形性とロバスト性を失わず、プラントモデルに基く厳密な安定性保証と定量的制御ルール設計を可能にしたものである。シミュレーションで、有効性を示す。

2．制御系の構成

制御系は、FIG.1に示すような１入力１出力のフィードバック制御系とする。

制御対象は、伝達関数で表わす。ファジィコントローラは、制御偏差ｅとその変化率Δｅの２つの入力から操作量の変化率Δｕを推論する。制御ルールのフォーマットを次に示す。

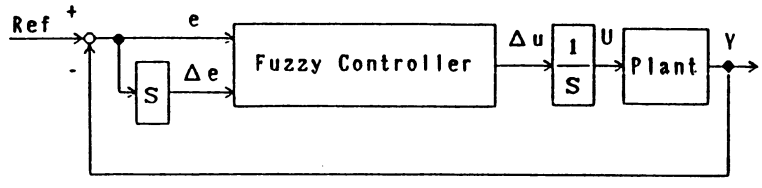


FIG.1 フィードバック制御系

$$\text{Rule1} : \text{if} \quad \theta = -\underset{\sim}{\pi} \text{ or } \underset{\sim}{0} \text{ or } \underset{\sim}{\pi} \quad \text{then} \quad \Delta u = K_{11}\cdot e + K_{21}\cdot \Delta e$$

$$\text{Rule2} : \text{if} \quad \theta = -\underset{\sim}{\pi/2} \text{ or } \underset{\sim}{\pi/2} \quad \text{then} \quad \Delta u = K_{12}\cdot e + K_{22}\cdot \Delta e$$

ここで、θはｅとΔｅを２軸とする位相平面の極座標の偏角で、ある入力（e^0, Δe^0）に対して

$$\theta = \tan^{-1}(\Delta e^0/e^0) , \quad \theta \in [-\pi, \pi] \qquad (1)$$

で求める。θのメンバーシップ関数はFIG.3に示すような外形を持ち、入力（e^0, Δe^0）に対するRule1,2のメンバーシップ値をω_1, ω_2とすると、

$$\omega_1 + \omega_2 = 1 \quad , \quad \omega_1 , \omega_2 \in [0,1] \qquad (2)$$

を満足する。

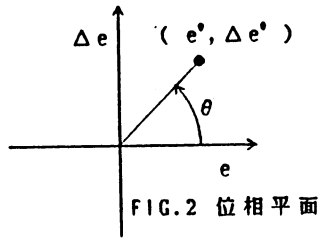


FIG.2 位相平面

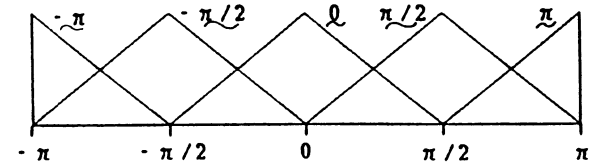


FIG.3 θのメンバーシップ関数

このとき推論値Δuは、

$$\Delta u = \omega_1 \cdot (K_{11} \cdot e^{\theta} + K_{21} \cdot \Delta e^{\theta}) + \omega_2 \cdot (K_{12} \cdot e^{\theta} + K_{22} \cdot \Delta e^{\theta}) \qquad (3)$$

で求める。

以上の構成を持つ本コントローラは、２つのＰＩコントローラの線形結合とみなせる。故に、

$\theta = -\pi$ or 0 or π → プラント出力は、目標値から離れて静止している。
→ 速く立ち上げよ。（速応性重視）

$\theta = -\pi/2$ or $\pi/2$ → プラント出力は、目標値を通過中。
→ 速度を落とせ。（安定性重視）

という相反する制御目標に従って後件部のパラメータ $K_{11}, K_{21}, K_{12}, K_{22}$ をチューニングすればよい。本論文では、$\theta = -\pi/2$ or $\pi/2$での安定化の方法として、４節で述べるファジィ進相補償を用いる。

３．制御性能評価パラメータ

５節の制御系設計で用いる制御性能の評価パラメータについて述べる。制御系の速応性と安定性を評価するパラメータとしてFIG.4,5に示すように、ステップ応答の行過ぎ量（ε_P）と行過ぎ時間（T_P）、周波数応答の交差周波数（ω_C）と位相余有（ϕ_M）を用いる。

この４つの評価パラメータには次の関係が成り立つ。

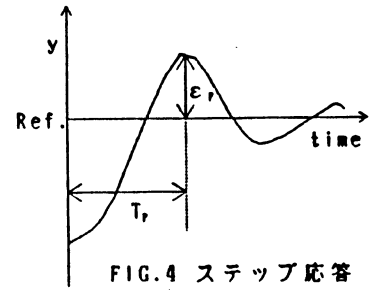


FIG.4 ステップ応答

$$\omega_C = \sqrt{\sqrt{4 \cdot \zeta^4 + 1} - 2 \cdot \zeta^2}\ \omega_n \qquad (4)$$

$$\phi_M = 90 - \tan^{-1}(\omega_C / (2 \cdot \omega_n \cdot \zeta)) \qquad (5)$$

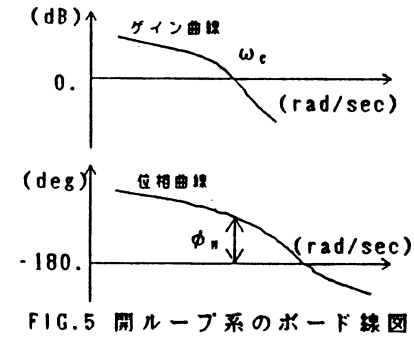


FIG.5 開ループ系のボード線図

但し、

$$\zeta = (-1/\pi) \cdot \ln(\varepsilon_P/100) \Big/ \sqrt{1+((-1/\pi) \cdot \ln(\varepsilon_P/100))^2} \qquad (6)$$

$$\omega_n = \pi / T_P \cdot \sqrt{1-\zeta^2} \qquad (7)$$

４．ファジィ進相補償

古典制御理論で行われる進相補償は、交差周波数付近で位相を進めることにより、位相余有を大きくし制御系を安定化するものである。また、周波数応答の位相のずれは、位相平面では偏角θのずれに相当する。故に、φ(rad)の進相補償は、現状態点（$e_\theta, \Delta e_\theta$）を位相平面上において-φ(rad)回転移動することとみなせる。

そこでファジィ進相補償では、ルールを調整することにより等価的に$\theta = -\pi/2$ or $\pi/2$において位相を進め、プラント出力が目標値を通過する前により強い抑制

力を働かせて安定化をはかる。このとき、速応性を決める（θ=-π or 0 or π）のルールの後件部パラメータK_{11},K_{21} は不変とするので、速応性を維持したままの安定性向上が可能である。ルールの調整法を以下に示す。

<u>前件部の調整</u>

FIG.6の様に、メンバーシップ関数の支点±π/2 を±(π/2+ϕ)に進める。

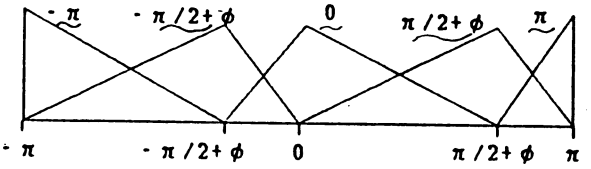


FIG.6 θのメンバーシップ関数

<u>後件部の調整</u>

Rule2の後件部関数の入力（e,Δe）を-ϕ(rad)回転移動する。

$$\Delta u = (K_{11}, K_{21}) \begin{pmatrix} \cos(-\phi) & -\sin(-\phi) \\ \sin(-\phi) & \cos(-\phi) \end{pmatrix} (e, \Delta e)^T$$

$$= (K_{11}\cdot\cos(-\phi) + K_{21}\cdot\sin(-\phi))\cdot e + (K_{21}\cdot\cos(-\phi) - K_{11}\cdot\sin(-\phi))\cdot\Delta e \quad (8)$$

$$\therefore K_{12} = K_{11}\cdot\cos(-\phi) + K_{21}\cdot\sin(-\phi) \quad (9)$$

$$K_{22} = K_{21}\cdot\cos(-\phi) - K_{11}\cdot\sin(-\phi) \quad (10)$$

FIG.7,8にファジィ進相補償前後のコントローラの出力例を示す。ファジィ進相補償によりθ = -π/2 or π/2 で位相が進み、非線形のコントローラとなる。

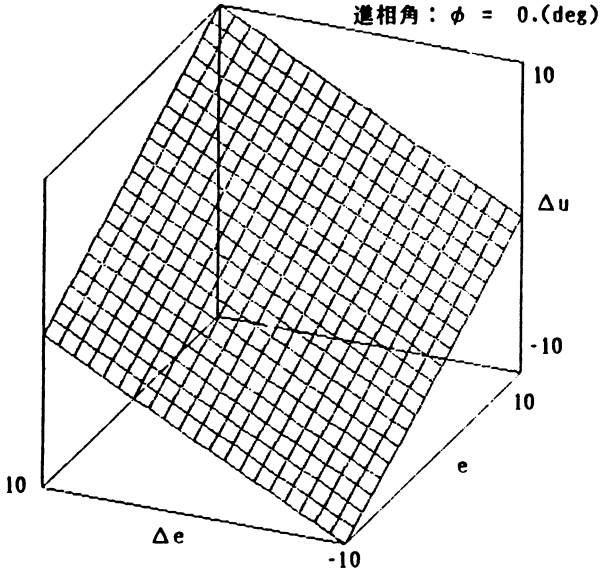


FIG.7 コントローラ出力例①

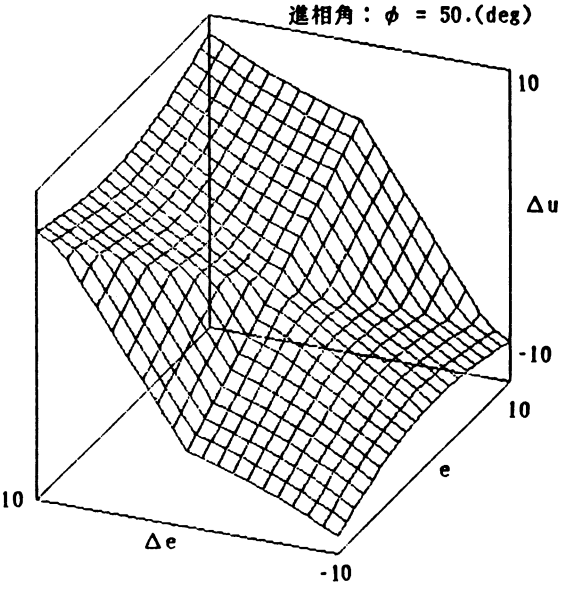


FIG.8 コントローラ出力例②

シミュレーションで進相効果を検証した。シミュレーション条件は、次のように設定した。

制御対象　：　$G(s) = 2.56 / (S^2 + 10\cdot S + 16)$　(11)

後件部パラメータ　：　$K_{11} = 25.$, $K_{21} = 4.$

進相角度　：　ϕ = 0 , 10 , 20 (deg)

FIG.9,表1に示す結果から、ゲイン特性不変のまま目標の進相が達成させることが確認できる。

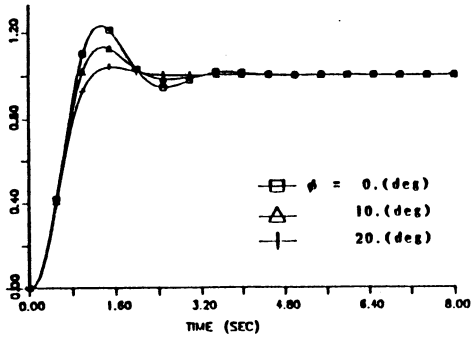


FIG.9 ファジィ進相補償の効果

表1 ファジィ進相補償のシミュレーション結果

進相角度 φ(deg)	行過ぎ量 ε_P(%)	行過ぎ時間 T_P(sec)	交差周波数*) ω_C(rad/sec)	位相余有*) ϕ_M(deg)
0.	23.0	1.33	2.19	45.3
10.	13.1	1.38	2.06	55.2
20.	3.8	1.51	1.91	66.3

*) (4)～(7)を用いて ε_P, T_P より算出

5. 制御系設計

ファジィコントローラのパラメータを調整し、希望する制御性能を持つ制御系を設計する手順を以下に示す。

①希望する過渡応答特性を
　　行過ぎ量　：　ε_P^0 (%)
　　行過ぎ時間：　T_P^0 (sec)
で設定する。

②(4)～(7)式を用いて
　　位相余有　：　ϕ_M^0 (deg)
　　交差周波数：　ω_C^0 (rad/sec)
を求める。

③FIG.1のフィードバック制御系において、ファジィコントローラを線形要素 ($K_{11} + K_{21}\cdot S$) に置換した開ループ伝達関数のボード線図を描き、交差周波数がω_C^0となるようにK_{11},K_{21}をチューニングする。

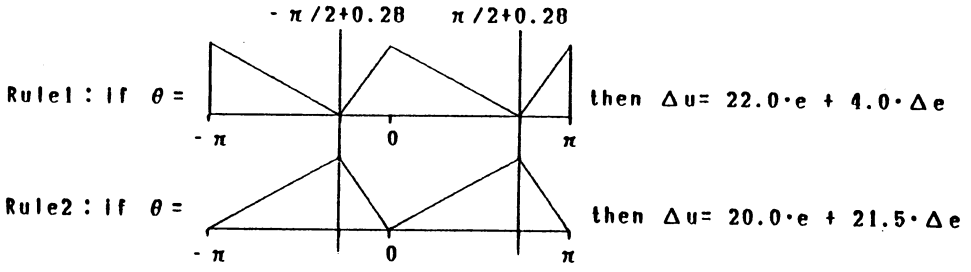
④位相余有がϕ_M^0 となるように、ファジィ進相補償を用いてθのメンバーシップ関数とパラメータK_{12},K_{22} をチューニングする。

6. 設計例

(11)式の制御対象に対して5節の手順にしたがって制御系を設計した例を以下に示す。

①希望する過渡応答特性を次のように設定する。
　　行過ぎ量　：　ε_P = 6.0 (%)
　　行過ぎ時間：　T_P = 1.2 (sec)
②(4)～(7)式より
　　位相余有　：　ϕ_M = 63.3 (deg)
　　交差周波数：　ω_C = 2.35 (rad/sec)
③ω_C = 2.35 (rad/sec)とするため、
　　K_{11} = 22.0　　, K_{21} = 4.0
に調整する。このとき位相余有は、
　　ϕ_M^* = 47.0 (deg)
④ϕ_M = 63.3 (deg)とするため、
　　$\phi = \phi_M - \phi_M^*$ = 16.3 (deg) = 0.28 (rad)
のファジィ進相補償を行うと、
　　K_{12} = 20.0　　, K_{22} = 21.5

以上より、次の２つのルールが完成した。



このファジィコントローラを用いた制御系のボード線図とのシミュレーション結果をFIG.10,11に示す。この結果より、

$$\varepsilon_P = 5.00 \quad (\%)$$

$$T_P = 1.59 \quad (\mathrm{sec})$$

となり、ほぼ設定通りの応答が得られた。

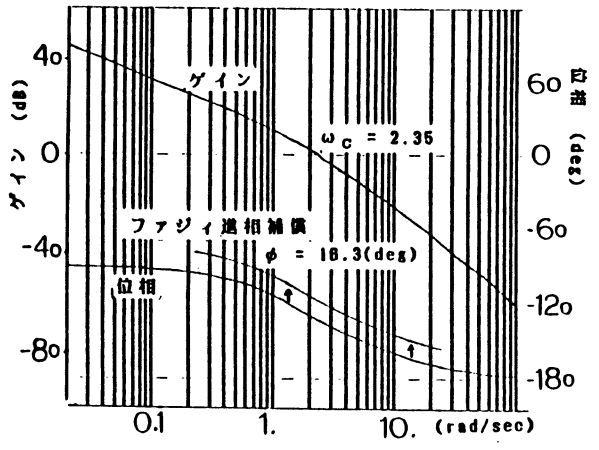


FIG.10 ボード線図

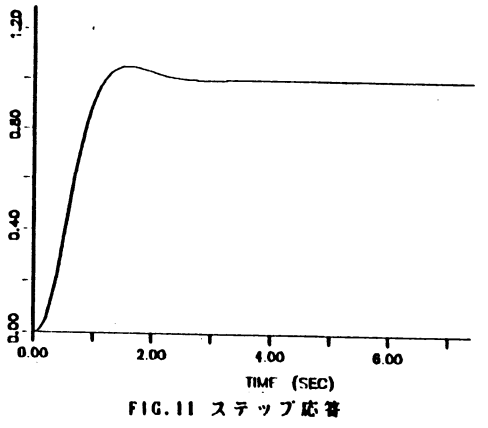


FIG.11 ステップ応答

7．ＰＩＤコントローラとの比較

６節で設計したファジィコントローラと同様の過渡応答特性を持つＰＩＤコントローラを設計し、開ループ系のゲインを変化させたときの過渡応答の変化を比較した。その開ループ系のボード線図とシミュレーション結果を、FIG.12～FIG.15に示す。

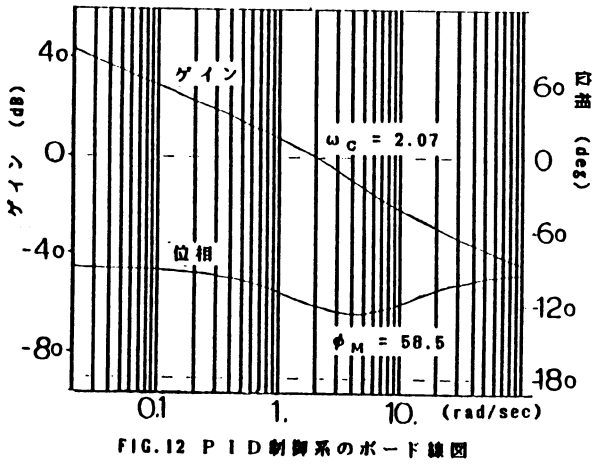


FIG.12 ＰＩＤ制御系のボード線図

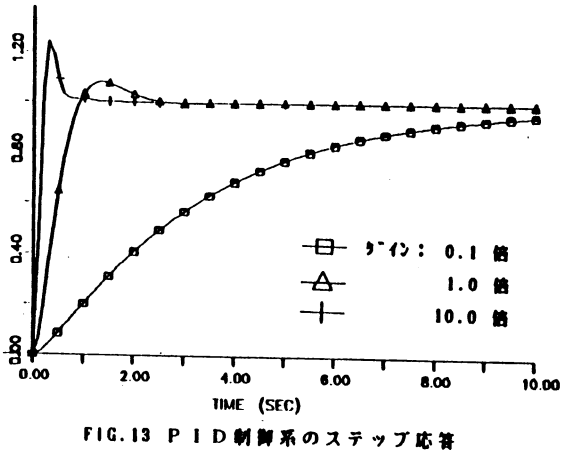


FIG.13 ＰＩＤ制御系のステップ応答

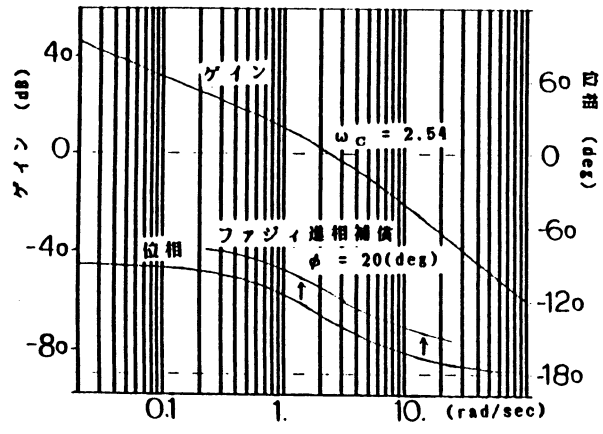


FIG.14 ファジィ制御系のボード線図

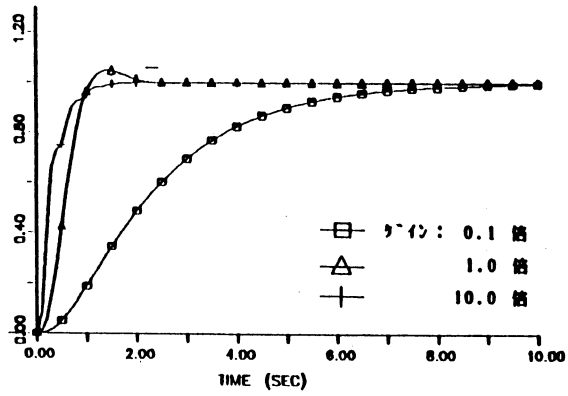


FIG.15 ファジィ制御系のステップ応答

ファジィコントローラは、ファジィ進相補償を持つＰＩコントローラであり、微分要素を持たないためゲイン余有が大きい。そのため、ゲイン変動に伴う交差周波数の変化、すなわち速応性の変化がＰＩＤに比べて小さく制御性能が安定している。また、外乱に対してよりロバストであると言える。

９．おわりに

本論文では、古典制御の周波数応答法を取り入れた定量的なファジィコントローラの設計法について述べた。

コントローラはＰＩコントローラに新しく提案したファジィ進相補償を付加したもので、従来のＰＩではトレードオフの関係にあった速応性と安定性を同時に満足する。またＰＩＤコントローラと比較しても、プラントパラメータの変動に対してよりロバストである。

今後は、安定余有の範囲内で適応或は調整機能を持たせ、よりタフでフレキシブルなコントローラとして確立することが課題である。

参考文献

(1)市橋,田中：ＰＩＤとＦＵＺＺＹのハイブリット型コントローラ，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，97/102，1988

(2)寺野,増井,森：ファジィ制御の安定問題，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，103/108，1988

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

基本的なファジイ制御と線型制御の対比
COMPARATIVE INVESTIGATION, BASIC FUZZY AND LINEAR CONTROLS

佐川隆一
RYUICHI SAGAWA

ＳＣＳ 技術事務所
SCS ENGINEERING OFFICE

ABSTRACT

Special aspect of the fuzzy control relies on its nonlinearity. According to process control simulation,the fuzzy control performance is better than that of the linear,and shows the effect of nonlinearity. The former around its fixed point is tuned so as to have equal data of parameters of the latter. Further, they form the sampled data control system to make stable against an existing dead time.

１．はじめに

プロセス用ファジイ閉ループ制御が従来の線型制御に比してどこが異なるかは興味のある処であり、本文では以下を論ずる。

(1) 入出力関係上での相違とそれを強調する手段。
(2) 計算制御としてのサンプル値制御を活用したむだ時間対策制御において、(1) の検討と関連しての過渡応答の比較。
(3) ルール、メンバシップ関数を簡素化することと (1)との関係。
(4) 実用上の他の問題点。

２． ルール、メンバシップ関数設計上の前提

(1) ２次元以下のルール配列とする。即ちＩ又はＰＩ制御。
(2) メンバシップ関数は２等辺三角形群で互いに50％交差で隣り合う。台集合は±１内、高さは１に規準化し入出力のスケールファクタでゲインを調整する。ファジイワード化の分割幅は0.2。即ち±１を10エレメント。４－６で述べる様にこの程度で十分である。
(3) 前、後件部共同一サイズのメンバシップ関数とMAMDANIの含意を用いる。
(4) デファジイフイケーションは重心とする。

３． 入出力関係

入出力関係は動的には１対１である必要があるから、線型制御に比しファジイ制御の異なる点は只一つ非線型特性であり、之は次の２点である。

(1) １次元入出力関係上での可変ゲイン特性をもつこと。
(2) ２次元入出力関係での２入力の出力への影響が線型結合でない。

以上を２．の前提を満たす範囲内で検討する。入力はクリスプで制御偏差の負値Ｚk とその

１サンプル間の変化量DZｋ＝Ｚｋ－Ｚｋ-1で、出力は操作量ｍ1ｋの変化（速度型）

ｍ1ｋ－ｍ1ｋ-1＝－ｆ′(Ｚｋ,DZｋ)＝Δｍ1ｋ

となりこのｆをファジイ推論により求める。

３－１　　１次元ルールでのファジイ入出力関係

図－１の曲線３－１／２は夫々図－２の後件部台集合が±１までのものと、両端のメンバシップ関数Ｐ,Ｎが完全な２等辺三角形を保つもの即ち±２までの定義によるもので、３－２はｆ(Ｚ)が±１までほぼ線型で直線との違いは±0.04，３－１は両端を±１の外側をカットした結果によるものでファジイ推論独特の非線型性が±１全域に亙っている[1]。又５－２は５×１ルールでの完全な両端形状を保っている場合で非線型の度合いは±0.02であり、５－１は両端カットの場合で入力 0.5から急激に出力の増加度が低下している。

３－２，５－２の非線型の度合いは若干の適応性をもつＰＩ制御では線型と見て差し支えなく、非線型の主体は両端カットに因っていることは明らかであり、特に３－１が全域に亙っても非線型性を有する。しかも入力が大となると出力の増加の度合いが加速度的に大となる傾向がありプロセス制御として適切である。たとえばイコール％弁の特性に類似する。又既[3]に報告した様にファジイワード間隔が０でなれけば入力が０でも有限の傾斜をもつから最も重要な此処でのゲインは入出力スケールファクタで調整出来る。　　以下本文では３×３ルールとする。

３－２　　二次元配列での対角補正[1]

ルール配列の根拠は既に発表[2]されているが特に２入力ＺとDZが同符号ではＺが目標値から離反しつつあるからすみやかに修正操作を加速する必要がありファジイ対角補正を施すことが考えられる。　但し前提により之等はＰ又はＮしかとり得ない。より大なる出力の等間隔メンバシップ関数は±１の外側にしか定義されないからである。ＺとDZが異符号の時はＺが目標値へ接近しつつあるので、こゝを通り過ぎない様に減速し収束性を向上する必要がある。このために異符号対角部へＺとDZの効果が相殺される様Ｚを置く。線型でも対角線上に出力０が点として分布するが小値域を対角線の両側へ拡大しようとするものである。尚ルール配列は同一時刻には相隣る４組しか必要としない[1]ことは以下の検討に有用である。

(1) 同符号での加速効果　（Ｚ，DZ ＞０を考える）前報[3]により対角補正Ｐの有効な範囲は

Ｚ，DZ ＞0.5の時となるが、更に効果の機構を考える。補正の無い時と有る時との後件部集合は

$\mu p[\{Z \wedge (1-DZ)\} \vee \{(1-Z) \wedge DZ\} \vee \mu z\{(1-Z) \wedge (1-DZ)\}$

$\mu p[\{Z \wedge (1-DZ)\} \vee \{(1-Z) \wedge DZ\} \vee (Z \wedge DZ)] \vee \mu z\{(1-Z) \wedge (1-DZ)\}$

で下式の値＞上式の値　の度合いが効果を示す。こゝでμpは前件部でカットされた後件部のＰの集合で括孤内は前件部の論理演算結果即ち後件部へのカットの高さになる。Ｚ,DZ>0.5よりＺ＋DZ＞１でＺ＞DZの場合を考えると上の２式は結局次の２式の比較となる。

$\mu p(1-DZ) \vee \mu z(1-Z), \mu p(DZ) \vee \mu z(1-Z)$

結局図－４の如く$\mu p(DZ) - \mu p(1-DZ) > 0$分が改善分となる。図の斜線の部分のモーメントが重心計算の分子の増分となりその大きさは DZ－0.5＞０に比例する。

(2) 異符号での減速効果（Ｚ＜０，DZ＞０を考える）前報[1]により対角補正の有効な範囲は

DZ＋(－Ｚ)＞１の時であり効果については次の２値の比較による。

$\mu z[\{1-(-Z)\} \wedge (1-DZ)] \vee \mu p[\{1-(-Z)\} \wedge DZ] \vee \mu N\{(-Z) \wedge (1-DZ)\}$

$\mu z[[\{1-(-Z)\} \wedge (1-DZ)] \vee \{(-Z) \wedge DZ\}] \vee \mu p[\{1-(-Z)\} \wedge DZ] \vee \mu N\{(-Z) \wedge (1-DZ)\}$

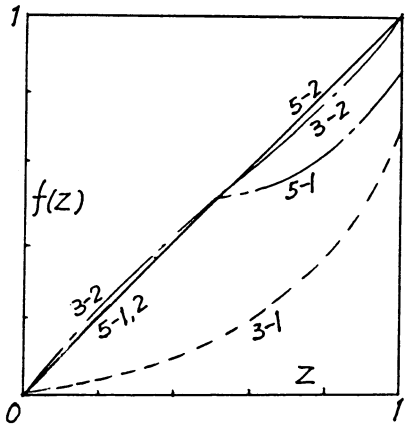


図-1 1次元入出力関係

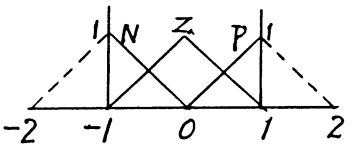


図-2 後件部

DZ \ Z	N	Z	P
P	(Z)	P'	(P)^8
Z	N	Z^2	P^4
N	(N)	N^3	$(Z)^7$

図-3 3×3ルール
( ) 補正

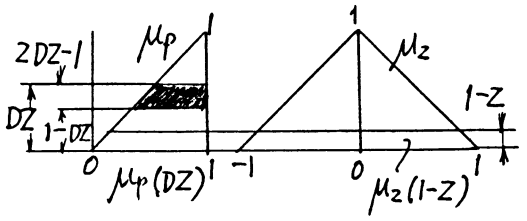


図-4 対角補正(加速)

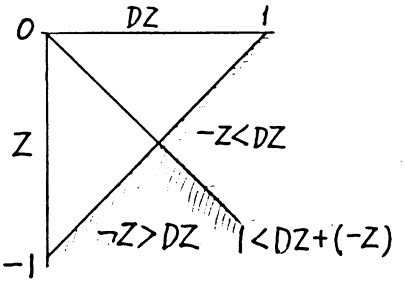


図-5 対角補正(減速)域

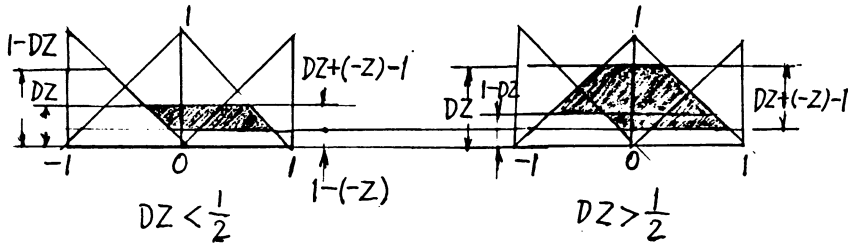


図-6 対角補正(減速)

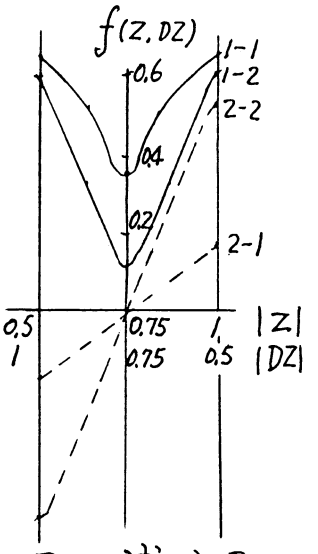
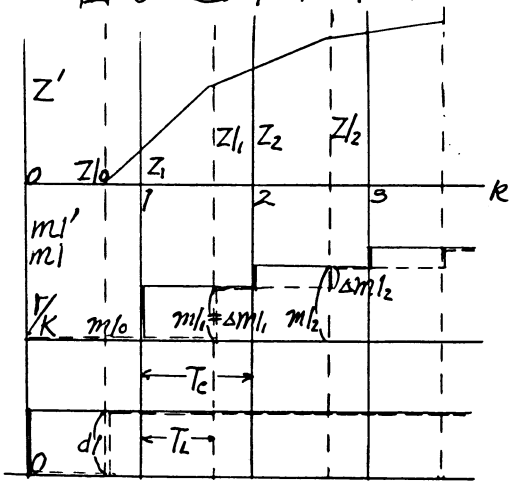


図-7 補正効果
SF=1
-1 補正後
-2 〃 前
1- 同符号
2- 異〃

図-8 過渡応答(外乱)



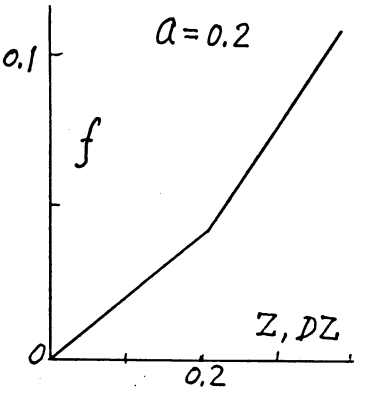


図-9 入出力関係

DZ＋(－Z)＞1及び－Z＞DZの場合を考えると

$\mu z\{1-(-Z)\} \vee \mu p\{1-(-Z)\} \vee \mu N(1-DZ)$

$\mu z(DZ) \vee \mu p\{1-(-Z)\} \vee \mu N(1-DZ)$

の2式より $\mu z(DZ)-\mu z\{1-(-Z)\}$ が改善分を含みμzであるから求心(減速)効果となる。之をΔe( )0.5 に対して夫々図－6の斜線部に示す。

－Z＜DZでは同様にして

$\mu z(-Z)-\mu z(1-DZ)$ が改善分を含む。

これら－Z( )DZの範囲について図－5に示す。

以上に基づく制御演算をルックアップテーブル化すれば実用的である。

なお上記(1)について線型 PI に於ては規準化したZ，DZ に対する推論出力f(Z,DZ)は

f(Z,DZ)＝Z＋DZ

で線型結合 Z＋DZ＝一定上ではf(Z,DZ)＝一定となるがアァジイでは曲線となる。対角補正がPに限定されるから補正後でも底をもつ。(2)についてはf₁(Z,DZ)＝Z－DZ上でf(Z,DZ)＝Z＋DZは中央で0となり両端で逆符号の近似直線となり補正を行うことによりその傾斜が緩やかになる。図－7は対角線に直交する断面内での以上の曲線の例である。

3－3　後件部の不定形の極限値

後件部への前件部からのカット高さζ(Δm1)が0に近付くとき重心計算は不定形$\frac{0}{0}$となる。ζ(Δm1)→0の時は計算結果を0とする処理がなされることが多い。台集合座標をΔm1とすると、

$$\Delta m1_G = \lim_{\zeta \to 0} \frac{\int_a^b \zeta(\Delta m1)\cdot \Delta m1 \cdot d(\Delta m1)}{\int_a^b \zeta(\Delta m1)\cdot d(\Delta m1)} = \frac{1}{2}(a+b)$$

3出力ルールでは図2より－a＝b故ζ(Δm1)＝0の時の出力は0となる。

4．全系の過渡応答

4－1　制御対象

時定数Tz,ゲインK,むだ時間TL,外乱の発生はt＝0であるがt＞tLで出力に影響を及ぼす大いさd1のステップ状。

4－2　制御装置

目標値rが－∞＜tで一定で、零次ホールド付きサンプル値(周期Tc)フィードバック速度型PIとし、演算おくれはTLに含む。むだ時間対策としてのwait and see操作を満たす上で、簡単のためTL＜Tcを考える。ntc＜TL＜(n＋1)TcとTcを決めるとシステムの次数はn次増加する。

4－3　全システムの基礎式

有効操作出力m1′ は kTc毎に計算されるがTLにより kTc＋TL時点で出力に影響を及ぼす。この経過を図－8に示す。4－1に述べた処により過渡応答に於て外乱にTc丈遅れて操作が行なわれるという最も危険な状態である。　出力Z′ は連続的であるがTLの存在によりm1′ が有効に働いた時点でその傾きは折曲がる。これに対して各サンプル時点 kTc でなく kTc＋TLごとの出力Z′ を考えると有効出力m1′ と対応出来るから kTc＋TLごとの時点でのZ1′ を用い[3]この間Z′ に折曲がり点は無くm1′ も一定であり之等の時間間隔もTc 毎である。一方速度型出力Δm1′ の計算には kTc 毎のデータを用いる。双方共 kTc 毎に行うと[4]やゝ取扱いが複雑になる。以上により本来TLの存在により連続系として扱うと無限次元系となるがサンプル値系とすると有限次元系となり安定性などの取扱いが容易となり之がむだ時間対策の主旨である。次式の右辺を用いることによりTLが考慮されている。

$$Tz\frac{dZ'}{dt}+Z'=K(m1'-d1) \qquad \text{この解は}^{4} \tag{1}$$

$$Z'(\tau)=Z1'_{k-1}e^{-\frac{Tc}{Tz}\tau}+K\left[1-e^{-\frac{Tc}{Tz}\tau}\right]\left[m1'_{k-1}-d1_{K-1}\right] \tag{2}$$

$\frac{t}{Tc}=\tau$, $D=e^{-\frac{Tc}{Tz}}$, $C=K(1-D)$, $Zk'(\tau=1)=Z1k'$

とおくと kTc+TLごとの式として(その時に$\tau=1$となる)

$Z1k'=DZ1k'_{-1}+Cm1k'_{-1}-Cd1k-1$ こゝで

$Z1k'-r=Z1k$ とおくと下のZkも共に制御偏差の負値で

$$Z1k=DZ1k-1+Cm1k'_{-1}-C\left[d1k-1+\frac{r}{K}\right] \tag{3}$$

こゝでt＜0ではr＝一定，d1＝0で不動点であるから$m1'=\frac{Z1'}{K}=\frac{r}{K}$で定値制御が完結している。故に$m1'-\frac{r}{K}=m1(t>0)$とおくと

$$Z1k=DZ1k-1+Cm1k-1-Cd1k-1 \tag{4}$$

又 $Zk'(\tau=\frac{Tc-TL}{Tc})-r=Zk$ とおくと(2)より

$$Zk=EZ1k-1+Fm1k-1-Fd1k-1 \tag{5}$$

こゝでZk はkTc ごとのものであってD，Cと対比すると$e^{-\frac{Tc-TL}{Tz}}=e^{-\frac{Tc}{Tz}}e^{\frac{TL}{Tz}}=\frac{D}{L}=E$,

$$K\left(1-\frac{D}{L}\right)=K(1-E)=F \tag{6}$$

操作出力は演算出力後TL後に有効となるが0次ホールド付故この間の値m1kは一定である。負フィードバツク速度型PI制御であるから

$$DZk=Zk-Zk-1 \tag{7}$$

$$m1k=m1k-1-f'(Zk,DZk)=f_3 \tag{8}$$

ファジイ制御ではf′が非線型となる。

4－4　不動点（t＞0）

不動点は自律系に於て定義される[5]ものであるが時不変任意入力d1の下では全系はそれに対応した拡張した不動点が存在する。そのさい、すべての状態量がk時点とk＋1時点で等しい時であるから(7)(8)よりf′(Z，DZ)＝0 かつDZ＝0 この2つより f′(Z，0)＝0 はZ＝0に限ると制御アルゴリズムで決める。但しZ≠0 でもでもある DZ≠0が対応し f′＝0は存在する。またd1k＝一定の下では (4)よりZ1＝K(m1－d1)

また (5)より

$$Z-Z1=-(1-E)Z1+K(1-E)(m1-d1)$$

この2式および上記よりZ＝Z1＝0およびm1＝d1となりI動作により定値制御が(漸近安定の時) 確保されたことになる。さらにDZ＝0でもZ≠0でメンバシツプ値が0となる様なルール配列では$\Delta m1=0$[1]となり見掛上オフセットを生じることになるから避けねばならない。

4－5　特性方程式

独立な入力 d1が0なる自律系の不動点(0)のまわりのふるまいを論ずるため特性方程式を求める。非線型系故(4)，(5)，(8)のJacobian，特に(8)の偏微係数が必要で、S，RをI，P動作の不動点近傍でのゲインとすると3ヶの状態量Z，Z1，m1について推移行列Pの第3行因子は

$$\left.\frac{\partial f_3}{\partial Zk}\right|_0=0-0\cdot S-(-1)R=R,\quad \left.\frac{\partial f_3}{\partial Z1_{k-1}}\right|_0=0-ES-ER=-E(S+R),$$

$$\left.\frac{\partial f_3}{\partial m1_{k-1}}\right|_0=1-K(1-E)S-K(1-E)R=1-K(S+R)(1-E)$$

なお $S=\left.\frac{\partial f'}{\partial Zk}\right|_0=\frac{\partial Z}{\partial Zk}\frac{\partial f}{\partial Z}\left.\frac{\partial f'}{\partial f}\right|_0=K_2\left.\frac{\partial f}{\partial Z}\right|_0K_1$，同様に$R=K_3\left.\frac{\partial f}{\partial DZ}\right|_0K_1$， K_1は出力の、K_2，K_3は夫々入力のスケールファクタ，$\left.\frac{\partial f}{\partial Z}\right|_0$などは規準化したファジイ入出力関係ゲインで不動点近傍で図－9。

有限次元の特性方程式はλを特性根とすると$|\lambda I-P|=0$ より

$$\lambda^3-(G-HF)\lambda^2+(D-HT-RF)\lambda+RT=0 \tag{9}$$

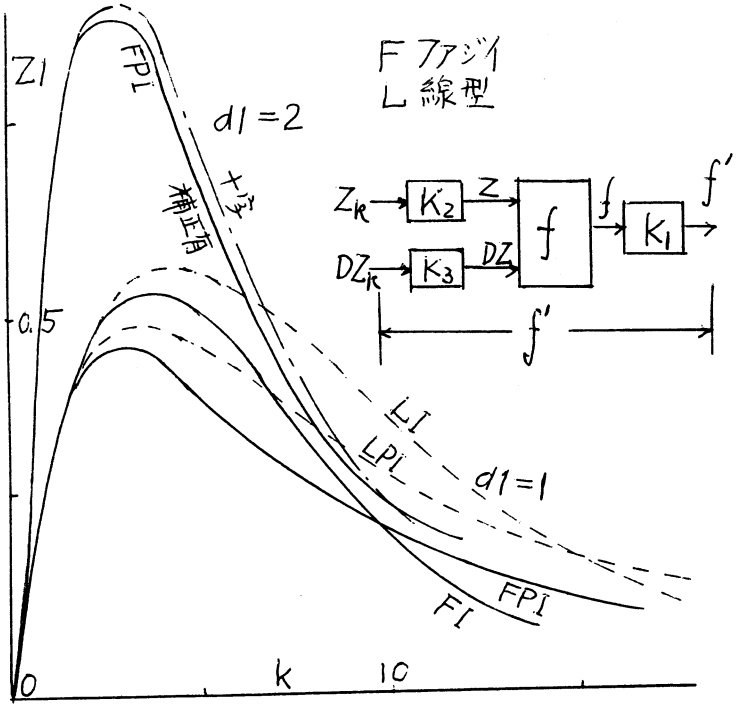


図-10 全系シミュレーション結果

$G=1+D>0$, $H=S+R$, $F>0$
$T=DF-EC<0$, R, $S>0$
$D\neq 1$, $0<\frac{D}{L}<1$ である。(9)とこれらの式のもとでは根と係数の関係よりすべてのλが実かつ正で存在し得、更にそれらが1より小なる場合不動点まわりでは非振動的減衰となる。

I動作では$R=0$で特性方程式は

$$\lambda^2+\{KS(1-E)-(1+D)\}\lambda+D\{1-KS(1-\frac{E}{D})\}=0,\quad \frac{E}{D}=\frac{1}{L} \qquad (10)$$

之に臨界減衰を指定すると

$$S=\frac{1}{K}\frac{1-D}{(1+\sqrt{DL})^2}$$

このSに対して(9)より既出の条件が成立するRを求めるとPI,I制御の双方について不動点まわりでは非振動的減衰特性を得る。サンプル値制御では有限整定制御も考えられるがファジイの適用を求める様なプロセスでは之は考えにくい。但しTLのみはクリスプ値として扱う。[6] d1変化時の不動曲面は4－4によりDZ＝0であり、$Z=Z1=0$上にあるから $\left.\frac{\partial f}{\partial Z}\right]_0, \left.\frac{\partial f}{\partial DZ}\right]_0$, を用いた Jacobi 行列の固有値は上のλと等しく、$|\lambda|\neq 1$故不動点の分岐現象は起こり得ない[5]。然しP制御のみではd1 に応じて不動点が変わるから検討を要する。

4－6　シミュレーション

$\frac{T_D}{T_Z}=0.5$, $\frac{T_I}{T_Z}=0.4$, $K=0.7$ より $S=0.1477$ および $R=0.4286$, $\left.\frac{\partial f}{\partial Z}\right]_0=\left.\frac{\partial f}{\partial DZ}\right]_0=0.2$, $K1=0.7386$, $K_2=1$, $K_3=2.901$, ファジイルールは3×3，シミュレーション結果を図-10に示す。まとめると

(1) ファジイ制御においても不動点付近での線型設計による非振動的減衰は大域的にも維持される。
(2) PIとIではPの効果によりピークは抑制されるが収束は遅くなる。
(3) ファジイは線型に比しピークが抑制され収束も早まる。入出力関係の非線型性による。
(4) $d1\leq 1$なる大きさでは対角補正の効果はなく十字分布で十分。$d1=2$なる非現実的な大いさで対角補正の効果が表われるが顕著でない。以上は対角補正がPB,NBではないからである。
(5) サンプル値制御によるむだ時間対策は両者共同様に有効である。

4－7　参考文献

1) 佐川隆一、基本的なクラスのあいまい制御装置の入出力関係 SICE第7回知識工学シンポジュウム資料 p 105～108　1988
2) 菅野道夫、ファジイ制御 日刊工業新聞社　1988
3) R.Oldenburg et al,Dynamik Selbstätiger Regelungen,Verlag R.O.　1951
4) 高橋安人、デイジタル制御 岩波書店　1985
5) 平井一正、池田雅夫、非線型システムの解析 オーム社　1986
6) 川瀬真、他 ファジイ制御の安定性について SICE 第11回DSTシンポジュウム資料 p 101～104　1988

ファジィ制御系の解析と設計に関する一考察

On Analysis and Design of Fuzzy Control Systems

田中　一男　　菅野　道夫
Kazuo TANAKA　Michio SUGENO
東京工業大学
Tokyo Institute of Technology

This paper discusses the stability analysis and the design technique of fuzzy control systems. First, the connection problems of fuzzy systems such as paralell and series connectioins are considered. Secondly, a sufficent condition which guarantees the stability of a fuzzy system is obtained in terms of Lyapunov's direct method. Thirdly, the connection problems and the stablitiy analysis are applied to the design problem of fuzzy control systems.

1．はじめに

1974年にMamdaniがファジィ制御を提唱して以来今日まで、熟練したオペレータ並みの制御を実現できるファジィコントローラを設計するということのみに力が注がれている。このため、ファジィ制御系における安定解析などの理論的体系はほとんど確立されていないのが実情である。最近、ファジィ制御の実用化には目を見張るものがある。しかし、これらの理論的基礎はファジィ制御が提唱された15年前のMamdaniの方法とほとんどかわらないものである。

そこで、本研究では特に重要であると思われるファジィ制御系の安定解析とそれに基づくコントローラの設計について考察を行なった。

2．ファジィモデル

本研究で用いるファジィモデルは高木、菅野[1]によって提案されたものである。

高木、菅野のファジィモデルのルール記述は、1入力の場合には次の形で記述される。

L^i: IF $x(k)$ is A_1^i and $\cdots$ and $x(k-n+1)$ is A_n^i and $u(k)$ is B_1^i and $\cdots$ and $u(k-m+1)$ is B_m^i THEN

$$x^i(k+1) = c_0^i + c_1^i x(k) + \cdots + c_n^i x(k-n+1) + b_1^i u(k) + \cdots + b_m^i u(k-m+1) \quad (1)$$

ここで、L^i $(i=1,2,\cdots,\ell)$はi番目のルールであることを示している。ℓはルール数である。A_j^i $(j=1,2,\cdots,n)$、B_h^i $(h=1,2,\cdots,m)$はファジィ集合である。$x(k)$～$x(k-n+1)$は状態変数、$u(k)$～$u(k-m+1)$は入力変数、$x^i(k+1)$はi番目のルールからの出力、c_j^i, b_h^iはi番目のルールの後件部のパラメータである。

推論値は、(2)式に示すような重み付き平均で求められる。

$$x(k+1) = \left(\sum_{i=1}^{\ell} w^i x^i(k+1)\right) / \sum_{i=1}^{\ell} w^i \quad (2)$$

ここで、w^iはi番目のルールの前件部の適合度であり、次のように求められる。

$$w^i = \prod_{j=1}^{n} A_j^i(x(k-j+1)) \times \prod_{h=1}^{m} B_h^i(u(k-h+1)) \quad (3)$$

$A_j^i(x(k-j+1))$は、ファジィ集合A_j^iの$x(k-j+1)$におけるグレードである。

(1)式をベクトル表現を用いて次のように表す。

L^i: IF $\boldsymbol{x}(k)$ is $\mathbb{P}^i$ and $\boldsymbol{u}(k)$ is $\mathbb{Q}^i$ THEN

$$x^i(k+1) = f^i(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k)) \quad (4)$$

ここで、f^iは、第i規則の後件部の入出力関係式を示す線形関数である。また、

$$\boldsymbol{x}(k)=[x(k), \cdots, x(k-n+1)]^T$$
$$\boldsymbol{u}(k)=[u(k), \cdots, u(k-m+1)]^T$$
$$\mathbb{P}^i = [A_1^i, \cdots, A_n^i]^T \quad \mathbb{Q}^i = [B_1^i, \cdots, B_m^i]^T$$

であり、

$$\boldsymbol{x}(k) \text{ is } \mathbb{P}^i \Leftrightarrow x(k) \text{ is } A_1^i \text{ and } \cdots \text{ and } x(k-n+1) \text{ is } A_n^i \quad (5)$$

とする。

(1)式に示したルール記述の特徴は、後件部がファジィ集合ではなく入出力関係式で表現されていることである。入出力関係式を用いることによって記述能力が高く、高次多変数系へも容易に適用できる。さらに、(1)式に示した規則のパラメータをシステムの入出力データを使って同定する手法[2,3]が提案されているが、ここでは、モデルの同定からはなれて、すでに制御対象のファジィモデルが得られているものとしてそれを制御するためのファジィコントローラを含めた制御系の解析と設計について考えることにする。

3．ファジィブロックの等価変換

(1)式で示されるファジィシステムを一つのブロックとみなしたとき、このブロックをファジィブロックと呼ぶ。従来の制御理論では、伝達関数で表現されるブロック線図の結合（並列、直列、フィードバック）は、制御系の設計や解析の上で欠くことのできないもので

ある。ファジィ制御系の設計や解析のためにはファジィブロックの結合に関する等価変換について考える必要がある。だが、ファジィブロックの結合は、線形システムのように簡単にはいかない。重要なことは、ファジィブロック間の結合を施したものは、また(1)式の形式で記述できるということである。これは、伝達関数どうしの結合もまた伝達関数で表現できることに対応している。以下に、ファジィブロックの結合に関する定理を示す。ただし、その証明は紙面の都合上省略する。また、フィードバック結合に関する定理も省略するが、この場合も以下と同様の形で導出されている。

Fig.1に示すようなファジィシステムL_1^iとL_2^jの並列結合を考える。

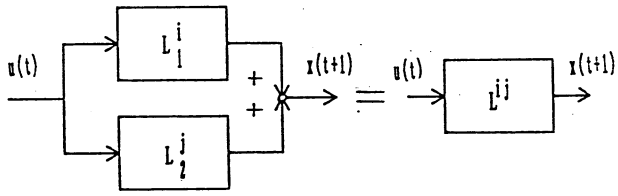


Fig.1　並列結合

これらの並列結合は次の定理で与えられている。

定理3-1 並列結合に関する定理

L_1^i:IF　$x(k)$ is $\mathbb{P}^i$ and $u(k)$ is $\mathbb{Q}^i$　THEN

$$x^i(k+1) = f_1^i(x(k), u(k)) \quad i=1,2,\cdots,\ell_1 \quad (6)$$

L_2^j:IF　$x(k)$ is $\mathbb{G}^j$ and $u(k)$ is $\mathbb{H}^j$　THEN

$$x^j(k+1) = f_2^j(x(k), u(k)) \quad j=1,2,\cdots,\ell_2 \quad (7)$$

ここで、

$$\mathbb{G}^j = [C_1^j, \cdots, C_n^j]^T \qquad \mathbb{H}^j = [D_1^j, \cdots, D_m^j]^T$$

である。

この二つのファジィブロックの並列結合は次のようになる。

L^{ij}:IF $x(k)$ is $(\mathbb{P}^i$ and $\mathbb{G}^j)$ and

$u(k)$ is $(\mathbb{Q}^i$ and $\mathbb{H}^j)$　THEN

$$x^{ij}(k+1)=f_1^i(x(k), u(k))+f_2^j(x(k), u(k)) \quad (8)$$

ここで、

$$x(k) \text{ is } (\mathbb{P}^i \text{ and } \mathbb{G}^j) \Leftrightarrow x(k) \text{ is } (A_1^i \text{ and } C_1^j)$$

$$\text{and} \cdots \text{and } x(k-n+1) \text{ is } (A_n^i \text{ and } C_n^j) \quad (9)$$

である。ファジィ集合 A_1^i and C_1^jのメンバーシップ関数は　$A_1^i(x(k)) \times C_1^j(x(k))$　である。

系 3-1

(6)式、(7)式において、$\ell_1 = \ell_2 = \ell$であって、

$\forall i \in \{1,2,\cdots,\ell\}$に対して

$$A_1^i = C_1^i, \cdots, A_n^i = C_n^i, \quad B_1^i = D_1^i, \cdots, B_m^i = D_m^i$$

ならば、並列結合に関する等価変換は

L^i:IF $x(k)$ is $\mathbb{P}^i$ and $u(k)$ is $\mathbb{Q}^i$　THEN

$$x^i(k+1)=f_1^i(x(k), u(k))+f_2^i(x(k), u(k)) \quad (10)$$

となる。

次に、Fig.2に示すような二つのファジィブロックの直列結合を考える。

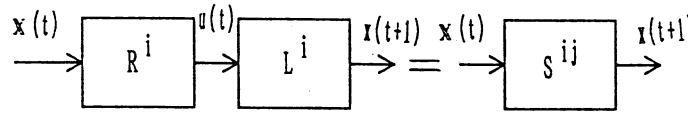


Fig.2　直列結合

直列結合される二つのファジィシステムの前件部は、同じ構造を持つ場合に限定し、その他の場合は省略する。これは、ファジィモデルの各規則に対してコントローラの各規則を割り当てるという設計法[4]のためである。

定理3-2 直列結合に関する定理

L^i:IF $x(k)$ is $\mathbb{P}^i$ and $u(k)$ is $\mathbb{Q}^i$　THEN

$$x^i(k+1) = f^i(x(k), u(k)) \quad i=1,2,\cdots,\ell \quad (11)$$

R^i:IF $x(k)$ is $\mathbb{P}^i$ and $u(k)$ is $\mathbb{Q}^i$　THEN

$$u^i(k) = g^i(x(k), \bar{u}(k)) \quad i=1,2,\cdots,\ell \quad (12)$$

ここで、$\bar{u}(k)=[u(k-1),\cdots,u(k-m+1)]$

である。

これら二つのファジィブロックの直列結合は次のようになる。

S^{ij}:IF $x(k)$ is $(\mathbb{P}^i$ and $\mathbb{P}^j)$ and

$u^*(k)$ is $(\mathbb{Q}^i$ and $\mathbb{Q}^j)$　THEN

$$x^{ij}(k+1) = f^i(z(k), g^j(z(k))) \quad (13)$$

ここで、$i,j = 1,2,\cdots,\ell$,

$$z(k)=[x(k), \bar{u}(k)] \quad (14)$$

$$u^*(k)=[g^*(z(k)), \cdots, g^*(z(k-m+1))]^T$$

$$\bar{u}(k)=[g^*(z(k-1)), \cdots, g^*(z(k-m+1))]^T$$

$$g^j(z(k))=u^j(k) \quad j = 1,2,\cdots,\ell$$

である。また、g^*は、R^iから求める

$$u(k)= g^*(z(k)) \quad (15)$$

を満たす関数である。

定理3-2でL^iは制御対象のファジィモデル、R^iはファジィコントローラの制御規則を示している。

もし、(12)式の前件部変数u(k)のファジィ集合$B_1{}^i$がany、すなわち、すべてのu(k)についてそのグレードが1であるファジィ集合ならば

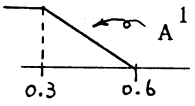
$$u(k)= g^*(\mathbf{x}(k))=\sum_i w^i u^i(k) \Big/ \sum_i w^i$$

となる。

逆に、ファジィ集合$B_1{}^i$がany以外のファジィ集合である場合は、簡単に導出できないので、ここでは省略する。この場合の導出には参考文献[4]が詳しい。

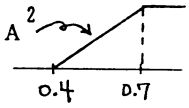
（例題1）

次に示すようなファジィシステムL^iとファジィコントローラR^iの直列結合の例を示す。

L^1 : IF x(k) is 

THEN

$$x^1(k+1) = 2.178x(k)-0.588x(k-1)+0.603u(k)$$

L^2 : IF x(k) is 

THEN

$$x^2(k+1) = 2.256x(k)-0.361x(k-1)+1.120u(k)$$

R^1 : IF x(k) is A^1 THEN

$$u^1(k)= -(K_1{}^1x(k) + K_2{}^1x(k-1))$$

R^2 : IF x(k) is A^2 THEN

$$u^2(k)= -(K_1{}^2x(k) + K_2{}^2x(k-1))$$

このコントローラとファジィシステムとの直列結合は定理3-2から次のように導くことができる。

S^{11} : IF x(k) is (A^1 and A^1) THEN

$$x^{11}(k+1) = (2.178 - 0.603K_1{}^1)x(k) + (-0.588 - 0.603k_2{}^1)x(k-1)$$

S^{12} : IF x(k) is (A^1 and A^2) THEN

$$x^{12}(k+1) = (2.178 - 0.603K_1{}^2)x(k) + (-0.588 - 0.603K_2{}^2)x(k-1)$$

S^{21} : IF x(k) is (A^2 and A^1) THEN

$$x^{21}(k+1) = (2.256 - 1.120K_1{}^1)x(k) + (-0.361 - 1.120K_2{}^1)x(k-1)$$

S^{22} : IF x(k) is (A^2 and A^2) THEN

$$x^{22}(k+1) = (2.256 - 1.120K_1{}^2)x(k) + (-0.361 - 1.120K_2{}^2)x(k-1)$$

ここで、S^{12}とS^{21}の前件部は同じファジィ集合であるので、これを一つにまとめて記述してもよい。このとき、いかなる入力に対しても最終的な推論結果がファジィ制御系全体として変わらないようにまとめると次のようになる。

S^{121} : IF x(k) is 2 (A^1 and A^2) THEN

$$x^{121}(k+1)=(2.217-(1.120K_1{}^1+ 0.603K_1{}^2)/2)x(k) + (-0.4745-(1.120K_2{}^1+ 0.603K_2{}^2)/2)x(k-1)$$

ここで、ファジィ集合 2 (A^1 and A^2) のメンバーシップ関数は

$$2 \times A^1(x(k)) \times A^2(x(k))$$ である。

注)ファジィモデルの前件部に、例えば

$$\sum_{i=1}^{2} A^i(x(k)) \leqq 1$$

なる制約を加えれば、いかなるx(k)についても

$$2 \times A^1(x(k)) \times A^2(x(k)) \leqq 1$$

となり、1を越えないので、2 (A^1 and A^2) はファジィ集合である。

4．ファジィ制御系の安定解析

ファジィ制御系の安定解析についてはいくつかの論文がある[5,6,7]。しかし、いずれの論文に示されている安定解析も実際の制御系設計に有用であるかどうかは疑問である。その理由は、実際の安定論の観点に立つものではなく、その理論的根拠に乏しいからである。また、ブルトーザの整地制御をファジィ制御系として構成し、その安定判別をマクロ安定ルールを用いて実用的な立場から行なっている研究[8]がある。本研究では、これらとは違う観点から(1)式によって記述されるファジィシステムの安定判別を行なうために必要な安定定理を安定論の立場にそって理論的に導出する。

まず、(1)式の後件部の線形式において定数項$c_0{}^i$＝0、u(k)＝0,…,u(k-m+1)＝0とし、次のような行列表現の状態方程式に書き換える。

$$\mathbf{x}^i(k+1) = A_i \mathbf{x}(k) \quad i=1,\cdots,\ell \qquad (17)$$

ここで、$\mathbf{x}(k)=[x(k),\cdots,x(k-n+1)]^T$、$\mathbf{x}(k) \in R^n$、$A_i \in R^{n\times n}$ である。実際は、これらの重み付き平均で求められるので次のようになる。

$$\mathbf{x}(k+1)= \frac{\sum_{i=1}^{\ell} w^i \mathbf{x}^i(k+1)}{\sum_{i=1}^{\ell} w^i} = \frac{\sum_{i=1}^{\ell} w^i A_i}{\sum_{i=1}^{\ell} w^i} \mathbf{x}(k) \qquad (18)$$

この(18)式のファジィシステムの安定定理を示すためには、次の定理と補題が必要である。

定理4-1[9]

$$x(k+1) = f(x(k))$$

で記述される離散値システムを考える。ここで、$x(k)$は$n\times 1$の状態ベクトル、$f(x(k))$はすべてのkに対して次式のような性質をもつ$n\times 1$の関数ベクトルである。

$$f(0) = 0$$

また、$x(k)$に関して連続であり、次のような性質を持つスカラ関数が存在すると仮定する。

(a) $V(0) = 0$

(b) $V(x(k)) > 0$ ，但し $x(k) \neq 0$

(c) $\|x(k)\| \to \infty$に対して$V(x(k))$は無限大になる。

(d) $\triangle V(x(k)) < 0$

このとき、平衡状態$x(k) = 0$はすべてのkに対して大域的漸近安定であり、$V(x(k))$はリアプノフ関数となる。

補題 4-1

Pが正定対称行列で、

$$A_i^T P A_i - P < 0 \qquad A_j^T P A_j - P < 0$$

ならば

$$A_i^T P A_j + A_j^T P A_i - 2P < 0 \quad \text{である。}$$

(証明)

$$\begin{aligned} &A_i^T P A_j + A_j^T P A_i - 2P \\ &= -(PA_i - PA_j)^T P^{-1} (PA_i - PA_j) \\ &\quad + A_i^T P A_i + A_j^T P A_j - 2P \\ &= -(PA_i - PA_j)^T P^{-1} (PA_i - PA_j) \\ &\quad + A_i^T P A_i - P + A_j^T P A_j - P \end{aligned}$$

ここで、Pが正定値であるのでP^{-1}も正定値である。このため、

$$-(PA_i - PA_j)^T P^{-1} (PA_i - PA_j) \leq 0$$

が成り立つ。よって、

$$A_i^T P A_j + A_j^T P A_i - 2P < 0$$

となる。 (Q.E.D.)

定理4-2 （ファジィシステムの安定定理）

次の条件を満たす正定対称行列Pが存在するならば(18)式で示されるファジィシステムは大域的漸近安定である。

$\forall i \in \{1, 2, \cdots, \ell\}$に対して

$$A_i^T P A_i - P < 0 \tag{19}$$

(証明)

$$V(x(k)) = x^T(k) P x(k) \tag{20}$$

なる関数を考える。この関数は次の性質を満たす。

(a) $V(0) = 0$

(b) $V(x(k)) > 0$ ，但し $x(k) \neq 0$

(c) $\|x(k)\| \to \infty$に対して$V(x(k))$は無限大になる。

次に、

$$\begin{aligned} &\triangle V(x(k)) \\ &= V(x(k+1)) - V(x(k)) \\ &= x^T(k+1) P x(k+1) - x^T(k) P x(k) \\ &= \left(\sum_i w^i A_i x(k) / \sum_i w^i\right)^T P \left(\sum_i w^i A_i x(k) / \sum_i w^i\right) \\ &\quad - x^T(k) P x(k) \\ &= x^T(k) \left\{ \left(\sum_i w^i A_i^T / \sum_i w^i\right) P \left(\sum_i w^i A_i / \sum_i w^i\right) \right. \\ &\qquad \left. - P \right\} x(k) \\ &= \frac{\sum_{i,j} w^i w^j x^T(k) (A_i^T P A_j - P) x(k)}{\sum_{i,j} w^i w^j} \\ &= \frac{1}{\sum_{i,j} w^i w^j} \left\{ \sum_i (w^i)^2 x^T(k) (A_i^T P A_i - P) x(k) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i<j} w^i w^j x^T(k) (A_i^T P A_j + A_j^T P A_i - 2P) x(k) \right\} \end{aligned}$$

但し、$w^i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \cdots, \ell\}$

補題 4-1と(19)式の条件より、次のことが成り立つ。

(d) $\triangle V(x(k)) < 0$

(a)～(d)の条件を満たすので、定理4-1より、$V(x(k))$はリアプノフ関数となり、(18)式で示されるファジィシステムは大域的漸近安定である。

(Q.E.D.)

この定理は、ファジィシステムの安定性に関する十分条件となっている。とくに、(19)式に示した条件はすべてのサブシステムが大域的漸近安定であるという条件と等価ではなく、この条件よりも厳しいことに注意する必要がある。実際、すべての後件部の線形式が大域的漸近安定であっても、それらが集まって構成するファジィシステムが大域的漸近安定でない場合があることに注意しなければならない。

5．ファジィコントローラの設計

コントローラのパラメータをリアプノフ関数が存在するように求めた場合、そのパラメータは、ファジィ

制御系を大域的漸近安定にするという保証はあるものの立ち上がりや整定時間といった具体的な評価基準を満足するということの保証は何もない。そこで、次のようにファジィコントローラを設計する。まずコントローラとモデルで構成されるファジィ制御系と等価なファジィシステムを等価変換の定理によって求める。次に、そのファジィシステムの各々のファジィインプリケーションの後件部の線形式に対して評価基準を満たすようなコントローラのパラメータを従来の線形制御理論を用いて決定する。最後に定理4-2のファジィシステムに関する安定定理で大域的漸近安定かどうか確認するという方法をとる。ファジィコントローラの具体的な設計法を次の簡単な二つの例題で示す。

（例題２）

例題１で示したようなファジィシステムL^iに対して、ある比例ゲインKからなるコントローラを接続したときの制御系の安定解析を行なう。比例ゲインKを持つコントローラをファジィコントローラ的な表現で記述すると次のようになる。

R^1 : IF x(k) is any THEN u(k)= -Kx(k)

ここで、anyはすべてのx(k)に対してグレードが１となるファジィ集合であり、設定値は０とする。このコントローラと上で示したファジィシステムとの直列結合は定理3-2から次のように導くことができる。

S^1: IF x(k) is A^1 THEN

$x^1(k+1) = (2.178 - 0.603K)x(k) - 0.588x(k-1)$

S^2: IF x(k) is A^2 THEN

$x^2(k+1) = (2.256 - 1.120K)x(k) - 0.361x(k-1)$

上のファジィ制御系の挙動を決定づけるパラメータはKの一つであるので根軌跡を用いてこのパラメータKを決定する。

まず、S^1について考える。S^1の後件部の線形式（サブシステム）に対して、Kを0から∞まで変化させたときの根軌跡をFig.3に示す。なお、Fig.3は単位円の上半分だけを示してある。よく知られているようにディジタル制御系が漸近安定であるための必要十分条件は、特性方程式のすべての根がZ平面の単位円内に存在することである。よって、Fig.3より比例ゲインKによってS^1の後件部のサブシステムを安定化できるKの範囲は0.980～6.25であることがわかる。

同様にS^2の後件部の線形式（サブシステム）に対して、Kを0から∞まで変化させたときの根軌跡をFig.4に示す。Fig.4より比例ゲインKによってS^2の後件部を安定にできるKの範囲は0.80～3.23であることがわかる。

よって、両者のKの範囲の重なった部分0.98～3.23がこのファジィ制御系を安定にできるKの範囲の候補と考えてよい。しかし、実際は各サブシステムが大域的漸近安定であってもファジィシステムは大域的漸近安定になるとは限らないので、定理4-2を使ってその安定性を確認する必要がある。この範囲に含まれるKの値として例えば1.12を選んで制御した結果をFig.5に示す。

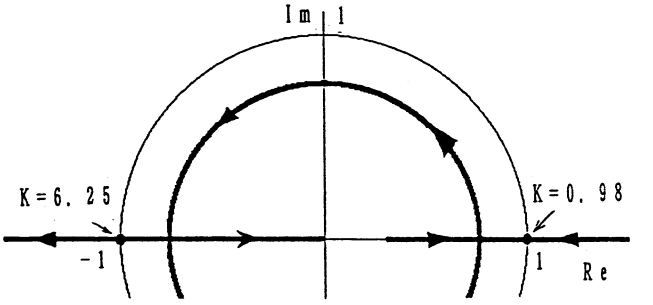


Fig.3 S^1の後件部の根軌跡

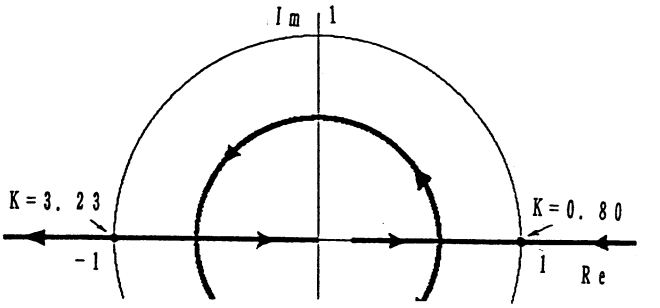


Fig.4 S^2の後件部の根軌跡

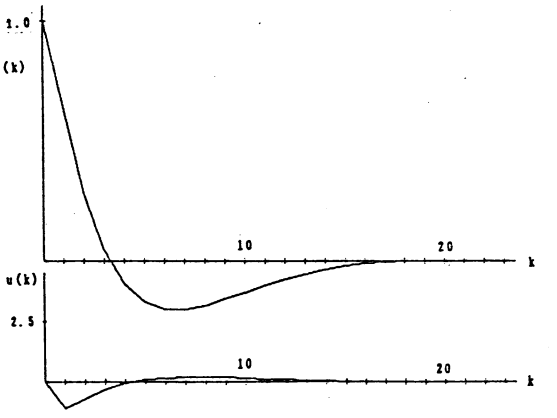


Fig.5 K=1.120のときのファジィ制御系の挙動

K=1.120の場合、

$$P = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.3 \\ -1.3 & 2.0 \end{bmatrix}$$

なるPを選べば、このPは(19)式を満たすので定理4-2からこのファジィシステムは大域的漸近安定であることがわかる。

この例題では、ファジィシステムと線形コントローラの結合であったが、これとは逆に、線形システムと

ファジィコントローラの結合でも、同様の方法で解析を行なうことができる。また、コントローラのパラメータを求めるために根軌跡法を用いたが、例えば位相面解析やボード線図などを用いることもできる。

（例題３）

再び例題１のファジィシステムL^iについて考える。希望する挙動を評価する基準はいくつか考えられるが、ここでは、減衰係数比に着目し、また、なるべく整定時間が短くなるようにファジィコントローラを設計する。いま、減衰係数比ζについては約0.707になるような制御系を設計することを試みる。具体的には、次のような範囲で考えてみた。

$$0.6 < \zeta < 0.8$$

また、ファジィコントローラも例題１で示したものを用いる。よって、これらの直列結合は例題１に示したものと同じである。例題１を見てわかるように、S^{11}とS^{22}はそれぞれ異なったパラメータを持ち、S^{121}は、S^{11}とS^{22}両方のパラメータを合わせ持つ。そこで、まずS^{11}とS^{22}のサブシステムのζの値がζ=0.707となるようなパラメータ$k_1^1, k_2^1, k_1^2, k_2^2$を求める。このとき、いくつもの候補が考えられるが、その中で例えば次のような２種類のパラメータを選ぶ。

case A: k_1^1=1.564 k_2^1=-0.223 k_1^2=0.912 k_2^2=0.079

case B: k_1^1=2.109 k_2^1=-0.475 k_1^2=1.205 k_2^2=-0.053

しかし、これらのパラメータはS^{11}とS^{22}のみを考慮して求めたものなので、S^{121}に関してはそれらのパラメータが適切かどうかを確かめる必要がある。

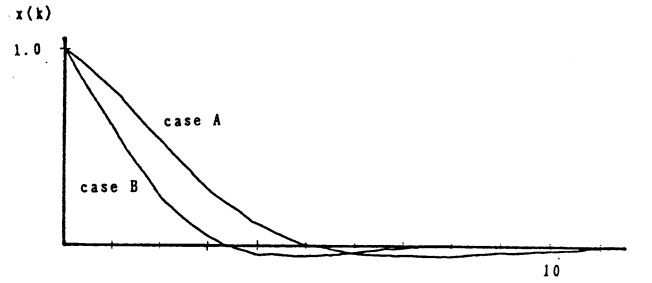


Fig.6　case AとBのファジィ制御系の応答

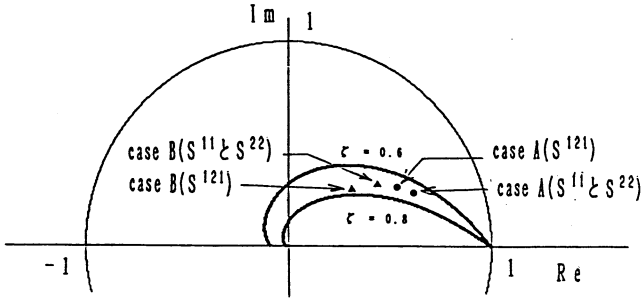


Fig.7　case AとBの各サブシステムの極の位置

case Aの場合、S^{121}のサブシステムのζの値がζ=0.705となりほぼ0.707に等しくなるので、ファジィ制御系全体としてζの値が約0.707であると考えてよい。case Bは、S^{121}のサブシステムのζの値がζ=0.764となり、0.707とは少し異なるが、$0.6 < \zeta < 0.8$の範囲内である。case AとBにおけるファジィ制御系の応答をFig.6に、S^{11}、S^{121}、S^{22}の後件部のサブシステムのZ－平面上の極の位置をFig.7に示す。Fig.7から、case Bの場合S^{11}、S^{121}、S^{22}の極の位置がcase Aに比べて原点に近いので早く整定することがわかる。このことは、Fig.6 を見てもすぐにわかる。

この二つの場合のうちcase Bについてファジィ制御系が大域的漸近安定かどうかを定理4-2を用いて確かめる。いま、$\mathbb{P}$として

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 1.38 & -0.88 \\ -0.88 & 4.19 \end{bmatrix}$$

を選べば、この$\mathbb{P}$は(19)式を満たすので定理4-2から大域的漸近安定であることがわかる。

5．結論

本論文は、ファジィ制御理論確立において重要であると思われる次の三つの点について考察を行なった。

(1) ファジィブロックの等価変換

(2) ファジィ制御系の安定解析

(3) (1)と(2)に基づくファジィコントローラの設計

なお、本稿をまとめるにあたって、室伏俊明氏（東京工業大学）との討論が一部参考となった。

参考文献

[1]T. Takagi and M. Sugeno: Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modelling and Control, IEEE SMC-15, 116/132 (1985)

[2]姜、菅野：ファジィモデリング、計測自動制御学会論文集、vol.23, No.6, 650/652 (1987)

[3]M. Sugeno and G.T. Kang: Struckure Identification of Fuzzy Model, Fuzzy Sets snd Systems 28 15/33 (1988)

[4]菅野：ファジィ制御、日刊工業新聞社、(1988)

[5]J.B. Kiszka, M.M. Gupta and P.N. Nikiforuk: Energetistic Stability of Fuzzy Dynamic Systems, IEEE, SMC-15, no.6, 783/792 (1985)

[6]A.A. Kania: On Stability of Formal Fuzziness Systems, Infor. Scien. 22, 51/68 (1980)

[7]R.M. Tong: Some properities of fuzzy feedback systems, IEEE, SMC-10, no.6, 327/330 (1980)

[8]寺野、増井、森：ファジィ制御系の安定問題、4TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM, 103/108 (1988)

[9]B.C. Kuo: ディジタル制御システム（古田、中野監訳）HBJ (1984)

異常補償機構を付加した手動制御系における オペレータの Fuzzy Model

A Human Operator's Adaptive Fuzzy Model
in a Manual Control System with a Failure Compensatory Mechanism.

浜田広児* 松島皓三**
Kouji Hamada, Kozo Matsusima
筑波大学工学研究科* 筑波大学構造工学系**

Grad. School of Eng. Univ. of Tsukuba*
Inst. of Eng. Mechanics Univ. of Tsukuba**

Abstract

In this study, we have evaluated two kinds of failure compensatory mechanisms in a manual control system. One is the differential element, and the other is the newly proposed "inching elemnt" which simulates operator's inching control action. They are proposed in order to assist human operator's adaptive action in case of the accident on the controlled servo element.

And the performance of them are discussed by examinig the component parameters of the operator's fuzzy models constructed on the basis of the experimental data.

As the result, it is investigated that the control after the failure has become comaprably easy by the aid of the mechanism.

1. はじめに

マニピュレータのような遠隔操作を行う手動制御系において遠隔側のサーボ系フィードバックに異常が発生した場合、以降の対応には通常大きな困難がともなう。 このような系に対して、制御対象の異常を検知・警報し、同時に対象への入力信号に適当な補償を加えてオペレータの対応を補助するような機構を付加することは重要である。

本研究ではそのような異常補償機構として、①微分要素と、②新たに考案したインチング要素、の2つを取り上げて、これらの性能を実験的に評価する。

この際、系内のオペレータの操作についての Fuzzy モデルを実験データに基づき構成して、補償機構がオペレータの操作に与えた質的な影響を Fuzzy モデルのパラメータ変化としてとらえることを試みた。

2. 実験

2. 1 実験系と実験要因

応答を記録するために構成された実験系の構成を Fig.1 に示す。 系はマニピュレータの操作システムを模擬しており、制御対象、オペレータ～制御対象間の伝送おくれ（以下 T.D.）、および補償機構（以下 I/F）はコンピュータ内でソフトウエアにより実現されている。

オペレータは回転軸に取り付けられた操作端を動かすことにより、 CRT 画面上に表示されたカーソルの画面中央からの距離である制御偏差 cd を零に近づける compensatory tracking を行う。 オペレータの出力 m は I/F を介して制御対象に入力される。 I/F は制御対象に密着して存在しており対象内の誤差信号 e と m をモニターしつつ、制御量 u とオペレータへの警報 a を出力する。

制御対象は 2 次のサーボ系を模擬しており、操作途中にフィードバックゲイン K_3 が 1 から 0 へと突然変化する。 変化後の制御対象は二重積分器に近い無定位特性をもつ。[1] 目標値 r にはバンド幅 1.0 rad/sec、CRT 上での rms 値が 14.2 mm であるようなランダム信号を用いる。 また、伝送おくれは片道について 150 ms とする。

実験要因とそれぞれの水準を Table 1 に示す。 実験は各要因の組合せごとの繰り返し数を 10 回として、被験者ごとに 60 回ずつ行った。 1 回の試行は 30 秒で対象の特性変化は試行開始後 13～16 秒の間に発生する。

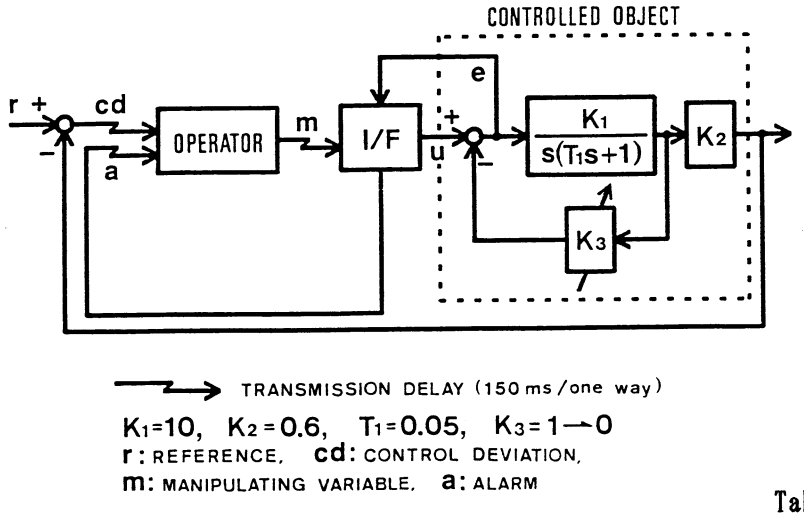


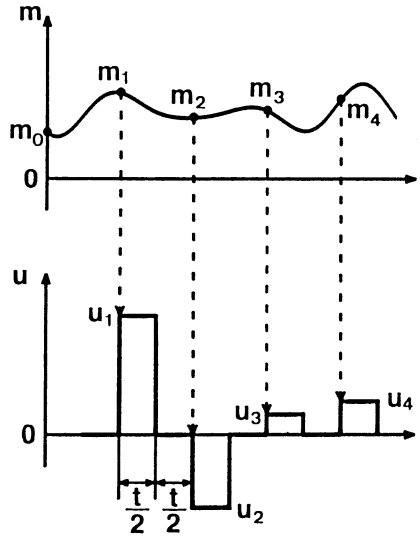
Fig.1 Configuration of experimental system.

要 因	水 準
I/F	type 0 type 1 type 2
被験者	S1, S2, S3
伝送遅れ	あり、なし

Table 1 Experimental factors.

2．2 補償機構

制御対象の異常検出は、Fig.1 内の e と u とを比較することによってなされる。 すなわち K_3 が 0 になると e と u が一致することから、I/F は |e－u| が事前に定めたしきい値より小さくなった状態が 100 ms 継続した場合に対象のフィードバックループが破断したと判断する。



t: sampling period,
N: a constant,

$u_i = (m_i - m_{i-1}) \cdot N$

Fig.2 In-Out relation of Inching I/F.

制御対象が正常である間は I/F は m＝u であるが、異常と判断した後には m を変換したものを u として出力する。 今回 I/F は 2 種類のものを用意した。 ひとつは微分要素（以下 type 1）であり、操作量 m を時間微分した量を u として出力する。 また、もう 1 つの I/F はインチング要素（以下 type 2）である。 また、異常の有無にかかわらず m＝u を出力し続けるものを type 0 とする。

制御対象に不感帯があったり無定位であるような場合、オペレータは操作端を少し動かしては戻すというインチング動作を繰り返すことが知られている。[2][3] I/F type 2 はこのようなインチング操作を機械的にシミュレートしているものである。 I/F type 2 が行う m→u 変換のようすを Fig.2 に示す。今回、図中の定数については特性変化後の制御対象の伝達関数が既知であるとの仮定のもとで算出した N＝4、t＝0.05 s を用いた。

2．3 実験結果

実験から得られた被験者の応答は、まず制御偏差 cd の rms 値によって定量的に評価する。 この際、cd を特性変化時刻を基準にして Fig.3 に示すように分割する。

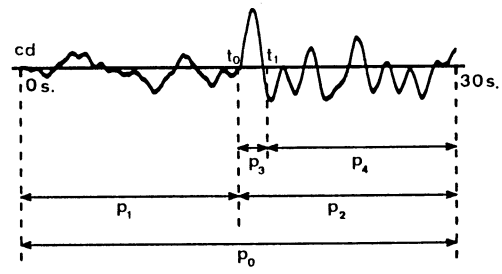


Fig.3 Segmentation of experimantal result(cd).

Fig.3 において t_0 が対象の特性突変時刻で、t_1 は t_0 の 2 秒後とする。 すなわち時刻 t_1 までには特性変化直後の操作量の激しい振動[1]もおさまっていると見なしている。

この区分に従って算出した制御成績の比較を Fig. 4 に示す。

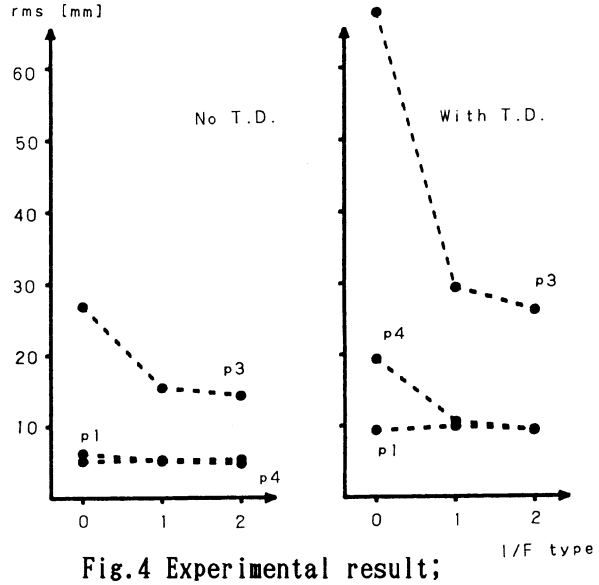


Fig.4 Experimental result; rms of control deviation.

それによると、p3 については T.D. のあるなしにかかわらず I/F の効果がある。 特に T.D. ありの場合には顕著である。 p4 も T.D. ありの場合には効果が認められるが、p1 については当然のことながら I/F 間に有意な差はない。

全体に T.D. のある悪条件下での操作において I/F は有効であることが確認される。

3. オペレータの Fuzzy モデル

次に、I/F がオペレータの操作にどのような質的な影響を与えたかを解析するために、実験で得られたデータにもとづいてオペレータの制御動作の Fuzzy モデルを構成する。

この際、本研究で用いた実験系において、オペレータが制御情報として知覚できる状態量としては、制御偏差 cd およびその速度 cv をとりあげ、操作のための判断は離散的になされていると仮定している。 構成するモデルもこれにしたがって cd および cv を入力とし、操作量の変化分（以下 dm）と次の操作までの判断時間（以下 sd）を出力する。

構成した Fuzzy モデルは Fig.5 に示すように 2 組の meta rule 群と 3 組の sub rule 群からなる二層構造を持っている。[1]

sub rule はそれぞれが、対象の特性変化前の定常的な操作（以下 mode-1）、変化直後の適応過程（以下 mode-2）、および特性変化後しばらくしてからの定常操作（以下 mode-3）を受け持つ。 meta rule 群はモニターされた刻々の制御偏差 cd とその速度 cv の値にしたがって、これら sub rule 間の移行を担当する。

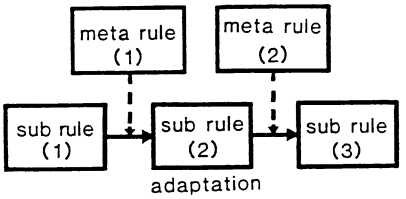


Fig.5 Fuzzy rule hierarchy

1 組の sub rule は $|cd|-cv$ の位相平面を linguistic に分割して、各分割域ごとに次の形式で表わされた入出力関係の集合である。

if |cd| is A, and cv is B then
dm is C, and sd is D

ただし、ここで A、B、C および D はそれぞれの変数に対応した linguistic な量を表わす Fuzzy 集合である。

sub rule の構造およびパラメータが制御対象の特性に依存することは、すでに確認されている。[1] 本研究においても I/F type 0 については sub rule の構造は従来どおり、特性変化前後で異なるものを採用した。

一方 I/F type 1 と type 2 については、特性変化後の mode-3 でも定位性は確保されていると考えられるため、sub rule の構造は特性変化前後とも同じとし、両 mode における sub rule を構成する Fuzzy 集合のパラメータに操作の質的な違いが明確に反映されるようにした。

本研究で使用した具体的な sub rule 構造の例を位相平面上に視覚的に表現して Fig.6 にあげる。 オペレータは制御偏差 cd の変化を CRT 画面内のカーソルの動きとして認識することから、Fig.6 における記号の意味は、カーソルが中央に近づいていることに対応する C(entering)や、逆にカーソルが遠ざかり

つつあることを示す B(reaking)というふうに割り当てている。 また記号 S、M、および L はそれぞれ Small、Medium、および Large を意味している。

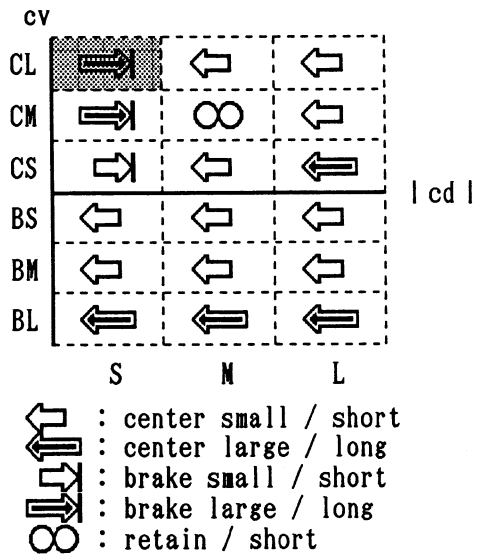


Fig.6 Example of sub rule.(mode-1)

たとえば、 Fig.6 の左上隅の網掛けされた部分でにおける入出力関係は次のようになる。

「カーソルの画面中央からの偏差が小さく (cd is Small) 、かつ画面中央に向かって大きな速度で近づいている (cv is Centering Large) ときには、操作量は大きな時間幅で大きく減速するように変化させる (⇒: dm is to Brake, and sd is Long) 。」

すなわちこれは、

if | cd | is S and cv is CL then
dm is BL, and sd is L

に相当する。

また、今回構成したモデルにはオペレータの内部での情報処理にともなうむだ時間が考慮されている。 使用したオペレータごとのむだ時間を Table 2 にあげておく。 このむだ時間の具体的な推定法については、ここでは省略する。

4. シミュレーション

4. 1 Fuzzy 制御モデル

構成した Fuzzy モデルのパラメータ同定を目的としたシミュレーションを行うために構成した Fuzzy 制御モデルの構成を Fig.7 に示す。 図中の $G_n(s)$ は操作端を含めた腕のダイナミクスを模擬しており、 3 次の伝達関数で表わされている。

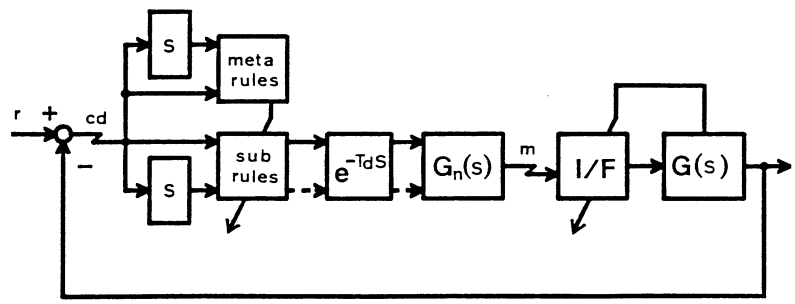
シミュレーションは Fuzzy 集合パラメータを調整しながら、モデルからの出力波形を実験データに近似させていくように実施した。

また、この波形近似にあたっての評価関数は特に用いていない。

被 験 者	むだ時間
S1	70
S2	160
S3	60

(ms)

Table 2 Time delay of each testee.



T_d : operator's time delay
$G_n(s)$: neuro-muscular system
$G(s)$: controlled object

Fig.7 Block diagram of fuzzy control model.

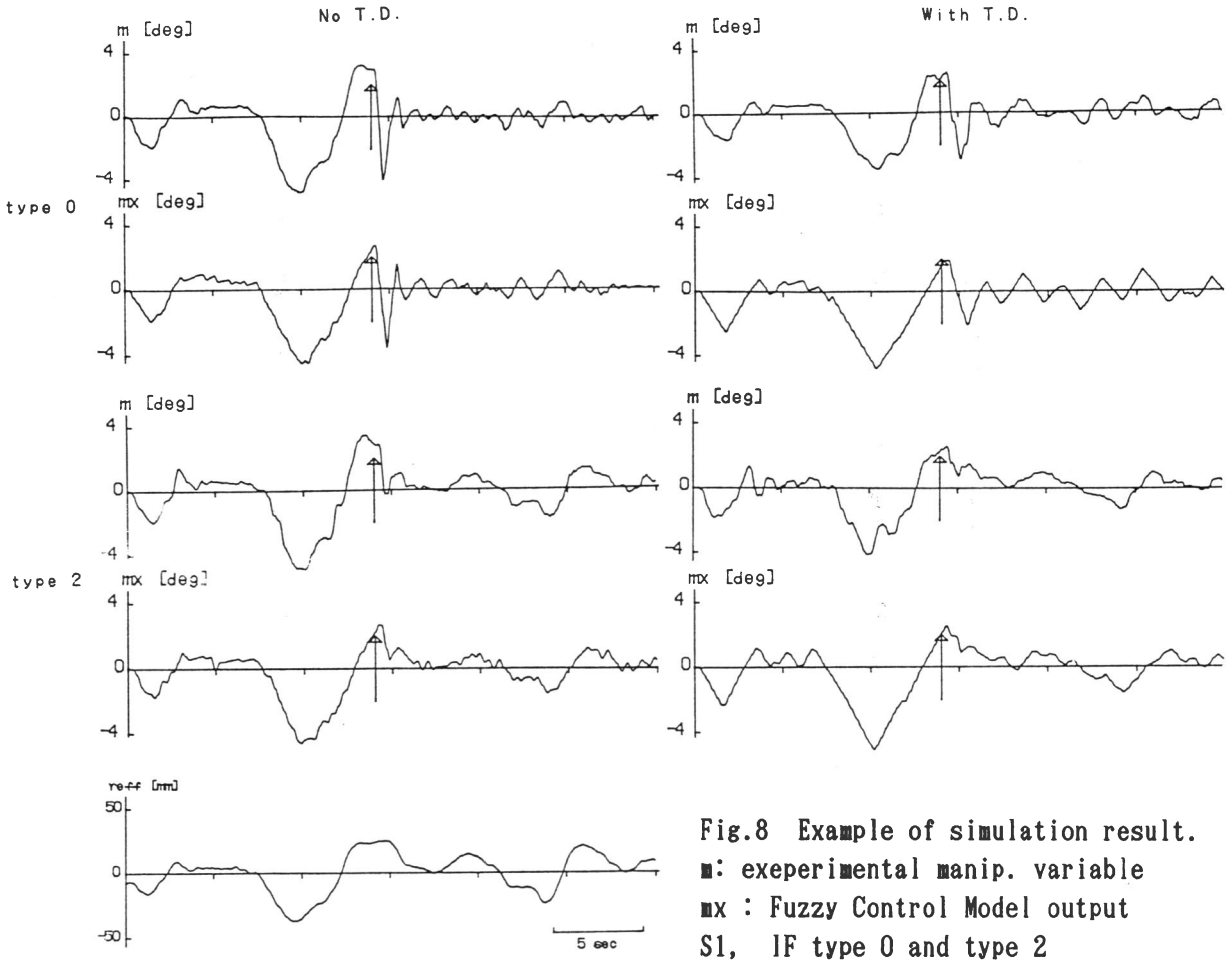


Fig.8 Example of simulation result.
m: exeperimental manip. variable
mx : Fuzzy Control Model output
S1, IF type 0 and type 2

4．2 Fuzzy モデルパラメータの解析

シミュレーション結果の操作量波形（mx）例を実験データ（m）と比較して Fig.8 に示す。 図の左側が伝送おくれのない場合（No T.D）、右側が伝送おくれのある場合（With T.D.）である。 また上段は I/F type 0、中段は I/F type 2 の場合であり、図中上向き矢印のある時点で制御対象の特性が変化している。 最下段左に共通の目標値を掲げる。

波形から、I/F なしと比較して I/F 付きの方は特性変化直後の振動的な操作がほとんどないことが見てとれる。 また、I/F が付いている方の操作量波形が目標値波形と類似していることからも、特性変化後も I/F によって定位性を与えられているらしいことが確認できる。

一方、Fuzzy モデルからの出力波形は実験波形を比較的良好に再現している。 すなわち、Fuzzy モデルの構成パラメータを検討することにより、I/F がオペレータの操作に与えた影響を推定できるといえる。 そこで、sub rule の出力変数（dm と sd）の値となっている Fuzzy 集合の構成パラメータ例を Fig.9 にまとめる。

まず、mode-1 と mode-3 の I/F type 0 とを比較すると、後者の Fuzzy 集合は dm、sd ともに前者に比べて「小さい」傾向の強いことがわかる。 両者は sub rule の構造が異なるために単純に比較はできないが、mode-3 においては制御対象の無定位性のためにオペレータは操作端を細かく動かすような制御を行っているらしいことが推測できる。

次に、mode-1 と mode-3 の I/F type 1、type 2 とを比較するが、前者の Fuzzy 集合と後 2 者のものとに顕著な差は認められない。

すなわち、I/F 付きの場合オペレータは制御対象の特性変化後も変化前と大きな違和感を持つことなしに操作を行っているものと推定できる。

5． おわりに

本研究においては、遠隔操作をともなう手動制御系における異常補償機構の効果について考察した。 実験の結果、制御成績につい

ては特に遠隔操作を想定した場合に、補償機構の効果が顕著であることを確認した。

また、オペレータの Fuzzy モデルパラメータの解析結果から、補償機構つきの場合、制御対象の特性変化前後を通じて操作に大きな違和感のないことが推定できた。

今回、提案したインチング補償要素は、その構成および実現が比較的容易であるが、性能は微分要素に遜色ないことも確認された。

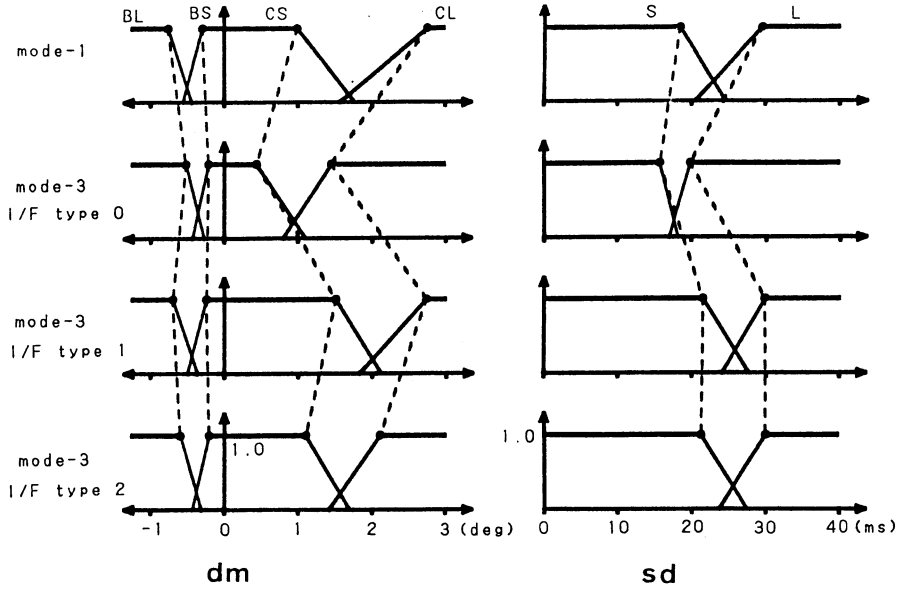


Fig.9 Comparison of membership functions.
S1, No T.D.

参考文献

[1] 浜田、松島：手動制御系におけるオペレータの適応 Fuzzy モデル、計測自動制御学会論文集、24-5、498/505(1988)

[2] 杉山、松島：飽和を持つ制御対象に対する Fuzzy Model による操作者の動作解析、計測自動制御学会論文集、20-76、621/626(1984)

[3] 杉山、松島：不感帯をもつ制御対象の手動制御におけるあいまいモデルを用いた操作者の特性解析、計測自動制御学会論文集、21-5、429/436(1985)

オペレータの操作履歴の解析に基づく知的ファジィ制御

Skill-Acquisition for Intelligent Fuzzy Controller
by Analyzing Histories of Control Operations

椹木 哲夫*、小川 兼一郎**、片井 修*、岩井 壮介*

Tetsuo SAWARAGI*, Kenichiro OGAWA**, Osamu KATAI*, and Sosuke IWAI*

* 京都大学工学部 ** ＮＴＴデータ㈱

* Faculty of Engineering, Kyoto University ** NTT Data Corp.

Abstract: The general information processing model of human operators, who control the system with complex dynamics, is presented. Then, the operator's problem-solving plans observed in his operation-histories are to be interpreted in terms of the operator's mental model, which is constructed by the system symbolically based on an idea of qualitative reasoning, and as a result of this, goals that are assumed to be set by the operator are obtained. By setting these as intermediary subgoals that the fuzzy controller have to seek, an intelligent skill-based controller is constructed, with which a global problem solving planning facility is installed as well as an ability to perform the locally established goals incrementally by usage of the fuzzy control.
Keywords: skill-acquisition, fuzzy control, mental model, explanation-based learning.

1．緒言

認知工学（cognitive engineering）・人工知能研究の分野において、複雑な制御対象におけるヒューマン・オペレータの認知行動のモデル化が進むにつれ、機械化の要請されるタスクは、ここのサブシステムや外部環境の呈する情報を常時モニター・観察し、システム状態を的確に認識した上で、自らの目標プランに沿ったスケジューリングを経て、個々の制御操作を決定するといったスーパーバイザとしてのオペレータ行動へと焦点が移行しつつある。このようなタスクにおけるオペレータの制御知識は、従来のファジィ制御におけるような言語化の容易な命題的知識のみならず、少なくともオペレータには言語として認知されていない技術、実体験により初めて表せるような技能的知識（スキル）を伴うことから、その獲得手法としても、従来のランダムな場当り的なチューニングによるものから、オペレータ行動のモデル化による制御特性の理解に立った、よりシステマティックに体系づけられた手法の確立が要請されている。

本研究では、まずスーパーバイザとしてのオペレータの一般的なモデルについて概観し、例題として複雑な動特性を有する大型船舶の操舵システムを取り上げる。そしてそのファジィ制御器を設計し、そこでの制御パラメータを実際の熟練オペレータの操作履歴の解析により獲得抽出する手法について、人工知能の機械学習（machine learning）分野における「説明に基づく学習（Explanation Based Learning）」[1]の考え方に立つ提案を行う。

2．オペレータ・モデルとヒューマン・スキル

2.1 Rasmussen のオペレータモデル

熟練決定者の認知プロセスについては、心理学を初め様々な分野でモデル化が試みられてきているが、特に、プラント・オペレータを対象としたマン・マシンインターフェース研究分野におけるRasmussen のモデルが興味深い[2]。図１に示すように、スキルベースの行動では、状況の変化に応じて殆ど無意識に対処するようなルーチン化された行動で、その遂行に当たって大きな資源・労

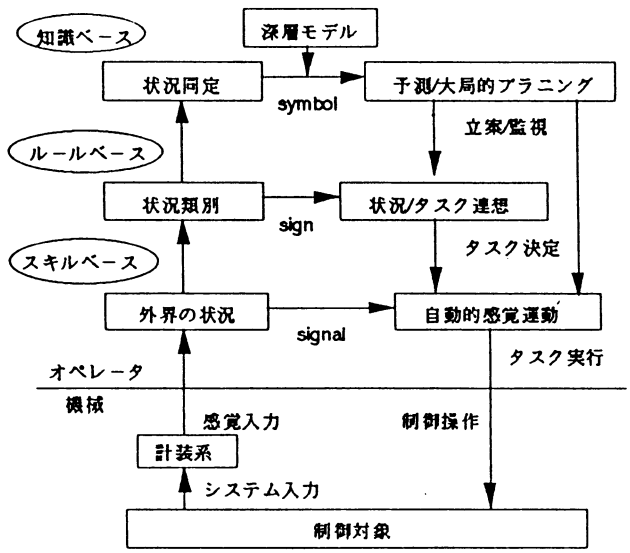


図1 Rasmussenによる認知行動モデル

力を必要としないことから、並列かつ迅速な処理が可能となる。これに対し、ルールベースの行動においては、外界信号に意味あるラベル付けがなされ、このラベルと、タスクやシステム状態を連想や因果性の関係で直接的に関係づけた知識である。スキルベースに比べ、外界を認識する際に、意識的処理がともなうものの、一端この認識結果がいずれかのラベルに照合すれば、知識の連鎖をたどるパターン駆動な処理となる。最上位の知識ベース行動は、ルールベースが特定の状況に依存した知識であるのに対し、対象システムの機能関係・因果関係に基づいてシステムの呈する現象の理由づけを行い、原因を理解するための汎用的な深層モデル（メンタルモデル）のシミュレーションを伴う行動で、これに基づき、新規な少頻度の状況においても、的確な状況の予期と目標達成のためのプランニングや対象システムの特定箇所への焦点化など、下位の認知行動を統括する役割を担う抽象的・分析的な記号操作が主体となる。

このような各レベルの認知行動は、互いに独立なものではなく、オペレータの経験学習にともない、上位から下位への漸次委譲による知識の変換・コンパイルのプロセスとして把えることができる。その結果獲得されるスキルベースの知識は、対象システムとのフロント・エンドに位置することから、一旦獲得されるとダイレクトに対象システムに適用できるだけの使い勝手のよい操作性の高い知識である反面、コンパイルされた知識であることから言語化が難しく、その多くは挙動的な技能的知識で、例え実際に「やってみせる」ことはできても、これを命題的な知識としてダイレクトに熟練オペレータから獲得するのは困難な作業となる。

実際、従来のファジィ制御則として表現されている知識の多くは、ルールレベルでの認知行動の分類の域を出るものではなく、逆により上位の知識レベルの知識は、制御則のチューニング段階で陰に取り込まれているものといえる。また、スキルレベルに見られるような連続的な操作系列に関する考慮は殆ど議論されていないのが現状である。しかしながら、本来このようなスキルレベルで遂行している観測可能な熟練オペレータの操作行為の一つ一つは、決して独立にとられているものではなく、より上位のルール・知識レベルの知識に基づいて説明づけられるべきものである。従って、このようなスキル獲得の自動化を計るには、専門家から比較的抽出しやすいルール・知識の上位レベルの知識に基づいて、ある特定の状況下でとられた熟練オペレータのパフォーマンス事例を説明づけ、スキル構造を明らかにすることによって、何が状況に固有な本質的な操作であり、何がより一般的に拡大解釈可能な操作であるかを見極めることが有効な方略になると考えられる。

2.2 大型船舶の操舵におけるオペレータモデル

前節で述べたようなオペレータの介在するシステムとして、本研究では以下に示すような複雑な動特性を有する大型船舶の操舵シミュレーションシステムを考える[3)]。

$$Td\omega/dt + \omega(t) = u(t)$$
$$\theta(t) = \int \omega(t)dt + \theta(0)$$
$$dx/dt = V\sin\theta(t)$$
$$dy/dt = V\cos\theta(t)$$

T:時定数 V:速度 u:操舵角 ω:角速度

θ:絶対方向角 x,y:船の位置座標

オペレータのタスクは、ディスプレイ画面上の三角形で表された船を操舵角uの操作により、一対の固定点として設置されたゲートをできるだけ速く通過させることである。操舵はキーボードからの入力により行い、取舵大①、取舵小④、直進⑤、面舵大③、面舵小⑥（数字はキーを表す）の5種類を用意し、入力がないときはデフォルトとして、直進が入ったものとして航行する。

ここでのオペレータ行動の背後にある意思決定は、以下の2つのプロセスに大別できる。

(i)**上位意思決定**：外部から与えられた航海プランや地図情報に基づき、状況評価（situation assessment）や航路の大局的プランニング（通過経由点としての目標点の選定）を行う。

(ii)**下位意思決定**：上位意思決定からの指令による目標点への局所的追従を行う。

これはさらに4つのフェイズに分類される。

Ⅰ．船を目標状態へ変化させるための起動操作区間
Ⅱ．船の変化のモニター区間
Ⅲ．船の状態変化を終了させる操作区間
Ⅳ．無操作区間

この内、ⅡⅣのフェイズは無操作、ⅠⅢのフェイズでは自らの操作結果の予測に基づき操舵角を決定することになる（一般に必ずしも各フェイズが各々一回の操作に対応するわけではない）。

また用いられる制御戦略としては、

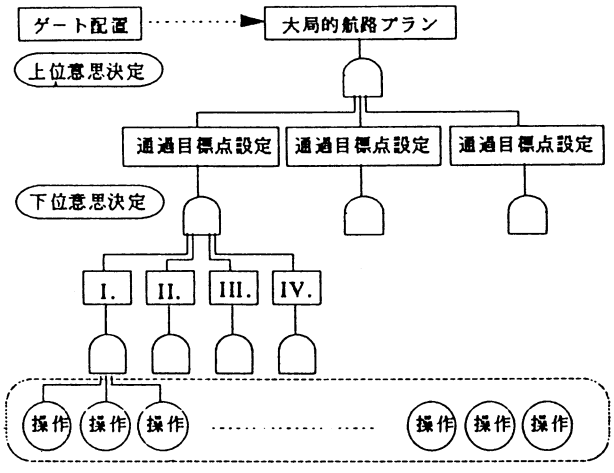


図2 操舵におけるオペレータの問題解決プラン構造

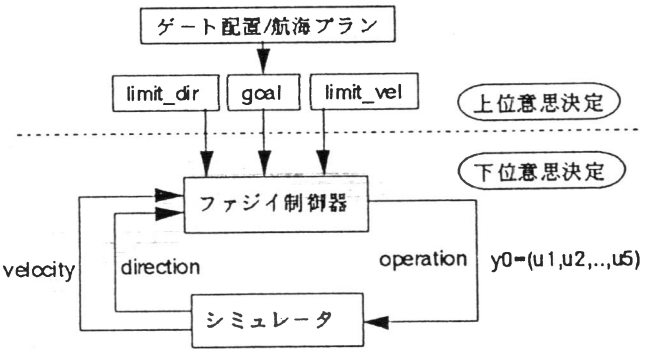


図4 ファジイ操舵システム

3.2 ファジィ制御のパフォーマンス評価

(1) 基準化定数 limit_dir, limit_vel

limit_dir は目標方向の同定に際しての視野の広狭を左右するものであり、これを大きくとれば、大きな視野のもとで大部分の認識される方向は“真中”寄りになる。一方、limit_vel は角速度の同定を左右するものであり、これを大きくとると、大部分の知覚される角速度は“まっすぐ”寄り、すなわち回転を伴わないものになる。これらのパラメータを変化させた場合の制御パフォーマンスの「安定性」への影響をまとめたものを表1に示す。「不安定」な分類の中には、図5に示すように、ひとつは目標位置を中心としたほぼ同心円上を繰り返して航行する「同心円型」パターン、いま一つは8字を描いて繰り返し航行する「8字型」パターンの2種類が観測される。前者は、limit_dir が大きすぎるか、limit_vel が小さすぎるか、あるいはその両方が原因となって発生するものであり、逆に後者は、limit_dir が小さすぎるか、limit_vel が大きすぎることによるもので、いずれの場合も、固定化された偏った視点設定のために、特定ルールの繰り返し適用がこのような不安定を生み出す原因となる。

(2)通過目標点 goal

図6に示すように、3つの物理ゲートをそのまま目標位置としてファジィ制御器を起動させると、ゲートに到達した時点ではじめて次のゲートに目標位置を転じるため、連続する3個のゲートを滑らかに通過するという目標を満足する結果は得られない。

(3)操作頻度

物理ゲートをすべて滑らかに通過するような制御パラメータのもとで実行したファジィ制御と熟練オペレータによるパフォーマンスの間には操作頻度の差が歴然として認められる。ファジィ制御器は、一定短時間毎に観測－判断－操作決定というサイクルを繰り返す結果煩雑な操作となっているのに対し、エキスパートは必要最小頻度の操作により等価な航跡を実現している。

これらの評価が示唆するファジィ制御の限界は以下のようにまとめられる。

【大局的なプラニング能力の欠如】：与えられた物理ゲート配置からの航路のプラニング、すなわち副目標設定ができない。

【状況に応じた臨機応変な局所的視点設定の不備】：安

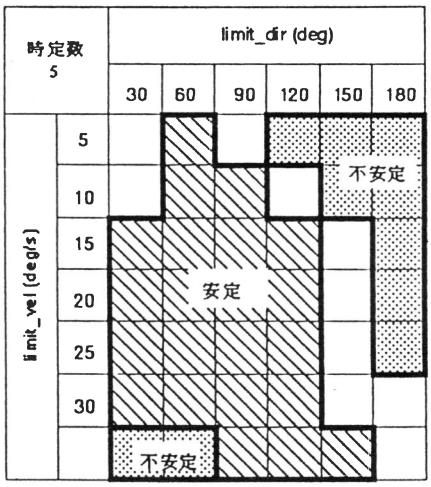


表1 制御パラメータによる安定性

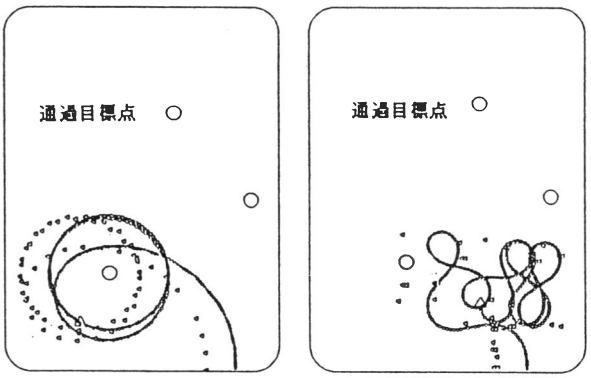


図5 不安定な制御パフォーマンス

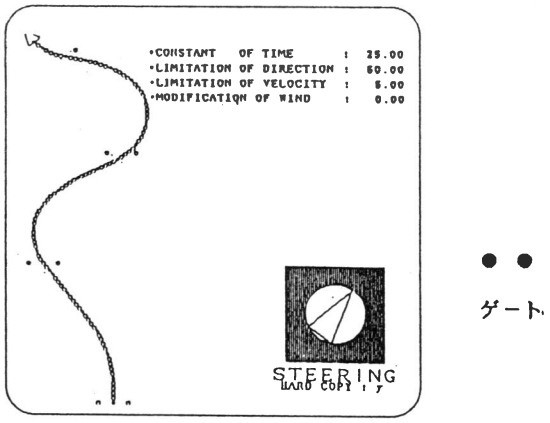


図6 ゲートを通過目標点とした場合の制御パフォーマンス

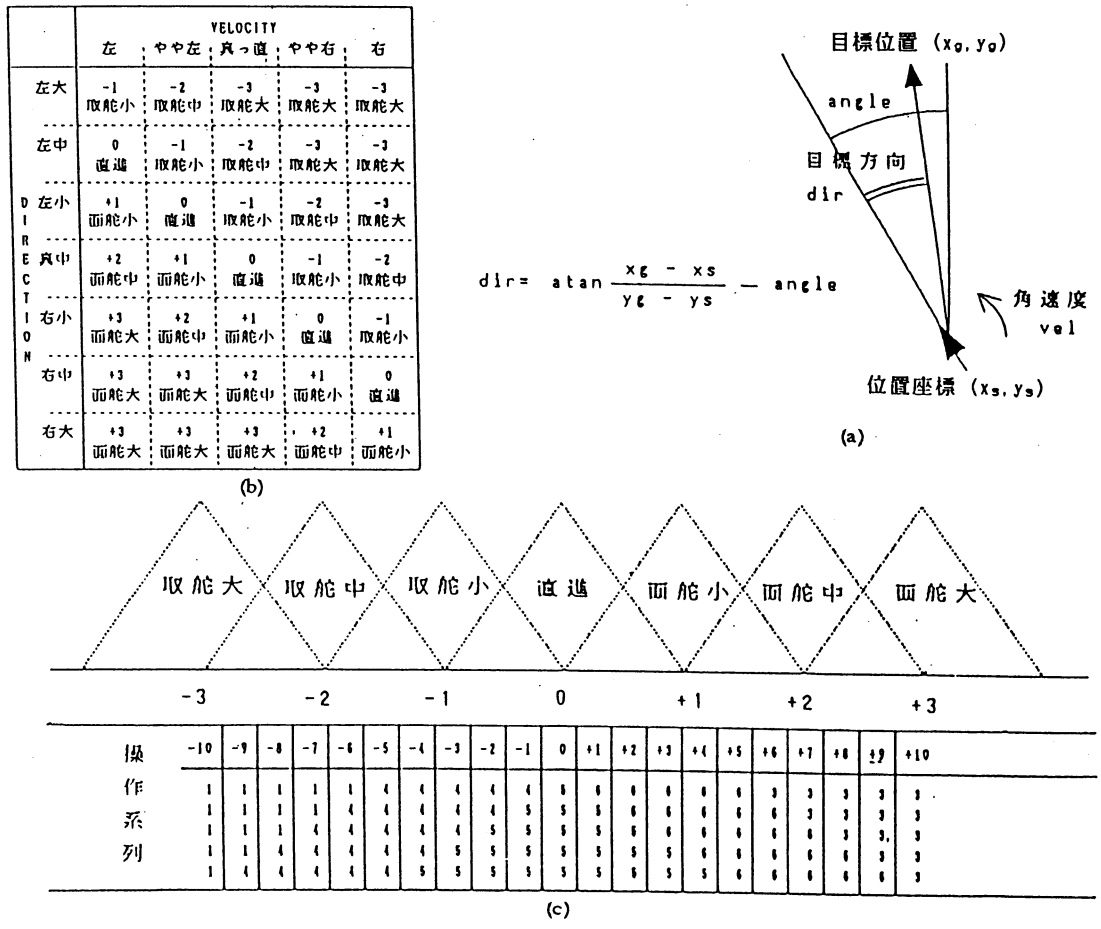


図3 ファジイ制御則 (a) 状態変数 (b) 制御則 (c) 操作出力(数字はキーを表わす)

(a)**副目標戦略**：物理ゲート以外の地点に目標（メンタルゲート）を定め、これを通過することによりゲート通過を容易にする。

(b)**位置戦略**：応答遅れをカバーするために船の方向を変えたい位置よりも前に操作を行う。

(c)**相殺戦略**：過去の操作の影響を打ち消し将来の操作を容易にする。

以上のような意思決定・制御戦略を基盤とした操舵におけるオペレータの問題解決プラン構造を図2に示す。

3．ルールレベルでのファジィ制御

3.1 ファジィ制御による操舵システムの構成

先に構築したシミュレータシステムに、ファジィ制御を適用する。ファジィ制御規則の前件部変数は、船の角速度 vel と船の進行方向から見た目標位置 goal の方向 dir を考える。図3(a) に示すように、目標位置 (x_g, y_g) 及び船の位置座標 (x_s, y_s) と船の絶対方向 angle から、dir は $ATAN((x_g-x_s)/(x_g-y_s))$ - angle で与えられる。この2変数に対するファジィメンバーシップ関数を、それぞれ5段及び7段の三角型で定義する。各々の台集合は基準化定数（limit_vel, limit_dir）により [-1, 1] の区間に規格化する。推論規則 Ri は

「if dir is A_i and vel is B_i then operation is C_i」

の一般形をとる同図(b) の35個のルールを用いる。ここで、i は制御規則の番号（i=1,..,35）、A_i, B_i, C_i はファジィ集合のラベルである。

推論結果は規則 i に対するファジィ集合 C_i を最大グレード1のピークのところが適合度 ω_i になるように圧縮したもの、すなわち $C_i' = \omega_i * C_i$ とする。ファジィ推論は min-max 演算を用い[4]、出力は推論結果のファジィ集合 C のメンバーシップ関数 C(y) の重心座標 y^0 を当てる。操作量は連続する5つの操作系列を単位として、その総合的な操作量が連続的に変化するように、-10 から +10 までの21通りの操作ラベルを用意する。このように定義した操作ラベルを区間値としてもつ台集合を図3(c) に示す。

以上のファジィ制御器を前章で述べたオペレータモデルとの対応を図4に示す。ファジィ制御器を動作させるに必要となる3つのパラメータ、通過目標点 goal と基準化定数 limit_dir、limit_vel は上位意思決定において決定されることになる。

これらの定性則を用いて、ゲート配置（図８(a)）を与えられた操作者が思い描くメンタルな航跡のエンビジョニングを行う。各ゲート通過時のθ_iは特定できるが、そのときのω_iは特定できないので、ω_i ＝ ＋とω_i ＝ －の両ケースを各ゲート位置で分岐させることになる。こうしてつくられたエンビジョニングツリーの各枝には、上述の定性則にしたがって、その間に有する極値の数が付与される（図８(b)）。

以上の手順を経て、一本のエンビジョニングパス（複数のパスが存在する場合には、最小数の極値を有するパス）が決定される。これに基づいて、このパス上で、極値ではさまれた区間から成るものを航路プラン、すなわち一つの通過目標の達成タスク）として生成する。

(3)操作履歴のボトムアップ統合化

実際に操作履歴においては、上で定義した単位事象と各航路プランが一対一に対応するものではない。例えば、オーバー・シューティングからの復旧操作のように、操作履歴の中には、一回の操作で実現可能なような冗長な操作の系列が存在する。従って、履歴データから、オペレータの意思決定フェイズを同定し、更に上位からのトップダウン展開による航路プランとの対応を説明づけるには、変換された単位事象の系列の中から、より本質的・大局的な事象の展開を認識するための統合規則を用意する必要がある。本システムでは、このような上位単位に統合可能な単位事象の系列を構文規則として用意し、履歴から得られた単位事象系列に繰り返し適用することにより得られる簡略化された事象系列を極大事象系列として生成する（図９）。

(4)ファジィ制御パラメータの抽出

極大事象系列は、与えられた操作履歴の中に含まれる冗長な操作をその意味付けに基づいて排除した上で生成されるものであることから、熟練操作者が試行前に、ゲート配置から生成した大局的な航跡プランに相当するものである。従って、両者の照合をとることにより、履歴データに潜在するオペレータの問題解決プランの説明づけが可能になると共に、ファジィ制御のパラメータの抽出をシステマティックに進めることが可能になる。例えば、履歴の解析の結果得られた極大事象系列の事象の境界に相当する地点（図10(a)）は、オペレータがメンタルに有する副目標と考えることができるが、これをファジィ制御のパラメータ goal として設定し、ファジィ制御を施した結果を図10(b) に示す。

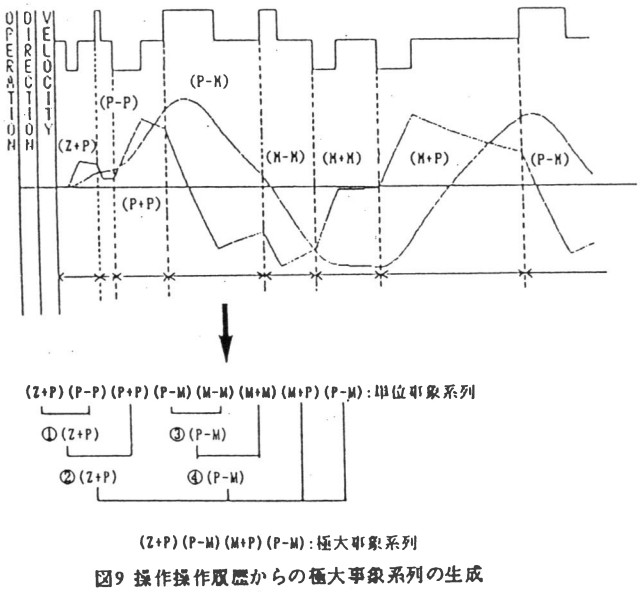


図9 操作操作履歴からの極大事象系列の生成

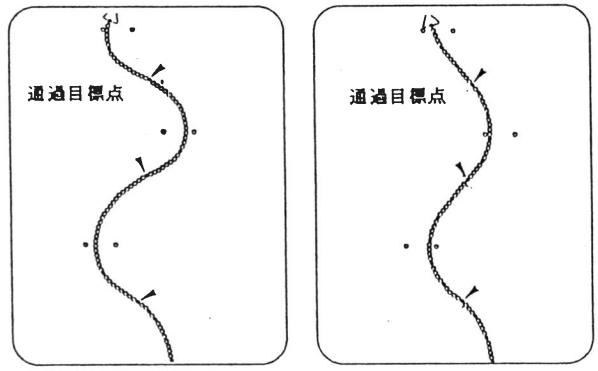


図10 (a) 熟練オペレータによる訓練事例と抽出された通過目標点
(b) ファジイ制御によるパフォーマンス

５．結言

以上、定性的なオペレータモデルに基づく操作履歴の解析により、ファジィ制御のパラメータ抽出を系統的に進めるための手法を提案した。現段階のシステムでは、図２に示したオペレータの問題解決構造のうち、状況に応じた意思決定フェイズの同定は行っていない。将来、この構造を明らかにすることにより、残る２つの制御パラメータ（基準化定数）の決定を自動化し、問題解決の局面に応じた適応性を有するファジィ制御システムへのグレードアップが期待される。

【参考文献】

1)Mitchell, T.M. et al.: Explanation-based generaization: a unifying view, Machine Learning 1, 1, 47-80, 1986.

2)Rasmussen, J.:Skills, rules, knowledge : signals, signs, symbols and other distinctions in human performance models, IEEE Trans. of SMC, SMC-13, 127, 1983.

3)Anzai, Y.: Cognitve Control of Real-Time Event-Driven Systems, Cog. Sci., 8, 221-254, 1984.

4)菅野道夫, :ファジィ制御、日刊工業新聞社, 1988.

定なファジィ制御則のパラメータ調整に困難を極めることは勿論、一旦決定されても、固定的で制御フェイズに応じた視野の変化が反映できないことから、熟練者のような状況の真の理解に立った操作頻度の抑制が図れない。

4．操作履歴の解析に基づくスキル獲得

4.1 説明学習に基づくスキル獲得

オペレータのとる操作は、図2に示したような問題解決構造を背後にもつ goal-oriented なものであるが故に、実際に熟練操作者の操作履歴中の各操作が、局所－大局にわたる操作者の目標構造の中に位置づけることができれば、その操作履歴に対する説明がなされたことになる。

本章では図7に示すように、本システムは物理ゲート配置と、実際の熟練操作者の操作履歴の時系列データを入力として、その間の説明構造を生成し、ファジィ制御パラメータを決定するための手法について述べる。ここで必要となる領域知識としては、ゲート配置から大局的な航路プランを導出するプロセスにおけるエンビジョニングのための定性推論則（副目標戦略を反映したもの）、並びに定性的な事象系列に書き改められた操作系列から、冗長部分を排除した極大事象系列を導出するプロセスにおける統合則（相殺、位置戦略を反映したもの）の2種類の知識である。

4.2 操作履歴の解析に基づくファジィ制御パラメータの抽出

(1)オペレータのメンタルモデル表現

オペレータがメンタルに捉えているところのシステム状態は、シミュレータで扱う諸数値変数によるものではなく、自らの操作に伴ってある時区間で生起する定性的な状態変化として捉えている。そこで、船の回転操作とそれに引き続いて入力される直進操作からなる系列をメンタルモデル記述の基本単位となる単位事象と考え、

［操作開始時の定性状態（左回転→P、右回転→M）、
回転操作（取舵→＋、面舵→－）、
直進終了時の定性状態（左回転→P、右回転→M）］

により記述する。基本事象としては、

① $P_i + P_f$型　　④ $M_i + P_f$型
② $P_i - P_f$型　　⑤ $M_i + M_f$型
③ $P_i - M_f$型　　⑥ $M_i - M_f$型

の6パターンが考えられる。添え字は i,f は各々初期角速度、終了角速度の定性的ラベルに対応する。

(2)定性推論による問題解決プランのトップダウン展開

ゲート配置が与えられると、まず、ゲート間の相対位置関係から、各ゲートiを通過すべき方向θ_iが決定できる。ただし、ここで必要となるのは、θの正確な値ではなく、隣接するゲートに対応する2つの方向角、θ_i, θ_{i+1}の定性的な大小関係である。ここで、各ゲートにおける船の方向角θ_iには、その付属属性として、その地点での方向角の変化量 $d\theta_i/dt = \omega_i$（角速度）の定性値、＋（θは増加）・－（θは減少）を考える。

ところで、方向角が連続的に変化することを前提とする限り、隣接するゲート上での方向角の大小関係、その位置での変化量と、その間における方向角の定性的な変化パターン（必要最小限とり得る極値の数に対応）の間には、以下のような定性推論則が一般的に定義できる。

1)極値が0個の場合（単調増加・単調減少の場合）

CASE1: $\theta_i > \theta_{i+1}$、$\omega_i = \omega_{i+1} = -$　　(RULE1)
CASE2: $\theta_i < \theta_{i+1}$、$\omega i = \omega_{i+1} = +$　　(RULE2)

2)極値が1個の場合

CASE3: $\theta_i > \theta_{i+1}$、$\omega_i = +$、$\omega_{i+1} = -$　(RULE3)
CASE4: $\theta_i > \theta_{i+1}$、$\omega_i = -$、$\omega_{i+1} = +$　(RULE4)
CASE5: $\theta_i < \theta_{i+1}$、$\omega_i = +$、$\omega_{i+1} = -$　(RULE5)
CASE6: $\theta_i < \theta_{i+1}$、$\omega_i = -$、$\omega_{i+1} = +$　(RULE6)

3）極値が2個の場合

CASE7: $\theta_i > \theta_{i+1}$、$\omega_i = \omega_{i+1} = +$　　(RULE7)
CASE8: $\theta_i < \theta_{i+1}$、$\omega i = \omega_{i+1} = -$　　(RULE8)

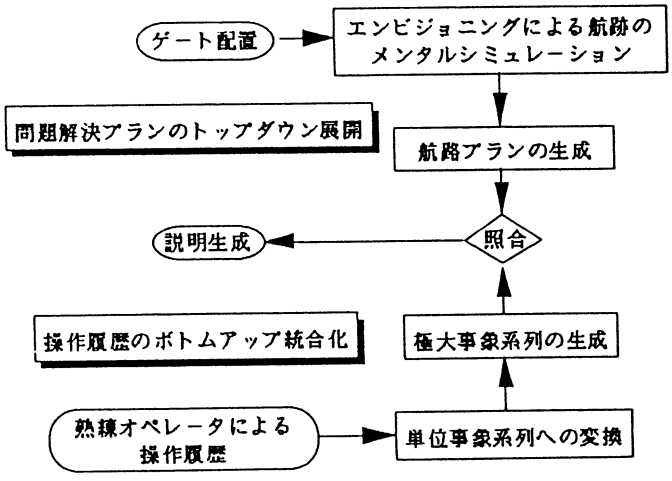


図7 操作履歴の説明生成

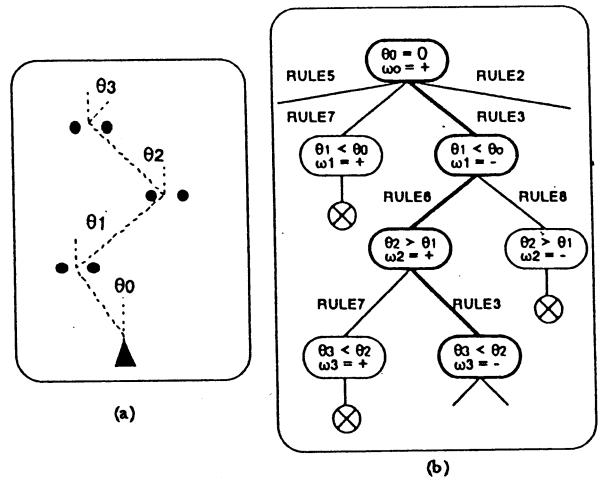


図8 エンビジョニングによる航路プランの生成
(a) ゲート配置 (b)エンビジョニングトリー

2．　原料定量供給計量機

（１）システム構成図

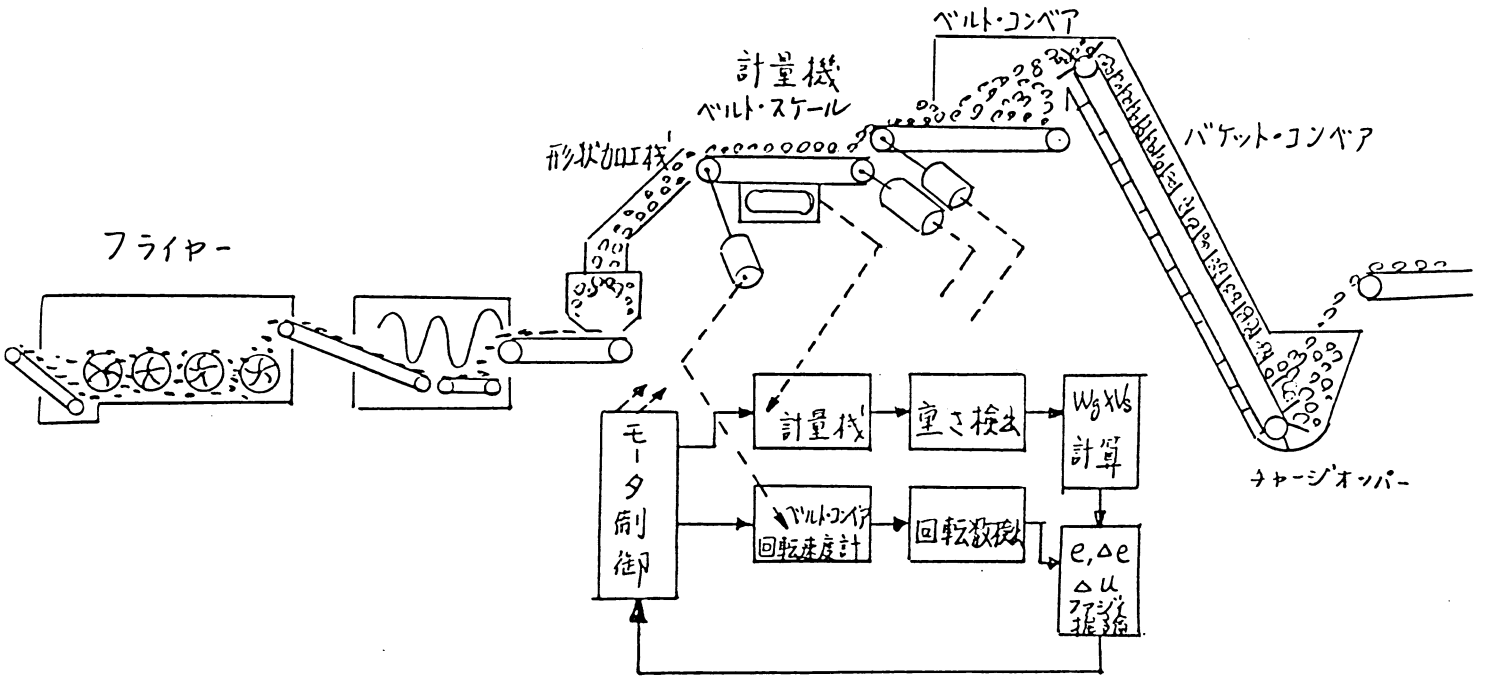


図２－１

原料は洗浄、トリミングの後、チャージホッパに蓄えられ、バケットコンベヤにて、ベルト・コンベヤ式供給機のホッパに投入され、供給機より計量機へ送られる。計量機から形状加工機へ定量供給され、ここで製品形状に裁断され、フライヤに投入される。フライヤを通過して、フライされた半製品は取り出される。従来より、原料はバケットコンベヤから計量機に投入され、速度制御によって、定量供給されてるが、投入される量が一定にならず、不安定な定量制御になっていた。

これを解消するために、この計量機の計量値を使って計量機へ投入される量がほぼ一定となるよう供給機の供給速度を制御すると同時に、計量機の上の原料の重さＷｇと速度Ｖｓの積が一定となるように（定量供給）計量機の上の原料の供給速度も制御する。

この制御にファジイ推論をもちいて行ったのが今回の開発技術である。

（２）制御ルール

熟練者が行っている両方の制御に関する知識をファジィ・プロダクションルールに置き換えて制御を行う。

熟練者が行っている定量供給方法は

（１）計量機の上の原料が次工程へ定量供給されるよう（Ｗ×Ｖ＝一定）速度制御を行う。

（２）計量機の上の原料の量がほぼ一定になるように供給機の供給速度を制御する。

特に、計量機に原料を供給している供給機は原料のみかけ比重の変化で急激に増減する。このような原料の非線形な状態をできるかぎり線形にしてこれを供給機から計量機へ送ることが次工程へ原料を安定に供給することになる理由からである。

制御方法として、市橋、田中が報告した[4]ハイブリット型ファジィ制御

二重ファジィ制御を用いた原料定量供給機

CONSTANT WEIGHING FEEDER USING DOUBLE FUZZY CONTROLES

竹本三郎
SUBURO TAKEMOTO
(株)石田衡器製作所
ISHIDA SCALES MFG.CO.LTD.

ABSTRACT

On the fried food production , the stability of the frying temperatur is fundamentally important to the product quality. To realize the stability of the temperature, not only controlling the heating systems, but also the constant feeding of raw material is needed.

At present however,the temperature has been controlled by man's skill, which needs experiences, though good result is not necessarily expected.

this report deals with a method to stabilize the temperatur of the frying oil by using constant material feeder designed by mean of fuzzy logic, and the result of actual test in a food production plant.

1. はじめに

フライ食品工場において、半製品段階での焼き具合い、フライ工程の温度の安定性が製品の品質をあげる上で最も重要な課題となっている。

この温度の安定性は原料の供給を一定にすることと、フライヤの温度制御によって得られる。

従来、フライヤの温度制御は(1)原料の供給量、(2)フライヤ内の原料の搬送速度、(3)バーナによるフライヤの温度制御に関して熟練者がフライヤの温度を監視しながら温度が安定に保たれるよう(1),(2),(3)をコントロールしていた。しかしオペレータの勘による制御のため、オペレータの予想しない入力状態が発生すると操作が不安定となり温度が変わり、品質のよい半製品が出来なかった。

本報告はオペレータの操作を少しでも軽減し、フライヤの温度が安定に保たれるように原料の供給量を一定にする方法として、熟練者の制御に関する知識をファジィ推論に置き換えた制御を試みた。これらの方法はMamdaniらによってファジィ制御[1,2]が提案された。また種々の改善法[3,4]や数多くの応用例[5,6,7]が報告された。

このシステムはこれらを参考にして、ファジィ制御を使い1台の計量機の計量値を使って原料の搬入、搬出速度を制御する二重制御方式で制御を行ったもので良好な結果が得られたので報告する。

ここで、定量供給計量機に対して

W_r：	目標の平均流量	Kg／H
W_n： $t_{n-1} \sim t_n$	間の平均流量	Kg／H
W_{n-1}： $t_{n-2} \sim t_{n-1}$	間の平均流量	Kg／H
$\triangle W_e = W_{n-1} - W_n$	偏差の変化	Kg／H
$W_e = W_r - W_n$	偏差	Kg／H

操作量 $u = u_{n-1} + K_3 \triangle u$

供給コンベヤに対して

W_r：	目標レベル重量	Kg
W_n： $t_{n-1} \sim t_n$	間の平均の重量	Kg
W_{n-1}： $t_{n-2} \sim t_{n-1}$	間の平均の重量	Kg
$\triangle W_e = W_{n-1} - W_n$	偏差の変化	Kg
$W_e = W_r - W_n$	偏差	Kg

操作量 $u = u_{n-1} + K_4 \triangle u$

（３）実地・テスト結果

図２－３に示される通り、原料の安定な定量供給が得られた。またこの時のフライヤの温度特性を図２－４に示す。手動の場合、熟練したオペレータが常にコントロールしているにもかかわらず、温度は不安定で、自動の場合は操作をしていなくても温度は安定していることが分かる。

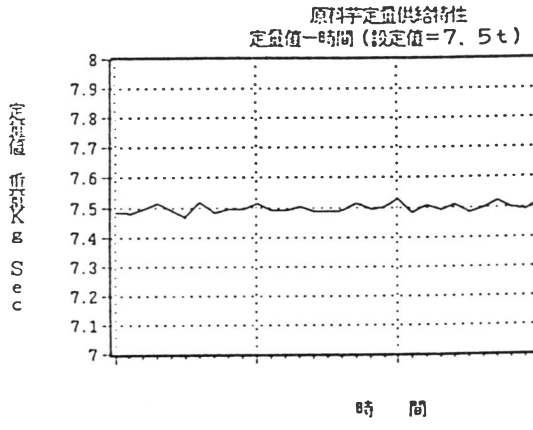


図２－３

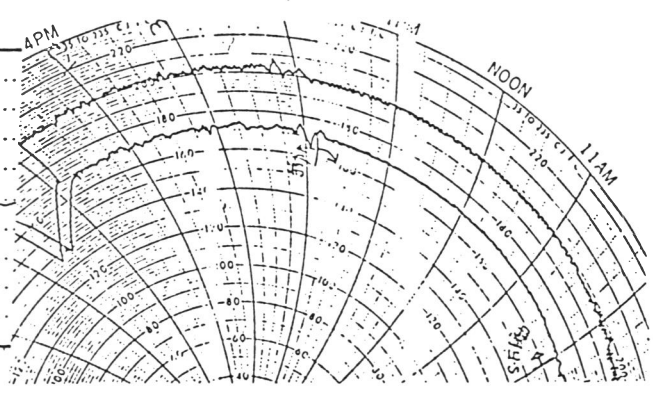


図２－４

３． まとめ

本論文は形状の異なる原料がランダムに投入されてくるとき、供給機にて投入量をできるかぎり線形化しかつ、定量供給を滑らかにするため、

の簡略化した方法を採用した

（２）制御ルール

ファジィ制御の簡略化した制御値は

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{n} Wi \cdot fi}{\sum_{i=1}^{n} Wi} \qquad (1)$$

と表わされる。

ここで、Wiは例えばW1のとき

$$W1 = \mu PM(e) \wedge \mu NS(\triangle e) \qquad (2)$$

である。

操作値△uは下記のルールより求める。

R 1　if　We is PM and △We is NS　then △u is 2

R 2　if　We is PS and △We is NS　then △u is 0

.

.

else　　△u = K1e + K2△e

使用したファジィ制御規則は表２－１で、ファジィ集合（幅W＝８）は図２－２に示す。

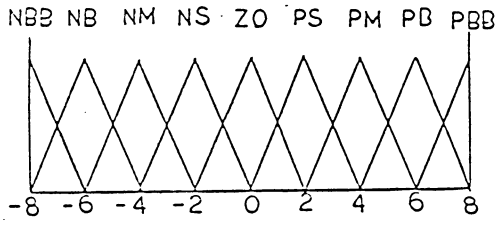


図 2-2

△We(△Wen-1 − △Wen)

We(Wk−Wen)	NBB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PBB
NBB									
NB		-12	-10	-8	-6	-4	-2	0	
NM		-10	-8	-6	-4	-2	0	2	
NS		-8	-6	-4	-2	0	2	4	
ZO		-6	-4	-2	0	2	4	6	
PS		-4	-2	0	2	4	6	8	
PM		-2	0	2	4	6	8	10	
PB		0	2	4	6	8	10	12	
PBB									

K5　K5　K6　K6

表 2-1

ルールよりWeと△WeのPBB，とNBBのゾーンでk倍増減させることとPIDの操作量をK1We、K2△Weにすることによって、原料投入量の急激な変化量に対応でき、計量機上に一定の原料を供給することができた。

（１）定量供給制御としてファジー推論により制御する。
（２）安定性を増すよう投入量にも、ファジー推論を使う。

これら両方の制御を同時に行うことによって速くて安定な結果をえたことを示した。

参考文献

[１] L.A.Zadeh outlin of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes , IEEE,trans.,smc-31 ,pp.28-44(1973).

[２] 菅野、あいまい集合と理論の制御への応用、計測と制御,18巻、2号,PP.150-160(S.55).

[３] 水本、ファジィ制御の改善法（　）、第４回ファジィ・システムシンポジ ウム講演論文集（東京、5,30,1988）、PP.9196

[４] 市橋、田中、ＰＩＤとＦＵＺＺＹのハイブリット型コントローラ,第４回ファジィ・システムシンポジウム講演論文集（東京,5,30,1988),PP.97-102.

[５] 柳下、伊藤、菅野、ファジィ理論の浄水場薬品注入制御への応用,システムと制御、ＶＯＬ. 28,ＮＯ.10,PP.597-604,1984

[６] 安信、宮本、井原、予見ＦＵＺＺＹ制御による列車自動運転,システムと制御、ＶＯＬ.28,ＮＯ.10,PP.605-613,1984.

[７] Mamdani,E.H., Application of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic plant , proc.of IEEE, 121,1585-1588, 1974.

ニューラルネットワークを用いたファジィ制御

FUZZY CONTROLS BY MEANS OF NEURAL WETWORKS

高木敏幸　　采原敬三　　後藤泰之　　中西祥八郎

Toshiyuki TAKAGI, Keizo UNEHARA, Yasuyuki GOTOH and Shohachiro NAKANISHI

東海大学　工学部

Fuculty of Engineering, TOKAI University

Abstract

It is well known facts that fuzzy control methods are very powerful tools to control large and complex systems. The fuzzy control rules are generally formulated from the knowledge based on the experience of experts. The authors propose a self-organizing "expert" system in which neural networks with learning functions are used as the brain, and in which production rules in the fuzzy controler are successively formulated in association with informations from the brain and output response of the object systems.

1．はじめに

現在のシステムは大規模・複雑化の傾向を呈しており、そこで用いられる制御も多様化してきている。なかでもモデル化の困難なシステムや複雑な対象の制御に対する関心は高く、このようなシステム・対象に対してファジィ制御の手法は極めて有効であることが立証されており、各方面から注目を浴びている。ファジィ制御器を構成する方法の一つとして、専門家あるいは熟練者の知識や経験に基づいて構成する方法があるが、これはあくまで人間が制御器を構成しなければならない。しかし、現実のシステムには、システムの挙動が人間の応答より早くてその制御の関する熟練者を育成することができない場合や人材の不足等により専門家を養成することができない場合等がある。このような状況下では専門家や熟練者の知識や経験を使用することができない。しかしながら、このようなシステムや対象に対してもファジィ制御を用いる要請は高く、また必要性が生じている。そこでニューラルネットワークが学習機能を有していることに着目し、システムや制御対象の動作等をニューラルネットワークに学習させその知識や誰にでもできる初等的知識を基にファジィコントローラの制御規則を自動的に構成するシステムを提案する。

2．ニューラルネットワーク

ニューラルネットワークは大別して相互結合のある非階層的ネットワークと階層的ネットワークに分けられる。非階層的ネットワークの代表例としてはHopfieldやHammingのネットワークが挙げられ、階層的なものとしてはPerceptronや誤差逆伝播学習法が挙げられる。ここでは学習法として誤差逆伝播学習アルゴリズムを用いた。

2.1 誤差逆伝播学習アルゴリズム

誤差逆伝播学習[1,2](Error Back Propagation Learning)は一般のニューラルネットワークに対して適用できる誤り訂正型の学習法であるが、ここでは階層的ネットワークに適用した場合を述べる（図1）。まずネットワークはM層から成り、第1層を入力層、第M層を出力層、その間の層を中間層とする。第k層のユニットの個数をu^kとし、そのi番目のユニットをu^k_iで表す。これらのユニットu^k_iは多入力1出力の素子であり、入出力関数f^k_iの特性に従って出力される。通常この特性関数は同一の関数が用いられ、ここでもそのようにする。

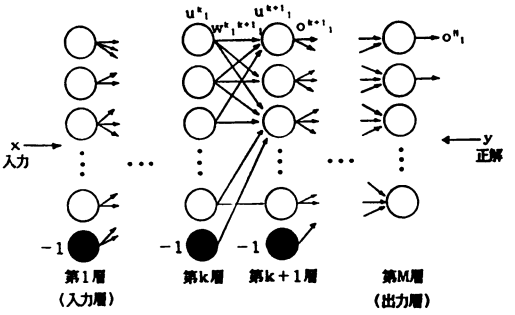


図1．階層的ネットワーク

第k層のi番目のユニットu^k_iに対する入力の総和をi^k_i、出力をo^k_i、ユニットの特性関数をfとするとき、ユニットの入出力関係はつぎの式で表される。

$$o^k_i = f(i^k_i)$$

$$i^{k+1}_j = \Sigma w^k_i{}^{k+1}_j o^k_i - \theta^{k+1}_j \qquad (1)$$

ここで$w^k_i{}^{k+1}_j$は第k層のi番目のユニットu^{ki}から

次のｋ＋１層の第ｊユニット$u^{k+1}{}_j$への結合の度合を表す「重み」と呼ばれる実数であり、$\theta^{k+1}{}_j$はしきい値と呼ばれるパラメータである。

このような階層的ネットワークの入力層に入力パターンを与えると、このパターンは次々と層を前向きに伝播して行く間に変換を受け、最後に出力層で確定パターンとして出力される。すなわち、入力パターンを出力パターンへパターン変換することができる。ただし、この変換はネットワークの特性関数とユニットかんの結合の重みによって変化する。この階層的ネットワークに望ましい変換例を繰り返し提示することによりユニット間の結合の重みを適切な値に設定し、このネットワークに学習させることができる。実際には適当な入力パターンを与え、その出力と望ましい出力の値との誤差情報を用いてユニット間の結合の重みを逐次修正する方法がとられる。

入力パターンとそれに対する望ましい出力パターンをそれぞれx_p、y_pとし、その組の集合を$\{x_p, y_p\}$（$p = 1, \cdots, M$）とする。入力パターンx_pを入力した時の出力層のユニットｊの出力は$o^M{}_j(x_p)$であり、その入力に対応する望ましい出力パターンのだいｊ成分をy_{pj}とする。

誤差逆伝播学習とは、あるパターンの組が与えられたとき、つぎのような修正式に従って各結合の重みを修正していく学習法である。

$$w^k{}_i{}^k{}_j = w^k{}_i{}^{k-1}{}_j + \eta \delta^k{}_j o^{k-1}{}_i \quad (2)$$

$$\delta^N{}_j = (y_j - o^M{}_j) f'(i^M{}_j) \quad (3)$$

$$\delta^{k-1}{}_j = f'(i^{k-1}{}_j) \Sigma w^{k-1}{}_i{}^k{}_j \delta^k{}_j \quad (4)$$

上式で、(2)式が修正式であり、(3),(4)式は(2)式の中の一般化された誤差$\delta^k{}_j$をｋ＝Ｍから３まで逆方向に順次計算する式である。

ユニットの特性関数としてつぎの関数

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)} \quad (5)$$

を用いる場合には、$f'(i^k{}_j)$は$o^k{}_j = f(i^k{}_j)$の値を使って

$$f'(i^k{}_j) = o^k{}_j(1 - o^k{}_j) \quad (6)$$

のように計算される。

3．ファジィ制御[3]

ファジィ制御は制御の新しい方法論として確率されつゝある。ファジィ制御は一般に「If ～ then …」の形式で記述されるファジィ推論アルゴリズムによって定式化される。ここで、If部分を前件部、then部分を後件部と呼ぶ。ファジィ制御は前件部と後件部の形式、ファジィ変数の形、推論方法の観点から分類され、色々なファジィ制御方法が提案されている。ファジィ制御の方法は大別すると状態評価ファジィ制御と予見ファジィ制御の二つに分けられる。状態評価ファジィ制御における制御アルゴリズムは一般につぎのような複数個の制御規則で記述される。

R^1: If x_1 is A_{11} and x_2 is A_{12} then y is B_1
　or
R^2: If x_1 is A_{21} and x_2 is A_{22} then y is B_2
　or
　⋮
R^i: If x_1 is A_{i1} and x_2 is A_{i2} then y is B_i
　or
　⋮
R^n: If x_1 is A_{n1} and x_2 is A_{n2} then y is B_n (7)

ここで、x_1, x_2 はファジィ制御に必要な状態に関する情報であり、y は操作（制御）量を表している。また、これらのファジィコントローラの入出力関係を表す各規則はｏｒ結合される。また、A_{i1}, A_{i2}, B_iはファジィ変数とよばれ、ファジィ集合で表される。予見ファジィ制御では前件部が少し異なりつぎのような推論規則の集まりとしてアルゴリズムが構成される。

R'^i: If (y is B_i → x_1 is A_{i1} and x_2 is A_{i2})
　then y is B_i,　($i=1, \cdots, n$)　(8)

この制御の特徴は目的に応じた制御結果を予見・予測して操作量を決定することである。本稿では全体として予見的考え方は導入するが、ファジィコントローラは(7)式で表されるような状態評価のファジィ制御を用い、図２のような三角型のファジィ変数を用いた。こ

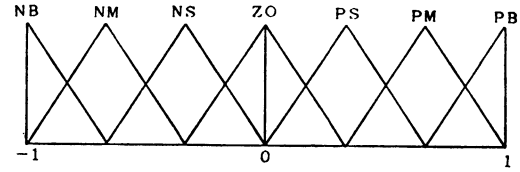


図２．ファジィ変数のメンバーシップ関数

のアルゴリズムにおける推論はファジィ関係の合成則に基づく推論法が使用されている。いま、入力空間をX_1, X_2とし、出力空間をＹとする。またファジィ関係Ｒを

$$R \subset X_1 \times X_2 \times Y \quad (9)$$

とする。このファジィ関係は(7)式の推論規則から求められる。いま、(7)式のｉ番目の推論規則から求められるファジィ関係をR_iとすると制御規則全体のファジィ関係Ｒは

$$R = R_1 \cup R_2 \cup \cdots R_i \cdots \cup R_n \quad (10)$$

と表される。

いま、コントローラの入力x_1がファジィ値$A_1{}^0$を、x_2が$A_2{}^0$をとったとすると、コントローラの出力ｙはファジィ関係Ｒを用いてつぎの式

$$B = R \bigcirc (A_1^0 \times A_2^0) \quad (11)$$

で与えられるファジィ値をとる。これらのファジィ集合のメンバーシップ関数をそれぞれB(y), R(x1, x2, y), $A_1^0(x_1)$, $A_2^0(x_2)$ のように書くことにすれば、A_1^0とA_2^0の直積$A_1^0 \times A_2^0$のメンバーシップ関数による表示は

$$(A_1^0 \times A_2^0)(x_1, x_2) = A_1^0(x_1) \wedge A_2^0(x_2) \quad (12)$$

となり、出力は

$$B(y) = \max[R(x_1, x_2, y) \wedge A_1^0(x_1) \wedge A_2^0(x_2)] \quad (13)$$

によって求められる。実際の制御においては制御情報は確定した数値として与えられる場合がほとんどである。このような確定値をx_1°, x_2°とすると、(13)式は

$$B(y) = R(x_1^\circ, x_2^\circ, y) \quad (14)$$

で与えられる。

ファジィコントローラの入出力関係Rは、(7)式の各制御規が表すファジィ関係を$R_i(x_1^\circ, x_2^\circ, y)$とすると、

$$R(x_1^\circ, x_2^\circ, y) = R_1(x_1^\circ, x_2^\circ, y) \vee R_2(x_1^\circ, x_2^\circ, y) \vee \cdots \vee R_n(x_1^\circ, x_2^\circ, y)$$

$$R_i(x_1^\circ, x_2^\circ, y) = A_{i1}(x_1^\circ) \wedge A_{i2}(x_2^\circ) \wedge B_i(y) \quad (15)$$

のようになる。

4. ニューラルネットワークを用いたファジィ制御

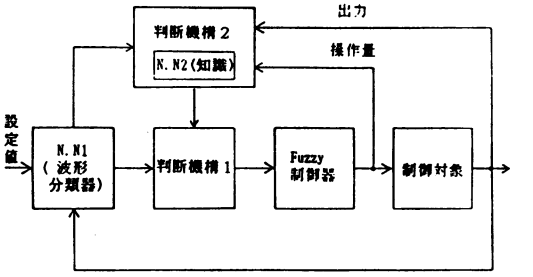
ファジィコントローラを構成する方法の一つとして専門家の知識に基づいて構成する方法が挙げられる。この方法で構成されたファジィコントローラはあいまいさを内包するシステムに対して極めて良い結果を生み出している。しかし、何らかの事情で専門家の知識が得られない場合にはこの方法は採用できない。そこで、本稿では専門家のような高度な知識を持たない誰でも判断できるような初等的知識を基に、ニューラルネットワークを用いてファジィコントローラ、すなはち制御規則を構成する方法を提案する。

本システムの概略を図3に示す。制御対象の出力を初等的知識と経験によっていくつかのパターンに分類し、そのパターンを図3における神経回路網モデル1に学習させる。学習させた神経回路網モデル1は制御対象の出力をパターンによって分類し大局的判断を下す。たとえば、望ましい出力波形に分類されたようなときには「ファジィ制御規則の増減は行はない」などの判断を下す。

本システムのファジィコントローラの制御規則は

$$\text{If } E \text{ is } A_{i1} \text{ and } \Delta E \text{ is } A_{i2} \text{ then } u \text{ is } B_i \quad (16)$$

のような形式をとるものとする。ここで、Eは制御対象の出力偏差、ΔEはその変化分を表している。図3の判断機構1では、上のような形式のファジィ制御規則の増減が主として決定される。このことは、ファジィ制御規則の形が決っているので、前件部のファジィ変数を決定することを意味する。これだけでは後件部が決定していないのでファジィ制御規則は完成しない。後件部のファジィ変数を決定するのが判断機構2である。



N. N1：ニューラルネットワーク1　N. N2：ニューラルネットワーク2

図3. 自己組織化的
ファジィ制御器構成システム

判断機構2の役割は本システムの前件部、後件部を含めて全体の量規定を司ることである。ファジィ変数は図2のような規格化された範囲におけるメンバーシップ関数によって表されるが、実際の制御を行うときには規格化された範囲での値ではなくある現実の値をとる。その制御量が適切な値となるためには規格化される値を含めて量規定の問題が重要になってくる。判断機構2は制御対象の入出力特性を学習したニューラルネットワークを制御対象に対する「知識」として持っている。また、判断機構2は制御対象の入出力対を「記憶」として持っている。この制御対象に対する知識と記憶からファジィ制御規則における「量」の判断を行う。つぎに本システムのアルゴリズムとともに詳細な内容を述べる。

（1）ニューラルネットワーク1

①：制御対象の出力波形を専門的知識を持たないような人でも容易に分けられる波形に分類する。その波形としてつぎのように大まかに6個に分類し、その波形をニューラルネットワークに学習（誤差逆伝播学習）させる。

a). 望ましい波形
b). 振動的波形
c). 立ち上がりの遅い波形
d). 行き過ぎ量が大きすぎる波形
e). 操作量が少なすぎる波形
f). その他（上記どの波形にも属さない異常な波形）

ニューラルネットワーク1で波形の分類が行われると、判断機構2につぎのような指令が送られる。

a) 望ましい波形
現在の制御規則を保持する。
b) 振動的波形
操作量を減少させる。

c) 立ち上がりが遅い波形
操作量を増加させる。
d) 行き過ぎ量が大きすぎる波形
操作量を大幅に減少させる。
e) 操作量が少なすぎる波形
操作量を増加させる。
f) その他（上記のどの波形にも属さない異常な波形）
波形分類を増やす。

②：学習を終了したニューラルネットワーク１は制御対象の出力波形の波形分類器として作動し、出力波形から現在の大まかな制御内容あるいは制御対象の大まかな状態を認識・判別する。また、分類結果から各波形の状況に応じた指令を判断機構１および２に送る。

（２）ニューラルネットワーク２

①：制御対象の入力波形と出力波形を用いて制御対象の動特性をニューラルネットワーク２に学習（誤差逆伝播学習）させる。

②：学習を終了したニューラルネットワーク２は制御対象の動特性のモデル化であり、これを判断機構２における制御対象の挙動に関する「知識」として用いる。

（３）判断機構１

①：判断機構１ではファジィ制御規則の増設を行う。一番初期の段階ではファジィコントローラには何もルールが存在しない。そこで最初はある制御対象の状態で適当な制御入力を設定し、それをａで表し仮にこれを規格化定数とする。またその制御に対する制御対象の応答は判断機構２にフィードバックされる。判断機構２からの情報を基に、制御対象に対する外乱の発生時に制御する制御規則を構成する。このとき判断機構２ではニューラルネットワーク２の制御対象に対する「知識」を基に後件部規格化定数を決めている。この(3)-①で構成された制御規則に基づいて制御量を決定し制御対象を制御する。

②：(3)-①で決定された制御に対する制御対象の出力は図３に示されるように二つの経路、a)直接判断機構２へ入る経路、b)ニューラルネットワーク１を経て判断機構２に入る経路、の両方の経路で判断機構２に送られる。その結果、判断機構２から下される指示を基に判断機構１ではつぎの制御規則の構成にかかる。この場合、制御規則の構成順序は粗い制御規則から細かい部分の制御規則への順に従って構成される。粗い制御規則は制御対象出力の代表的な部分からに対応する制御規則である。本システムでは出力の偏差Ｅかその変化分ΔＥのどちらかがそれらのファジィ変数のラベルがゼロに属する場合の制御規則を優先して構成する。このようにして(3)-①で構成された制御規則の前件部の状態のつぎの状態で(3)-②で述べた条件を満たす前件部状態での制御規則がつぎに構成される。

③：(3)-①，②で構成された制御規則に基づいて操作量が決定され、それによる制御対象の出力に対して(3)-②で述べた内容が繰り返される。

④：(3)-③までで粗いファジィ制御規則が構成される。これはあくまでＥとΔＥがある特徴的な状態に対する制御規則であり、制御規則の前件部の状態としてはこれら以外の状態も発生しているが粗い制御規則を優先しているからである。そこでファジィ制御規則の前件部のファジィ変数が(3)-③までに決定された状態以外で制御対象の出力がとるＥとΔＥの状態でのファジィ制御規則を構成する。

（４）判断機構２

判断機構２では主に判断機構１で構成されるファジィ制御規則のファジィ変数の量規定を行う。

①：本システムで構成される制御規則は(16)式で示されるような形式をしている。またファジィ変数には図２に示されるようなメンバーシップ関数を用いる。これらのメンバーシップ関数に付いているラベルＰＢ、ＭＳ等はつぎのようなものを表している。

NB: Negative Big,　　PB: Positeive Big
NM: Negative Medium　　PM: Positive Medium
NS: Negative Small　　PS: Positive Small
ZO: Zero

これらのラベルをつぎのように数値化する。

PB=3, PM=2, PS=1, ZO=0, NS=-1, NM=-2, NB=-3

この数値を用いて後件部ファジィ変数のラベルをつぎのように決定する。

（Ｅのファジィ変数のラベルの数値）＋
（ΔＥのファジィ変数のラベルの数値）＝
uのファジィ変数のラベルの数値　　(17)

ただし、｜uのファジィ変数のラベルの数値｜＞３の場合にはその符号に応じてＰＢかＮＢのラベルをとるものとする。

例えばつぎのような例を考えてみる。

If E is PB and ΔE is ZO then u is X　　(18)

この場合Ｅのファジィ変数のラベルはＰＢであり、その数値は３である。一方、ΔＥのそれは０である。従って、(17)式からｕのファジィ変数のラベルの数値は３＋０＝３となる。この数値３はファジィ変数のラベルＰＢに対応しているから、(18)式後件部ファジィ変数ＸはＰＢとなり、制御規則は

If E is PB and ΔE is ZO then u is PB　　(19)

となる。

②：最初の制御規則を(3)-①で構成する場合、ある適当な制御量ｕによって制御された制御対象の出力波形はニューラルネットワーク１と判断機構２に送られる。判断機構２では同時に制御対象の動特性を学習し

ているニューラルネットワーク２を用いて、望ましい出力波形から望ましい操作量が決定されている。この望ましい操作量と制御対象の出力波形を比較することで操作量の過不足量が算出される。この過不足量は出力波形のニューラルネットワーク１による分類（(1)-①）に従って初めの操作量ｕに加算もしくは減算されて、規格化定数が決定される。(1)-①の分類に従って規格化定数を決定する前に、操作量の過不足量を算出する方法を述べる。

ファジィ制御は各サンプリング時刻毎t_i(i=0,1,…,n)に離散的に行われ、制御対象の入出力波形も離散的に表現される。望ましい出力波形から収束する時刻を適当に検出し、そのサンプリング時刻の半分の時刻をt_sとする。望ましい出力波形からニューラルネットワーク２により逆に望ましい操作量を算出し、それらの各サンプリング時刻t_i ($t_i < t_s$)における値を$u_i'(t_i)$ ($t_i < t_s$)とする。また、制御対象の入力波形の各サンプリング時刻t_i ($t_i < t_s$)における値を$u_i''(t_i)$ ($t_i < t_s$)とする。この$u_i''(t_i)$と$u_i'(t_i)$の差が過不足量$u_i(t_i)$ ($t_i < t_s$)となる。

上のようにして求められた$u_i(t_i)$ ($t_i < t_s$)から(1)-①の分類に従ってつぎのように操作量を決定する。

a)望ましい波形
　現在の制御規則を保持する。
b)振動的波形
　操作量ａから$\min\{u_i(t_i)\}$ ($t_i < t_s$)を差し引いた値の定数倍を規格化定数にとる。
c)立ち上がりが遅い波形
　操作量ａから$\min\{u_i(t_i)\}$ ($t_i < t_s$)を加えた値の定数倍を規格化定数にとる。
d)行き過ぎ量が大きすぎる波形
　操作量ａから$\max\{u_i(t_i)\}$ ($t_i < t_s$)を差し引いた値の定数倍を規格化定数にとる。
e)操作量が少なすぎる波形
　操作量ａから$\min\{u_i(t_i)\}$ ($t_i < t_s$)を加えた値の定数倍を規格化定数にとる。
f)その他（上記のどの波形にも属さない異常な波形）
　波形分類を増やす。

③：(4)-②の方法を用い(3)-①で構成されたファジィ制御規則を用いて制御された制御対象の入出力波形を記憶させる。このとき制御規則と規格化定数も同時に記憶して置く。

④：制御対象の出力波形から最大偏差および最大変化分を算出しこれらの定数倍を前件部規格化定数とする。

⑤：(3)-②,③,④で構成される制御規則の量規定に関しては(4)-①,②,③,④と同様にして行う。ただし、(1)-①の分類に従ってつぎのように操作量を決定する。

a)望ましい波形
　現在の制御規則を保持する。
b)振動的波形
　現在の規格化定数から$\min\{u_i(t_i)\}$ ($t_i < t_s$)を差し引いた値の定数倍を規格化定数にとる。
c)立ち上がりが遅い波形
　現在の規格化定数から$\min\{u_i(t_i)\}$ ($t_i < t_s$)を加えた値の定数倍を規格化定数にとる。
d)行き過ぎ量が大きすぎる波形
　現在の規格化定数から$\max\{u_i(t_i)\}$ ($t_i < t_s$)を差し引いた値の定数倍を規格化定数にとる。
e)操作量が少なすぎる波形
　現在の規格化定数から$\min\{u_i(t_i)\}$ ($t_i < t_s$)を加えた値の定数倍を規格化定数にとる。
f)その他（上記のどの波形にも属さない異常な波形）
　波形分類を増やす。

⑥：(4)-③で記憶された入出力波形の中で立ち上がり、行き過ぎ量など（対象によって適宜これらの量を決める）の諸量の総合判断から制御対象の出力波形の中で最良なものを選出する。もし、今決定した制御規則による出力波形が最良でない波形であればこの制御規則を消滅させ、最良であればこの制御規則を採用する。このように過去の経験を「記憶」し、比較することでより良い制御規則を構成する。操作量の細かい調整はこの「記憶」によってもなされる。

5．　電力系統の周波数制御例

本稿で提案したシステムの応用例[4]として図４に示されるような電力系統モデルを取り上げ、この周波数制御を行った。視覚的に理解し易いように現在の周波数をある一定の周波数に変化させることを想定した制御を行う。

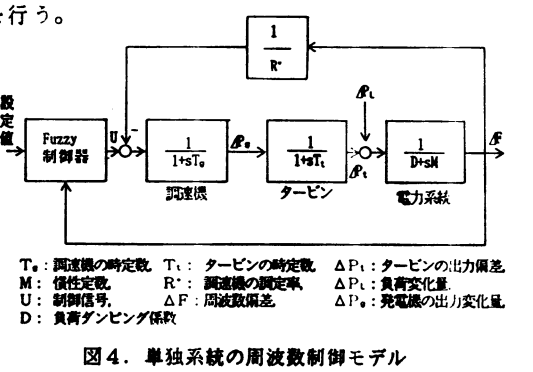
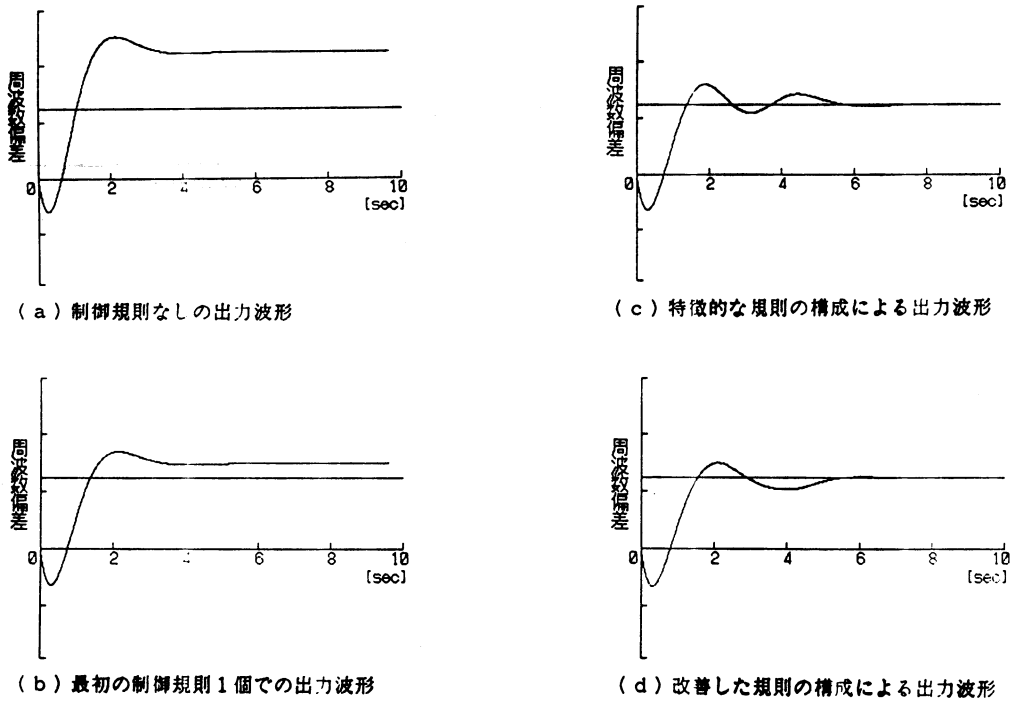


図４．単独系統の周波数制御モデル

図５－（ａ）は、ファジィコントローラに、何にもルールが存在しない一番初期の段階であり、適当な制御入力ａを与えたものである。

図５－（ｂ）は、適当な制御入力ａを与えた制御対象の出力波形をニューラルネットワーク１によって波形分類し、その情報を基に判断機構１および２によって、制御規則が構成されていったものである。ここで



（ａ）制御規則なしの出力波形

（ｃ）特徴的な規則の構成による出力波形

（ｂ）最初の制御規則１個での出力波形

（ｄ）改善した規則の構成による出力波形

図５．電力系統の出力波形

は、判断機構１により１個の制御規則が構成され、図５－（ａ）による出力波形は、ニューラルネットワーク１により、行き過ぎ量が大きすぎる波形と判別され、判断機構２により前段階の制御入力ａから$\max\{u_i(t_1)\}$（$t_1 < t_s$）を差し引いた値の定数倍を規格化定数にとった制御入力が与えられる。再びニューラルネットワーク１により現在の制御対象の状態を認識、判別するといったこれらの操作を繰り返し行ったっものである。図５－（ｂ）からわかるように、制御規則１個では、かなりの偏差を生じている。

図５－（ｃ）は、前述の操作に引続き判断機構１により、出力の偏差Ｅかその変化分ΔＥのどちらかがそれらのファジィ変数のラベルがゼロに属する場合の制御規則を優先して構成していったものである。これは、判断機構２によって前件部の条件を満たす制御規則が構成され、再び、これらの構成された制御規則に基づいて操作量が決定される操作を繰り返し行った出力波形である。この場合は、判断機構１によって９個の制御規則が構成され、これにより制御対象の出力は設定値に収束する。

図５－（ｄ）は、特徴的な制御規則の構成が行なわれた後、判断機構１によって改善のため制御規則を構成しっていったものである。これらの構成過程は判断機構２ににによって記憶され、それらの記憶された出力波形の中から立ち上がり、行き過ぎ量などの諸量の総合判断から選出された最良の出力波形である。明らかに、前段階での図５－（ｃ）の制御対象の出力波形より設定値への収束が速く、振動の幅が少ない。このように、これらの操作を繰り返すことによって自己組織化的に制御内容を改善できることがわかる。

６．まとめ

ニューラルネットワークを用いてファジィコントローラを自己組織化的に構成するシステムを構成した。ここではニューラルネットワークとして誤差逆伝播学習型ネットワークを二つ用い、一つはシステム全体を大きくみる頭脳として活用し、他の一つは制御対象の動特性に対する知識として働かせた。本システムではニューラルネットワークの学習に幾分問題はあるが専門家の知識に基づくことなくファジィコントローラを構成することができた。

参考文献

[1] 麻生英樹：ニューラルネットワーク情報処理，産業図書

[2] R.P. Lippmann: "An Introduction to Computing with Neural Nets," IEEE ASSP MAGAZINE, Apr., 1987

[3] 菅野道夫：ファジィ制御，日刊工業新聞社

[4] 後藤泰之：発電電力の増加率制限を考慮した地域分割形負荷周波数制御，電気学会論文誌Ｂ，Vol.105-B, No.4, Apr., 1985

学習型ファジィ・ニューラルネットの一実現法

A realizing method for Learning Fuzzy Neural Network

○山口 亨* 今崎 直樹** 春木 和仁**
Toru Yamaguchi* Naoki Imasaki** Kazuhito Haruki**

* 国際ファジィ工学研究所
LIFE : Laboratory for International Fuzzy Engineering research

** (株)東芝 システム・ソフトウェア技術研究所
Systems & Software Engineering Laboratory, TOSHIBA Corp.

ABSTRACT

We propose the Learning Fuzzy Neural Network (LFNN). LFNN can refine vague knowledge by on-line self-learning. It consists of structured neural networks, and manages vague knowledge intellectually; the short-term memory unit is used for inference from existing knowledge, and the long-term memory unit is used for new knowledge acquisition.

One of the LFNN's applications and on-line learning of the control performance prediction model are also presented.

1. はじめに

生体は対象モデルを自律的に内部へ生成し、それを用いて制御モデルを生成すると言われている。川人ら[1]はニューラルネットを用いてマニピュレータのモデルを学習し生体的適応制御の一例を模擬的に示した。ニューラルネットは、あいまいな多量な情報の処理に有効で情報圧縮・情報区分化・連想・学習など生体的情報処理の実現が可能である。しかし複数のネットを機能的に組み合わせ知識を表現したり、先見的な知識構造を表現する有効な統一的フレームワークが提案されていない。

一方、ファジィ制御においては菅野[2]が対象システムをファジィモデルでモデル化し、それを用いて制御する方式を提案した。山口ら[3]はファジィモデルで対象の予測モデルを生成し、それを用いてファジィ制御を行うＦＰＣＭ (Fuzzy Predict & Control Method) を提案している。ファジィ理論は、あいまい情報処理の統一的フレームワークを持つが、学習機能の不備や多段推論におけるあいまいさの爆発などの問題がある。

そこで生体的適応制御の実現を目指し、ファジィ理論とニューラルネットの短所を改善し長所を活かした学習型ファジィ・ニューラルネット (Learning Fuzzy Neural Network : ＬＦＮＮ) [4]を提案し、その知識表現、推論、学習方法について述べる。また、その準備としてＬＦＮＮの基となる構造化ニューラルネットを用いた連想記憶

システム(Structured Neural Net-works - Associative Memory system:ＳＮＮ-ＡＭ)について述べる。さらにＬＦＮＮの一例として制御性能予測モデルを構築し有効性を示す。

２．構造化ニューラルネットを用いた連想記憶システム（ＳＮＮ-ＡＭ）

B.Kosko[5]は、ニューロンに意味をもたせ、関係の強さで相互にループ結合する連想記憶の方式を用いて、ＦＡＭ(Fuzzy Associative Memory)やＦＣＭ(Fuzzy Cognitive Map)を提案している。一方、清水[6]は、意味記憶部を上位にもたせ相互ループで結合した自律素子(ホロン)間に記憶上で近いものの秩序を形成する原理を示した。上述の基本的な考え方を基に意味づけした構造化ニューラルネットをその関係の「確かさ」の強さで相互にループ結合し連想機能をもつ構成を考える。この構成の上位に意味記憶部をおき、秩序形成を行う構造とする構造化ニューラルネット連想記憶システム（ＳＮＮ-ＡＭ）を提案する。図１にそのＳＮＮ-ＡＭの構成を示す。

図中、Ｓ0～ＳＮは構造化ニューラルネットで構成されており、それらの間は意味関係の「確かさ」の強さで相互にループ結合されている。各構造化ニューラルネットＳ0～ＳＮは、同様な構成を内部にもつことができ、このことにより階層化を実現する。さらに、ファジィ制御ルール各部の意味づけを ＳＮＮ-ＡＭに行うことによりＬＦＮＮを実現する。

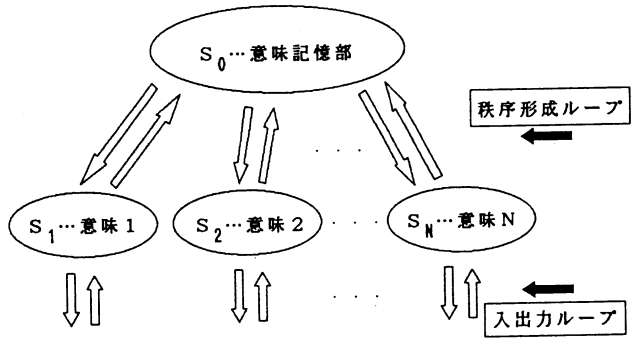


図１　ＳＮＮ-ＡＭの構成

1)短期記憶と推論

Ｓ0～ＳＮは、それぞれその意味を特徴づける活性値ベクトルs0～sNを出力する。それらの特徴は入力からの特徴づけ結合の他に意味関係により３種の相互ループで結合される。すなわち、正関係の場合は相互に強め合う正のループ、逆関係の場合は相互に弱め合う負のループ、無関係の場合はゼロのループ（未結合）となる。

結合の強さはそれらの関係の「確かさ」に比例する。これらの結合により通常の場合は、s0～sN間に一定の活性パターンに引き込まれる安定的リミットサイクルが形成される。（特殊な場合は一定のリズムへ引き込むリズム発生器となる。）これらの活性ベクトル値を短期記憶と呼ぶ。また活性パターンの時間的推移は、推論の推移を示す。s0～sNは意味を特徴づけているため推論の推移は意味的に解釈される。通常、条件の近い正しい記憶への安定的な引き込みが行われ、このことがファジィネスを減少させる。この効果で、推論の結果が雑音に左右されにくくなりロバスト性を持つ。ま

た、図２の様に、ファジィネスを減少させる度合の制御も実現できる。

このように、ＳＮＮ-ＡＭ は多段のファジィ推論に発生するあいまいさの爆発を抑え、しかも安定的な活性パターンのロバスト性から時系列データ等のダイナミカルな問題まで扱えるという特長をもつ。

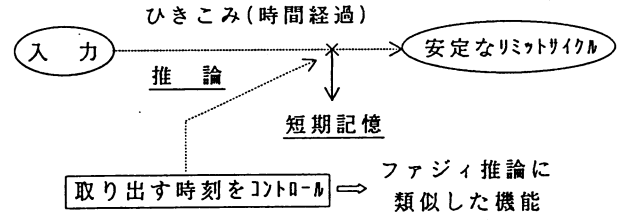


図２　引き込みと推論

2)長期記憶と学習

長期記憶は、活性値ベクトルs0～sN間の関係結合（関係の「確かさ」）の重みと、各構造化ニューラルネットＳ0～ＳN内の特徴づけネットの結合の重みとして表現される。図３に示す様に、学習における修正量の分配は、ある活性値以上で出力に関与したネットに対し、その関係の「確かさ」に反比例し、関与の度合（活性値）に比例した割合とする。つまり、関係がある「不確か」なネットほど多く学習され、学習ずみの「確か」なネットは学習されにくい。また、関係の「確かさ」は、学習量に比例し増加し、推論結果の誤差に比例し減少する。このため、エラーの多い「確か」なネットは少しずつ「不確か」となり、「不確か」となればまた再学習が始まる。これらの基本的な学習則により、個別知識の自己学習が実現し、学習の高速化が図れる。

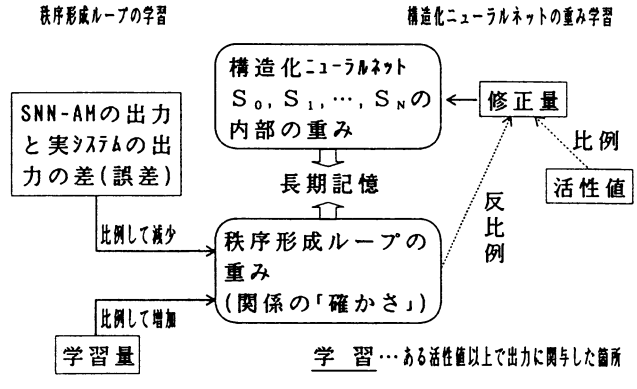


図３　学習法

３．学習型ファジィ・ニューラルネット（ＬＦＮＮ）

ファジィ制御の推論をニューラルネットを用いて忠実に模擬する研究〔7〕がある。本稿では、推論を模擬するのではなく、ファジィ推論的考え方を連想を用いて表現した学習機能をもつ新方式ＬＦＮＮを提案する。ＬＦＮＮは前述のＳＮＮ-ＡＭの構造化ニューラルネットへファジィルールを対応させることにより実現するため、ＳＮＮ-ＡＭのすべての特長を備えて

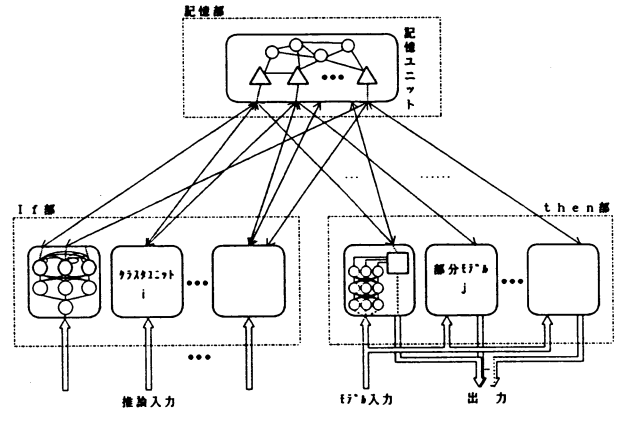


図４　ＬＦＮＮ

いる。図４は、ファジィ制御の一種であるファジィモデルをＬＦＮＮで表現した例である。

1)知識表現

ファジィモデルは、対象を特徴づけられた状態空間に対応する線形部分モデルのファジィ推論による合成でモデル化する。その知識は図５の上に示す様なIf,thenの形式で表現される。これをＬＦＮＮで表現する場合、知識に対応する意味記憶部を中央にもち、If部とthen部を関係により結合する構成となる。図４に示すように、If部、記憶部、then部は、意味をもつシンプルな構造化ニューラルネットで構成される。

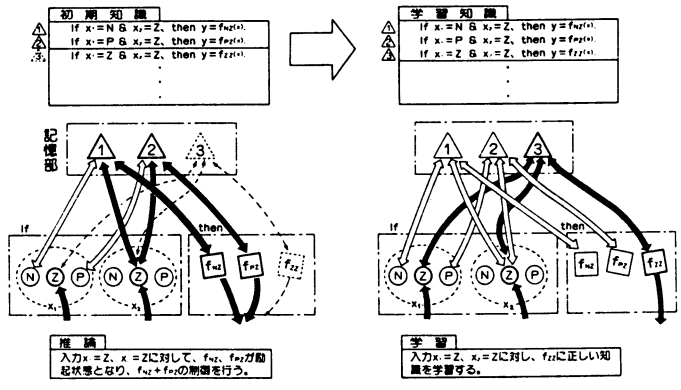


図５　ＬＦＮＮの推論と学習

2)推論

ＬＦＮＮは部分モデルをニューラルネットによる非線形ダイナミクスの関数(図５のthen部ｆNZ,ｆPZ, ｆZZ)で表現し、その合成を連想を用いた推論で行う。この過程でファジィネスの減衰をコントロールする。このため通常のファジィ推論とは異なった推論値となる。仮に図５上の知識１，２で示すようにファジィモデルの部分モデルとしてｆNZとｆPZがあらかじめ与えられているとする。しかし、知識３のｆZZのモデルはあまり学習されていないため正確でない。ここで、ｘ1＝Ｚ，ｘ2＝Ｚの特徴を満たすものが入力部に与えられた場合、知識１、２は「確かさ」が高くｘ2＝Ｚ を満たすため、推論の結果はｆNZ，ｆPZが中くらい活性化し、不確かな知識３のｆZZは弱く活性化する。このためｆNZ，ｆPZを中心とした出力が得られる。つまり、自己のもつ確かな知識からの連想が推論で行われる。

ここで、モデル化の対象は、出力をｙ、入力をｕとした場合、

$$y = F(u) \qquad (1)$$

と表現できると仮定する。ただし、$y=(y1,y2,\cdots,yn)^T$, $u=(C,\alpha)^T$とする。このとき対象モデルは、ｍ個の部分モデルｆｉ(ｕ),(ｉ＝1,2,…,ｍ) の合成で表現される。また、ａｉ(Ｃ)を入力Ｃのときの部分モデルｆｉ(ｕ)の推論による寄与度とすると(1)式は次式のように書き直せる。

$$y = \sum_{i=1}^{m} (a_i(C) \cdot f_i(u)) \qquad (2)$$

図６のように、推論は、入力部、記憶部、出力部およびゲートより構成される。これらはそれぞれ、相互ループおよび自己ループをもっている。この関係は離散形式で次のように表現される。

$$c=\phi(C) \quad (3)$$
$$v(t+1)=\phi(Wvc\cdot c+Wvv\cdot v(t)+Wvx\cdot x(t)) \quad (4)$$
$$x(t+1)=\phi(Wxv\cdot v(t+1)+Wxx\cdot x(t)+Wxz\cdot z(t)) \quad (5)$$
$$z(t+1)=\phi(Wzx\cdot x(t+1)+Wzz\cdot z(t)) \quad (6)$$
$$v(0)=v0, x(0)=x0, z(0)=z0 \quad (7)$$

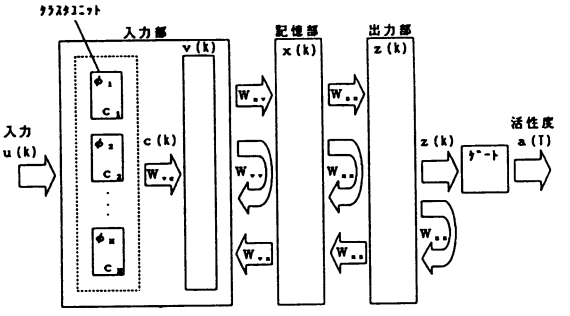


図６ 推論ダイナミクス

ここで、Wvcはベクトルｃからベクトルｖへの荷重を表すマトリクスで、ベクトルｖを構成するニューロンのシナプス荷重である。Wvv,Wvx,Wxv,Wxx,Wzx, Wzzについても同様である。また φ(･)はメンバシップ関数で、 φ(･)はシグモイド関数である。ｔは時間を表すパラメータである。入力Ｃに対する部分モデルｆｉ(ｕ),(ｉ＝1,2,…,ｍ) の活性度は出力部の状態ベクトルｚに時間経過を伴って現れてくる。ゲートは設定された時間Ｔが経過すると開かれ、ｚｉ(T)を部分モデルｆｉ(ｕ)の活性度ａｉ(Ｃ)が得られ、それにより(2)式の出力が求められる。

3)学習

学習では、この推論結果と実システムの出力との差（誤差）を出力に関与した部分モデルに分配し修正する。分配の割合は、不確かなものほど大きく、確かなもの程小さくする。このため、図５右のように少しずつｆZZが完成していく。このように事例により個別知識の自己学習が行われる。さらに、関係の「確かさ」は、学習量が多いほど高く、誤差が大きいほど低くなるように修正される。

４．例題

図７に示すエレベータ群管理システム制御性能予測モデルを例題として取りあげる。これは、制御パラメータαとシステムの需要（乗客発生率）Ｃを入力とした場合の制御性能(乗客待ち時間の分布)ｙを出力する。制御設計者がある制御パラメータと需要を仮定するとその結果としての乗客待ち時間の分布を予測し出力するような制御性能予測モデルを実現する。ここでは、初期知識から需要条件による３部分モデル（ｆS, ｆM, ｆB）を用意した。学習実験では、ｆS, ｆBを初期学習し、ｆMをオンライン学習した。その学習過程を図８、学習による部分モデルの引き込み域の変化を図９に示す。

対象モデル

$$y=f(u)=\sum_{i=1}^{n}(a_i(C)\cdot f_i(\alpha))$$

$y=(y_1,y_2,y_3,y_4,y_5)^T$, $u=(C,\alpha)^T$
$C=(c_1,c_2,c_3)$, $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5)$
ｙ：制御応答結果　ｕ：入力　ｆ：対象モデル
Ｃ：需要　α：制御パラメータ
a_i：活性度　f_i：部分モデル

y_1：待ち時間(30秒以内)	α_1：長待ちを減らす
y_2：　〃　(30～60秒)	α_2：早い応答を優先
y_3：　〃　(60秒～)	α_3：最大待ち時間の短縮

図７ 性能予測モデル

結果から、学習の初期では未学習部分モデルｆMを推論する場合、それに近い既学習部分モデルｆS，ｆBが関与してくる。それらの合成によりエラー値もそれほど悪化していない。10回程度の学習でエラー値はほぼ良好となる。エラー値の学習配分は、未学習部分モデルｆMに集中して行われる。学習後は、部分モデルｆMも広い引き込み域をもつ。これは通常のファジィモデルではIf部のメンバシップ関数と同様な効果をもつため、学習によりこのメンバシップ関数を得たという見方ができる。また、部分モデルも学習により洗練されており、未学習のデータについてもかなり良好な予測データを得た。

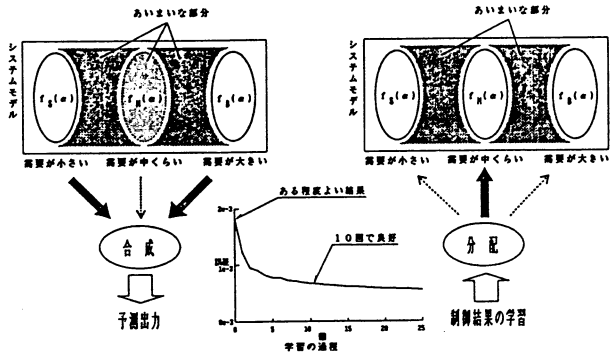


図８　学習過程

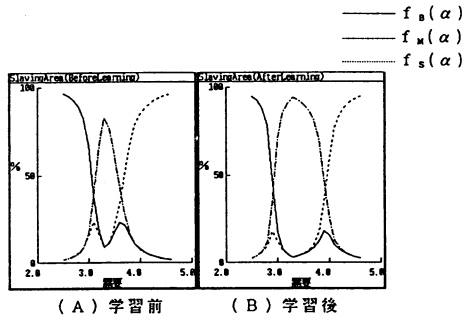


図９　引き込み域

５．おわりに

本稿では、構造化ニューラルネット連想記憶システムを用いて、ニューラルネットとファジィ理論の長所を活かした学習型ファジィ・ニューラルネットＬＦＮＮの一実現法を示した。今後、生体の持つ適応能力を工学的に実現することを目指し、ＬＦＮＮの改善・汎用化を行っていきたい。

参考文献

〔1〕川人 光男,宇野 洋二,鈴木 良次：随意運動制御における適応と学習II，日本ロボット学会誌 ６巻３号，pp.50-58 (1988).

〔2〕菅野 道夫：システムのファジィモデリング，システムと制御チュートリアル講座'87「制御工学へのガイドライン」テキスト，pp.79-98 (1987).

〔3〕Yamaguchi,T., Endo,T. and Haruki,K.: Fuzzy Predict and Control Method and Its Application, IEE Int. Conf. CONTROL88 C.P.,No.285, pp.287-292 (1988).

〔4〕山口 亨,今崎 直樹,春木 和仁：学習型ファジィ・ニューラルネットとその適用例，第９回 知識工学シンポジウム予稿集，pp.1-6 (1989).

〔5〕Kosko,B.: Adaptive Bidirectional Associative Memories, Applied Optics, Vol.26, No.23, pp.4947-4960 (1987).

〔6〕Shimizu,H., Yamaguchi,Y., Tsuda,I. and Yano,M.: Pattern Recognition Based on Holonic Information Dynamics: Towards Synergetic Computers, Complex Systems - Operational Approaches, pp.225-239 (1985).

〔7〕林 勲，高木 英行：神経回路網モデルによるファジィ推論の定式化，第４回ファジィ・システム・シンポジウム予稿集，pp.55-60 (1988).

学習型ファジィ・ニューラルネット設計支援システム

Learning Fuzzy Neural Network design support system

○今崎 直樹* 山口 亨** 春木 和仁*
Naoki Imasaki Toru Yamaguchi Kazuhito Haruki

* (株)東芝 システム・ソフトウェア技術研究所
Systems & Software Engineering Laboratory, TOSHIBA Corp.

** 国際ファジィ工学研究所
LIFE : Laboratory for International Fuzzy Engineering research

ABSTRACT

Vague knowledge presented by 'fuzzy model' can be delt with LFNN (which is one realization of SNN-AM) and refined with learning by examples. The LFNN architecture is so flexible that LFNN design support system is inevitable. In this paper, a LFNN design support system, implemented on a laptop PC, is presented. Outlines of LFNN and its design support system are described.

1．はじめに

筆者らは、短期記憶および長期記憶の機能を備え確かな知識からの推論や個別知識の自己学習の可能な構造化ﾆｭｰﾗﾙﾈｯﾄ連想記憶システム ＳＮＮ-ＡＭ (Structured Neural Networks - Associative Memory system)を提案した[1][2]。学習型ファジィ・ニューラルネットＬＦＮＮ(Learning Fuzzy Neural Network) はＳＮＮ-ＡＭ の実現例である。ＬＦＮＮでは、あいまいな事前の知識をファジィモデル[3] の考え方に基づいて表現し、その知識をその後の事例により学習することで洗練(refinement)する。ＬＦＮＮはシンプルなニューラルネットの組合せ（構造化）で実現できる。そのため、動作・学習は各ニューラルネットごとに行うことが可能となり、高速化が期待できる。反面、多数のニューラルネットを用いて自由に構成できることは、設計の煩雑さが増すことを意味する。適用対象に合わせたシステムを構築するには設計・シミュレーションを繰り返す試行錯誤の作業となる。これを効率的に行う支援システムが望まれる。本稿では、ﾗｯﾌﾟﾄｯﾌﾟPCで利用できる学習型ファジィ・ニューラルネット(ＬＦＮＮ)設計支援システムについてその概要を説明する。

以下、２章で学習型ファジィ・ニューラルネットＬＦＮＮの概略を説明し、３章でＬＦＮＮ設計支援システムの構成について述べる。その後、４章でＬＦＮＮの設計例としてエレベータ群管理システムの制御性能予測モデルの構築についてｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ結果とともに述べる。

2．学習型ファジィ・ニューラルネットＬＦＮＮ

学習型ファジィ・ニューラルネットＬＦＮＮは、構造化ニューラルネット連想記憶システムＳＮＮ-ＡＭ をファジィモデルに似た動作をするように構成したものである。図１はＬＦＮＮの一例である。

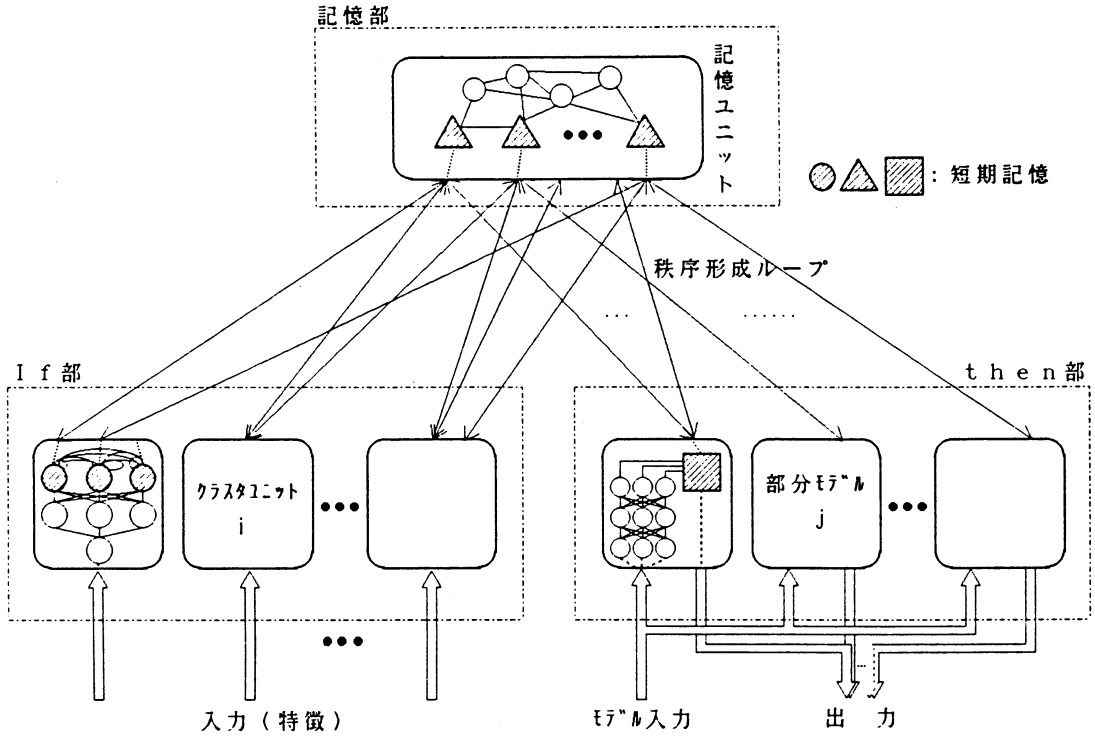


図１　学習型ファジィ・ニューラルネットＬＦＮＮ

ＬＦＮＮは記憶部、If部およびthen部からなる。その各部は構造化ニューラルネットで構成される。記憶部とIf部、および記憶部とthen部は、双方向の荷重付きリンクで結合されている。これらのリンクは全体の秩序を形成するためのループ（秩序形成ループと呼ぶ。）となる。各荷重は、そのリンクが表現する関係の「確かさ」を示すと考える。ＬＦＮＮはＳＮＮ-ＡＭ の持つ短期記憶および長期記憶の機能を備える。

If部はクラスタユニットと呼ばれる特徴抽出ネット（あるいはメンバシップ関数）の集合である。ある入力がIf部に与えられたときその特徴を抽出する。この特徴はIf部－記憶部間、記憶部－then部間の秩序形成ループを励起し、ＬＦＮＮは時間経過に伴ってある安定な平衡状態に引き込まれる。入力を与えて適当な時刻でＬＦＮＮの状態を取り出すことを推論といい、取り出した状態を短期記憶という。then部は各部分モデルの入力（モデル入力）に対する応答を短期記憶に基づいて合成して出力する。

またＬＦＮＮは各部（If部、記憶部、then部）の構造化ニューラルネットの荷重および秩序形成ループの荷重から長期記憶を形成する。ＬＦＮＮは、長期記憶を出力の誤差に比例し「確かさ」に反比例する量で修正する（学習）。

3．システムの構成

ＬＦＮＮ設計支援システムは、ＬＦＮＮを図２に示す構成で実現している。ここでＬＦＮＮは、推論部、部分モデル部、合成部および学習部よりなっている。

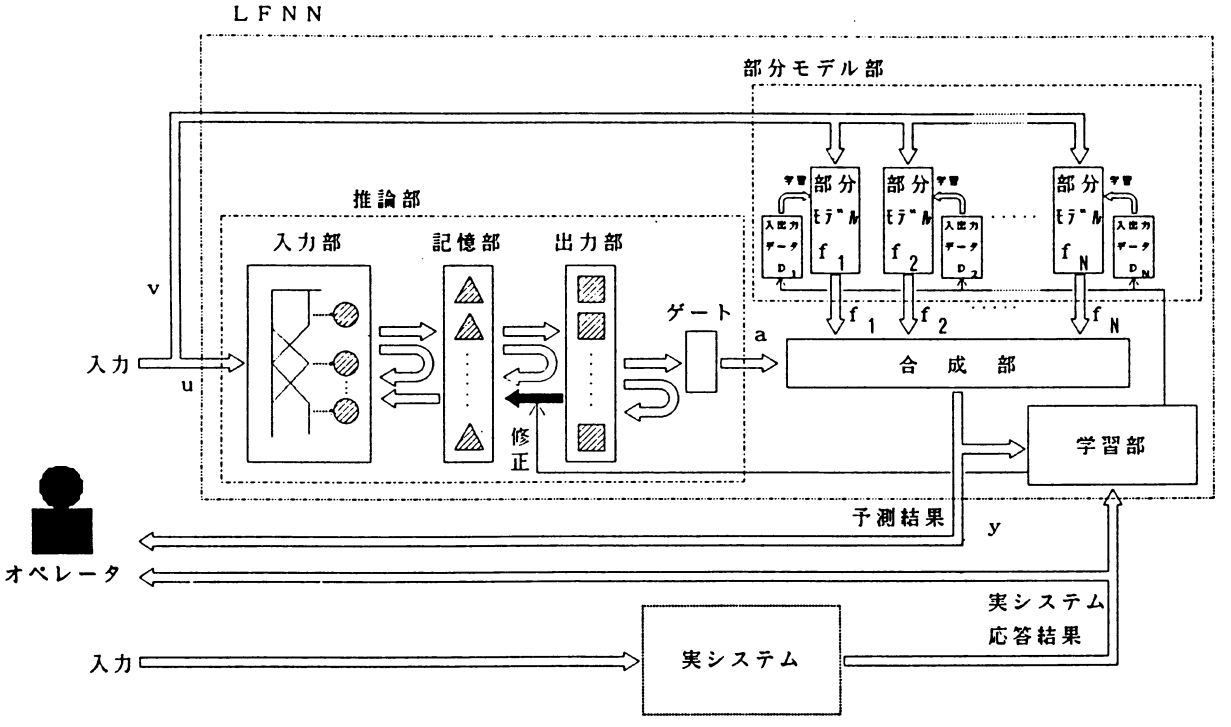


図２　ＬＦＮＮの一実現例

ＬＦＮＮは以下のファジィモデルを表現する。

$$
\begin{aligned}
&(\text{ルール}1)\ \text{If}\ \ u1=C11\ \&\ u2=C12\ \&\ \cdots\ \&\ uM=C1M\ \ \text{then}\ \ y=f1(x,v)\\
&(\text{ルール}2)\ \text{If}\ \ u1=C21\ \&\ u2=C22\ \&\ \cdots\ \&\ uM=C2M\ \ \text{then}\ \ y=f2(x,v)\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\vdots\\
&(\text{ルール}N)\ \text{If}\ \ u1=CN1\ \&\ u2=CN2\ \&\ \cdots\ \&\ uM=CNM\ \ \text{then}\ \ y=fN(x,v)
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

推論部は入力部、記憶部、出力部およびゲートからなる。連想記憶ネットを構成し短期記憶の機能を持つ。図１と対比すると、If部＝入力部、記憶部＝記憶部、then部(の一部)＝出力部＋ゲートとなる。入力部は内部にＭ個のクラスタユニット（構造化ﾆｭｰﾗﾙﾈｯﾄまたはﾒﾝﾊﾞｼｯﾌﾟ関数からなる）を持ち、入力ｕ＝(ｕ1,ｕ2,…,ｕM)をその特徴に基づいてクラスタリングする。その結果は入力状態ベクトルとして保持される。記憶部は１個の記憶ユニットからなりルール１～ルールＮに１対１に対応するＮ次元の記憶状態ベクトルを持つ。出力部はＮ次元の出力状態ベクトルからなり、部分モデルｆ1～ｆNに１対１に対応する。ゲートは短期記憶の抽出を行う部分でゲート解放周期Ｔごとに開き、そのときの出力状態ベクトルを寄与度ベクトルａ＝(ａ1,ａ2,…,ａN)として出力する。

部分モデル部は、Ｎ個の部分モデルｆ1～ｆNおよびそれぞれの部分モデルに対応する入出力(教師)データＤ1～ＤNからなる。これら部分モデルは共通の(モデル)入力ｖを受けて結果ｆ1～ｆNを出力する。

合成部は、Ｎ個の部分モデルの出力ｆ1～ｆNを推論部から出力された寄与度ａ1～ａNで荷重和をとって出力する。

学習部は、ある決められた周期で長期記憶を修正する。推論部の学習と部分モデルの学習がある。推論部の学習とは、then部から記憶部への秩序形成ループのリンクの荷重を修正することである。修正規則は対象のリンクが影響した寄与度に比例し、現在の荷重に反比例する修正量で荷重を変更するものである。部分モデルの学習とは、対応する入出力データをリンクの荷重の修正量に基づいて修正しバックプロパゲーション法〔4〕を用いて再学習することである。

ラップトップPC(J3100SGT)上のMS-DOS環境においてＬＦＮＮ設計支援システムのプロトタイプを試作した。システムは推論・合成モジュール、部分モデルモジュールおよびユーザ・インタフェイス（エディタ、グラフツールなど）からなり、推論部、部分モデルなどをすべて独立したデータファイルとして管理している（図３）。

ＬＦＮＮ設計支援システムを用いたＬＦＮＮの設計は以下の手順で行う。設計者は、エディタを用いて推論部定義ファイルおよび部分モデル定義ファイルを作成する。部分モデルについては部分モデルモジュールを用いて初期学習させる。その後、推論・合成モジュールを起動してＬＦＮＮ全体のシミュレーションを行い、応答および学習経過を検討し、細部の修正を行う。ＬＦＮＮ設計支援システムの画面例を図４に示す。

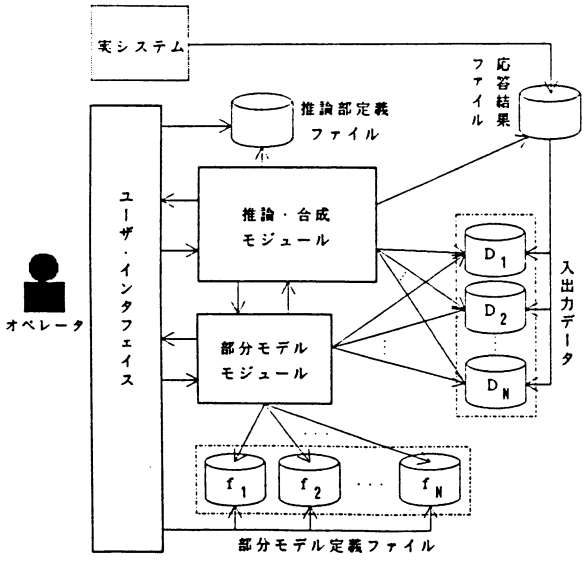


図３ LFNN設計支援システムの構成

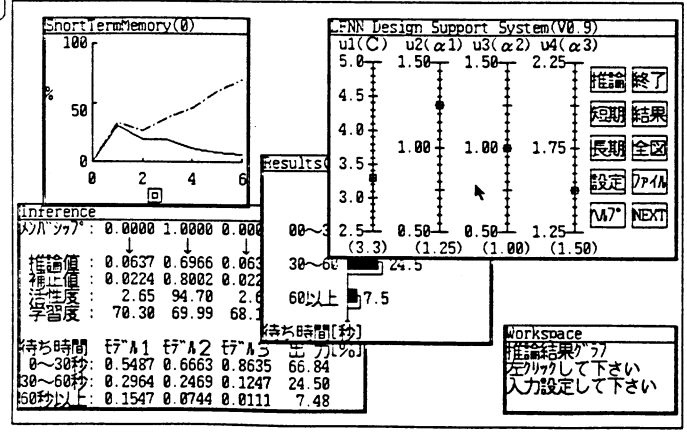


図４ LFNN設計支援システムの画面例

4．適用例

ＬＦＮＮの構築例としてエレベータ群管理システムの制御性能予測モデルを考える。エレベータ群管理システムには、時間帯、ビルの構造など環境によって大きく変化する性能（例えば乗客の平均待ち時間、平均乗合率など）を調節するため、制御パラメータを設けたものがある。制御パラメータの選択は人間の役目であるが、その選択基準はあいまいで、制御パラメータの性能への影響もはっきり分からない。制御性能予測モデルの目的は、人間を支援し、このような問題点をもつ制御パラメータの選択を円滑に進めることである（図５）。

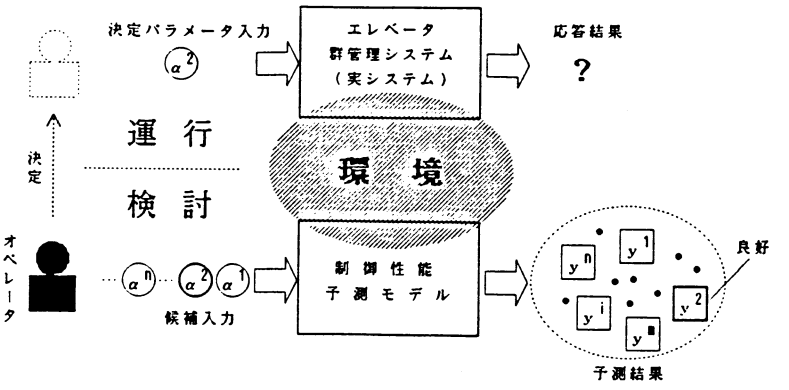


図５ 制御性能予測モデルの役割

＜設計＞

対象であるエレベータ群管理システムを以下のようにモデル化する。

```
If D＝BIG    then y＝fB(α)
If D＝MIDIUM then y＝fM(α)                                    (2)
If D＝SMALL  then y＝fS(α)
D:平均需要〔秒/人〕
y＝(y1,y2,y3):平均待ち時間の分布〔%〕
              (y1:～30秒,y2:30～60秒,y3:60秒～)
α＝(α1,α2,α3):制御ﾊﾟﾗﾒｰﾀ(α1:「長く待つ呼びを減らすことを優先」,
                          α2:「早く応答できる呼びを優先」,
                          α3:「最大の待ち時間を小さくすることを優先」)
fB(α):対象システムのモデル(需要2.5〔秒/人〕)
fM(α): 〃 3.3 〃  中          〃
fS(α): 〃 4.6 〃  小          〃
```

推論部への入力は平均需要Ｄとし、出力として寄与度ａ＝(ａＢ,ａＭ,ａＳ)を設定する。また部分モデルｆＢ(α),ｆＭ(α),ｆＳ(α)はそれぞれ２または３層のニューラルネットで構成される。合成部は、

$$y^{*} = aB * fB(\alpha) + aM * fM(\alpha) + aS * fS(\alpha) \qquad (3)$$

のように予測結果ｙ*を出力する。

＜実験１＞

初期状態として、各モデルをそれぞれ８通りの事例を教師として学習させておき、「確かさ」を40％に設定する。ゲート解放周期Ｔ＝６、学習周期10としてＬＦＮＮを動作開始する。入力は教師として用いた８×３を含んだ50通りの事例を無作為に与えた。表１は適当な入力について、予測結果を初期状態と学習５回後で比較したものである。良好な学習経過を示している。

表１　予測結果の比較

	C:4.6, α:1.5,1.0,2.25 fSに対応・未学習〔%〕			C:2.7, α:1.5,1.0,1.4 対応なし・未学習〔%〕			「確かさ」〔%〕		
	～30秒	30～60	60秒～	～30秒	30～60	60秒～	fB	fM	fS
初期状態	84.0	15.0	2.0	56.4	33.0	12.3	40	40	40
学習５回後	85.0	13.4	1.7	57.3	29.1	13.7	70	70	68
真　値	86.8	11.8	1.4	60.4	28.9	10.6	－	－	－

＜実験２＞

初期状態として、モデルｆＭ(α) を15の事例(Ｃ≠3.3) で学習させ「確かさ」15%、他のモデルは適切な15の事例で学習させ「確かさ」90%とする。ゲート解放周期Ｔ＝６、学習周期３としてＬＦＮＮを動作開始する。入力はＣ＝3.3 の事例15を順次与えた。図６は引き込み領域を初期状態と学習25回後の比較結果である。学習後のモデルｆＭ(α)の引き込み領域が「確かさ」の増大により拡大していることが確認できる。

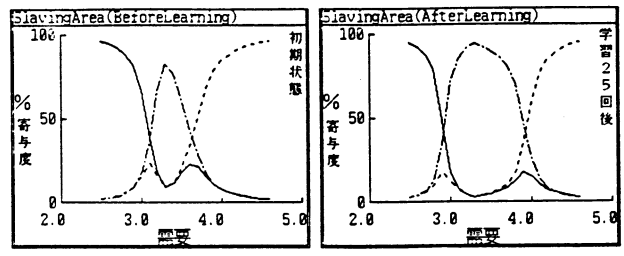


図６　引き込み領域の比較

５．おわりに

本稿では、ＬＦＮＮ設計支援システムの紹介を行い、ＬＦＮＮの設計に十分効果があることを確認した。現時点で残る主な問題点は次の通りである。

・学習に時間がかかる
・小規模なシステムしか構成できない
・MS-DOSの限界(メモリ制限,シングルタスクなど)

今後はこの問題点をふまえ、大規模なシステムが構築できる汎用的で高速な支援システムをＥＷＳ(OS:UNIX) 上に構築する予定である。

参考文献

〔1〕山口亨他：学習型ﾌｧｼﾞｨ･ﾆｭｰﾗﾙﾈｯﾄの一実現法，第５回ﾌｧｼﾞｨ･ｼｽﾃﾑ･ｼﾝﾎﾟｼﾞｳﾑ予稿集 (1989).

〔2〕山口亨他：学習型ﾌｧｼﾞｨ･ﾆｭｰﾗﾙﾈｯﾄとその適用例，第９回知識工学ｼﾝﾎﾟｼﾞｳﾑ予稿集，pp.1-6(1989).

〔3〕菅野道夫：ファジィ制御，日刊工業新聞社(1988).

〔4〕Rumelhart,D.E., Hinton,G.E. and Williams,R.J.: Learning Internal Representations by Error Propagation, Parallel Distributed Processing, pp.318-362(1986).

ニューラルネットワークを用いた ファジィプロダクションルールの自動抽出

Automated Extraction of Fuzzy Production Rules Using Neural Networks

林　陽一　　中井　正人
Yoichi HAYASHI　　Masato NAKAI

茨城大学工学部情報工学科
Department of Information Science, School of Engineering, Ibaraki University

ABSTRACT

This paper proposes a method to extract automatically multi-dimensional fuzzy production rules with "linguistic relative importance" of each proposition in an antecedent by using a feed-forward neural network. The linguistic relative importance which is defined by a fuzzy set represents the degree of effect of each proposition on consequence. Here, we assume that logical connectives among propositions in an antecedent are "AND(&)."

1．はじめに

人工知能の実用的な応用例として代表的なものにエキスパートシステムがある。エキスパートシステムは制御[1][2]、医療診断[10]、故障診断[2]等多くの分野で利用されている。これらのエキスパートシステムを構築する際、最も困難な作業の１つは専門家の知識の獲得である。

ファジィプロダクションルールはあいまいな情報や主観的なデータを扱うエキスパートシステムの知識として基本的なものであり、その獲得には対象領域の専門家によるのが一般的である。しかし、専門家といえども膨大な専門知識をファジィプロダクションルールの形で正確に表現することは難しい。特に、前件部が複数の命題からなる多次元ファジィプロダクションルール[3]はエキスパートシステムや複雑なシステムのモデリングであいまい性を扱う場合に有効であるが、多次元ファジィプロダクションルールの前件部と結論部の関係を正確に与えることは専門家でも困難な場合が多い。

一方、ニューラルネットワークモデル[8][11]の研究が急速に盛んになってきており、その学習能力が注目されている。斉藤ら[15]は医療診断における規則性をニューラルネットワークを用いてIF-THENルールとして抽出することを試みている。更に、北村ら[16]はフィードフォワード型のニューラルネットワークと確信度をもつIF-THENルールの対応を考察している。Gallant[4]はニューラルネットワークの学習機能を用いてIF-THENルールの確信度をチューニングする機能と推論機能をもつエキスパートシステムを提案している。

本研究では、ニューラルネットワークモデルの学習能力に着目し、ニューラルネットワーク中にセル間のコネクション（結合）の重みとして内包されている本質的な知識をファジィプロダクションルールとして取り出し、より具体的に表現することを考える。すなわち、各セルの活性度（出力値）を線形判別関数で求めるフィードフォワード型のニューラルネットワーク[4][6]から前件部の各命題に言語的な相対的重要度をもつファジィプロダクションルール[5]を取り出す方法を提案する。ここでの重要度とは相対的にみてある命題が前件部の他の命題と比較して、どれくらい結論に影響力をもつかと言うことである。前件部の各命題の結論に与える影響力という概念は従来のファジィプロダクションルールでは十分に考慮されていなかった。前件部の各命題にファジィ集合で表される言語的な相対的重要度(LRI:Linguistic Relative Importance;図3参照)を与えることにより、各ルールは従来よりも柔軟な表現力をもつ。また、各プロダクションルールの前件部の命題はAND(&)で結ばれており、ルール自身の確からしさを表す言語的真理値が与えられている。上記のようなプロダクションルールの表現能力及び柔軟性の向上により、ニューラルネットワークからルールの自動抽出は容易になる。

誤差逆伝播法[11]は最も知られているニューラルネットワークの学習アルゴリズムの一つであるが、その学習効率及び学習結果は学習回数、中間セル数、学習係数η、安定化係数α、シグモイド関数の傾き等によって影響される。上記のパラメータの最適値を求める一般的な規則は現在のところ確立されておらず、個々の学習過程ごとに、感度解析実験により決定しなければならない。また、

誤差逆伝播法を用いたニューラルネットワーク上での学習過程は非線形の多変量解析[12]と解釈することができる。従って、学習によって得られたコネクションの重みは局所最適解に対応していることも多いため、実用上大きな問題は生じない場合でも最適な重みが生成されているとは限らず、不正確さに起因するあいまいさをもっている。また、学習に用いられるデータにも主観的なあいまいさ、矛盾、ノイズ、測定誤差等が含まれているので、学習によって得られたニューラルネットワークには種々のあいまいさをもつ複雑な知識が大量に含まれるが、それらを用いた識別、診断、推論等の機能はニューラルネットワーク全体のふるまいとして表現され、その本質的な内容を従来の単純なIF-THENルールの形で表現することは困難である。従って、各種のあいまいさを表現でき、IF-THENルールより柔軟で表現能力のあるプロダクションルールの枠組みが必要である。

2. ニューラルネットワークモデル[4][6]

一般に、ニューラルネットワークモデルはセルと呼ばれる自律的なプロセッシングユニット（頂点）とコネクションと呼ばれるセルどうしをつなぐ数値的な重みのついた辺からなる。ニューラルネットワークには各種のものがある[8][11]が、本研究では多層でフィードフォワード型の線形識別ネットワーク[4][6]からプロダクションルールの抽出を行う。多層ネットワークは図1に示すように入力層、中間層、出力層からなる。各セル間のコネクションは、セルu_iにおけるセルu_jの影響に関する整数の重みw_{ij}をもつ。正の重みは強化を、負の重みは抑制を表す。入力層のセル（入力セルと呼ばれる）から中間層のセル（中間セル、または隠れユニット）、入力層のセルから出力層のセル及び、中間層のセルから出力層のセル（出力セル）のコネクションがある。このうち、入力層から中間層への重みは乱数を用いて生成され固定されているが、入力層から出力層及び中間層から出力層へのコネクションは変化可能であり学習能力をもっている。また、同じ層に属するセル間のコネクションはないものとする。

次に本研究のニューラルネットワークのセルの性質を述べる。本研究で扱うニューラルネットワークのセルの活性度（出力値）は+1, 0, -1の3値のいずれかの値をとる。この値はそれぞれ2値論理におけるTRUE, UNKNOWN, FALSEに対応する。入力セルI_i(i=1,...,p：pは入力セルの数)の値は通常外部から入力データとして与えられる。中間セルH_j（j=1,...,q：qは中間セルの数）及び出力セルO_k（k=1,...,r：rは出力セルの数）の各値は(2.1)、(2.2)及び(2.3)、(2.4)によって求められる。

$$SH_j = \sum_{i=0}^{p} w_{ji} I_i \qquad (2.1)$$

$$H_j = \begin{cases} +1 \text{ or TRUE} & (SH_j>0) \\ 0 \text{ or UNKNOWN} & (SH_j=0) \\ -1 \text{ or FALSE} & (SH_j<0) \end{cases} \qquad (2.2)$$

$$SO_k = \sum_{i=0}^{p} u_{ki} I_i + \sum_{j=1}^{q} v_{kj} H_j \qquad (2.3)$$

$$O_k = \begin{cases} +1 \text{ or TRUE} & (SO_k>0) \\ 0 \text{ or UNKNOWN} & (SO_k=0) \\ -1 \text{ or FALSE} & (SO_k<0) \end{cases} \qquad (2.4)$$

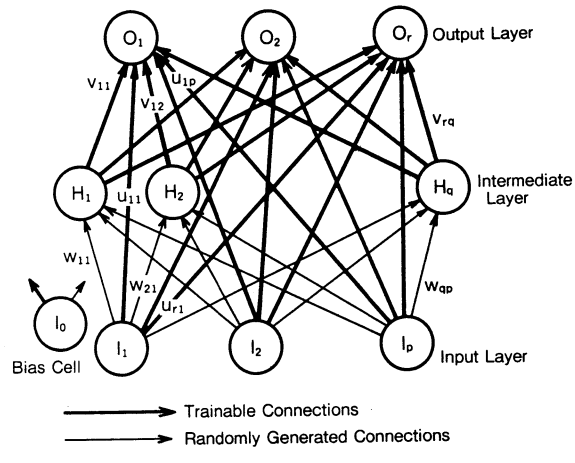


Figure 1. A three-layerd Neural Network with Input, Intermediate and Output Levels

ここでw_{ji}は入力セルI_iから中間セルH_jにつながるコネクションの重み、u_{ki}は入力セルI_iから出力セルO_kにつながるコネクションの重み、v_{kj}は中間セルH_jから出力セルO_kにつながるコネクションの重みである。セル間にコネクションがないときは$u_{ki}=0$、$v_{kj}=0$、$w_{ji}=0$とする。また、セルI_0の値は常に+1であり、中間層、出力層の全てのセルとの間にコネクションをもち、このコネクションの重みは一般にバイアスと呼ばれる。このようなネットワークモデルはたとえば文献(4)に見られる。

3. ファジィプロダクションルールの前件部の命題の選択（IF-THENルールのフレームの抽出）

ニューラルネットワークからプロダクションルールを取り出す場合、入力セルに対応する項目（命題）をすべて前件部（ＩＦ部）に取り入れたのではルールが複雑になりすぎ、与えられた前提に対してルールの前件部ほとんど合致しないため実用に適さない。結論（ＴＨＥＮ部）、すなわち出力セルの値を得るために必要最小限の入力セルに関する項目だけを取り出して前件部とすることが

実用的である。個々のセルは部分的な入力情報だけで出力値を確定できる、すなわち、部分的にいくつかの入力がTRUE、もしくはFALSEであることがわかれば、他の入力がどんな値をとっても、出力値が変化しない。具体的に中間セルH_jについていえば

$$KH_j = \sum_{i=0}^{p} w_{ji} I_i \tag{3.1}$$

$$UKH_j = \sum_{i:I_i \text{ is UNKNOWN}} |w_{ji}| \tag{3.2}$$

すなわち、KH_jを現在の入力に対するH_jに関する加重和、UKH_jを値がUNKNOWNである入力セルからH_jにつながるコネクションの重みの絶対値の和と定義すると、条件式

$$|KH_j| > UKH_j \tag{3.3}$$

を満たせば、UNKNOWNである入力セルI_iがどんな値に変化しても条件式(3.3)は成り立つので、中間セルH_jの値は、

$$H_j = \begin{cases} +1 & (KH_j > 0) \\ -1 & (KH_j < 0) \end{cases} \tag{3.4}$$

として確定してよい。同様に出力セルO_kにに対する次のようにKO_kを現在の入力に対するO_kに関する加重和、UNO_kをO_kにつながるUNKNOWNの入力セル、中間セルのコネクションの重みの絶対値の和と定義すれば

$$KO_k = \sum_{i=0}^{p} u_{ki} I_i + \sum_{j=1}^{q} v_{kj} H_j \tag{3.5}$$

$$UNO_k = \sum_{i:I_i \text{ is UNKNOWN}} |u_{ki}| + \sum_{j:H_j \text{ is UNKNWON}} |v_{kj}| \tag{3.6}$$

このとき、条件式

$$|KO_k| > UNO_k \tag{3.7}$$

を満たせば、次のように出力セルO_kの値を確定できる。

$$O_k = \begin{cases} +1 & (KO_k > 0) \\ -1 & (KO_k < 0) \end{cases} \tag{3.8}$$

ニューラルネットワークは上のような性質をもつので出力セルO_kが条件(3.8)を満たすように適当に入力セルをTRUE、もしくはFALSEに確定し、確定した入力セルに関する項目をルールの前件部に取り入れることにする。以下にそのアルゴリズムを示す。ここでは説明を簡単にするため出力セルO_kは1個、入力セルはp個とする。

<u>ステップⅠ　初期設定</u>

入力セルのいずれかひとつをTRUE、その他をUNKNOWNと設定する。

<u>ステップⅡ　前向き探索</u>

中間セルH_j (j=1,...,q) に対し(3.1), (3.2)式を評価し、(3.3)を満たせば(3.4)によってそのセルの値を確定する。同様に出力セルに対し(3.5), (3.6)式を評価し、(3.7)を満たせば(3.8)によってそのセルの値を確定し終了する。(3.3)、(3.7)を満たさなければ、中間セル、出力セルはそれぞれUNKNOWNであり、値は0である。

<u>ステップⅢ　後向き探索</u>

出力セルO_kにつながるコネクションをもつ出力値0(UNKNOWN)の中間セルの中でそのコネクションの重みの絶対値$|v_{kj}|$の最大値をv^*とする。また、出力セルO_kにつながるコネクションをもつ値0(UNKNOWN)の入力セルの中でそのコネクションの重みの絶対値$|u_{ki}|$の最大値をu^*とする。$u^* \geqq v^*$のときステップⅢ-1、その他のときステップⅢ-2を行いステップⅡに行く。

<u>ステップⅢ-1</u>

u^*につながる入力セルI_iについて、以下のようにI_iの値を与える。すなわち、

$KO_k \geqq 0$ならば

$$I_i = \begin{cases} +1 & (u_{ki} > 0) \\ -1 & (u_{ki} < 0) \end{cases}$$

$KO_k < 0$ならば

$$I_i = \begin{cases} +1 & (u_{ki} < 0) \\ -1 & (u_{ki} > 0) \end{cases}$$

として入力セルI_iに+1(TRUE)、または-1(FALSE)の値を与える。

ステップⅢ-2

v*につながる中間セルH_jについて、このセルにつながるコネクションをもつ出力値が0(UNKNOWN)である入力セルの中からそのコネクションの重みの絶対値$|w_{ji}|$が最大のセルI_iを選ぶ。ここで選んだ入力セルI_iについてステップⅢ-1と同様にして$KH_j \geqq 0$ならば、KH_jが大きくなるように、$KH_j < 0$ならば、KH_jが小さくなるようにI_iに値+1、または-1を与える。

出力セルの値が確定したとき、TRUE、またはFALSEになっている入力セルを前件部の命題として取り出す。すなわち、入力セルI_iの値が+1であるときは"I_i is TRUE"、-1であるときは"I_i is FALSE"として取り出され、前件部が構成される。結論部も全く同様にO_kの値が+1であるときは"O_k is TRUE"、-1であるときは"O_k is FALSE"として取り出す。また、ステップⅠからステップⅣをI_1からI_pの順に行うことにより結論O_kについてのルール$R_{k1},\ldots,R_{kp}$が得られる。

以上の手続きを一般化し、全ての出力セル$O_1,\ldots,O_r$に適用することにより、ネットワークからルールを取り出すことができる。このとき、全く同じ前件と結論をもつルールが得られる場合がある。このときはどちらか1つをルールとして採用する。

4．ファジィプロダクションルール自身の言語的真理値

一般にプロダクションルール自身の確からしさは異なることが多く、対象領域の専門家によって主観的に決められていることが多い。Tsukamoto氏はFuzzy Modus PonensとFuzzy Modus Tollensに基づくファジィ推論法[9]を提案しており、そこでは、ルール自身の確からしさがファジィ集合で定義される言語的真理値で与えられている。本章では、ニューラルネットワークを用いてルール自身の言語的真理値を求める方法を示す。

本研究のニューラルネットワークにおける出力（出力層のセルの値）はTRUE, FALSE, UNKNOWNの3値である。しかし、異なる2つの入力によって同じTRUEという出力がニューラルネットワークから得られたとしても、そのTRUE の意味するもの（肯定する強さ）が等しいとは言いきれない。従って、TRUEの強さ、FALSEの強さを決める基準が必要となる。

本研究では、出力セルO_kにおける(2.3)式の値SO_kを上記の強さの基準とする。すなわちSO_kの値が大きいほどTRUEの度合が強く、小さいほどFALSEの度合が強いと判断する。

具体的な言語的真理値の与え方を次に述べる。ネットワークの入力としてベクトルXが与えられたときの出力セルO_kの(2.3)式の値SO_kを表す関数を$SUM_k(X)$とする。ここで、$X=(I_1, I_2,\ldots, I_p)$であり、$I_1, I_2,\ldots, I_p$は入力セルである。ただし、$I_i \in \{+1, 0, -1\}$ $(i=1,\ldots,p)$。 3章で出力セルO_kについて得られたp個のルールについてそれぞれ以下の式により定義される相対的な確信度（確からしさの度合）Tを求める。

相対的な確信度Tは$SUM_k(X_i) > 0$となるルールの場合、すなわち、結論が"O_k is TRUE"である場合と、$SUM_k(X_i) < 0$となるルールの場合、すなわち、結論が"O_k is FALSE"となるときに分けて定義される。ここで、X_iはルールR_{ki} $(i=1,\ldots,p)$の前件部の命題である。

(1) $SUM_k(X_i) > 0$となるルールの場合

$$T = \frac{SUM_k(X_i)}{SUM_k^*}$$

但し、$SUM_k^* = \max_{1 \leq i \leq p} SUM_k(X_i)$

(2) $SUM_k(X_i) < 0$となるルールの場合

$$T = \frac{SUM_k(X_i)}{SUM_k^*}$$

但し、$SUM_k^* = \min_{1 \leq i \leq p} SUM_k(X_i)$

相対的な確信度Tに応じて各ルールに言語的真理値を与える。たとえば、各ファジィプロダクションルール自身の確からしさを表す言語的真理値を、図2に示すメンバシップ関数によって定義する。αカット値を0.75とすると以下のようにルールR_{ki}の言語的真理値LTV_iを与えることができる。

$$LTV_i = \begin{cases} \text{V.V.T.} & 0.908 < T \leqq 1.000 \\ \text{V.T.} & 0.866 < T \leqq 0.908 \\ \text{TRUE} & 0.750 < T \leqq 0.866 \\ \text{R.T.} & 0.562 < T \leqq 0.750 \\ \text{P.T.} & 0.421 < T \leqq 0.562 \\ \text{UNKNOWN} & T \leqq 0.421 \end{cases}$$

ここで、V.V.T. (Very Very True)、V.T. (Very True)、TRUE、R.T. (Rather True)、P.T. (Possibly True)、UNKNOWNはそれぞれ言語的真理値である。

以上の手続きを各出力セル$O_1,\ldots,O_r$について得られたルールごとに行い、すべてのルールに言語的真理値を与える。

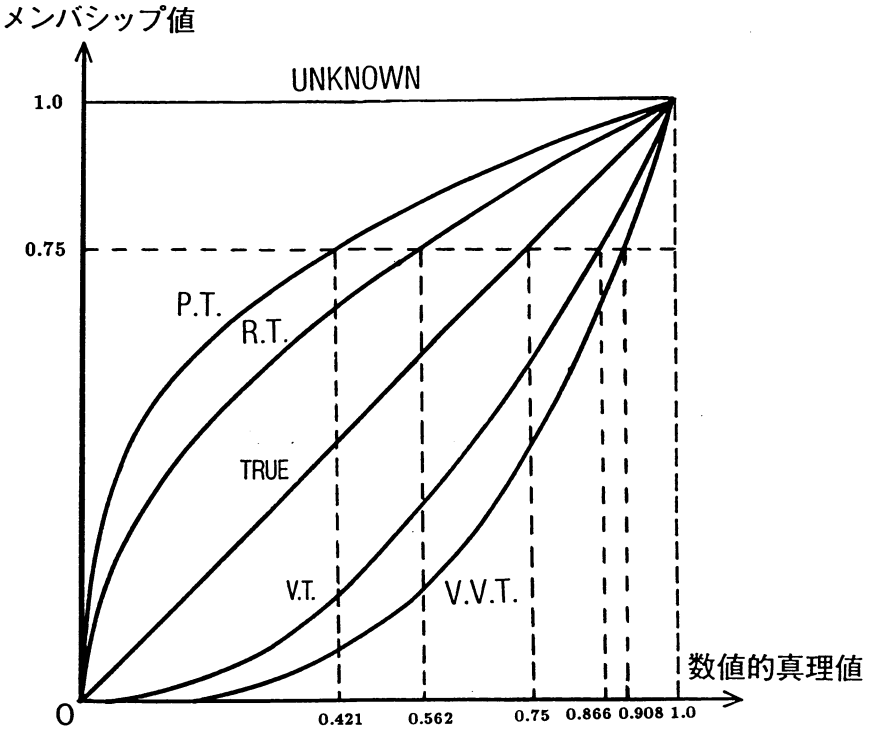


図2 言語的真理値のメンバシップ関数

5．ファジィプロダクションルールの前件部の各命題の相対的重要度

前件部の各命題に言語的な相対的重要度をもつ多次元ファジィプロダクションルールによる推論を行うためには前件部の各命題に言語的な相対的重要度を与える必要がある。本章では、ニューラルネットワークを用いて各命題の言語的な相対的重要度を定める方法を提案する。

前件部の各命題における相対的重要度はある命題の結論に与える影響力が前件部の他の命題のそれと比較してどれくらい強いかを相対的に表している。従って、ニューラルネットワークの入力層に対して前件部と全く同じ前提が与えられた場合の結論と前件部の命題の中の一つの命題をUNKNOWNとした前提が与えられた場合の結論とを比較すれば、その命題の結論に与える影響力がわかる。ニューラルネットワークにおいて結論の強さは出力セルO_kに関する(2.3)式の値SO_kであるから、SO_kを利用して次式から重要度V_iを求める。すなわち、

$$V_i = \frac{D_i}{D_i^*} \qquad \text{但し、} D_i = |SUM_k(X_i) - SUM_k(X_i')|, \quad D_i^* = \max_{1 \le i \le p} D_i$$

ここでSUM_kは第４章で述べた出力セルの値SO_kを表す関数であり、入力ベクトルX_iは前提部と全く同じ入力、X_i'はI_iをUNKNOWNとした入力、すなわち

$X_i = (I_1, \ldots, I_{i-1}, I_i, I_{i+1}, \ldots, I_p)$

$X_i' = (I_1, \ldots, I_{i-1}, 0, I_{i+1}, \ldots, I_p)$

である。

さらに、上で求めたV_iに言語的な相対的重要度を対応させる。たとえば、４章の言語的真理値のメンバシップ関数と同一の言語的な相対的重要度を表すメンバシップ関数（図３参照）から導かれた基準により前件部の各命題にファジィ集合である言語的な相対的重要度LRI_iを与えることができる。このとき、相対的重要度がless importantと与えられた命題については重要度が低いので、前件部から除くことにする。

$$LRI_i = \begin{cases} \text{very important} & 0.908 < V_i \le 1.000 \\ \text{important} & 0.866 < V_i \le 0.908 \\ \text{rather important} & 0.750 < V_i \le 0.866 \\ \text{fairly important} & 0.562 < V_i \le 0.750 \\ \text{moderately important} & 0.421 < V_i \le 0.562 \\ \text{less important} & V_i \le 0.421 \end{cases}$$

以上の手続きを３章で取り出された全てのルールに適用し、各ルールについて前件部の命題に言

語的な相対的重要度を与える。

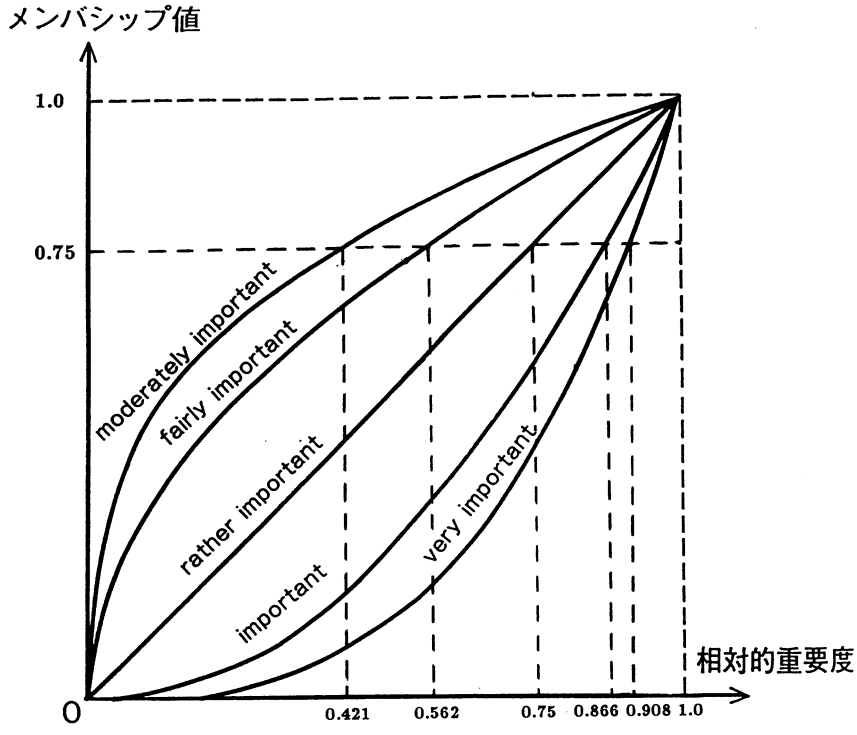


図3 言語的な相対的重要度のメンバシップ関数

6．例題

本章では実際に簡単なニューラルネットワークモデルからファジィプロダクションルールを取り出してみる。

ルールを取り出すニューラルネットワークモデルを図４に示す。簡単のため出力セルが１個のネットワークを用いる。また、コネクションの傍らの数字はその重みである。但し、重みが0であるコネクションは表示していない。

まず、３章に示したアルゴリズムにより前件部の命題の選択を行う。アルゴリズムのステップⅠに従い、はじめに入力を(+1, 0, 0, 0, 0, 0)とする。ただし、I_0はバイアス用のセルであるため出力値は常に+1をとる。すなわち各入力セルをI_1=+1、I_i=0(i=2, ..., 6)とする。次に前向き探索を行い、このときのKH_j(j=1, 2)、UKH_j(j=1, 2)、KO_1、UKO_1を求める。KH_1=2、UKH_1=5であるのでH_1=0、KH_2=-1、UKH_2=9であるのでH_2=0、KO_1=-2、UKO_1=5と求められる。このとき、

$$|KO_1| < UKO_1$$

となり、条件式(3.7)を満たさず、出力セルはUNKNOWNであるのでスッテプⅢの後向き探索を行う。v^*=2、u^*=1であるのでステップⅢ-2を実行する。$v^*=v_{11}$につながるのはH_1である。H_1につながるコネクションの中で重みの絶対値が最大のものにつながる入力セルはI_3である。KH_1>0であるのでKH_1をより大きくするようにI_3=+1とする。

次に入力を(+1, 0, +1, 0, 0, 0)として再びスッテプⅡの前向き探索を行う。KH_1=5、UKH_1=2であるのでH_1=+1、KH_2=2、UKH_2=6であるのでH_2=0、KO_1=0、UKO_1=3となる。

条件式(3.7)を満たさないので、スッテプⅢの後向き探索を行う。v^*=2、u^*=1であるのでステップⅢ-2を実行する。$v^*=v_{12}$につながるのはH_2である。H_2と重みの絶対値が最大のコネクションでつながっている入力セルはI_4である。KH_2>0であるのでKH_2をより大きくするようにI_4=+1とする。

再び前向き探索を行う。入力を(+1, 0, +1, +1, 0, 0)とする。KH_1=5、UKH_1=2であるのでH_1=+1、KH_2=5、UKH_2=3であるのでH_2=+1、KO_1=2、UKO_1=1となる。

条件式(3.7)を満たし、O_1=+1(TRUE)となるので、このときにTRUE、もしくはFALSEとなっている入力セルを前件として取り出す。すなわち、次のようなルールR_{11}が取り出される。

ＩＦ（" I_1 is TRUE" &" I_3 is TRUE" &" I_4 is TRUE"）

ＴＨＥＮ　O_1 is TRUE

同様にして初期設定においてTRUEと設定するセルを順にI_2, ..., I_6とすることによりそれぞれルー

ルR12,...,R16が求められる。

<R12>
IF (" I2 is TRUE" &" I3 is FALSE")
THEN O1 is FALSE

<R13>
IF (" I1 is TRUE" &" I3 is TRUE" &" I4 is TRUE")
THEN O1 is TRUE

<R14>
IF (" I1 is TRUE" &" I3 is TRUE" &" I4 is TRUE")
THEN O1 is TRUE

<R15>
IF (" I1 is TRUE" &" I3 is TRUE" &" I5 is TRUE")
THEN O1 is TRUE

<R16>
IF (" I1 is TRUE" &" I3 is TRUE" &" I4 is TRUE" &" I6 is TRUE")
THEN O1 is TRUE

ここでR11、R13、R14は全く同じルールなのでこのなかでR11だけを採用する。

次に4章で述べた方法を用いてそれぞれのルールの確からしさを表す言語的真理値を与える。ルールR1iの相対的な確信度Ti(i=1,2,5,6)を求めると、

T1 = 1.00; T2 = 1.00; T5 = 1.00; T6 = 0.50

であるから、次のように各ルール自身の言語的真理値が与えられる。

LTV1 = V.V.T.; LTV2 = V.V.T.; LTV5 = V.V.T.; LTV6 = P.T.

最後に各ルールの前件部の命題に言語的な相対的重要度を与える。まず、ルールR11についてその前件部の命題に言語的な相対的重要度を与える。入力セルI1、I3、I4についてそれぞれのV1、V3、V4を求める。

V1 = 0.50; V3 = 1.00; V4 = 0.50

であるから、次のように各命題に言語的な相対的重要度LRI1、LRI3、LRI4が与えられる。

LRI1 = moderately important
LRI3 = very important
LRI4 = moderately important

他のルールR12, R15, R16にも同様に前件部の各命題に言語的な相対的重要度を与える。

以上の手続きによりニューラルネットワークから前件部の各命題に言語的な相対的重要度をもつファジィプロダクションルールが取り出された。

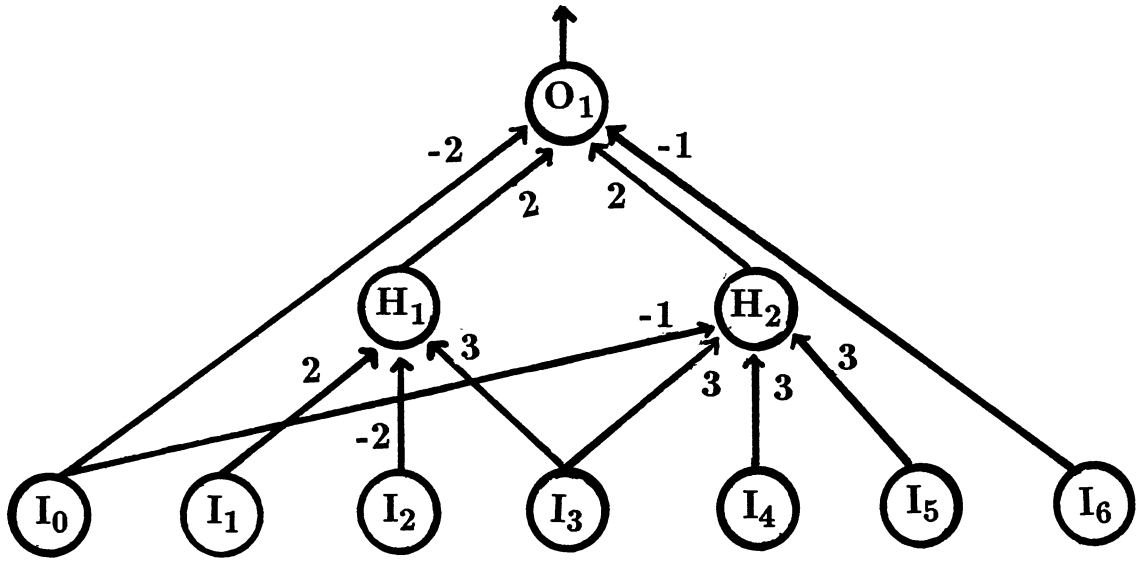


図4 ニューラルネットワークモデルの数値例

7．おわりに

本研究ではニューラルネットワークから知識を前件の各命題に言語的な相対的重要度をもつファジィプロダクションルールとして取り出す方法を提案した。すなわち、前件部の命題の選択法、前件部の各命題への言語的な相対的重要度の与え方、さらに取り出したルール自身の確からしさを表す言語的真理値の与え方について示した。

多次元ファジィプロダクションルールは医療診断、故障診断等のエキスパートシステムを構築する際、重要な知識情報である。しかし、多次元ファジィプロダクションルールの前件部と結論部の関係を正確に与えることは対象領域の専門家にとっても困難な場合が多かった。本研究で提案した方法によりデータベース等に蓄積された大量のデータ及び知識情報をニューラルネットワークを用いてファジィプロダクションルールの形で取り出すことができる。このようなデータの解釈力の向上及び知識の具体化によりエキスパートシステム構築の際の手間が大幅に軽減されることが期待される。

実際の医療診断、故障診断等の分野で個人差、測定誤差、ノイズ等を含んだデータを用いた診断例によりニューラルネットワークを学習させ、本研究で提案した方法によりファジィプロダクションルールを取り出す実験を行ったところ有効な結果を得た[13][14]。今後、これらのルールにより知識ベースを構成したニューラル・エキスパートシステムの推論能力及び診断結果を評価することにより、本研究で提案した方法の実用性を更に確かめたい。本研究の一部は電気通信普及財団及び稲盛財団の援助により行われた。

参考文献

(1) 船橋・増位:"制御分野におけるエキスパートシステム", 情報処理, Vol.28, No.2, pp.197-206 (1987)
(2) 三浦、他:"自動化推進のためのエキスパートシステムの開発例", 電気学会論文誌C, Vol.108, No.4, pp.238-245 (1988)
(3) M.Sugeno & T.Takagi:"Multi-dimensional Fuzzy Reasoning", Fuzzy sets and Systems, Vol.9, pp.313-325 (1983)
(4) S.I.Gallant:"Connectionist Expert Systems", Communications of the ACM, Vol.31, No.2, pp.152-169 (1988)
(5) 林・中井："前件部の各命題に言語的な相対的重要度をもつファジィプロダクションルールによる推論", 学会論文誌投稿中 (1989)
(6) N.J.Nilsson:"Learning Machines:Foundations of Trainable Pattern-Classifying Systems", McGraw-Hill Book Company (1965)
(7) F.Rosenblatt:"Principles of Neurodynamics:Perceptrons and the Theory of Brain Mechanisms", Spartan, Washington D.C. (1961)
(8) 甘利："神経回路網の数理 - 脳の情報処理様式 - ", 産業図書 (1978)
(9) Y.Tsukamoto:"An approach to fuzzy reasoning method",in Advances in Fuzzy Set Theory and Applications(ed. M.M. Gupta et al.), North-Holland (1978)
(10) E.Tazaki, Y.Hayashi, K.Yoshida & A.Koiwa:"Development of Automated Health Testing and Services System via Fuzzy Reasoning", Proc. of the IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics, pp.342-346 (1986)
(11) D.E.Rumelhart, J.L.McClelland & the PDP Reseach Group:" Parallel Distributed Processing", Vol.1 & Vol.2, The MIT Press (1986)
(12) 平藤・小野・小林："ニューラルネットによる多変量解析とエキスパートシステム実現法", 日本ソフトウェア科学会第5回大会論文集, pp.113-116 (1988)
(13) K.Yoshida, Y.Hayashi & A.Imura : "A Connectionist Expert System for Diagnosing Hepatobiliary Disorders", in Proc. of the 6th World Congress on Medical Informatics (MEDINFO89), Beijing, Chaina (1989), in press
(14) 林・吉田・井村："ファジィ・ニューラル・エキスパートシステムとその医療診断への応用", 第5回ファジィシステムシンポジウム講演論文集 (1989)
(15) K.Saito & R.Nakano : "Medical Diagnostic Expert System Based on PDP model", in Proc. of Int. Conf. on Neural Networks, Vol.1, pp.255-262 (1988)
(16) 北村・田中："ニューラルネットとプロダクションルール表現", 計測自動制御学会第9回知識工学シンポジウム資料, pp.35-38 (1989)

Hopfield Neural Networkによるファジィ推論の自動チューニング手法の提案

Self-Tuning Method of Fuzzy Reasoning by Hopfield Neural Network

野村博義、　林　勲、　若見昇
Hiroyoshi NOMURA,　Isao HAYASHI,　Noboru WAKAMI

松下電器産業(株)　中央研究所
Central Research Laboratories,
Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.

ABSTRACT

This paper reports on a formulation of self-tuning fuzzy reasoning method using Hopfield Neural Network. In this paper, fuzzy reasoning that conclusion parts are represented by single-ton is used. Self-tuning method using Hopfield Neural Network can obtain an optimum single-ton by learning function of Hopfield Neural Network automatically. An algorithm of self-tuning method is represented in detail, and Its numeical example for the evaluation is shown.

1. はじめに

ファジィ制御[1,2]は人間のあいまいではあるが的確な制御をif～then…形式で記述する論理型制御である。ファジィ制御の一手法に、市橋らが提案した簡略化したファジィ推論[3]がある。簡略化したファジィ推論は制御ルールの後件部が実数値で表現され、通常のファジィ推論と比較して、良好な結果が得られる[4]。しかし、推論ルールの前件部のファジィ数、および後件部の実数値を最適にチューニングする手法はなく、システムの設計者は発見的手法を用いて制御ルールをチューニングしていた。本論文ではホップフィールド型ニューラルネットワーク[5,6]を用いて自動的に制御ルールの後件部をチューニングする手法を提案する。ホップフィールドモデルはシステムの評価関数に対応するエネルギー関数値を最小にするようなモデルを決定できる。このホップフィールドモデルを用いて後件部の実数値を表現する。オペレータから得た制御操作とファジィ推論の結果との誤差をエネルギー関数とし、このエネルギー関数が最小となるように後件部の実数値をチューニングする。

まず、ホップフィールドモデルによる自動チューニングアルゴリズムを定式化し、アルゴリズムが収束することを示す。また、自動チューニングアルゴリズムの有用性を示すため、非線形特性を持つ制御モデルの同定問題に本手法を適用する。

本手法はファジィ推論とホップフィールド型ニューラルネットワークとを融合することにより自動チューニングを実現した新しいモデル化法である。

2. 簡略化したファジィ推論

市橋らが提案した簡略化したファジィ推論[2]（以下、簡略化ファジィ推論と略す）を説明する。簡略化ファジィ推論は制御ルールの後件部を実数値で表現する。例えば、制御対象からの入力信号をx_1、x_2とし、出力信号をyとすると、簡略化ファジィ推論の制御ルールは次のように表わされる。

$$R_j: \text{if } x_1 \text{ is } A_{1j} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{2j} \text{ then } y \text{ is } f_j \qquad j=1,\ldots,m \qquad (1)$$

ただし、R_jはルール番号、A_{1j},A_{2j}はファジィ変数、f_jは実数値である。

いま、入出力データとして（x_{1i},x_{2i},y_i）が与えられたとする。入力データ（x_{1i},x_{2i}）を用いた推論結果y_i^*は次式で計算できる。

$$\mu_{ji} = A_{1j}(x_{1i}) \wedge A_{2j}(x_{2i}) \qquad j=1,\ldots,m \qquad (2)$$

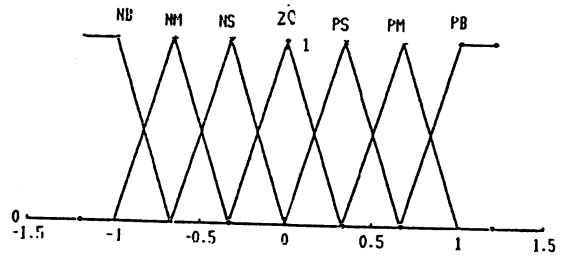
$$y_i^* = \frac{\sum_{j=1}^{m} \mu_{ji} \cdot f_j}{\sum_{j=1}^{m} \mu_{ji}} \qquad (3)$$

ただし、Λはmin演算を、μ_{ji}は前件部の適合度を示す。

(1)式の制御ルールは表1のルールテーブルで表現できる。表1ではファジィ変数として図1に示す7種類のメンバーシップ関数を用いる。表1のx_1の列とx_2の行は前件部のファジィ変数であり、表の内部は対応する後件部の実数値である。通常のチューニング手法は推論結果y_i^*が制御目標値に近づくようにファジィ変数および表1の実数値を発見的手法によって変える。したがって、チューニングに多くの時間を必要とし、また、その結果は最適なチューニングとはいえなかった。本研究ではホップフィールドモデルを用いて表1の後件部の実数値をチューニングし、最適なルールを自動的に決定する。

表1. ルールテーブル

		x_1						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
x_2	NB	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.4	-0.3
	NM	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.5	-0.4
	NS	-0.4	-0.3	-0.2	-1.0	0.0	0.1	0.2
	ZO	-0.3	-0.2	-0.1	0.0	0.1	0.2	0.3
	PS	-0.2	-0.1	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4
	PM	0.4	0.5	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
	PB	0.3	0.4	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6



NB (Negative Big : 負で大)　　PS (Positive Small : 正で小)
NM (Negative Medium : 負で中位)　PM (Positive Medium : 正で中位)
NS (Negative Small : 負で小)　　PB (Positive Big : 正で大)
ZO (Zero : 0ぐらい)

図1. ファジィ変数

3. Hopfield Neural Network

1985年にJ.J.Hopfieldにより提案されたホップフィールドモデル[5] (Hopfield Neural Network) は、非線形性・学習性に優れたニューラルネットワークの一つである。ホップフィールドモデルはニューラルネットワークの構成要素であるニューロン[7]の出力を変化させ、評価関数であるエネルギー関数を極小にする機能をもつ。

ホップフィールドモデルのエネルギー関数の極小化について説明する。

図2にホップフィールドモデルの構造を示す。ホップフィールドモデルの各ニューロンは相互に重み係数T_{jk}を介して結合している。　いま、ニューロンの個数をm個とする。j番目およびk番目のニューロンの出力をそれぞれV_j, V_kとすると、V_j, V_kの間の入出力関係は次のように表される。

$$s_j = \sum_{k=1}^{m} T_{jk} \cdot V_k + I_j \qquad (4)$$

$$V_j = g(s_j) \qquad (5)$$

ただし、I_jはj番目のニューロン固有の定数であり、T_{jk}はシナプス荷重と呼ばれる。また、関数gはシグモイド関数と呼ばれ、次式で表現できる。

$$g(s_j) = -\frac{1}{2}\left\{1 + \tanh\left(\frac{s_j}{u_0}\right)\right\} - h \qquad (6)$$

ここで、u_0, hは定数である。

いま、(4)～(6)式の入出力関係が与えられたとき、ニューラルネットワーク全体のエネルギー関数を次のように定義する。

[定義]

エネルギー関数Eを次のように定義する。

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} T_{jk} \cdot V_j \cdot V_k - \sum_{j=1}^{m} I_j \cdot V_j \qquad (7)$$

このとき、次のエネルギー極小化の定理が成り立つ。

［定理１］
エネルギー関数として(7)式を用い、次の２条件を満足するとき、エネルギー関数Eが極小値になる出力V_jがもとまる。

a）$T_{jk} = T_{kj}$

b）各ニューロンの出力V_jは非同期に変わる。

ここでは、証明は省略する。[5)]

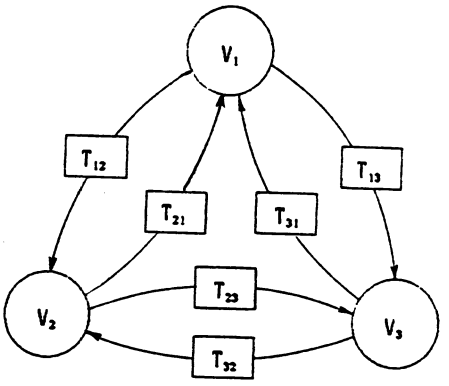


図２．ホップフィールドモデルの概念図

4．ホップフィールドモデルを用いた自動チューニング

簡略化ファジィ推論における後件部の実数値をホップフィールドモデルを用いて自動チューニングする。

いま、チューニングパラメータである後件部の実数値f_jをホップフィールドモデルのニューロンの出力V_jに割り付ける。このとき、出力データy_iと(3)式のファジィ推論結果y_i^*の２乗誤差E_fを考える。

$$E_f = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i^*)^2 \qquad (8)$$

(3)式から、

$$E_f = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (2 \cdot y_i \cdot \mu_{ji} \cdot f_j / (\sum_{j=1}^{m} \mu_{ji}))$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{m} (\mu_{ji} \cdot \mu_{ki} \cdot f_j \cdot f_k / (\sum_{j=1}^{m} \mu_{ji})^2) \qquad (9)$$

となる。

ここで、

$$I_j = \sum_{i=1}^{n} (2 \cdot y_i \cdot \mu_{ji} / (\sum_{j=1}^{m} \mu_{ji})) \qquad (10)$$

$$T_{jk} = - \sum_{i=1}^{n} (2 \cdot \mu_{ji} \cdot \mu_{ki} / (\sum_{j=1}^{m} \mu_{ji})^2) \qquad (11)$$

$$C = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 \qquad (12)$$

とすると、(9)式は次のように表わされる。

$$E_f = -\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} T_{jk}\cdot f_j\cdot f_k - \sum_{j=1}^{m} I_j\cdot f_j + C \qquad (13)$$

ただし、cは(12)式より定数である。
実数値f_jは出力V_jに割り付けるので、$f_j=V_j$ となり(13)式は次のように表わされる。

$$E_f = -\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} T_{jk}\cdot V_j\cdot V_k - \sum_{j=1}^{m} I_j\cdot V_j + C \qquad (14)$$

ここで、(13)式のf_jが定理1により最適となることを示す。まず、定理1の2条件を考える。(11)式でT_{jk}はjとkを入れ換えても値は変わらないので、

$$T_{jk} = T_{kj} \qquad (15)$$

が成立する。またニューロンの出力変化を非同期にさせると仮定する。このとき、定理1から(14)式すなわち(13)式のE_fは収束する。したがって、推論誤差が極小となる最適な後件部の実数値f_jがもとまる。

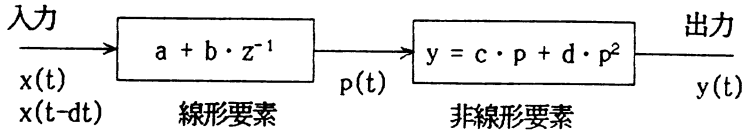
次に、ホップフィールドモデルを用いたファジィ推論の自動チューニング手法の操作手順について説明する。下記の1）～6）の手順を順に実行し、自動チューニングを行なう。

1） 入出力データ（x_{1i}, x_{2i}, y_i）を用いて(2)式より前件部の適合度μ_{ji}を計算する。必要があれば、入出力データは正規化する。
2） 適合度μ_{ji}を用いて(10),(11)式より、パラメータT_{jk}, I_jを計算する。
3） ホップフィールドモデルの各ニューロンの出力値V_jの初期値を決める。
4） 全てのニューロンについて(4),(5)式を計算し、各ニューロンの出力値V_jをかえる。
5） (14)式より、2乗誤差E_fを計算する。
6） E_fがあらかじめ決められたしきい値より小さくなった場合、極小値を表わすエネルギー関数が得られたと判断しアルゴリズムを停止する。E_fが所定のしきい値より大きい場合は、手順4）にもどり手順4）～6）の計算を繰り返す。

E_fがしきい値より小さくなる場合に各ニューロンの出力値V_jは最適となりファジィ推論ルールの最適な後件部実数値f_jが求まる。

5．数値例

ホップフィールドモデルによるファジィ推論の自動チューニング手法の有用性を示すため、次の制御モデルの入出力関係の構造同定を行なった。



ただし、a=0.5, b=0.3, c=1.0, d=0.2 とする。また、dtはサンプルタイムであり dT=0.01 とする。入力xに乱数を加え出力値yを得る。この入出力データ（x(t)、x(t-dT)、y）を用いて、推論ルールを自動チューニングする。いま、入出力データを１００個とし、前件部のファジィ数をPB,ZO,NBの３種類とする。

ホップフィールドモデルを用いた自動チューニング手法のアルゴリズムの結果、次の表2のルールテーブルが得られた。

表2．チューニングにより得られたルールテーブル

		x(t)		
		NB	ZO	PB
x(t-dT)	NB	0.3568	-0.0302	0.4000
	ZO	0.0190	0.2893	0.4000
	PB	-0.2928	0.3761	0.3377

入出力データに対して、表2のルールテーブルを用いたファジィ推論の結果y^*と観測値yを図3に示す。このときの2乗誤差E_rの値を表3に示す。また、本手法の評価のため、自動チューニングに用いたデータ以外を評価データとして、ファジィ推論した結果y^*と出力データyを図4に示す。このときの2乗誤差の値E_rを表3に示す。

表3．入出力データと評価用データの比較

	入出力データ	評価用データ
2乗誤差	0.1217	0.2988

図3、図4、および表3から、自動チューニングによるファジィ推論の結果は観測値とよく合い、本手法の有用性が確認できた。

6．おわりに

本論文では、ホップフィールドモデルを用いたファジィ推論の新しい自動チューニング手法を提案した。本手法は、ホップフィールドモデルの非線形性および学習性を用いることによって、最適なファジィ推論ルールを得ることができる。

参考文献

1) 山崎、菅野 ： ファジィ制御， システムと制御， vol.28, No.7, 442/446, 1984
2) 安信、宮本 ： Fuzzy制御の列車自動運転システムへの応用， 電気学会誌， Vol.104, No.10, 867/874, 1984
3) 市橋、田中 ： PIDとFuzzyのハイブリッド型コントローラー，第4回ファジィシステムシンポシウム講演論文集, 97/102, 1988
4) 水本 ： ファジィ推論に対する改善法（II），第4回ファジィシステムシンポシウム講演論文集, 91/96, 1988
5) J.J. Hopfield, D.W. Tank : "Neural" Computation of Decisions in Optimization Probrems", biological cybernetics, vol.52, 141/152, 1985
6) J.J. Hopfield : Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons, Proc. Natl.Acad.Sci.USA, Vol.81, 3088/3092, 1984
7) W.S.McCulloch, W.Pitts : A Logcal Calculus of the Idea Immanent in Neural Nets, Bull. Matheatical Biophysics, 5, 115/133, 1943

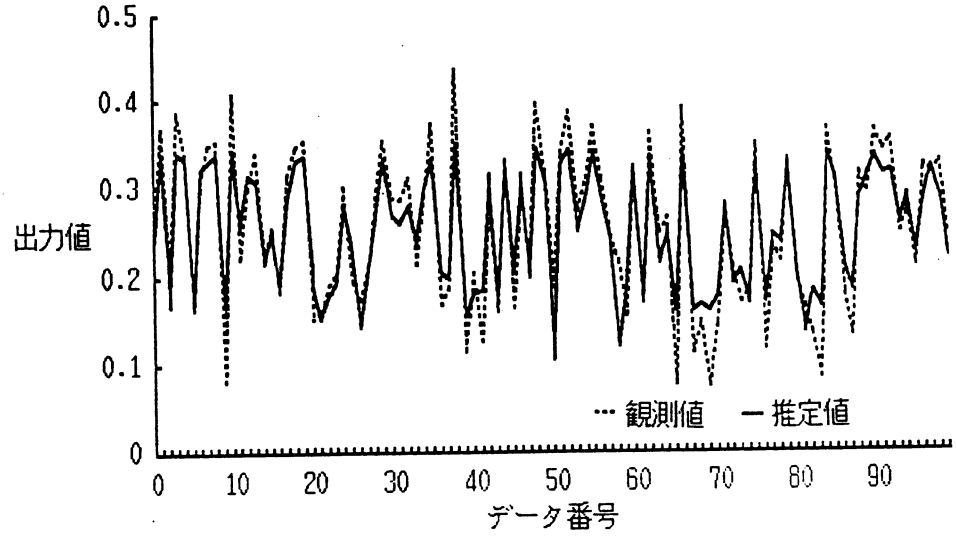


図3．入出力データに対する推論結果y'と観測値y

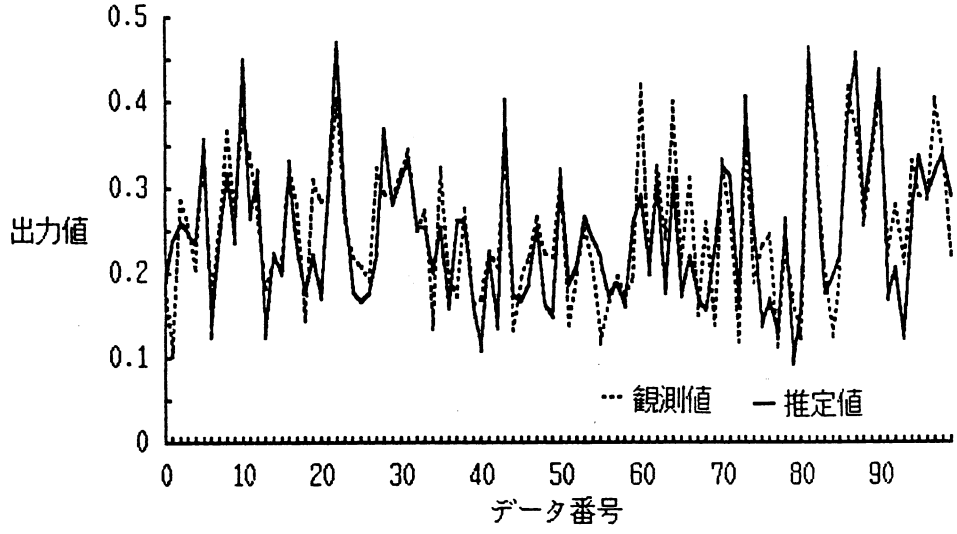


図4．評価データに対する推論結果y'と観測値y

ニューラルネット駆動型ファジィ推論による倒立振子の学習制御

Learning Control of Inverted Pendulum System using Artificial_Neural_Network-Driven Fuzzy Reasoning

林　勲、　野村博義、　若見昇
Isao HAYASHI, Hiroyoshi NOMURA, Noboru WAKAMI

松下電器産業(株)　中央研究所
Central Research Laboratories,
Matsushita Electric Industrial Co. Ltd.

ABSTRACT

We have formulated artificial_neural_network-driven fuzzy reasoning (NN-driven fuzzy reasoning). In this paper, the application of NN-driven fuzzy reasoning to the learning of the inverted pendulum system is shown. NN-driven fuzzy reasoning can make optimum membership functions and control rules using learning function and non-linearity of artificial neural network, automatically. In this inverted pendulum system, the executing program for acquiring input-output data by manual operating, making membership funchions and rules, and controlling the pendulum is installed in to personal computer with the language C.

1．はじめに

最近、ファジィ推論にニューラルネットワークを導入した新しい推論法が提案されている[1,2]。ニューラルネットワーク[3]は非線形な入出力関係を同定できる。既に、我々はメンバシップ関数を自動生成し、推論ルールの数を決定できるニューラルネット駆動型ファジィ推論を提案した[4,5]。提案したニューラルネット駆動型ファジィ推論はファジィモデリング[6]の概念に基づいたファジィ推論法であり、次の特徴がある。

1）メンバシップ関数、推論ルールの自動決定ができる。
2）推論環境が動的に変化する場合にも推論環境の動きに追従した適応学習機能がある。

本論文では1）の自動決定機能に関して、倒立振子の装置を用いた実験からニューラルネット駆動型ファジィ推論の有用性を検証する。

本実験では、まず、実験者が装置を用いて、垂れ下がった状態の振子を安定平衡点から振り上げる。ニューラルネット駆動型ファジィ推論は観測データから推論ルールを自動生成し、構築した推論ルールに従って振子の制御を行うことができる。推論アルゴリズムはパソコンを用いて制御され、制御のための1推論時間は約15msecである。

ニューラルネット駆動型ファジィ推論は従来のファジィ推論に学習機能を導入した新しいモデル化法である。

2．ニューラルネット駆動型ファジィ推論

ニューラルネット駆動型ファジィ推論はファジィモデリングの概念に基づいたファジィ推論法である。ファジィモデリングでは、次のようなファジィ制御ルールを用いる。

ルール1；もし、空調ダクトでの温度(x_1)が高く、
　　湿度(x_2)が高いならば、
　　その時、バルブの開閉度　$y=5x_1+2x_2+1.5$
ルール2；もし、空調ダクトでの温度(x_1)が中位で、　(1)

湿度(x_2)が高いならば、
その時、バルブの開閉度　$y=3x_1+1.8x_2+1.2$

(1)式の推論ルールは「高い」、「中位」などのファジィ数を用いて記述されている。ニューラルネット駆動型ファジィ推論はこのファジィ数のメンバシップ値を自動決定して、後件部の入出力関係を表す方程式の構造を同定できる

本手法ではファジィ推論ルールを次のように表す。

R^s ; IF $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ is A^s
THEN $y^s=NN_s(x_1,x_2,\cdots,x_n)$,　$s=1,2,\cdots$　(2)

ただし、A^sは前件部のファジィ集合を表し、NN_sはk層バックプロパゲーションを用いた場合の入力$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$と出力 y^sとの関係を表すニューラルネットワークモデルである。ここで、バックプロパゲーション型のニューラルネットワークモデルの規模を記号、k層 $[u_0\times u_1\times\cdots\times u_k]$ で表現する。u_0, u_i, u_kはそれぞれ、入力層、中間各層、および出力層の神経細胞モデル[3]の数である。図1に3層[3×2×2×2]のニューラルネットワークを示す。

いま、入出力データ$(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in},y_i)$, i=1,2,…,Nが得られたとする。ファジィモデリングの推論結果 y_i^*は(2)式の推論ルールに入力データ$(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in})$を代入して、次の式から求めることができる。

$$y_i^* = \frac{\sum_{s=1}^{r} \mu_A{}^s(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in})\cdot \tilde{y}_i{}^s}{\sum_{s=1}^{r} \mu_A{}^s(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in})} \qquad i=1,2,\cdots,N \qquad (3)$$

ここで、$\mu_A{}^s(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in})$はファジィ数$A^s$のメンバシップ関数であり、$\tilde{y}_i{}^s$は$y^s=NN_s(x_1,x_2,\cdots,x_n)$から得られる推定値である。

次に、ニューラルネット駆動型ファジィ推論のアルゴリズムを説明する[4,5]。図2にアルゴリズムの概略図を示す。

1）入出力データ$(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in},y_i)$, i=1,2,…,Nを観測する。入出力データはニューラルネット駆動型ファジィ推論モデルの構造を決定するための同定用データ(Training Data;TRD,N_t個)と、最適なニューラルネットワークモデルを選定するために必要な評価用データ(Checking Data;CHD,N_c個)とに分割する。

2）TRDをクラスタリング手法のセントロイド法[7]を用いてr分割し、R^s, s=1,2,…,rとする。このr分割はファジィ推論ルールのルール数を示す。ただし、各 R^sの同定用データを$(\boldsymbol{x}_i{}^s,y_i{}^s)$, i=1,2,…,$(N^s)$ で表す。

3）図2のNN_{mem}を用いて前件部のメンバシップ関数の同定を行う。前件部の入力変数を(x_1,x_2)の2変数とした場合のメンバシップ関数の同定方法を図3に示す。図3では3層バックプロパゲーション型のニューラルネットワークに対して、入力層にTRDの$(x_{i1}{}^s,x_{i2}{}^s)$を割り付け、出力層にはTRDが各ルール R^sに属する度合を{0,1}として割り付けている。ニューラルネットの学習により構造を決定すると、CHDを代入して推定値の[0,1]区間の実数値をメンバシップ値とする。すなわち、データが各ルールに属する度合の推定値をメンバシップ値とする。

4）図2の$NN_1,NN_2,\cdots,NN_r$を用いて後件部構造の同定を行う。各NN_sは推論ルールの後件部の入出力関係を表している。ここで、学習回数は次式の評価値Sが1500～2000回の学習回数の中で最小となる場合に停止する。

$$S = w_t\sum_{i=1}^{N_t^s}(y_i-\hat{y}_i{}^s) + w_c\sum_{j=1}^{N_c}(y_j-\hat{y}_j\times\mu_A{}^s(\boldsymbol{x}_j)) \qquad (4)$$

ただし、$\hat{y}_i{}^s$、$\hat{y}_j$は推定値であり、$\mu_A{}^s(\boldsymbol{x}_j)$はCHDの各s番目のルールに対する前件部のメンバシップ関数である。また、w_t とw_c は重み係数であり、

$w_t = N_c/(N_t{}^s+N_c)$,　$w_c = N_t{}^s/(N_t{}^s+N_c)$

とする。

得られたニューラルネットワーク NN_sにCHDを代入し、変数減少法[8]を用いて、各後件部の入力変数を決定する。ただし、変数減少法の評価値を次の$\Theta_n{}^s$とする。

$$\Theta_n{}^s=\sum_{i=1}^{N_c}(y_i-\hat{y}_i{}^s\times\mu_A{}^s(\boldsymbol{x}_i))^2 \qquad ,i=1,2,\cdots,N_c \qquad (5)$$

5）ステップ4の停止則は各ルールにおいて、次の式が成立しなくなったときとする。

$$\Theta_p{}^s > \Theta_{p-1}{}^s \qquad ,p=n,n-1,\cdots \qquad (6)$$

ここで、Θ^sが最小となるモデルが後件部の構造を表わす最適なニューラルネットワークである。

6）推定値y_i^*は次の式により得られる。

$$y_i^* = \frac{\sum_{s=1}^{r} \mu_A^s(x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in}) \cdot \tilde{y}_i^s}{\sum_{s=1}^{r} \mu_A^s(x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in})} \qquad s=1,2,\cdots,r \qquad (7)$$

ただし、$\tilde{y}_i^s$はステップ5で得られた最適なニューラルネットワークによる推定値である。図2では$\Sigma \mu_A^s(x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in})=1$として、(7)式の$y_i^*$を計算している。

ニューラルネットワークの内部構造は並列演算が可能であるので、ニューラルネット駆動型ファジィ推論は各入力値$(x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in})$が入力され、推定値$y_i^*$が出力されるまでの推論プロセスは完全に並列処理が可能である。すなわち、ニューラルネットを用いて推論ルールの数、メンバシップ関数を決定すると、与えられた入出力データに対して、高速処理が可能なファジィ推論となる。本論文ではニューラルネット駆動型ファジィ推論を用いて、倒立振子の観測データから推論ルールを自動決定し、倒立振子の制御を行う。

3. 倒立振子への応用

3. 1 倒立振子実験装置

倒立振子を用いた実験装置は自由に回転する振子を倒れることなく垂直に制御させるため、振子の台車をモータにより走行制御させる。倒立振子の実験装置は制御理論を実際の機器に取り込むときの問題点が実際に目で確認できるので、制御アルゴリズムの有用性を検証できる。

図4に本実験で用いる倒立振子の構造を示す。ポテンショメータbにより振子の傾きを検出し、台車を振子が倒れる方向へすばやく動かすことにより、振子を垂直に保つように制御する。倒立振子の実験装置は次の4つの構成部品から成り立つ。

1）レール上を走行する台車
2）台車に軸で取り付けられた360° 回転する振子
3）台車をレール上で駆動させるためのモータ
4）上記の3つの構成部品を結合するプーリとベルト系

図4に示すように振子の鉛直からの角度θ、および台車の変位rがそれぞれポテンショメータa、およびbで検出できる。角度θ、および台車の変位rの値はA／Dコンバータでディジタル化し、パソコン Panacom-M700に取り込む。M700では1サンプル前の観測値との差分量を取ることにより、角速度$\Delta\theta$、および台車の速度Δrが得られる。また、同時にモータのトルク信号がファジィ推論により推論される。M700から出力されたモータのトルク指令はD／Aコンバータでアナログ化され、DCモータに出力される。

倒立振子実験装置とその付属部品の仕様を以下に示す。

倒立振子実験装置本体：全長 1,410mm，全幅 400mm，高さ 880mm
倒立振子：全長 400mm，重さ 40g，直径 4mm
モータ　：25W DCモータ　回転比 12.5:1
コンピュータ：Panacom-M700（CPU 80286）
制御プログラム：C言語，21K バイト

3. 2 ニューラルネット駆動型ファジィ推論による倒立振子実験

ニューラルネット駆動型ファジィ推論によるファジィ制御の有用性を検証するため、実機の倒立振子系の制御モデルを同定し、振子の制御実験を行う。

本実験で用いる倒立振子系は次の2つの平衡点を持っている。

1）振子が垂れ下がった状態の安定平衡点
2）振子が垂直に倒立した状態の不安定平衡点

ここでは振子が垂れ下がった状態、すなわち、安定平衡点から台車を左右に駆動することにより振子を振り上げ、不安定平衡点に近づいた振子を垂直に静止させる制御を行う。

入出力変数は次の通りである。

y ： モータ制御信号(V)
x_1 ： 台車の原点からの距離 (cm)、　　x_2 ： 台車の速度 (cm/sec)
x_3 ： 振子の原点からの角度 (deg)、　　x_4 ： 振子の角速度 (deg/sec)

制御モデルを得るために、次の手順に従って実験を行う。

1）図5は振子を振り上げ、倒立させるための制御信号入力装置である。実験者は左右の釦を押すことにより、台車を左右に駆動させ、振子を振り上げる。振子を垂直状態に近づくまで操作を行い、約4msecのサンプル時間で(x_{i1}, x_{i3}, y_i)の入出力データを観測する。この操作から約1,000から3,000個のデータが観測され、ニューラルネット駆動型ファジィ推論の入出力データとして、98個を抽出する。表1に抽出されたデータを示す。なお、入力 x_2, x_4はそれぞれ、x_1, x_3の差分量を計算することにより得られる。

2）データをN_t=49(個)、N_c=49(個)に分割する。また、クラスタリング手法により、TRDを2ルールに分割する。

3）ニューラルネットワークを次の構造とする。
　前件部の構造決定用として、2層[4×6×2]、
　後件部の構造決定用として、2層[4×6×1]

4）2章のアルゴリズムの3）～5）からニューラルネット駆動型ファジィ推論モデルを求める。

計算アルゴリズムの結果、ルール1、およびルール2ともに2回の繰り返し計算で終了する。

結果として得られた推論ルールは次のようになった。

$$R^1 ; \text{IF } \boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) \text{ is } A^1 \text{ THEN } y^1 = NN_1(x_2, x_3, x_4),$$
$$R^2 ; \text{IF } \boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) \text{ is } A^2 \text{ THEN } y^2 = NN_2(x_1, x_2, x_4) \quad (8)$$

(8)の制御ルールに従って振子を制御する様子を図6に示す。図6では振子を垂れ下がった状態の安定平衡点から確実に振り上げ、静止する様子を示している。また、本手法は推論ルールに従った制御法であるので、外乱を加えた場合でも振子を制御できる。

4．おわりに

本論文では、ニューラルネット駆動型ファジィ推論を用いた倒立振子の実験を行い、本手法の実機上での有用性を検証した。本手法はニューラルネットワークの学習機能を用いてファジィ制御の推論ルールを自動形成できるので、ファジィ制御に学習機能を導入することができる。今後、推論環境が動的に変化する場合の環境の動きに追従した適応学習機能について、さらに議論する必要がある。

[参考文献]

1)古谷,国分,坂本: NFS - ニューラルネットワークワークを用いたファジィ推論システム,情報処理学会第37回全国大会,(1988)
2)S.C.Lee and E.T.Lee : Fuzzy Neural Networks, Mathematical Biosciences, 23,151/177,(1975)
3)甘利俊一 : 神経回路網の数理,産業図書,(1978)
4)林,高木: 神経回路網モデルによるファジィ推論の定式化, 第4回ファジィシステムシンポジウム,(1988)
5)林,野村,高木,長坂 : ニューラルネット駆動型ファジィ推論モデルの提案,SICE関西支部シンポジウム「あいまい情報処理と知的システム制御」,31/36,(1988)
6)姜,菅野 : ファジィモデリング, 計測自動制御学会論文集, Vol.23-6,650/652, (1987)
7)河口至商 : 多変量解析入門Ⅰ,森北出版,27/33,(1973)
8)河口至商 : 多変量解析入門II,森北出版,26/44,(1978)

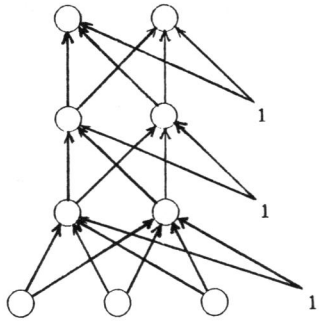


図1　3層バックプロパゲーション型
ニューラルネットワーク

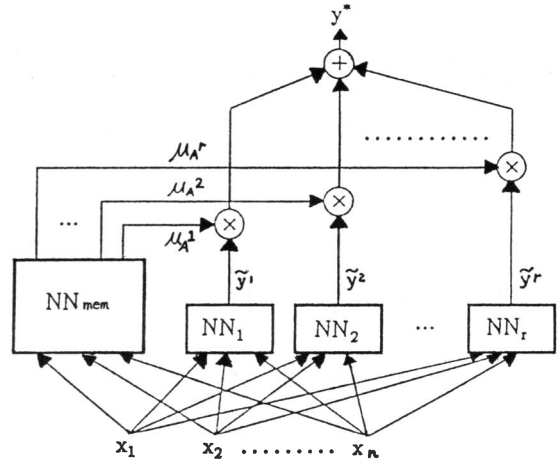


図2　ニューラルネット駆動型ファジィ推論のアーキテクチャ

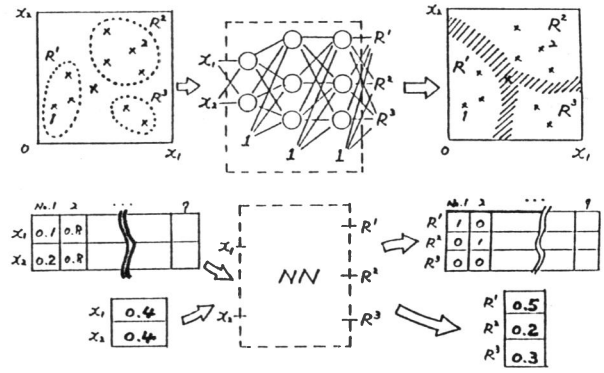


図3　ルールの前件部のメンバシップ関数の決定

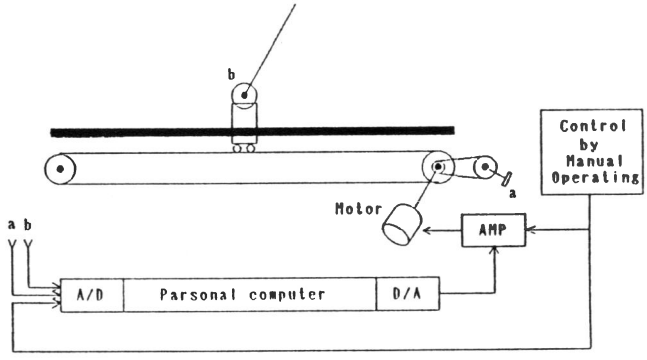


図4　倒立振子実験装置の構成

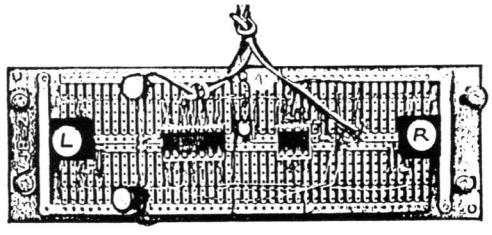


図5　モータ制御信号を入力するための装置

表1　倒立振子の制御のための入出力データ

No.	Input Data				Output Data
	x_1 [cm]	x_2 [cm/sec]	x_3 [deg]	x_4 [deg/sec]	y [v]
1	-1.1482	0.0000	178.5074	0.0000	0.7597
2	-0.0201	8.5486	180.9129	34.5660	0.7421
3	3.2197	29.9073	185.6439	34.5660	0.7617
4	7.8338	38.4472	188.4660	0.0000	0.0039
5	10.9510	4.2697	182.7386	-121.0536	-0.7168
6	9.3718	-21.3586	165.3085	-155.6554	-0.7968
7	5.3319	-38.4560	151.5283	-69.1678	-0.7519
8	0.1432	-42.7261	150.9487	51.8840	-0.7519
93	7.9980	42.7261	85.663	-380.4464	-0.0136
94	11.7713	4.2701	199.1743	-639.8375	-0.7265
95	10.6843	-17.0885	117.4961	-622.5536	-0.7519
96	7.0135	-42.7261	56.6514	-345.8786	-0.7519
97	1.9891	-38.4560	27.0170	-138.3357	0.0039
98	-2.9937	-34.1774	16.6419	-51.8822	-0.0019

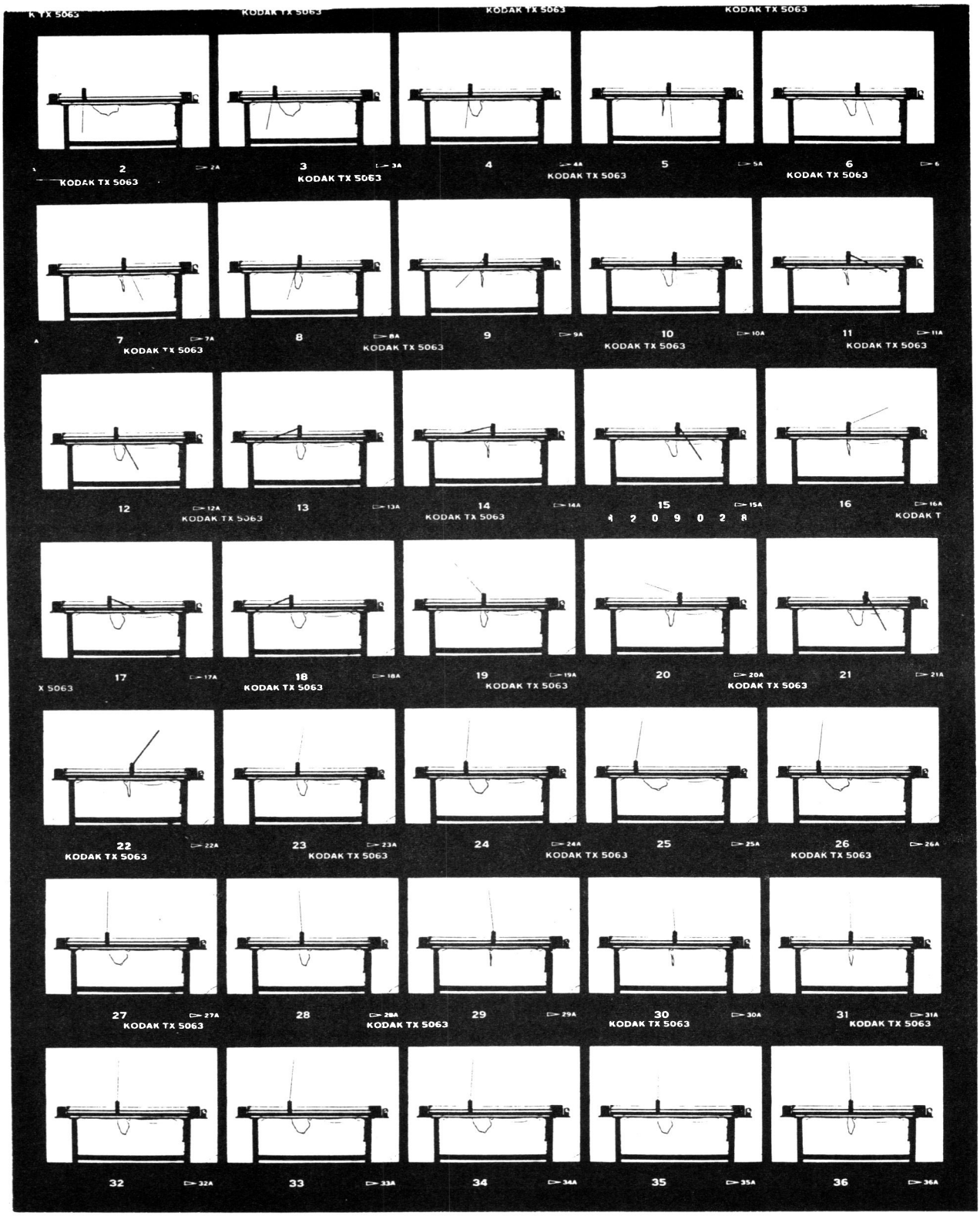


図6　倒立振子の制御

尺度構成のファジィネスに基づいたファジィ評価システムの設計と開発

DESIGN OF A FUZZY EVALUATION SYSTEM BASED UPON FUZZINESS OF SCALING AND THE DEVELOPMENT

北垣郁雄†, 多賀谷敏夫††
IKUO KITAGAKI, TOSHIO TAGAYA

†職業訓練研究センター、††産業技術専門教育院
†The Res. & Dev. Inst. of Voc. Train., ††SANGYOU GIJUTSU SENMON KYOUIKU-IN

ABSTRACT

A fuzzy evaluation system which processes answered data of the questionnaire items of a consciousness survey is discussed here. The essential procedures of the system are the calculation of fuzzy score and fuzzy structure analysis. Both of them are characterized by, so to speak, fuzziness of scaling. In this case, fuzzy score is obtained based upon fuzzy integral. In the operation, ρ-fuzzy measure is used which regards the relation of items and we let it have the fuzziness of scaling.

1．まえがき　ファジィ積分[1]の枠組下で作成された意識調査に関し、そのデータ処理を行うファジィ評価システムとその設計概要を報告する。ファジィ得点の算出とファジィ構造の同定を中核としているが、そこでは、尺度構成のファジィネス[2]に基ずいて、データ処理を行っている。

まず、得点（評価点）は、回答データとアンケート項目の重要度関数から算出されるが、重要度関数としては、項目間の連関を重視したρ－ファジィ測度[3]を用いている。ここに”連関”は、項目間の内容的な類似性とも表現できるが、いずれにしても言語のファジィネスを伴い、それを特徴づける具体的な尺度も様々想定しうる。したがって、もし”類似性”のとらえ方に様々な可能性（あるいはファジィネスの存在）を認めるならば、それを特徴づける尺度も、これを範囲的にとらえ直すことにより、ρ－ファジィ測度の値をやはり範囲的存在として定め論ずる方が、より合理的でまた実際的といえよう。一方、回答データは、やはり範囲的に記述することが可能であるが、このシステムでは、その回答データとρ－ファジィ測度から、範囲的存在としてのファジィ得点を算出している。

また、ファジィ構造では、アンケート項目群を適当な２つの尺度でクラスタ分析し、同一のクラスタ数の分類結果を照合して、構造を同定するという方法をとっている。

2．システム構成　実施するアンケートの内容は、ある一つの評価概念にかかわる多数の項

目を序列尺度として構成したものと、各項目の主観的重要度の２種類である。いずれも序列の段数は任意である。特に、前者の評価項目では、上界／下界回答値で回答する形式を採る。処理手順は以下のとおりである（図１）。

①上界／下界回答値、主観的重要度、各段数などの原データをテキストファイルとしてディスクに格納する。これらのデータは、コマンド形式で修正が容易にできる。

②原データから、シーケンシャルファイルとしての一次処理データを作成する。このデータからは、ケース（回答者）と項目に関してのソーティングと、ケースに関してのマージングを行うことができる。

③回答値から相関係数や基礎的な統計量などを算出して、二次処理データを作る。④での処理速度を高めるのが、この目的である。

④図示の５種類のデータの算出・表示を行う。

３．ファジィ得点の算出

いま、項目 x_k（$\in X$，$k=1$，・・・，n）の主観的重要度を g^k とし、x_k と x_j の相関係数を $\rho_{k,j}$ と表記すると、ρ－ファジィ測度 $g_\rho(X_i)$は、(1)で定義される。

$$g_\rho(X_i)=\frac{1}{K}\left[\left(\sum_{k=1}^{i} g^k R^{cond.}_{k,\cdot}\right)\vee\left\{\bigvee_{j=1}^{i} g_\rho(X_i^{\bar{j}})\right\}\right] \qquad (1)$$

ここに、$X_i=\{x_1,\ \cdots,\ x_i\}$ であり、Kは、$g_\rho(X)=1$ を満たすための定数である。

まず、[ ]内の第１項で、$R^{cond.}_{k,\cdot}$ は、項目 x_k とその他のいくつかの項目との条件付非類似度である。すなわち、これは $|\rho_{k,j}|$ の関数で、$\partial R^{cond.}_{k,\cdot}/\partial|\rho_{k,j}|\leq 0$ を満たす。そして、$|\rho_{k,j}|$ の０と１に対して、$R^{cond.}_{k,\cdot}$ の値はそれぞれ１と０である。[ ]の第１項では、ある項目 x_k（$1\leq k\leq i$）の寄与分をその他の項目との比較において定めているが、ただし、その比較は次式を満たす　に対してのみ行うものとする。

$$g^k\leq g^j,\quad k\neq j \qquad (2)$$

そして、(2)を満たすような x_j が存在しないときは、$R^{cond.}_{k,\cdot}$ の値は１とする。

次に、(1)の[ ]内の第２項は、g_ρ に単調性を持たせるために付加したもので、$X_i^{\bar{j}}$ は、項目集合 X_i で項目 x_j をとり除いた集合である。

そこで、(1)をもとにして、重要度関数を範囲的にとらえることとする。以下、非類似度はRで表しているが、すべて(2)の条件下で数値計算を行う。

例として、図２に示すイメージ調査（項目数をｎとする）を考えてみよう。まず、図(a)に限ると、項目間の類似性の視点から、「項目１は、項目２，３，４のどれにも関連が深いから、冗長性の点で、項目１を除去することが望まれる」という考察が可能である。次に、図(b)も含めてその類似性を考えると、「項目１は、項目10と同じであるから、その他の項目と比較するまでもなく、これ（または項目10）を除去することが望まれる」という考察も可能である。

この例から推察されるように、ある一項目 x_k の重要度を項目間の類似性から論ずる場合、

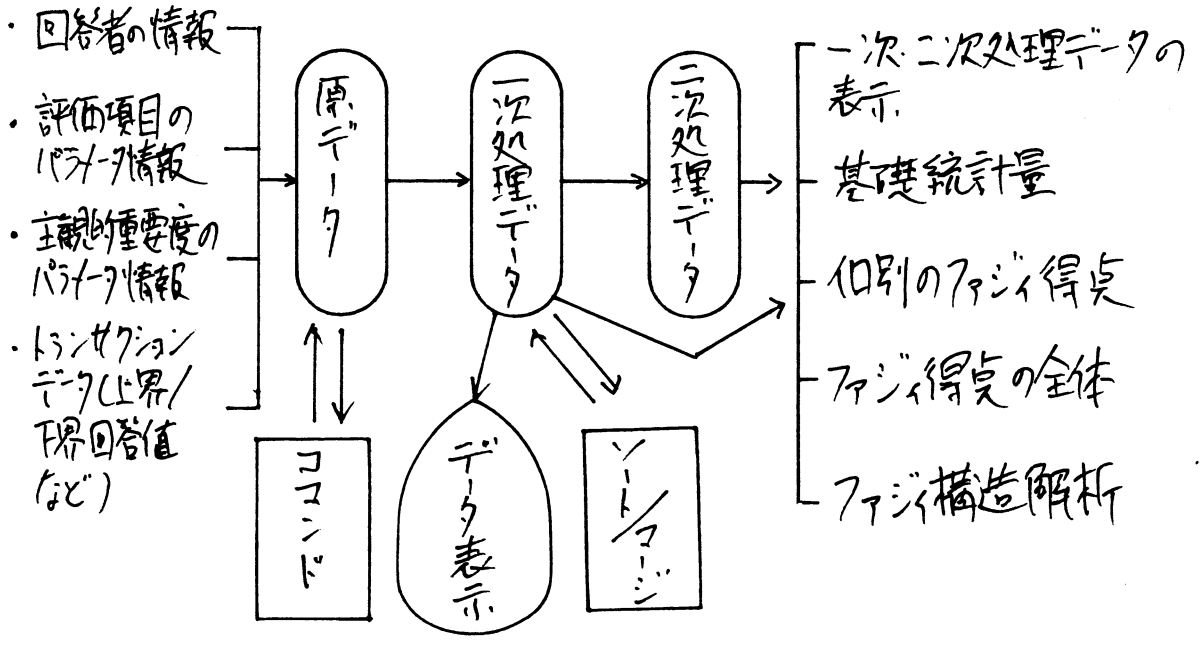


図1. システム構成

図2. アンケート項目

(a)

・・・このたび開発された車種○○○○のイメージをおたずねします。下記のそれぞれの項目について、どれか一つだけ○を・・・・

	不満	やや不満
	1	2
1.乗りごこちがよい		
2.車内が広々としている		
3.周囲の景色が見やすい		
4.エンジンの音が静か		
5.大きさの割に燃費がよい		

(b)

	1	2
10.乗りごこちがよい		

項目x_k以外のすべての項目x_j($j=1,\cdots,n, j\neq k$)との各非類似度$R^{cond}_{k,j}$を平均的にとらえてこれらを算術的に情報集約し、その集約した値を非類似度の尺度とみなしてx_kの寄与分を定めるという考え方もあれば、他方では、内容的に最も類似すると判断された特定の一項目との非類似度をその尺度とみなして寄与分を定めるという考え方もあることになる。あるいは、それら２者の中間的な尺度も想定しうる。

このように、比較の対象としてとりあげる項目数に関しての様々な思考法の存在が、いわば尺度構成のファジィネスを生み出すことになる。

そこで、いま、項目x_k以外のｎ－１個の項目をそれぞれx_kと比較して、これを非類似度の低い順（すなわち類似性の高い順）に並べたものとする。その結果、$R_{k,1}, R_{k,2}, \cdots$ の順になったものとして、次に、その先頭からℓ個（$1\leq\ell\leq n-1$）の非類似度すなわち、$R_{k,1},\cdots,R_{k,\ell}$をとり出す。そして、これらを算術的に情報集約した値を$R^{(\ell)}_k$と表記するものとする。すると、重要度関数g_ρは、ℓを一パラメータとして、次式で表現される。

$$g_\rho^{(\ell)}(X_i)=\frac{1}{K^{(\ell)}}\left[\left(\sum_{k=1}^{i} g^k R_k^{(\ell)}\right)\vee\left\{\bigvee_{j=1}^{i} g_\rho^{(\ell')}(X_i^j)\right\}\right] \tag{3}$$

ただし、(3)の計算手順から明らかなように、$g_\rho^{(\ell)}(X_i)$を求めるには、$Y\subset X_i$を満たす集合Ｙについて、$g_\rho^{(\ell')}(Y)$の算出が必要となるが、$|Y|\leq\ell$となるＹに対しては、$g_\rho^{(\ell')}(Y)$を代用する。ここに、$\ell'=|Y|-1$である。そして、(3)より、X_iに対する重要度は(4)の範囲的存在として表記される。

$$g_\rho(X_i)\triangleq[g_\rho^L(X_i), g_\rho^U(X_i)] \tag{4}$$

ここに、

$$g_\rho^L(X_i)=\bigwedge_\ell g_\rho^{(\ell)}(X_i),\quad g_\rho^U(X_i)=\bigvee_\ell g_\rho^{(\ell)}(X_i) \tag{5}$$

なお、このシステムでは、$R^{(\ell)}_k$などは、比較的単純に、次式を用いている。

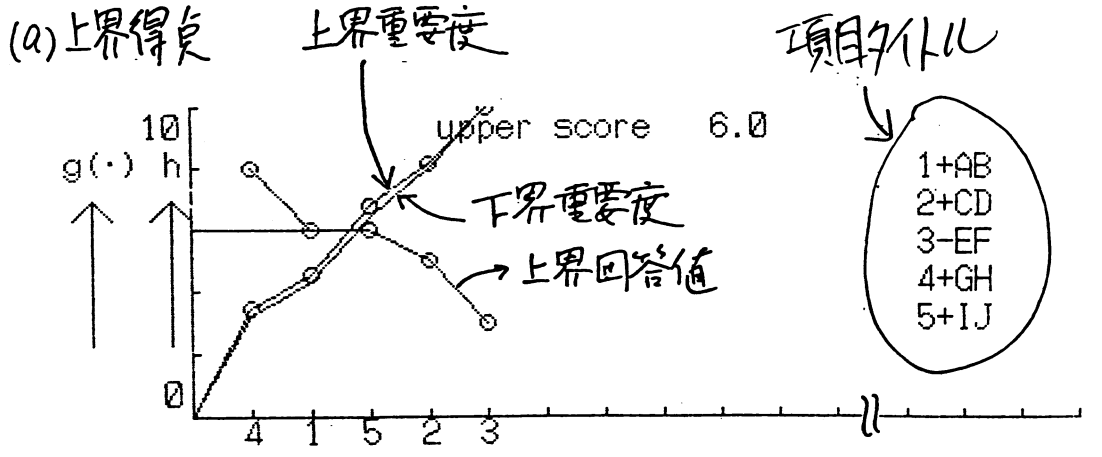
$$R^{(\ell)}_k=\sum_{j=1}^{\ell} g_j R_{k,j}\Big/\sum_{j=1}^{\ell} g_j,\quad R_{k,j}=1-|\rho_{k,j}| \tag{6}$$

一方、既述のように、アンケート回答では、これを範囲的に記述しているので、これと(4)から、ファジィ得点を求めるようにしている。

図１の「個別のファジィ得点」では、各ケースについて、その回答値と重要度関数が図３のようにグラフ表示され、ファジィ得点の算出結果があわせて図示されるようになっている。また、上界／下界得点はこれをｘｙ平面上の一点に対応させることができるが、同じく「ファジィ得点の全体」では、各ケースの上界／下界得点が、一平面内に示され、両者の差異や得点の全体的傾向がつかめるようになっている。

４．アンケート項目群のファジィ構造解析

当該のアンケート項目群のクラスタ分析を想定したとき、２種類以上の併合基準の存在を認めるとするならば、そこに、尺度構成のファジィネスが発生し得る。かりに、２つの併合基準をとりあげるものとして、まずは、それぞれの方法でクラスタ分析を行う。そして、同じクラスタ数に対する両者の分割の結果を照合すれば、一致する部分が”強い構造部分”といえる。



(b)下界得点(略)

図3. ファジィ得点の表示

表1. クラスタの比較

上段: $A_i \cap B_j$
下段: $A_i \cup B_j$

		分割法 B	
		$B_1=\{x_1, x_2\}$	$B_2=\{x_3, x_4, x_5\}$
分割法 A	$A_1=\{x_1, x_2, x_3\}$	$\{x_1, x_2\}$ $\{x_1, x_2, x_3\}$	$\{x_3\}$ $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$
	$A_2=\{x_4, x_5\}$	ϕ $\{x_1, x_2, x_4, x_5\}$	$\{x_4, x_5\}$ $\{x_3, x_4, x_5\}$

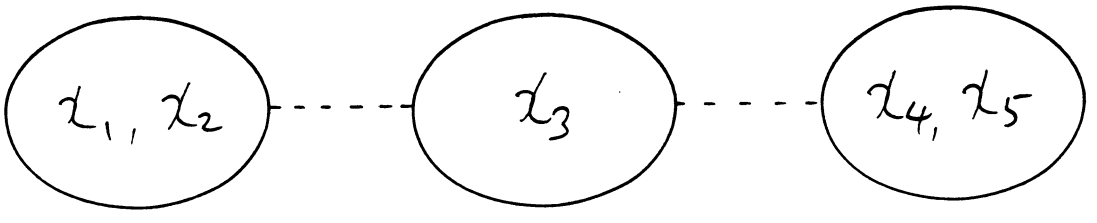


図4. 項目群の構造

一方、一致しない部分は、尺度の取り上げかたによって”出没する”と判断され、いわば”弱い構造部分”ということになる。これらの区別に基ずいた構造の同定が、ここでのファジィ構造解析である。

なお、併合の尺度が異なるのであるから、同一クラスタ数に対してのみ、比較の意味が生ずる。強さ／弱さの相対的度合を定量化しにくいのは、通常のファジィクラスタリングと大きく異なる点であろう。

たとえば、５つの項目を２つの尺度Ａ，Ｂによってそれぞれ２つのクラスタに分割したとき、表１のようになったものとしよう。これに対しては、図4のように同定される。すなわち、項目３は、項目１、２のクラスタに属するかそれとも項目４、５のクラスタに属するかが、”ファジィ”ということになる。そして、このシステムでは、各クラスタのρ－ファジィ測度の値が、範囲的に算出されるようになっている。さらに、２つのクラスタがどの程度一致するかの一致係数γが次式で求められるようになっている。

$$\gamma = \frac{1}{c-1}\left\{\left(\sum_i \bigvee_j \gamma_{i,j} + \sum_j \bigvee_i \gamma_{i,j}\right)/2 - 1\right\}, \quad 0 \le \gamma \le 1 \qquad (7)$$

ここに、

$$\gamma_{i,j} = 2|A_i \cap B_j| / (|A_i| + |B_j|), \quad 0 \le \gamma_{i,j} \le 1 \qquad (8)$$

さて、尺度構成のファジィネスを活かすとの視点からは、２種類の併合基準は、実際問題として、最遠隣法と重心的な手法を採択するのが適切と思われる。

いま、その基準の特徴が対照的ともいえる最遠隣法と最近隣法の２つを、概念的に比較するものとする。被分割対象が、互いに交差もせずまた接してもいないいくつかの細長い”ミミズ”が、無数の点の集合として表現された図形パターンであったものとしよう。これに対しては、最近隣法では、各”ミミズ”が別個のものとして分割される可能性が高いが、最遠隣法では、その可能性がより低い。一方、被分割対象が、本報告のように言語群であり、類似するいくつかの言語からその上位概念を帰納的に抽出するとの目的であれば、類似の考察により、最遠隣法がより適切と思われるわけである。

1)菅野：あいまい理論Ⅳ、計測と制御、２２，６，pp.554-559,1983
2)宇都宮、坂元監修：講座・教育情報科学３より、北垣：あいまい情報、第一法規、1988
3)北垣：意識調査にかかわるデータ解析のためのρ－ファジィ測度について、信学論、Ｊ７１－Ａ，５，pp.1213-1214,1988

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジイ理論を応用したソシオメトリー分析

Sociometry Analysis Applying Fuzzy Theory

山下　元*，津田　栄**，勝又保雄***
Hajime YAMASHITA*, Ei TSUDA** and Yasuo KATSUMATA***
*早稲田大学，**国学院高校，***目黒高校
*WASEDA University, **KOKUGAKUIN Highschool, ***MEGURO Highschool

ABSTRACT

It is really practical that we represent the human relations as a fuzzy graph rather than a clear form such as a hardcluster.

From the data obtained by simple questionaires, we could measure the degree of the friendsip relations among the members, and could construct the fuzzy graph concerning the group.

Here, we would propose the method which enable us to classify the members of a group by using the fuzzy clustering and the fuzzy ordering. Furthermore, we would illustrate the effectineness of our analysis through the case study.

人間の関連構造，即ち，相互の選択，排斥の度合を明確に表すことは，非常に困難である。ソシオメトリーは，人間関係の一測定法で，アンケート資料に基づいて交友関係や集団構造を分析する有効な方法である。

本稿では，ファジイ理論を応用したソシオメトリーの解析方法を提案するとともに，学校教育に関する人間関係の事例研究について報告する。

1. 構造分析

ℓ人の集団に対して；m人（$1<m<\ell$）を選択するn項目のアンケートを実施すると，被験者iがjを選択する回数a_{ij}に基づく応答行列$A=(a_{ij})$が得られる。

ここで，$t_{ij} \leqq a_{ij}/n$を被験者iがjを選択する度合のファジネスと解釈すると，関連行列$\underset{\sim}{T}=(\underset{\sim}{t}_{ij})$，$\underset{\sim}{t}_{ij} \leqq t_{ij}$が得られる。ただし，$t_{ij}=1$とする。

例えば，8人の集団に対して，4人を選択する2項目のアンケート（1.旅行をするとき，一緒に行きたい人を4人書きなさい。2.グループ学習をするとき，一緒に勉強したい人を4人書きなさい。）を実施したとき，図1.1の応答行列が得られたとする。これから，定義により，図1.2の関連行列が求められる。

ファジイ行列（グラフ）$\underset{\sim}{T}$は，山下のアルゴリズム〔6〕，〔8〕，〔12〕，〔13〕により近似され，三値行列$\underset{\sim}{T}^*$が得られる。

＊	3	0	3	0	0	2	0
1	＊	0	0	3	0	0	4
0	0	＊	3	0	4	1	0
4	0	0	＊	0	0	4	0
1	3	0	0	＊	0	0	4
0	0	4	0	0	＊	4	0
3	0	0	4	0	1	＊	0
0	3	0	0	4	0	1	＊

図 1.1　応答行列 A

1	0.75	0	0.75	0	0	0.5	0
0.25	1	0	0	0.75	0	0	1
0	0	1	0.75	0	1	0.25	0
1	0	0	1	0	0	1	0
0.25	0.75	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0
0.75	0	0	1	0	0.25	1	0
0	0.75	0	0	1	0	0.25	1

図 1.2　関連行列 $\underset{\sim}{T}$

例題では，関連行列の近似行列は図 1.3 となり，そのグラフは，図 1.4 となる。

1	1	0	1	0	0	α	0
0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0	1

図 1.3　近似行列 $\underset{\sim}{T}^*$

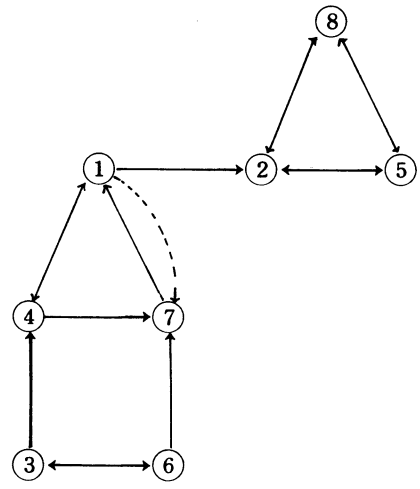


図 1.4　近似グラフ $\underset{\sim}{T}^*$

次に，相互の友好関係を調べるために交友行列 $\underset{\sim}{F}=(\underset{\sim}{f}_{ij})$ を $\underset{\sim}{t}_{ij}$ と $\underset{\sim}{t}_{ji}$ の調和平均 $2/\underset{\sim}{f}_{ij} \fallingdotseq 1/\underset{\sim}{t}_{ij}+1/\underset{\sim}{t}_{ji}$ で定義する。ただし，$\underset{\sim}{t}_{ij}\,\underset{\sim}{t}_{ji}=0$ のときは，$\underset{\sim}{f}_{ij}=0$ とする。

交友行列 $\underset{\sim}{F}$ の推移包（可達行列）$\underset{\sim}{\hat{F}}$ は，反射律，対称律，推移律を満すので，行列 $\underset{\sim}{\hat{F}}$ で与えられる関係 R は，ファジイ同値関係となる（〔7〕，〔11〕）。ここで，行列 $\underset{\sim}{\hat{F}}$ の α カット行列を

$$\hat{F}^{\alpha}=(\hat{f}_{ij}^{\alpha}),\quad \hat{f}_{ij}^{\alpha} \fallingdotseq \begin{cases} 1 & (\underset{\sim}{\hat{f}}_{ij} \geqq \alpha) \\ 0 & (\underset{\sim}{\hat{f}}_{ij} < \alpha) \end{cases}$$

で表すと，行列 $\hat{F}^{\alpha}$ で与えられる関係 R_{α} は，同値類となる。

α を基準とした同値類の分岐する過程は，これを樹形図で表すと解りやすい。このような樹形図を分割樹形図といい，これにより，友好関係の大域的な類別が看視される。

例題では，交友行列は図 1.5 となり，その推移包は図 1.6 となる。次に，推移包の α カット行列による分析から，図 1.7 の分割樹形図が与えられる。

集団の人間関係は，この手順で与えられるファジイ情報，即ち，近似グラフ，分割樹形図な

1	0.38	0	0.86	0	0	0.6	0
0.38	1	0	0	0.75	0	0	0.86
0	0	1	0	0	1	0	0
0.86	0	0	1	0	0	1	0
0	0.75	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0.4	0
0.6	0	0	1	0	0.4	1	0
0	0.86	0	0	1	0	0	1

図 1.5　交友行列 $\underset{\sim}{F}$

1	0.38	0.4	0.86	0.38	0.4	0.86	0.38
0.38	1	0.38	0.38	0.86	0.38	0.38	0.86
0.4	0.38	1	0.4	0.38	1	0.4	0.38
0.86	0.38	0.4	1	0.38	0.4	1	0.38
0.34	0.86	0.38	0.38	1	0.38	0.38	1
0.4	0.38	1	0.4	0.38	1	0.4	0.38
0.86	0.38	0.4	1	0.38	0.4	1	0.38
0.38	0.86	0.38	0.38	1	0.38	0.38	1

図 1.6　可達行列 $\underset{\sim}{\hat{F}}$

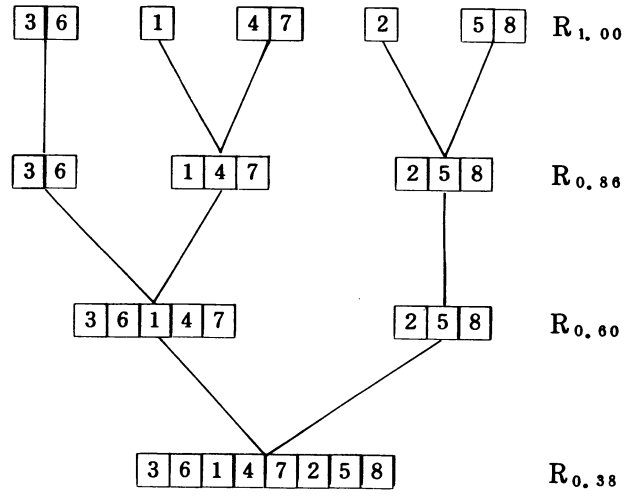


図 1.7　分割樹形図

どにより，大域的に明確になり，適切に分析される。

2. 事例研究

ソシオメトリー分析の事例研究として，高校1年生の学級における友好関係について報告する。アンケートは，図2.1に示すもので，17人の集団（女子）に対して，4人を選択する4項目の調査を実施した。

(1) グループ学習をするとき，希望するメンバーを4名書け。
(2) 弁当を食べるとき，希望するメンバーを4名書け。
(3) クラブ活動をするとき，希望するメンバーを4名書け。
(4) 旅行するとき，希望するメンバーを4名書け。

図2.1　アンケート項目

アンケートの結果は，図2.2の応答行列に集約される。ここで，空白は，0を表す。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1								4									
2				1									3	4		4	3
3	4	4				4		4									
4					4						4						4
5				4							4						4
6	4	2		1				3						2			
7									4	4					4		
8	4																
9							4			4							
10									4						4		
11				4	4												4
12							1						4		4		
13		4													4		
14		4														4	4
15										4			4				
16		4		4										4			4
17				4	4						4						

図2.2　応答行列A

応答行列から，図2.3の関連の近似グラフ，図2.4の集団の分割樹形図などのファジイ情報がえられる。

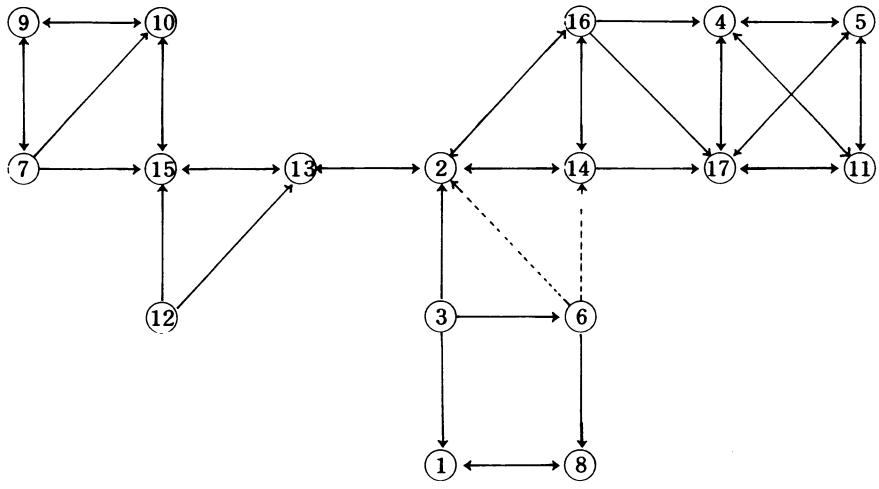


図 2.3　近似グラフ $\underset{\sim}{T}^*$

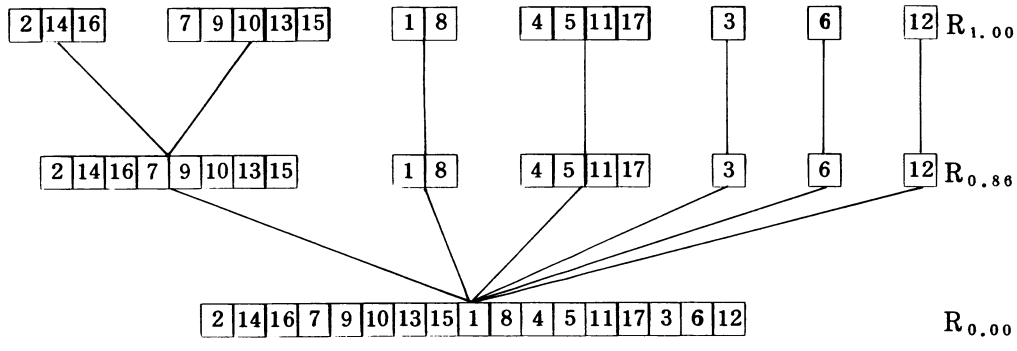


図 2.4　分割樹形図

近似グラフから，選択の関連構造がわかり，また，分割樹形図から，集団の成員が類別される。これらを総合すると，図2.5のソシオグラムが得られ，これから，学級における人間関係がかなり明確になる。ここで，同じ模様のノードは，同一のグループ成員，2重丸は，孤立成

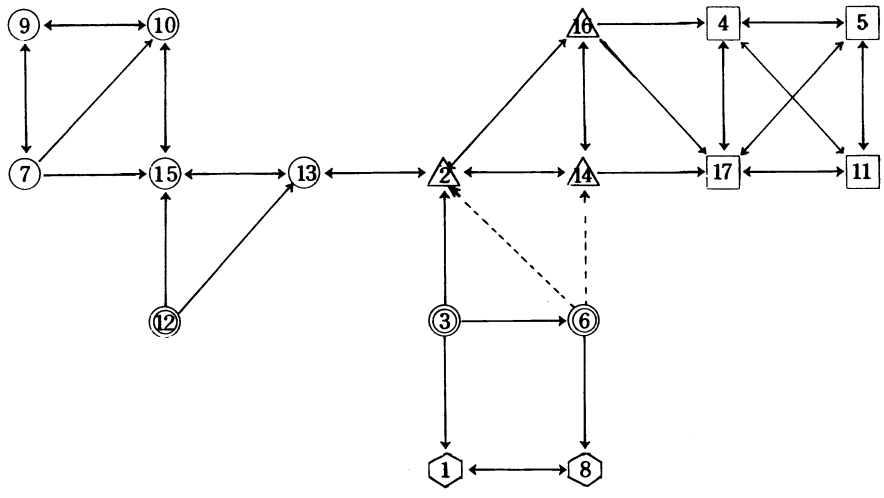


図 2.5　ソシオグラム

員を表す。

実際，4，5，11，17はダンス部，1，3，6，8は陸上部，13，15はギター部の部員であり，17はクラス委員である。また，修学旅行などグループ分けを必要とする際3，6，12などの孤立成員をどのグループに帰属させればよいかが明確になる。

末筆ながら，本研究に関しては，早稲田大学の洲之内治男教授，滝沢武信助教授，宮城教育大学の森岡正臣助教授，拓殖大学の竹谷誠助教授，カリフォルニア大学のL．Zadeh教授，および，スタンフォード大学のJ．Greeno教授に感謝する。

参考文献

〔1〕L．Zadeh：Similarity Relations and Fuzzy Orderings, Information Science 8，1971.

〔2〕竹谷，森本，岡田：ファジイ理論を応用したソシオグラム解析法，電子通信学会 ET－2，1981.

〔3〕森岡，滝沢，山下：ファジイグラフの比較差異抽出法（I），（II），電子通信学会 ET－2，1982.

〔4〕竹谷誠：A Clustering Method for a Fuzzy Digraph Based on Connectedness, IFAC Symposium, 1983.

〔5〕洲之内，山下，滝沢，祝原，森岡：Crisp Relation and Fuzzy Relation of a Fuzzy Graph, NAFIPS Ⅳ，1985.

〔6〕山下，勝又，津田：ファジイグラフの近似システムと応用，IFSA－JC 大会 Ⅲ，1987.

〔7〕津田，勝又，山下：テストのファジイクラスター分析，日本数学会大会（春），1988.

〔8〕山下，勝又，津田：ファジイグラフの近似表現と応用，日本数学会大会（春），1988.

〔9〕勝又，津田，山下，竹谷：Computer－Assisted Approximate Ordering of Fuzzy Graphs, ICTE Ⅴ，1988.

〔10〕津田，勝又，山下：Instructional Cluster Analysis Applying Fuzzy Graph, ETIC XXⅢ，1988.

〔11〕山下元：Fuzzy Clustering and Ordering in Instructional Analysis, NAFIPS Ⅶ，1988.

〔12〕勝又，山下，津田：Instructional Analysis Applying Fuzzy Clustering, IFSA－JC Ⅳ，1988.

〔13〕山下元：Approximate Analysis System of Instruction Programs, ICTE Ⅵ，1988.

〔14〕山下元：Approximation Algorithm of Fuzzy Graph and Its Application, IFSA Ⅲ，1989.（予）.

メタ・ファジイ集合

meta-Fuzzy Sets

上石 陽一　徳永 雅彦　中村 健　山口 英俊　渡辺 正明
Yohichi Ageishi　Masahiko Tokunaga　Ken Nakamura　Hidetoshi Yamaguchi　Masaaki Watanabe

株式会社 アドイン研究所　システム開発部
AdIn Research, Inc.　System Development Dept

Abstract:
One important factor in multi-objective systems is the function to estimate utility. Multi-attributed utility function is also hoped to be effective. Still, analytical improvements of the multi-attributed utility function is not useful to many users yet.
In this paper, we present an improvement on multi-attributed utility function and the application of this function to multi-objective ploblems.
We also propose a method to describe subjective knowledge using meta-fuzzy sets. Subjective knowledge is gathered through questionnaires and has the stance attribute (i.e. position, rank, etc). This kind of meta-fuzzy method results in an intelligent improvement of assessment systems.

1．概要

社会的要素を組み込むアセスメントシミュレーションや感性選択問題あるいは高度の効用を目的とするＦＭＳなどでは、物理的制御系の要素などと異なり、システム内部の評価関数は複雑で主観的、かつ非独立関係の形で記述される場合が多い。

ファジイ理論は主観記述に優れるが、制約双方向伝播、非線形的記述等に改良を要し、筆者らは重心軌跡型分布パターン化手法と目的主導型制御系とを提案した[1]。多目的システムについては、効用の評価関数が重要で多属性効用関数が注目される。しかし必ずしも多属性効用関数の分析的な改良が多くのユーザに有用であるとはいえない。本報告では多属性効用関数の改善と多目的問題への応用を示し、主観的知識をメタ・ファジイ集合で記述する方法を提案する。主観的知識はアンケート収集から得られ、スタンス(立場、位置)を属性とする。メタ・ファジイによる方法によってアセスメントシステムのさらなる知的向上が期待できる。

2．システムダイナミクスにおける知識表現

2.1システムダイナミクス

経済活動も生産活動もすべて変動しつつあるプロセスのなかでの目的追求を行うプロセスコントロールで、最終の結果というものはなく、あるのは途中の成果とその累積である。このようなプロセスは予測のつかない形でたえず不規則に変動する。プロセスの過程で目標を達成するには評価者の意思を反映するモデルが必要。社会システムは価値観と状況の双方の変動を含んでいる。外界の変動は状況の変化として捉えるがこの内外界の領域区分は評価者と受益との関わりにより定まる。

評価者のスタンス(立場)は目的や受益を一義的に選択し、デシプリン化された共通基盤が生成されるため評価知識の同一性は大きくなる。立場そのものが最も重要な知識である。

システムダイナミクスでは、知識獲得と同時に知識更新がしやすいことが重要である。両者共に知識数／投下時間の比率はさほど多くはない。システム構築時は小量の知識でも利用し始めることが、システム完成への１里塚となり、構築後は知識更新に削く時間は極力制限される。知識提供者が更新の意欲を保持することと、更新が容易であることが前提となる。意欲はシステムとの連携感がもたらす。更新の容易さは、立場を等しくした知識であることと、記述の柔軟さによる。

2.2価値観の変動

個人の価値観の変動は、その歴史(時間)と対象問題にたいするスタンス(位置)とでユニークなものとなる。評価知識は対象に即して価値(効用)観を述べた結果で、個人毎に、かつその時々により変化し、個人の経験、歴史および周囲との交流により決まるものである。単に好悪の選別や影響の強弱といった単純な関数化では表現しにくい。

提供する知識と現実に活用される効用関数との隔絶は提供者の無責任さを発生させる。価値観を正確に獲得するには効用関数記述の改善が必要である。価値観の変動を正確に掴むためには、評価者が自分と同じ立場により記述された知識であることがよく分かること、微妙な記述修正が可能であること、立場が同一であるために連帯感があり知識更新の意欲を持てること、などが大切である。

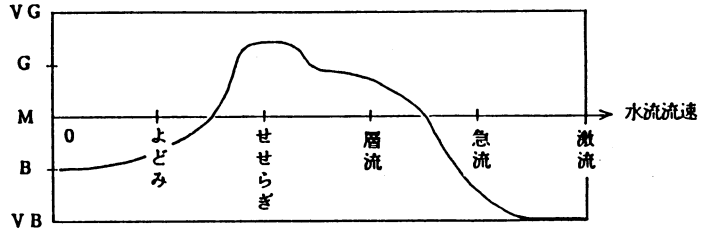


図1．親水公園水流好悪曲線（平均値）

2.3評価関数の主観的表現

主観的であることは決してそれが無益な知識を意味するものでない。それは個人の歴史であるから特定の事象に対して判断がバラ付き、共通部分が少なく、数量化の取扱が困難となる。

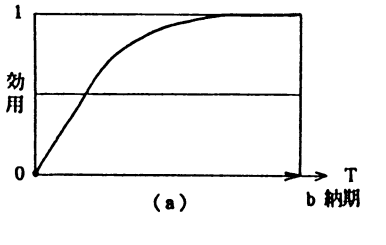
このため数理的、統計的にも価値が少ないと見なされたという事である。多属性効用理論の属性値／効用値を厳密な1対1対応とせずにファジイ関係をもたせる試み[2]も有用であるが、次項以下に示すように、依然として関係の複雑さの取扱いは困難である。

多属性効用理論での正規化効用関数は単調さ(微分値符号一定)を基礎に2次程度の増加関数(選好構造)を用いるが、低次関数は人の多様な価値判断を表しにくい。単純な属性の好悪反応計測でも、属性値の増加に対し効用値が複雑な非線形パターン表現(図1)となる場合が多い。

人の感性の成立ちの仕組みを科学的に究明することは、個人の経験の深みに向けて因果関係をすべて分析するに等しく困難であり、かつ分析により独特の判断を喪失する可能性が多くなる。

ここでいう分析とは属性独立性を分析の基礎とする方法を指し、属性を多く分類するにしたがい知識のブラックボックス化につながる可能性が多いと考えられる。

反対に2.5項で述べるリスクファクタ記述などはむしろ積極的に取り上げ分析することでシステムの構造はさらに高いものとなると思われる。



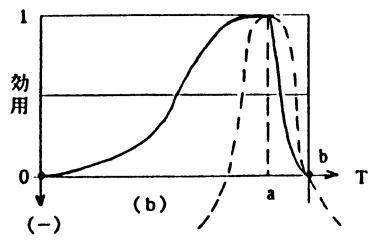


図2．加工時間効用関数

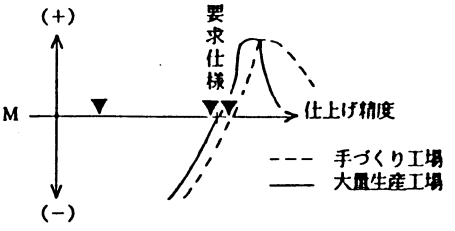


図3．仕上げ効用関数

2.4環境のかねあい

特定の環境は異なる場所と時間によって発生する。場所とは、生産、生活、地域などの拠点を意味し、それぞれ特有の受益知識が表れる。次に時間はその拠点においての歴史と状況の積み重ねによる知識の変化を意味する。

例えば図2(b)の実線に示す実際の加工現場の知識収集では、加工時間(属性値)が納期bに向うにつれ効用値も上昇するが、納期手前aで下降線をたどり始める。　評価者のベテラン作業員が、加工ラインの実状(加工工数、搬出などのバラ付き)からリスクを複合知識として評価に繰り入れているためである。　a-b間はその現場特有の知識である。　図2(a)は通常の効用関数、(b)図の破線はジャストインタイム思想が徹底した後の作業員の知識の変化を示す。

このような特定環境においては図3の効用関数のように「常識」が有効であり、評価者は常識より上か下かという対比評価を行うことが多い。

そしてこの効用値は簡単に正規化出来ない。効用値の大小は同一スタンス内でほぼ同等の尺度で記述されると考えると、正規化関数に変換するタイミングは統一効用を決定するための各スタンスのメンバシップを定めた後が最適であり、知識獲得当初に正規化を行うことはできない。

互いに相反し、周囲環境により変化する評価指標、これらのバランスをどの様に取るかがＦＭＳスケジューリングにおける多目的評価の課題である[3]。このことは、工場の中だけでなく、環境アセスメントなどダイナミクスとして捉える場合には共通で、状況の微妙な変化を把握するためには高次の効用関数記述を必要とする。

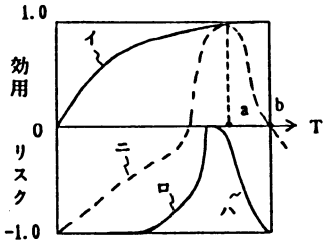


図4．加工時間リスク関数

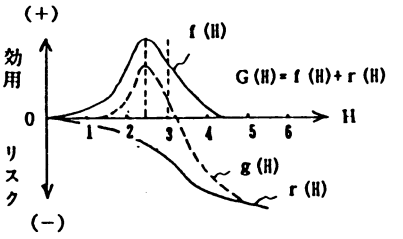


図5．ジャングルジム高さ効用関数

2.5リスクファクタ

2.5.1リスク分析

危険因子(リスクファクタ)は、条件のからみが有ったとき、変動する特定状況のもとで発生する目的阻害要因、反利益条件などをいう。リスクファクタは外部条件だけでなく、時間経過からも発生する。観測すべき情報をすべてオンラインで入手できない場合、時間経過とともに、以前に持っていた情報とその推論結果の確からしさは低下する。

前2.4項の環境変動を図4において、効用関数(イ)とリスク関数(ロ,ハ)とに分解すると、非線形関数(ニ)はそれらの合成関数と見なせる。通常の効用関数では最大値を取るべき処で効用を無効にしている。工場など生産過程ではリスク発生はすべてマイナス要因となる。しかし環境アセスメントなどでは、リスクを下げる方向に属性をたどると高い効用が共存する場面がある。図5のようにある程度少ないリスクは、効用面では逆に好ましいスリルであると見られる。

2.5.2リスクファクタ記述

全効用関数g(H)より、分解した効用f(H)を積極的に生かし、その部分のリスクr(H)を減少せしめるような策を得れば全効用も改善される。リスクファクタを記述することは、対象問題の性格特徴を明かにし、突然の効用の解消(カタストロフィ)を予測することができる。マイナス要因を積極的に記述するための否定、拒否などの効用関数記述を用いた効用演算手法を以下に記す。

非線形パターンは属性のレベルに応じた効果、逆効果の大小の集合である。図4に示したように正規化されない非線形パターンは簡単にマイナス表現ができる。よって否定形表現により特定組合せ領域をタブー視したり、特定名義の効用を強調表現したりできる。同じ属性についての効用関数とリスク関数は図4のように合成でき、合成関数を効用関数として使用できる。一般にアンケートを取った時点では分布関数から合成関数が算出できる状態にあり、これを積極的に分析するときリスクが明確になる。

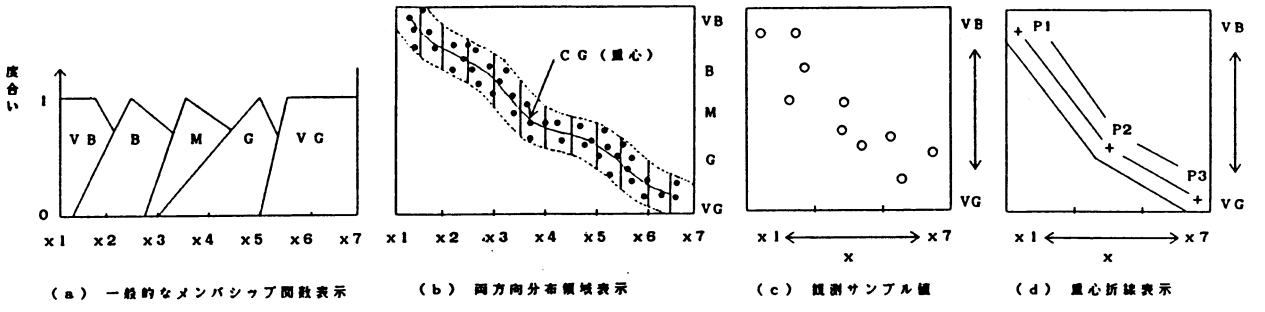


図6．重心軌跡型ファジイ記述法

2.6重心軌跡型ファジイ関数の提案

2.6.1分布を含む重心軌跡型ファジイ関数

あいまいな知識は主観的なものであるため、修正などを適切に行うためには知識提供者が関数を見て素直に分かる必要がある。図6(a)は文献などに現れる一般的なメンバシップ関数表現の例である。この図に表現された各メンバシップ関数は相互の関数が入り組んでいる。このような表示であると各メンバシップ関数同士の交点より上の部分の意味は明解であるが、交点より下に行くほどその範囲の意味するところが捉えにくくなり、ＶＧ(大変良い)関数の裾の広がりをもう少しｘ6の近くにもってゆくと意味はどの程度変化しているのかなど直感的に理解しづらい。

次に知識の表現における構文の倒序の問題について述べる。図6(a)に表示されている関数を言葉に置き換えると「対象のｘについて、とても良いといえるレベルに該当する度合はｘ６以上は全て、ｘ６以下は次第に少なくなりｘ５で殆ど０となる。」ということになる。これでも図の説明としては分からなくもないが、知識を記述した結果としてはぎこちなさが残らないであろうか。

普段言葉で述べるときには「ｘの大きさがｘ６以上ならとても良いと思うし、ｘ５あたりではまあ良いくらいかな」と素直に表現できる。

前者は[結論]--[前提条件]の順に、後者は[前提条件]--[結論]　の順にそれぞれ記述している。

この後者の順に従い記述しやすく、見て分かりやすい記述法を表したものが図6(b)～(d)である。(b)図は分布領域を示すが、図中、分布の中心をなぞった実線CGは分布の加重平均の軌跡である。(b)図のように多くのサンプルを確保することは実際の現場ではまれで、(c)図に示すような断片的知識から連続的な関連を表示することが多い。(c)図を連続な形に置換したものを(d)図に示す。(d)図の折線は(b)図の重心軌跡CGに等しく、(a)図では各メンバシップ関数の頂点を順次なぞることと等しい。

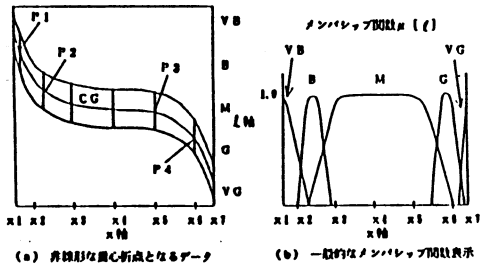


図7．非線形関数の表記

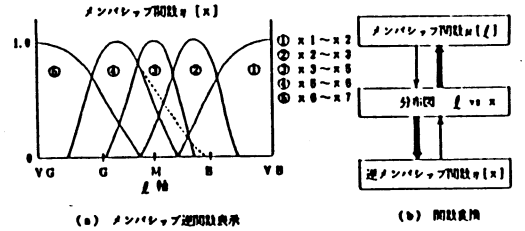


図8．メンバシップ逆関数

図7(a)は非線形関係表示の一例で関数μのlevelと台集合の関連を分布図に表した。

(b)図は(a)図のlevel[VB,VG]毎に集計したメンバシップ表示である。(a)図折線CGは分布重心の軌跡で(b)図のメンバシップ関数頂点の軌跡に等しく対象を連続的に記述できる。

重心軌跡の利点は断片的知識の連続的制御関数化[4]を必要とする場合や加工セル作業分担の効果やロボットの接近安全など知識が非線形な場合[5]にある。自律的システムの改善は現場の経験的知識獲得を必要とし、知識は明解な記述を必要とする。

2.6.2メンバシップ逆関数の表示

従来のメンバシップ関数表示では計測尺度を台集合に、度合levelをfuzzy関数とした。度合も普通比例尺度のfuzzyな表現であるから両者共台集合になり得る。図8は図7(a)分布図から[度合]を台集合(要素)とし[計測尺度]をlevelとしたメンバシップ関数の逆関数ηの表示である。

図8においてη[x5,x7]の裾を破線に変更する知識更新が「x5,x6の範囲は大半悪く多少並」に対し「たまには良いものも混じる」の意味の付加に等しく、fuzzy関数をcrispな計測値で区分し、fuzzyな度合を台集合とすると言葉の表現と逆関数の図の表示が一致し違和感がなくなる。

図8(a)がさらに緻密に記述されていれば図7(a),(b)の関係同様、元の重心軌跡分布図を再現できる。一般的fuzzyメンバシップ関数μと逆関数ηとは直接には変換可能ではないが重心軌跡を含む分布図を介して図8(b)に示す双方向変換が可能で、システムは分布図形式で知識を蓄えれば充分であり、多目的システムのill-structureな知識記述の自由度が同時に得られる。逆関数表示をマンマシンインタフェイスとして知識入力を行い、内部記述を分布パターン形式で使用し、従来のfuzzy演算との接続時のみ図7(b)の(通常の)メンバシップ関数を生成するなどが可能となる。

2.6.3分布を含む重心軌跡型ファジイ関数の特徴

分布を含む、重心軌跡型の表記は次のような特徴がある。

1)メンバシップ関数の更新が分かりやすく人によって意味を取り違えない。
2)非線形な度合を受け付け(記述し易く)技術用語や度合でなく図形表現で表せる。
3)用語対応でなく連続的表現にできる。
4)分布的数量の計測からの分布関数作成、重心軌跡関数抽出が簡単。
5)リスクファクタを記述するための否定や拒否を強調したマイナス表現ができる。
6)アンケートによる効用抽出後リスクファクタの分離・合成が可能。

3メタファジイによる知識記述

3.1スタンスの区分

スタンス(立場)が受益層を代表し、異なる立場にあれば受益が正反対となることもある。

このため評価者の立場が大きく影響する対象では、評価の結果が天地ほど離れる場合がある。「立場」とは、社会的な多くの属性の内で対象問題に限定された属性の総称であり、かつ属性の中の主要な階層・構造を暗黙にでも含んでいると理解できる。

元来総合利益を生み出す元となる各部署に対しては、部署毎の利益獲得のための明解な指針をあたえるため、当然部署個々の利益にかんする評価知識は矛盾することが普通である。

社会システムにおいては総合利益という連携意識が薄い分だけよけい立場と受益の違いは際立つ。
制御や物流に限らず経済動向予測などでも対象、評価共に短期間で変化する。
評価知識の無理な統一は受益層個々の特色を失わせる。 一般にＯＡ問題が悪構造となる背景にはシステム分析が各々の立場を無視し、統合化された見解を定義しようとしていることから発生するシステム構築側の問題が含まれている。
受益立場による知識は変動する動向を最も速く的確に反映するため立場別の分離獲得が有益。

3.2推論の経過の説明性
対象が社会的である場合の評価の特徴は評価対象側にもメンバーが存在することで、彼らにも評価経過が理解し易い必要がある。 筆者等は受講者の理解度を把握、的確な示唆を与えるシステムの構築を目的として、重心軌跡型ファジイ表記法を使用し、評価側は目的が素直に表現でき、受講者は親密なガイダンスが得られる評価システムを報告した[6]。

3.3メンバシップ関数処理における独立性の喪失
fuzzyメンバシップ関数条件部のmin処理上の独立性喪失がある。本来独立である前件部のメンバシップ関数適合度を個別に同定せず、前件部の適合度をmin処理で求めた後に後件部に使用する。
条件干渉により実行則選択の精度が不明確となる。
荒いルール記述のとき際立ち、前件関数の積に相当するルールで埋め尽くしたときは解消するが、fuzzy関数を用いたことによるルール圧縮の利点は消える。抜本的な解決は、条件に付いて独立に同定したのち条件対実行関数マップに照合させること[1][6]である。

3.4属性組合せによる知識の非独立性
問題に精通している評価者の知識は関数の組合せ、非組合せを駆使して多様な評価記述を行う。
ＡＨＰ法で使われる１対比較のように予想できるシーンについて２関数の要素の重要度を問いかける方法では、ベテランからはおざなりの回答しか得られない。
また知識のバラ付きについては、問題に対する経験の差があるため属性の部分的に異なる相関関係、異なる独立関係が現れる。次項のようにスタンスに注目すれば、属性組合せの違いもまた重要な知識であると考えられる。これらの獲得知識は、組合せの形と母集団の中の割合(シェア)などのありのままの記述による蓄積が望ましい。

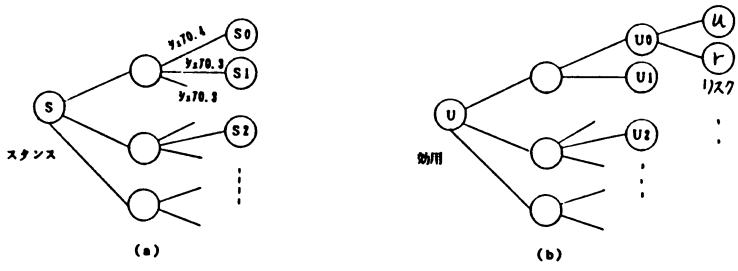


図9．マルチ意味ネットワーク知識記述

	U0	U1	---
S0	R_{00}	R_{01}	--
S1	R_{10}	R_{11}	
S2	⋮		
⋮			

図10．ネットワーク間関係行列

3.5メタファジイ関数の提案
価値関数の名義は分離せず同じくし(図9(b))、スタンスの違いを利用(図9(a))して知識の分離をする。このことによって、思想的にあるいは利害面で同一レベルの知識の束を構成できる。
母集団から立場の違いで分離した評価関数の束を構成し代表関数は測度範囲あるいは重心軌跡とする。評価モデルでは評価関数は多属性効用関数として捉えることができ、その評価属性が互いに独立の関係になくとも、その関係の数量化が知識ネットワーク上で可能で有れば、全体の多属性効用関数はそれら評価属性の統合された関数として表現することができるはずである。
この為に、図10のごとく関係行列による算術処理が可能な形式に知識が変換できるようにした。
マルチ意味ネットワーク上に評価モデルを構成。上層は特定状況下で正しく評価できる専門家のシェアを設定。
スタンス別評価関数群を下層の固有名称ノードとしスロットに関連項目インデクスと知識獲得時シェアを記述、インスタンスに分布と代表関数を記述し、メタファジイ関数を専門評価層に実現。
下層の専門評価層は対象との評価照合結果を算出し上層に伝達する。 多項関係の記述も同様に多次元空間上の関係記述として扱うことが可能。
知識が得られた部分にのみ複合ネットワークを可能とする。

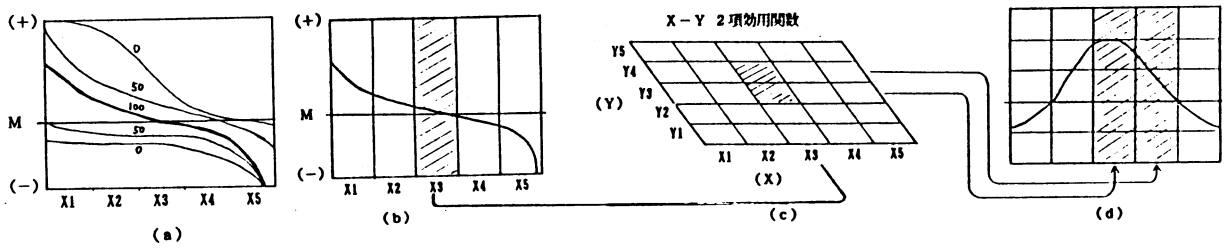


図11．多項関係知識の記述と合成

3.6.2二項～多項関係の記述

2項目に関係して知識表現を獲得しようとすると、1属性効用記述、部分的2属性組合せ効用記述、などが入り交じっている。2項目を分離して価値観数とすることは誤りであろうし、また2項目の組合せ平面の上にすべてを記述することも、明かに一部の知識を変質させることになる。

切り放せない知識は関係する部分のみを、そのままに記述することが望ましく、その部分は図11(c)に示すように2次元平面の上に関係マトリクスの要素として記述されればよい。

2項間組合せがある程度密接な場合、知識を記述する人間の側に2項関係が経験の上でできあがっている(アンケート結果が大半同一)ならば、よけいな操作は不要で、そのまま2次元平面へ記述できる。

上記のいずれかの2項関係に関して、別に1項単独について知識記述がされたときの取扱は、まず1項記述を行っておき、インデックスをたどり照合を誘導し(図11(b)(d))、各々の知識に付いて照合し知識の表現の集団割合(スタンス別シェア)に応じて加重平均する。

4評価手順

本論では上記メタファジイ関数を使用した評価の手順の詳細は省略するが概略は下記。

状況がダイナミックに変動するシステムではこの手順以前に状況判断部を設ける。

(1)評価知識選択 [問題の区分, 専門化知識] → [シェア付け評価知識] (状況バランス)
(2)評価 [シェア付け評価知識, 評価対象] → [重み付け目的関数] [評価]
(3)改善案出力 [評価結果, 解析知識] → [総合評価] [改善策]

5．結論

以上、本論ではアセスメントを主な応用対象とする多目的システムの評価機能に付いて述べた。

率直確実な評価を行うため、多属性効用関数の改善、および効用関数とスタンス区分知識とをマルチ意味ネットワーク上に構築し、ネットワークにて関数を合成する方式に付いて提案した。

また、効用関数は高次の非線形パターンで、かつ多項組合せで記述できるようにし、合わせてメタファジイ関数の集合演算により上記の関数合成を可能とした。

以降の研究では、評価の推論経過をアクティヴに制御することと、評価多次元空間が非凸組合せであるまま探索をおこなうことを当面の目標とする。また本論の評価機能をＦＭＳやＣＩＭその他へ応用拡大することも実施していきたいと考えている。

本論が多属性効用理論の応用面を多少なり広げることができれば幸いである。

最後に、一連の高度適応を目指してファジイ研究とその応用開発の機会を頂いている㈱アドイン研究所代表取締役　佐々木浩二社長に深謝致します。

6．参考文献

[1]上石 : ファジイ推論を用いた自律的制御システム, 第2回人工知能学会全国大会論文集, pp269-272(1988)
[2]野口, 永野, 金安 :ファジイ多属性効用理論の水道評価への応用, 第3回ファジイシステムシンポジウム講演論文集, , pp13-18(1987)
[3]田村, 松林, 中村 :第1回インテリジェントＦＡシンポジウム講演論文集, , pp17-20(1987)
[4]竹腰, 橋本, 青木 :エキスパートシステムによる高炉熱制御, システムと制御, 1.31-7, pp490-495(1987)
[5]David E. Rumelhart : Introduction to HUMAN INFOMATION PROCESSING, John Wiley & Sons, Inc. , (1977)
[6]徳永, 上石, 永井, 泉水, 和田 :あいまいな推論による習熟度評価システムの開発, 第2回人工知能学会全国大会論文集, , pp533-536(1988)

ファジィ測度・Choquet積分を用いた評価モデルの解析

An Analysis of Evaluation Model using Fuzzy Measure and the Choquet Integral

森　勉*　Tsutomu Mori
室伏　俊明**　Toshiaki Murofushi

* 松下電器産業株式会社
Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.
** 東京工業大学　総合理工学研究科
Tokyo Institute of Technology

ABSTRACT

This paper describes a study of evaluation model using fuzzy measure and the Choquet integral. A human being always evaluates the present state of things and determines his own behaviour. The realization of human subjective evaluation process is useful in fields such as education and management. To model human evaluation process is important thing.

In this paper a new algorithm is developed to identify fuzzy measure one after another from real data. The developed scheme, Fuzzy measure Identification Algorithm(FIA), is shown to simply cope with new data through computer simulation.

Lastly, the Choquet integral model and FIA are applied to an example: human evaluation of his own town

Through the example, the Choquet integral model based on fuzzy measure is fitted to human subjective evaluation model.

1．はじめに

人間を含むシステムの性能をよくするためには、人間以外の要素の性能を向上させるだけでは達成されない。たとえば、飛行機の場合、飛行機が初めて飛んでから８０年余りの間にハードウェアの性能は非常に向上し、ハードウェアの故障による事故は激減したが、人間の操作ミスなどのヒューマン・エラーによる事故は減少していない。これは、飛行機の安全航行というシステムにおいて人間の要素が重要であることを示している。システムの要素としての人間の機能は、「熟練した人間がある目的（対象）に対していろいろな情報を主観的に総合し評価すること」である。したがって、熟練した人間がいかに情報を主観的に総合・評価するのかを数学モデルで表現することは、極めて重要なことである。しかし、人間の主観的評価にはあいまいさが伴う。このあいまいさを扱う一手法として、ファジィ測度・Choquet積分が提案されている。[1]

本報告では、ファジィ測度・Choquet積分を用いて人間の主観的評価過程をモデル化する。（図１）　図１は、$h : K \to [0,1]$, $K = \{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$ という入力から、出力ｚへの入出力関係をモデル化したものである。
なお、$h(s_i)$ は各因子 s_i に対して評価値を与える関数である。また、実測データからファジィ測度を同定する新しいアルゴリズムを提案する。最後に、「住んでいる町の評価」に関するアンケートに対する応用例について述べる。

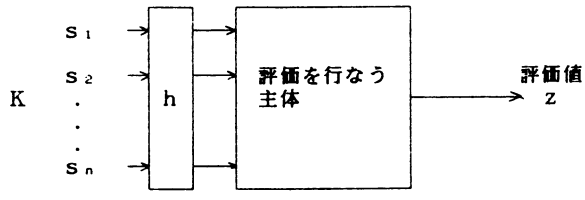


図１　評価モデル

2．ファジィ測度とChoquet積分

2.1　ファジィ測度 [2]

要素の数がｎ個の集合を $K = \{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$ とする。2^K 上の集合関数
$g : 2^K \to [0,\infty]$ が次の性質を満足すれば、これをファジィ測度という。

(1) $g(\varnothing) = 0$
(2) $A, B \in \mathcal{P}$, $A \subset B \Rightarrow g(A) \leq g(B)$

2.2　Choquet積分 [1]

被積分関数 ｆ が単関数 の場合には次のようになる。ここでは、$a_1 < a_2 < \cdots < a_n$ となるように番号をつけ変える。そして、$A_i \underset{j=i}{\overset{U}{}} D_j$ とおくと、ｆのChoquet積分は、

$$(C)\int f\,dg = \sum_{i=1}^{n} (a_i - a_{i-1}) g(A_i)$$

と表される。

3．ファジィ測度の同定

3.1　問題の記述

本研究においてファジィ測度の同定とは、図３．２のブラックボックスをChoquet積分モデルでモデル化した際、実測値に一番合ったファジィ測度を求めることである。Choquet積分モデルのファジィ測度の同定に関する研究には、モデルの出力と実測値の差の２乗誤差を最小化する問題を凸２次計画問題に帰着させ、その解法アルゴリズム Lemke法 により解くものがある。[3]

N個のデータセット
$\{h_m(s_1), h_m(s_2), \cdots, h_m(s_n), z_m\}$ $(m=1,\cdots,N)$があったとき、以下のように定式化できる。

$$\bar{z}_m = (C)\int_K h_m(s_i)\,dg \qquad z_m$$：実測出力

$$e_m = z_m - \bar{z}_m \qquad \bar{z}_m$$：モデル出力

$$P = \sum_{m=1}^{N} e_m^2 \qquad P$$：指標

e_m：出力誤差

N：データ数

この方法には、次のような問題点がある。

(1) 動作指標がPであるため、データ上のノイズの影響を受け同定されたファジィ測度が必ずしもそのシステムを表わしているとは限らない。

(2) 新しいデータが入ってきた場合、対処しにくい。

そこで本報告では、上記の問題点を解決するために、ファジィ積分モデルに対して石井[4]が提案した学習形ファジィ測度同定アルゴリズムに対応するアルゴリズムを、Choquet積分モデルに対して開発した。

3.2 ファジィ測度同定アルゴリズム（ＦＩＡ）
Fuzzy measure Identication Algorithm

3.2.1 ＦＩＡの説明
本研究では、石井が採用したモデル規範形同定器の考え方を採用した。（図３.１） これは、初期のファジィ測度を適当に設定し、データが入る度に出力誤差ｅの大きさに従ってパラメータを調節するものである。ファジィ測度同定アルゴリズムのフローチャートを、図３.２，図３.３に示す。

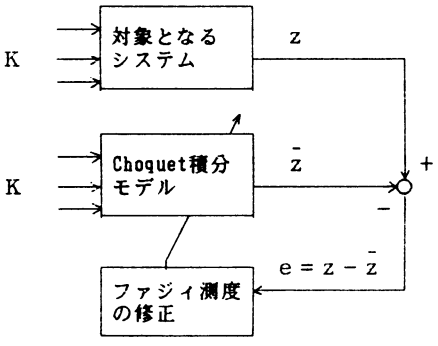


図３.１ ファジィ測度同定システム

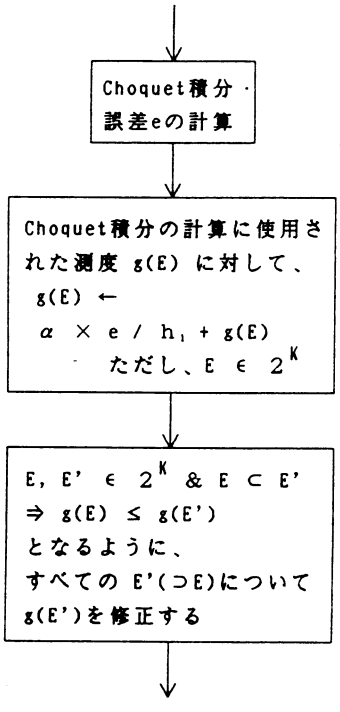


図３.３ １個のデータに対する修正アルゴリズム

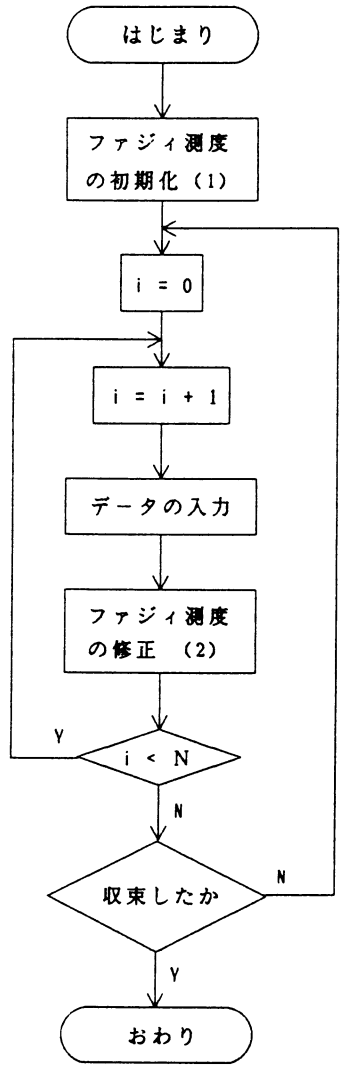


図３.２ ファジィ測度同定アルゴリズム

3.2.2 ＦＩＡの性能

ＦＩＡの性能を確かめるために、次の４つの実験を行なった。

① 任意の初期測度から、ＦＩＡを使って真のファジィ測度を求めた。
② ノイズの乗ったデータに対してＦＩＡを適用してノイズの影響を調べた。
③ データ数の違いによって、ＦＩＡの収束先がどのようになるか調べた。
④ h（s_i）のとる値の自由度の違いによってＦＩＡの収束先がどのようになるか調べた。

また、データは既知のファジィ測度（表３．１）から作成したものを使用した。

表３．１ データを作成するための測度

G_1

G(1)=0.1000	G(1,2)=0.3000	G(1,2,3)=0.8000
G(2)=0.1000	G(1,3)=0.3000	G(1,2,4)=0.8000
G(3)=0.1000	G(1,4)=0.3000	G(1,3,4)=0.8000
G(4)=0.1000	G(2,3)=0.3000	G(2,3,4)=0.8000
	G(2,4)=0.3000	
	G(3,4)=0.3000	
G(K)=2.0000		

G_2

G(1)=0.1000	G(1,2)=0.3000	G(1,2,3)=0.5000
G(2)=0.2105	G(1,3)=0.3235	G(1,2,4)=0.8667
G(3)=0.2353	G(1,4)=0.7333	G(1,3,4)=0.8824
G(4)=0.6667	G(2,3)=0.4211	G(2,3,4)=0.9474
	G(2,4)=0.8070	
	G(3,4)=0.8235	
G(K)=1.0000		

結果を次に示す。
ここで、Ｐは

$$P = \sum_{n=1}^{N} e_n^2 \ / \ n$$

とする。

① 表３．２に示した測度を初期値とした。ＦＩＡを適用した結果を表３．３に示す。ここでは、h（s_i）のとる値が（0, 0.5, 1）の３値で、$(0, 0.5, 1)^4$ を網羅する８１個のデータを使用した。

表３．２ ＦＩＡの初期測度と結果の測度

G_3（確率測度）

G(1)=0.2500	G(1,2)=0.5000	G(1,2,3)=0.7500
G(2)=0.2500	G(1,3)=0.5000	G(1,2,4)=0.7500
G(3)=0.2500	G(1,4)=0.5000	G(1,3,4)=0.7500
G(4)=0.2500	G(2,3)=0.5000	G(2,3,4)=0.7500
	G(2,4)=0.5000	
	G(3,4)=0.5000	
G(K)=1.0000		

G_4

G(1)=0.1000	G(1,2)=0.1000	G(1,2,3)=0.1000
G(2)=0.1000	G(1,3)=0.1000	G(1,2,4)=0.1000
G(3)=0.1000	G(1,4)=0.1000	G(1,3,4)=0.1000
G(4)=0.1000	G(2,3)=0.1000	G(2,3,4)=0.1000
	G(2,4)=0.1000	
	G(3,4)=0.1000	
G(K)=0.1000		

G_5

G(1)=0.1500	G(1,2)=0.4500	G(1,2,3)=0.7500
G(2)=0.2000	G(1,3)=0.5000	G(1,2,4)=0.8000
G(3)=0.3000	G(1,4)=0.5500	G(1,3,4)=0.8500
G(4)=0.4000	G(2,3)=0.6000	G(2,3,4)=0.9000
	G(2,4)=0.6500	
	G(3,4)=0.7000	
G(K)=1.0000		

G_6

G(1)=0.1000	G(1,2)=0.3000	G(1,2,3)=0.8000
G(2)=0.1000	G(1,3)=0.3000	G(1,2,4)=0.8000
G(3)=0.1000	G(1,4)=0.3000	G(1,3,4)=0.8000
G(4)=0.1000	G(2,3)=0.3000	G(2,3,4)=0.8000
	G(2,4)=0.3000	
	G(3,4)=0.3000	
G(K)=1.9998		

G_7

G(1)=0.1000	G(1,2)=0.3000	G(1,2,3)=0.5000
G(2)=0.2105	G(1,3)=0.3235	G(1,2,4)=0.8667
G(3)=0.2353	G(1,4)=0.7333	G(1,3,4)=0.8824
G(4)=0.6667	G(2,3)=0.4211	G(2,3,4)=0.9474
	G(2,4)=0.8070	
	G(3,4)=0.8235	
G(K)=1.0002		

表３．３ 異なる初期測度による実験結果

初期値	結果	真値	反復回数	P
G_3	G_6	G_1	199	0.0
G_4	G_6	G_1	199	0.0
G_5	G_6	G_1	203	0.0
G_3	G_7	G_2	97	0.0
G_4	G_7	G_2	101	0.0
G_5	G_7	G_2	99	0.0

② ①のデータのｚに、Ｎ（0, σ^2 ）の正規乱数を乗せたデータを使用した。結果を表３．４に示す。

表３．４　データのノイズの影響の実験結果

初期値	結果	真値	反復回数	ノイズの分散	P
G_3	G_8	G_2	116	0.00096	0.00087
G_3	G_9	G_2	70	0.0125	0.0117
G_3	G_{10}	G_2	74	0.0625	0.0605
G_3	G_{11}	G_2	79	0.1250	0.1211

G_8

G(1)=0.0825　G(1,2)=0.2780　G(1,2,3)=0.4919
G(2)=0.2019　G(1,3)=0.3260　G(1,2,4)=0.8760
G(3)=0.2230　G(1,4)=0.7395　G(1,3,4)=0.8780
G(4)=0.6776　G(2,3)=0.4167　G(2,3,4)=0.9444
G(2,4)=0.8186
G(3,4)=0.8178
G(K)=0.9820

G_9

G(1)=0.0888　G(1,2)=0.2553　G(1,2,3)=0.5422
G(2)=0.2071　G(1,3)=0.2425　G(1,2,4)=0.8681
G(3)=0.2213　G(1,4)=0.7167　G(1,3,4)=0.8992
G(4)=0.6793　G(2,3)=0.3543　G(2,3,4)=0.9029
G(2,4)=0.8681
G(3,4)=0.8973
G(K)=0.9083

G_{10}

G(1)=0.0757　G(1,2)=0.2686　G(1,2,3)=0.5657
G(2)=0.1623　G(1,3)=0.2033　G(1,2,4)=0.8513
G(3)=0.2026　G(1,4)=0.7408　G(1,3,4)=0.9172
G(4)=0.7297　G(2,3)=0.3222　G(2,3,4)=0.9255
G(2,4)=0.8496
G(3,4)=0.9151
G(K)=0.9366

G_{11}

G(1)=0.0830　G(1,2)=0.1996　G(1,2,3)=0.7007
G(2)=0.1223　G(1,3)=0.2256　G(1,2,4)=0.8290
G(3)=0.2239　G(1,4)=0.7494　G(1,3,4)=0.9193
G(4)=0.7308　G(2,3)=0.2638　G(2,3,4)=0.9265
G(2,4)=0.7978
G(3,4)=0.9074
G(K)=0.9363

③　データのｈ（s_i）のとる値は ① と同じ。データ数を、８１，７０，６０，４０，２０として実験を行なった。結果を表３．５に示す。

表３．５　異なるデータ数のデータによる実験結果

初期値	結果	真値	反復回数	データ数	P
G_3	G_7	G_2	97	81	0.0
G_3	G_{12}	G_2	141	70	0.0
G_3	G_{12}	G_2	112	60	0.0
G_3	G_{12}	G_2	172	40	0.0
G_3	G_{13}	G_2	309	20	0.0

G_{12}

G(1)=0.0999　G(1,2)=0.3000　G(1,2,3)=0.5002
G(2)=0.2104　G(1,3)=0.3236　G(1,2,4)=0.8667
G(3)=0.2352　G(1,4)=0.7333　G(1,3,4)=0.8824
G(4)=0.6666　G(2,3)=0.4211　G(2,3,4)=0.9474
G(2,4)=0.8067
G(3,4)=0.8235
G(K)=1.0000

G_{13}

G(1)=0.1000　G(1,2)=0.3000　G(1,2,3)=0.5005
G(2)=0.2015　G(1,3)=0.3235　G(1,2,4)=0.8665
G(3)=0.2353　G(1,4)=0.7333　G(1,3,4)=0.8821
G(4)=0.6667　G(2,3)=0.4211　G(2,3,4)=0.9470
G(2,4)=0.8070
G(3,4)=0.8235
G(K)=1.0000

④　①で使用したデータと、ｈ（s_i）が [0,1]間を 0.01 間隔で刻んだ１０１個の値をとるデータ１５０個を使用して比較した。結果を表３．６に示す。

表３．６　ｈ（x_i）のとる値が異なる自由度の時の実験結果

初期値	結果	真値	反復回数	自由度	P
G_3	G_7	G_2	97	3	0.0
G_3	G_{14}	G_2	702	101	0.0

G_{14}

G(1)=0.0991　G(1,2)=0.3017　G(1,2,3)=0.5003
G(2)=0.2099　G(1,3)=0.3247　G(1,2,4)=0.8672
G(3)=0.2348　G(1,4)=0.7344　G(1,3,4)=0.8822
G(4)=0.6661　G(2,3)=0.4226　G(2,3,4)=0.9470
G(2,4)=0.8084
G(3,4)=0.8256
G(K)=0.9994

以上のことより以下のことがわっかた。

i)　初期測度によらず、ＦＩＡはファジィ測度を真値に近づける。

ii)　$P = \sum_{i=1}^{N} e_i^2$ とすると、ＦＩＡによって同定されたファジィ測度によるＰは、データに乗せたノイズの分散 σ^2 とほぼ等しい。

iii)　データ数が減少するに従い、反復回数が増加したが、収束先はほぼ真値であった。

iv)　ｈ（s_i）のとる値の自由度に関係なく、ＦＩＡはファジィ測度を真値に近づける。

3.3　考察

実験の結果から次のことがいえる。

1)　ＦＩＡは、出力誤差ｅにより直接ファジィ測度を修正するために、実データにフィットしたファジィ測度を同定する。
2)　Ｐの最小化を直接の動作指標としていないので、ある程度小さいノイズに対しては影響を受けない。
3)　１つ１つのデータの出力誤差を動作指標としているため、収束までの時間がデータ数に依存する。
4)　ＦＩＡは、アルゴリズムが簡単なため、新たなデータに対処しやすい。
5)　プロセスの入出力関係が、Choquet積分に適していないときファジィ測度はハンチングする。
6)　データ数がファジィ測度の自由度より少ないときは、測度が修正されない部分集合がでてくる危険がある。

4．応用例

本報告では、図１の評価プロセスとして「人が自分の住んでいる町をどのくらい気に入っているか」を評価する事をとりあげた。実データは、東京ガス都市生活研究所がとったアンケート「住まいと環境に関する調査」である。

4.1　Choquet積分によるモデル化

まず、評価モデルの構造を決めるために因子分析法を行なったデータを東京ガスより提供してもらった。その結果より、評価の構造は 図４.１ のようになっていると考えた。つまり、Ｋを情報源としてその情報を総合・評価し、ｚに出力するプロセスと考える。ただし、Ｋ＝｛自然環境，人間関係，利便性，教育｝，ｚ＝｛町を気に入っている度合｝である。

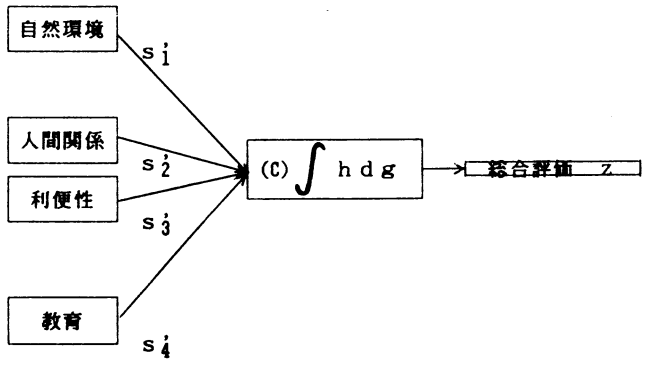


図４.１　評価プロセスのモデル化

4.2　解析結果

本報告では、Choquet積分モデルでファジィ測度を Lemke法とＦＩＡを使って同定した。そして、この２つのモデルの比較を行った。表４.１，４.２，４.３に結果を示す。解析用データ数は、１６４９個である。ここでは、比較の指標として

$$P = \sum_{n=1}^{1649} e_n^2 \ / \ 1649$$

を使用した。

表４.１　Lemke法との比較

	P
C積分モデル（Lemke法）	0.0154
C積分モデル（ＦＩＡ）	0.0183

表４.２　Lemke法により同定されたファジィ測度

G(1) = 0.6917　G(1, 2) = 0.7512　G(1, 2, 3) = 0.8392
G(2) = 0.5786　G(1, 3) = 0.8139　G(1, 2, 4) = 0.7512
G(3) = 0.5749　G(1, 4) = 0.6917　G(1, 3, 4) = 0.8139
G(4) = 0.3007　G(2, 3) = 0.5904　G(2, 3, 4) = 0.5904
　　G(2, 4) = 0.5786
　　G(3, 4) = 0.5749
G(K) = 0.8392

表４.３　ＦＩＡにより同定されたファジィ測度

G(1) = 0.4029　G(1, 2) = 0.7424　G(1, 2, 3) = 0.9893
G(2) = 0.0836　G(1, 3) = 0.8190　G(1, 2, 4) = 0.7678
G(3) = 0.3563　G(1, 4) = 0.5858　G(1, 3, 4) = 0.9179
G(4) = 0.0106　G(2, 3) = 0.6571　G(2, 3, 4) = 0.6599
　　G(2, 4) = 0.1227
　　G(3, 4) = 0.3611
G(K) = 0.9910

4.3　考察

(1) 同定されたファジィ測度について

表４.２，表４.３の測度を見ると、劣加法性のファジィ測度になっている。このことは、因子のうちどれか１つさえ満たされれば満足することを示していると考えられる。また、要素の数が１個のファジィ測度をみると、自然環境、利

便性、人間関係、教育の順に重視していると解釈できる。これは、アンケートが東京でとられたことを考慮に入れると、人間関係をあまり重視しない点、利便性 が満たされているため自然環境をより重視する傾向がある点などから、非常に感覚にあっていると考えられる。

(2) ＦＩＡと Lemke法 の比較

Lemke法の持つ”新しいデータが入ってきた場合、対処しにくい”という点をＦＩＡは解決した。しかし、表４.１の指標Ｐを見てわかるとおり、ＦＩＡによるChoquet積分モデルは、Lemke法によるChoquet積分モデルより劣っている。

５．結論

本研究では、評価プロセスを Choquet積分を使ってモデル化を行なった。そして、Choquet積分モデルにおいて自由度の大きいファジィ測度を同定するため、ファジィ測度同定アルゴリズム（ＦＩＡ）を開発した。人工的に作ったデータ（Choquet積分モデルにあったデータ）に対しては、ＦＩＡは良い結果を示した。

次に、Choquet積分モデルを「人が、自分の住んでいる町を気に入っているかどうか」を評価するアンケートに適用した。このときのＦＩＡにより同定されたファジィ測度は、人間の感覚によくあっていることがわかった。

参考文献

[1] T.Murofushi and M.Sugeno : An interpretation of fuzzy measures and the Choquet integral as an integral with respect to a fuzzy measure, Fuzzy Sets and Systems 29 (1989) 201-227.

[2] 菅野道夫：Ｆｕｚｚｙ測度とＦｕｚｚｙ積分，計測自動制御学会論文集８ (1972) 218-226.

[3] 田中、菅野：カラー印刷画像の主観評価について，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集 (1988)229-234.

[4] 石井浩介：Ｆｕｚｚｙ測度を用いた人間の意思決定プロセスの解析，東京工業大学制御工学専攻修士論文 (1983)

ファジィ測度・Choquet積分を用いた学習モデル

A Learning Model using Fuzzy Measure and the Choquet Integral

田中　淳*，室伏　俊明**

Atsushi TANAKA*，Toshiaki MUROFUSHI**

*(株) 日立製作所，**東京工業大学

*Hitachi Ltd.，**Tokyo Institute of Technology

This paper proposes a learning model using fuzzy measures and the Choquet integral, and extends it to be able to learn through fuzzy teaching informations. This model is an extension of Bayesian learning model, and some other properties of this model are given. This model is applied to finding an extremum of a given multimodal function.

1．はじめに

いくつかの属性を持つ評価対象を評価するモデルでは、属性ごとの部分評価を重み付けすることにより総合評価を得る。従来の線形評価モデルでは、重みに線形性を仮定しており、属性間の相互効果を表現できなかった。ファジィ測度と Choquet積分を用いた評価モデルでは、属性間の相互効果を表現することができ、より一般性のあるモデルとなる。

このモデルにおいて、重み付けに対応する適切なファジィ測度を得ることは必要である。その一つの方法としては、外部からの教示情報から学習することが上げられる。ここでの教示情報は、はっきりしたものに限らず、あいまいな情報も含んでいる。

この研究ではファジィ測度、条件付きファジィ測度 Choquet積分 を用いた学習モデルを提案する。又、教示情報があいまいな場合にも学習が行える様にファジィ集合、条件付きファジィ測度を使ってこれを拡張する。次にこのモデルについての性質について議論し、最後に応用例を与える。

図1．1にこの学習モデルを図式化したものを示す。

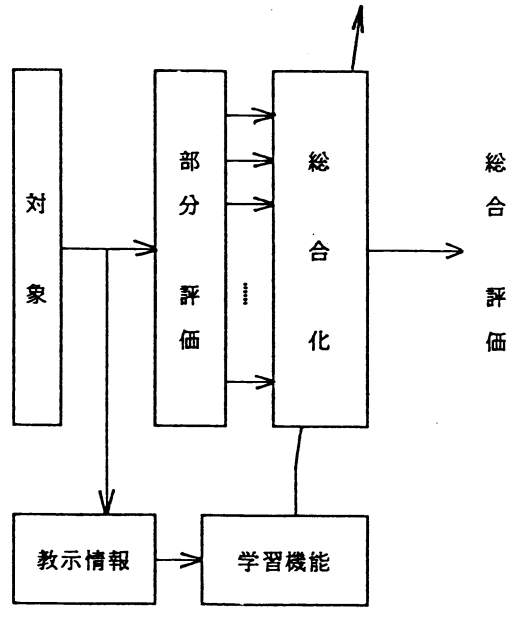


図1．1　学習モデルの概念図

2．準備

2．1．ファジィ測度[1]

定義2．1．1（ファジィ測度）

（X，$\mathcal{S}$）を可測空間とする。μが$\mathcal{S}$上のファジィ測度であるとはμが$\mathcal{S}$から[0,1]への関数で

(1) $\mu(\varnothing)=0$，$\mu(X)=1$

(2) $A,B\in\mathcal{S}$，$A\subset B \Rightarrow \mu(A)\leq\mu(B)$

を満たすことをいう。

通常の確率測度は、上の(1), (2)を満たすので
ファジィ測度である。

2．2．　Choquet 積分[2][3]

定義 2．2．1 (Choquet積分)

μを$(X,\mathcal{S})$上のファジィ測度とする。fをX上の可測である非負実数値関数とする。fのμに関するChoquet積分は次式で定義される：

$$(C)\int f \, d\mu \triangleq \int_0^{\infty} \mu(\{x \mid f(x) \geqq a\}) \, da$$

右辺は通常のLebesgue積分である。
Xの部分集合F上でのChoquet積分は次式で定義される。

$$(C)\int_F f \, d\mu \triangleq (C)\int f \cdot 1_F \, d\mu$$

Choquet積分はLebesgue積分の拡張になっている。つまり、μが通常の測度ならば、μに関するChoquet積分はμに関するLebesgue積分に一致する。

定理2．2．1

g_Xを$(X,\mathcal{S})$上のファジィ測度，$h: X \to [0,1]$を可測関数とする．このとき，
$g_X^{\cdot}: \mathcal{S} \to R$ を

$\forall E \in \mathcal{S}$

$$g_X^{\cdot}(E) = \frac{(C)\int_E h(x) \, dg_X}{(C)\int h(x) \, dg_X}$$

と定めると，$g_X^{\cdot}$はファジィ測度になる．

2．3　条件付きファジィ測度とChoquet積分

定義 2．3．1 (条件付ファジィ測度)

$(X, \mathcal{S})$，$(Y, \mathcal{T})$を可測空間とする．
$\sigma: \mathcal{T} \times X \to [0,1]$が次の二条件を満たすとき，条件付ファジィ測度であるという．

(1) 任意の$x \in X$について$\sigma(\cdot \mid x)$が$(Y, \mathcal{T})$上のファジィ測度，
(2) 任意の$A \in \mathcal{T}$について$\sigma(A \mid \cdot)$は$(X, \mathcal{S})$上の可測関数．

定理 2．3．1

μを$(X,\mathcal{S})$上のファジィ測度とする。$(Y,\mathcal{T})$を可測空間、$\sigma: \mathcal{T} \times X \to [0,1]$を条件付ファジィ測度とする．このとき，

$$\nu(E) \triangleq (C)\int \sigma(E \mid x) \, \mu(dx), \quad \forall E \in \mathcal{T}$$

とすると，νは$\mathcal{T}$上のファジィ測度である。

3．学習モデル

3．1．評価モデルの設定

$X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$を各部分評価項目とする。
$Y = \{y_1, y_2, \cdots, y_m\}$を評価対象の集合とする。
$\sigma_Y(F \mid x)$；評価項目xから見たYの部分集合Fの評価を表わす条件付きファジィ測度

Yの部分集合Fの総合評価は、次式で表わされる。

$$g_Y(F) = (C)\int \sigma_Y(F \mid x) \, dg_X \qquad (3.1)$$

ここでg_Xは、部分評価の重みを表わすX上のファジィ測度である。
定理2．3．1よりg_Yは、Y上のファジィ測度である。

3．2．　ベイズ的な学習方法

(3.1)式は、ベイズの定理に似たところがある。そこでベイズの学習で使った考えをこの式に当てはめれば g_X^j の学習ができると考えられる。

定義3．2．1

g_X^j ；　j回目の学習での事前ファジィ測度

F^j ；　Yの部分集合
（j回目の学習での教示情報）

とするとき，j回目の学習後の事後ファジィ測度 g_X^{j+1} を次式で定義する。

$$g_X^{j+1}(E) \triangleq \frac{(C)\int_E \sigma_Y(F^j \mid x)\, d g_X^j}{(C)\int \sigma_Y(F^j \mid x)\, d g_X^j} \qquad (3.2)$$

つまり、Y上で集合Fが観察されたという教示情報が入ったとき、

この式によって g_X^j は g_X^{j+1} によって更新される。

注1）ここで(3.2)式の分母は、0にならないとする。

注2）定理2.3.1より，g_X^{j+1} はファジィ測度であることが保証される．

3．3．　あいまいな情報が入る場合の学習方法

前節では、教示情報として入力されるのは通常の集合であるので、教示情報がはっきりしている場合に相当する。

しかし一般に教示情報は、あいまいである場合が考えられる。そういう場合、教示情報は、ファジィ集合 $\underset{\sim}{F}$ で表現できるだろう。その場合の学習モデルは次式で定義される。

定義3．3．1

$\underset{\sim}{F}^j$ ；教示情報としてのファジィ集合
メンバーシップ関数は $h_{\underset{\sim}{F}^j}(y)$

とすると学習後におけるXの部分集合Eのファジィ測度を次式で定義する。

$$g_X^{j+1}(E) \triangleq \frac{(C)\int_E \sigma_Y(\underset{\sim}{F}^j \mid x)\, d g_X^j}{(C)\int \sigma_Y(\underset{\sim}{F}^j \mid x)\, d g_X^j} \qquad (3.3)$$

ここで

$$\sigma_Y(\underset{\sim}{F}^j \mid x) \triangleq (C)\int h_{\underset{\sim}{F}^j}(y)\, d\sigma_Y(\cdot \mid x) \qquad (3.4)$$

注1）定理2.2.1より，g_X^{j+1} はファジィ測度である

注2）(3.3)式の分母は、0でないと仮定する。

注3）ファジィ集合 $\underset{\sim}{F}^i$ がクリスプな集合ならば

(3.3)式は(3.2)式に一致する。

(3.3),(3.4)式を使った学習は、初期測度 g_X^0 を設定し、教示情報であるファジィ集合を与えて g_X を更新していくことにある。ただし初期測度が0であると、以降学習されないので、その様な初期測度は避けることにする。以降 g_X^0 は、空集合を除いて0ではないとする。

3．4　学習モデルの性質

(3.3),(3.4)式を使った、学習モデルの基本的な性質は、次のようなものである。

定理3．4．1

ファジィ集合がクリスプな一点集合で測度がすべての確率測度の場合、確率論で示されるようなベイズの定理に一致する。

定理3．4．2

Yのすべての要素についてメンバーシップの値一定ならば、ファジィ 測度 g_X^j は、更新されない。

つまり、$g_X^{j+1} = g_X^j$ である。

次に一定の条件のもとでのファジィ測度 g_X の収束性を示す。

ここで示すことは、教示情報として同じファジィ集合 $\underset{\sim}{F}$ しか入らない場合、つまり、$\underset{\sim}{F} = \underset{\sim}{F}_1 = \underset{\sim}{F}_2 = \cdots$ である場合についての g_X^j の収束性である。

以降 $\sigma_Y(\underset{\sim}{F} \mid x_i)$ を σ_i とかき、$\sigma_n = \max \sigma_i$ とする。

定理3.4.3

$G = \{x_i \mid \sigma_i = \sigma_n\}$ とおくと、

(1) $E \cap G = \emptyset \Longrightarrow \lim_{j\to\infty} g_X^j(E) = 0$

(2) $E \supset G \Longrightarrow \lim_{j\to\infty} g_X^j(E) = 1$

(3) $E \subset G \Longrightarrow \lim_{j\to\infty} g_X^j(E) = \dfrac{g_X^0(E)}{g_X^0(G)}$

(4) $E \cap G \neq \emptyset$ & $E \cap G^c \neq \emptyset$

$$\Longrightarrow \lim_{j\to\infty} \sup g_X^j(E) \leq \frac{g_X^0(E)}{g_X^0(G)}$$

$$\& \quad \lim_{j\to\infty} \inf g_X^j(E) \geq \frac{g_X^0(E \cap G)}{g_X^0(G)}$$

4．応用例

菅野、寺野［4］の論文で応用されていた例について本研究の学習モデルを適用してみた。

問題は、いくつかの極値を持つ関数について、その最大値がどこにあるのかを探索しようというものである。　ただし、正しい極値の位置を割り出すというよりも、その前段階として、座標平面を幾つかのブロックに分けてどのブロックに極値が含まれているのかを示すマクロな探索をここでは行なう。

対象となる多峰性関数は

$$\begin{aligned} &J(z_1, z_2) \\ &= 15 \cdot EXP\{-20 \cdot (z_1 - 0.22)^2 - 22 \cdot (z_2 - 0.24)^2\} \\ &+ 17 \cdot EXP\{-19 \cdot (z_1 - 0.4)^2 - 15 \cdot (z_2 - 0.85)^2\} \\ &+ 14 \cdot EXP\{-23 \cdot (z_1 - 0.87)^2 - 18 \cdot (z_2 - 0.15)^2\} \\ &+ 16 \cdot EXP\{-20 \cdot (z_1 - 0.85)^2 - 20 \cdot (z_2 - 0.85)^2\} \end{aligned} \tag{4.1}$$

であるが、それ自体は、未知であると仮定する。

まず (z_1, z_2) 平面を、図4.1 のように9個のブロックに分割する。そのブロックを、$Y = \{y_1, y_2, \cdots\cdots, y_9\}$ とする。

次に、$X = \{x_1, x_2, \cdots\cdots, x_5\}$ を、各々部分評価項目とする。　部分評価は、各々の観点からどのブロックに最大値があるかを示す。

各々

x_1：過去に探索を行なった点の数に関する評価

x_2：過去に得られた関数値の平均に関する評価

x_3：jブロックで上位10位に入った点に関する評価

x_4：過去の探索における最大値に関する評価

x_5：関数の傾きに関する評価

これらの部分評価は各ブロックでサンプル点を取り計算する。この評価関数値をλファジィ測度になるように正規化して条件付きファジィ測度 $\sigma_Y(E \mid x_i)$ $(E \subset Y)$ を計算する。

教示情報としてのファジィ集合$\tilde{F}$のメンバーシップ関数もサンプル点から計算する。

ファジィ測度g_Xは部分評価の重みとし教示情報に対応する重みを学習モデルより求めていく。

全体の流れは、

step1.
初期ファジィ測度g_X^0を設定、各ブロックごと2点をランダムに取り、部分評価とファジィ集合である教示情報を計算する。

step2.
(3.3),(3.4)式を使ってg_X^iを更新する。

step3.
$g_Y(\{y_j\})$を(3.1)より計算し、次回のサンプル点の数を決める。そして、step2に戻る。

表4.1　に$g_Y(\{y_j\})$（j＝1……9）の結果を示す。
図4.2　に測度g_{Xi}の一部の変化を示す。

表4.1　を見てもわかる通り、学習を重ねるにしたがって、正しい極大値の位置を示していくことがわかる。　菅野、寺野[4]においては4回目の学習までしか示されていないが、正しい極大値を示していない例が見られた。　今回の学習モデルでは、4回目を見た限りでも正しく極大値の位置を示している。

極大値のある位置でのg_Yの値を大きさの順に並べると実際の極大値の大きさの順番と3回目以降の値はほぼ一致する。しかし、$g_Y(\{y_6\})$と$g_Y(\{y_9\})$の順番は、10回目にくるまで完全に一致しない。これは、データの数が、10回目に来るまで、十分多くなかったためと思われる。

ファジィ測度g_Xに関しては、図4.2を見てわかる通り、部分評価項目x_3，x_2に関しては、その重みは大きくなり、x_1，x_4，x_5に関しては、その重みは減少していく。　つまりx_3,x_2の評価が総合評価に重要であることがわかった。　これは菅野、寺野の結果とほぼ一致する。

5．おわりに

本研究では、ファジィ測度・Choquet 積分を用いた評価モデルにおいて重みに相当するファジィ測度を学習するモデルを提案し、その性質と応用例を示した。この学習モデルで教示情報があいまいな場合でも正しい評価を与えるファジィ測度が得られた。　今後の課題としては、条件付きファジィ測度のよい与え方を考える事が挙げられる。

謝辞

本研究全般に渡り御指導、御教示くださいました東京工業大学　菅野道夫教授に深謝いたします。

参考文献

[1] 菅野道夫：Ｆｕｚｚｙ測度とＦｕｚｚｙ積分，計測自動制御学会論文集　8，218-226 (1972)

[2] T.Murofushi and M.Sugeno : An interpretation of fuzzy measure and the Choquet integral as an integral with respect to a fuzzy measure, Fuzzy Sets and Systems 29, 201-227 (1989)

[3] 菅野道夫,室伏俊明：ファジィ測度の一般形に対する積分としてのChoquet積分，第3回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，31-36 (1987)

[4] M.Sugeno and T.Terano : A Model of Learning based on Fuzzy Information, Kybernetes Vol.6, 157-166 (1977)

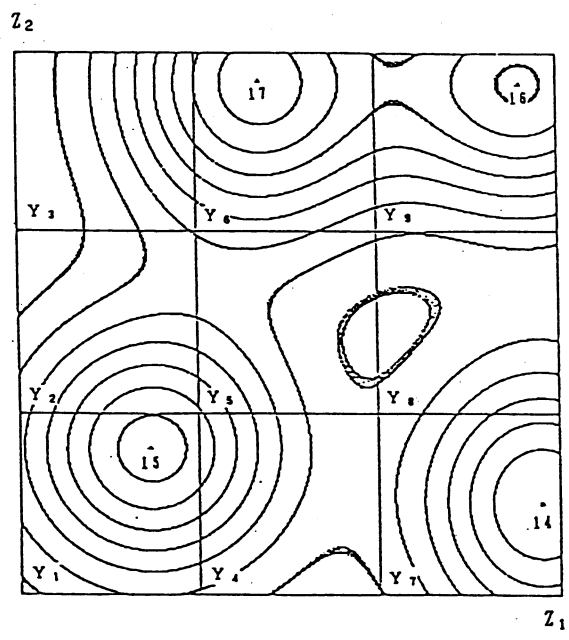


図４．１　多峰性関数の概形

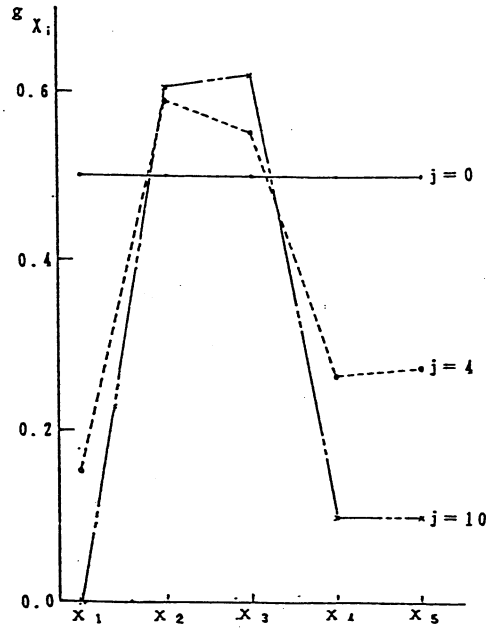


図４．２　ファジィ測度 g_x の一部の変化

表４．１　学習中における $g_v(\{y_i\})$ の変化

time	gy1	gy2	gy3	gy4	gy5	gy6	gy7	gy8	gy9
1	0.1709	0.1418	0.1516	0.1202	0.2152	0.2183	0.1680	0.1212	0.2267
2	0.2257	0.1344	0.1581	0.1170	0.1312	0.2388	0.1753	0.1198	0.2728
3	0.2307	0.1305	0.1362	0.1160	0.1140	0.2670	0.1753	0.1133	0.2662
4	0.2545	0.1140	0.1165	0.1138	0.1024	0.2675	0.1736	0.1028	0.2830
8	0.2535	0.0981	0.0987	0.0624	0.0675	0.3176	0.1362	0.0528	0.3253
10	0.2561	0.0870	0.0943	0.0655	0.0567	0.3264	0.1435	0.0423	0.3152

ファジィ測度による様相演算子のファジィ化

Fuzzification of Modal Operators Using Fuzzy Measures

村井哲也[1)]　宮腰政明[2)]　新保　勝[2)]
T. Murai　M. Miyakoshi　M. Shimbo

1）札幌医科大学衛生短期大学部
School of Allied Health Professions
Sapporo Medical College
2）北海道大学工学部
Faculty of Engineering, Hokkaido University

Abstract: A valuation of modal propositions is defined using fuzzy measures. It leads to the correspondence of fuzzy measures to several systems of modal logic. The fuzzification of modal operators by means of fuzzy measures is further discussed.

Keywords: Logic, Fuzzy Modal Operators, Fuzzy Measures

1．まえがき

可能世界意味論[１]によると，ある世界における様相命題の付値の条件はそこから到達可能な各世界における状況に依存する．必然性は到達可能なすべての世界で成り立つことを，可能性は少なくとも一つの世界で成り立つことを要求する．したがって，到達可能な世界の集合上にファジィ測度[２，３]を定めると，必然ならば成り立つ世界の集合の測度は１，不可能ならば測度０となる．

本論文では逆に様相命題の付値の条件を可能世界の集合上のファジィ測度により定義する．これは非常に緩い定義であり，更に条件を付加すると対応する様相論理の基本性質が成立する．次に，ファジィ測度にα切断[４]を導入し，意味論の立場から様相演算子をファジィ化する．

2．クリプキ・モデル

以下の議論において，様相命題論理のクリプキ・モデル[１]

(W, R, v)

を仮定する．ここで

$W(\neq \phi)$：可能世界の集合，

$R(\subseteq W^2)$：可能世界間の関係(到達可能関係)，

v：付値　$(v(P, w) \in \{0, 1\},\ w \in W)$

である．本論文はWが有限な場合を扱う．付値の値は１が真，０が偽を表わす．

関係Rの性質によりクリプキ・モデルが異なる様相論理体系に対応することをKripkeが示した(cf.[1]):

Tモデル ⟺ R：反射的,
S4モデル ⟺ R：反射的かつ推移的,
Bモデル ⟺ R：反射的かつ対称的,
S5モデル ⟺ R：同値関係.

以下では,簡単のためRを同値関係とする. Wpを命題Pが成り立つ世界の集合とする:

$Wp=\{w \in W \mid v(P,w)=1\}$.

3. ファジィ測度と必然性

Wのべき集合P(W)を定義域とするファジィ測度mを一つ定める:

$m: P(W)\rightarrow[0,1]$.

mにより様相命題の付値を定義する.

【定義1】

(1) $v(\Box P,w)=1 \iff m(Wp)=1$,
(2) $v(\Diamond P,w)=1 \iff m(Wp)>0$. ■

この定義は命題Pの成り立つ世界の集合が測度1であれば必然，測度0でなければ可能とするものである. しかし，ファジィ測度の条件は緩すぎて，定義1のままでは通常の様相論理の付値とは一致しない. mに更に条件を付加すると様相論理の基本的性質—相互定義可能性および必然性の公理—が成立することを以下に示す.

4. 確信・願望・確率測度と相互定義可能性

相互定義可能性とは2つの様相演算子の間に

$\Box P \leftrightarrow \sim\Diamond\sim P$,
$\Diamond P \leftrightarrow \sim\Box\sim P$

の関係が成立することをいう. ほとんどの様相論理体系は相互定義可能性を前提とし，一方の演算子を他方で定義する. しかし，これを満さない体系としてPriorのQ体系がある(cf.[1]). Q体系では相互定義可能性の代りに含意形の一方が成り立つ:

$\Box P \rightarrow \sim\Diamond\sim P$,
$\Diamond P \rightarrow \sim\Box\sim P$.

ファジィ測度mがDempster and Shaferの確信測度(下界確率)，願望測度(上界確率)(cf.[2,3])になるとき，それぞれ

$m(A)+m(A^c)\leqq 1$,
$m(A)+m(A^c)\geqq 1$

であるので次の含意形が成り立つ.

【命題1】

(1) m：確信測度のとき
$\Box P \rightarrow \sim\Diamond\sim P$,
$\Diamond P \rightarrow \sim\Box\sim P$,
(2) m：願望測度のとき
$\sim\Diamond\sim P \rightarrow \Box P$,
$\sim\Box\sim P \rightarrow \Diamond P$. ■

mを確率測度まで限定すると，確信測度であり同時に願望測度であるから，相

互定義可能性が成り立つ.

【命題２】m：確率測度のとき

$\Box P \leftrightarrow \sim \Diamond \sim P$,

$\Diamond P \leftrightarrow \sim \Box \sim P$. ■

５．確率測度と必然性の公理

必然性の公理

$\Box P \rightarrow P$

はＴ体系の(したがって，より強いＳ４，Ｂ，Ｓ５等の)公理である．この公理から

$P \rightarrow \Diamond P$

が導かれる．しかし，義務論理，認識論理は必然性の公理をもたない(cf.[１]).

定義１による必然性の定義では，mが確率測度のときでさえ必然性の公理は成立しない．確率測度mに対し

$X = W \Longrightarrow m(X) = 1$

であり，逆は必ずしも成り立たない．したがって，$v(\Box P, w) = 1$，すなわち $m(Wp) = 1$ でも $Wp = W$ とはかぎらず，一般に $w \in Wp$，すなわち $v(P, w) = 1$ は結論できないからである．また

$X = \phi \Longrightarrow m(X) = 0$

であるから，可能性についても同様である．しかし，次の命題が成り立つ．

【命題３】m：確率測度とする．$X \subseteq W$ に対し

（１）「$m(X) = 1 \Longrightarrow X = W$」が成り立つとき，$\Box P \rightarrow P$,

（２）「$m(X) = 0 \Longrightarrow X = \phi$」が成り立つとき，$P \rightarrow \Diamond P$. ■

すなわち，確率測度にさらに条件を加えると必然性の公理が成立する．

６．様相演算子のファジィ化

ファジィ測度mに対し

$$m_{\overline{\alpha}}(X) = \begin{cases} 1 & (m(X) \geqq \alpha) \\ 0 & (m(X) < \alpha), \end{cases}$$

$$m_{\alpha}(X) = \begin{cases} 1 & (m(X) > \alpha) \\ 0 & (m(X) \leqq \alpha) \end{cases}$$

により $m_{\overline{\alpha}}$，m_{α} を定義する．その値１，０を真，偽と同一視するとき，定義１を $m_{\overline{\alpha}}$，m_{α} で表現できる．

【命題４】

（１）$v(\Box P, w) = m_{\overline{1}}(Wp)$,

（２）$v(\Diamond P, w) = m_{0}(Wp)$. ■

次の命題はmが確率測度のとき，必然命題に必然性測度が，可能命題に可能性測度が対応することを示す．

【命題５】

（１）m：確信測度 $\Longrightarrow$ $m_{\overline{1}}$：必然性測度,

（２）m：願望測度 $\Longrightarrow$ m_{0}：可能性測度,

（３）m：確率測度 $\Longrightarrow$ $m_{\overline{1}}$：必然性測度，m_{0}：可能性測度. ■

命題４から様相演算子の一つのファジィ化が可能となる．

【定義２】ファジィ様相演算子

（１）$v(\Box_\alpha P, w) = m_{\overline{\alpha}}(Wp)$, $(\alpha \in (0,1])$,

（２）$v(\Diamond_\alpha P, w) = m_{1-\alpha}(Wp)$, $(\alpha \in (0,1])$. ■

定義２のファジィ様相演算子は$\alpha = 1$のとき，命題４，したがって定義１の様相演算子に還元する．パラメタαが１に近いほど，より厳密な論理演算子になる．相互定義可能性について次が成り立つ．

【命題６】$\alpha \in (0,1]$とする．

（１）m：確信測度のとき

$\Box_\alpha P \rightarrow \sim \Diamond_\alpha \sim P$,

$\Diamond_\alpha P \rightarrow \sim \Box_\alpha \sim P$,

（２）m：願望測度のとき

$\sim \Diamond_\alpha \sim P \rightarrow \Box_\alpha P$,

$\sim \Box_\alpha \sim P \rightarrow \Diamond_\alpha P$,

（３）m：確率測度のとき

$\Box_\alpha P \leftrightarrow \sim \Diamond_\alpha \sim P$,

$\Diamond_\alpha P \leftrightarrow \sim \Box_\alpha \sim P$. ■

その他成り立つ性質に関しては既に[５]で報告した．

７．あとがき

通常の様相論理には特殊なファジィ測度―確率測度にさらに条件を加えたもの―が対応すること，条件を緩めると必然性の公理および相互定義可能性が成立しなくなり，それぞれ義務・認識論理およびＱ体系に対応することを示した．本論文の議論は条件付きファジィ測度[２]によってＳ５より弱い体系―Ｔ，Ｂ，Ｓ４等―に適用可能である．詳細は別の機会に報告する予定である．

参考文献

[１] G.E.ヒューズ，M.J.クレスウェル，様相論理入門．恒星社厚生閣，1981.

[２] 菅野道夫，あいまい理論[Ⅳ]．計測と制御，Vol.22，No.6(1983)，pp.554-559.

[３] 水本雅晴，最近のファジー理論．情報処理，Vol.29，No.1(1988)，pp.11-22.

[４] 菅野道夫，あいまい理論[Ⅱ]．計測と制御，Vol.22，No.4(1983)，pp.380-384.

[５] T.Murai，M.Miyakoshi，and M.Shimbo，Fuzzifications of Modal Operators from the Standpoint of Fuzzy Semantics. Preprints of Second IFSA Congress，1987，pp.130-133.

区間回帰モデルとファジィ回帰モデルとの関係

On the Relation between Interval Regression Models and Fuzzy Regression Models

石渕久生　　田中英夫
Hisao ISHIBUCHI　Hideo TANAKA

大阪府立大学　工学部
College of Engineering, University of Osaka Prefecture

ABSTRACT: In this paper, we propose some methods for obtaining fuzzy parameters in fuzzy linear systems from interval regression models with interval parameters. First we show that triangular fuzzy parameters can be derived from an interval regression model. Next we show that trapezoid fuzzy parameters can be derived from two interval regression models satisfying some conditions. Our methods can be considered as the extension and generalization of the previous works in the sense that fuzzy parameters are not limited to symmetrical fuzzy numbers.

KEYWORDS: regression analysis, fuzzy model, interval model

1．緒言

入出力関係を表わすデータを用いてファジィ係数を持つ線形回帰式を求める方法が田中らにより提案され，入出力関係を表わすデータがファジィデータの場合に対する拡張がなされている[1-2]．田中らのファジィ回帰分析では，ファジィ係数はシステムの持つ可能性を表わすと考えられ，ファジィ係数を持つファジィ回帰式が線形計画法により求められる．ファジィ回帰分析では，ファジィ回帰式が一般に次のように表現される．

$$\tilde{Y}(x)=\tilde{A}_0+\tilde{A}_1x_1+\cdots+\tilde{A}_nx_n \qquad (1)$$

ただし，$x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$は入力変数を表わす縦ベクトルである．また，係数$\tilde{A}_i(i=0,1,\cdots,n)$はファジィ数[3]であり，その結果，推定値$\tilde{Y}(x)$もファジィ数となる．

一方，区間係数を持つ回帰式を求めるという問題が，田中ら[4]により区間回帰分析の問題として定式化されている．区間回帰分析では，区間回帰式が一般に次のように表現される．

$$Y(x)=A_0+A_1x_1+\cdots+A_nx_n \qquad (2)$$

ここで，係数$A_i(i=0,1,\cdots,n)$は区間係数であり，その結果，推定値$Y(x)$も区間となる．区間演算に基づく区間回帰分析は，ファジィ数の演算に基づくファジィ回帰分析より理解しやすいという利点を持っている．

本研究では，このようなファジィ回帰分析と区間回帰分析との関係について考察し，区間回帰式からファジィ回帰式を求める方法を提案する．まず，区間回帰式を用いて，対称三角型のファジィ係数を持つファジィ回帰式を求める方法を示す．つぎに，二つの区間回帰式を用いて，非対称台形型のファジィ係数を持つファジィ回帰式を求める方法を示す．

また，提案した方法を用いて，次のような二つのファジィ回帰式を求める方法を示す．

(1) h-レベル集合内に与えられたm個のデータ点を全てを含み，1-レベル集合内にk個（$0<k<m$）のデータ点を含むようなファジィ回帰式．

(2) ファジィデータ$(\tilde{Y}_j;x_j)$，$j=1,2,\cdots,m$が与えられたとき，次式を満たすようなファジィ回帰式．

$$\tilde{Y}_j\subset\tilde{Y}(x_j),\ j=1,2,\cdots,m \qquad (3)$$

なお，上式の包含関係は，ファジィ集合の間の包含関係[3]である．

2．区間回帰式と対称三角型ファジィ回帰式

2．1　区間回帰式

区間回帰式の区間係数A_iをその左端a_{Li}と右端a_{Ri}により次のように表現する（Fig.1 参照）．

$$A_i=[a_{Li},a_{Ri}]=\{t\,|\,a_{Li}\leq t\leq a_{Ri}\} \qquad (4)$$

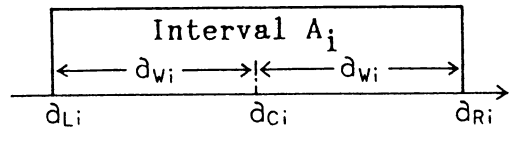


Fig.1　Interval parameter

また，同じ区間係数をその中心a_{Ci}と幅a_{Wi}により次

のように表現する（Fig.1 参照）．

$$A_i = \langle a_{ci}, a_{wi} \rangle = \{t \mid a_{ci} - a_{wi} \leq t \leq a_{ci} + a_{wi}\} \quad (5)$$

このとき，Fig.1 から明らかなように，次の関係が成り立つ．

$$a_{ci} = (a_{Ri} + a_{Li})/2 \quad (6)$$

$$a_{wi} = (a_{Ri} - a_{Li})/2 \quad (7)$$

式(5) の表記法を用いると，式(3) の区間回帰式は，区間演算[5]より次のように計算される[4]．

$$\begin{aligned} Y(x) &= A_0 + A_1 x_1 + \cdots + A_n x_n \\ &= \langle y_c(x),\ y_w(x) \rangle \\ &= \langle a_{c0} + a_{c1} x_1 + \cdots + a_{cn} x_n, \\ &\quad a_{w0} + a_{w1} |x_1| + \cdots + a_{wn} |x_n| \rangle \end{aligned} \quad (8)$$

ここで，$y_c(x)$ は$Y(x)$の中心であり，$y_w(x)$ は幅である．

最も基本的な区間回帰分析の問題は，m個のデータ点$(y_j; x_j)$，$j=1,2,\cdots,m$ が与えられたときに，全てのデータ点を含むような区間回帰式を求める問題として定式化される[4]．この問題は，次の条件のもとで，$Y(x_j)$ の幅の総和を最小化する線形計画問題となる．

$$y_j \subset Y(x_j), \quad j=1,2,\cdots,m \quad (9)$$

2．2　対称三角型ファジィ回帰式

対称三角型のファジィ係数$\tilde{A}_i$を，その中心a_iと幅e_iにより$(a_i, e_i)_L$と表現し，そのメンバシップ値をFig. 2 のように定義する．

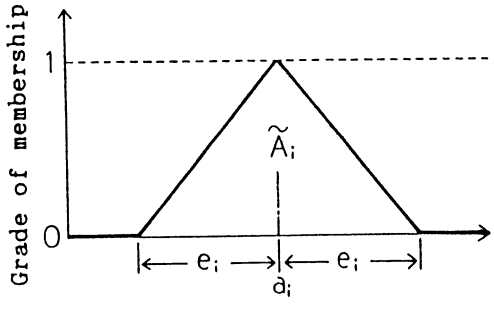


Fig.2　Triangular fuzzy parameter

このようなファジィ係数$\tilde{A}_i$を持つファジィ回帰式は，ファジィ数の演算により，次のように計算される[1-2]．

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(x) &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 x_1 + \cdots + \tilde{A}_n x_n \\ &= (a_0 + a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n, \\ &\quad e_0 + e_1 |x_1| + \cdots + e_n |x_n|)_L \end{aligned} \quad (10)$$

ファジィ回帰分析の最も基本的な問題は，m個のデータ点を全てh-レベル集合[3]内に含むようなファジィ回帰式を求める問題として定式化されている[1-2]．この問題は，次の条件の下で，$\tilde{Y}(x_j)$ の幅の総和を最小化する線形計画問題となる．

$$y_j \subset [\tilde{Y}(x_j)]_h, \quad j=1,2,\cdots,m \quad (11)$$

ただし，$[\cdot]_h$ はファジィ集合のh-レベル集合である．

なお，ファジィ数$\tilde{Y}(x_j)$ のh-レベル集合$[\tilde{Y}(x_j)]_h$は区間となるので，式(11)の条件は，本質的には式(9)の条件と同じものである．

2．3　対称三角型ファジィ係数の同定

ここでは，区間回帰式からファジィ回帰式を求める方法を示す．いま，与えられたm個の点データを全て含むような区間回帰式$Y(x)$が次のように与えられているとする．

$$Y(x) = A_0 + A_1 x_1 + \cdots + A_n x_n \quad (2)$$

このとき，ファジィ回帰式$\tilde{Y}(x)$のファジィ係数$\tilde{A}_i$を次式を満たすように定める．

$$[\tilde{A}_i]_h = A_i, \quad i=0,1,\cdots,n \quad (12)$$

ファジィ係数$\tilde{A}_i$は，Fig.2 に示すような対称三角型であるので，上式を満たすようなファジィ係数$\tilde{A}_i = (a_i, e_i)_L$ は，区間係数$A_i = \langle a_{ci}, a_{wi} \rangle$ により次のように与えられる．

$$a_i = a_{ci}, \quad i=0,1,\cdots,n \quad (13)$$

$$e_i = a_{wi}/(1-h), \quad i=0,1,\cdots,n \quad (14)$$

また，式(12)よりただちに次の関係が得られる．

$$[\tilde{Y}(x)]_h = Y(x) \quad (15)$$

以上のことから，次の命題が得られる．

［命題１］

区間係数$A_i = \langle a_{ci}, a_{wi} \rangle$ を持つ区間回帰式$Y(x)$が式(9) の制約条件を満足すれば，式(13),(14) により与えられるファジィ係数$\tilde{A}_i = (a_i, c_i)_L$を持つファジィ回帰式$\tilde{Y}(x)$は，式(11)の制約条件を満たす．

この命題から，与えられたデータ点を全て含むような区間回帰式が求まれば，h-レベル集合内に与えられたデータ点を全て含むようなファジィ回帰式が式(13),(14)により得られることがわかる．

3．区間回帰式と非対称台形型ファジィ回帰式

3．1　非対称台形型ファジィ回帰式

非対称台形型のファジィ係数$\tilde{B}_i$を，$(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i)$ と表現し，そのメンバシップ値をFig.3 のように定義する．

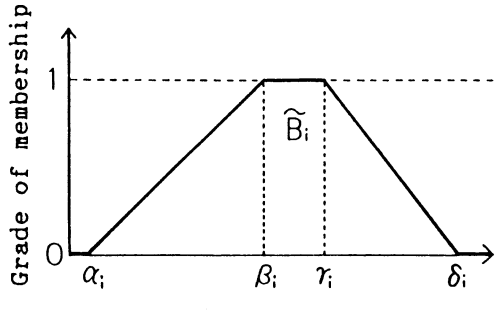


Fig.3　Trapezoid fuzzy parameter

ファジィ係数$\tilde{B}_i$を用いて，非対称台形型ファジィ回帰式$\tilde{Y}'(x)$ を次のように定める．

$$\tilde{Y}'(x)=\tilde{B}_0+\tilde{B}_1x_1+\cdots+\tilde{B}_nx_n \quad (16)$$

上式は，ファジィ数の演算により，次のように変形される．

$$\tilde{Y}'(x)=(\alpha(x),\ \beta(x),\ \gamma(x),\ \delta(x)) \quad (17)$$

ただし，$\alpha(x)$，$\beta(x)$，$\gamma(x)$，$\delta(x)$は，以下のとおりである．

$$\alpha(x)=\sum_{i=1}^{n}[(\alpha_i+\delta_i)x_i-(\delta_i-\alpha_i)|x_i|]/2 \quad (18)$$

$$\beta(x)=\sum_{i=1}^{n}[(\beta_i+\gamma_i)x_i-(\gamma_i-\beta_i)|x_i|]/2 \quad (19)$$

$$\gamma(x)=\sum_{i=1}^{n}[(\beta_i+\gamma_i)x_i+(\gamma_i-\beta_i)|x_i|]/2 \quad (20)$$

$$\delta(x)=\sum_{i=1}^{n}[(\alpha_i+\delta_i)x_i+(\delta_i-\alpha_i)|x_i|]/2 \quad (21)$$

3．2　非対称台形型ファジィ係数の同定

ここでは，二つの区間回帰式から非対称台形型のファジィ係数を持つファジィ回帰式を求める方法を示す．いま，次のような二つの区間回帰式が与えられているとする．

$$Y(x)=A_0+A_1x_1+\cdots+A_nx_n \quad (2)$$

$$Y'(x)=B_0+B_1x_1+\cdots+B_nx_n \quad (22)$$

ここで，$B_i=[b_{Li},b_{Ri}]=\langle b_{ci},b_{wi}\rangle$,$i=0,1,\cdots,n$ とする．また，区間係数A_i,B_i は，次の包含関係を満たすものとする．

$$B_i\subset A_i,\quad i=0,1,\cdots,n \quad (23)$$

このとき，ファジィ係数$\tilde{B}_i$を次の条件を満たすように定める．

$$[\tilde{B}_i]_h=A_i,\quad i=0,1,\cdots,n \quad (24)$$

$$[\tilde{B}_i]_{h'}=B_i,\quad i=0,1,\cdots,n \quad (25)$$

ただし，$h<h'$ とする．

上式よりただちに，次の関係が導かれる．

$$[\tilde{Y}'(x)]_h=Y(x) \quad (26)$$

$$[\tilde{Y}'(x)]_{h'}=Y'(x) \quad (27)$$

また，式(24),(25) を満たす非対称台形型ファジィ係数$\tilde{B}_i=(\alpha_i,\beta_i,\gamma_i,\delta_i)$ は，次のように求められる（Fig.4 参照）．

$$\alpha_i=a_{Li}-(b_{Li}-a_{Li})h/(h'-h) \quad (28)$$

$$\beta_i=b_{Li}+(b_{Li}-a_{Li})(1-h')/(h'-h) \quad (29)$$

$$\gamma_i=b_{Ri}-(a_{Ri}-b_{Ri})(1-h')/(h'-h) \quad (30)$$

$$\delta_i=a_{Ri}+(a_{Ri}-b_{Ri})h/(h'-h) \quad (31)$$

ただし，上式で与えられる$\alpha_i,\beta_i,\gamma_i,\delta_i$ が実際にFig.4 に示すような非対称台形型のファジィ数を構成するためには，次の条件を満たさなければならない．

$$\alpha_i\leqq\beta_i\leqq\gamma_i\leqq\delta_i,\quad i=0,1,\cdots,n \quad (32)$$

これらの条件のなかで，$\alpha_i\leqq\beta_i$と$\gamma_i\leqq\delta_i$は，Fig.4 および式(23)より明らかであるので，$\beta_i\leqq\gamma_i$のみが問題となる．この条件は，式(29),(30) より次のように変形される．

$$(1-h')a_{wi}\leqq(1-h)b_{wi},\quad i=0,1,\cdots,n \quad (33)$$

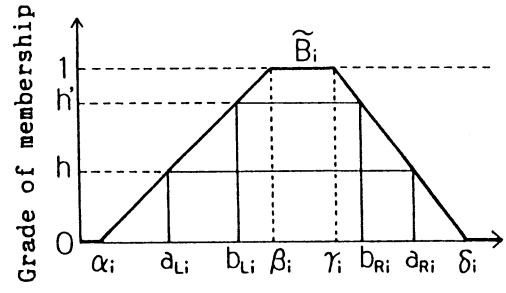


Fig.4　Trapezoid fuzzy parameter $\tilde{B}_i$ and two intervals A_i, B_i

以上のことから，次の命題が得られる．

［命題２］

区間係数A_i,B_i が式(23),(33) を満たせば，式(28)-(31) により与えられる非対称台形型ファジィ係数$\tilde{B}_i=(\alpha_i,\beta_i,\gamma_i,\delta_i)$ を持つファジィ回帰式$\tilde{Y}'(x)$は，式(26),(27) を満たす．

特に，$h'=1$ の場合では，式(33)は常に成立するので，次の命題が得られる．

［命題３］

$h'=1$ の場合では，区間係数A_i,B_i が式(23)を満たせば，式(28)-(31) により与えられる非対称台形型ファジィ係数$\tilde{B}_i=(\alpha_i,\beta_i,\gamma_i,\delta_i)$ を持つファジィ回帰式$\tilde{Y}'(x)$ は，式(26),(27) を満たす．

4．点データに対する一般化ファジィ回帰

4．1　数理計画問題の定式化

ここでは，3.で得られた結果を用いて，m個の点データ$(y_j;x_j)$，$j=1,2,\cdots,m$ が与えられたとき，h-レベル集合内に全てのデータ点を含み，1-レベル集合内にｋ個（$0<k<m$）のデータ点を含むような非対称台形型のファジィ回帰式$\tilde{Y}'(x)$ を求める方法を示す．

このようなファジィ回帰式は，与えられた全てのデータ点を含む区間回帰式$Y(x)$とｋ個のデータ点を含む区間回帰式$Y'(x)$ を求めることにより得られる．このとき，$h'=1$ であるので，命題３により二つの区間回帰式を次の条件のもとで求めればよいことがわかる．

$$y_j\subset Y(x_j),\quad j=1,2,\cdots,m \quad (9)$$

$$y_j\subset Y'(x_j)\quad \text{for } j\in\Psi \quad (34)$$

$$B_i\subset A_i,\quad i=0,1,\cdots,n \quad (23)$$

ただし，集合Ψは次の条件を満たす部分集合である．

$$\Psi \subset \{1, 2, \cdots, m\} \quad (35)$$

$$\mathrm{Card}(\Psi) = k \quad (36)$$

上式において，Card（・）は集合の濃度を表わす関数であり，式(36)は集合Ψの濃度つまり要素の個数がkであることを表わしている．

したがって，二つの区間回帰式を求める問題の目的関数を，$Y(x_j)$，$Y'(x_j)$ の幅の総和の最小化とすると，次のような数理計画問題が定式化される．

[問題P1]

目的関数：$z = \sum_{j=1}^{n} y_w(x_j) + \sum_{j=1}^{n} y'_w(x_j)$（最小化） (37)

制約条件：$y_j \subset Y(x_j), \quad j=1,2,\cdots,m$ (9)

$y_j \subset Y'(x_j)$ for $j \in \Psi$ (34)

$B_i \subset A_i, \quad i=0,1,\cdots,n$ (23)

$\mathrm{Card}(\Psi) = k$ (36)

ただし，$y_w(x_j)$,$y'_w(x_j)$は，それぞれ$Y(x_j)$,$Y'(x_j)$の幅であり，次のように計算される．

$$y_w(x_j) = a_{w0} + a_{w1}|x_{1j}| + \cdots + a_{wn}|x_{nj}| \quad (38)$$

$$y'_w(x_j) = b_{w0} + b_{w1}|x_{1j}| + \cdots + b_{wn}|x_{nj}| \quad (39)$$

4．2　問題の解法

問題P1は，組み合せ最適化問題であり，最適解を求めるのは簡単ではない．そこで，次のように二つの問題に分割することにより，近似解を求めることにする．

[問題P2]

目的関数：$z = \sum_{j=1}^{n} y'_w(x_j)$　（最小化） (40)

制約条件：$y_j \subset Y'(x_j)$ for $j \in \Psi$ (34)

$\mathrm{Card}(\Psi) = k$ (36)

[問題P3]

目的関数：$z = \sum_{j=1}^{n} y_w(x_j)$　（最小化） (41)

制約条件：$y_j \subset Y(x_j), \quad j=1,2,\cdots,m$ (9)

$B_i \subset A_i, \quad i=0,1,\cdots,n$ (23)

すなわち，まず問題P2により，k個のデータ点を含み幅の総和が最小になるような区間回帰式Y'(x) を求め，次に問題P3により，全てのデータ点を含み幅の総和が最小になるような区間回帰式Y(x)を式(23)の条件の下で求めることにする．この二つの問題のなかで，問題P3は線形計画問題に帰着できるので，従来の区間回帰分析の問題[4]と同様に簡単に解くことができる．

一方，問題P2は，組み合せ最適化問題であるので最適解を求めるのは簡単ではない．そこで，問題P2の近似解法を提案する．

問題P2は，集合Ψが与えられたならば，線形計画問題に帰着でき，簡単に解くことができる．したがって問題となるのは，どのデータ点を集合Ψの要素とするか，すなわち，どのデータ点を区間回帰式Y'(x) に包含させるかということである．

そこで，問題P2に対し，次のようなアルゴリズムを提案する．

ステップ０：繰り返しの数を表わす指標sをs=0とする．また，$\Psi^s = \{1,2,\cdots,m\}$とする．

ステップ１：$\Psi = \Psi^s$ とし，問題P2を解く．もし，m-s=kであれば，この解が問題P2の近似解となる．一方，m-s>kであれば，s=s+1とし，ステップ２へ行く．

ステップ２：制約式(34)において，y_jが区間$Y'(x_j)$の左端あるいは右端と一致するデータ点の添字集合を$\{j_1, j_2, \cdots, j_p\}$ とする．

ステップ３：u=1,2,…,pに対し，集合Ψ_u^sを次のように定める。

$$\Psi_u^s = \Psi^s - \{j_u\}, \quad u=1,2,\cdots,p \quad (42)$$

ステップ４：u=1,2,…,pに対し，$\Psi = \Psi_u^s$とし，問題P2を解く．このとき，目的関数が最小となるΨ_u^sをΨ^sとし，ステップ１へ返る．

4．3　数値計算例

前節までに示した方法の説明のため，Table 1 のデータに対する数値計算例を示す．ここでは，与えられた40個のデータ点をh-レベル集合内に含み，40個のデータ点のなかで32個のデータ点を1-レベル集合に含むようなファジィ回帰式を求めることにする．

Table 1　Non-fuzzy data

j	x_j	y_j	j	x_j	y_j	j	x_j	y_j	j	x_j	y_j
1	2	9	11	9	10	21	15	13	31	21	14
2	3	8	12	10	11	22	16	12	32	22	13
3	4	9	13	11	10	23	17	11	33	22	15
4	4	12	14	12	11	24	18	13	34	22	21
5	5	7	15	12	14	25	18	17	35	23	10
6	5	10	16	13	8	26	19	11	36	23	14
7	6	9	17	13	10	27	19	12	37	24	13
8	7	10	18	13	12	28	19	14	38	24	15
9	7	15	19	14	11	29	20	13	39	25	12
10	8	9	20	15	10	30	21	12	40	25	14

このようなファジィ回帰式を求めるには，まず前節のアルゴリズムを用いて32個のデータ点を包含する区間回帰式Y'(x) を求め，次に問題P3を解き全てのデータ点を包含する区間回帰式Y(x)を求めることになる．

ここで，この例題を用いて前節のアルゴリズムを簡単に説明しよう．まず，ステップ０での初期値設定の後，ステップ１において，$\Psi = \{1,2,\cdots,40\}$として問題P2が解かれる．このとき，次のような区間回帰式が得られた．

$$Y'(x) = \langle 8.8, 3.4 \rangle + \langle 0.3, 0.1 \rangle x \quad (43)$$

次に，ステップ２において，$Y'(x_j)$の左端あるいは右端とy_jが一致しているか調べられる．この例題では，このようなデータ点の添字集合は，{9,16,34,35}となった．これらのデータ点を区間回帰式$Y'(x)$とともに図示すると，Fig.5 のようになる．

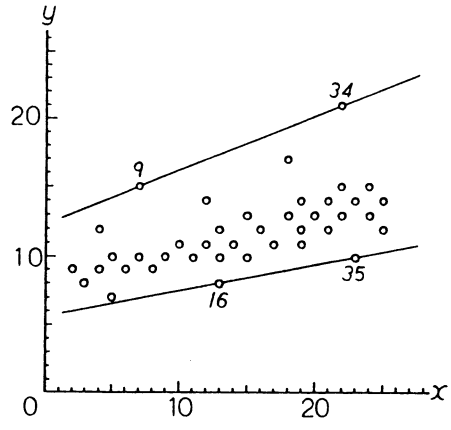


Fig.5 Interval regression model

したがって，ステップ３でΨ_u^1が次のように定められる．

$$\Psi_1^1=\{1,2,\cdots,40\}-\{9\} \quad (44)$$

$$\Psi_2^1=\{1,2,\cdots,40\}-\{16\} \quad (45)$$

$$\Psi_3^1=\{1,2,\cdots,40\}-\{34\} \quad (46)$$

$$\Psi_4^1=\{1,2,\cdots,40\}-\{35\} \quad (47)$$

ステップ４では，$u=1,2,3,4$に対して，$\Psi=\Psi_u^1$として問題P2が解かれる．このとき，$\Psi=\Psi_3^1$で問題P2の目的関数の値が最小となったので，$\Psi^1=\Psi_3^1$としてステップ１へ返ることになる．したがって，ステップ１からステップ４までの操作で，34番目のデータ点が集合Ψから除外されたことがわかる．このような操作を集合Ψに含まれるデータ点の数が32個になるまで繰り返すことにより，問題P2の近似解として32個のデータ点を包含する区間回帰式$Y'(x)$が次のように得られた．

$$Y(x)=\langle 7.857,\ 0.857\rangle+\langle 0.243,\ 0.043\rangle x \quad (48)$$

すなわち，区間係数B_0,B_1が次のように得られた．

$$B_0=\langle 7.857,\ 0.857\rangle \quad (49)$$

$$B_1=\langle 0.243,\ 0.043\rangle \quad (50)$$

次に，問題P2により得られたB_0,B_1を用いて問題P3が解かれる．問題P3は線形計画問題に帰着できるので簡単に解くことができ，次のような区間回帰式$Y(x)$が得られた．

$$Y(x)=\langle 8.8,\ 3.4\rangle+\langle 0.3,\ 0.1\rangle x \quad (51)$$

すなわち，区間係数A_0,A_1が次のように得られた．

$$A_0=\langle 8.8,\ 3.4\rangle \quad (52)$$

$$A_1=\langle 0.3,\ 0.1\rangle \quad (53)$$

このようにして得られた二つの区間回帰式から，与えられた40個のデータ点をh-レベル集合内に含み，40個のデータ点のなかで32個のデータ点を1-レベル集合に含むようなファジィ回帰式$\tilde{Y}'(x)$がFig.6 のように得られる．Fig.6 において，実線の間の領域が1-レベル集合であり，点線の間の領域がh-レベル集合である．

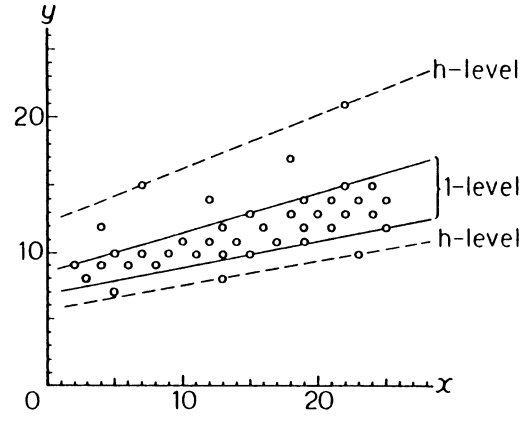


Fig.6 Fuzzy regression model

なお，例えばh＝0とすれば，式(28)-(31) より，ファジィ回帰式$\tilde{Y}'(x)$の非対称台形型ファジィ係数$\tilde{B}_i=(\alpha_i,\beta_i,\gamma_i,\delta_i)$が，次のように求められる．

$$\tilde{B}_0=(5.4,\ 7,\ 8.714,\ 12.2) \quad (54)$$

$$\tilde{B}_1=(0.2,\ 0.2,\ 0.286,\ 0.4) \quad (55)$$

5．ファジィデータに対する一般化ファジィ回帰

ここでは，ファジィデータ$(\tilde{Y}_j;x_j)$，$j=1,2,\cdots,m$が与えられたとき，次式を満たすようなファジィ回帰式を求める方法を示す．

$$\tilde{Y}_j\subset\tilde{Y}'(x_j),\ j=1,2,\cdots,m \quad (56)$$

上式の包含関係は，ファジィ集合の間の包含関係であるので，ある与えられたh-レベルのみでの包含関係に基づく田中ら[1-2]のファジィ回帰分析の問題の一般化になっている．

5．1　問題の定式化

ファジィデータ$(\tilde{Y}_j;x_j)$の出力値$\tilde{Y}_j$を，ファジィ係数$\tilde{B}_i$と同様にFig.2 のような非対称台形型のメンバシップ関数により定義されるファジィ数とし，次のように表記することにする．

$$\tilde{Y}_j=(\alpha_j,\beta_j,\gamma_j,\delta_j) \quad (57)$$

このような台形型のファジィ数は，その特殊な場合として三角型のファジィ数を含むので，ファジィデータが三角型のファジィ数として与えられている場合でも，ここで示す方法を用いることができる．

ファジィデータ$\tilde{Y}_j$とファジィ回帰式$\tilde{Y}'(x)$は共に非対称台形型であるので，それぞれの0-レベル集合と1-レベル集合において次の関係が成り立てば，式(56)の

条件は満足される．

$$[\tilde{Y}_j]_\theta \subset [\tilde{Y}'(x_j)]_\theta,\ j=1,2,\cdots,m \quad (58)$$

$$[\tilde{Y}_j]_1 \subset [\tilde{Y}'(x_j)]_1,\ j=1,2,\cdots,m \quad (59)$$

なお，0-レベル集合は，次のように定義されているものとする（式(18)-(21)参照）．

$$[\tilde{Y}_j]_\theta = [\alpha_j,\ \delta_j] \quad (60)$$

$$[\tilde{Y}'(x_j)]_\theta = [\alpha(x_j),\ \delta(x_j)] \quad (61)$$

命題３を用いれば，このようなファジィ回帰式は，式(23)の条件のもとで，次の条件を満たすような二つの区間回帰式Y(x),Y'(x)を求めることにより得られることがわかる．

$$[\tilde{Y}_j]_\theta \subset Y(x_j),\ \ j=1,2,\cdots,m \quad (62)$$

$$[\tilde{Y}_j]_1 \subset Y'(x_j),\ j=1,2,\cdots,m \quad (63)$$

したがって，二つの区間回帰式を求める問題の目的関数を，$Y(x_j)$，$Y'(x_j)$ の幅の総和の最小化とすると，次のような問題が定式化される．

[問題P4]

目的関数：$z=\sum_{j=1}^{n} y_w(x_j)+\sum_{j=1}^{n} y'_w(x_j)$（最小化） (64)

制約条件：$[\tilde{Y}_j]_\theta \subset Y(x_j),\ \ j=1,2,\cdots,m$ (62)

$[\tilde{Y}_j]_1 \subset Y'(x_j),\ j=1,2,\cdots,m$ (63)

$B_i \subset A_i,\ \ i=0,1,\cdots,n$ (23)

この問題は，従来の区間回帰分析の問題と同様に線形計画問題になるので，簡単に解くことができる．

ファジィ回帰式$\tilde{Y}'(x)$ の係数は，式(28)-(31) において，h=0，h'=1 とすることにより，二つの区間回帰式Y(x),Y'(x)の区間係数A_i,B_i から求められる．

５．２　数値計算例

前節で示した手法の説明のため，Table 2 に示すファジィデータに対するファジィ回帰式を求めることにする．

Table 2　Fuzzy data

j	x_j	$\tilde{Y}_j$	j	x_j	$\tilde{Y}_j$
1	2	(3, 5, 8,10)	6	12	(8, 9,11,14)
2	4	(4, 6, 9,11)	7	14	(6, 9,12,13)
3	6	(5, 6, 9,10)	8	16	(8, 9,13,17)
4	8	(6, 7,10,12)	9	18	(6, 9,13,15)
5	10	(6, 8,11,13)	10	20	(10,11,14,18)

Table 2 のデータに対して，問題P2を解くと次のような二つの区間回帰式が得られた．

$$Y(x) = \langle 5.81,\ 3.19\rangle + \langle 0.34,\ 0.16\rangle x \quad (64)$$

$$Y'(x) = \langle 6.08,\ 1.58\rangle + \langle 0.29,\ 0.04\rangle x \quad (65)$$

式(28)-(31) において，h=0，h'=1 とすることにより，ファジィ回帰式$\tilde{Y}'(x)$ が次のように得られる．

$$\tilde{Y}'(x) = (2.62,\ 4.5,\ 7.66,\ 9) + (0.18,\ 0.25,\ 0.33,\ 0.5)x \quad (66)$$

このファジィ回帰式をFig.7 に示す．

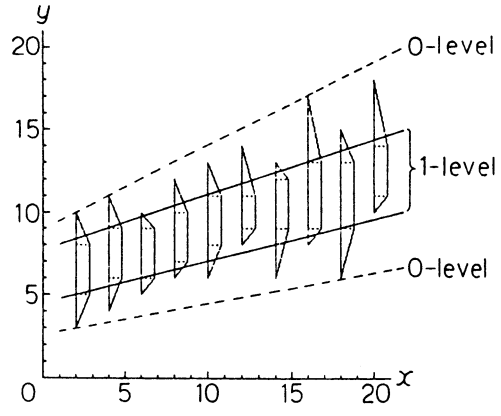


Fig.7　Fuzzy regression model

６．結言

本研究では，区間回帰式とファジィ回帰式との関係を明らかにし，区間回帰式を用いてファジィ回帰式を求める方法として，次の二つの方法を提案した．

(1) 区間回帰式から対称三角型のファジィ係数を持つファジィ回帰式を求める方法．

(2) 二つの区間回帰式から非対称台形型のファジィ係数を持つファジィ回帰式を求める方法．

特に，(2) の方法は，ファジィ回帰式の係数が非対称台形型のファジィ数であるという点で従来のファジィ回帰分析の問題の一般化になっている．また，提案した方法では，区間回帰式を求めることによりファジィ回帰式が得られる．そのため，複雑なファジィ数の演算を用いることなく，簡単な区間演算のみでファジィ回帰式を求めることができるという利点がある．

参考文献

1)寺野，浅居，菅野編：ファジィシステム入門；オーム社 (1987)

2)田中，和多田，林：ファジィ線形回帰分析の三つの定式化；計測自動制御学会論文集，Vol.22 No.10，pp.45～51 (1986)

3)水本雅晴：ファジィ理論とその応用；サイエンス社 (1988)

4)田中，林，和多田：区間回帰分析；第３回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.9～12 (1987)

5)G.Alefeld and J.Herzberger (translated by J. Rokne): Introduction to Interval Computations; Academic Press, pp.1～9 (1983)

ファジイ回帰モデルによる連立同時方程式の係数推定
Estimation of Coefficients of Simultaneous Equations with Fuzzy Linear Regression Model

高　萩　栄一郎
Eiichiro Takahagi

福井工業大学
Fukui Institute of Technology

ABSTRACT

We extend fuzzy linear regression analysis (single equation model) to simultaneous equations. We explain two methods. Firstly, we estimate coefficients of equations using the reduced form of the original model, which is required that all coefficients are identifiable. Secondly, we estimate using non-linear programming model, but reduce it to linear programming model. Lastly, we show a numerical example.

１．はじめに

ファジイ単一線形回帰方程式の係数の推定方法を、同時決定の変数を含む連立方程式体系の係数の推定に拡張したものである。

計量モデルを利用する場合、通常、撹乱項に対して、確率分布(Probability Distribution)の１つである正規分布を仮定する。観測値と推定値の差は、この撹乱項によるものとされる。ファジイ回帰分析では、可能性分布(Possibility Distribution)を用いる。「データと推定値のずれは、入出力関係を表すシステムの係数の可能性として説明される。すなわち、線形システムの係数があいまいと考え、係数をファジイ数として扱っている。」[8]

２．Ｌ－Ｒファジイ数

ファジイ数Ａ＝（α，ｃ，ｄ）$_{LR}$と表し、

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L((\alpha - x)/c) & ; x \leqq \alpha,\ c > 0 \\ R((x - \alpha)/d) & ; x > \alpha,\ d > 0 \end{cases} \qquad (1)$$

ただし、ＬおよびＲは型関数（reference function)と呼ばれ、次の３つの性質をもつ。

$$\begin{aligned} &\text{(i)}\ \ L(x) = L(-x) \\ &\text{(ii)}\ L(0) = 1 \\ &\text{(iii)}\ L\text{は}[0, +\infty)\text{において厳密に減少する。} \end{aligned} \qquad (2)$$

以下では、対称なファジイ数のみを扱う。すなわち、（１）において、Ｌ（ｘ）＝Ｒ（ｘ），ｘ$\in R^1$かつｃ＝ｄのファジイ数を扱う。（α，ｃ，ｃ）$_{LL}$＝（α，ｃ）$_{L}$と表す。ここで、αを中心(mean value)、ｃを広がり(spread)と呼ぶ。

拡張原理により、Ｌ－Ｒファジイ数の演算は次のようになる。

（１）加法

$$(\alpha_1, c_1)_L + (\alpha_2, c_2)_L = (\alpha_1 + \alpha_2, c_1 + c_2)_L \quad (3)$$

（２）減法

$$(\alpha_1, c_1)_L - (\alpha_2, c_2)_L = (\alpha_1 - \alpha_2, c_1 + c_2)_L \quad (4)$$

（３）スカラー倍

$$\lambda (\alpha, c)_L = (\lambda \alpha, |\lambda| c)_L \quad (5)$$

３．　ファジイ線形単一回帰モデル

この章は、田中英夫、和多田淳三、林勲、横山宏、浅田喜代治の諸先生により開発されたファジイ線形回帰モデルを説明する。

ファジイ線形回帰モデルは、次の式で表す。

$$Y = A_0 + A_1 x_1 + \cdots + A_n x_n \quad (6)$$

ただし、　$A_i = (\alpha_i, c_i)_L$

これを、各ｊ番目のサンプル（ｌ個）に付いて示すと、

$$Y_j = (\gamma_j, d_j)_L = (\alpha_0, c_0)_L + (\alpha_1, c_1)_L x_{1j} + \cdots + (\alpha_n, c_n)_L x_{nj} \quad j = 1, \cdots, l \quad (7)$$

である。（ただし、x_{ij}のｉは、変数の番号、ｊはサンプルの番号を示す。）

この回帰モデルの解き方は、各y_j（ｙのｊ番目のサンプル）が、ファジイ数Y_jに程度ｈ以上で含まれるように、αおよびｃを求めることである。（０＜ｈ＜１）すなわち、

$$\mu_{Yj}(y_j) \geqq h \quad for \quad j = 1, \cdots, l \quad (8)$$

となるような、αおよびｃを求めることである。

しかし、ｃの各要素を適当に大きな数とすれば、（７）式は満たされることは明かである。そこで、$c_1|x_1| + \cdots + c_n|x_n|$は、ファジイ線形回帰モデルのあいまいさと考えられるので、このあいまいさを最小にするようにする。したがって、（８）式を満たし、かつ$c_1|x_1| + \cdots + c_n|x_n|$を最小にするようなαおよびｃを求めることになる。

$$min \quad c_1|x_1| + \cdots + c_n|x_n|$$

である。

また、$\mu_{Yj}(y_j) \geqq h$であるので、

$$L((y_j - x^t{}_j\alpha) / (c|x^t{}_j|)) \geqq h \quad (j = 1, \cdots, l)$$

となり、

$$x^t{}_j\alpha - |L^{-1}(h)|c^t|x_j| \leqq y_j \leqq x^t{}_j\alpha + |L^{-1}(h)|c^t|x_j| \quad j = 1, \cdots, l$$

となる。程度ｈ（したがって$|L^{-1}(h)|$）は、所与とする。また、ｃは（１）より非負である。したがって、この問題は、以下のような線型計画法の問題となる。

制約条件

$$y_i \leqq x^t{}_j\alpha + |L^{-1}(h)|c^t|x_j|$$
$$y_i \geqq x^t{}_j\alpha - |L^{-1}(h)|c^t|x_j| \quad (9)$$
$$j = 1, \cdots, l$$

および、

$$c_i \geqq 0 \qquad i = 0, 1, \cdots, n \quad (10)$$

のもとで、目的関数

$$c_1|x_1|+\cdots+c_n|x_n| \qquad (11)$$

を最小化するαおよびcを求める。

4. 連立同時方程式体系の回帰モデルのファジイ誘導型法による推定

まず、連立同時方程式体系の親モデルを次のように表す。

$$\begin{aligned} Y_1 &= P_{10}+P_{11}x_1+\cdots+P_{1n}x_n+q_{11}Y_1+\cdots+q_{1m}Y_m \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad (12) \\ Y_m &= P_{m0}+P_{m1}x_1+\cdots+P_{mn}x_n+q_{m1}Y_1+\cdots+q_{mm}Y_m \end{aligned}$$

ただし、$q_{ii}=0 \qquad i=1,\cdots,l$

事前に、一部のPについて、$P=(0,r)_L$が与えられている。（rは適当な非負の数）同様に、一部のqについて、$q=0$が与えられている。

このモデルは、同時従属変数をファジイ数として扱っているので、その係数は通常の数（ファジイではない数）としている。これは、後に示すように、同時従属変数（ファジイ数）の係数は必ず、非ファジイな値になるからである。

この章のモデルは、まず親モデルを誘導型に直し、そのファジイ係数を求める。すなわち、

$$\begin{aligned} Y_1 &= A_{10}+A_{11}x_1+\cdots+A_{1n}x_n \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad (13) \\ Y_m &= A_{m0}+A_{m1}x_1+\cdots+A_{mn}x_n \end{aligned}$$

$$A_{ij}=(\alpha_{ij},c_{ij})_L \qquad Y_i=(\gamma_i,d_i)_L$$

として、各ファジイ係数A_{ij}を求める。この問題は、各式（$i=1,\cdots,l$）について、ファジイ単一方程式

$$(\gamma_i,d_i)_L=(\alpha_{i0},c_{i0})_L+(\alpha_{i1},c_{i1})_L x_1+\cdots+(\alpha_{in},c_{in})_L x_n \qquad i=1,\cdots,l$$

のファジイ係数を求めることになる。これは、3．で示した方法で推定する。

次に、誘導型のファジイ回帰式で求めた係数から親モデルの係数を求める作業に移る。これは、通常の最小二乗法による推定と同様に、親モデルの各式について、その係数を一意に決定できるか否かの問題、すなわち「識別問題」において、適度識別であることが要求される。なぜなら、（3）から（5）で示したように、ファジイ数の演算は、その中心と広がりに対して別々に計算できる。したがって、ファジイ数の中心だけを考えて、親モデルに事前に0が与えられたところを0にするように親モデルの先決変数のファジイ係数の中心および同時従属変数の係数を決めることになるからである。これは、明らかに、最小二乗法の場合と同様であり、適度識別でなくてはならない。

5. 連立同時方程式体系の係数の、非線形最適化問題による推定

4．の推定方法では、親モデルのすべての方程式の係数が適度識別でないと、親モデルの全方程式のすべての係数を推定できない。この章では、誘導型に変換することなしに、直接各変数のファジイ係数を推定する方法を考察する。4．のモデルとは、多少異なるので、改めて示す。

$$\begin{aligned} Y_1 &= A_{10}+A_{11}x_1+\cdots+A_{1n}x_n+B_{11}\times Y_1+\cdots+B_{1m}\times Y_m \\ &\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \qquad (14) \\ Y_m &= A_{m0}+A_{m1}x_1+\cdots+A_{mn}x_n+B_{m1}\times Y_1+\cdots+B_{mm}\times Y_m \end{aligned}$$

ただし、$A_{ij}=(\alpha_{ij}、c_{ij})_L$, $B_{ij}=(\beta_{ij}、d_{ij})_L$,
$Y_i=(\gamma_i、e_i)_L$

$B_{ii}=(0,0)_L$　　$i=1,\cdots,l$

n：先決変数の数、m：同時従属変数の数（式の数）

また、事前的に、一部のAについて、$A=(0,0)_L$であることがわかっている。同様に、事前的に、一部のBについて、$B=(0,0)_L$であることがわかっている。

この方程式体系のファジイ係数AおよびBを推定する。しかし、（14）式の中に、ファジイ数同士の積が含まれている。［1］によれば、通常、L－Rタイプのファジイ数同士の演算は、同じL－Rタイプのファジイ数にはならない。また、ファジイ数Yは、同時決定のため、Bの中心が1より大のとき、あいまいさ（ファジイ数の広がり）が蓄積されることが多い。よって、Yは、ファジイ数でなく、γを使うのが適当である。すると、（14）式は次のようになる。

$$\begin{aligned} Y_1&=A_{10}+A_{11}x_1+\cdots+A_{1n}x_n+B_{11}\gamma_1+\cdots+B_{1m}\gamma_m \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad (15) \\ Y_m&=A_{m0}+A_{m1}x_1+\cdots+A_{mn}x_n+B_{m1}\gamma_1+\cdots+B_{mm}\gamma_m \end{aligned}$$

各サンプルごとに、ファジイ出力を計算すると、

$$\begin{aligned} Y_{1k}&=A_{10}+A_{11}x_{1k}+\cdots+A_{1n}x_{nk}+B_{11}\gamma_{1k}+\cdots+B_{1m}\gamma_{mk} \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad (16) \\ Y_{mk}&=A_{m0}+A_{m1}x_{1k}+\cdots+A_{mn}x_n+B_{m1}\gamma_{1k}+\cdots+B_{mm}\gamma_{mk} \end{aligned}$$

$k=1,\cdots,l$

l：サンプルの数

$Y_{ik}=(\gamma_{ik},e_{ik})_L$：i番目の同時従属変数のk番目のサンプルに対するファジイ数（ファジイ出力）

x_{ik}：i番目の先決変数のk番目のサンプル（観察値）

y_{ik}：i番目の同時従属変数のk番目のサンプル（観察値）

この各方程式のファジイ出力は、程度h以上で、その変数の観察値を含んでいなくてはならない。すなわち、

$$\mu_{Yik}(y_{ik})\geqq h \qquad (17)$$

$i=1,\cdots,m,\ k=1,\cdots,l$

である。

次に、この条件を満たしながら、このモデル自体の「あいまいさ」を最小にしなければならない。したがって、

$$\min\left[\Sigma w_i(\Sigma e_{ik})\right] \qquad (18)$$

ただし、$w=(w_0,w_1,\cdots,w_n)$

である。（w_iは、重み係数）

以上まとめると、次のような非線形の最適化問題となる。

目的関数

$$\min\left[\Sigma w_i(\Sigma e_{ik})\right] \qquad (19)$$

制約条件

$$\begin{aligned} \gamma_{1k}&=\alpha_{10}+\alpha_{11}x_{1k}+\cdots+\alpha_{1n}x_{nk}+\beta_{11}\gamma_{1k}+\cdots+\beta_{1m}\gamma_{mk} \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad (20) \\ \gamma_{mk}&=\alpha_{m0}+\alpha_{m1}x_{1k}+\cdots+\alpha_{mn}x_{nk}+\beta_{m1}\gamma_{1k}+\cdots+\beta_{mm}\gamma_{mk} \end{aligned}$$

$$e_{1k} = c_{10} + c_{11} \cdot |x_{1k}| + \cdots + c_{1n} \cdot |x_{nk}| + d_{11} \cdot |\gamma_{1k}| + \cdots + d_{1m} + |\gamma_{mk}|$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad (21)$$

$$e_{mk} = c_{m0} + c_{m1} \cdot |x_{1k}| + \cdots + c_{mn} \cdot |x_{nk}| + d_{m1} \cdot |\gamma_{1k}| + \cdots + d_{mm} + |\gamma_{mk}|$$

$$y_{1k} \leqq \gamma_{1k} + |L^{-1}(h)| \cdot e_{1k}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad (22)$$

$$y_{mk} \leqq \gamma_{mk} + |L^{-1}(h)| \cdot e_{mk}$$

$$y_{1k} \geqq \gamma_{1k} - |L^{-1}(h)| \cdot e_{1k}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad (23)$$

$$y_{mk} \geqq \gamma_{mk} - |L^{-1}(h)| \cdot e_{mk}$$

$$\text{for} \quad k = 1, \cdots, l$$

$$c_{ij} \geqq 0 \qquad i = 1, \cdots, m, \ j = 0, \cdots, n \qquad (24)$$

$$d_{ij} \geqq 0 \qquad i = 1, \cdots, m, \ j = 0, \cdots, m \qquad (25)$$

$$e_{ik} \geqq 0 \qquad i = 1, \cdots, m, \ k = 0, \cdots, l \qquad (26)$$

$$\beta_{ii} = d_{ii} = 0 \quad i = 1, \cdots, m \qquad (27)$$

非線形の部分は、（２０）の$\beta \cdot \gamma$の部分と、（２１）のｄ・|γ|の部分である。非線形の最適化問題は、線型計画法のシンプレクッス法のような、ある条件を満たしていれば、かならず最適解に到達できるといった解法は、一般には存在しない。しかし、解を求めるアルゴリズムはいくつか存在する。しかし、計算量は多く、また、解くためのコンピュータのソフトウエアは、一般にあまり流付していない。この章の以下の部分では、この問題に対して、線型計画法を用いて解を求める方法を考察する。

次のアルゴリズムにしたがって解く。

(i)（１９）の非線形の部分のγおよび、（２１）の|γ|を観察値ｙで代用する。

(ii)モデルは、非線形の部分がなくなっているので、線型計画法の問題として解ける。この線型計画問題を解く。

(iii)前のステップで求めたγをγ'とし、（１９）の非線型の部分のγ、および（２１）の非線型の部分の|γ|をγ'および|γ'|で代用する。

(iv)モデルは、非線形の部分がなくなっているので、線型計画法の問題として解ける。この線型計画問題を解く。

(v)各γとγ'を比較し、両者が大体同じ（２つの差がある基準以下）であればこのアルゴリズムを停止させる。もし、そうでなければ、(iii)から繰り返す。

このアルゴリズムは、非線形の部分の同時従属変数を観察値または前回の解を利用することにより線型に変換して、線型計画法で解く。このプロセスを繰り返すことで、解を求める。

非線形の部分で、所与の値とする変数を、γにした理由は、（２２）および、（２３）で、γの値がある範囲内にあることを保証しているからである。γが、シンプレックス法によりと解かれるとき、非基底解となることがほぼないということからである。また、この場合のγの値は、多くの場合ある値に収束すると考えられるからである。しかし、γがある値に収束するか否かの議論は今後の課題である。

６．　数値例

ここでは、５．の手法で、実際に連立同時方程式体系の係数の推定する。
まず、扱うモデルを次ぎに示す。

$$Y = C + I + G + E - M$$
$$C = \alpha_0 + \alpha_1 Y + \alpha C_{-1}$$
$$I = \beta_0 + \beta_1 (Y - Y_{-1}) + \beta_2 I_{-1} \qquad (24)$$
$$M = \gamma_0 + \gamma_1 Y + \gamma_2 (PM/P) + \gamma_3 M_{-1}$$

Ｙ：ＧＮＰ　　Ｃ：消費支出　　Ｉ：投資支出
Ｇ：政府支出　Ｅ：輸出　　Ｍ：輸入
ＰＭ：輸入デフレータ　　Ｐ：ＧＮＰデフレータ

推定結果は、次のようになった。

$Y_1 = (1, 0)_L x_5 + (1, 0)_L x_6 + Y_2 + Y_3 - Y_4$
$Y_2 = (0, 0)_L + (0.796, 0)_L x_2 + (0.125, 0.336)_L \gamma^{-1}_1$
$Y_3 = (0, 0)_L + (0, 0.025)_L x_1 + (0.987, 0)_L x_3$
$+ (0, 0.25)_L \gamma^{-1}_1$
$Y_4 = (3.796, 0)_L + (0, 0)_L x_4 + (0, 0)_L x_7 +$
$(0.123, 0.022)_L \gamma^{-1}_1$

参考文献

[１] Dubois,Didier J and H.prade, Fuzzy Set and Systems; Theory and Applications, Academic Press, (1980).

[２] Tanaka,Hideo, Satoru Uejima and Kiyoji Asai, "Linear Regression Analysys with Fuzzy Model", IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-12,no6 (1982),pp.903-907.

[３] Zadeh, L.A., "Fuzzy Sets", Information and Control, Vol.8 (1965), pp.338-353.

[４] Zadeh, L.A., "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility", Fuzzy Sets and Systems, Vol.1 (1978), pp.3-28.

[５] 浜田文雅、山田光男「計量経済分析入門」（丸善株式会社、１９８７年）

[６] 坂下昇「計量経済学」（東洋経済新報社、１９７３年）

[７] 田中英夫「可能性モデルとその応用」（「システムと制御」Ｖｏｌ．２８，ｎｏ．７（１９８４），ｐｐ．４４７－４５１）

[８] 田中英夫、和多田淳三、林勲「ファジイ線形回帰分析の三つの定式化」（「計測自動制御学会論文集」Ｖｏｌ．２２　ｎｏ．１０（１９８６），ｐｐ．１０５１－１０５７）

[９] 和多田淳三、田中英夫、横山宏、浅井喜代治「ファジイ時系列モデルとその予測問題への応用」（「日本経営工学会誌」Ｖｏｌ．３４　ｎｏ．３（１９８２）ｐｐ．１８０－１８６）

5TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィ入出力データに対するファジィ線形回帰分析

FUZZY LINEAR REGRESSION ANALYSIS FOR FUZZY INPUT-OUTPUT DATA

坂和正敏　岩手大学工学部情報工学科
Masatoshi SAKAWA　Faculty of Engineering, Iwate University
矢野均　香川大学経済学部管理科学科
Hitoshi YANO　College of Economics, Kagawa University
菅野丘　岩手大学工学部情報工学科
Kyu KANNO　Faculty of Engineering, Iwate University

ABSTRACT

In this paper, to cope with the fuzzy environment where human subjective estimation is influential in the regression models, fuzzy linear regression analysis for the fuzy input-output data is discussed via the concepts of possibility and necessity. Using the three indices for the equalities between two fuzzy numbers, three types formulations are defined for dealing with fuzzy input-output data. By considering the conflict between the fuzzy threthold for the three indices and the fuzziness of the model, multiobjective programming formulations are introduced, and an interactive decision making method is proposed on the basis of linear programming.

1. はじめに

本稿では、入力データ・出力データが共にファジィ数で表される場合に対して、最小二乗法との関連に注意しながら、モデルのパラメータがファジィ数のベクトルで表されるようなファジィ線形回帰モデルの構成を試みる。即ち、ファジィ数間の等号関係の可能性と必然性の度合いを表す3種類の指標[1]に基づいて、ファジィ線形回帰モデルを求めるための3種類の多目的計画問題[2]の定式化を試みるとともに、線形計画法に基づいて、対応する意思決定者の満足解を導出するための対話型意思決定手法を提案する。

2. ファジィ数間の等号関係

Dubois[1]は、2つのファジィ数 $\tilde{m}$, $\tilde{n}$ の等号関係を定義するために、可能性(Possibility)・必然性(Necessity)の観点から、それぞれのメンバーシップ関数 $\mu_{\tilde{m}}(u)$, $\mu_{\tilde{n}}(u)$ を用いて次の3種類の指標を導入した。

$$Pos(\tilde{m}=\tilde{n}) = \sup_{u\in R^1} \min\ (\mu_{\tilde{m}}(u), \mu_{\tilde{n}}(u)) \tag{1}$$

$$Nes(\tilde{m}\subset\tilde{n}) = \inf_{u\in R^1} \max\ (1-\mu_{\tilde{m}}(u), \mu_{\tilde{n}}(u)) \tag{2}$$

$$Nes(\tilde{m}\supset\tilde{n}) = \inf_{u\in R^1} \max\ (\mu_{\tilde{m}}(u), 1-\mu_{\tilde{n}}(u)) \tag{3}$$

3．ファジィ入出力データに対するファジィ線形回帰モデルの定式化

本稿では、入力データ・出力データがともにファジィ数（あるいはファジィ数のベクトル）で表される場合に対するファジィ線形回帰モデルについて考察する。ここでは、モデルによる推定値とファジィ出力データとのずれは、入出力関係を表すシステム構造自体のあいまい性に依存しているものと仮定されており、形式的には係数にあいまい性を含むモデルとして次のように表される。

$$\tilde{y}_i = \tilde{a} \circledast \tilde{x}_i, \qquad i=1,\ldots,k \tag{4}$$

$$\tilde{a} = (\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \ldots, \tilde{a}_n), \quad \tilde{x}_i = (1, \tilde{x}_{i1}, \ldots, \tilde{x}_{in})^T, \quad i=1,\ldots,k$$

ここで、$\tilde{y}_i$, $\tilde{a}_j$, $\tilde{x}_{ij}$ は、ファジィ数[2]を表す。また、$\circledast$は２つのファジィ数のベクトル $\tilde{a}$ と $\tilde{x}_i$ の間の拡張原理に基づく積の演算を表す。

さて、問題を明確に規定するため、ファジィ線形回帰モデル(4)の左辺のファジィ出力データ $\tilde{y}_i, i=1,\ldots,k$ と右辺のファジィパラメータ $\tilde{a}_j$, $j=0,1,\ldots,n$ および、ファジィ入力データの $\tilde{x}_{ij}, i=1,\ldots,k, j=1,\ldots,n$ のメンバーシップ関数は、それぞれ次式により与えられるものとする。

$$\mu_{\tilde{y}_i}(y_i) = \begin{cases} L\left((\bar{y}_i - y_i)/e_i\right), & y_i \leqq \bar{y}_i, \ e_i > 0 \\ L\left((y_i - \bar{y}_i)/e_i\right), & y_i \geqq \bar{y}_i, \ e_i > 0 \end{cases} \tag{5}$$

$$\mu_{\tilde{a}_j}(a_j) = \begin{cases} L\left((\bar{a}_j - a_j)/c_j\right), & a_j \leqq \bar{a}_j, \ c_j > 0 \\ L\left((a_j - \bar{a}_j)/c_j\right), & a_j \geqq \bar{a}_j, \ c_j > 0 \end{cases} \tag{6}$$

$$\mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}) = \begin{cases} L((\bar{x}_{ij} - x_{ij})/d_{ij}), & x_{ij} \leqq \bar{x}_{ij}, d_{ij} > 0 \\ L((x_{ij} - \bar{x}_{ij})/d_{ij}), & \bar{x}_{ij} \leqq x_{ij}, d_{ij} > 0 \end{cases} \tag{7}$$

以下では、ファジィ数 $\tilde{x}_{ij}$, $i=1,\ldots,k$, $j=1,\ldots,n$のαレベル集合は、任意の$\alpha \in (0,1]$に対して非負であると仮定する。

ところで、現在のところ、ファジィ数間の積の演算により生ずるファジィ数のメンバーシップ関数を直接、陽に求めることはできないので、ファジィ線形回帰モデルの推定値 $\tilde{a} \circledast \tilde{x}_i$も、そのままでは、対応するメンバーシップ関数の形状を知ることはできない。しかし、拡張原理に基づくファジィ数間の積の演算により生ずるファジィ数のαレベル集合は容易に求められることから、直

ちに次の定理が得られる。

【定理１】

$$(\tilde{a} \circledast \tilde{x}_i)_\alpha = [Y_{i\alpha}^L, Y_{i\alpha}^R] \tag{8}$$

ここで、

$$Y_{i\alpha}^L = \sum_{j=0}^{n} \{ \min \{(\bar{a}_j - L^{-1}(\alpha)c_j)(\bar{x}_{ij} - L^{-1}(\alpha)d_{ij}), (\bar{a}_j - L^{-1}(\alpha)c_j)(\bar{x}_{ij} + L^{-1}(\alpha)d_{ij})\} \} \tag{9}$$

$$Y_{i\alpha}^R = \sum_{j=0}^{n} \{ \max \{(\bar{a}_j + L^{-1}(\alpha)c_j)(\bar{x}_{ij} + L^{-1}(\alpha)d_{ij}), (\bar{a}_j + L^{-1}(\alpha)c_j)(\bar{x}_{ij} - L^{-1}(\alpha)d_{ij})\} \} \tag{10}$$

さて、指標(1)-(3)に基づく、ファジィ線形回帰モデル $\tilde{a} \circledast \tilde{x}_i$ とファジィ出力データ $\tilde{y}_i$ の間の等号関係は、その適合度を表すαの値を固定すれば、定理１とレベル集合の性質から、次のような不等式の集合として表される。

【定理２】

(Ⅰ)$Pos(\tilde{y}_i=\tilde{a} \circledast \tilde{x}_i) \geqq \alpha$であるための必要十分条件は

$$\bar{y}_i + L^{-1}(\alpha)e_i \geqq Y_{i\alpha}^L, \quad \bar{y}_i - L^{-1}(\alpha)e_i \leqq Y_{i\alpha}^R \tag{11}$$

(Ⅱ)$Nes(\tilde{y}_i \subset \tilde{a} \circledast \tilde{x}_i) \geqq \alpha$であるための必要十分条件は

$$\bar{y}_i + L^{-1}(1-\alpha)e_i \leqq Y_{i\alpha}^R, \quad \bar{y}_i - L^{-1}(1-\alpha)e_i \geqq Y_i^L \tag{12}$$

(Ⅲ)$Nes(\tilde{y}_i \supset \tilde{a} \circledast \tilde{x}_i) \geqq \alpha$であるための必要十分条件は

$$\bar{y}_i + L^{-1}(\alpha)e_i \geqq Y_{i,1-\alpha}^R, \quad \bar{y}_i - L^{-1}(\alpha)e_i \leqq Y_{i,1-\alpha}^L \tag{13}$$

ここで、$Y_{i\alpha}^L$, $Y_{i\alpha}^R$の内部には、最小化(min)と最大化(max)の演算が含まれているため、状況により、式(11)-(13)の不等式の形が変化することに注意しよう。

さて、通常の線形回帰モデルのパラメータは、最小ニ乗法により求められることを考慮すれば、ファジィ線形回帰モデルのファジィパラメータベクトルを求める問題は、それぞれ、指標(1),(2)に対しては、すべてのi=1,...,kに対する制約条件(11)あるいは(12)のもとで、ファジィ線形回帰モデルのあいまい度を最小にすると同時に適合度αを最大にする問題、同様に、指標(3)に対しては、すべてのi=1,...,kに対する制約条件(13)のもとで、ファジィ線形回帰モデルのあいまい度を最大にすると同時に適合度αを最大にする問題として、次のような多目的計画問題として定式化することができる。

《MP1》 $\min J(\bar{a}, c), \quad \max \alpha$ (14)

subject to $\alpha \in (0, 1), \quad c_j \geqq 0, \quad j=0,1,...,n$

$$\bar{y}_i + L^{-1}(\alpha)e_i \geqq Y_{i\alpha}^{L}, \quad \bar{y}_i - L^{-1}(\alpha)e_i \leqq Y_{i\alpha}^{R}, \quad i=1,\ldots,k$$

《MP2》 $\min J(\bar{a},c), \quad \max \alpha$ (15)

subject to $\alpha \in (0,1), \quad c_j \geqq 0, \quad j=0,1,\ldots,n$

$$\bar{y}_i + L^{-1}(1-\alpha)e_i \leqq Y_{i\alpha}^{R}, \quad \bar{y}_i - L^{-1}(1-\alpha)e_i \geqq Y_{i}^{L}, \quad i=1,\ldots,k$$

《MP3》 $\max J(\bar{a},c), \quad \max \alpha$ (16)

subject to $\alpha \in (0,1), \quad c_j \geqq 0, \quad j=0,1,\ldots,n$

$$\bar{y}_i + L^{-1}(\alpha)e_i \geqq Y_{i,1-\alpha}^{R}, \quad \bar{y}_i - L^{-1}(\alpha)e_i \leqq Y_{i,1-\alpha}^{L}, \quad i=1,\ldots,k$$

ここで、

$$J(\bar{a},c) = \sum_{i=1}^{k} \{(Y_{i1}^{L}-Y_{i0}^{L})+(Y_{i0}^{R}-Y_{i1}^{R})\} \tag{17}$$

多目的計画問題《MP1》-《MP3》において、あいまい度$J(\cdot)$と適合度αは互いに相競合しているので、通常の単一目的計画問題の最適解の概念の代わりに、ある目的を改善するためには少なくとも他のいずれかの目的関数を改悪せざるを得ない解として、パレート最適解が次のように定義されている。

【定義１】（パレート最適解）

多目的計画問題《MP1》-《MP3》において、制約集合上の任意の$(\bar{a},c)$とαに対して、

$J(\bar{a},c) \leq J(\bar{a}^*,c^*)$ （《MP1》,《MP2》の場合）

$J(\bar{a},c) \geq J(\bar{a}^*,c^*)$ （《MP3》の場合）

かつ、$\alpha \geq \alpha^*$が成立しない時、$(\bar{a}^*,c^*)$とα^*をパレート最適解という。

ここで、$\leq$は２つの制約式のうち少なくとも１つは等号を含まないことを意味する。

ところで、《MP1》のパレート最適解の１つは、次の制約問題を解くことにより得られる。

《CP1》 $\min \quad J(\bar{a},c)$ (18)

subject to $\alpha \geqq \alpha_0, \quad c_j \geqq 0, \quad j=0,1,\ldots,n$

$$\bar{y}_i + L^{-1}(\alpha)e_i \geqq Y_{i\alpha}^{L}, \quad \bar{y}_i - L^{-1}(\alpha)e_i \leqq Y_{i\alpha}^{R}, \quad i=1,\ldots,k$$

ここで、α_0は意思決定者によりあらかじめ設定される値である。

《CP1》の目的関数および制約式を構成する$Y_{i\alpha}^{L}$, $Y_{i\alpha}^{R}$の内部には、最小化と最大化の演算が含まれているので、そのままでは線形計画問題として解くことはできない。そこで、その代わりに、$j=0,\ldots,n$に関する添字集合(J_1,J_2,J_3)に

依存した次の線形計画問題《CP1(J_1, J_2, J_3)》を解くことを考える。

$$\min \quad J(\bar{a}, c) = \sum_{i=1}^{k} \{(Y_{i1}^{L} - Y_{i0}^{L}) + (Y_{i0}^{R} - Y_{i1}^{R})\} \tag{19}$$

$$\text{subject to} \quad \alpha \geqq \alpha_0, \quad c_j \geqq 0, \quad j=0,1,\ldots,n \tag{20}$$

$$\bar{y}_i + L^{-1}(\alpha) e_i \geqq Y_{i\alpha}^{L}, \quad i=1,\ldots,k \tag{21}$$

$$\bar{y}_i - L^{-1}(\alpha) e_i \leqq Y_{i\alpha}^{R}, \quad i=1,\ldots,k \tag{22}$$

$$\bar{a}_j - L^{-1}(\alpha) c_j \geqq 0, \quad j \in J_1, \tag{23}$$

$$\bar{a}_j - L^{-1}(\alpha) c_j \leqq 0, \quad \bar{a}_j + L^{-1}(\alpha) c_j \geqq 0, \quad j \in J_2 \tag{24}$$

$$\bar{a}_j + L^{-1}(\alpha) c_j \leqq 0, \quad j \in J_3, \tag{25}$$

ここで、

$$Y_{i\alpha}^{L} = \sum_{j \in J_1} (\bar{a}_j - L^{-1}(\alpha) c_j)(\bar{x}_{ij} - L^{-1}(\alpha) d_{ij}) + \sum_{j \in J_2, J_3} (\bar{a}_j - L^{-1}(\alpha) c_j)(\bar{x}_{ij} + L^{-1}(\alpha) d_{ij}) \tag{26}$$

$$Y_{i\alpha}^{R} = \sum_{j \in J_1, J_2} (\bar{a}_j + L^{-1}(\alpha) c_j)(\bar{x}_{ij} + L^{-1}(\alpha) d_{ij}) + \sum_{j \in J_3} (\bar{a}_j + L^{-1}(\alpha) c_j)(\bar{x}_{ij} - L^{-1}(\alpha) d_{ij}) \tag{27}$$

ただし、$J_1 \cap J_2 = \phi$, $J_2 \cap J_3 = \phi$, $J_3 \cap J_1 = \phi$, $J_1 \cup J_2 \cup J_3 = \{0,\ldots,n\}$

ここで、もし、パラメータの符号が事前にわかっている場合には、それに対応する添字集合(J_1, J_2, J_3)を設定して、線形計画問題《CP1(J_1, J_2, J_3)》を解けば、その最適解は《CP1》の最適解となる。逆に、パラメータの符号がわかっていない場合には、添字集合(J_1, J_2, J_3)のすべての組合せ（$3^{(n+1)}$個存在する）に対して、線形計画問題《CP1(J_1, J_2, J_3)》を解き、それらの中で、目的関数が最も小さくなる最適解が《CP1》の最適解となる。

《MP2》,《MP3》の場合に対しても、同様にして、対応する制約問題《CP2》,《CP3》を定式化することができ、線形計画問題《CP2(J_1, J_2, J_3)》,《CP3(J_1, J_2, J_3)》を解くことにより、それらの最適解を求めることができる。

このような、制約問題の最適解と多目的計画問題のパレート最適解の関係は、次の定理に与えられる。

【定理３】

$(\bar{a}^*, c^*)$と$\alpha^* \in (0,1)$が多目的計画問題《MP1》-《MP3》のパレート最適解であるための必要十分条件は、$(\bar{a}^*, c^*)$が$\alpha^* \in (0,1)$に対する制約問題《CP1》-《CP3》の一意な最適解となることである。

制約問題を解くことにより得られるパレート最適解に対して、意思決定者は、現在の解に満足するか、あるいは、不満足であれば、『適合度』の値を更新する必要がある。既に述べてきたように、『適合度』と『あいまい度』は互いに相競合しているので、意思決定者はα_0の値を更新する場合には、このことを考慮する必要がある。意思決定者がα_0の値を更新する際の有益な情報として、『適合度α_0』と『あいまい度』の間のトレードオフ比を利用することが考えられるが、このトレードオフ比の情報は、次の定理に示すように、制約問題の制約式に対応するシンプレックス乗数を用いて、容易に求めることができる。

【定理４】

《CP1》の一意的な最適解を$\bar{a}_j, c_j,\ j=0,1,\ldots,n$とし、非退化条件を満たしていると仮定する。この時、《CP1》の最適値関数を$J_1(\alpha)$で表せば、次の関係が成立する。

$$\frac{\partial J_1(\alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{\partial L^{-1}(\alpha)}{\partial \alpha} \sum_{i=1}^{k} \{ \pi_i^1 e_i + \lambda_i^1 e_i \}$$

$$+ \sum_{i=1}^{k} \{ \pi_i^1 \frac{\partial Y_{i\alpha}^L}{\partial \alpha} - \lambda_i^1 \frac{\partial Y_{i\alpha}^R}{\partial \alpha} \} \qquad (28)$$

ここで$\pi_i^1, \lambda_i^1, i=1,\ldots,k$は，《CP1》の制約式に対応するシンプレックス乗数を表す。《CP2》，《CP3》に対しても同様にトレードオフ比を求めることができる。

以上の議論より、多目的計画問題《MP1》-《MP3》のパレート最適解の集合の中から、意思決定者の満足解を導出するための対話型アルゴリズムを次のように構成することができる。

［ステップ１］　意思決定者は主観的に『適合度α_0』($0 < \alpha_0 < 1$)の初期値を設定する。

［ステップ２］　設定された『適合度』に対して、対応する制約問題《CP1》-《CP3》の最適解を線形計画法に基づいて解き、多目的計画問題《MP1》-《MP3》のパレート最適解とトレードオフ比を計算する。

［ステップ３］　意思決定者は、ステップ２により得られた『あいまい度』と『適合度』の値に満足ならば終了。そうでなければ、現在の目的関数値とトレードオフ比の情報を考慮して、『適合度』の値を更新してステップ２へ戻る。

参考文献

(1) D.Dubois : "Linear Programming with Fuzzy Data" Analysis of Fuzzy Information, Vol.3, (Ed.by J.C.Bezdek) CRC Press, 241-263 (1987).

[2] 坂和・矢野：”多目的ファジー線形回帰分析とその応用”，電子情報通信学会論文集，Vol. J72-A, No.5 (1989) (掲載予定)

階層的クラスター分析におけるＷｉｓｈａｒｔのＫＮＮ法とあるファジィグラフの連結成分との等価性について

Equivalence between clusters generated by Wishart's KNN method and connected components of an extended fuzzy graph

宮本　定明
Sadaaki Miyamoto

筑波大学電子・情報工学系
Institute of Information Sciences and Electronics
University of Tsukuba, Ibaraki 305, Japan

ABSTRACT

Assume that a finite set of objects V, a fuzzy set C of V, and a reflexive and symmetric fuzzy relation R of V are given. A fuzzy graph (V,R,C) is considered. An alpha-cut of this graph is defined to be a pair of the vertices of the alpha-cut of C and the edges of the alpha-cut of R. A new relation $R' = R \wedge (C \wedge C^T)$ is considered. Transitive closure of R' shows connected components of (V,R,C). Wishart's Kth nearest neighbor clustering is shown to be a special case of classification by the transitive closure of R'.

1．はじめに

反射的で対称的なファジィ関係の推移的閉包[1,2]が階層的クラスター分析の最短距離法（単一結合法ともいう）と等価であることはよく知られている[3,4]。この結果で本質的な部分は、最短距離法とそれに対応するファジィ関係の推移的閉包が、共に或るファジィグラフの連結成分に等価であることであり、このことは既に大隅[4]によって論じられている。本稿では、ファジィグラフが階層的クラスター分析において本質的役割を果たすもう他の例を示す。WishartのKNN法(Kth Nearest Neighbor method)は標準的な方法の一つとしてよく知られている。この方法では、dense pointという概念を利用し、クラスター分析のための個体がdense point となるかどうかのチェックをクラスター生成の各段階で行う。ここでは、KNN法が、ある（拡張された）ファジィグラフの連結成分と等価であることを示す。このファジィグラフでは、各頂点にあるファジィ集合のメンバーシップ値が定義されていて、このファジィ集合によって、dense point の概念を表現するのである。ここで得られた結果から、KNN法の理論的性質や効率のよいアルゴリズムの適用可能性などが明らかになる。

2．準備

$V=\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$を有限集合とし、V 上の反射的対称的（２値）ファジィ関係 R が与えられていると仮定する。さらに、V のファジィ集合 C が与えられているとする。クラスター分

析の場合、V は分類すべき個体の集合であり、R は分類の基準となる類似度を意味するものとする。クラスター分析では、個体間の関連の強さを表す尺度として類似度（値が大きいほど、関連が強い）、非類似度（値が大きいほど、関連が弱い）、の２種類を用いるが、本稿の議論はすべて類似度による。ファジィ集合 C のクラスター分析における具体的役割は次章で明らかになる。C および R のメンバーシップの値を簡単にC(v),R(v,w), v,w∈V等で表す。また、関係 R の推移的閉包をR*で表す。

一方、任意のα∈[0,1]に対して、V を頂点とするグラフの辺Eαを (v,w)∈Eα iff R(v,w)≥αで定義する。そこで、ファジィグラフFGを、そのα－カットが(V,Eα)で与えられるようなグラフの族{(V,Eα)}と定義する。簡単のため、ここでは FG=(V,R)とかく。

階層的クラスター分析において、次の性質は基本的である[3,4]。

<u>性質１</u>　任意のα∈[0,1]に対して、次の４つの方法によるVの類別は順序を除いて一致する。ただい、Vの類別とは、Vの共通部分が空である部分集合の族{V_1,..,V_N}でその和がVに一致するものをいう。

(A) R を類似度として最短距離法によりクラスター分析を行ったとき、類似度のレベルがαのときに生じているクラスターによる類別

(B)ファジィグラフFG=(V,R)のα－カットの各連結成分による類別

(C)ファジィ同値関係R*のα－カットによる類別。

(D) V を頂点の集合とする完全グラフの各辺に重み R を与える。この重みつきグラフから maximal spanning tree (MST) をとりだし、このMST から重みがαより小さい辺をすべて除去して得られるグラフをT'とする。このT'の各連結成分による類別

<u>注意</u>　ここでは、あるグラフの連結成分とは、連結な極大部分グラフの頂点の集合を意味するものとする。

３．ファジィグラフ(V,R,C)

{(V,Eα)}によって定義されたファジィグラフFGの頂点は、すべてのα－カットに対して不変である。このファジィグラフを拡張して、頂点がファジィ集合 C で与えられるようなものを考えよう。そこで、任意のα∈[0,1]に対して、ある拡張されたファジィグラフEFGのα－カットを通常のグラフ(Vα,Eα)として次のように定める：

i)　Vαの頂点は、C(v)≥αを満たすVの要素全体からなる。

ii) v,w∈Vαに対して、(v,w)∈Eα iff R(v,w) ≥ α

このように定義されたグラフの族{(Vα,Eα)}によってファジィグラフEFGを定義し、EFG=(V,R,C)と表す。

本稿では、性質１に示した４つの方法の同等性に相当する性質がEFGの場合にどのような形で成立するかを考える。まず、次の性質が成り立つ。

<u>性質２</u>　R と C によってファジィ関係 R' を

$$R'(v,w) = \min [\, R(v,w),\ C(v),\ C(w) \,] \quad \text{for any } v,w \in V$$

と定義する。このとき、推移的閉包(R')*は任意のα∈[0,1]に対してVαの類別を与える。さらに、この類別はEFGの連結成分による類別に一致する。

この性質の証明は筆者らの報告[5]にゆずり、ここでは省略する。

4．WishartのKNN法

前節で述べた最短距離法は実用的には使用しにくい方法であるとみなされている。その理由は、chain effectという個体を連鎖的につなぎ、長く伸びたクラスターが生じるためであるとされている。この欠点を改良するため考えられたのがWishartのKNN法[6]である。KNN法では、周りに他の個体が密集した点を優先的に処理してchain effectを防ぐため、dense pointという概念を用いる。この概念をファジィ集合 C に対応させることによって、KNN法と第２節の方法が同等であることがわかる。まず、KNN法のアルゴリズムを導入しよう。

KNN法は、次のアルゴリズムによって定義される方法である。通常KNN法の説明には、非類似度が用いられるが、先に述べたように、ここでは類似度を用いる。

Algorithm KNN

入力：個体の集合 V ,類似度 R(v,w), および正整数 K

出力：次の手続きによって逐次生成されるクラスターの全体

(a) 各々の $v_i \varepsilon V$に対し、v_iからK 番目に近い（類似度が大きい）個体に対する類似度の値を計算し、c'_iとする。

(b)c'_iを降順にソートする。ソートされた列を（$c_1,c_2,..,c_n$）とする。簡単のため、個体の添字v_iとc_iが対応しているものとする。

(c)しきい値pminを$c_1,c_2,...$に逐次一致させ、各々のpmin=c_jについてv_jをdense pointとし、かつ次のステップ(c1)～(c3)を実行する。すべての個体がdense pointになるまで(c)をくりかえす。

(c1)　２つのクラスターG,G'の間の類似度R(G,G')を

$$R(G,G') = \max R(x,y)$$　　（最大値は、すべての$x \varepsilon G$, $y \varepsilon G'$についてとる）

とする。$R(G_p,G_q) \geq pmin$ となるクラスターの対があるならばG_pとG_qを結合(merge)する。このようなクラスターの対がなくなるまで(c1)をくりかえす。

(c2)　v_jからの類似度が$R(\{v_j\},G) \geq pmin$となるクラスターGが存在しないならば、単一の要素からなるクラスター$\{v_j\}$を作る。

(c3)　クラスター$G_k,..,G_s$が$R(\{v_j\},G_i) \geq pmin, i=k,..,s$ をみたすならば、これらのクラスターを結合して新しいクラスター $\{v_j\} \cup G_k \cup .. \cup G_s$ をつくる。

(d)すべての個体がdenseとなった後、２つ以上のクラスターが存在しているならば、最短距離法にしたがって結合をすすめる。

そこで、次の性質が得られる。

<u>性質３</u>　ステップ(a)で計算されるc'_iをv_iにおけるメンバーシップの値としてファジィ集合 C を定義する($C(v_i)=c'_i$)。このとき、任意の$\alpha \varepsilon [0,1]$に対して、アルゴリズムKNNによるクラスターとファジィグラフ(V,R,C)のα－カットの連結成分は一致する。

（略証）まず、２つの事柄に注意しよう。１つは、KNNによるクラスターはすべてdense pointのみを含んでいることであり、２つめは、クラスターの間の類似度の計算は、最短距離法と同

じであることである。ファジィグラフEFGでは、１つめの特徴はファジィ集合 C によって表現されており、２つめは関係 R によって表されている。

証明は、ステップ(c)のくりかえしに関する帰納法による。このことは、しきい値pminがc_1, c_2,..の値を逐次とるに従ってクラスターがどう変化するかを調べることに相当し、EFGでは、$\alpha=c_1,c_2,..$とαの値が減少するにつれて連結成分がどのように変化するかをみることになる。まず、１つめの個体v_1がdenseとなったときKNNによるクラスターは$\{v_1\}$以外存在しない。このときEFGにはただ１つの頂点v_1のみが存在するからKNNのクラスター$\{v_1\}$と同等である。

pmin=c_mまでKNNのクラスターとEFGの連結成分が一致したと仮定しよう。このとき、KNNのアルゴリズムにおいて(c1),(c2),(c3)のいずれかが適用される。

[(c1)が適用される場合] クラスターG_p,G_qがレベル$\beta=R(G_p,G_q)$で結合されるならば、$x\in G_p$, $y\in G_q$が存在して、$R(x,y)=\beta$であり、かつ$C(x)\geq\beta$, $C(y)\geq\beta$である。このことは、EFGにおいて$x,y\in V\beta$かつ$(x,y)\in E\beta$を意味する。また、帰納法の仮定によってG_p,G_qはEFGのレベル$\alpha=c_m$における連結成分を表すから、EFGのレベル$\alpha=\beta$においてこの２つの頂点の集合は連結される。(c1)が２回以上繰り返される場合も同様の議論を行うことによってpmin=c_{m+1}においてKNNによるクラスターとEFGの連結成分が一致することがわかる。逆に、EFGにおいて$x\in G_p$, $y\in G_q$が存在して、$x,y\in V\beta$かつ$(x,y)\in E\beta$を仮定した場合でも２つの方法による類別が一致することは上の議論を逆の方向から適用すればよい。

[(c2)が適用される場合] $R(\{v_j\},G)\geq$pminを満たすクラスターが存在しないことはv_jに接続している辺(v_j,w)で$C(w)\geq$pminをみたすものはすべて$R(v_j,w)<$pminとなることを意味する。かつ$C(v_j)=$pminである。したがってEFGでも頂点v_jは孤立している。逆も成り立つことは明らかである。

[(c3)が適用される場合] $R(\{v_j\},G_i)\geq$pmin, i=k,...,sならば$w_i\in G_i$, i=k,..,sがあって$C(w_i)\geq$pminかつ$R(v_j,w_i)\geq$pminである。$C(v_j)=$pminだからこれらの条件からEFGの$\alpha=$pminのレベルにおいてv_jとw_iが接続され、帰納法の仮定からG_iはEFGの$\alpha=c_m$における連結成分である。よってEFGの$\alpha=$pminで連結成分$\{v_j\}\cup G_k\cup..\cup G_s$が生じる。逆も成り立つことは議論を逆にすればよい。

最後に、(d)が適用される場合はすべての頂点$v\in V$が$C(v)\geq$pminをみたすので、グラフEFGは以後FGと変らない。したがって前節の最短距離法の場合の方法の同等性によってKNNのクラスターとEFGの連結成分がこれ以後一致することがわかる。　　（証明終）

上の性質は、KNN法が実際的にはR'を類似度とする最短距離法と同等であることを示している。

<u>性質４</u>　任意の$\alpha\in[0,1]$に対して、類似度 R にもとづくKNNによるクラスターと類似度 R' にもとづく最短距離法によるクラスターのうち２つ以上の要素を含むものは順序を除いて一致する。ただし、R'は性質３に記された式によって定義されるものとする。

（証明）上の性質２、３から類似度 R にもとづくKNNによるクラスターは(R')*による類別に一致する。一方、R"=$\sqrt{R'}$と定義すると、類似度 R' にもとづく最短距離法によるクラスターは(R")*による類別に一致する。(R')*と(R")*の違いは対角成分が１であるか否かだけであり、２つ以上の要素を含むクラスターについては、対角成分の違いは影響しないから両者は一致す

る。　　（証明終）

この性質によって最短距離法の場合と同様に、KNN法についてもMSTのアルゴリズムが利用できることがわかった。そのためには、まず、アルゴリズムKNNのステップ(a)によってc'$_i$を計算し、これからR'を計算して、R'に基づいてMSTのアルゴリズムを適用すればよい。

以上の議論を要約すると、第２節の４つの方法に準じた形で、次の４つの方法の同等性が示された。すなわち、任意の$\alpha \in [0,1]$に対して次の４通りの類別は一致する。

(A')類似度 R にもとづいてKNN法によりレベルαで生成されたクラスター

(B')関係 R とKNNアルゴリズムのステップ(a)によって計算された C によって定義されるEFGのα－カットにおける連結成分

(C')(R')*のα－カットによって定義される類別

(D')辺に重みR'をもつ完全グラフ(V, VxV)からMSTを取り出し、これから重みがαより小さい辺を除去したとき生じる連結成分（ただし、この場合、性質４に示したように、要素が２つ以上の成分について他の類別と一致することがいえる。）

５．数値例

図１は、簡単なファジィグラフEFGの例を示している。ファジィ集合 C は頂点上に括弧で示されている。α－カットの変化に伴って頂点の集合が変化する点に注意しよう。

次に、数値例によって最短距離法とKNN法によるクラスターを比べよう。図２は５つの個体をグラフの頂点として表し、その間の類似度を辺の重みとして示したものである。辺のない部分は類似度が０であることを意味する。図２の太線はこの重み付きグラフのMSTを表している。これに最短距離法を適用した結果の樹形図を図３に示す。第２節で示した最短距離法とMSTの同等性に注意しよう。次に、図２にK=2とした場合のKNN法を適用してみよう。図４はこの場合のc'$_i$によって計算したファジィ集合 C を頂点上に括弧で示したファジィグラフEFGを表している。この例にアルゴリズムKNNを適用して得られた樹形図を図５に示す。この図で、ある個体がdenseになったレベルを星印*で表し、denseになる前は点線、なった後は実線で表している。図４のEFGの連結成分と図５の樹形図の対応は容易に理解されるであろう。

参考文献　1. S.Tamura,S.Higuchi,K.Tanaka, Pattern classification based on fuzzy relations, IEEE Trans.SMC.1,61-66,1971. 2. L.A.Zadeh, Similarity relations and fuzzy orderings, Inform. Sci. 3,177-200,1971. 3. J.C.Dunn, A graph theoretic analysis of pattern classification via Tamura's fuzzy relations, IEEE Trans.SMC.4,310-313,1974. 4.N.Ohsumi, Fuzzy clustering and its applications, Institute of Statistical Mathematics,1979. 5.S.Miyamoto, A method of hierarchical cluster analysis with a fuzzy constraint and its relation to Wishart's kth nearest neighbor method,Technical Report, Inst. Informat. Sci. and Electr., Univ. of Tsukuba, ISE-TR-88-74, 1988. 6. D.Wishart, Mode analysis: a generalization of nearest neighbor which reduces chaining effects, in A.J.Cole,ed. Numerical Taxonomy, Proc. Colloq. in Numerical Taxonomy, Univ. St. Andrew, Sept. 1968, 283-311.

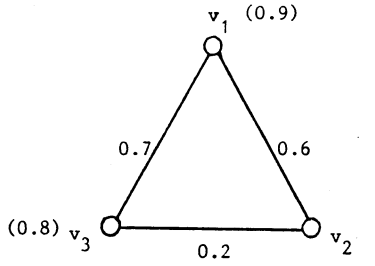


図1a ファジィグラフ EFGの例

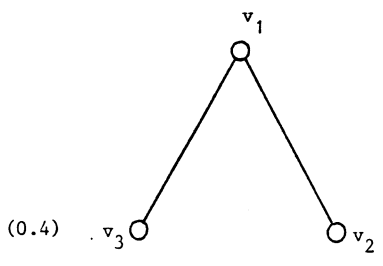


図1b EFGのα=0.3 によるカット

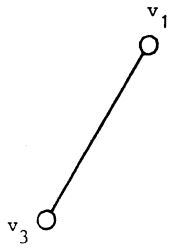


図1c EFGのα=0.5 によるカット

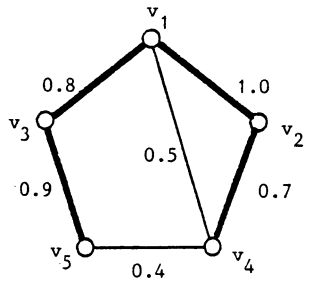


図2 5つの個体と類似度のグラフによる表現

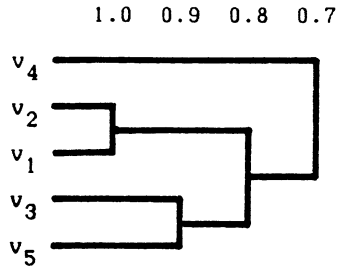


図3 図2に最短距離法を用いた結果

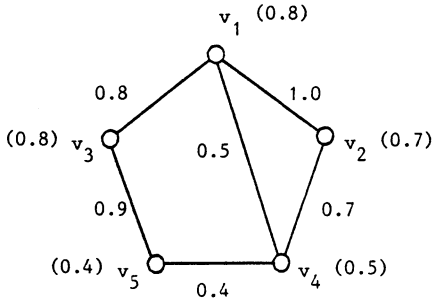


図4 図2にKNN(K=2)のステップ(a)を用いて定義したファジィ集合 C によるEFG

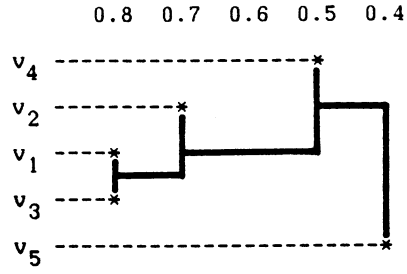


図5 図2にKNN法(K=2)を用いた結果

Ｆｕｚｚｙ　Ｃ－Ｍｅａｎｓ法における分割数の新しい選択法

A NEW METHOD OF CHOOSING THE NUMBER OF CLUSTERS FOR FUZZY C-MEANS METHOD

福山義幸　　菅野道夫
Yoshiyuki FUKUYAMA　　Michio SUGENO

東京工業大学
Tokyo Institute of Technology

ABSTRACT

The minimun value of estimation function of Fuzzy C-Means Method (F.C.M.) for fixed number of clusers monotonously decreases as the number of clusters increases.

And there are several indices which determine the number of clusters.

But validity of these indices depends upon data structure and parameters.

The difference between the Deviation Within Cluster and the Deviation Between Clusters is found to be a new index which determines the number of clusters for F.C.M. Examining several examples, this new index shows better results than the previous indices do.

１．はじめに

パターン認識において、クラスタリングは画像を分割するための１つの手法である。

クラスタリングの１つに、ファジィ理論を応用したＦｕｚｚｙ　Ｃ－Ｍｅａｎｓ法（Ｆ．Ｃ．Ｍ．）がある。Ｆ．Ｃ．Ｍ．とは各データが、各クラスターに属するメンバーシップの初期値を定め、そのメンバーシップを使ったクラスタリングの評価関数を最小にするように各クラスターの中心と最適なメンバーシップの値を反復的に求めていく方法である。

クラスタリングを行なう場合に、クラスター数をいくつと見なすかということが問題であるが、Ｆ．Ｃ．Ｍ．の評価関数の最小値は、クラスター数の増加にともなって、単調に減少する。したがって、評価関数のほかにクラスター数を決定する指標が必要である。いままで、いくつかの指標が提案されているが、データの構造によってその有効性は異なる。そこで、今回はクラスター数を決定するための新しい指標を提案する。

２．Ｆｕｚｚｙ　Ｃ－Ｍｅａｎｓ法（Ｆ．Ｃ．Ｍ．）

Ｆｕｚｚｙ　Ｃ－Ｍｅａｎｓ法（Ｆ．Ｃ．Ｍ．）とは、つぎのような方法である。

ｎ個のデータの特徴ベクトル　x_k $(1 \leq k \leq n)$　に対して、クラスタリングの評価関数

$$J_m(U, V) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{c} \mu_{ik}^{m} \| v_i - x_k \|^2 \qquad (1<m) \qquad (1)$$

を極小にするように　ｉ番目のクラスターの中心ベクトル　$v_i (1 \leq i \leq c)$ と、x_k が v_i に属するメンバーシップの値 μ_{ik} を反復的に求めていく。

ただし、Ｕ は、μ_{ik} をｉ行ｋ列要素とする行列、また、$V = (v_1, v_2, \cdots\cdots v_c)$

そして、反復によって Ｕ の各要素の値が収束したところで終了とする。

3．いままでの指標

F．C．M．では、評価関数の最小値がクラスター数の増加に対して、単調減少であるため、その評価関数だけから最適なクラスター数を決められない。そこで最適なクラスター数を決めるために、Bezdekらは、いくつかの指標を提案している。

［Ⅰ］　分割係数　　F（U，c）　（Bezdek [1]）

$$F(U, c) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{c} (\mu_{ik})^2 / n \qquad (2)$$

F（U，c）は、次の範囲にある。　$1/c \leqq F(U, c) \leqq 1$

F（U，c）の値が大きいほどよい分割である。

［Ⅱ］　分割エントロピー　　H（U，c）　（Bezdek [1]）

$$H(U, c) = -\sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{c} \mu_{ik} \log_a(\mu_{ik}) / n \qquad (3)$$

H（U，c）は、次の範囲にある。

$0 \leqq H(U, c) \leqq \log_a(c)$　　$a \in (1, \infty)$

ただし、$\mu_{ik} = 0$ のとき　$\mu_{ik} \log_a(\mu_{ik}) = 0$ とする。

H（U，c）の値が小さいほどよい分割である。

［Ⅲ］　正規化分割エントロピー　H'（U，c）　（Dunn [3]）

$$H'(U, c) = H(U, c) / (1 - c/n)$$

$$= -\sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{c} \mu_{ik} \log_a(\mu_{ik}) / (n - c) \qquad (4)$$

H'（U，c）の値が小さいほどよい分割である。

その他に分離係数、分離指標などがある。

このうち (2),(3) は、メンバーシップの値が0、1に近ければ、よい分割である、という考えにもとづいている。

(4) は (3) をデータに合うように修正したものである。

Bezdek らは、これらの分割数の指標をいくつかの具体例を用いて数値的に比較している。

その結果を見てみると、データによってそれらの指標の有効性は違うことがわかる。

4．新しい指標

そこで、もっと物理的意味があって、しかもうまく最適な分割数を決定できるような指標はないだろうか。

まず、よい分割とはなにかについて考えてみる。

F．C．M．においてその評価関数 (1) 式を最小化するということは、メンバーシップ値の重みをつけたクラスター内変動を最小化するということである。

クリスプなクラスタリングにおいて、クラスター内変動は、次のように定義されている。[4]

クラスター内変動とは　$$w_{pq} = \sum_{k=1}^{m} \sum_{i \in C_k} (x_{ip} - x_p^{(k)})(x_{iq} - x_q^{(k)}) \qquad (5)$$

を p 行 q 列要素とする行列 W である。

ただし、クラスターの個数を m

m個のクラスターを $C_1, C_2 \cdots\cdots C_m$

データを x_i　その第 p 変量を x_{ip}

クラスター C_k の中心を $x^{(k)}$ その第 p 変量を $x_p^{(k)}$

クリスプなクラスタリングにおいて、よいクラスタリングとは

クラスター内変動の Trace　$Tr(W) = \sum_{i=1}^{r} w_{ii}$　(6)

が小さいことである。ただし、r は データの変量数（次元）

このクラスター内変動のほかにクラスター間変動 B、全変動 T がある。

クラスター間変動とは、$b_{pq} = \sum_{k=1}^{m} n_k (x_p^{(k)} - X_p)(x_q^{(k)} - X_q)$　(7)

を p 行 q 列要素とする行列 B である。

ただし、X_p は　全データの第 p 変量の平均

n_k は　C_k に属するデータの数

全変動とは　$t_{pq} = \sum_{i=1}^{n} (x_{ip} - X_p)(x_{iq} - X_q)$　(8)

を p 行 q 列要素とする行列 T である。　ただし、n は　全データ数

クリスプなクラスタリングにおいては、T，B，W の間に次の関係がある。

$$T = B + W \qquad (9)$$

このなかで T は、(8) よりデータだけに依存し、クラスターには依存せず一定である。

これらT，Bにメンバーシップを使って、F．C．M．に適用する。つまり、クラスターに属するデータ数を全データのメンバーシップでおきかえる。

このようにするとクラスター内変動の Trace に相当するのがF．C．M．の評価関数となる。また、クラスター間変動に相当するのが、

$$bf_{pq} = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{c} \mu_{ik}^{m} (v_{ip} - X_p)(v_{iq} - X_q) \qquad (10)$$

bf_{pq} を p 行 q 列要素とする行列 Bf である。

ただし、評価関数の場合と同じようにメンバーシップを m 乗する。

また、この式と評価関数を見ればわかるようにクリスプなクラスタリングと違って、それらの和は一定ではない。

したがって、評価関数とは別にクラスター間変動を考える意味がある。

一般に最適なクラスタリングとは

(a) クラスター内変動が小さい。

(b) クラスター間変動が大きい。

この２つの条件が重要である。

そこで　(a) 評価関数 Jm の値を小さくする。

(b) Tr(Bf) を大きくする。

合わせると、Jm－Tr(Bf) が小さいほどよいクラスタリングとなる。

この考えに基づいてクラスタリングの最適さ（最適な分割数）を測ってみる。

最適な分割数の指標

$$S(U, V, c) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{c} \mu_{ik}^{m} \{ \| x_k - v_i \|^2 - \| v_i - X \|^2 \} \qquad (11)$$

ただし、

$$X = \sum_{k=1}^{n} x_k / n \qquad (12)$$

また、この指標の絶対値に意味をもたせるため　S（U，V，c）　をデータの分散で割る。

$$s(U, V, c) = S(U, V, c) / Var(x) \qquad (13)$$

ただし、Var(x) は 全データ の分散

これは、データの構造は同じでもデータの座標値の大きさの違いによる s（U，V，c）の値の違いを防ぎ、s（U，V，c）の値に意味をもたせるためである。

この　s（U，V，c）　を最適な分割数の測度とする。

5．計算結果

いくつかのデータを用いて、s（U，V，c）　と先に示した正規化分割エントロピー H'（U，c）及び分割係数 F（U，c）を計算した結果を示す。

1番目のデータは、分割数がすぐわかるように人工的に作成したものである。データの数は５０。

また、2番目のデータは、クラスター分析にしばしば使われるアイリスという植物の品種分けである。データの数は１５０。このデータは、がくの長さ、がくの幅、花弁の長さ、花弁の幅という4つの特徴量を考慮すると3つの品種に分けるのが最も自然とみなされている。

計算結果は、各データ各指標ごとに、ウェイトパラメータ m を3種類変えて表示してある。

6．結論

最適な分割数の絶対的な指標というのは難しく、ある程度主観的な面もあると考えられる。しかし、この結果を見ればわかるように、先に定義した指標 s（U，V，c）　は、他の指標に比べてよりよい結果が得られている。

特に、F（U，c），H'（U，c）　は、パラメータ m の値が2.0以下のとき、よい結果が得られるが、mの値が大きくなるとよい結果は得られない。

それに比べて s（U，V，c）は 適用できる m の範囲が広い。

また先にも述べたように、F（U，c），H'（U，c）の値自体には物理的な意味はないのに対して、s（U，V，c）には物理的意味があり、データどうしで、その値を比較することができる。

これより s（U，V，c）は最適な分割数の選択のための指標となり得る。

参考文献

[1] James C.Bezdek : Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms, Plenum Press 1981

[2] J.C.Dunn : Well-Separated Cluster and Optimal Fuzzy Partition Journal of Cybernetics vol.4 No.1 pp95/104 1974

[3] J.C.Dunn : Indices of Partition Fuzziness and the Detection of Clusters in Large Data Sets, Fuzzy automata and Decision Process (M.Gupta and G.Saridis eds.) Elsevier New York 1977

[4] 奥野、久米、芳賀、吉澤 : 多変量解析法, 日科技連

[5] R.Gunderson : Application of Fuzzy ISODATA Algorithms to Star Tracker Pointing Systems, Proc. 7th Triennial World IFAC Congress pp1319/1323 1978

[6] R.A.Fisher : The Use of Multiple Measurements in Taxonomic problems Annual Eugenics vol.7 pp179/188 1936

図1　データ1（2次元データ）

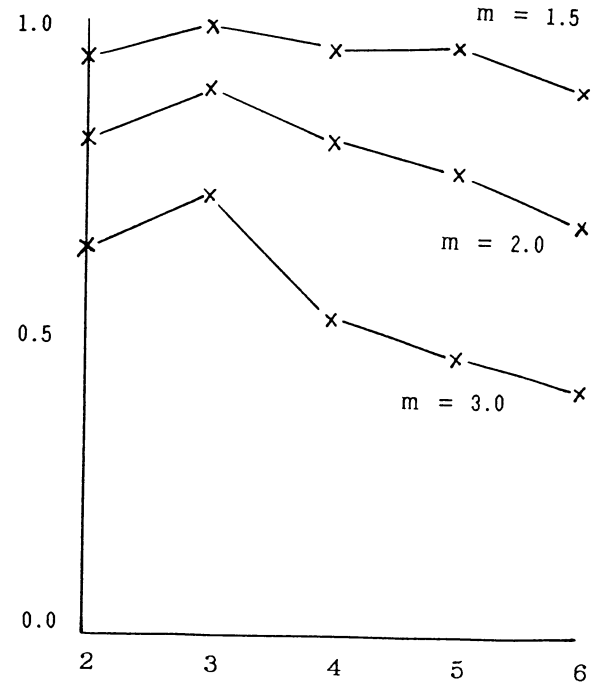


図2　データ1における指標 F（U，c）

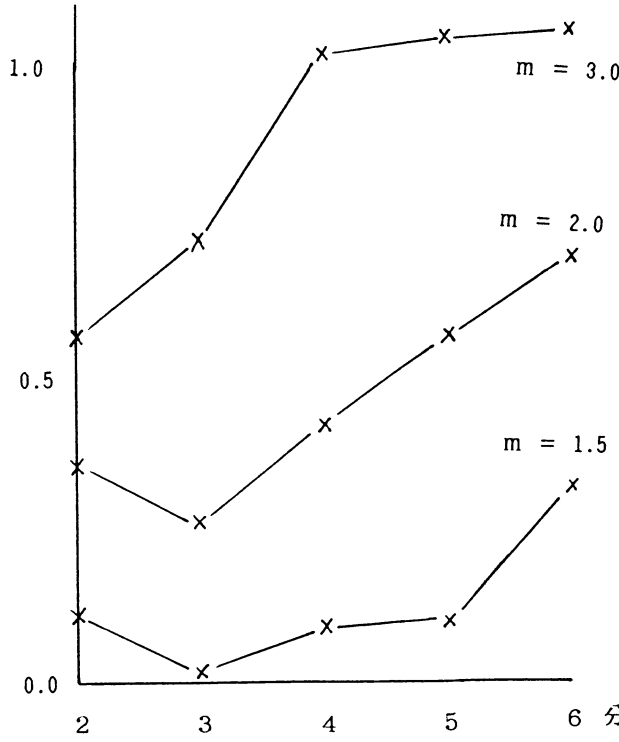


図3　データ1における指標 H'（U，c）

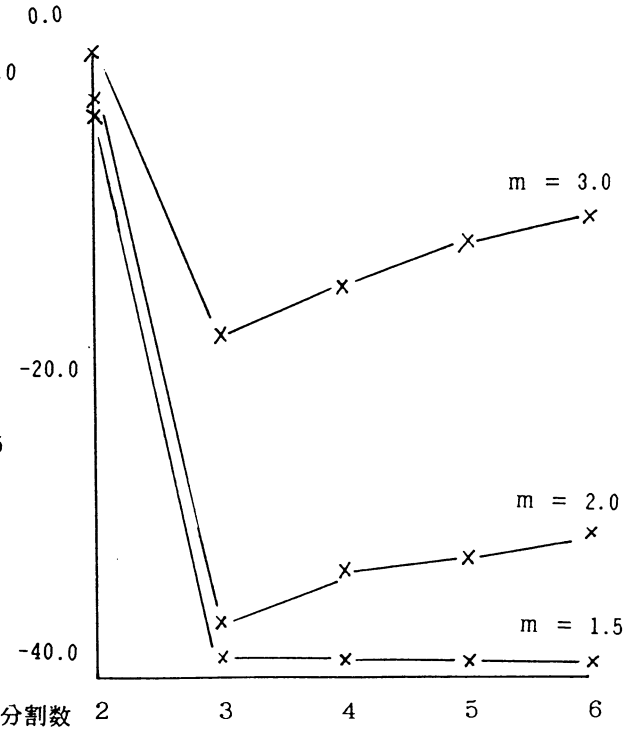


図4　データ1における指標 s（U，V，c）

図5　データ２（４次元データの第３変量と第４変量）

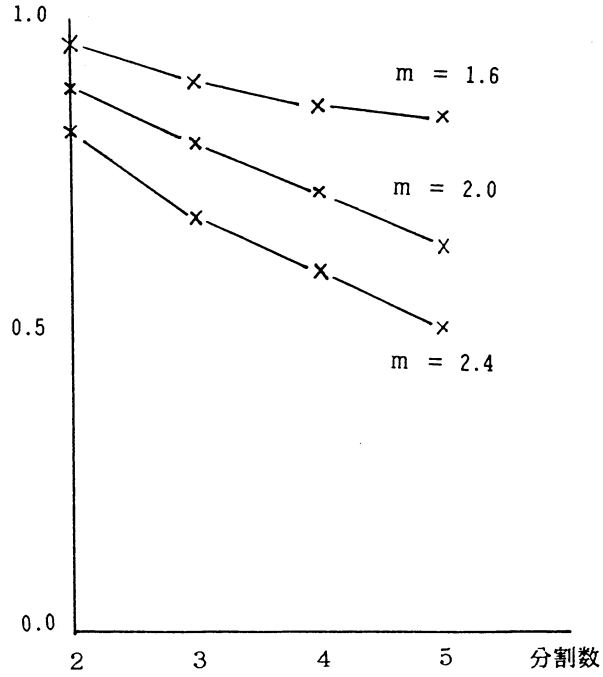


図6　データ２における指標 F（U，c）

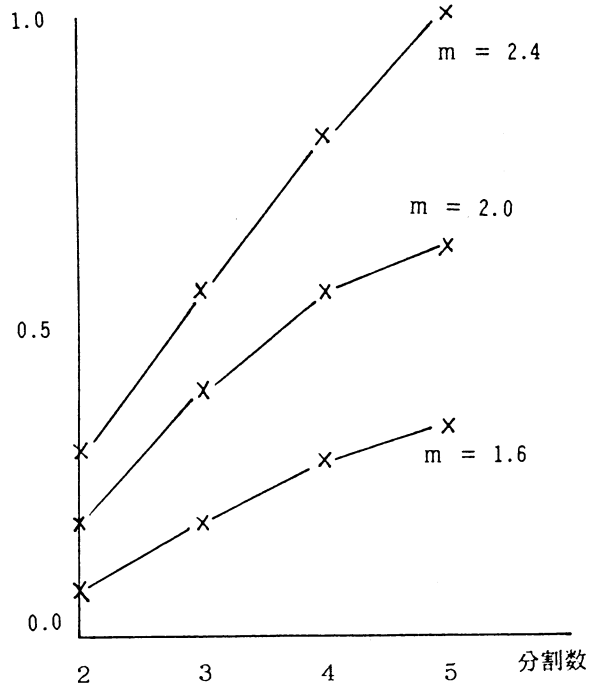


図7　データ２における指標 H'（U，c）

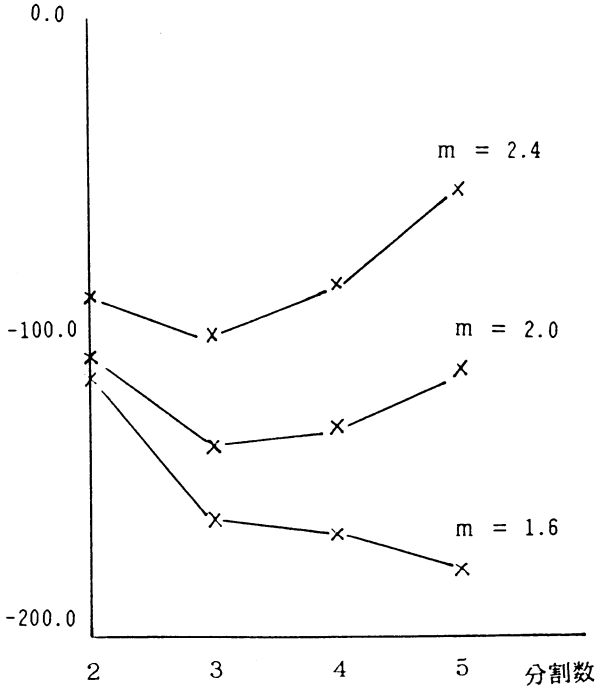


図8　データ２における指標 s（U，V，c）

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィクラスタリングを用いたファジィ制御規則の同定

Identification of Fuzzy Control Rule Based on Fuzzy Clustering Method.

廣田 薫* 、 吉成 有介**
Kaoru HIROTA and Yuuseke YOSHINARI

*法政大学工学部電気工学科計測制御専攻
Dept. of Instrument & Control. Eng., College of Eng., HOSEI Univ.
**法政大学大学院工学研究科システム工学専攻
The HOSEI Univ. Grad. School. Eng., Division, Systems Eng.

ABSTRACT

Fuzzy clustering algorithm has been applied to the identification problem of fuzzy production rules in fuzzy rule based reasoing. Fuzzy division of support set in the sntecedent part of fuzzy prduction rules is performed by using FCM algorithm. Based on the result a set of fuzzy prodction rules is generated. Then the rules are tuned up taking the experimental result into consideration. Finally a suitable rule set is obtained.

1．はじめに

非線形な制御システムの制御ルールを記述する手法として、菅野らの提案したファジィモデル[1)]がある。このファジィモデルを同定するにあたって重要な問題は制御ルールの前件部の同定である。この中でも複雑なのは前件部構造同定の１つである入力変数空間の分割、いわゆるファジィ分割の問題である。

そこで本論文では、適用するシステムにある程度の制限を加え、またシステムにおける入出力関係を有効に利用し、実時間処理に対応するためにファジィ分割をある程度簡略化することにして、このファジィ分割をクラスタリングの１手法であるファジィクラスタリングを用いて行った。同時にこの結果を用いたファジィ推論法を提案し、さらにルールの調整法についても述べる。

2．ファジィモデリング

ファジィモデリングとは、菅野らの提案したファジィ推論法[1)]を用いて、非線形なシステムを記述しようというものである。その記述方法は、式(1)のようなif-then形式のものを用いる。

$$R^i: \text{if } x_1 \text{ is } A^i_1, \cdots, x_m \text{ is } A^i_m \text{ then } Y^i = a^i_0 + a^i_1 x_1 + \cdots + a^i_m x_m \qquad (1)$$

ここでR^i $(i=1, \cdots, n)$はn個あるルールのi番目のもの、x_j $(j=1, \cdots, m)$は入力変数、Y^iはR^iのシステムの出力であり、$A^i_1, \cdots, A^i_m$はi番目のルールにおけるファジィ変数である。

次にシステムの入力値$x^0_1, \cdots, x^0_m$に対するm個のシステムのルールにおける出力値Y^0の推論法を以下に示す。

$$Y^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \omega^i * Y^i}{\sum_{i=1}^{n} \omega^i} \qquad (i=1, 2, \cdots, n) \tag{2}$$

$$\omega^i = \prod_{i=1}^{n} A^i{}_i(x^0{}_i) \qquad (i=1, 2, \cdots, n) \tag{3}$$

式(2)のY^iは式(1)の後件部に入力値$x^0_1, \cdots, x^0_m$を直接代入したもので、$A^i{}_i(x^0 i)$はファジィ変数$A^i{}_i$の$x^0{}_i$におけるメンバーシップ値である。ω^iはそれらm個の積で入力変数$x^0_1, \cdots, x^0_m$に対するシステムのルールR^iにおける適合度であるが、式(2)においてはY^iの平均を求めるための重みとなっている。

3．ファジィクラスタリング

クラスタリングは、与えらえたデータ集合の各要素をクラス分けするものである。ファジィクラスタリングは、通常のクラスタリングのように明確な境界線を入れてデータをいくつかのクラスタにするのではなく、境界部にあるデータの帰属性を考慮し({0,1}の2値にではなく)[0,1]の無限多値に拡張し、中間の状態も認めることにして、境界部のデータは複数のクラスタに少しずつ帰属するように定式化したものである。

本論文で用いた手法は、FCM(FUZZY C-Means)[2]であり、そのアルゴリズムは以下のようになる。

①クラスタ数をCに定め、初期分割行列U^0と適当な収束判定値εを与える。

②式(4)により中心クラスタベクトルを求める。

$$\mathbf{v}_i = \sum_{j=1}^{n} (u_{ij})^p \mathbf{x}_i \Big/ \sum_{j=1}^{n} (u_{ij})^p \qquad \begin{matrix} 1 \leqq i \leqq C \\ 1 \leqq j \leqq n \end{matrix} \tag{4}$$

③式(3-11)によってUを$\hat{U}$に更新する。

$$\hat{u}_{ij} = 1 \Big/ \sum_{k=1}^{C} \left(\frac{\| \mathbf{x}_j - \mathbf{v}_i \|^2}{\| \mathbf{x}_j - \mathbf{v}_k \|^2} \right)^{1/(p-1)} \qquad \begin{matrix} 1 \leqq i \leqq C \\ 1 \leqq j \leqq n \end{matrix} \tag{5}$$

④$| \hat{U} - U | \leq \varepsilon$となったとき計算終了、さもなければ$\hat{U} = U$として②に戻る。

４．ファジィクラスタリングを用いた制御ルールの同定

４．１ファジィクラスタリングを用いたファジィ分割及びファジィ推論

本論文ではファジィ制御規則を実時間で同定できるように、ファジィ分割をファジィクラスタリングを用いてある程度簡略化して行う。それによる新しいファジィ推論手法を提案する。また提案する方法を用いるモデルの対象としては、ある程度再現性のあるものを想定した。

ファジィ分割にファジィクラスタリングを用いる必然性としては以下のようなことが挙げられる。

①ファジィクラスタリングは{0,1}の２値にクラスタリングされるのではなく[0,1]の無限多値にクラスタリングされるので、ファジィ集合を表現し易いと考えられる。

②本論文で述べたFCMは出力結果が安定している。

③入力変数がある程度まで増えても拡張が容易である。

④後で述べるルールの調整が楽である。

また通常のファジィモデリングの場合、前件部において関係してくる入力変数の組を定めるのであるが、本論文ではすべての入力変数が前件部に関係してくるものと仮定した。

それでは具体的にこの法法をを説明する。入力変数がx_1, x_2の２つの場合について考えてみる。図１の様な入力変数の分布を考える。

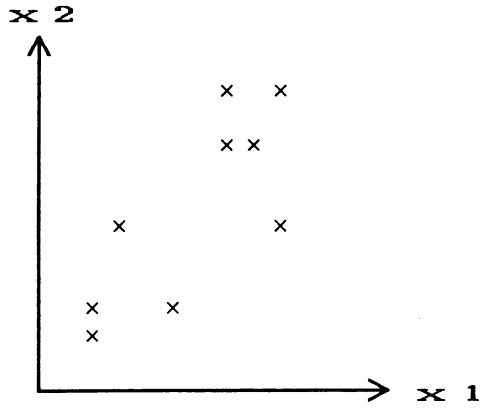


図１　入力変数の分布

この空間をファジィクラスタリングを用いて分割するのであるが、ここで問題となるのが分割数をいくつにすればよいかということである。この分割数は多ければ多い程良いというものではなく何か最適な分割数があると思われる。この最適な分割数を求めるには、それぞれの分割数において制御ルールを定めそのルールを何かの規範のもとで評価し、その中の１つを拾い上げる方法をとった。本論文では、規範として出力の誤差の自乗和の平均値ｅ式(6)を用いた。

$$e = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(Y_i - \hat{Y}_i)^2 \qquad (6)$$

式(6)において、Nはデータの総数、Y_iは正しい出力値であり、$\hat{Y}_i$は同定したルールからの推論値である。このｅが最小となるような分割数を最適なものとする。

図１において図２の様に２つにクラスタリングされたとする。この結果をそのままファジィ分割とする。この結果は図３の様になる。ここで注目すべき点は通常のファジィ分割の境界(図４)が線形なものであるのに対して、図３の場合は非線形な

境界であることである。これによって前件部ファジィ集合が柔軟に表現できると考えられる。

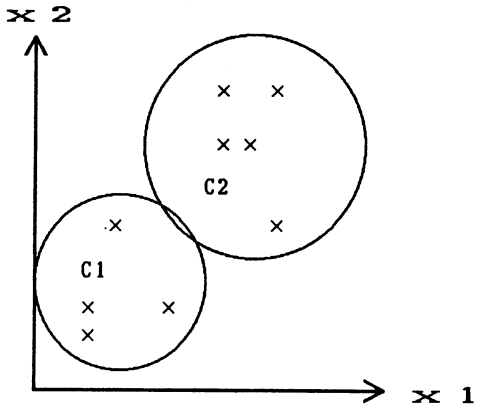


図2　クラスタリング結果

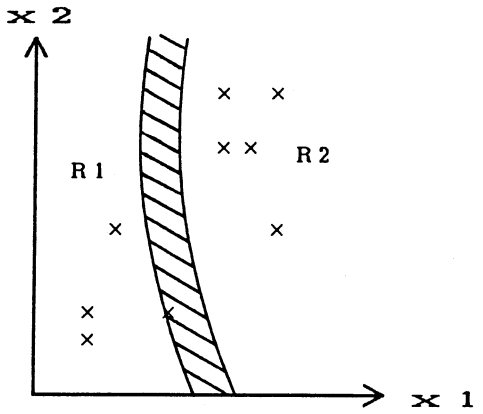


図3　ファジィ分割

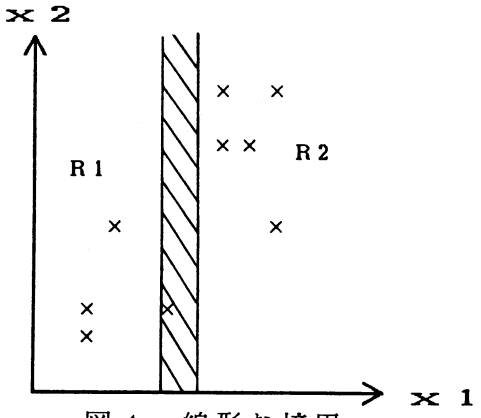


図4　線形な境界

次に図3の様にファジィ分割された場合の前件部のファジィ集合の表現方法について述べる。

ファジィクラスタリングでは、式(4)で求められる中心クラスタベクトルを基準としてクラスタリングを行う。そこでこの中心クラスタベクトルを用いて前件部のファジィ集合を記述する。図3のファジィ分割の場合の前件部ファジィ変数を表す中心クラスタベクトルを示すと図5の様になる。

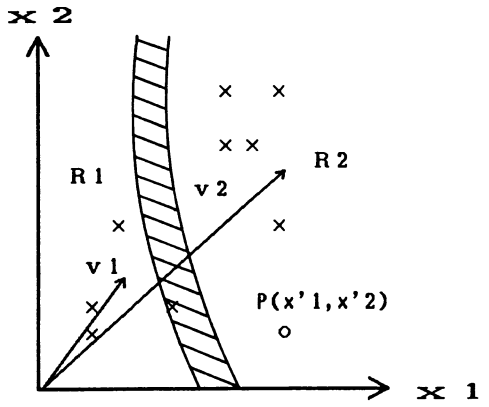


図5　ファジィ集合を示す中心クラスタベクトル

この中心クラスタベクトル$\mathbf{v}_1=(x^1{}_1, x^1{}_2)$, $\mathbf{v}_2=(x^2{}_1, x^2{}_2)$より図1に現れていない図5中の入力変数$P(x'_1, x'_2)$の各ルールへの帰属度を求めることができれば、図3の様な柔軟なファジィ分割に対応して前件部のファジィ集合の記述が出来る。この$P(x'_1, x'_2)$の各ルールへの帰属度はファジィクラスタリングのアルゴリズムにおいて収束判定値εに収束している場合を考え、この時の中心クラスタベクトル$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$と$P(x'_1, x'_2)$を式(5)に代入することによって以下のように求めることが出来る。

$$u_i=1\Big/\sum_{k=1}^{C}\left(\frac{\|P-\mathbf{v}_i\|^2}{\|P-\mathbf{v}_k\|^2}\right)^{1/(p-1)} \qquad 1\leqq i\leqq C(=2) \tag{7}$$

各ルール毎の帰属度の結果は分割行列U_Aに格納される。この方法によって、境界が非線形な場合のファジィ分割においてもファジィ集合の表現が可能となる。そこで式(1)に示したif-thenの記述方法、式(2)の推論方法は以下のように書き換えることが出来る。

$$R^i: \text{if } \mathbf{x}^i=(x_1, x_2, \cdots, x_m) \text{ is } A^i \text{ then } y^i=a^i{}_0+a^i{}_1x_1+\cdots+a^i{}_nx_n \tag{8}$$

$$y^i=\frac{\sum_{i=1}^{C} y^i * A^i(\mathbf{x}^i)}{\sum_{i=1}^{n} A^i(\mathbf{x}^i)} \qquad (i=1, 2, \cdots, n) \tag{9}$$

この式で$\mathbf{x}^i$はi番目のルールにおける入力変数ベクトルである。また$A^i(x^i)$はそれぞれの入力変数の各ルールに帰属する度合を示している。その結果として式(2)と同じ意味となる。

４．２ルールの調整について

本論文においては、ファジィ分割をファジィクラスタリングによって一度に行っている。そのため全体に誤差の大きなルールが出来てしまうと思われる。また実システムに適用する場合においても、ルールが次第に変化していくような場合においても、ルールを調整しなくてはならない。そのためにもルールの調整は重要な問題である。本論文で提案した推論法は、後件部に線形式を用いているために調整は前件部のみについて行えばよい。そのためには本論文で提案した方法はきわめて有利である。なぜなら前件部のファジィ集合を表しているものがベクトルであるため、この長さと方向を変えることによるのみで調整が可能であるからである。

５．おわりに

ファジィ制御規則を実時間で同定するために、前件部構造同定問題であるファジィ分割をファジィクラスタリングを用いて行うことを提案した。これによって、柔軟なファジィ分割の場合でも前件部のファジィ集合を表すことが出来る。しかし、これによって同定されるルールは、大ざっぱなものとなってしまう。そのためのルールの調整方法の指針を述べた。今後の課題としては、ルール調整の効率の良いアルゴリズムの作成があげられる。

参考文献

1)菅野　道夫：システムのファジィモデリング、システムと制御チュートリアル講座'87「制御工学へのガイドライン」、pp.79/98

2)Bezdek, J.C.:Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms, Plenum Press (1981)

台空間の対応によるmax-*合成の解釈とFuzzy関係の決定法

A study of the conception of the max-* composition and a new determining method for fuzzy relations based on the total spaces correspondence

秋山　幸生　Yukio AKIYAMA　阿部　徹治　Tetsuji ABE　満永　豊　Yutaka MITSUNAGA　古賀　広昭　Hiroaki KOGA

ＮＴＴ 伝送システム研究所
NTT Transmission Systems Laboratories

Recently, many compositional rules of inference and many transformation methods from fuzzy conditional propositionals to fuzzy relations have been proposed using the method of many-valued logic, and so on.

In this paper, a new conception that the max-* composition is the many-valued weighted mapping as total spaces correspondence is derived by regarding fuzzy inference as the mapping of the membership function. Using the conception, a new method for determining fuzzy relations is proposed, and the t-norm dependence upon fuzzy inference is clarified.

1．始めに

if-then型のあいまいな推論を可能にするため、Zadehは、含意則をFuzzy関係で表現し、推論をmax-min合成で行うFuzzy推論を提案した[1,2]。その後、含意則表現に関しては、一般多値論理などを利用したFuzzy関係の決定法が数多く提案され、また合成法に関しても、水本によるmax-⊙合成、max-∧合成を始めとした各種の合成法が提案されている[3-6]。また各推論法の特性についてもさまざまな比較/評価が行われている[6]。

しかし、"A→B"という含意則を表現するFuzzy関係のいずれの決定法も、Fuzzy集合A,Bのmembership関数を介して行われるため、membership関数決定アルゴリズムの恣意性によって必ずしも最適なFuzzy関係が得られない可能性がある。従って、推論結果が不適当であった場合はmembership関数を試行錯誤的に修正する必要がある。また、多数提案されている推論法の中から、適用問題に最適な手法を選ぶためには、max-*合成式の特徴をさらに明確にする必要がある。

本報告ではこれらの問題点の解決を目指し、Fuzzy関係やt-normの推論における役割について考察した。今回はFuzzy推論を"membership関数の変換"として抽象的にとらえ、その数学的取扱を提案した。これに基づきmax-*合成式の性質から逆に推論法への要求条件を考察し、max-*合成をFuzzy集合の像写像の拡張とみなすことにより、Fuzzy関係Rは台空間の対応の重みであり、t-norm*はこの対応の重み付け作用素であるとの解釈を明らかにした。さらにこの解釈に基づくFuzzy関係の決定法、各種t-normが推論に及ぼす影響について報告する。

2．予備的理論考察

ここでは、３章でFuzzy推論を解釈するための理論的準備を行う。

Fuzzy推論では、AとA'が少々異なっていても、A→BにA'を適用することにより妥当な結論が得られる。この特徴に逆に着目し、X上の任意のFuzzy集合A'に対しても推論結果が妥当である推論について考察するために、今回はFuzzy推論を抽象的に"membership関数の変換"ととらえた。この視点からまず$\mathcal{M}$を"membership関数の変換"全体の集合と定義し、その部分集合として、"合成によるFuzzy推論"、"Fuzzy集合の像"の意味を拡張した集合$\mathfrak{M}^*$, $\mathfrak{N}$を定める。この抽象的集合の導入により、従来のFuzzy推論を"変換"の立場から考察し、その性質を明らかにすることが可能になる。さらに$\mathfrak{M}^*$と$\mathfrak{N}$の性質、関係を明らかにし、t-morn*を変化させた場合の各$\mathfrak{M}^*$間の関係を数学的手法を用いて解明していく。

2-1. $\mathcal{M}$、$\mathfrak{M}^*$、$\mathfrak{N}$の導入

以下X,Y を集合とする。まず、

$$\mathcal{F}(X)=[0,1]^X$$

と定める。$\mathcal{F}(X)$は、X上のFuzzy集合全体の集合である。以下慣例に従い、"Fuzzy集合Aのmem

bership関数"をμ_Aで表わす。次に

$$\mathcal{M}(X,Y)=\{F\mid F:\mathcal{F}(X)\to\mathcal{F}(Y)\}$$

とおく。$\mathcal{M}(X,Y)$は$\mathcal{F}(X)$から$\mathcal{F}(Y)$への写像全体の集合であり、その元Fは、X上のFuzzy集合をY上のFuzzy集合に写す写像である。

次に、「合成によるFuzzy推論」の抽象化集合$\mathfrak{M}^*$を導入する。

*をt-normとし、RをX×Y上のFuzzy関係とする。このとき$\mu\in\mathcal{F}(X)$, $y\in Y$に対して、

$$F_R^*(\mu)(y)=\bigvee_{x\in X} R(x,y)*\mu(x) \qquad (1)$$

となるF_R^*は$\mathcal{M}(X,Y)$の元である。そこで、$\mathfrak{M}^*(X,Y)$を次のように定義する。

Def. 1

$$\mathfrak{M}^*(X,Y)=\left\{F\in\mathcal{M}(X,Y)\;\middle|\;{}^{\exists}R:X\times Y\to[0,1],\ {}^{\forall}\mu\in\mathcal{F}(X),\ {}^{\forall}y\in Y\ \text{ s.t. }\ F(\mu)(y)=\bigvee_{x\in X}R(x,y)*\mu(x)\right\}$$

■

この定義から、"合成を利用したFuzzy推論"はすべてある$\mathfrak{M}^*$の元F_R^*によって表現される。例えば、*=∧のとき、(1)式はmax-min合成となり、一般に広く用いられている合成法である。また、*=∧, ⊙の場合は水本により提案されている合成法である。従って$\mathfrak{M}^*$の性質を明らかにすることで、合成によるFuzzy推論法の性質を明確にする事が可能になる。

さらに、「Fuzzy集合の像写像」の抽象化集合$\mathfrak{N}$を導入する。

写像 $f:X\to Y$ が与えられたとき、

$$F^f(\mu)(y)=\begin{cases}\sup\limits_{x\in f^{-1}(y)}\mu(x) & (\text{if } f^{-1}(y)\neq\phi)\\ 0 & (\text{if } f^{-1}(y)=\phi)\end{cases} \qquad (2)$$

となるF^fはやはり$\mathcal{M}(X,Y)$の元である。そこで$\mathfrak{N}(X,Y)$を次のように定義する。

Def. 2

$$\mathfrak{N}(X,Y)=\left\{F\in\mathcal{M}(X,Y)\;\middle|\;{}^{\exists}f:X\to Y,\ {}^{\forall}\mu\in\mathcal{F}(X),\ {}^{\forall}y\in Y\ \text{ s.t. }\ F(\mu)(y)=\begin{cases}\sup\limits_{x\in f^{-1}(y)}\mu(x) & (\text{if } f^{-1}(y)\neq\phi)\\ 0 & (\text{if } f^{-1}(y)=\phi)\end{cases}\right\}$$

■

一般に写像 $f:X\to Y$ が与えられたとき、$\mu_A\in\mathcal{F}(X)$に$F^f(\mu_A)$を対応させることは"Aの像を求める"と呼ばれる。$\mathfrak{N}$の定義により、"fにより引き起こされるFuzzy集合の像写像"の性質を、$\mathfrak{N}$の元F^fの性質を調べることにより明らかにできる。

2-2. $\mathfrak{M}^*$の元FとRの関係、および$\mathfrak{M}^*$と$\mathfrak{N}$の包含関係

ここでは$\mathfrak{M}^*$の元F_R^*とRの関係を明確にし、max-*合成式を考察する基礎とする。

まず、$\mathfrak{M}^*$の元Fは、定義関数$\mu_{\{x\}}$ $(x\in X)$ の写され方により決定されることがわかる。すなわち、

lemma 1

$F\in\mathfrak{M}^*(X,Y)$は、次の表現を持つ。

$$F(\mu)(y)=\bigvee_{x\in X}F(\mu_{\{x\}})(y)*\mu(x) \qquad (3)$$

すなわち、$F=F_R^*$ ならば ${}^{\forall}x\in X,\ {}^{\forall}y\in Y$ に対して $R(x,y)=F(\mu_{\{x\}})(y)$. ■

(注意)　この結果は同時に、$F\in\mathfrak{M}^*$ならば(1)式を満たすRが唯一存在することを保証している。

lemma 1は、$\mathfrak{M}^*$の元Fの性質は、各$x\in X$の定義関数$\mu_{\{x\}}$のFによる振舞いを調べれば十分であることを示している。このlemmaから明らかに、

cor. 1

p, qをt-normとする。

$F\in\mathfrak{M}^p\cap\mathfrak{M}^q$ ならば ${}^{\forall}x\in X,\ {}^{\forall}y\in Y$ に対して $R_p(x,y)=R_q(x,y)$. (4)

ここで R_p, R_qはそれぞれFを$\mathfrak{M}^p$, $\mathfrak{M}^q$の元として(1)式による表現をしたときの R を意味する。■

このcor.は、$F_R^*\in\mathfrak{M}^*$のとき$R(x,y)$はt-norm*に関わらず一意的に定まることを示している。言いかえると2種類の合成によるFuzzy推論の推論結果が常に等しいときには、少なくともその両者

のFuzzy関係は一致していることがわかる。

次に$\mathfrak{R}$と$\mathfrak{M}^*$の関係について考察する。まず、

Th. 1

$\forall *$:t-norm について、 $\mathfrak{R} \subset \mathfrak{M}^*$ ■

しかも、この埋め込みは、"f(x)=y のとき R(x,y)=1、 f(x)≠y のとき R(x,y)=0"とする対応関係で行なわれる。なお証明はこの対応関係とlemma 1から与えられる。

逆に、"$\mathfrak{M}^*$の元が$\mathfrak{R}$に含まれるための条件"は次のように与えられる。

Th. 2

$F \in \mathfrak{M}^*$ のとき、

$$F \in \mathfrak{R} \Leftrightarrow \forall x \in X,\ {}^{\exists 1} y_0 \in Y \text{ s.t. } R(x, y_0)=1 \ \ y \neq y_0 : R(x,y)=0. \quad ■$$

Th. 1とTh. 2は合成によるFuzzy推論を解釈する際の基礎となる。この内容は3章で詳しく説明する。

2-3. t-norm * を変化させたときの各$\mathfrak{M}^*$間の相互関係と$\mathfrak{R}^{\sharp}$の導入

次に t-norm * を変化させたとき、各$\mathfrak{M}^*$が$\mathcal{M}(X,Y)$の中で互いにどの様な関係にあるかについて検討する。従来からFuzzy推論によく用いられている"$\odot$、$\wedge$、$\wedge$、$\cdot$"の4つのt-normを中心に考察を進める。

まず準備として、次のprop. が得られる。

prop. 1

$$F \in \mathfrak{M}^* \text{ で } \forall x \in X, \forall y \in Y : R(x,y)=0,1 \Rightarrow F(\mu)(y) = \bigvee_{R(x,y)=1} \mu(x) \quad ■$$

特にprop. 1は、"すべてのx,yについて R(x,y)=0,1"、すなわちFuzzy関係がcrispな場合には、Fはt-norm*の取り方によらないことを示している。

このprop. 1とlemma 1から次のTh. 3を得る。

Th. 3

(1) $F \in \mathfrak{M}^p \cap \mathfrak{M}^q$ 、$p, q \in \{\odot, \wedge, \wedge, \cdot\}$、$p \neq q$ ならば

$\forall x \in X, \forall y \in Y$: $R(x,y)=0,1$

(2)逆に ${}^{\exists} p : F \in \mathfrak{M}^p$ で $\forall x \in X, \forall y \in Y$: $R(x,y)=0,1$ ならば

$\forall q$:t-norm $F \in \mathfrak{M}^p \cap \mathfrak{M}^q$ ■

すなわち、

$\mathfrak{R}^{\sharp}(X,Y)=\{F \in \mathfrak{M}'(X,Y) \mid \forall x \in X, \forall y \in Y : R(x,y)=0,1\}$

とすれば、$\mathfrak{R}^{\sharp}(X,Y)$はt-norm * の取り方によらず定まり、

$p, q \in \{\odot, \wedge, \wedge, \cdot\}$、$p \neq q \Rightarrow \mathfrak{M}^p \cap \mathfrak{M}^q = \mathfrak{R}^{\sharp}$

となる。(図1参照)

(注意) 一般に " p, q:t-norm $p \neq q \Rightarrow \mathfrak{M}^p \cap \mathfrak{M}^q = \mathfrak{R}^{\sharp}$ "は成立しない。

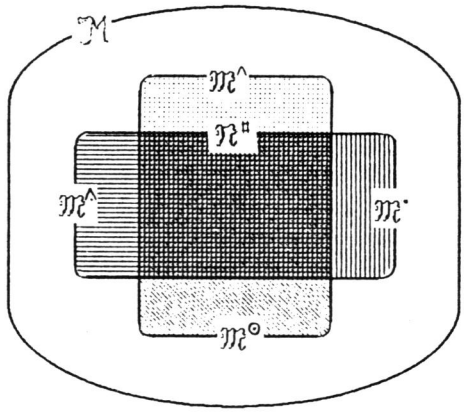


図1 各$\mathfrak{M}^*$間の関係

prop. 1とTh. 3から、「従来から提案されている主要な4つのt-norm*による*-max合成を用いたFuzzy推論法では、Fuzzy関係がcrispである場合はどのt-normを用いても推論結果は等しく、その反面もしFuzzy関係がcrispでない場合は、これらのうちどの2つも推論結果が異なる。」という結論を得ることができる。さらにこの結論は、推論結果はt-normに本質的に依存しているため、Fuzzy推論を応用する場合には、問題毎に適したt-normを選んで使わなければならないことを示唆している。

3. max-*合成式の解釈

ここでは2章の結果を用いてmax-*合成式の意味を解釈する。まず、$\mathfrak{R}$、$\mathfrak{R}^{\sharp}$、$\mathfrak{M}^*$の関係について、Th. 1, Th. 2, Th. 3から次のprop. 2を得る。

prop. 2

$\mathfrak{R} \subseteq \mathfrak{R}^{\sharp} \subseteq \mathfrak{M}^*$ ($\forall *$:t-norm) ■

このprop. は$\mathfrak{R}$, $\mathfrak{R}^{\sharp}$, $\mathfrak{M}^*$に自然な埋め込みがあることを示している。また、$\mathfrak{R}$の元Fは "写像

f:X→Y" (XからYへの1価写像, dom(f)=X. 但しdom(f)はfの定義域を表わす。) により特徴付けられていた。これらの事実を中心として2章の結果から、「$\mathfrak{M}^*$は$\mathfrak{N}$における台空間の対応(f)を"自然に"拡張したもの」と考えることができる。本章では$\mathfrak{N}$, $\mathfrak{N}^{\sharp}$, $\mathfrak{M}^*$の各集合の包含の順序に従って、$\mathfrak{N}$での概念である台空間の対応を段階的に拡張することにより考察を行い、max-*合成式の意味を解釈する。

$F=F_R^*\in\mathfrak{M}^*$ とする。

(A) $F\in\mathfrak{N}$ のとき、XからYへの写像fを

$R(x,y)=1$ のとき $f(x)=y$

で定義する。このときfは1価写像かつdom(f)=Xとなる。

f の単射性について次の(A-1)、(A-2)の場合が考えられる。

(A-1) fが単射のとき、(1)式は

$$F(\mu)(y)=\begin{cases}\mu(f^{-1}(y)) \\ 0 \qquad (\text{if } f^{-1}(y)=\phi)\end{cases}$$

と表わすことができる。これはXとYが空間的にinjectiveに対応しており、yのmembership値は、この対応する点xのmembership値をそのまま写すことで決定されていると考えられる。

(A-2) fが非単射のとき、prop. 1から(1)式は

$$F(\mu)(y)=\begin{cases}\bigvee_{x\in f^{-1}(y)}\mu(x) \\ 0 \qquad (\text{if } f^{-1}(y)=\phi)\end{cases} \tag{5}$$

と書ける。これは各yに関して複数のxが対応しており、yのmembership値は、この対応する点xのmembership値の上限で決定されていると考えられる。

(B) $F\in\mathfrak{N}^{\sharp}$ のとき、" f:X→Y "を(A)と同様に

$f(x)=y$ (if $R(x,y)=1$)

で定める。この際、fは1価写像とも、dom(f)=Xとも限らない。しかしながらこのとき(1)式は、(A-2)と同様に(5)式に変形される。これも各yに関して複数のxが対応しており、yのmembership値は、この対応する点xのmembership値の上限で決定されていると考えられる。

(B)の場合、$\mathfrak{N}$の場合との違いは、fが多価写像であること、dom(f)=Xとは限らないことを認めたことから生じる。この拡張は、空間の対応を関連のあるもの同士はすべてに与えるという意味であるととらえられ、$\mathfrak{N}$の場合の対応を多対多に広げたものであり、無理のない拡張であると考えられる。

以上(A), (B)の議論に着目し、目標としていた次の解釈を得る。

(C) $F\in\mathfrak{M}^*$ のとき、

" $f^{\sim}:X\to Y\times[0,1]$ "

を

$f^{\sim}(x)=(y, R(x,y))$

で与える。この$f^{\sim}$も一般には多価写像であり、dom($f^{\sim}$)=Xとは限らない。そしてこの$f^{\sim}$は(B)のfに点xと点yの関係の重みR(x,y)を付けて対応をとったものと考えられる。すなわち$f^{\sim}$は(B)の多価写像に重みを付けた拡張である。

このとき(1)式、すなわち、

$$F(\mu)(y)=\bigvee_{x\in X} R(x,y)*\mu(x)$$

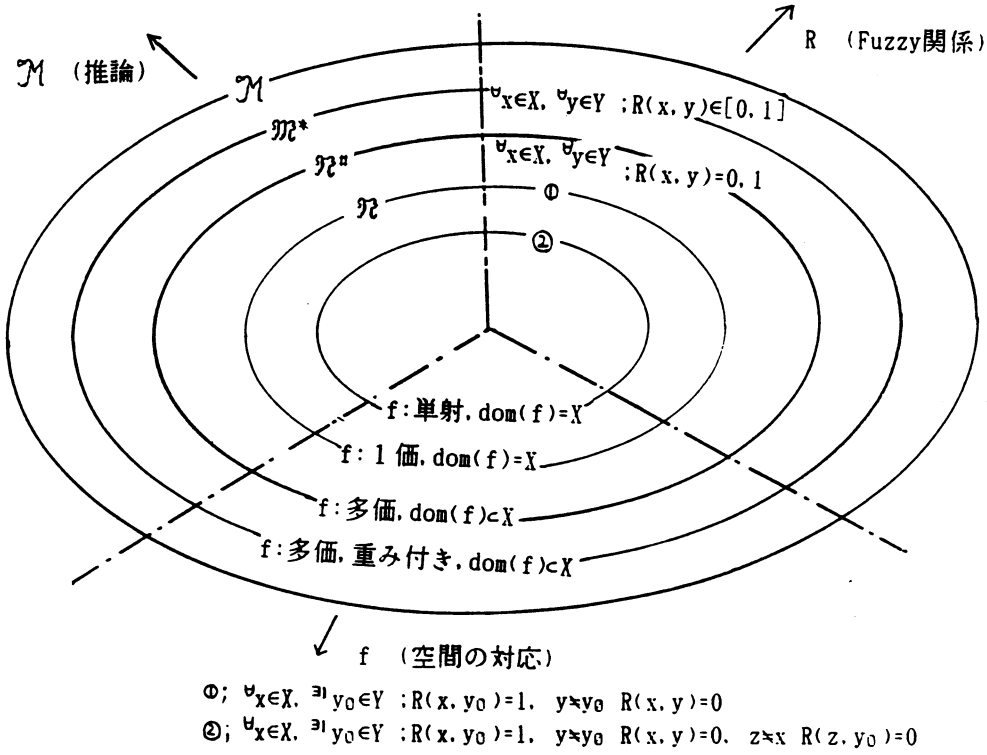
は、各yに関して複数のxが対応しており、yのmembership値は、この対応する点xのmembership値にその対応の重みR(x,y)をt-norm*で作用させたものの上限で決定されていると解釈することができる。

(C)の解釈が今回明らかになったmax-*合成式の性質である。1価写像fでmembership関数を写すというのは、推論として自然であり理解しやすい。ここで定義域の条件を緩めた多価写像、しかも対応する点毎に重みを付けたfでXとYに対応をつけ、この対応のもとでmembership関数を写すというのがmax-*合成の役割であったといえる。この意味で、max-*合成は台空間の対応関

係の"自然な拡張"であるといえる。

さらにこの観点から、R(x,y)は点x,y間の対応の重みであり、t-norm*は重み付けの演算を意味していると考えられる。

本章で明らかになった$\mathcal{M}$, f, Rの関係を図2に示す。



①; $\forall x\in X, \exists y_0\in Y$; $R(x,y_0)=1,\ y\neq y_0\ R(x,y)=0$

②; $\forall x\in X, \exists y_0\in Y$; $R(x,y_0)=1,\ y\neq y_0\ R(x,y)=0,\ z\neq x\ R(z,y_0)=0$

図2 $\mathcal{M}$, f, Rの関係

4. 台空間の対応によるRの決定法、t-normが推論結果に与える影響

4-1 台空間の対応によるRの決定法

3章で、R(x,y)は"対応の重み"と解釈できることを示した。このことはFuzzy関係を決定する場合は、推論するmembership関数が台としているX,Yの空間の対応をまず付け、その上で重みを定めなければならないことも示唆している。これからFuzzy関係の決定法に関して、次の2条件が要請される。

(a)推論に用いるmembership関数の台空間は、台空間の間の対応が与えられるように、定めること。

(b)含意則をFuzzy関係で表現する際は、従来から提唱されている表現方法を単に適用するのではなく、適用問題に合った台空間の対応を各点毎に適当な重み付きで定め、この重みをR(x,y)とすること。

(b)については実際にはlemma 1で示したように、空間の対応Fを用いて、

$$F(\mu_{\{x\}})(y)=R(x,y) \qquad (6)$$

としてRを定めればよい。ここで$F(\mu_{\{x\}})$は「ちょうどxならば、yがR(x,y)の度合で起こる」という意味であり、これに着目してRを決定する。この方法では含意則の条件部のmembership関数を介さないでRを決定するため、従来法より妥当なFuzzy関係が定める。また空間の対応からFuzzy関係が必然的に決定されるため、明言的でなかった含意則を逆に発見し、かつFuzzy推論として利用することが可能となる。さらに「A→BにA'を適用する」場合、例えばMamdani決定法によるRではA'がAのsupport付近でないかぎり妥当な結論が得られないが、(6)式で定まるRを用いた場合、そのmax-*推論式はX上のすべてのFuzzy集合A'に対して、妥当な結論を得ることができる。なおR決定の過程ではt-norm*の選択による影響はないため、本決定法は"Fuzzy関係自体の持つあいまいさ"と"推論の時に影響するt-norm合成によるあいまいさ"を明確に区別したFuzzy関係の決定法である。

以上述べたように、含意則が空間の対応を陽に表わしており空間の対応Fが既知の場合は、(6)式に従ってRを決定できる。Fが未知の場合には、(6)式の方法は直接には適用できないが、表現しようとする含意則をいくつかのsample-pointに対して適用することができれば、空間の対応を推測することにより、(6)式の場合に帰着できる。これは実験的に得られる含意則に対しては、非常に有効な手段となる。

4-2 t-normが推論結果に与える影響

*-max合成則については、Th.4で示したように*の選び方は推論に本質的に関わる部分であり、問題毎に適した合成則を選ばなければならない。3章の解釈から、入力されたμ(x)にxとyの対応の重みR(x,y)を作用させるのが*の役割である。この意味で、各種t-normの性質の違いを生かし、推論に役立てる必要がある。

ここでは主要な4つのt-normについて、入力のmembership値の大きさに対してt-normがどの様な重み付けを起こすかを図3に示した。この図から、これらのt-normを選択する際、それぞれに対して以下のような場合が適していることがわかる。

- •：入力値に比例して出力値を与えたい場合
- ∧：基本的に出力値は入力値をそのまま与えるが、対応関係による限界値は越えないようにする場合。（もっとも積極的に入力値を影響させることになる）
- ⊙：membership値の大きい時は影響を大きくし、小さい時の影響を無視したい場合。
- ∧：はっきりとした関係がなく（R(x,y)<1のとき）、入力値も1に達していない場合は、無視する場合。

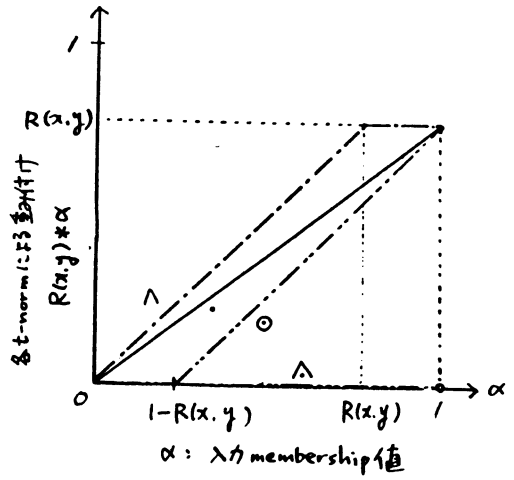


図3　主要なt-normと重みの関係

なお、以上4つのt-normの関する説明は、直観的理解を助けるための説明であり、不完全な部分がある。正確には、図3を参照されたい。

5．終わりに

以上、今回はmax-*合成を抽象的にFuzzy集合の変換ととらえ、次の解釈を導いた。

(a)Fuzzy関係Rは台空間の間の対応の重みである。

(b)t-norm*は、(a)の重み付け作用素として働き、推論結果はt-normの選び方に本質的に依存する。

さらにこの解釈に基づくFuzzy関係の決定法、t-normの推論結果に及ぼす影響について報告した。

今回用いた"Fuzzy推論をFuzzy集合の抽象的な変換ととらえる"という考え方とそれに基づく数学的記号の導入は、Fuzzy推論の基礎研究を進めていく上でも有効な手段であると考える。今後は、$\mathcal{M}(X,X)$の導入による言語hedgeの検討、今回の結果を利用した複数個の含意則の最適表現法の検討等を進める。

［参考文献］

(1)Zadeh,L.A.;「Fuzzy Sets」、Information and Control,8,p.338-353,(1965)
(2)水野雅晴;「ファジィ理論とその応用」、サイエンス社、(1988)
(3)塚本弥八郎;「あいまい推論」、計測と制御,vol.22,No.1,p.139-145,(1983)
(4)Zadeh,L.A.:「Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes」,IEEE Trans on systems,man,and cyb.,vol.SMC-3,No.1,p.28-44,(1973)
(5)Mamdani,E.H.;「Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems」,IEEE Trans. Comp.,vol.C-26,No.12,p.1182-1191,(1977)
(6)水本雅晴;「新しい推論の合成則の下でのﾌｧｼﾞｨ推論」、電子通信学会誌,11,p.1319-1325,(1982)

ファジイ行列の階数とその評価

Rank of fuzzy matrix and its evaluation

影井清一郎・大里有生

Seiichirou KAGUEI and Ario OHSATO

横浜国立大学　工学部

Faculty of Engineering, Yokohama National University

ABSTRACT

A new type of matrix rank, which is called margin rank in this report, is introduced to a fuzzy matrix defined to be a rectangular array of fuzzy numbers. The new rank is, in general, a real number and consistent with the conventional integer-valued rank defined for the crisp matrix. The margin rank indicates the margin to retain the rank of mean matrix, which enables us to represent the grade of some characteristics described by the ordinary rank of matrix. In this report the definition of the rank and an algorithm for its evaluation are shown with several examples.

1．はじめに

行列理論やその応用において、行列の階数は重要な役割を果たしている。実際、線形方程式の可解性や線形システムの可制御性・可観測性などの系の性質は、ある種の行列の階数を評価することにより確かめられる。しかし、これらの性質を詳しく記述するのに、従来の行列階数では不十分である。例として、次の２つの時間不変な線形系の状態方程式を考えてみる。

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}\cdot\mathbf{X} + \mathbf{B}\cdot u \qquad (1)$$

系Ⅰでは、 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$、 $\mathbf{B}=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ (1 a)

系Ⅱでは、 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$、 $\mathbf{B}=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ (1 b)

これらの系は、可制御行列：［B | AB］の階数が２であるから、どちらも状態可制御である［２］。

では、どちらの系が より可制御 であろうか？　もし、行列**A**と**B**に曖昧さがないならば、この問いは無意味である。しかし、実際には、実システムとモデルとの不一致や因子推算の誤差などの曖昧さが存在する。従って、モデル上は可制御な系であっても、実際には制御できないことが起こり得るであろう。換言すれば、従来の行列階数では可制御性の度合を記述することが出来ないのである。これは行列階数が整数値を取ることに原因があるように思える。本報告では、この種の性質の度合を表すため、実数値を取る行列階数を導入する。

2．ファジイ行列とその階数

2．1　用　語

ファジイ数は、通常、部分連続なメンバーシップ関数を持つ実数上の凸な正規ファジイ集合として定義される（例えば、［1，4］）。煩雑な議論を避けるため、ここではメンバーシップ関数に次の制限を設ける。

［定義1］　メンバーシップ関数が連続で代表値の右および左側の台上で連続な逆関数を持つファジイ数を「真ファジイ数」と呼ぶ。クリスプ数と真ファジイ数をここではファジイ数と呼ぶことにする。

［定義2］　ファジイ数の長方形の配列をファジイ行列と言う［1］。

2．2　ファジイ行列の階数

最初に、k次の正方ファジイ行列：$\tilde{\mathbf{A}}$の関数を考えよう。

$$g(\tilde{\mathbf{A}}) = \sup_{|\mathbf{X}|=0} \min\{f_{\tilde{a}_{11}}(x_{11}), f_{\tilde{a}_{12}}(x_{12}), \cdots, f_{\tilde{a}_{kk}}(x_{kk})\} \qquad (2)$$

fはメンバーシップ関数、**X**はクリスプ行列である。

上記のgを用いて、一般のファジイ行列：$\tilde{\mathbf{A}}$の階数：$r(\tilde{\mathbf{A}})$を次のように定義する。

$$r(\tilde{\mathbf{A}}) = \max_{\binom{i_1 \cdots i_k}{j_1 \cdots i_k}} [k - g\{\tilde{\mathbf{A}}\binom{i_1 \cdots i_k}{j_1 \cdots j_k}\}] \qquad (3)$$

ここで、kは、$\tilde{\mathbf{A}}$の代表値の行列：**A**の階数である。以下では、この行列階数を「限界階数」と呼ぶ。限界階数について次の性質がある。

［性質1］　行列：$\tilde{\mathbf{A}}$がクリスプならば、限界階数は通常の行列階数となる。

［性質2］　$r(\mathbf{A}) - 1 < r(\tilde{\mathbf{A}}) \leq r(\mathbf{A})$

2．3　例　題

ファジイ数$\tilde{1}$と$\tilde{2}$のメンバーシップ値が図1で与えられるとする。

［例1］

$$\tilde{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix} \tilde{2} & \tilde{1} \\ \tilde{1} & \tilde{2} \end{bmatrix}$$

このとき、r（$\tilde{\mathbf{A}}$）＝1．5。

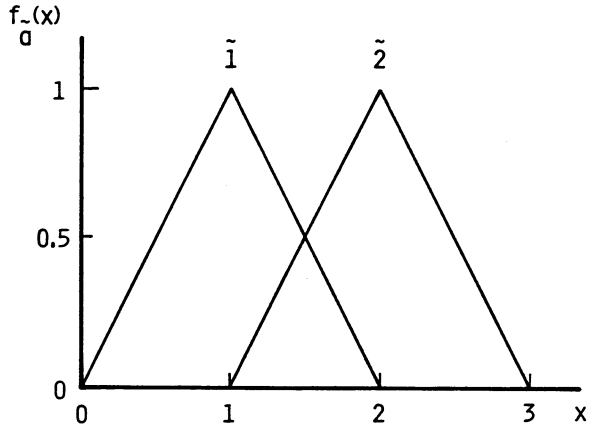


図1．メンバーシップ関数（例1，2）

［例2］

$$\tilde{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix} \tilde{2} & \tilde{1} \\ \tilde{1} & \tilde{1} \end{bmatrix}$$

このとき、r（$\tilde{\mathbf{A}}$）＝1．2。

例1と2より、もし可制御行列の要素の曖昧さがファジイ数$\tilde{1}$と$\tilde{2}$で表わされるならば、系Ⅰの方が系Ⅱよりも可制御であると言える。

［例3］　ファジイ数$\tilde{1}$と$\tilde{2}$のメンバーシップ値が図2で与えられるとき、

$$\tilde{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix} \tilde{2} & \tilde{1} \\ \tilde{1} & \tilde{1} \end{bmatrix}$$

このとき、r（$\tilde{\mathbf{A}}$）＝2。

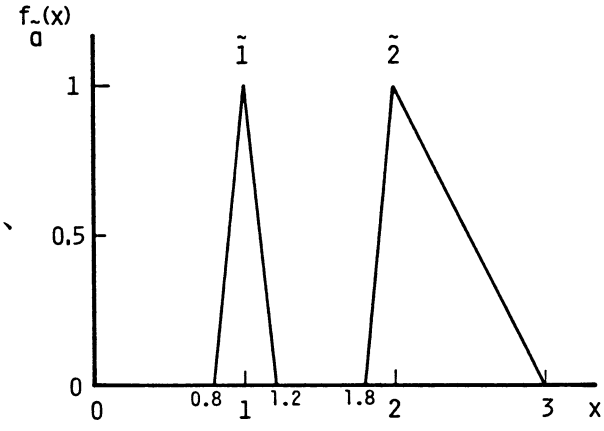


図2．メンバーシップ関数（例3）

3．階数の評価

階数の評価の主な部分はgの計算である。この節では、$|\mathbf{A}|>0$のときのg（$\tilde{\mathbf{A}}$）の計算方法について述べる。

いま、ϕを0と1の間の数とする。ファジイ行列の（i，j）要素についてf（x）＝ϕなるxを求める。（xは2つある。）このxを（i，j）要素とする行列を$\mathbf{X}$とする。（一般に、$\mathbf{X}$は2のk×k乗個ある。）このとき、関数：F（ϕ）を次式で定義する。

$$F(\phi)=\min_{\mathbf{X}} |\mathbf{X}| = |\mathbf{X}^{+}| \qquad (4)$$

［性質３］　Ｆ（ϕ）はϕについて連続で、非減少である。もし、$\mathbf{X}^{+}$がゼロでない余因子を持つならば、Ｆ（ϕ）はϕについて増加する。

［性質４］　Ｆ（ϕ_0）＝０　で、$\phi > \phi_0$ なるϕについてＦ（ϕ）＞０　なら、$\phi_0 = g(\tilde{\mathbf{A}})$。

性質３と４から次の十分条件を得る。

［性質５］　あるϕについて、すべての$\mathbf{X}$に対して$|\mathbf{X}| \geqq 0$でかつ、$|\mathbf{X}| = 0$でゼロでない余因子を持つ$\mathbf{X}$が存在すれば、$g(\tilde{\mathbf{A}}) = \phi$。

［性質６］　X^{+}_{ij}をX^{+}の余因子とする。すべての（ｉ，ｊ）要素について、

$$X^{+}_{ij}\left(x^{+}_{ij} - a_{ij}\right) \leqq 0 \qquad (5)$$

ここで、（４）式を満たすX^{+}を最小行列、（５）式を満たす行列を極小行列と呼ぶことにする。さて、$g(\tilde{\mathbf{A}})$を求めるには、（４）式のｍｉｎ計算を避けるため、$\phi = 1$よりϕを減少させながら、極小行列をたどり、$|\mathbf{X}| = 0$となるϕを求める。実際には、（４）式により、このϕがＦ（ϕ）＝０となることを確かめる必要がある。しかし、$\phi = 1$からたどると、極小行列が最小行列となることが多い。なお、$g(\tilde{\mathbf{A}})$を求めるアルゴリズムを図３に示す。ここでは、Ｎｅｗｔｏｎ法を用いてＦ（ϕ）＝０を解いている。

［例３］

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{4} & \tilde{5} & \tilde{0} & \tilde{6} \\ \tilde{2} & \tilde{0} & \tilde{1} & \tilde{0} \\ \tilde{2} & \tilde{2} & -\tilde{1} & -\tilde{2} \\ \tilde{1} & -\tilde{1} & \tilde{0} & \tilde{0} \end{bmatrix}$$

ここで、$f_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} 1 - |x - a| & , |x - a| \leqq 1 \quad \text{のとき} \\ 0 & , |x - a| > 1 \quad \text{のとき} \end{cases}$

Ｆ（ϕ）を図４に示す。Ｆ（ϕ）＝０より$g(\tilde{\mathbf{A}}) = 0.69$、すなわち、$r(\tilde{\mathbf{A}}) = 3.31$となる。なお、参考のため、極小行列と最小行列の移り変わりを図５に示す。

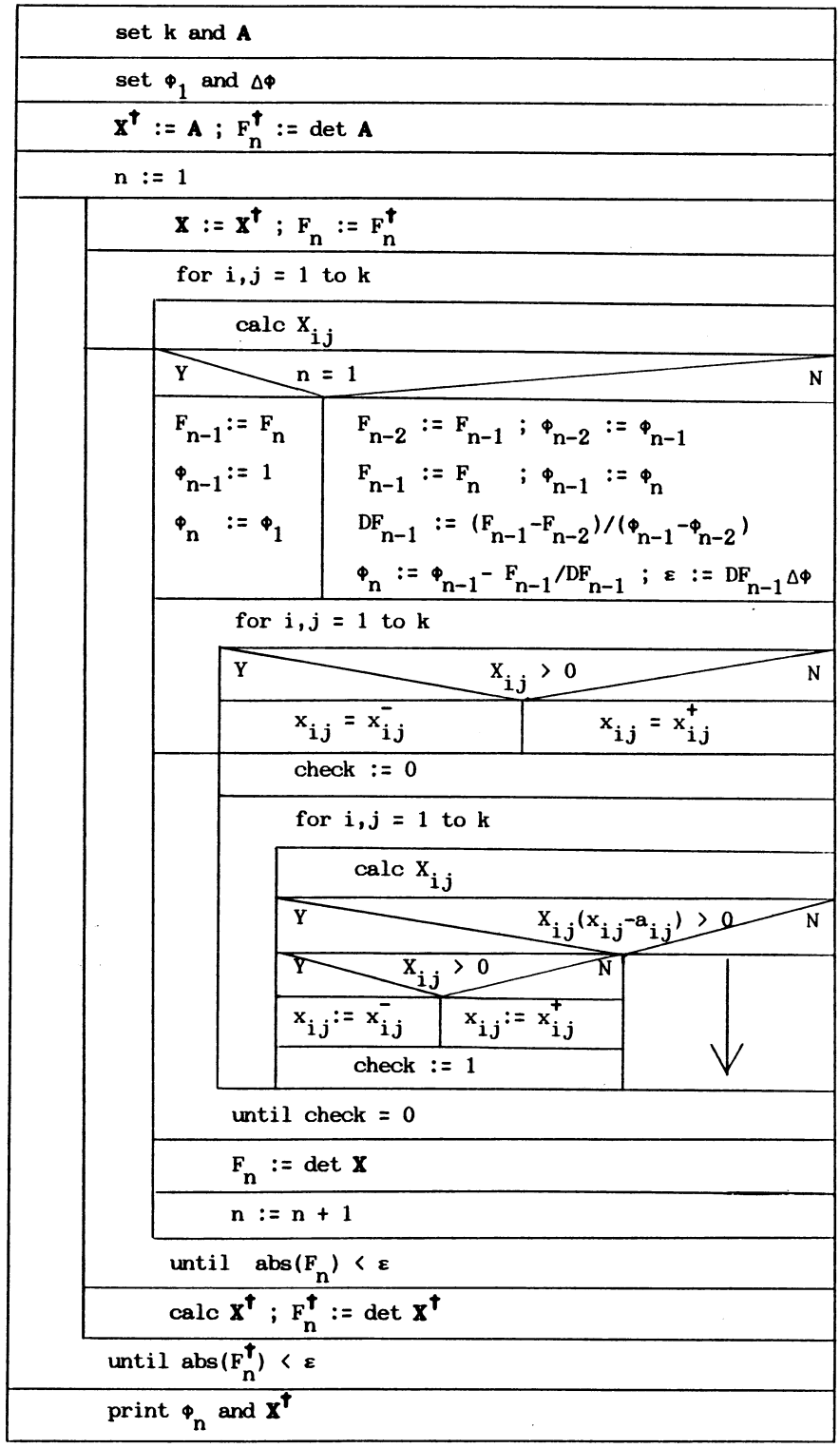


図3．g（$\tilde{A}$）の計算のためのアルゴリズム（ＮＳ図［３］）

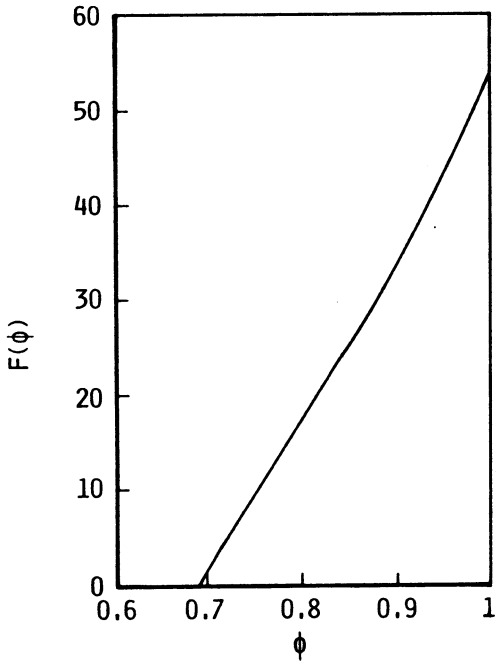


図4．F（φ）

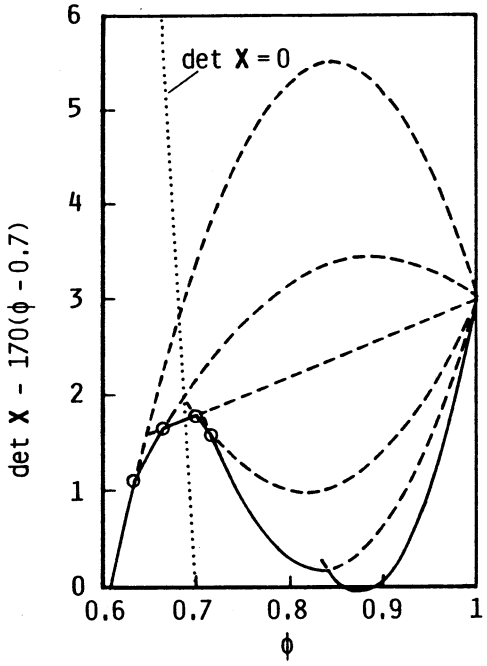


図5．極小行列と最小値

4．おわりに

ファジイ数を長方形に配列したファジイ行列に対し、実数値を取る行列階数を導入した。この階数は通常の行列階数の拡張になっており、行列階数が保たれる範囲をメンバーシップ値で表している。また、この階数を計算するためのアルゴリズムを提示した。このアルゴリズムはｋ×ｋ乗個（ｋは次数）の行列計算を完全に取り除いてはいないが、実用上は、十分利用可能である。

参考文献

[1] D. Dubois and H. Prade, Fuzzy Sets and Systems - Theory and Applications, Academic Press, New York, 1980.

[2] P.L. Falb and M. Athans, A Direct Constructive Proof of the Criterion for Complete Controllability of Time-Invariant Linear Systems, IEEE Trans. Automatic Control 9 (1963) 189-190.

[3] I. Nassi and B. Shneiderman, Flowchart Techniques for Structured Programming, SIGPLAN Notices 8 (1973) 12-26.

[4] H.-J. Zimmermann, Fuzzy Set Theory - and Its Applications, Kluwer-Nijhoff Publishing, Boston, 1985.

ファジィ集合を利用した土構造物内の非定常浸透流に基づく逆解析
Inverse Analysis based on Unsteady Seepage through Earth Structures using Fuzzy Sets

大野　研・近藤　武
Ken Ohno and Takeshi Kondo
三重大学生物資源学部
Faculty of Bioresources, Mie University

Abstract
The method of inverse analysis based on unsteady seepage through earth structures using fuzzy sets is developed and compared with experiments. Soil's Coeffiucients of permeability in saturated zone and hydraulic properties in unsaturated zone are identified. This method is effective for observation approach to constructons of earth structures.

1. まえがき

以前からファジィ集合を利用した土構造物内の浸透流の逆解析手法を開発してきているが，定常浸透流を対象としていたために，情報化施工や施工後の挙動管理には馴染みにくいという欠点が存在した．そこで，赤井らが開発した飽和－不飽和浸透流解析の手法[1)]に上記逆解析手法を組み込み，非定常浸透流を対象とした逆解析手法を開発した．同定される変数は，飽和透水係数および不飽和浸透特性である．

水位あるいは水頭の観測データを基にした非定常浸透流に対する逆解析は，すでにいろいろな手法[2),3),4),5)]が存在する．しかしこれらの解析手法では，同定される変数は飽和透水係数のみか不飽和浸透特性のみであり，両方を同時に同定する手法としては初めてのものである．ここでファジィ集合を用いる理由は，次に述べるものである．

A．観測データには大きな不確定性が存在すると予測されるが，確率的な不確定性よりも誤観測や計器の故障などによる誤差の方が大きいと考えられる．したがって，ファジィ集合の利用が有効である．

B．土の本質的な不確定性のために生じる透水特性の不確定性を考慮すると，厳密に透水特性を逆解析しても，さほど意味があるとは思えない．

C．逆解析を行う際には，既に透水特性についての情報がある程度分かっている事が多い．この知識を無駄にしないためにこの知識をファジィ集合で表す事は逆解析に於て，非常に有効である．

D．今回示す方法は，水圧の観測データのみを用いた逆解析法であるが，最終的な一致度の評価にファジィ積分を用いているため，流量のデータなど種類の異なる観測データを逆解析に組み込むことが容易である．

E．多くの変数を逆解析する場合にも定式化が容易である．

2．定式化

飽和－不飽和浸透流の基礎式は，次式のようなものである．

$$\mathrm{div}\ k(\phi)\vec{\nabla}(\phi+y) = (c(\phi)+\eta Ss)\frac{\partial\phi}{\partial t} \qquad (1)$$

$$\eta = \begin{cases} 0 : \text{不飽和領域} & (2) \\ 1 : \text{飽和領域} & (3) \end{cases}$$

$k(\phi) = ks * kr(\phi)$

ここで，ks：飽和透水係数，kr：比透水係数，c：比水分容量，Ss：比貯留係数，ϕ：圧力水頭，y：位置水頭である．

圧力水頭の関数であるkrとcは，次式に示すVan Genuchten の実験式で定義されると仮定する．ただし，これらの式はϕが負の時だけ使用され，ϕが正の時はc＝0，kr＝1とする．

$$c(\phi) = b(n-1)(\theta s - \theta r) Se^{1/m}(1 - Se^{1/m})^{m} \quad (4)$$

$$kr(\phi) = Se^{1/2}(1 - (1 - Se^{1/m})^{m})^{2} \quad (5)$$

$$Se = (1 + |b\phi|^{n})^{-m} \quad (6)$$

ここで，Se：有効飽和度，θs：飽和体積含水率，θr：最小容水量である．

したがって，ks，bおよびnが決定されると［Ssの値および（$\theta s - \theta r$）の値は既知のものと仮定して］，飽和－不飽和浸透流の挙動は予測されることになる．そこで本逆解析では，浸透流の挙動観測（即ち，圧力水頭の観測）から，ks，b，nを求めることが目的となる．

逆解析に関する定式化の部分は以前のもの[6]と基本的には同じである．

［前提］

逆解析を行う際には，既に透水特性についての情報がある程度分かっていることが多い．そこで，確からしい飽和透水係数，確からしいb，確からしいnというものを予想できることにする．確からしい飽和透水係数はファジィ集合K_1，K_2，・・で定義され，更にファジィ集合の標準的な関数であるπ関数で表されることにする．ただし，このπ関数の横軸は常用対数である．これは飽和透水係数が対数正規分布するという知識と我々が行ったアンケートから得られた「技術者は透水係数をオーダーの単位で捉えている」という知識[7]に基づいている．また，確からしいbと確からしいnも各々，ファジィ集合B_1，B_2，・・，N_1，N_2・・で表わされ，π関数で定義されているとする．この横軸は，普通の軸である．これは過去の15の実験結果の知識に基づいている．

するとこの逆解析問題は次式で示す多目的非線形計画問題で定義することが出来ることになる．ここで，多目的にするのは後のファジィ積分とも関係するが，1つの大きなエラーに同定が引きずられないためである．

$$\min \quad f_1(k_1, k_2, \cdots, b_1, b_2, \cdots, n_1, n_2, \cdots) = ABS(\Phi_{cal1} - \Phi_{mea1})$$

$$\min \quad f_2(k_1, k_2, \cdots, b_1, b_2, \cdots, n_1, n_2, \cdots) = ABS(\Phi_{cal2} - \Phi_{mea2})$$

$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$

$$\min \quad f_i(k_1, k_2, \cdots, b_1, b_2, \cdots, n_1, n_2, \cdots) = ABS(\Phi_{cali} - \Phi_{meai})$$

subject to

$$k_1 \geqq 0, \quad k_2 \geqq 0, \quad \cdots\cdots$$

$$b_1 \geqq 0, \quad b_2 \geqq 0, \quad \cdots\cdots$$

$$n_1 \geqq 1, \quad n_2 \geqq 1, \quad \cdots\cdots$$

$$\min_{k \in K_1\alpha} k \leqq k_1 \leqq \max_{k \in K_1\alpha} k$$

$$\min_{k\in K_2\alpha} k \leqq k_2 \leqq \max_{k\in K_2\alpha} k$$
$$\cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot$$
$$\min_{k\in K_i\alpha} k \leqq k_i \leqq \max_{k\in K_i\alpha} k$$

$$\min_{b\in B_1\alpha} b \leqq b_1 \leqq \max_{b\in B_1\alpha} b$$

$$\min_{b\in B_2\alpha} b \leqq b_2 \leqq \max_{b\in B_2\alpha} b$$
$$\cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot$$
$$\min_{b\in N_i\alpha} b \leqq b_i \leqq \max_{b\in N_i\alpha} b$$

$$\min_{n\in N_1\alpha} n \leqq n_1 \leqq \max_{n\in N_1\alpha} n$$

$$\min_{n\in N_2\alpha} n \leqq n_2 \leqq \max_{n\in N_2\alpha} n$$
$$\cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot$$
$$\min_{n\in N_i\alpha} n \leqq n_i \leqq \max_{n\in N_i\alpha} n$$

Φの添字は測定点，

k，b，nの添字は材料の種類を表す．　　（7）

ここで，Φ_{cal}は計算ポテンシャル，Φ_{mea}は測定ポテンシャル，$K_m\alpha$は材料mの確からしい透水係数のαレベル集合，$B_m\alpha$，$N_m\alpha$も同様である．　また，K，Bおよびnのαレベル集合はそれらががπ関数で表されており，CONVEX集合であることが明白なので，Kを例にとると

$$K\alpha = \bigcup_{\xi} \left(\sup_{k\in K\alpha} k \cup \inf_{k\in K\alpha} k \right) \qquad (8)$$

ただし，　$\xi \in \{x \mid 1 \geqq x \geqq \alpha,\ x$は実数$\}$

とも定義される．これを，

$$K\alpha \fallingdotseq \bigcup_{\xi'} \left(\sup_{k\in K\alpha} k \cup \inf_{k\in K\alpha} k \right) \qquad (9)$$

ただし，　$\xi' \in \{x \mid 1 \geqq x \geqq \alpha,\ (\xi'-0.1)/0.3$は整数$\}$

と近似することにする．　すると，（1）式の制約条件のなかで，目的関数fiが取りうる値のベクトルFの全組合せを計算することが出来る．

3．判断

さて，多目的非線形計画法ではすべての目的関数の値を，完全に最小にするわけにはいかない．適当な基準が必要である．そこでその基準として，ファジイ積分を用い総合判断値をだすことにする．

ここでは，λを0としたときのファジィ測度$g_{\lambda=0}$を各測定値の重視度とする．また，h関数は各測定値と計算値の一致度として，次式で定義する．

$$h_i = (0.9 - e_i) / 0.9 \qquad (10)$$

$$e_i = ABS((\Phi_{cali} - \Phi_{meai}) / \Phi_{meai}) \qquad (11)$$

ここで，添字jは測定点を表す．

この結果，各測定点での一致度のファジィ積分の答えは，測定値と計算値の総合的な一致度ということになる．この一致度の一番大きなケースが，上記多目的非線形計画問題の答えである．

ここで，最初にαレベル集合を離散的に近似したことから，逆解析された飽和透水係数r_m（（2）式或は（3）式によれば，これはいずれかのαの値の $\sup_{k \in K\alpha} k$ か $\inf_{k \in K\alpha} k$ に一致しているはずである．そこで，そのα値をγとおく）の常用対数は，次式で定義されるファジィ集合R_mの代表値であると考えることにする．

$$\text{IF } r_m = \sup_{k \in K_m\gamma} k$$

$$R_m = \pi(\log_{10}k ; \max(\log_{10} r_m - \sup_{\log_{10}s \in K_m(\gamma-0.3)} \log_{10}s, \sup_{\log_{10}s \in K_m(\gamma+0.3)} \log_{10}s - \log_{10}r_m), \log_{10}r_m) \mid k \qquad (10)$$

$$\text{IF } r_m = \inf_{k \in K_m\gamma} k$$

$$R_m = \pi(\log_{10}k ; \max(\log_{10} rm - \inf_{\log_{10}s \in K_m(\gamma-0.3)} \log_{10}s, \inf_{\log_{10}s \in K_m(\gamma+0.3)} \log_{10}s - \log_{10}r_m), \log_{10}r_m) \mid k \qquad (10)'$$

ここで，添字mは材料の種類を表す．

b，nについても同様な同定された答えのファジィ集合を考える．

4．実験方法

測定データを得るために，水槽にガラスビーズを詰めて，非定常浸透流の実験を行なった．実験水槽は，Fig.1 に示すもので，37個のマノメータを有している．ガラスビーズは，2種類のものを使い．その材料特性は，Table 1 に示すものである．

Table 1 ガラスビーズの材料特性

	No. 1	No. 2
2.00 - 0.85 mm	79.10 %	
0.85 - 0.42 mm	20.13 %	
0.42 - 0.25 mm	0.77 %	0.05 %
0.25 - 0.105 mm		99.87 %
0.105- 0.074 mm		0.08 %
比重 (g/cm^3)	2.492	2.485
飽和透水係数 (cm/s)	0.211	0.0216

実験は，上流水位を30cmに固定して，下流水位を変化させることによって行なった（以後，NO.1ビーズを用いて下流水位を15cmから25cmに上昇させた場合をCASE-1，NO.1ビーズを用いて下流水位を25cmから15cmに下降させた場合をCASE-2，NO.2ビーズを用いて下流水位を15cmから25cmに上昇させた場合をCASE-3，NO.2ビーズを用いて25cmから15cmに下降させた場合をCASE-4と呼ぶ）．ポテンシャルの測定は，下流水位変化前および下流水位変化後，15分，30分，1時間，2時間，4時間，8時間，24時間に行なった．

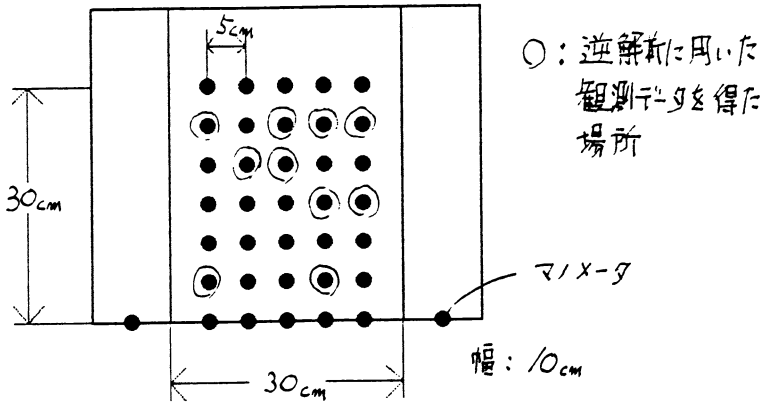


Fig. 1 実験水槽と逆解析に用いたデータの場所

5．解析結果

定常浸透流になってしまうと，比水分容量の項がなくなり，不飽和浸透特性の逆解析についての情報が少なくなってしまう．したがって，今回は水位変化後15分の実験結果を基にして逆解析を行なうことにした．逆解析に用いた観測データを得た場所は，FIG.1 に示してある１０ヶ所である．Table 2 にはじめに確からしいと予想したｋ，ｂ，ｎのファジィ集合（即ち，各々Ｋ，Ｂ，Ｎ）と逆解析によって得られたファジィ集合を示す．さらに，その逆解析によって得られたファジィ集合の中央値を用いて順解析した場合のポテンシャルの値と３５ヶ所で計測された実験結果との誤差の平均値とその標準偏差を示す．これを見ると両者の一致度はかなりよく，妥当な逆解析が行なわれたことがわかる．

Table 2 浸透特性の逆解析結果とその誤差

確からしいと予測した値	逆解析された値	逆解析された値を用いて順解析した場合のポテンシャルの誤差分布	
CASE-1		平均誤差（%）	標準偏差
π（logk；1.0, 0.2)	π（logk；0.3,0.2)		
π（b；0.09, 0.1)	π（b；0.03, 0.05)	2.91	2.17
π（n；3.0, 5.0)	π（n；1.0, 6.66)		
CASE-2			
π（logk；1.0,0.2)	π（logk；0.3,0.2)		
π（b；0.09,0.1)	π（b；0.03,0.15)	2.06	1.20
π（n；3.0,5.0)	π（n；1.0,3.34)		
CASE-3			
π（logk；1.0,0.02)	π（logk；0.3,0.0056)		
π（b；0.15,0.2)	π（b；0.05,0.258)	0.61	0.82
π（n；2.0,5.0)	π（n；0.7,6.11)		
CASE-4			
π（logk；1.0,0.02)	π（logk；0.3,0.071)		
π（b；0.29,0.3)	π（b；0.1,0.14)	1.00	0.68
π（n；3.9,5.0)	π（n；1.3,3.49)		

参考文献

1）赤井浩一他：有限要素法による飽和－不飽和浸透流の解析，土木学会論文集，第264号，1977

2）村上章：Ｋａｌｍａｎフィルター有限要素結合解法による非定常問題同定・推定同時解析，第２０回土質工学研究発表会，1985

3）河野伊一郎他：揚水試験による不飽和浸透特性の算定法，第２３回土質工学研究発表会，1988

4）Katsuhiko Arai et.al:Parameter Estimation of Unconfined Aquifer by Measuring Change of Groundwater Level,Soils and Foundations,Vol.25,No.4, 1985

5）Wiliam W-G. Yeh:Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology:The Inverse Problem,Water resourcs Reserch,Vol.22,No.2,1986

6）Ken Ohno and Takeshi Kondo:Inverse Analysis of Seepage through Earth Structures using Fuzzy Sets,Proceedings of The International Workshop on Fuzzy System Applications,1988

7）大野研・近藤武：ファジィ集合理論による透水試験結果の評価，土と基礎，Vol.36, No.9,1988

ファジイ・グループに対する ファジイ判別分析

Fuzzy Discriminant Analysis on Fuzzy Groups

吉田　光雄
Mitsuo Yoshida
大阪大学人間科学部
Faculty of Human Sciences,
Osaka University

Abstract

Fuzzy discriminant analysis is an application of fuzzy theory to statistical discriminant analysis. Membership functions and some fuzzy statistics were introduced and formulated to obtain fuzzy discriminant functions and fuzzy classifications on fuzzy groups. The method was examined with a numerical example of social images of the sea, ships and seamen measured by semantic differential method.

1．はじめに

多変量解析法の一つである判別分析法に、ファジィ理論を適用し、これをファジイ判別分析法(FDA: Fuzzy discriminant analysis)とした。多変量解析法にファジイの概念を導入したものとして、例えば回帰分析、判別分析等が報告されているが[1～8]、本報告はサンプル群をファジィ･グループとみなして処理する方法を試みたものである。

ファジィ･グループとは、いくつかの等質な下位集団からなる、しかし明瞭にそれらを分離することはむしろ困難な、全体としては非等質な観測値の集合とされている[2]。

多変量解析を適用してデータ処理を行うとき、観測対象が等質であるのは望ましい条件であるが、例えば、多数の対象について社会調査を行うとき、必ずしも常に等質なサンプル構成となるとは限らない。現実的にはクロス集計等により、下位属性毎の集計が行われ、データの構造が検討されるのであるが、予めファジィ･グループを想定してグループ毎に予測を行う、ファジィ重回帰の方法[2]等は新たな観点からの多変量解析の方法といえよう。

ここでは、(1)データをファジィ･グループとみなして、メンバーシップ関数を用いて判別関数を求め、(2)得られた判別関数をもとに、判別に際してはあいまいな

判別の領域を残し、複合のグループに判別する場合を許容する方法について、定式化を試みたものである。数値例とあわせて報告する。

2．定式化

G_j をファジィ･グループ、 O_i を第i観測値、$F=\{f_{ij}\}$ を第i観測値の第jファジィ･グループへのメンバーシップ関数とする。ファジィ平均、ファジィ分散等のファジィ統計量は次のごとく定義される[2,7,8,9]。

(1) $N(G_j)=\Sigma f_{ij}$ ファジィサイズ

(2) $\overline{X}_j=\Sigma X_i f_{ij}/N(G_j)$ ファジィ平均

(3) $S_j^2=\Sigma(X_i-\overline{X}_j)^2 f_{ij}/N(G_j)$ ファジィ分散

ファジィ判別関数 (FDF: Fuzzy discriminant function) を、独立変量 $X=\{X_{ik}\}$ と判別係数 a との線型結合

(4) $Y=Xa$

とし、また p 変量、サンプル数 n よりなるデータ行列を X、全要素が変量毎の平均よりなる行列を $\overline{X}$、ファジィ･グループ毎･変量毎の平均よりなる行列を $\overline{X}_g$ とすると、ファジィ平方和は次のごとく定義される。

(5) $T=a'(X-\overline{X})'F(X-\overline{X})a=a'S_Ta$ 全ファジィ平方和

(6) $B=a'(\overline{X}_g-\overline{X})'F(\overline{X}_g-\overline{X})a=a'S_Ba$ 群間ファジィ平方和

(7) $W=a'(X-\overline{X}_g)'F(X-\overline{X}_g)a=a'S_Wa$ 群内ファジィ平方和

但し、(8) $T=B+W$

(9) $n=\Sigma n_j$, n_j 第jファジィ･グループのサンプル数

メンバーシップ関数は先験的に与えることも可能であろうが、ここではデータから経験的に与えることとする。最も単純な方法は、各観測値から、各グループの重心までの距離を算出し、それに逆比例するスコアを求めてメンバーシップ関数とすることであろう。すなわち、重心からの距離が近いということは観測値空間の中で、グループの中心部に配置されていることであり、大きいメンバーシップ関数の値とする。メンバーシップ関数は必ずしも標準化されている必要はないが、グループ毎の相対的位置を考え、観測値毎にその和が1となるよう標準化された。

判別の精度を向上させるため、ファジィ平方和の比

(10) $\eta^2=B/T$

が最大となるよう、判別係数が求められるが、それには全ファジィ平方和(S_T)を一定として、群間ファジィ平方和(S_B)が最大となるよう、ラグランジュの常数λを用いて

(11) $Q(a)=a'S_Ba-\lambda(a'S_Ta-c)=\max$

を解けばよい。そしてこれは

(12) $(S_B-\lambda S_T)=0$

の固有方程式を解くことに帰着する。但し、S_T は対称行列ではないので三角行列 B の積に分解して

(13)　$S_T = B'B$

より、(12)式を変形して

(14)　$(B'^{-1}S_B B^{-1} - \lambda I)c = 0$

とし、対称行列の固有値問題として解くことができる。(14)式の固有ベクトルは

(15)　$\hat{a} = B^{-1}c$

と修正され、これが最終的な判別係数となる。第1固有値は最大にされた相関比である。

(16)　$\eta^2 = \lambda max.$

3．ファジィ判別

(4),(15)式で FDF が求められると、次のステップはそれらのスコアを用いて、グループへの判別を行うことである。FDF としては第１固有値のみを用いてもよいが、複数個の固有値(m個)を採用し、多次元空間内で判別の領域を設定した方が判別の精度は向上する。

m次元の判別関数空間内における、観測値O_iとグループの重心G_jとの距離d_{ij}を求め、更に距離の逆数をグループへの親近度 e_{ij} とし、$E = \{e_{ij}\}$ により、判別を行うこととする。但し、ここでは判別の便宜上、観測値毎に

(17)　$E1 = 1$

となるよう、標準化しておくものとする。

いま、グループがG_j, G_k, G_lの３群であり、観測値O_iの、それらへの親近度をe_j, e_k, e_lとする。判別に際して

(18)　$e_j \ll e_k \cap e_j \ll e_l$

のとき、$O_i \in \langle G_j \rangle$ としてO_iがG_jに判別されるのは、通常の判別分析と同様であるが、もし誤差の範囲内で

(19)　$e_j \fallingdotseq e_k$

の場合には、$O_i \in \langle G_{jk} \rangle$、すなわち単独のグループ$G_j$または$G_k$への判別は困難であって、ファジィ･グループ$G_{jk}$への判別、とするアルゴリズムを導入する。但し、記号 $\ll$ はここでは十分小、$\langle \cdot \rangle$ は判別されたグループを表すものとする。

計算に先だってメンバーシップ関数 F が 0 または 1 で与えられたときは、通常の判別分析 (CDA: conventional discriminant analysis) と同様の計算を行い、ファジィ･グループへの判別も行われない。

4．数値例

海･船･船乗り につてのイメージを SD(semantic differential)法により求めたデータ[10]に適用した。

調査対象: M 商船大学生、G 一般大学生、W 女子大生の各 100 名、計 300 名。これら３群の大学生のイメージはよく類似しており、これをファジィ･グループとみなした。

イメージの評定: 海·船·船乗り を評価の概念として、双極性の形容語を対とした評定尺度に、7段階のカテゴリ(非常に·かなり·やや·どちらでもない)で評価を求めた。ポジティブな方向を高いスコアとして、反応に 1～7 のウエイトを与え、集計した。

因子分析: 概念毎に主因子法による因子分析を施したところ、各概念ともに3因子が抽出され、それらを力動性·感性的評価·心理的距離と命名·解釈した。次いで因子得点を算出し、そのスコアを独立変量として、本ファジィ判別分析を適用した。因子分析は各概念毎に行なったので、概念内では独立であるが、概念間では相関を示す場合もある。また、因子得点は 平均=4, 標準偏差=1 となるよう標準化した。因子得点についても、値の大きい方が好意的イメージ、"どちらでもない"の中立反応は 4 である。

因子得点結果: グループ別平均値は 表1 であるが、有意差検定の結果、一般大生、女子大生が類似し、商船大生がややそれらとは異なるという構造が見られた。

メンバーシップ関数: 各群の平均値を重心とし、各サンプルの3重心からの距離を算出し、その逆数を標準化してメンバーシップ関数の値とした。

判別関数: 固有値の推移を検討したところ、m=2 が適当と思われたが、分析A;第1(最大)固有値のみを用いたファジイ判別分析、分析B;第1·第2両固有値を用いたファジィ判別分析、ならびに分析C;メンバーシップ関数に(0,1)のスコアを用た通常の判別分析(第1·第2固有値)、の3通りについて計算を行った。

判別分析結果: 固有値の Scree graph によれば、第2固有値以後は急激に減少し、2つの固有値で十分のようであった。分析Aの場合、<M>群への判別が最もよく 100名中 80名の判別が可能であった。<G>·<W> はそれぞれ 7名·4名と少なく、Mすなわち商船大生が他とは異なるイメージを抱いているため、判別が容易となったものと思われる。G·W 両群はイメージ·プロフィールも類似しており、判別は困難で、<GW>すなわち<GまたはW>と判断されるケースが多かった(151名)。<MGW>と全く判別不能の者も 21名出現した。判別の精度(相関比)は e=0.6372 であった。

しかしながら、分析Bのごとく第2固有値を加えて解くと3群への判別は向上し、<M>·<G>·<W> 各々への判別は 68·50·58名となり、<G>、<W>の分離がよくなった。<GW>は7名に減少したが、逆に <MG>·<MW> は 17·10名へと増大した。判別関数値でみるとY_1(分析Aの場合の FDF)が大の領域で<M>、Y_1が小でかつY_2(分析Bの場合の FDF)が大で<W>、Y_1,Y_2共に小で<G>、の判別がなされるようであった。また判別の精度は e=0.6969 に向上した。

判別係数のうち、値の大きいもの、すなわち判別に貢献するものは、Y_1の場合で海·船·船乗り の第3因子(心理的距離)、および船の第1因子(力動性)であり、Y_2の場合では海の第2因子(感性的評価)、船の第1·第3因子(力動性·心理的距離)、船乗りの第1·第2因子(力動性·感性的評価)であった。Y_1は商船大生と他の2群の大学生を分け、Y_2は一般大生と女子大生判別するのに有効のようであり、それぞれのグループのイメージの相違を反映している。

通常の判別分析を適用したところ、第1固有値のみを用いる場合 e=0.6778、第1・第2固有値を用いる場合(分析C)で e=0.7429 であった。精度は共にファジィの方が落ちるが、ファジィ・グループよりも所属が明確に規定づけられた通常のグループへの判別の方が容易であるのはむしろ当然であろう。

文　献

1. 林勲他 1987 可能性判別分析，第３回ファジィ・システム・シンポジウム，1-7.
2. Jajuga, K. 1986 Linear fuzzy regression, Fuzzy Sets and Systems, 20, 343-353.
3. Kerlinger, F. N. 1973 Foundation of behavioral research, Holt.
4. 坂和正敏他 1988 ファジイ線型回帰モデルと大型小売店販売額予測問題への応用，第４回ファジィ・システム・シンポジウム，259-264.
5. 田中英夫他 1987 区間回帰分析，第３回ファジィ・システム・シンポジウム，9-12.
6. 田中英夫他 1988 区間線型モデルによる判別分析，第４回ファジィ・システム・シンポジウム，253-258.
7. Watada, J. et al. 1986 Fuzzy discriminant analysis in fuzzy groups, Fuzzy Sets and Systems, 19, 3, 261-271.
8. Watada, J. & Tanaka, H. 1986 Fuzzy approach to multivariant analysis for qualitative data. Proceeding of the Second Conference of International Fuzzy System Association.
9. 寺野寿郎他，1987 ファジィ・システム入門，オーム社.
10. 吉田光雄他，1988 大学生の海洋志向性，-商船大学生と一般大学生との比較-，神戸商船大学紀要，第1類・文科論集，第37号，53-70.

表１．　海·船·船乗りのイメージ因子得点平均値およびＳＤ(標準偏差)

因子得点	グループM 平均	SD	グループG 平均	SD	グループW 平均	SD	有意水準 (1)	(2)	(3)
1. 海:力動性	4.24	.96	3.71	1.07	3.73	.76	**	**	-
2. 〃:感性的評価	3.95	.93	4.00	1.01	4.34	.89	-	**	*
3. 〃:心理的距離	4.57	.89	3.79	1.00	3.80	1.02	**	**	-
4. 船:力動性	4.46	1.01	3.57	.80	4.02	.85	**	**	**
5. 〃:感性的評価	4.17	.99	3.95	.92	4.00	.89	-	-	-
6. 〃:心理的距離	4.52	1.07	4.06	.96	3.74	.99	**	**	*
7. 船乗り:力動性	3.98	.98	3.84	1.01	4.00	.99	-	-	-
8. 〃:感性的評価	4.11	1.17	3.71	.83	4.14	.94	**	-	**
9. 〃:心理的距離	5.03	.79	3.66	.76	3.62	.82	**	**	-

グループ: M 商船大学生，　G 一般大学生，　W 女子大生
有意水準: (1) M－G 間, (2) M－W 間, (3) G－W 間,
** P<0.01,　* P<0.05, - P>0.05

表２．　ファジィ判別分析結果（サンプル数=300）
X（独立変量):海·船·船乗りのイメージ（変量数=9）

判別結果	ファジィ判別分析 分析 A (原 M G W)	ファジィ判別分析 分析 B (原 M G W)	通常の判別分析 分析 C (原 M G W)
<M>	105 (80 12 13)	86 (68 8 10)	99 (79 7 13)
<G>	15 (1 7 7)	85 (11 50 24)	100 (13 62 25)
<W>	8 (0 4 4)	94 (7 29 58)	101 (8 31 62)
<MG>	0 (0 0 0)	17 (8 6 3)	
<MW>	0 (0 0 0)	10 (5 2 3)	
<GW>	151 (14 66 71)	7 (1 4 2)	
<MGW>	21 (5 11 5)	1 (0 1 0)	
相関比（η）	0.6372	0.6969	0.7429

< >:判別されたグループ　　<MG>:ファジィ群 MG への判別
分析 A:第1固有値を用いた判別，　分析 B:第1·第2固有値を用いた判別
分析 C:通常の判別分析，　(原 M G W): オリジナル群別人数

ファジィデータに対する判別分析

Discriminant Analysis for Fuzzy Data

石渕久生　　田中英夫
Hisao ISHIBUCHI　Hideo TANAKA
大阪府立大学　工学部
College of Engineering, University of Osaka Prefecture

ABSTRACT: In the conventional discriminant analysis, attribute values of each sample are represented by a point in multi-dimensional feature space. In this paper, we propose a discriminant method for fuzzy data where attribute values of each sample are represented by a fuzzy number vector in the feature space. The proposed method is based on a fuzzy linear discriminant function which maps the fuzzy number vector into a fuzzy number in a one-dimensional decision space. Our discriminant problem is to determine the parameters of the discriminant function so that the set of fuzzy numbers corresponding to given samples may be divided into given groups in the decision space. This problem is formulated as a mathematical programming problem which can be solved using the linear programming technique.
KEYWORDS: discriminant analysis, fuzzy data, fuzzy linear discriminant function

1．緒言

通常の判別分析の問題では，各々のサンプルの属性値は多次元属性空間上の点として与えられるが，実際の問題では属性値が一定でなく変動している場合や，属性値にあいまいさが含まれているような場合も多い．このような観点から，筆者らは区間データに対する判別分析手法を提案した[1-2]．本研究では，区間データをファジィデータに一般化し，ファジィデータに対する判別手法の提案を行う．

ファジィデータに対する判別分析の問題は，各々のサンプルの属性値を表わす多次元属性空間上のファジィ集合を１次元上のファジィ集合に写像するファジィ線形判別関数を求める問題である．本研究では，このような問題を数理計画問題に帰着させ，線形計画法を用いた解法を示す．線形計画法を用いて判別関数を求めるという手法は，通常の点データに対してN.Freedら[3-4]により提案されたものである．したがって，本研究で提案する判別手法は，N.Freed らの方法をファジィデータの場合に拡張したものとみなすこともできる．

本研究では，まず，最も簡単な２群判別の問題を数理計画問題として定式化し，その解法を示す．次に，２群判別の問題を多群判別の問題へ拡張する．さらに，ファジィ線形判別関数を用いた未知サンプルの判別手法を提案する．最後に，数値計算例により提案した手法の説明を行う．

2．ファジィ線形モデル

2．1　ファジィデータの表示方法

本研究では，与えられたｍ個のサンプルがｐ個の群に分けられているとし，ｕ番目（$u=1,2,\cdots,p$）の群を記号Guで表すことにする．また，それぞれのサンプルにはｎ個の属性値がファジィ集合として与えられているとし，ｊ番目のサンプルの属性ｉに関する属性値を，ファジィ数$\tilde{x}_{ij}$で表すことにする．なお，簡単のため，ファジィ数$\tilde{x}_{ij}$を対称三角型のファジィ数に限定し，$\tilde{x}_{ij}$をその中心x_{ij}と幅d_{ij}により，次のように表記する．

$$\tilde{x}_{ij}=(x_{ij},d_{ij})_L,\ i=1,2,\cdots,n;\ j=1,2,\cdots,m \tag{1}$$

ただし，$\tilde{x}_{ij}=(x_{ij},d_{ij})_L$のメンバシップ値は，次のようなメンバシップ関数$\mu_{ij}(t)$により定義される．

$$\mu_{ij}(t)=1-\min\{1,\ |t-x_{ij}|/d_{ij}\} \tag{2}$$

さらに，ファジィ数$\tilde{x}_{ij}$を要素とするファジィベクトルを$\tilde{\mathbf{x}}_j=(\tilde{x}_{1j},\cdots,\tilde{x}_{nj})$とし，ｎ次元属性空間上での$\tilde{\mathbf{x}}_j$のメンバシップ値を，次のようなメンバシップ関数$\mu_j(\mathbf{x})$で定義する．

$$\mu_j(\mathbf{x})=\min\{\mu_{1j}(x_1),\ \cdots,\ \mu_{nj}(x_n)\} \tag{3}$$

ただし，$\mathbf{x}$はｎ次元ベクトルであり，$\mathbf{x}=(x_1,\cdots,x_n)$とする．

式(3) の定義より明らかなように，ファジィベクト

ル$\tilde{X}_j$ はn次元属性空間上で定義されたファジィ集合であり，ファジィ集合$\tilde{X}_{1j},\cdots,\tilde{X}_{nj}$ の直積[5]と考えることもできる．

2．2 ファジィ線形判別関数

ファジィ線形判別関数は，n次元属性空間上のファジィベクトル$\tilde{X}_j$ を1次元上のファジィ数$\tilde{Y}_j$に写像する関数であり，次のように定義する．

$$\tilde{Y}_j = k_1\tilde{X}_{1j} + k_2\tilde{X}_{2j} + \cdots + k_n\tilde{X}_{nj} \qquad (4)$$

ただし，k_i(i=1,2,$\cdots$,n) は実数係数であり，判別問題の決定変数となる．

式(1) の表記法を用いれば，式(4) のファジィ線形判別関数は，田中ら[6]によるファジィ線形回帰式と同様に，次のように変形できる．

$$\tilde{Y}_j = k_1(x_{1j},d_{1j})_L + \cdots + k_n(x_{nj},d_{nj})_L$$

$$= (\sum_{i=1}^{n} k_i x_{ij},\ \sum_{i=1}^{n} |k_i| d_{ij})_L \qquad (5)$$

したがって，$\tilde{Y}_j$は$\tilde{X}_{ij}$ と同様に対称三角形のファジィ数となることがわかる．式(4),(5) のファジィ線形判別関数を2次元上で図示すれば，Fig.1 のようになる．なお，Fig.1 に示すように，$\tilde{Y}_j$が定義されている1次元空間を，今後y軸と呼ぶことにする．したがって，ファジィ線形判別関数は，n次元属性空間からy軸への写像と考えることができる．

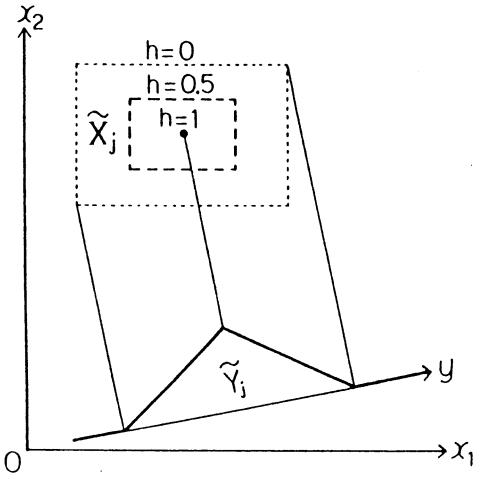


Fig.1 Fuzzy linear discriminant function

3．判別問題の定式化とその解法

ここでは，最も基本的な2群判別の問題を考え，m個のサンプルが，G1,G2 という二つの群に分けられているとする．このときの判別分析の問題は，m個のファジィ数$\tilde{Y}_j$ができるだけ明確にy軸上で2群に分離されるように，ファジィ線形判別関数の係数k_i(i=1,2,$\cdots$,n)を決定することである．ここでは，このような2群判別の問題を数理計画問題として定式化し，線形計画法を用いた解法を示す．

3．1 問題の定式化

ファジィ線形判別関数の係数k_i (i=1,2,$\cdots$,n) を求める問題を，ファジィ数のレベル集合[5]が区間になることを利用して，区間データに対する判別問題[1-2]と同様な定式化を行うことにする．

まず，ファジィ数$\tilde{X}_{ij}$ のh-レベル集合$[\tilde{X}_{ij}]_h$を，次のように定義する．

$$[\tilde{X}_{ij}]_h = \begin{cases} \{t \mid \mu_{ij}(t) \geqq h\}, & \text{for } 0 < h \leqq 1 \\ \langle x_{ij},\ d_{ij} \rangle, & \text{for } h = 0 \end{cases} \qquad (6)$$

なお，〈 ， 〉は，中心と幅による閉区間の表記法であり，次のように定義される．

$$\langle x_{ij},\ d_{ij} \rangle = \{t \mid x_{ij} - d_{ij} \leqq t \leqq x_{ij} + d_{ij}\} \qquad (7)$$

この表記法を用いると，式(6) は，式(2) を用いて次のように変形することができる．

$$[\tilde{X}_{ij}]_h = \langle x_{ij},\ (1-h)d_{ij} \rangle,\ \text{for } 0 \leqq h \leqq 1 \qquad (8)$$

同様にして，$\tilde{Y}_j$のh-レベル集合は次のように計算される．

$$[\tilde{Y}_j]_h = \langle \sum_{i=1}^{n} k_i x_{ij},\ \sum_{i=1}^{n} (1-h)|k_i| d_{ij} \rangle,$$

$$\text{for } 0 \leqq h \leqq 1 \qquad (9)$$

一方，y軸上で第1群 (G1) を表す区間をY_{G1} ，第2群 (G2) を表す区間をY_{G2} とし，次のように定義する (Fig.2 参照)．

$$Y_{Gu} = \langle a_u,\ c_u \rangle,\ u = 1,2 \qquad (10)$$

この二つの区間は，次の条件を満たすものとする．

$$[\tilde{Y}_j]_h \subset Y_{Gu},\ \text{for all } j \text{ in } Gu\ (u=1,2) \qquad (11)$$

また，区間Y_{G1}とY_{G2}との間の距離を表す指標をrとし，次式で定義する (Fig.2 参照)．

$$r = (a_2 - c_2) - (a_1 + c_1) \qquad (12)$$

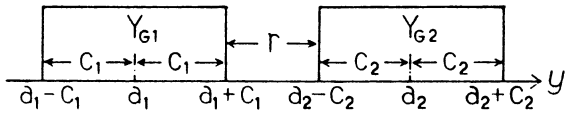


Fig.2 Two intervals Y_{G1}, Y_{G2}

このように定義されたrが大きいほど，2群に分けられたレベル集合$[\tilde{Y}_j]_h$ がy軸上で明確に分離されていると考えることができるので，h-レベル集合に対する判別分析の問題は，次のように定式化できる．

[問題P1]

目的関数：$r = (a_2 - c_2) - (a_1 + c_1)$ (最大化) (13)

制約条件：

$$\sum_{i=1}^{n} k_i x_{ij} - \sum_{i=1}^{n} (1-h)|k_i| d_{ij} \geqq a_u - c_u, \qquad (14)$$

$$\text{for all } j \text{ in } Gu\ (u=1,2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} k_i x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} (1-h)|k_i| d_{ij} \leqq a_u + c_u, \qquad (15)$$

$$\text{for all } j \text{ in } Gu\ (u=1,2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} |k_i| = 1 \qquad (16)$$

c_1, $c_2 \geqq 0$ (17)

r, k_i ($i=1,2,\cdots,n$), a_1, a_2 の符号は自由

決定変数：k_i ($i=1,2,\cdots,n$), a_1, a_2, c_1, c_2

制約式(14), (15)は，式(11)を区間の左端と右端を用いて書き換えたものである．また，制約式(16)は，係数k_iの値がすべて0になったり，逆に無限大に発散したりするのを防ぐためのものである．さらに，非負条件(17)は，区間の幅は負にはならないことを表わしている．

制約条件(11)におけるファジィ数$\tilde{Y}_j$のレベル集合に関して，$h \leqq h'$ ならば$[\tilde{Y}_j]_{h'} \subset [\tilde{Y}_j]_h$ が常に成り立つので，制約条件(11)は，h'－レベルで考える方がh-レベルで考えるよりも緩やかな条件となる．したがって，次の命題が成り立つ．

［命題１］

h-レベルでの問題P1の最適値を$r_h^*(P1)$，h'－レベルでの最適値を$r_{h'}^*(P1)$とする．このとき，$h \leqq h' \leqq 1$であれば，$r_h^*(P1) \leqq r_{h'}^*(P1)$となる．

h-レベルでの問題P1の最適値$r_h^*(P1)$が正の場合には，二つの区間Y_{G1}, Y_{G2} が交わらないため，h-レベル集合$[\tilde{Y}_j]_h$, $j=1,2,\cdots,m$ がｙ軸上で二つの群に分離される．そこで，h-レベル分離可能という概念を次のように定義する．

［定義１］

問題P1の最適値$r_h^*(P1)$が正のとき，与えられたｍ個のサンプルはh-レベル分離可能という．

この定義に関して，命題１よりただちに次の命題が得られる．

［命題２］

与えられたｍ個のサンプルがh-レベル分離可能であれば，$h \leqq h' \leqq 1$を満たす任意のh'に対して，h'－レベル分離可能である．

命題２からただちに，次のことが言える．すなわち，与えられたｍ個のサンプルがh'－レベル分離可能でなければ，$0 \leqq h \leqq h'$を満たす任意のｈに対して，h-レベル分離可能ではない．

さらに分離度という概念を次のように定義する．

［定義２］

与えられたｍ個のサンプルの分離度をh*で表し，次のように定義する．

$$h^* = \inf\{h \mid r_h^*(P1) > 0\} \quad (18)$$

ただし，$\inf\{h \mid \cdot\}$ は，集合$\{h \mid \cdot\}$の下限である．なお，集合$\{h \mid r_h^*(P1) > 0\}$が空集合のときには，$r_h^* = 1$とする．

この定義と命題２よりただちに，次のことが言える．すなわち，与えられたｍ個のサンプルは，$h^* < h \leqq 1$を満たす任意のｈに対して，h-レベル分離可能である．また，$0 \leqq h < h^*$ を満たす任意のｈに対して，h-レベル分離可能ではない．

分離度h*は与えられたｍ個のサンプルの分離の度合を表しており，その値が小さいほど与えられたサンプルは明確に２群に分離される．特に，分離度h*が０の場合では，ｈの値によらずh-レベル集合$[\tilde{Y}_j]_h$, $j=1,2,\cdots,m$ がｙ軸上で完全に二つの群に分離される．逆に，分離度h*が１の場合では，ｈの値によらずh-レベル集合$[\tilde{Y}_j]_h$, $j=1,2,\cdots,m$ をｙ軸上で二つの群に分離することはできない．

３．２　問題の解法

問題P1は，決定変数k_i ($i=1,2,\cdots,n$) に絶対値がついているため，このままでは簡単に解くことはできない．しかし，変数k_iの符号の全ての組み合せを考慮することにより最適解を求めることができる．すなわち，変数k_iの符号の組み合せに応じて問題P1の絶対値をはずすことにより，2^n個の線形計画問題を定式化し，そのなかで最も目的関数の値が大きくなるものを求めればよい．このような方法は，非常に簡単な方法であるため，属性空間の次元の数ｎが少ない場合では有効である．

また，次のような方法により問題P1を解くこともできる．まず，変数k_iを正の部分k_i^+と負の部分k_i^-とに分割する．つまり，次のような変数の変換を行う．

$$k_i = k_i^+ - k_i^-, \quad i=1,2,\cdots,n \quad (19)$$

ただし，

$$k_i^+ k_i^- = 0, \quad i=1,2,\cdots,n \quad (20)$$

$$k_i^+, k_i^- \geqq 0, \quad i=1,2,\cdots,n \quad (21)$$

である．

上式により，問題P1は次のように書き換えられる．

［問題P2］

目的関数：$r = (a_2 - c_2) - (a_1 + c_1)$（最大化） (13)

制約条件

$$\sum_{i=1}^{n} (k_i^+ - k_i^-) x_{ij} - \sum_{i=1}^{n} (1-h)(k_i^+ + k_i^-) d_{ij} \geqq a_u - c_u, \quad \text{for all } j \text{ in } G_u \ (u=1,2) \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^{n} (k_i^+ - k_i^-) x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} (1-h)(k_i^+ + k_i^-) d_{ij} \leqq a_u + c_u, \quad \text{for all } j \text{ in } G_u \ (u=1,2) \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^{n} (k_i^+ + k_i^-) = 1 \quad (24)$$

$$k_i^+ k_i^- = 0, \quad i=1,2,\cdots,n \quad (20)$$

$$c_1, c_2, k_i^+, k_i^- \geqq 0, \quad i=1,2,\cdots,n \quad (25)$$

r, a_1, a_2 の符号は自由

決定変数：k_i^+, k_i^- ($i=1,2,\cdots,n$), a_1, a_2, c_1, c_2

この問題には相補条件(20)があるので，線形計画問題として解くことはできない．そこで，問題P2から相

補条件(20)を取り除いた問題を問題P3とし，次のように定式化する．

［問題P3］

目的関数：式(13)

制約条件：式(22)-(25)

この問題は，線形計画問題であるので，簡単に解くことができる．

これらの数理計画問題の最適解に関して，次のような命題が成り立つ．

［命題３］

問題P1と問題P2の最適解は一致する．

［命題４］

問題P1,P2,P3の最適値をそれぞれ$r_h^*(P1)$,$r_h^*(P2)$,$r_h^*(P3)$とすると，次の関係が成り立つ．

$$r_h^*(P1)=r_h^*(P2)\leqq r_h^*(P3),\ \text{for } 0\leqq h\leqq 1 \quad (26)$$

命題３は明らかであり，命題４は，問題P3の制約条件が問題P2の制約条件よりも緩やかな条件であることから導かれる．

さらに，問題P3の最適解が問題P1,P2 の最適解と一致する十分条件は，次の命題により与えられる．なお，この命題は，区間データの場合[2)]と同様に証明できるので，証明は省略する．

［命題５］

問題P3の最適値$r_h^*(P3)$が$r_h^*(P3)>0$ を満たせば，問題P3の最適解は相補条件(20)を満たし，問題P1，P2の最適解と一致する．

命題4,5 および定義１より，次の命題が導かれる．

［命題６］

$r_h^*(P3)>0$であれば，与えられたｍ個のサンプルはh-レベル分離可能である．また，$r_h^*(P3)\leqq 0$であれば，h-レベル分離可能ではない．

この命題から，与えられたｍ個のサンプルがh-レベルにおいて分離可能かどうか調べるには，線形計画問題P3を解けばよいことがわかる．

これまで，ファジィデータの２群判別問題に関していくつかの命題を示したが，実際に判別分析を行う場合で問題となるのは，問題P1におけるｈの値をどのように与えるべきかということである．これは，与えられたｍ個のサンプルができるだけ明確にｙ軸上で２群に分離するように決められるべきである．したがって，問題P1の最適値が正になるようなｈのなかで，できるだけ小さい値を与えればよい．ただし，ｈの値により問題P1から得られるファジィ線形判別関数の係数の値が大きく変わるということはないので，ｈの値を細かく調べる必要はない．

なお，与えられたｍ個のサンプルの分離度h*が１のときには，ｈの値によらずｙ軸上でｍ個のサンプルを２群に分けることができない．このような場合では，ファジィ線形判別関数を非線形関数に拡張することなどが考えられるが，そのような拡張は今後の課題である．

４．多群判別問題への拡張

４．１　問題の定式化

ここでは，3.1 で定式化した２群判別の問題を，多群判別の場合に拡張する．3.1 と同様に，ｙ軸上で各群を表す区間を$Y_{Gu}=\langle a_u,c_u\rangle$とし，次の条件を満たすとする．

$$[\hat{y}_j]_h \subset Y_{Gu},\ \text{for all } j \text{ in } Gu\ (u=1,\cdots,p) \quad (27)$$

また，ｙ軸上にｐ個の区間が，$Y_{G1},Y_{G2},\cdots,Y_{Gp}$ の順に並ぶものとする．ただし，実際の問題ではｐ個の群をｙ軸上でどのように並べるべきかわからないことが多いが，そのような場合では，以下に示す問題を全ての順列に対し解き，最も目的関数の値が大きくなるものを多群判別問題の解とすればよい．

２群判別の問題と同様に，多群判別の場合でもｐ個の区間をできるだけ明確に分離することを判別問題の目標とし，隣接する二つの区間$Y_{Gu},Y_{G,u+1}$の間の距離を表わす指標r_uを次のように定義する．

$$r_u=(a_{u+1}-c_{u+1})-(a_u+c_u),\ u=1,2,\cdots,p-1 \quad (28)$$

このように定義されたr_uの値が全てが正であれば，ｐ個の区間$Y_{G1},Y_{G2},\cdots,Y_{Gp}$ は交わることなく，h-レベル集合$[\hat{y}_j]_h$ はｐ個の群に分離される．そこで，r_uの最小値ｒを次のように定義し，ｒの最大化を多群判別問題の目的とする．

$$r=\min\{r_1,r_2,\cdots,r_{p-1}\} \quad (29)$$

以上のことから，多群判別の問題は，２群判別の問題と同様に次のように定式化される．

［問題P4］

目的関数：ｒ （最大化）

制約条件：

$$\sum_{i=1}^{n} k_i x_{ij}-\sum_{i=1}^{n}(1-h)|k_i|d_{ij}\geqq a_u-c_u, \quad \text{for all } j \text{ in } Gu(u=1,2,\cdots,p) \quad (30)$$

$$\sum_{i=1}^{n} k_i x_{ij}+\sum_{i=1}^{n}(1-h)|k_i|d_{ij}\leqq a_u+c_u, \quad \text{for all } j \text{ in } Gu(u=1,2,\cdots,p) \quad (31)$$

$$r_u=(a_{u+1}-c_{u+1})-(a_u+c_u),\ u=1,2,\cdots,p-1 \quad (28)$$

$$r\leqq r_u,\ \ u=1,2,\cdots,p-1 \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^{n}|k_i|=1 \quad (16)$$

$$c_u\geqq 0,\ u=1,2,\cdots,p \quad (33)$$

r, r_u, k_i, a_u の符号は自由

決定変数：k_i (i=1,2,···,n), a_u, c_u (u=1,2,···,p)

r, r_u (u=1,2,···,p-1)

制約条件(32)は，目的関数がrの最大化であるので式(29)と同じ条件である．

多群判別の問題に関しても２群判別の問題と同様の命題が成立するが，繰り返しになるので省略することにする．

４．２　問題の解法

多群判別問題P4も２群判別問題P1と同様に，変数k_iの符号の組み合せを考慮することにより最適解を求めることができる．また，式(19)-(21)の変数変換を用いて解くこともできる．まず，式(19)-(21)を用いて，次のように問題P4を書き換える．

[問題P5]

目的関数：r （最大化）

制約条件

$$\sum_{i=1}^{n}(k_i^+-k_i^-)x_{ij}-\sum_{i=1}^{n}(1-h)(k_i^++k_i^-)d_{ij} \geqq a_h-c_h, \quad \text{for all j in Gu } (u=1,2,\cdots,p) \tag{34}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(k_i^+-k_i^-)x_{ij}+\sum_{i=1}^{n}(1-h)(k_i^++k_i^-)d_{ij} \leqq a_h+c_h, \quad \text{for all j in Gu } (u=1,2,\cdots,p) \tag{35}$$

$$r_u=(a_{u+1}-c_{u+1})-(a_u+c_u),\ u=1,2,\cdots,p-1 \tag{28}$$

$$r \leqq r_u, \quad u=1,2,\cdots,p-1 \tag{32}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(k_i^++k_i^-)=1 \tag{24}$$

$$k_i^+k_i^-=0, \quad i=1,2,\cdots,n \tag{20}$$

$$c_u \geqq 0, \quad u=1,2,\cdots,p \tag{33}$$

$$k_i^+,\ k_i^- \geqq 0, \quad i=1,2,\cdots,n \tag{21}$$

r, r_u, a_u の符号は自由

決定変数：k_i^+, k_i^- (i=1,2,···,n),

a_u, c_u (u=1,2,···,p),

r_u (u=1,2,···,p-1)

この問題から相補条件(20)を取り除いた問題を次のように定式化する．

[問題P6]

目的関数：r （最大化）

制約条件：式(34),(35),(28),(32),(24),(33),(21)

この問題は，線形計画問題であるので，簡単に解くことができる．このとき，問題P6の最適解が相補条件(20)を満たせば，その最適解は問題P4の最適解と一致する．

５．未知データの判別

これまでに，ファジィ線形判別関数を求める問題を数理計画問題として定式化し，その解法を示した．ここでは，どの群に属するか不明である未知サンプルの判別を行う方法を提案する．

まず，ｙ軸上で各群を表すファジィ集合を定める．ｙ軸上でｕ番目（u=1,2,···,p）の群を表す台形型のファジィ集合を$\tilde{Y}_{Gu}$とし，次のように表記する．

$$\tilde{Y}_{Gu}=(\alpha_u,\beta_u,\gamma_u,\delta_u),\ u=1,2,\cdots,p \tag{36}$$

ただし，$\tilde{Y}_{Gu}$のメンバシップ値は，次のようなメンバシップ関数$\mu_{Gu}(y)$により定義される．

$$\mu_{Gu}(y)=\begin{cases}0, & y \leqq \alpha_u\\ (y-\alpha_u)/(\beta_u-\alpha_u), & \alpha_u<y \leqq \beta_u\\ 1, & \beta_u<y \leqq \gamma_u\\ (\delta_u-y)/(\delta_u-\gamma_u), & \gamma_u<y \leqq \delta_u\\ 0, & \delta_u<y\end{cases} \tag{37}$$

このようなファジィ集合$\tilde{Y}_{Gu}$を，次の条件を満たすように定めることにする．

$$\tilde{Y}_j \subset \tilde{Y}_{Gu}, \text{ for all j in Gu } (u=1,2,\cdots,p) \tag{38}$$

ただし，式(38)の条件を満たすファジィ集合は一意的には決まらないので，式(38)の条件を満たす台形型のファジィ集合のうち，包含関係に関して最小のファジィ集合を$\tilde{Y}_{Gu}$とする．

次に，このように定められたファジィ集合$\tilde{Y}_{Gu}$を用いて，未知データの判別を行う方法を示す．いま，未知サンプルｊの属性値がファジィベクトル$\tilde{\boldsymbol{X}}_j=(\tilde{X}_{1j},\cdots,\tilde{X}_{nj})$として与えられたとする．ファジィベクトル$\tilde{\boldsymbol{X}}_j$は，式(4),(5)のファジィ線形判別関数により，ファジィ数$\tilde{Y}_j$に写像される．そこで，未知サンプルｊを判別するために，サンプルｊがｕ番目の群Guに属する可能性を表す度合を記号g_{jGu}で表すことにし，ファジィ集合$\tilde{Y}_j$,$\tilde{Y}_{Gu}$のメンバシップ関数により次のように定義する．

$$g_{jGu}=\max_y \min\{\mu_{Gu}(y),\mu_{\tilde{Y}_j}(y)\} \tag{39}$$

ただし，$\max_y$はｙに関する最大化である．

このように定義されたg_{jGu}により，非常に柔軟に未知サンプルｊの判別を行うことができる．例えば，２群判別において，$g_{jG1}=1$，$g_{jG2}=0$であれば明らかにｊはG1であり，$g_{jG1}=0.9$，$g_{jG2}=0.4$であればG2という可能性もあることがわかる．なお，未知サンプルｊを必ずいずれかの群に判別しなければならないときには，g_{jGu}が最大となる群にｊを割り当てればよい．

６．数値計算例

ここでは，簡単な数値計算例により，これまでに提

案したファジィデータに対する判別手法の説明を行う．いま，2群に分けられたファジィデータがTable 1 のように与えられているとする．このデータを図示すると，Fig.3 のようになる．

Table 1 Fuzzy data of numerical example

G1			G2		
	$\tilde{x}_{1j}$	$\tilde{x}_{2j}$		$\tilde{x}_{1j}$	$\tilde{x}_{2j}$
j	$(x_{1j},d_{1j})_L$	$(x_{2j},d_{2j})_L$	j	$(x_{1j},d_{1j})_L$	$(x_{2j},d_{2j})_L$
1	(4, 2)$_L$	(12, 3)$_L$	4	(11, 4)$_L$	(18, 2)$_L$
2	(10, 3)$_L$	(4, 2)$_L$	5	(20, 2)$_L$	(16, 3)$_L$
3	(13, 3]$_L$	(11, 2)$_L$	6	(18, 3)$_L$	(6, 2)$_L$

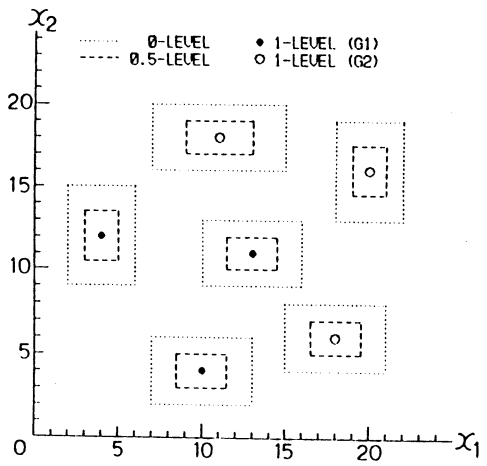


Fig.3 Fuzzy data of numerical example

このようなデータに対して，h=0, 1 として問題P3を解くと，それぞれ次のような解が得られた．

(1) $h=0: r^*=-4.032,\ k_1^+=0.097,\ k_1^-=0,$
$k_2^+=0.484,\ k_2^-=0.419$

(2) $h=1: r^*=1.316,\ k_1^+=0.632,\ k_1^-=0,$
$k_2^+=0.368,\ k_2^-=0$

このことからTable 1 のデータは，1-レベル分離可能であるが，0-レベルでは分離可能でないことがわかる．Table 1 のデータの分離度を求めるため，h の値を変えて問題P3を解いた結果，h=0.76, 0.77 のときに，次のような解が得られた．

(3) $h=0.76: r^*=-0.022,\ k_1^+=0.624,\ k_1^-=0,$
$k_2^+=0.376,\ k_2^-=0$

(4) $h=0.77: r^*=0.033,\ k_1^+=0.624,\ k_1^-=0,$
$k_2^+=0.376,\ k_2^-=0$

したがって，Table 1 のデータの分離度h^*は，区間[0.76, 0.77]内の値であることがわかる．ここで，h=0.77のときの最適解を用いれば，次のようなファジィ線形判別関数が得られる．

$$\tilde{Y}_j=0.624\tilde{x}_{1j}+0.376\tilde{x}_{2j} \qquad (40)$$

この関数により写像されたy軸上のファジィ数$\tilde{Y}_j$を示すと，Fig.4 のようになる．この図より，$h\geq 0.77$ のレベルではファジィ数$\tilde{Y}_j$のレベル集合がy軸上で2群に分離されていることがわかる．

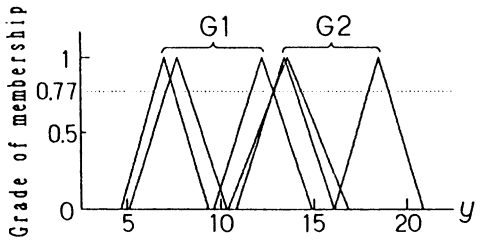


Fig.4 Fuzzy number $\tilde{Y}_j$

7．結言

本研究では，ファジィデータに対する判別分析の問題を数理計画問題に帰着させ，その解法を示した．そのときに定義した分離度という概念は，ファジィデータの分離の程度を示す指標となるものである．また，提案した未知サンプルの判別手法では，未知サンプルが各々の群に属する可能性が[0,1] 内の値として得られるので，未知サンプルの判別を非常に柔軟に行うことができる．

参考文献

(1) 田中，石渕：区間線形モデルによる判別分析，第4回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，253/258(1988)

(2) 石渕，田中，岩本：多次元区間データの判別分析と匂いセンサへの応用，計測自動制御学会論文集，25-6（掲載予定）

(3) N.Freed and F.Glover: Simple but Powerful Goal Programming Models for Discriminant Problem, European Journal of Operations Research, 7-1, 44/60(1981)

(4) N.Freed and F.Glover: A Linear Programming Approach to the Discriminant Problem, Decision Sciences, 12-1, 68/74(1981)

(5) 水本雅晴：ファジィ理論とその応用，サイエンス社(1989)

(6) 田中，和多田，林：ファジィ線形回帰分析の三つの定式化，計測自動制御学会論文集，22-10, 1052/1057(1986)

ファジィ判別モデルのガスセンサシステムへの応用

Application of Fuzzy Discriminant Models to Gas Sensor System

石渕久生　　田中英夫
Hisao ISHIBUCHI　Hideo TANAKA
大阪府立大学　工学部
College of Engineering, University of Osaka Prefecture

岩本則子　　Noriko IWAMOTO
松下電器産業(株)中央研究所
Central Research Lab., Matsushita Electric Industrial Co.,LTD.

ABSTRACT: In this paper, our discriminant method for fuzzy data is applied to a smell sensing problem. Response patterns of each of nine gases are measured by nine gas sensors. Since the response patterns are not constant but fluctuating with time, the response patterns of each gas are represented by a nine dimensional fuzzy vector. In order to discriminate the response patterns, we calculate fuzzy linear discriminant functions which map fuzzy vectors into fuzzy numbers. Then we show that the fuzzy linear discriminant functions can divide the response patterns into nine groups.

KEYWORDS: discriminant analysis, fuzzy data analysis, smell sensing, gas sensor

1．緒言

筆者らは，既に区間データに対する判別手法[1]をガスセンサ反応パターンの判別に応用し，芳香族とアルコールとの判別を行った[2]．本研究では，ファジィデータの判別手法[3]をガスセンサ反応パターンの判別に応用し，その有効性を示す．

複数のガスセンサを用いて反応パターンの測定を行うとき，各々のセンサの反応値は一定ではなく，測定ごとに異なる値が得られる．そのため，測定値には常にあいまいさが含まれていると考えるべきであり，反応パターンの判別を行う場合には，このあいまいさを考慮した判別手法を用いなければならない．そこで本研究では，あいまいさを含む反応パターンをファジィベクトルにより表現し，ファジィベクトルを１次元上のファジィ数に写像するファジィ線形判別関数を用いて反応パターンの判別を行う．具体的には，以下に示す９種類のガスの反応パターンを測定し，その判別を行う．

第１群：芳香族
　ベンゼン（C_6H_6）
　トルエン（$CH_3C_6H_5$）
　キシレン（$(CH_3)_2C_6H_4$）
第２群：アルコール
　メタノール（CH_3OH）
　エタノール（C_2H_5OH）
　イソプロパンノール（$i\text{-}C_3H_7OH$）
第３群：塩化炭化水素
　ジクロロエタン（CH_2Cl_2）
　クロロホルム（$CHCl_3$）
　四塩化炭素（CCl_4）

このような９種類のガスの反応パターンの判別を行うため，本研究では，まず反応パターンを上記の三つの群に分離するファジィ線形判別関数を求める．次に各群ごとに，反応パターンを３種類のガスに分離するファジィ線形判別関数を求める．

2．反応パターンの測定

９種類のガスの反応パターンを，次のような市販の９種類の燃焼型半導体式ガスセンサにより測定した．

センサ１：フィガロ技研　TGS800
センサ２：フィガロ技研　TGS100

センサ３：フィガロ技研　TGS822
センサ４：松下電子部品　EGSN05A
センサ５：松下電子部品　EGSP01
センサ６：フィガロ技研　TGS109
センサ７：フィガロ技研　TGS813
センサ８：フィガロ技研　TGS815
センサ９：松下電子部品　EGSS130P02

反応パターンの測定は，次のような手順で９種類の試料に対して同じ条件で２度行った．

(1) ９種類のガスセンサを同一基板上に実装し，試料気化用のヒータおよびガス拡散用のファンと共に容積約40リットルの密閉容器内に設置する．

(2) 基準値として，容器内空気（清浄空気）での各センサの抵抗値を測定する．このとき，ｊ番目（j=1,2,･･･,18）の試料測定におけるセンサｉの抵抗値をs_{ij0}とする．

(3) マイクロシリンジを用いて試料を50μℓ計り取り，容器内のヒータ上に導入し，気化させる．

(4) 容器内のファンを用いて試料ガスを拡散させながら，試料導入後25秒後から25秒間隔で40回各センサの抵抗値を測定する．このとき，ｊ番目の試料測定におけるセンサｉの抵抗値をs_{ijt}（t=1,2,･･･,40）とする．

測定値s_{ijt}を次式により標準化し，標準化された反応パターンをベクトル$x_{jt}=(x_{1jt},x_{2jt},\cdots,x_{9jt})$とする．

$$x_{ijt}=(s_{ijt}/s_{ij0})\Big/\sum_{i=1}^{9}(s_{ijt}/s_{ij0}),\quad \text{for all } i,j,t \qquad (1)$$

式(1) による反応パターンの測定時間による変動の一例として，ベンゼンの反応パターンの時間変化をFig.1 に示す．

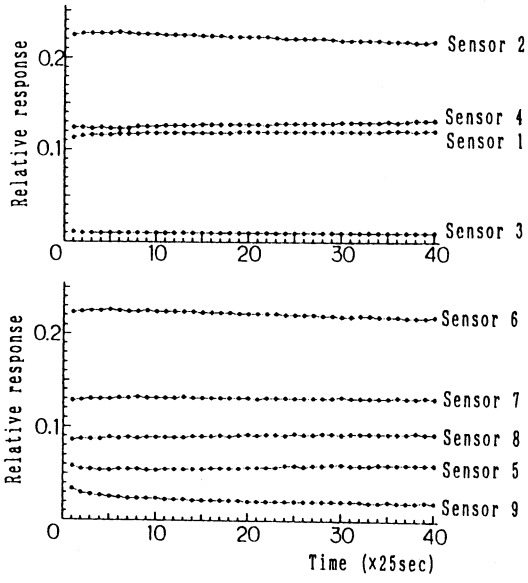


Fig.1　Response patterns of benzene

このような反応パターンを用いて，18個の試料のそれぞれにたいして９次元ファジィベクトル$\tilde{X}_j$ を次のように定めた．

$$\tilde{X}_j=(\tilde{X}_{1j},\tilde{X}_{2j},\cdots,\tilde{X}_{9j}),\ j=1,2,\cdots,18 \qquad (2)$$

ただし，$\tilde{X}_{ij}$ は対称三角型のファジィ数であり，以下のように定められる．

$$\tilde{X}_{ij}=(x_{ij},\ d_{ij})_L,\ i=1,2,\cdots,9;\ j=1,2,\cdots,18 \qquad (3)$$

$$x_{ij}-d_{ij}=\min\{x_{ijt}\mid t=1,2,\cdots,40\},\quad i=1,2,\cdots,9;\ j=1,2,\cdots,18 \qquad (4)$$

$$x_{ij}+d_{ij}=\max\{x_{ijt}\mid t=1,2,\cdots,40\},\quad i=1,2,\cdots,9;\ j=1,2,\cdots,18 \qquad (5)$$

なお，対称三角型ファジィ数$\tilde{X}_{ij}=(x_{ij},d_{ij})_L$ のメンバーシップ値は，次のメンバーシップ関数$\mu_{ij}(x)$ により与えられる．

$$\mu_{ij}(x)=1-\min\{1,|x-x_{ij}|/d_{ij}\},\quad i=1,2,\cdots,9;\ j=1,2,\cdots,18 \qquad (6)$$

以上のことから，ファジィ数$\tilde{X}_{ij}$ の0-レベル集合である閉区間$[x_{ij}-d_{ij},x_{ij}+d_{ij}]$ は，式(1) により定められる40個のx_{ijt}を完全に包含することがわかる．これを概念的に示せばFig.2 のようになる．

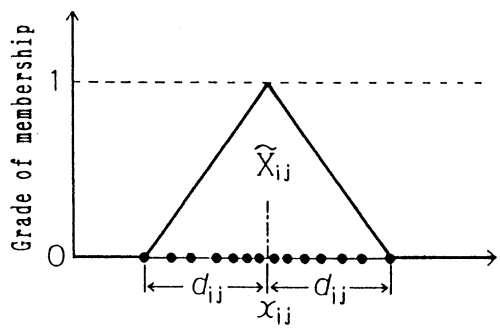


Fig.2　Triangular Fuzzy number $\tilde{X}_{ij}$

このようにして定められた９次元ファジィベクトル$\tilde{X}_j$ の0-レベル集合を，各群ごとにFig.3,4,5 に示す．これは，式(1)-(5) によるファジィベクトル$\tilde{X}_j$ の定義より明らかなように，反応パターンx_{ijt}の最大値と最小値により定められる区間ベクトル[2]と同じものである．

３．ファジィ線形判別関数の同定

３．１　３群判別

ここでの問題は，Fig.3,4,5 に示す三つの群を１次元上で明確に分離するようなファジィ線形判別関数を求めることである．ファジィ線形判別関数は，多次元属性空間上のファジィベクトル$\tilde{X}_j$ をｙ軸上のファジィ数$\tilde{Y}_j$に写像する関数であり，次のように定義されている[3]．

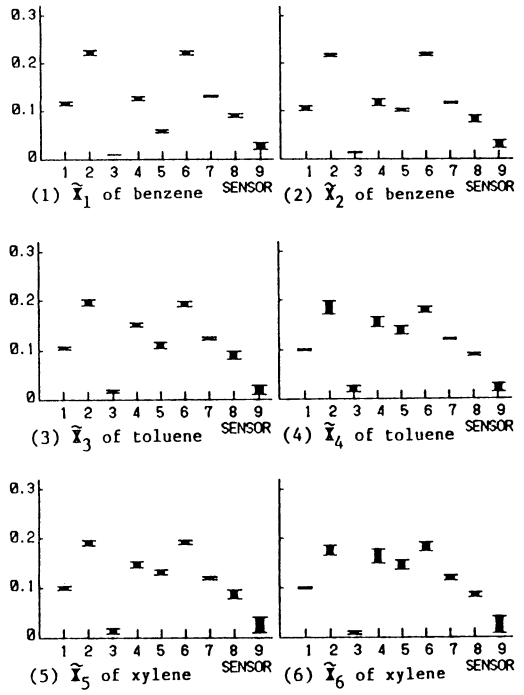


Fig.3 Response patterns of Group 1

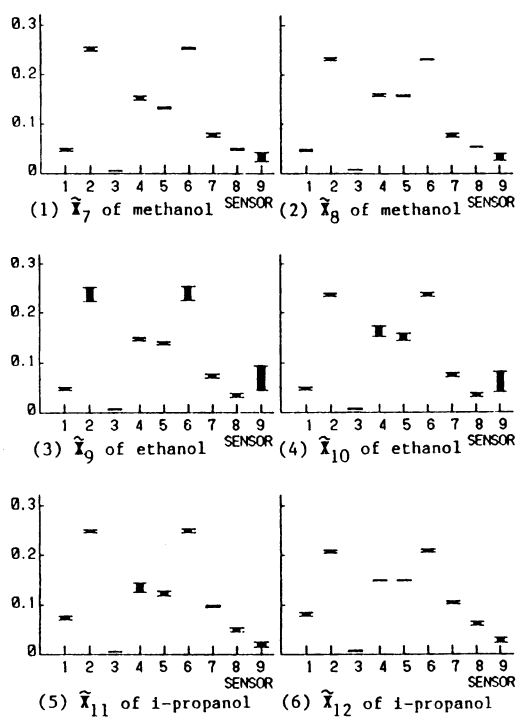


Fig.4 Response patterns of Group 2

$$\tilde{Y}_j = k_1\tilde{X}_{1j} + k_2\tilde{X}_{2j} + \cdots + k_9\tilde{X}_{9j} \qquad (7)$$

この関数により写像されたファジィ数$\tilde{Y}_j$がy軸上で芳香族(G1)，アルコール(G2)，塩化炭化水素(G3)の順に並ぶとして多群判別問題[3]を解くことにより，次のようなファジィ線形判別関数が得られた．ただし，レベル集合としては，h=0とした．

$$\tilde{Y}_j = 0.1256\tilde{X}_{3j} + 0.0582\tilde{X}_{5j}$$

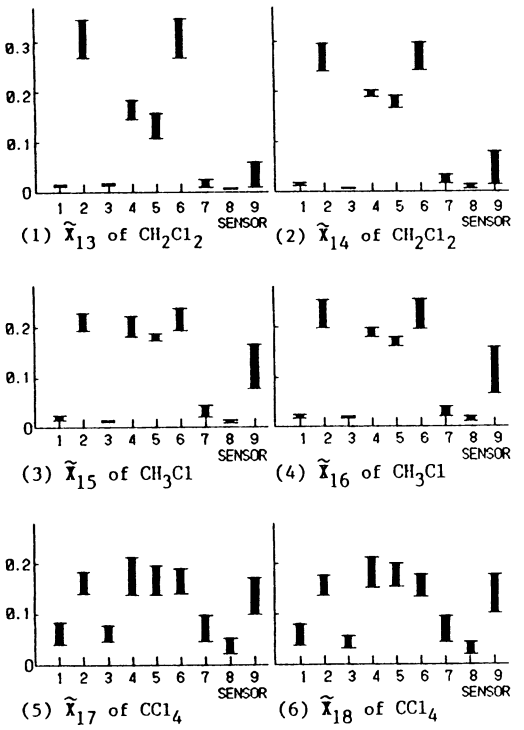


Fig.5 Response patterns of Group 3

$$-0.7157\tilde{X}_{8j} + 0.1004\tilde{X}_{9j} \qquad (8)$$

なお，実際には三つの群をy軸上でどのような順に並べるべきか明らかではないので，全ての順列に関して多群判別問題を解き，目的関数の値が最大になるものをファジィ線形判別関数とした．このことは，次節以下も同様である．

式(8)によりy軸上に写像された18個のファジィ数を図示するとFig.6のようになり，三つの群が0-レベル分離可能であることがわかる．

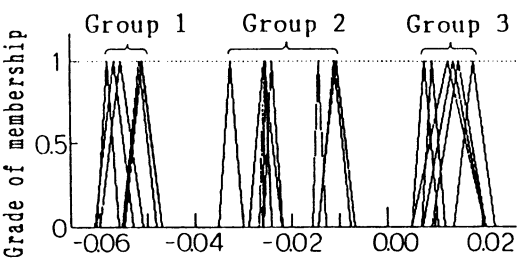


Fig.6 Fuzzy numbers from three groups

3．2 芳香族の判別

ここでは，ベンゼン，トルエン，キシレンという芳香族に含まれる3種類のガスの判別を行う．したがって，判別分析の問題は，Fig.3 に示す反応パターンをy軸上で3種類のガスに分離するようなファジィ線形判別関数を求める問題となる．

y軸上で3種類のガスが，ベンゼン，キシレン，トルエンの順に並ぶとして多群判別問題を解いた結果，h=0.12 のとき，次のようなファジィ線形判別関数が

得られた．

$$\tilde{Y}_j = 0.6747\tilde{X}_{3j} + 0.0082\tilde{X}_{4j} - 0.1763\tilde{X}_{6j} + 0.1408\tilde{X}_{7j} \quad (9)$$

式(9)によりy軸上に写像された6個のファジィ数を図示するとFig.7のようになり，3種類のガスが0.12レベル以上では，完全に分離されていることがわかる．なお，h=0.11として多群判別問題を解いた結果より，芳香族に含まれる3種類のガスの分離度h*は区間[0.11, 0.12]内の値になることがわかる．

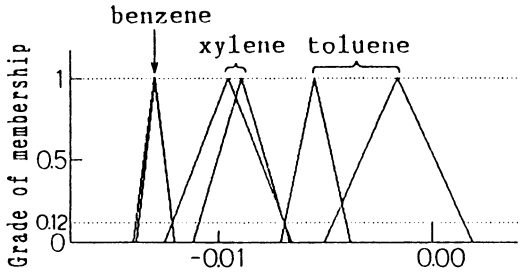


Fig.7 Fuzzy numbers from Group 1

3．3 アルコールの判別

ここでは，メタノール，エタノール，イソプロパノールという3種類のアルコールの判別を行う．したがって，判別分析の問題は，Fig.4に示す反応パターンをy軸上で3種類のガスに分離するようなファジィ線形判別関数を求める問題となる．

y軸上で3種類のガスが，メタノール，エタノール，イソプロパノールの順に並ぶとして多群判別問題を解いた結果，h=0のとき，次のようなファジィ線形判別関数が得られた．

$$\tilde{Y}_j = 0.5610\tilde{X}_{1j} - 0.0031\tilde{X}_{4j} - 0.4359\tilde{X}_{8j} \quad (10)$$

式(10)によりy軸上に写像された6個のファジィ数を図示するとFig.8のようになり，3種類のガスが0-レベル分離可能であることがわかる．

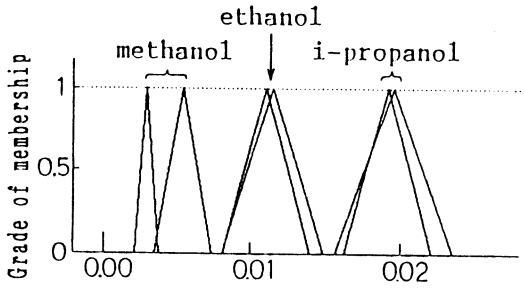


Fig.8 Fuzzy numbers from Group 2

3．4 塩化炭化水素の判別

ここでは，ジクロロエタン（CH_2Cl_2），クロロホルム（$CHCl_3$），四塩化炭素（CCl_4）という3種類の塩化炭化水素の判別を行う．したがって，判別分析の問題は，Fig.5に示す反応パターンをy軸上で3種類のガスに分離するようなファジィ線形判別関数を求める問題となる．

y軸上で3種類のガスが，ジクロロエタン，クロロホルム，四塩化炭素の順に並ぶとして多群判別問題を解いた結果，h=0のとき，次のようなファジィ線形判別関数が得られた．

$$\tilde{Y}_j = -0.8414\tilde{X}_{2j} + 0.1586\tilde{X}_{9j} \quad (11)$$

式(11)によりy軸上に写像された6個のファジィ数を図示するとFig.9のようになり，3種類のガスが0-レベル分離可能であることがわかる．

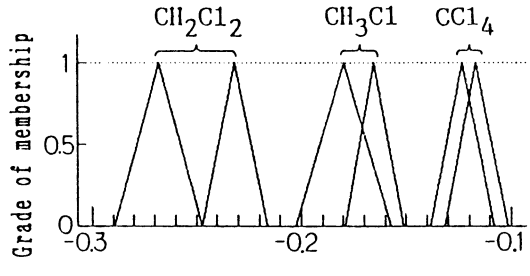


Fig.9 Fuzzy numbers from Group 3

4．未知データの判別

ここでは，新たに得られた未知サンプルの反応パターンを，前章で得られたファジィ線形判別関数を用いて判別することを試みる．いま，2種類の未知試料の反応パターンを2.と同様の方法で測定した結果，Fig.10に示すような反応パターンが得られたとする．したがって，未知データ判別の問題は，Fig.10に示す二つの反応パターン$\tilde{X}_{19}$，$\tilde{X}_{20}$がそれぞれ9種類のガスのうち，どれからのものであるかを判別することである．

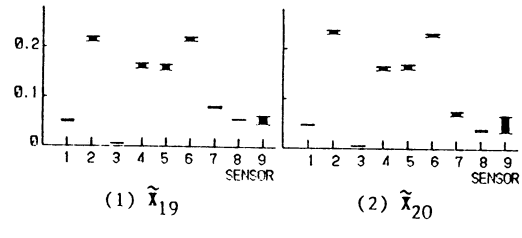


Fig.10 Response patterns of unknown samples

まず，3.1で得られた結果を用いて，$\tilde{X}_{19}$, $\tilde{X}_{20}$が三つの群のなかでどれからのものであるかを判別する．式(8)のファジィ線形判別関数によりy軸上に写像されたファジィ数$\tilde{Y}_{19}$, $\tilde{Y}_{20}$を，それぞれの群を表す台形型のファジィ数$\tilde{Y}_{Gu}$(u=1,2,3)とともに図示すると，Fig.11のようになる．なお，台形型のファジィ数$\tilde{Y}_{Gu}$(u=1,2,3)は，次の条件を満たす台形型のファジィ数のうち，包含関係に関して最小のものとして定義される[3]．

$$\tilde{Y}_j \subset \tilde{Y}_{Gu}, \text{ for all j in Gu } (u=1,2,3) \quad (12)$$

Fig.11より，Fig.10に示す二つの未知サンプルは共

に第2群（アルコール）からのものであることがわかる．

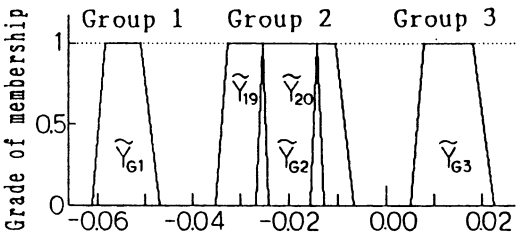


Fig.11 Fuzzy numbers $\tilde{Y}_{19}$,$\tilde{Y}_{20}$

次に，3.3 で得られた結果を用いて，Fig.10に示す二つの未知サンプルの反応パターンが，３種類のアルコールのうち，どれからのものであるかを判別する．式(10)のファジィ線形判別関数によりｙ軸上に写像されたファジィ数$\tilde{Y}_{19}$,$\tilde{Y}_{20}$ を，３種類のアルコールを表す台形型のファジィ数とともに図示すると，Fig.12のようになる．

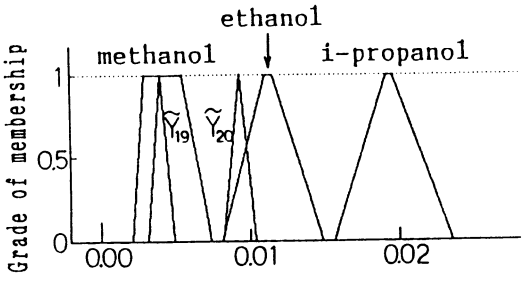


Fig.12 Fuzzy numbers $\tilde{Y}_{19}$,$\tilde{Y}_{20}$

この図より，$\tilde{Y}_{19}$ はメタノール，$\tilde{Y}_{20}$ はエタノールに判別される．実際，$\tilde{X}_{19}$はメタノールの反応パターンであり，$\tilde{X}_{20}$はエタノールの反応パターンであるので，前章で得られた結果を用いて，未知サンプルが正しく判別されたことがわかる．

5．結言

本研究では，ファジィデータに対する判別手法[3]を用いてガスセンサ反応パターンの判別を行い，次のような結果を得た．

(1) 芳香族，アルコール，塩化炭化水素という三つの群から得られた反応パターンは，三つの群へ0-レベル分離可能となり，ファジィ線形判別関数で完全に三つの群に分離できる．

(2) アルコールおよび塩化炭化水素のそれぞれに含まれる３種類のガスの反応パターンは，0-レベル分離可能となり，ファジィ線形判別関数で完全に３種類のガスに分離できる．

(3) 芳香族に含まれる３種類のガスの反応パターンは，0-レベル分離可能とはならず，分離度が区間[0.11，0.12]内の値になる．したがって，0.12レベル以上のレベル集合は，ファジィ線形判別関数で３種類のガスに分離できる．また，分離度が０より大きい値であることから，芳香族に含まれる３種類のガスの判別は，アルコールおよび塩化炭化水素に含まれる３種類のガスの判別よりも難しいことがわかる．

(4) ２種類のアルコールを用いて未知サンプルの反応パターンの判別を行った結果，ファジィデータに対する判別手法が未知サンプルの判別に対しても有効であることが示された．

なお，ここで行った反応パターンの判別のなかで，0-レベルで分離可能なものは，区間データに対する判別分析手法[1-2]を用いても同じ結果が得られる．しかし，0-レベル分離可能でない芳香族に含まれる３種類のガスの判別は，反応パターンをファジィベクトルとして表現することで，分離度などの議論が可能となる．

参考文献

(1) 田中，石渕：区間線形モデルによる判別分析，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，253/258(1988)

(2) 石渕，田中，岩本：多次元区間データの判別分析と匂いセンサへの応用，計測自動制御学会論文集，25-6（掲載予定）

(3) 石渕，田中：ファジィデータに対する判別分析，第５回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，(1989)

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題に対する実行可能性とパレート最適性

FEASIBILITY AND PARETO OPTIMALITY FOR MULTIOBJECTIVE NONLINEAR PROGRAMMING PROBLEMS WITH FUZZY PARAMETERS

坂和正敏　岩手大学工学部情報工学科
Masatoshi SAKAWA　Faculty of Engineering, Iwate University
矢野均　香川大学経済学部管理科学科
Hitoshi YANO　College of Economics, Kagawa University
高橋淳也　岩手大学工学部情報工学科
Junya TAKAHASHI　Faculty of Engineering, Iwate University

ABSTRACT

In this paper, we focus on multiobjective nonlinear programming problems with fuzzy parameters and extend the ordinary feasibility and Pareto optimality concepts based on the concepts of possibility and necessity for fuzzy numbers. Using the four indices for ranking two fuzzy numbers, four types of feasibility and/or Pareto optimality are defined, and the relationships among them are examined in detail. These concepts can be viewed as quite generalized versions of the well-known feasibility and Pareto optimality concepts, and the generalized Pareto optimal solutions for multiobjective nonlinear programming problems with fuzzy parameters may be obtained on the basis of the nonlinear programming methods.

1. まえがき

本論文では、ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題に対して、Dubois[1]により提案された4種類の指標に基づくα実行可能性とγパレート最適性の概念を導入すると共に、導入されたα実行可能性とγパレート最適性の概念と、通常の多目的計画問題に対する実行可能性とパレート最適性の概念との関係を明らかにする。また、α実行可能性とγパレート最適性を同時に考慮した(α, γ)パレート最適解の概念を定義し、最も楽観的な場合とみなされる(α, γ)パレート最適解の集合は、通常の多目的非線形計画問題のパレート最適解として求められ、しかも、坂和・矢野[2]により提案されたαパレート最適解の集合を含んでいることも示される。

2. ファジィ数の大小関係とレベル集合

ファジィ数$\tilde{m}$, $\tilde{n}$の大小関係を統合的に取り扱うために、Dubois[1]らは、それぞれのメンバーシップ関数$\mu_{\tilde{m}}(u)$, $\mu_{\tilde{n}}(v)$により、次の4種類の指標を導入した。

【定義1】

$$Pos(\tilde{m} \geqq \tilde{n}) = \sup\{\min(\mu_{\tilde{m}}(u), \mu_{\tilde{n}}(v)) \mid u \geqq v\} \quad (1)$$

$$Pos(\tilde{m} > \tilde{n}) = \sup_{u}\{\inf_{v}\{\min(\mu_{\tilde{m}}(u), 1-\mu_{\tilde{n}}(v)) \mid u \leqq v\}\} \quad (2)$$

$$Nes(\tilde{m} \geqq \tilde{n}) = \inf_{u}\{\sup_{v}\{\max(1-\mu_{\tilde{m}}(u), \mu_{\tilde{n}}(v)) \mid u \geqq v\}\} \quad (3)$$

$$Nes(\tilde{m} > \tilde{n}) = \inf\{\max(1-\mu_{\tilde{m}}(u), 1-\mu_{\tilde{n}}(v)) \mid u \leqq v\} \quad (4)$$

一方、$h(z_1,\ldots,z_p)$を$(z_1,\ldots,z_p)$の連続関数、$\tilde{z}_i$, $i=1,\ldots,p$をファジィ数、対応するαレベル集合を$[z_i^L\alpha, z_i^R\alpha]$, $i=1,\ldots,p$で表せば、ファジィ化関数$h(\tilde{z}_1,\ldots,\tilde{z}_p)$の$\alpha$レベル集合$(h(\tilde{z}_1,\ldots,\tilde{z}_p))\alpha$は次のように表される。

【定理1】

$$(h(\tilde{z}_1,\ldots,\tilde{z}_p))\alpha = \{h(z_1,\ldots,z_p) \in E^1 \mid \forall z_i \in [z_i^L\alpha, z_i^R\alpha],\ i=1,\ldots,p\} \quad (5)$$

3. ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題

一般に、ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題は、形式的にはファジィパラメータを目的関数と制約式に含む次のようなベクトル最小化問題として定式化される。

$$\min f(x,\tilde{a}) = (f_1(x,\tilde{a}_1),\ldots,f_k(x,\tilde{a}_k)) \quad (6)$$

$$\text{subject to } x \in X(\tilde{b}) = \{x \in E^n \mid g_j(x,\tilde{b}_j) \leqq 0,\ j=1,\ldots,m\}$$

ここで、$\tilde{a}_i$, $\tilde{b}_j$はファジィ数のベクトル、即ち、

$$\tilde{a}_i = (\tilde{a}_{i1},\ldots,\tilde{a}_{ip_i}),\quad \tilde{b}_j = (\tilde{b}_{j1},\ldots,\tilde{b}_{jq_j}) \quad (7)$$

で、$\tilde{a}_{i\ell}$ $(\ell=1,\ldots,p_i,\ i=1,\ldots,k,)$, $\tilde{b}_{j\ell}(\ell=1,\ldots,q_j\ j=1,\ldots,m)$は、それぞれ、有界かつ強凸なファジィ数を表す。

以下では、ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題(6)に対する実行可能性とパレート最適性を、可能性と必然性の概念に基づく4種類の指標 (1)-(4)を用いて定義しよう。

3. 1 α実行可能性

まず、ファジィパラメータを含む制約集合

$$X(\tilde{b}) = \{x \in E^n \mid g_j(x,\tilde{b}_j) \leqq 0,\ j=1,\ldots,m\} \quad (8)$$

に対する実行可能性を、前述の4種類の指標(1)-(4)を用いて定義すると、次のようになる。

【定義２】（α実行可能性）

（Ⅰ） ファジィ制約集合 $X(\tilde{b})$ に対して、

$$x \in X_{UWF}(\alpha) = \{x \in E^n \mid Pos(g_j(x, \tilde{b}_j) \leqq 0) \geqq \alpha, j=1, \ldots, m\} \quad (9)$$

のとき、$x \in E^n$ はα-Very Weak Feasible(α-VWF)であるという。

（Ⅱ） ファジィ制約集合 $X(\tilde{b})$ に対して、

$$x \in X_{MWF}(\alpha) = \{x \in E^n \mid Pos(g_j(x, \tilde{b}_j) < 0) \geqq \alpha, j=1, \ldots, m\} \quad (10)$$

のとき、$x \in E^n$ はα-Medium Weak Feasible(α-MWF)であるという。

（Ⅲ） ファジィ制約集合 $X(\tilde{b})$ に対して、

$$x \in X_{MSF}(\alpha) = \{x \in E^n \mid Nes(g_j(x, \tilde{b}_j) \leqq 0) \geqq \alpha, j=1, \ldots, m\} \quad (11)$$

のとき、$x \in E^n$ はα-Medium Strong Feasible (α-MSF)であるという。

（Ⅳ） ファジィ制約集合 $X(\tilde{b})$ に対して、

$$x \in X_{USF}(\alpha) = \{x \in E^n \mid Nes(g_j(x, \tilde{b}_j) < 0) \geqq \alpha, j=1, \ldots, m\} \quad (12)$$

のとき、$x \in E^n$ はα-Very Strong Feasible(α-VSF)であるという。

ファジィ制約集合$X(\tilde{b})$に対する4種類のα実行可能集合は、定義１とレベル集合の性質、および、定理１から、等価的に次のように表すことができる。

【定理２】

$$X_{UWF}(\alpha) = X_{MSF}(\alpha) = \{x \in E^n \mid \min_{b_j \in [b_{j\alpha}^L, b_{j\alpha}^R]} g_j(x, b_j) \leqq 0, j=1, \ldots, m\} \quad (13)$$

$$X_{MWF}(\alpha) = X_{USF}(\alpha) = \{x \in E^n \mid \max_{b_j \in [b_{j,1-\alpha}^L, b_{j,1-\alpha}^R]} g_j(x, b_j) \leqq 0, j=1, \ldots, m\} \quad (14)$$

ここで、$b_{j\alpha}^L, b_{j\alpha}^R$は、ファジィ数$\tilde{b}_j$の$\alpha$レベル集合$[b_{j\ell\alpha}^L, b_{j\ell\alpha}^R]$の左右の端点のベクトルを表す。即ち、

$$b_{j\alpha}^L = [\, b_{j1\alpha}^L, \ldots, b_{jq_j\alpha}^L \,], \quad b_{j\alpha}^R = [\, b_{j1\alpha}^R, \ldots, b_{jq_j\alpha}^R \,]. \quad (15)$$

また、4種類のα実行可能集合と、通常の制約集合

$$X(b) = \{\, x \in E^n \mid g_j(x, b_j) \leqq 0, \; j=1, \ldots, m\} \quad (16)$$

の間には、次の関係が成立する。

【定理３】

$$(Ⅰ)\; X_{UWF}(\alpha) = X_{MSF}(\alpha) \supset \bigcup_{b \in [b_\alpha^L, b_\alpha^R]} X(b) \quad (17)$$

$$(Ⅱ)\; X_{MWF}(\alpha) = X_{USF}(\alpha) \subset \bigcap_{b \in [b_{1-\alpha}^L, b_{1-\alpha}^R]} X(b) \quad (18)$$

３．２ γパレート最適性

ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題(6)に対するパレート最適性を考える前に、ここでは、まず、目的関数にのみファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題

$$\min f(x,\tilde{a}) = (f_1(x,\tilde{a}_1),\ldots,f_k(x,\tilde{a}_k)) \tag{19}$$

$$\text{subject to } x \in X = \{x\in E^n \mid g_j(x,b_j) \leqq 0,\ j=1,\ldots,m\}$$

に対する4種類の指標に基づく、パレート最適性について考察する。

【定義３】　(γパレート最適性)

(Ⅰ)　問題(19)に対して、

$$\mathrm{Pos}\{f_i(x,\tilde{a}_i)\geqq f_i(x^*,\tilde{a}_i)\} \leq \gamma,\ i=1,\ldots,k \tag{20}$$

を満たすx∈Xが存在しないとき、$x^*\in X$をγ-Very Weak Pareto optimal (γ-VWP)であるという。

(Ⅱ)　問題(19)に対して、

$$\mathrm{Pos}\{f_i(x,\tilde{a}_i)> f_i(x^*,\tilde{a}_i)\} \leq \gamma,\ i=1,\ldots,k \tag{21}$$

を満たすx∈Xが存在しないとき、$x^*\in X$をγ-Medium Weak Pareto optimal (γ-MWP)であるという。

(Ⅲ)　問題(19)に対して、

$$\mathrm{Nes}\{f_i(x,\tilde{a}_i)\geqq f_i(x^*,\tilde{a}_i)\} \leq \gamma,\ i=1,\ldots,k \tag{22}$$

を満たすx∈Xが存在しないとき、$x^*\in X$をγ-Medium Strong Pareto optimal (γ-MSP)であるという。

(Ⅳ)　問題(19)に対して、

$$\mathrm{Nes}\{f_i(x,\tilde{a}_i)> f_i(x^*,\tilde{a}_i)\} \leq \gamma,\ i=1,\ldots,k \tag{23}$$

を満たすx∈Xが存在しないとき、$x^*\in X$をγ-Very Strong Pareto optimal (γ-VSP)であるという。

定義１とレベル集合の性質、および、定理１から、4種類のγパレート最適性は、次のようにも表現できる。ここで、$X_{UWP}(\gamma)$, $X_{MWP}(\gamma)$, $X_{MSP}(\gamma)$, $X_{USP}(\gamma)$はそれぞれ問題(19)に対する4種類のγパレート最適解の集合を表す。

【定理４】

(Ⅰ) $x^*\in X_{UWP}(\gamma)$であるための必要十分条件は

$$\max_{a_i\in[a_{i\gamma}^L,\,a_{i\gamma}^R]} f_i(x,a_i) \leq \min_{a_i\in[a_{i\gamma}^L,\,a_{i\gamma}^R]} f_i(x^*,a_i) \tag{24}$$

$i=1,\ldots,k$ を満たす $x\in X$ が存在しないことである。

(Ⅱ) $x^*\in X_{MWP}(\gamma)$であるための必要十分条件は

$$\max_{a_i\in[a_{i\gamma}^L,\,a_{i\gamma}^R]} f_i(x,a_i) \leq \max_{a_i\in[a_{i,1-\gamma}^L,\,a_{i,1-\gamma}^R]} f_i(x^*,a_i) \tag{25}$$

$i=1,\ldots,k$ を満たす $x\in X$ が存在しないことである。

(Ⅲ) $x^* \in X_{MSP}(\gamma)$ であるための必要十分条件は

$$\min_{a_i \in [a_i^L, 1-\gamma, a_i^R, 1-\gamma]} f_i(x, a_i) \leq \min_{a_i \in [a_{i\gamma}^L, a_{i\gamma}^R]} f_i(x^*, a_i) \tag{26}$$

$i=1,\ldots,k$ を満たす $x \in X$ が存在しないことである。

(Ⅳ) $x^* \in X_{USP}(\gamma)$ であるための必要十分条件は

$$\min_{a_i \in [a_i^L, 1-\gamma, a_i^R, 1-\gamma]} f_i(x, a_i) \leq \max_{a_i \in [a_i^L, 1-\gamma, a_i^R, 1-\gamma]} f_i(x^*, a_i) \tag{27}$$

$i=1,\ldots,k$ を満たす $x \in X$ が存在しないことである。

ここで、

$$a_{i\gamma}^L = [\, a_{i1\gamma}^L, \ldots, a_{ip_i\gamma}^L \,], \quad a_{i\gamma}^R = [\, a_{i1\gamma}^R, \ldots, a_{ip_i\gamma}^R \,], \tag{28}$$

で、$a_{i\ell\gamma}^L$, $a_{i\ell\gamma}^R$ はそれぞれファジィ数 $\tilde{a}_{i\ell}$ の γ レベル集合の左右の端点を表す。

また、問題(19)に対する4種類の γ パレート最適性と、通常の多目的計画問題

$$\min f(x, a) = (f_1(x, a_1), \ldots, f_k(x, a_k)) \tag{29}$$

$$\text{subject to } x \in X$$

に対するパレート最適解の集合X(a)の関係は、次の定理により特徴付けられる。

【定理５】

(Ⅰ) $$X_{UWP}(\gamma) \supset \bigcup_{a \in [a_\gamma^L, a_\gamma^R]} X(a) \tag{30}$$

(Ⅱ) $$X_{MWP}(\gamma) \supset \bigcup_{a \in A_1} X(a) \quad (0 \leq \gamma \leq 0.5) \tag{31}$$

$$X_{MWP}(\gamma) \subset \bigcap_{a \in A_2} X(a) \quad (0.5 \leq \gamma \leq 1) \tag{32}$$

(Ⅲ) $$X_{MSP}(\gamma) \supset \bigcup_{a \in A_3} X(a) \quad (0 \leq \gamma \leq 0.5) \tag{33}$$

$$X_{MSP}(\gamma) \subset \bigcap_{a \in A_4} X(a) \quad (0.5 \leq \gamma \leq 1) \tag{34}$$

(Ⅳ) $$X_{USP}(\gamma) \subset \bigcap_{a \in [a_{1-\gamma}^L, a_{1-\gamma}^R]} X(a) \tag{35}$$

ここで、A_1-A_4は、次式で定義されるパラメータベクトルの集合を表す。

$$A_1 = \{\, a_i \in [a_{i\gamma}^L, a_{i\gamma}^R],\ i=1,\ldots,k \mid \max_{a_i \in [a_i^L, 1-\gamma, a_i^R, 1-\gamma]} f_i(x^*, a_i) \leq f_i(x^*, a_i),\ i=1,\ldots,k\} \tag{36}$$

$$A_2 = \{\, a_i \in [a_i^L, 1-\gamma, a_i^R, 1-\gamma],\ i=1,\ldots,k \mid \max_{a_i \in [a_{i\gamma}^L, a_{i\gamma}^R]} f_i(x, a_i) \leq f_i(x, a_i),\ i=1,\ldots,k\} \tag{37}$$

$$A_3 = \{\, a_i \in [a_{i\gamma}^L, a_{i\gamma}^R],\ i=1,\ldots,k \mid \min_{a_i \in [a_i^L, 1-\gamma, a_i^R, 1-\gamma]} f_i(x, a_i) \geq f_i(x, a_i), i=1,\ldots,k\} \tag{38}$$

$$A_4 = \{ a_i \in [a_i^L, 1-\gamma, a_i^R, 1-\gamma],\ i=1,\ldots,k \mid \min_{a_i \in [a_i^L \gamma, a_i^R \gamma]} f_i(x^*, a_i) \geq f_i(x^*, a_i),\ i=1,\ldots,k\} \quad (39)$$

4. （α, γ）－パレート最適解

ここでは、ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題(6)に対して、パレート最適性に対しては、γ-VWPを、それに対応して実行可能性もα-VWFを採用することにより、次のような(α, γ)-VWPの概念を定義する。

【定義４】

ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題(6)に対する制約集合

$$X_{UWF}(\alpha) = \{x \in E^n \mid Pos(g_j(x, \tilde{b}_j) \leq 0) \geq \alpha,\ j=1,\cdots,m\}$$

上で、$Pos\{f_i(x, \tilde{a}_i) \geq f_i(x^*, \tilde{a}_i)\} \leq \gamma, i=1,\ldots,k$なる$x \in X_{UWF}(\alpha)$が存在しないとき、$x^* \in X_{UWF}(\alpha)$を(α, γ)-Very Weak Pareto optimal((α, γ)-VWP)であるという。

定理３の(Ⅰ)と定理５の(Ⅰ)からわかるように、(α, γ)-VWPの集合は

$$\min f(x, a) = (f_1(x, a_1), \ldots, f_k(x, a_k)) \quad (40)$$
$$\text{subject to } x \in X(b) = \{x \in E^n \mid g_j(x, b_j) \leq 0,\ j=1,\ldots,m\}$$
$$a_i \in [a_i^L \gamma, a_i^R \gamma], i=1,\ldots,k,\ b_i \in [b_i^L \gamma, b_i^R \gamma], j=1,\ldots,m$$

のパレート最適解の集合 $X^P(\alpha, \gamma)$ を含んでいる。ここで、問題(40)は、通常の多目的非線形計画問題なので、非線形計画法によりパレート最適解を求めることができる。また、$X^P(\alpha, \gamma)$は、$X_{UW}(\alpha, \gamma)$の中で最も楽観的に考えた場合の解集合であると解釈できる。

さらに、ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題(6)に対して、坂和・矢野[2]により提案されたαパレート最適解はすべて、γ=αと設定した場合の問題(40)のパレート最適解と一致している。即ち、αパレート最適解は、『$X_{UWF}(\alpha)$上のγ-VWPの集合の中でも、最も楽観的に考えた場合の解集合』であると解釈できる。

参考文献

[1] D.Dubois : "Linear Programming with Fuzzy Data", Analysis of Fuzzy Information, Vol.3, (Ed. by J.C.Bezdek) CRC Press, 241-263 (1987).

[2] 坂和、矢野：”ファジィパラメータを含む多目的非線形計画問題に対する対話型意思決定”、計測と制御、Vol.22, 2, 162-167 (昭61)

ファジィ輸送問題

FUZZY TRANSPORTATION PROBLEM

多田 実†、石井 博昭††、西田 俊夫††

Minoru TADA　　Hiroaki ISHII　　Toshio NISHIDA

† 龍谷大学　経営学部

Faculty of Business Administration, Ryukoku University

†† 大阪大学　工学部

Faculty of Engineering, Osaka University

ABSTRACT

We consider a generalization of the transportation problem. That is, we formulate the problem by introducing membership functions which show a satisfaction degree for flow values from source nodes and those to sink nodes. The membership function is decided by a decision maker, and each source and sink has the corresponding membership function. The objective is to determine the flow which attains an equitable distribution such that all membership function are same values as possible.

1．はじめに

ネットワーク上で考えられる古典的な問題の一つに輸送問題があり、その需要量や供給量は、ある一つの正の数であったが、現実にはもっと複雑な要求があるように思われる。例えば、ある需要点では”届けてもらいたい最低の量は、はっきり決まっていても、それ以上だと別にいくつでもかまわない”とか”到着量は多ければ多いほどよい”などのような要求があるかもしれない。そこで、各ソース・ノードから送り出す量と各シンク・ノードへの到着量に対する満足度を示す帰属度関数を導入し、問題を定式化することによって、より柔軟性のあるモデルが考えられる。これを ’ファジィ輸送問題’と呼ぶ。この問題では、すべての満足度ができるだけ一致するような（即ち、一番公平な）送り出し量と受け取り量をまず求め、それらを満たすフローの中で最も費用のかからない流し方を決定するが、このとき、総輸送費用の上限値が制約として決まっていると仮定する。

2．問題の定式化

まず、ここで用いられる記号について説明する。この問題は二部グラフ上で考えられ、Sをソース・ノード、Tをシンク・ノードの集合とし、$|S|=m$, $|T|=n$ とする。あるソース・ノード s とシンク・ノード t を直結するアーク a_{st} ($s \in S$, $t \in T$) には、流量1単位当りにかかるコスト c_{st} が与えられていて、総輸送費用の上限値を $\bar{C}$ とする。そして、ソース・ノード s から送り出す流量の和とシンク・ノード t へ到着する流量の和をそれぞれ、x_s^S、x_t^T ($s \in S$, $t \in T$) とし、アーク a_{st} に流れるフローの量を f_{st} とする。 また、各ソース・ノードと各シンク・ノードの流量に対する満足度を示す帰属度関数は、以下のような式で与えられる。

$$\mu_s(x_s^S) = \begin{cases} 1, & x_s^S \leqq a_s \\ F_s(x_s^S), & a_s < x_s^S < b_s \\ 0, & x_s^S \geqq b_s \end{cases} \quad (F_s(x_s^S)：単調減少関数) \quad (1)$$

$$\mu_t(x_t^T) = \begin{cases} 0, & x_t^T \leqq c_t \\ G_t(x_t^T), & c_t < x_t^T < d_t \\ 1, & x_t^T \geqq d_t \end{cases} \quad (G_t(x_t^T)：単調増加関数) \quad (2)$$

ここで、a_s、b_s、d_t、e_t は正の整数で、$F_s(x_s^S)$、$G_t(x_t^T)$ は簡単のため、以下に示されるような線形関数とするが、一般形でも少し複雑になるが、次に示すアルゴリズムで同様に解ける。

$$F_s(x_s^S) = -\frac{1}{b_s - a_s}(x_s^S - b_s) \quad (3)$$

$$G_t(x_t^T) = \frac{1}{e_t - d_t}(x_t^T - e_t) + 1 \quad (4)$$

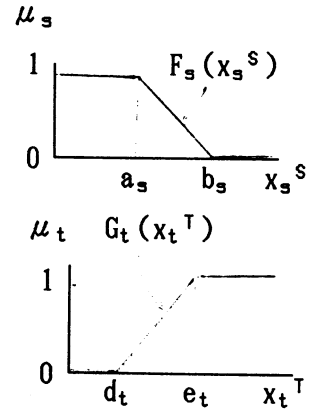


図1．満足度を示す帰属度関数

帰属度関数をこのような形に決めた理由は、ソース側においては、a_s の生産がすでにあり、a_s 以下送り出すのには ”よい” (＝満足度1) が、それより多く送り出すためには ($a_s < x_s^S < b_s$)、新たに生産をしなければないので、満足度は単調減

少関数になり、b_s以上に関しては”生産できない”（＝満足度０）ことを示すためで、逆にシンク側では、到着量がd_t以下では不満足、e_t以上は大満足、それらの中間（$d_t < x_t^T < e_t$）は単調増加関数になる。

これらの記号を用いると、この問題は以下のように定式化できる。

P1： $\max(\min \mu_s(x_s^S), \mu_t(x_t^T))$, $(s \in S, t \in T)$. (5)

s．t．

$C \leqq \bar{C}$ （ここで、$C = \sum_{s=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} c_{st} f_{st}$ $(s \in S, t \in T)$） (6)

（注意） $\sum_{s \in S} b_s \leqq \sum_{t \in T} d_t$ が成り立つときは、目的関数の値が０になり、問題を考える意味がなくなるので、そうならない場合を考える。

３．アルゴリズム

この問題の目的は、すべての満足度の中で、一番低い値をもつノードの満足度をできるだけ高くする(max-min)ような流量を求めることで、言い替えれば、すべての満足度が一致すれば最も公平な流し方（これを perfect transportation; 略してｐ．ｔ．と呼ぶことにする）になる。すべてのノードにおける流量が定まれば、それらを満たすフローの中で、最も費用のかからない流し方を決定すればよく、例えば、よく知られた”飛び石法”(stepping stone method)や Munkresの方法[1]等を用いれば求まる。そして、その総費用が$\bar{C}$以下なら、そのフローが最適な解となる。

＜補題　１＞

もし総費用の制約がなければ、以下の手順で　ｐ．ｔ．が常に実現できる。

Procedure-1：

Step 1.

すべての帰属度関数をある値αとおき、x_s^S、x_t^Tについて解く。即ち、$F_s(x_s^S) = \alpha$, $G_t(x_t^T) = \alpha$とおき、 $x_s^S = F^{-1}{}_s(\alpha)$, $x_t^T = G^{-1}{}_t(\alpha)$を計算する。

Step 2.

$\sum_{s=1}^{m} F^{-1}{}_s(\alpha) = \sum_{t=1}^{n} G^{-1}{}_t(\alpha)$を計算すれば$\alpha$が求められ、この$\alpha$を$x_s^S$、$x_t^T$の式に代入することによってｐ．ｔ．を達成する流量を求めることができる。//

＜流量の改訂＞

ところが、Procedure-1で得たx_s^S、x_t^Tで最小費用流を求めたところ、それが総費

用の制約を満たさないとき（$\bar{C} < \sum_s \sum_t c_{st} f_{st}$ $(s \in S,\ t \in T)$）は、流量を決めなおさなければならない。即ち、総費用の制約を満足させるには、輸送量を減らす必要があり、その結果、帰属度関数の定義よりソース側では満足度は上がり、逆にシンク側では満足度は下がるので、目的関数の意味から、シンク側の満足度を均一に保ちつつ輸送量を減少させればよい。またそのとき、シンク側の満足度をできるだけ高く保ちたいので、現在のフローで使われているアークのうち、流量１単位当りにかかるコストが最大のものを各シンク・ノードごとに捜し（これらのアークを$t(s)$ $(t=1,\cdots,n)$、対応するコストを$c_{t(s)}$で表す）、これらの流量を減らす。この操作はｎ本のアーク$t(s)$のうち少なくとも１本のアークの輸送量が０となるまで繰り返され、０となれば現在の流量で最小費用流を求め、総費用の制約を満たしているか調べる。もし満たしていなければ同様の操作を繰り返し、そうでなければ以下の手順で解が求められる。

コスト制約 $C = \sum_{s=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} c_{st}\ f_{st} \leqq \bar{C}$ が等式で成立していれば、現在の解が最適解であるが、不等式（＜）の場合は輸送量を減らしすぎている（言い替えれば、シンク側の満足度の値を上げることができる）ので、総輸送費がちょうど$\bar{C}$になる流量を求める。このとき最適解を求めるには、コスト制約の式を不等式で成立させている現在の解は必要なく、それより１回前に最小費用流を求めた解（これを $(f_{st}^{*})'$ とする）と同じ ' 形 ' （線形計画法での' 基底解の配置 ' と同意）をしていることに注意しなければならない。いま求めるべき解をf_{st}^{*}とし、また$(f_{st}^{*})'$のときの最小総輸送費をC'、 対応する満足度をα'とすれば、$(f_{st}^{*})'$のときの各シンク・ノードへの到着量は$x_t^{T} = G^{-1}{}_t(\alpha')$で与えられ、これが$f_{st}^{*}$のときになると、対応する満足度を$\alpha^{*}$（$<\alpha'$）とすれば各到着量は$x_t^{T} = G^{-1}{}_t(\alpha^{*})$に減少する。よって、

$$\sum_{t=1}^{n} c_{st(s)} \{ G^{-1}{}_t(\alpha') - G^{-1}{}_t(\alpha^{*}) \} = C' - \bar{C} \qquad (7)$$

を解けばα^{*}が求まり、各到着量x_t^{T}が決まる。 //

以上に示したような手順はアルゴリズムの基となるものだが、計算の複雑さ、即ち繰り返しの回数が不明確なので改良をする必要がある。そこで、まず以下のような線形計画問題Ｐ２を考える。これは各ソース、シンク・ノードにおいて、ある値αより満足度を下げないということを制約条件とし、総輸送費を最小にする問題である。

$$P2: \quad \min \quad C = \sum_{s=1}^{m} \sum_{t=1}^{n} c_{st}\ f_{st} \qquad (8)$$

s．t．

$$\sum_{t=1}^{n} f_{st} \leqq F^{-1}{}_s(\alpha), \quad \sum_{s=1}^{m} f_{st} \geqq G^{-1}{}_t(\alpha), \quad f_{st} \geqq 0 \qquad (9)$$

$$(s=1, \cdots, m, \ t=1, \cdots, n).$$

ここで、帰属度関数の逆関数（ある満足度に対する流量を表す式）は簡単のため以下のような線形関数とし、主問題Ｐ２に対する双対問題Ｄ２を考える。

$$F^{-1}{}_s(\alpha) = p_s + q_s\alpha, \ G^{-1}{}_t(\alpha) = k_t + l_t\alpha \qquad (10)$$

$$(p_s > 0, \ q_s < 0, \ k_t > 0, \ l_t > 0).$$

$$D2: \quad \max \quad Z(\alpha) = \sum_{t=1}^{n} w_t(k_t + l_t\alpha) - \sum_{s=1}^{m} y_s(p_s + q_s\alpha) \qquad (11)$$

s．t．

$$w_t - y_s \leqq c_{st}, \quad w_t \geqq 0, \quad y_s \geqq 0. \qquad (12)$$

$$(s=1, \cdots, m, \ t=1, \cdots, n).$$

ここで、w_t、y_sは双対決定変数である。

＜定理　１＞

双対問題Ｄ２の目的関数Ｚ（α）は凸関数である。

（証明）紙面の都合上、省略。

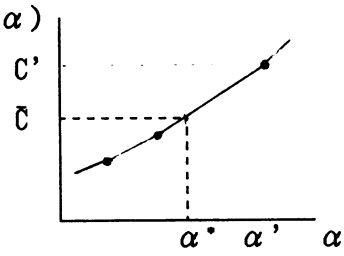


図２．αに対する最小費用

さらに、目的関数Ｚ（α）は区分線形であり、また主問題Ｐ１を考えれば、αが増加すれば解の許容領域が狭くなるので目的関数の値は小さくなることはない。したがってＺ（α）は増加関数であり、満足度αに対する最小費用Ｃ（α）は図２のようになる。この図において、関数の傾きが変わらない部分は解の形が変わらないので、満足度α'（対応する解（f_{st}^{*}）'）さえ見つけられれば（７）式を用いて最適解（満足度がα^{*}のときの解）が求められる。

以上の議論から以下のアルゴリズムが得られる。ここではα'を効率よく見つけるために２分割法を用いる。

Algorithm:

Step 1.　Procedure-1を用いてｐ．ｔ．を求め、その最小費用流が（６）式の制約を満たせば現在の解が最適なので終了、そうでなければ現在の解をf_{st}^{1}、その満足度をα_1、最小費用をC_1としStep 2へ。

Step 2.　$\alpha_2 = \alpha_1 / 2$とし、$x_s{}^{s} = F^{-1}{}_s(\alpha_2)$，$x_t{}^{T} = G^{-1}{}_t(\alpha_2)$ $(s=1, \cdots, m,$

t=1,・・・,n)を計算し、これらの値で最小費用流を求める。この解をf_{st}^2、最小費用をC_2とし、$C_2 > \overline{C}$なら$\alpha_1 = \alpha_2$、$f_{st}^1 = f_{st}^2$とし$C_2 \leqq \overline{C}$となるまでこのステップを繰り返す。$C_2 \leqq \overline{C}$なら現在の解をf_{st}^2、満足度をα_2としStep 3へ。

Step 3. f_{st}^1とf_{st}^2の解の形が同じなら$(f_{st}^*)' = f_{st}^1$であるが、そうでなければf_{st}^1に関してt(s)を選び、少なくとも1本のアークの輸送量が0となるまで満足度を下げ輸送問題を解き、得られた解をf_{st}^u、満足度をα_u、最小費用をc_uとする。同様にf_{st}^2に関しても、得られた解をf_{st}^l、満足度をα_l、最小費用をc_lとする。もしf_{st}^uとf_{st}^lの形が同じで$C_u \geqq \overline{C}$であれば$(f_{st}^*)' = f_{st}^u$で、解の形が同じで$C_u < \overline{C}$であれば$(f_{st}^*)' = f_{st}^l$となりStep 5へ。もしf_{st}^uとf_{st}^lの解の形が違うならStep 4へ。

Step 4. $\alpha_m = (\alpha_u + \alpha_l) / 2$とし、Step 2と同様に最小費用流を求め、この解をf_{st}^m、最小費用をC_mとする。もし$C_m \leqq \overline{C}$で、f_{st}^uとf_{st}^mの解の形が同じなら$(f_{st}^*)' = f_{st}^u$で、解の形が違うなら$f_{st}^l = f_{st}^m$とし新たにf_{st}^mを求める。もし$C_m > \overline{C}$で、f_{st}^lとf_{st}^mの解の形が同じなら、$(f_{st}^*)' = f_{st}^m$で、解の形が違うなら$f_{st}^l = f_{st}^m$としStep 2へ戻る。

Step 5. （7）式を解けばα^*が求まり、各到着量x_t^Tが決まる。 //

＜定理 2＞ 上のアルゴリズムの計算の複雑さは、O（L）回の輸送問題を解くオーダーである。ここでLは問題の入力に必要なビット数を示す。（証明略）

4．おわりに

ファジィ集合の帰属度関数をネットワーク問題の流量に対する満足度として用いた問題は他にも [2]、[3] がある。今後は、コスト制約だけではなく流量の整数制約をも加えたファジィ輸送問題を考えたいと思っている。

参考文献

[1] J. Munkres, "Algorithms for the assignment and transportation problems", J. Soc.Indust. Appl. Math. Vol. 5, No. 1, 1957.

[2] M. TADA, H. ISHII, T. MASUDA and T. NISHIDA, "Sharing Problem with Bi-criteria", Proceedings of ICOTA, University of Singapore, pp. 808-813 (1987)

[3] 多田、石井、西田、「一般化輸送問題」、日本ＯＲ学会 1989 年度春季研究発表会ｱﾌﾞｽﾄﾗｸﾄ集

最大値を１とする重要度の基準化について

On a normalization of the grade of importance whose maximum value attains 1

市 橋 秀 友
Hidetomo Ichihashi

大阪府立大学　　工学部
College of Engineering, University of Osaka Prefecture

The analytic hierarchy process (AHP) is a convenient decision analysis technique. However, realistic decision problems usually involves large number of attributes at each level of the decision hierarchy. As the number of judgements increases, the estimated weights can be expected to be less reliable. Other concerns deal with the fact that the AHP is closely related to multiattribute additive value functions and the rank order of alternatives within a set may well be affected by the specific alternatives. This paper presents a method to reduce the number of pairwise comparison, which simultaneously takes into account non-additive value functions, without losing simplicity.

１．はじめに

意思決定手法の一つとして，Saatyの提唱するAHP (Analytic Hierarchy Process) [1-3] がある．この方法は，階層図，一対比較，重要度決定，総合重要度計算という手順を追って展開される．通常AHPでは，一対比較される要素の数は７個までで，多くても９個以下とされている．その理由は，要素の数が増えると一対比較の回数が急増することと，全体的なスケールで比較することが困難になるためである．そこで本研究ではまず，要素数が多い場合にウエイトの最大値を１と基準化して一対比較の回数を減少させる方法を提案する．

またSaatyのAHPでは，ウエイトの和が１になるように基準化されていて，その意味で加法的ウエイトであるといえるが，ウエイトの和を１と基準化すると，新たな要素の追加によって，もとの要素のウエイトが変化し，順位の逆転現象が起こりうる．BeltonとGear [4] は代替案のレベル（最下位レベル）のウエイトは最大値が１となるように基準化すれば，代替案を追加することによって順位の逆転が起こらないことを示した．しかしこれは代替案のレベルに限られたことで，より上位のレベルには適用できない．そこで，評価基準のウエイトも最大値が１となるように基準化する非加法的ウエイトを用いる方法を提案する．この方法は加法的でない評価のモデルを用いるもので，評価の代替性，補完性 [5] を表現することができる．またこのことにより，類似した評価基準の追加によっても順位の逆転現象が現れにくい．

２．階層化意思決定法（ＡＨＰ）

いま評価基準を$X_1, X_2, \ldots, X_n$とし，ｎ個の評価基準に意思決定者がウエイト $W=(w_1, w_2, \ldots, w_n)$を与える．このとき最も選好される代替案 y^* は

$$y^* = \{y_h \mid \max_h \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot f_h(X_i)\} \qquad (1)$$

と表される．ただし$f_h(X_i)$はｈ番目の代替案y_hのｉ番目の評価基準の値である．またウエイトは

$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$と基準化されている．ここでウエイト $W=(w_1, w_2, \ldots, w_n)$ の求め方が問題となる．この方法に固有ベクトル法がある．これは1977年にSaaty [1] によって提案されたもので，AHP [2] として，問題の階層化から最終決定までの手順が体系化されている（ウエイトは代替案に対しても求められるが，ここでは簡単のために評価基準のウエイトのみを例にとっている）．いまｎ個の評価基準を$X_1, X_2, \ldots, X_n$とし，意思決定者に「評価基準ｉはｊに比べてどの程度重要ですか」と問い，その答えに応じて何倍重要であるかを意味する数値a_{ij}を得る．$a_{ii}=1$，$a_{ij}=1/a_{ji}$は仮定されている．

得られたマトリックス $[a_{ij}]$ をＡとし，$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$となるように次の斉次一次方程式

$$(A-\lambda I)W=0 \qquad (2)$$

からＡの最大固有値λ_{max}に対応した固有ベクトルＷを求める．この方法を固有ベクトル法と呼ぶ．

Saaty による固有ベクトル法よりも簡便な幾何平均法や，より良い推定値を与えるＧＥＭ法 (Graded Eigenvector Method) [6] など多くのものが提案されているが，以下では最も良く知られている固有ベクトル法のみを用いて比較検討する．

3．要素の数が多い場合のウエイトの求め方

要素の数が多い場合のAHPについては，（Ⅰ）weissらによるブロック実験を用いる方法［7］，（Ⅱ）要素を幾つかの組に分けて考えるSaatyの方法［8］，（Ⅲ）Harkerらによる不完全一対比較行列を用いる方法［9］（竹田らも同様の方法を提案している［10］）などがすでに提案されている．

（Ⅰ） BIBDを用いる方法［7］

ブロック実験において，ブロックの大きさkが処理数nと等しい時，完備なブロックといい，k＜nのとき不完備であるという．b個のブロックがあり，その大きさk＜nが一定で，n種の処理の繰り返し数rも一定であるとする．そのブロック計画の生起行列の第i行と第j行の行ベクトルの内積をc_{ij}で表しc_{ij}を処理iとjの会合数という．すべての会合数が一定（cとする）である計画を釣り合い不完備ブロック計画（Balanced Incomplete Block Design，BIBD）という．BIBDのk，r，b，n，cには次の関係がある．

$$bk=rn \qquad (3)$$

$$r(k-1)=c(n-1) \qquad (4)$$

BIBDを用いて一対比較行列からウエイトを求める方法がweissらによって提案されている［7］．その方法はまずn個の要素（処理数n個）をk個ずつのb個のブロックに分ける．1つのブロックの中でk個の要素について一対比較を行う．これをb個のブロックすべてについて行いb個の一対比較行列を得る．会合数がcであるのでb個のブロックの中に一対比較により得られた値a_{ij}がc回でてくるのでこのc個の値の幾何平均をもってa_{ij}とする．これをすべてのa_{ij}について行い得られる行列をAとして固有ベクトル法を用いて各要素のウエイトを求める．この方法ではブロックの大きさkを5程度以下にすれば，k個の中での一対比較は全体的なスケールで行うことができるが，一対比較の総回数は

$$k\times(k-1)\times b\ /2$$

となり大幅に増加する．

（Ⅱ） 要素を組に分けるＳａａｔｙの方法［8］

要素の数をn個とし，このn個の要素を例えばT（t個），U（u個）の2つの組に分ける（t＋u＝n）．組Tについて，t個の要素について一対比較を行い一対比較行列を得て，固有ベクトル法を用いてt個の要素のウエイト$W_T=(w_{T1},w_{T2},.....,w_{Tt})$を得る．組Uについても同様にしてウエイト$W_U=(w_{U1},w_{U2},.....,w_{Uu})$を得る．そして次に組Tと組Uについて組全体として比較を行い組T対組Uの比Rを得る．組全体としてのウエイトV_T，V_Uは

$$V_T=R/(1+R) \qquad (5)$$

$$V_T=1/(1+R) \qquad (6)$$

となる．そして組Tについて

$$W_T'=W_T\times V_T \qquad (7)$$

として求めたウエイトW_T'をt個の要素のウエイトとする．組Uについても同様にして

$$W_U'=W_U\times V_U \qquad (8)$$

として求めたウエイトW_U'をu個の要素のウエイトとする．3つ以上の組に分ける場合は，組どうしの一対比較行列から固有ベクトル法を用いて各組のウエイトを求め(7)(8)式と同様に個々の要素のウエイトに掛ける．

TとUの2組に分ける場合の一対比較の回数は

$$t\times(t-1)/2+\ u\times(u-1)/2+2\times1/2 \quad 回$$

であり，回数を大きく減少させることができる．しかし現実に一対比較を行おうとしたとき組T対組Uの比較は容易でない．

（Ⅲ）不完全一対比較行列を用いる方法［9,10］

n個の要素の中からq個（q＜n）の要素を選びq個の各々の要素とn個との一対比較のみ行う．したがって一対比較行列のq個の要素に対応する行と列にだけa_{ij}が与えられる．q個に対応する対角要素は1で，他の対角要素はn-qとする．その他の要素a_{ij}はすべて0とする．得られる行列Aから固有ベクトル法でウエイトWを求める．この方法では，すべての要素どうしについての一対比較を行う必要がないので一対比較の回数を

$$q\times(q-1)/2\ +\ q\times(n-q) \quad 回$$

に減少させることができる．また，要素の組は用いないので，要素どうしの比較だけでよく，しかも基準となるq個の要素が固定されているので，全体的なスケールを保った一対比較が行える．

（Ⅳ）提案法

まずn個の要素よりq個の代表的な要素を選び，前章と同様に意思決定者に「要素iはjに比べてどの程度重要ですか」と問い一対比較行列Bを得る．そして固有ベクトル$V=(v_1,v_2,.....,v_q)$を

$\max_i v_i=1$となるように

$$(B-\lambda I)V=0 \qquad (9)$$

を解くことによって求める．ただしq個の要素には**最も選好される要素を必ず含め**，できるだけ多様なものを選択する．さらに1個の要素を追加し，新たな要素とq個の要素の比較を行う．これはq回の比較だけであり，$(q+1)\times(q+1)$の行列Bを得ることができる．（9）式と同様にしてウエイトベクトルを求めq＋1番目のウエイトv_{q+1}を採用する．この手順をn個の要素すべてについて行う．従ってn－q回行うことになる．このことによってv_i(i=1,2,.

..,n)が得られる．

この方法でも，一対比較の回数を

$q\times(q-1)/2 + q\times(n-q)$ 回

に減少させることができる．最初のｑ個についての(9)式の計算は次のｑ＋１個のときの計算で代用して，省略できる．

次に（Ⅰ）weissらによるBIBDを用いる方法，（Ⅱ）Saatyの方法，（Ⅲ）Harkerの方法，（Ⅳ）本提案方法の４つの方法についての比較をシミュレーションによって行った．シミュレーションは，要素が11個の場合で以下の条件下で行った．

（Ⅰ）BIBDを用いる方法では，要素の数（処理数）ｎ＝11，ブロックの大きさｋ＝5，ブロックの数ｂ＝11，繰り返し数ｒ＝5，会合数ｃ＝2とした．

（Ⅱ）Saatyの方法では11個の要素を５個と６個の２つの組に分ける場合（ｔ=5，ｕ=6）と４個，４個，３個の３つの組に分ける場合について行った．

（Ⅲ）Harkerの方法と（Ⅳ）提案方法では，11個の要素の中から選ぶ代表的な要素の数は，２個（ｑ=2）の場合と３個（ｑ=3）の場合について行った．また（Ⅳ）の場合は（Ⅰ），（Ⅱ）の場合と比較するために最後にウエイトの和が１となるように基準化し直した．

いずれの場合も各要素の真のウエイトw_i(i=1,...,11)は，一様乱数によって得られた一対比較行列の第１行の要素である真の$\underline{a}_{1j}$（$1 \leqq \underline{a}_{1j} \leqq 9$）より決定した．また一対比較行列の要素$a_{ij}$については人間の判断誤差を考慮して

$$a_{ij} = (w_i / w_j) \times \eta \qquad (10)$$

と与えた．ただしηは平均が１で分散が0.1の対数正規乱数である．これらの条件下で行った５０回のシミュレーション結果を図１と表１に示す．いずれの場合も11個のウエイトの和は１となるように基準化されている．

図１で各々の横軸は真のウエイトで縦軸はシミュレーションによって得られたウエイトである．

通常のAHPは，図１では良い結果となっているが，人間が行うときは全体的なスケールでの比較が困難であり，一対比較の回数も多い．BIBDを用いる方法では，一対比較行列が整合的でないときもかなり真の値に近いウエイトが得られているが，一対比較の回数を減らすことの改善にはなっていない．Saatyの方法（３組）とHarkerの方法（ｑ＝２）や本提案法（ｑ＝２）を比較するとあまり差がない．これは，Saatyの方法でシミュレーションを行ったときに，組の中でのウエイトの和は，正確に推定できると仮定しているためである．人間が行う場合，現実には組どうしの比較はウエイトの和を考えて行わなければならないので困難である．この点をシミュレーションで示すために，真のウエイトを$w_1 = 1/55$から

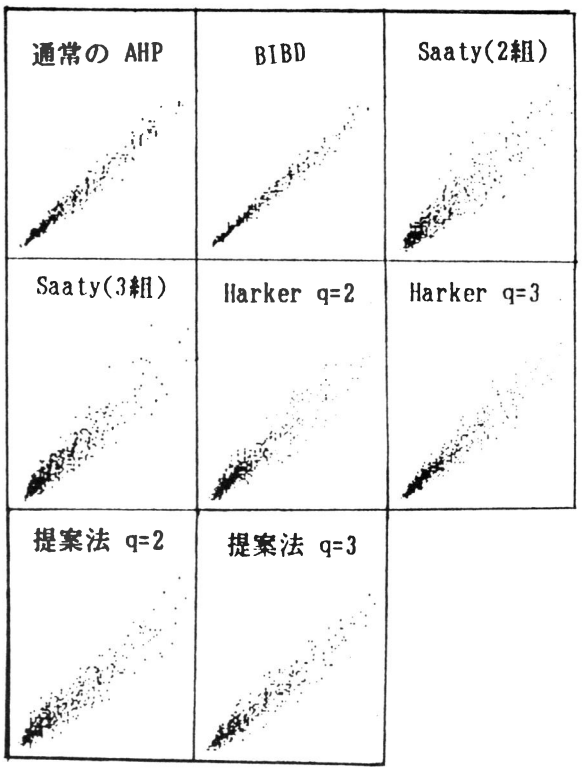


図１　４つの方法によるシミュレーション結果

表１　シミュレーション結果の比較
（対数正規乱数ηは平均＝1，分散＝0.1）

	一対比較回数	相関係数	二乗誤差の和
通常の AHP	55	0.9858	0.0572
BIBD	110	0.9923	0.0271
Saaty(2組)	26	0.9361	0.2544
Saaty(3組)	18	0.9454	0.2038
Harker q=2	19	0.9592	0.1771
Harker q=3	27	0.9714	0.1176
提案法 q=2	19	0.9505	0.1822
提案法 q=3	27	0.9654	0.1251

$w_{11} = 9/55$まで等間隔で与えた場合（和は１である）の結果を表２に示す（ηの平均は１で分散は0.01）．Saatyの方法では，組の中でのウエイトの和を推定するときにも判断誤差があるとして各組の真のウエイトにもηをかけた．表中の順位の逆転回数は1000回のシミュレーションを行ったうちで順位の逆転の起こった回数である．真のウエイトはw_1か

ら順に0.015(=0.8/55)づつ増えているだけであるので逆転は起こりやすい．表２の適合性の指標は文献［6］による，$\Sigma_{i=1}^{11} |w_i - w_i| / w_i$の1000回の平均値である．ただし，$w_i$は真のウエイトである．この結果からHarkerらの方法が最も優れているといえるが，要素数がきわめて多い場合に計算に必要な行列が大きくなりすぎる．データセグメント方式のハードウエアでは２次元配列データ構造の変数の引数の最大値は単精度実数型で126である．このような場合には，提案方法とHarkerの方法とを組み合わせて用いることができる．またウエイトの最大値を１と基準化するだけであるので，固有ベクトル法を用いずに一対比較行列の行の幾何平均をウエイトとする方法などの簡便法も使える．

表２　順位の逆転回数の比較
（ 対数正規乱数γは平均＝1，標準偏差＝0.1 ）

	一対比較回数	逆転回数	適合性の指標
通常の AHP	55	30	0.256
BIBD	110	0	0.182
Saaty(2組)	26	685	0.833
Saaty(3組)	18	801	0.907
Harker q=2	19	509	0.530
Harker q=3	27	327	0.421
提案法 q=2	19	574	0.591
提案法 q=3	27	404	0.483

4．非加法的ウエイトを用いたＡＨＰ

SaatyのAHPではウエイトの和が１となるように基準化されていて，その意味でウエイトは加法的測度である．ここでは，ファジィ理論における非加法的測度であり，最大値が１となる可能性測度とそれに双対的な必然性測度［11］およびこれらに等しいBel測度とPl測度［12］を用いたAHPについて述べる．通常のAHPでは，ウエイトの加法性から評価における代替性の程度を考慮していないが，本提案方式では代替性と補完性［5］の両者を考慮した２つの決定を意思決定者に示すことができる．代替的とは，複数の評価基準の中で特に優れたもののある代替案を選好することで，補完的とは，できるだけ欠点のないものを選好することを言う．このような代替性や補完性を考慮するために多重線形な価値関数と固有ベクトル法とを用いる方法が提案されているが［13］，効用分析に近いやりかたであり，やや煩雑な手順を踏む必要がある．本提案法では，AHPの簡便さを残して代替性と補完性を表現できる．

加法的ウエイトの場合には項目間の独立性の仮定が必要であるが，非加法的ウエイトを用いれば，類似した評価基準の追加による順位の逆転現象が改善される．評価基準のウエイトの求め方についてはすでに述べたのでここでは，非加法的ウエイトを用いた評価について述べる．

4．1　非加法的ウエイトを用いた評価

固有ベクトル法で求められたウエイトは最大値を１と基準化しても比例尺度である．本研究ではウエイトw_i をｉ番目の評価基準の可能性測度（最大値は１である）で表されたウエイトであると考える．したがって，複数個の評価基準全体のウエイトは，それぞれのウエイトの和ではなく，最大値であると考える．いまw_iがp個の値$r_1 < r_2 \ldots < r_p = 1$をとっているとして，$p$個の集合$D_l$を

$$D_l = \{X_i \mid w_i \geq r_l\},\ l=1,..,p \qquad (11)$$

と定め，Ｄを焦点要素［12］として基本確率　m［12］を

$$m(D_l) = r_l - r_{l-1},\ l=1,..,p \qquad (12)$$

ただし$r_0 = 0$とする．

基本確率mが定まると，上限期待値E*と下限期待値E.［14,15］は

$$E^*(f) = \sum_{l=1}^{p} (r_l - r_{l-1}) \cdot \max_{X \in D_l} f(X) \qquad (13)$$

$$E_*(f) = \sum_{l=1}^{p} (r_l - r_{l-1}) \cdot \min_{X \in D_l} f(X) \qquad (14)$$

と求められる．最も選好される代替案はｈ番目の代替案の評価値をf_hとしてBelによる場合

$$y^* = \{y_h \mid \max_h E^*(f_h)\} \qquad (15)$$

であり，Plによる場合は，それをy_*と表すと

$$y_* = \{y_h \mid \max_h E_*(f_h)\} \qquad (16)$$

となる．すべてのｉについて$w_i = 1$のときそれぞれマキシマックス決定，マキシミン決定となる．

意思決定者が代替的な決定を好むならばy^*，補完的な決定を好むならばy_*が良いことになる．通常のAHPによる場合はその中間である．

4．２　同一レベル内の項目間の独立性の仮定について

加法的ウエイトを用いる AHPでは，評価基準の選定にあたって独立性の強いものを選ぶ必要がある．

すなわち，従属性のないもの同志の一対比較を行わなければ正しい評価が得られない．項目間の従属には種々のものが考えられるが［16］，ここでは，乗用車の「内装」と「グレード」などのように類似していることとする．非加法的ウエイトを用いる場合は完全に類似した評価項目が追加されても（11）式の集合D_iは大きくなるが（13）式の $\max_{X\in D_i} f(X)$ や（14）式の $\min_{X\in D_i} f(X)$ は変化しない．したがって，総合重要度 E^*とE_*に影響しない．このことを次の２つの命題によって示す．ウエイトw_iは $\max w_i = 1$となるように基準化する．

［命題１］ Aを整合性（$\forall k,\ a_{ij}=a_{ik}\cdot a_{kj}$）を満たす行列であるとする．A′ を $a_{n+1,n+1}=1$でAの第n行と第n列を各々第 n+1行と 第 n+1列として加えた $(n+1)\times(n+1)$ 行列であるとすると，A′ に対応したウエイトベクトルW′ はAに対応するWの第n番目の要素 w_n を第 n+1 番目の要素として加えたものである．

一対比較行列の任意の２行を入れ替え，対応する２列を入れ替えても，Wの値は，対応する２行が入れ替わるだけで変わらない．したがって一対比較行列が整合性を満たすとき，命題１から，類似した項目が追加されても，追加される前のウエイトは変化せず，新たに追加されるウエイトは類似しているもとのウエイトに等しいといえる．評価基準が例えば，「内装」と「グレード」のように似通っている場合は，評価値 f(X) も近い値となる．２つの評価基準について f(X) が等しければ（11）式の集合D_iが大きくなるだけで（13）式と（14）式の値は変化しない．このことが命題１のように２つの類似した評価基準のウエイトが完全に一致していなくても成立することを次の命題２に示す．

評価基準 X_i が X_j に完全に類似しているとは，任意の代替案について $f(X_i)=f(X_j)$ であるとする．

［命題２］評価基準 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ の一対比較行列Aが，整合性を満たし，Aの列ベクトル$\mathbf{a}_i$ が，$i<j$ のとき $\mathbf{a}_i \geqq \mathbf{a}_j$（$\forall k,\ a_{ki}\geqq a_{kj}$）であるとする．また，新たな評価基準$X_{n+1}$は，$X_p$（$p\in\{1,\ldots,n\}$）に完全に類似しているとする．このとき，評価基準 X_{n+1}が追加されても，そのときの一対比較行列A″ が整合性を満たし，かつ

$$\mathbf{a}_{p-1} \geqq \mathbf{a}_{n+1} \geqq \mathbf{a}_{p+1} \qquad (17)$$

となるならば，X_{n+1} が追加されても E^*と E_*は，変化しない．ただし，$p=n$ のとき $\mathbf{a}_{p+1}$ を $\mathbf{a}_n$ とし，$p=1$ のときは（17）式を $\mathbf{a}_{n+1}\geqq\mathbf{a}_2$ とする．

（証明）A″ が整合性を満たし，かつ（17）式の条件が満たされるので，評価基準X_{n+1}が追加されてもウエイトW_i（$i\neq n+1$)は変化しない．また $\min_j a_{ij}=a_{in}$であるので，A″ のウエイトベクトル Wは

$$W_{p-1} = a_{p-1,n} = 1/\ a_{n,p-1}$$
$$W_{p+1} = a_{p+1,n} = 1/\ a_{n,p-1}$$
$$W_{n+1} = a_{n+1,n} = 1/\ a_{n,n+1}$$

となる．したがって（17）式の条件より

$$W_{p-1} \leqq W_{n+1} \leqq W_{p+1}$$

となる．$f(X_p)=f(X_{n+1})$ を仮定しているので，（13）式から（16）式より集合A_iは大きくなるが E^*とE_* は変化しない．（証明終わり）

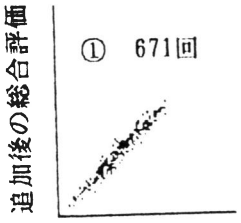
整合性を満たす一対比較行列Aは，任意の２つの列を入れかえて，対応する二つの行を入れかえることによって，$i<j$ のとき $a_i\geqq a_j$ となるようにすることができる．したがって $i<j$ のとき $a_i\geqq a_j$ と仮定しているが，このことによって一般性は失われない．

命題２より，追加される評価基準のウエイトが，類似した評価基準のウエイトに完全に等しくならなくても E^*とE_*はロバストであるといえる．

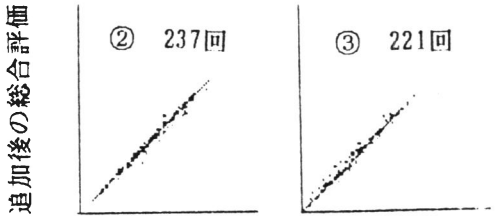
以上のことは，一対比較行列に整合性がある場合に成立することであり，一般には，必ずしも成立しない．しかし，この場合も整合度合が十分であれば，上記の性質が成立しうることは容易に推察できる．

次に，シミュレーション実験を行った結果を図２に示す．最初に４個の評価基準があり，４番目の評価基準に類似した５番目の評価基準が追加された場合に順位の逆転が起こる回数を1000回の試行について調べた．３章と同様に一対比較行列の第１行目を１から９までの一様乱数で決定し真のウエイトを求めた．ただし $w_4=w_5$ とした．また要素 a_{ij}（$i, j=1,\ldots,5$）は（10）式によって与えた．ηは平均１，分散0.1の対数正規乱数である．代替案の数は６個として各々の評価基準に関する評価値（得点）は０から１までの一様乱数により与えた．したがって代替案のレベルでは一対比較と固有ベクトル法は用いていない．また４番目と５番目の評価基準についての評価値は６個の代替案ともそれぞれ等しくした（$f_j(X_4)=f_j(X_5)$, $j=1,\ldots,6$）．そして，通常の加法的AHPの場合（図２の①）と，（13）式と（14）式による非加法的AHPの場合（各々図２の②と③）の３種類について，５番目の評価基準を追加することによって，順位の逆転が起こるかを調べた．以上を1000回繰り返した時の逆転の起こった回数を図２に示す．図２の横軸は５番目の評価基準を追加する前の総合評価で縦軸は追加した後の総合評価でありグラフは50回のシミュレーションの結果で

ある．この結果からも非加法的ウエイトを用いる方法では，評価基準の類似という従属性に関しては，一対比較行列が完全に整合的でなくても特別に注意を払う必要がないといえる．



X5を追加する前の総合評価



X5を追加する前の総合評価

図２　加法的AHPと非加法的AHPの比較

５．おわりに

SaatyのAHPでは，一対比較される要素の数が多い場合一対比較の回数が急増し，しかも全体的なスケールでの比較が困難となる．またウエイトの和が１になるように基準化されているために類似した要素の追加により順位の逆転現象が起こる．本研究では要素の数が多い場合にウエイトの最大値を１と基準化して一対比較の回数を減らす方法を提案した．これは，固有ベクトル法以外の，たとえば，幾何平均法などにも適用できる簡便な方法である．また評価基準のウエイトの最大値を１と基準化する非加法的ウエイトを用いる評価方法では，代替性と補完性を表すことができ，SaatyのAHPで仮定されている“同一レベル内の要素間の独立性の仮定”のうちで要素が類似しているために従属性が存在するような場合を除くことができる．すなわち類似した要素の追加によっても順位の逆転現象が起こりにくい．ただし，本研究で提案した評価モデルは通常のAHPのものとはモデル自体が異なっていて評価そのものが異なる点に留意しなければならない．

参考文献

[1] Saaty,T.L. : A Scaling Method for Priorities in Hierachical Structures. Journal of Mathematical Psychology Vol.15, No.3 (1977), 234-281.

[2] Saaty,T.L.: The Analytic Hierarchy Process. McGraw-Hill,New York(1980).

[3] 刀根 薫 ：ゲーム感覚意思決定法．日科技連(1986).

[4] Belton,V. and Gear,T.: On a Shortcoming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies. OMEGA The International Journal of Management Sciences Vol.11, No.3 (1983), 228-230.

[5] Keeney,R.L and Raiffa,H. : Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-offs. wiley, New york(1976).

[6] Takeda,E.,Cogger,K.O. and Yu,P.L. : Estimating Criteria Weights Using Eigenvectors:A Comparative Study. European Journal of Operational Research Vol.29, No.3 (1987),360-369.

[7] Weiss,E.N. and Rao,V.R. : AHP Design Issues for Large-scale Systems. Decision Sciences, Vol.18, No.1 (1987), 43-61.

[8] Saaty,T.L. and Vargas,L.G. : The Logic of Priorities. Kluwer·Nijihoff Publishing, Boston (1982).

[9] Harker,P.T. : Alternative Modes of Questioning in the Analytic Hierarchy Pross, Math. Modeling, Vol.9 (1987) 353-360

[10] 竹田：不完全一対比較行列におけるＡＨＰウエイトの計算法，オペレーションズ・リサーチ，Vol.34, No.4 (1989) 169-172

[11] Dubois,D. and Prade,H. : Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications. Academic Press, New York (1980).

[12] Shafer,G. : A Mathematical Theory of Evidence. Princeton University Press(1976).

[13] 市橋，黄，田中：固有ベクトル法を用いた尺度構成係数のアセスメント．日本経営工学会誌 VOL.39, NO.6 (1989),1-6.

[14] Dempster,A.P : Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping. Annals of Mathematical statistics. Vol.38, No.2(1967), 325-339.

[15] Smets,P. : The Degree of Belief in a Fuzzy Event. Information Sciences, Vol.25, No.1(1981), 1-19.

[16] Saaty,T.L. and Takizawa,M. : Dependence and Independence : From linear hierarchies to nonlinear net works. European Journal of Operational Research, Vol.26, No.2 (1986), 229-237.

Minimum Dimension Analysis手法を用いたメンバーシップ関数の求め方について

Making a membership function by using the Minimum Dimension Analysis method

三矢　直城　　三矢技術士事務所
Naoki Mitsuya　　MITSUYA & ASSOCIATES
阿久津　忠　　㈱日水コン
Tadasi Akutsu　　NIHON SUIDOU CONSULTANTS CO.,LTD

ABSTRACT

We apply Fuzzy theory to situations where we know about elements which affect a system's ability, but do not clearly know how they affect it.

In this paper we describe an approach using the MDA(Minimum Dimension Analysis) method for making a membership function. MDA is one of the method of Multidimensional Scaling (MDS).

1．はじめに

下水管網の修理、保全計画を実行するに当り、管網の状態を評価する為に表－１に示す様な評価項目と判定基準が設定されている。

表－１　判定基準

項目　　ランク	A	B	C
1．損壊	欠落	全体にヒビ割れ	特になし
2．磨耗	鉄筋露出	粗骨露出	表面剥離
3．継手ヅレ	脱却	管径の1/4以上1/2未満	管径の1/4未満
4．タルミ・蛇行	管径以上	管径の1/2以上管径未満	管径の1/2未満
5．モルタル付着	管径の３割以上	管径の１割以上３割未満	管径の１割未満
6．取付管突出	本管径の1/2以上	本管径の1/4以上1/2未満	本管径の1/4未満
7．侵入水	ふきでている	流れている	にじんでいる
8．腐蝕	鉄筋露出	粗骨露出	表面剥離

下水管網の評価の目的は大別して、①流下能力の評価と、②強度の評価（道路陥没等に到る劣化度）の２つがあるが、表－１の各項目の判定ランク（以下症状と称す）がどれだけ①、②の評価目的に影響を与えるかは、明確な数式が得られている訳ではなく主観にたよっているのが現状である。

これに対し症状の評価目的への影響度を数量化してとらえる為に、各症状ごとに評価目的の影響度を表わすメンバーシップ関数をMinimum Dimension Analysis手法を用いて求めた過程について説明する。

２．ＭＤＡの説明

一般に先の問題を「対象：i,j,k,…間の何等かの関係（情報）：Ｒが与えられているとき、そのＲを表現するＮ次空間での対象の位置を求める問題」と考えると多次元尺度解析の問題となる。多次元尺度解析の手法としてはＲの表現の違いにより、表－２に示す様な種々の手法が提案されている。

表－２　多次元尺度解析の手法

Ｒ　の　特　徴	手　　法
R_{ij}が漠然とした親近性を表わす数値の場合	E_{ij}型数量化
R_{ij}が大小関係の場合	林のpaired comparion法
R_{ij}が数値で表わされ、この数値の順番のみを表現する空間配置を求める場合	GuttmanのSSA
R_{ij}がランクオーダーのついた群分けの場合	ＭＤＡ－ＯＲ
R_{ij}がランクオーダーのない単なる群分けの場合	ＭＤＡ－ＵＯ

《参考文献(1)より》

今回の問題に対しては、R_{ij}として、次の様なランクオーダーのついた群分けをする事でＭＤＡ－ＯＲを適用する事とした。

クラス１：症状 iと症状 jは評価目的の影響度は　ほぼ同じ
クラス２：　　〃　　やや違う
クラス３：　　〃　　違う
クラス４：　　〃　　非常に違う

ＭＤＡ－ＯＲは次の様に表わされる。

対象 i , jの関し、何等かの意味で i , j間の距離が有限個（G個） のクラスのいずれかに属するかがわかり、又各クラスの順序関係が定められている場合、次の関係を満足する様な各対象のＳ次元空間での位置： X_{is}（i=1,…,N；s=1,…,S）を求めるものである。

ここでＳは次の関係が成立する比率（変動比 $\eta^2=\sigma_b^2/\sigma^2$ ）が満足できる範囲で最小のものとする。

$$G(i,j) < G(k,l) \Rightarrow d(i,j) < d(k,l)$$

かつ

$$d(i,j) < d(k,l) \Rightarrow G(i,j) \leqq G(k,l)$$

（即ち $G(i,j)=G(k,l)$ でも $d(i,j)=d(k,l)$ の必要はない）

ここで $G(i,j)$ はi , jの距離が属するクラス

$$d(i,j) \text{は} \quad d(i,j)=\sum_{s=1}^{S}(X_{is}-X_{js})^2$$

を意味する。

３．ＭＤＡ－ＯＲの適用

R_{ij}を求める為、下水管網の修理保全にたずさわっている６人の経験者に表－３に示す評価マトリックスに記入してもらった。

表－３　評価マトリックス

項目	程度	No.	損壊 A	損壊 B	損壊 C	磨耗 A	磨耗 B	磨耗 C	継手ズレ A	継手ズレ B	継手ズレ C	タルミ蛇行 A	タルミ蛇行 B	タルミ蛇行 C	モルタル付着 A	モルタル付着 B	モルタル付着 C	取付管の突出 A	取付管の突出 B	取付管の突出 C	侵入水 A	侵入水 B	侵入水 C	腐蝕 A	腐蝕 B	腐蝕 C
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
損壊	A	1																								
	B	2																								
	C	3																								
磨耗	A	4																								
	B	5																								
	C	6																								
継手ズレ	A	7																								
	B	8																								
	C	9																								
タルミ蛇行	A	10																								
	B	11																								
	C	12																								
モルタル付着	A	13																								
	B	14																								
	C	15																								
取付管の突出	A	16																								
	B	17																								
	C	18																								
侵入水	A	19																								
	B	20																								
	C	21																								
腐蝕	A	22																								
	B	23																								
	C	24																								

今回の場合、影響度の違いとして把握できるのが４段階程度の為、次の意味づけでこの表を埋めてもらった。

$R_{ij}=$
- ４：評価目的に対しｉよりｊの方が　非常に良い
- ３：　〃　良い
- ２：　〃　やや良い
- １：　〃　ごく少し良い
- －１：　〃　ごく少し悪い
- －２：　〃　やや悪い
- －３：　〃　悪い
- －４：　〃　非常に悪い

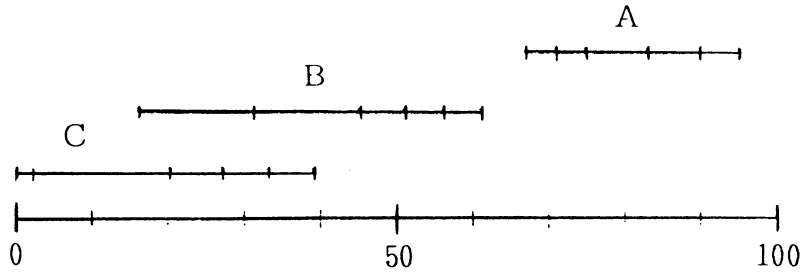
４．解析結果

６人の被験者による評価マトリックス表からＭＤＡ－ＯＲを実行した結果、空間配置がどれだけうまく成されたかを示す指標である変動比（変動比　$\eta^2=\sigma_b^2/\sigma^2$　）の値は表－４に示すものとなった。

表－４　被験者による変動比の値の違い

被験者	一次元	二次元	三次元
A	0.863	0.904	0.922
B	0.838	0.899	0.929
C	0.861	0.888	0.909
D	0.790	0.860	0.892
E	0.821	0.848	0.881
F	0.875	0.902	0.917

この結果から症状の空間配置は一次元で考えても良いと判断される。結果の一部として「流下能力阻害」に対する損壊症状の影響度の点数（０～１００に変換したもの）の分布を示す。

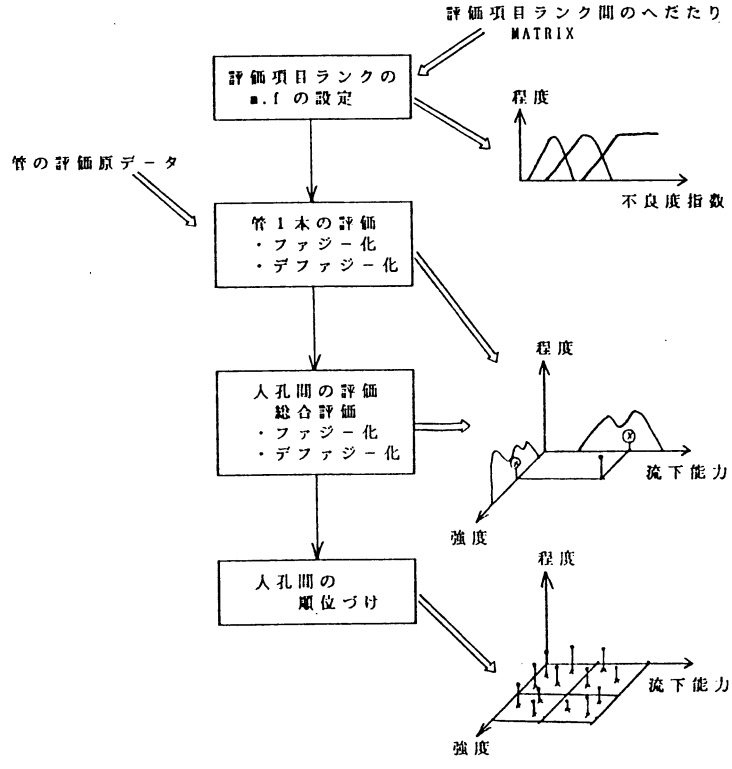


図－１　「損壊」のＭＤＡによる数量化

これ等の点数をもとに、症状ごとに評価目的に対する影響度のメンバーシップ関数は三角形型、つり鐘型等を適用する事が可能である。

５．今後の展望

メンバーシップ関数を使った下水管網の総合評価システムのイメージを以下に示す。



図－２　下水管網総合評価システム

参考文献

(1) 林知己夫・飽戸弘、「多次元尺度解析法」、1976年、サイエンス社

(2) FUMI HAYASHI、“Computer Science Monographs” No.4, NOV.1974, The Institute of Statistical Mathematics

ファジィデータ解析についての実験的考察

Experimental Studies on Fuzzy Data Analysis

古殿 幸雄 , 広沢 博 , 浅野 知伸
Yukio KODONO, Hiroshi HIROSAWA, Tomonobu ASANO
川下 靖司 , 奥田 徹示 , 浅居 喜代治
Yasushi KAWASHIMO, Tetsuji OKUDA, Kiyoji ASAI

大阪工業大学
Osaka Institute of Technology

Abstract

In this paper, we consider fuzzy observations on a probability space. When statistics are calculated from fuzzy data obtained by fuzzy observations, the corrections for the effect of fuzziness are given in order to estimate actual moments of a population transforming the effect of fuzziness contained in fuzzy observations into correction termes. We investigate the varidity of our corrections by the simulation and the experiment of fuzzy observations.

1．まえがき

これまでの観測では，観測値をできるだけ正確なものにするために，人間の主観的なあいまいさを排除する傾向にあり，そのために技術的・時間的・コスト的にかなりの労力が必要であった．また，現在のように，統計学の応用分野が社会科学や行動科学など広範になってくると，現実には人間の主観性をまったく排除することが不可能なデータを取り扱う場合も多い．従って，人間の主観的なあいまいさを認めたあいまいなデータを用いて，正確なデータに基づいて推定する推定値とそれほど変わらない推定値を得ることができるデータ処理方法があれば，それは非常に現実的かつ有効なものになるであろう．

本研究では，現実の状況のもとで，人間の主観的なあいまいさを伴って得られた観測値に対して，通常のデータ処理を行なう手法とその応用の可能性についてシミュレーションと観測実験とにより検討している．

ここでは，すでに筆者らによって導かれている任意次数の１変量モーメントおよび２変量モーメントの補正公式[1] ～[3] に基づき，基本的な統計量としての標準偏差や相関係数などの推定について考察する．

2．ファジィデータによるモーメントの補正

いま，あいまいな状況のもとに，ある点x_iのまわりのある幅に人間の主観的なあいまいさを伴ってデータが観測される場合を考える．このあいまいな観測値を区間$H_i=[x_i-h/2, x_i+h/2]$で定義されるファジィ事象としてとらえる．メンバーシップ関数$\chi_i: H_i \to [0,1]$は，$x \in H_i$のファジィ事象への帰属度を表わしており，$\chi_i(x_i)=1$ で，x_iを中心に左右対称な関数であるとする．これらの観測データχ_i は，x_iを中心として両側にh/2 の幅であいまいさが存在していることを表わす．すなわち，メンバーシップ関数$\chi_i(x)$は，観測データのもつあいまいさを表現したものであると考えておく．このような人間の主観的なあいまいさを伴う観測をファジィ観測と呼び，この観測の結果得られるデータをファジィデータと呼ぶことにする．ここでは，$\chi_i(x)$を$-h/2 \leq x \leq h/2$ で定義される式(1) ～(3) のような３種類のメンバーシップ関数を想定する．これらファジィ観測値の代表値として中心値x_iを考え，具体的にはx_iの値をそのまま数値計算に用いようとするのがここでの考え方である．

（三角形型）

$$\chi(x) = -\frac{2}{h}|x| + 1 \qquad (1)$$

（２次曲線型）

$$\chi(x)=\frac{8}{h^2}\left(|x|-\frac{h}{2}\right)^2\left[\frac{2}{h}\left(|x|+\frac{h}{4}\right)\right]+\left(1-\frac{8x^2}{h^2}\right)\left(1-\left[\frac{2}{h}\left(|x|+\frac{h}{4}\right)\right]\right) \quad (2)$$

（台形型）

$$\chi(x)=\max\left\{0,1\wedge\left(-\frac{1}{2e}|x|+\frac{h}{8e}+\frac{1}{2}\right)\right\} \quad (3)$$

ここで，[A] はA の整数部を表わすガウス記号であり，台形型の形状のパラメータを表わすe の範囲は$0 \leq e \leq h/4$ である．図１は，台形型のファジィ観測を表わしたものである．

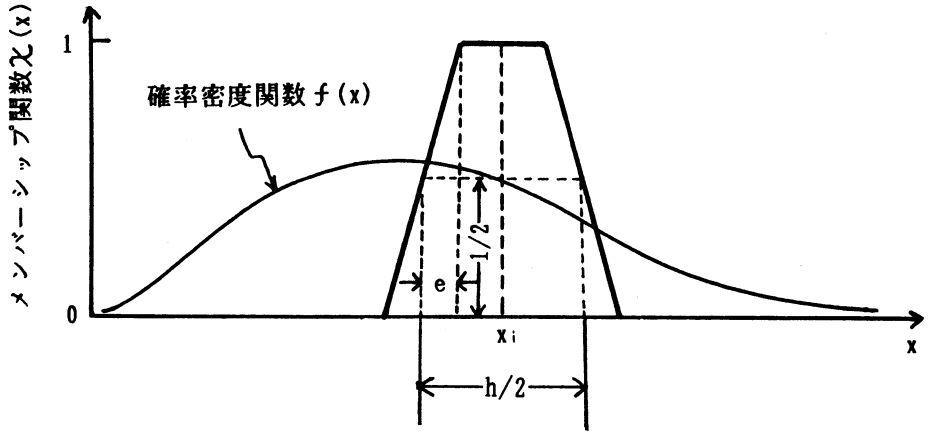


図１　ファジィ観測－台形型のメンバーシップ関数の場合－

ザデーの定義[4] から，ファジィ事象χ_i の出現確率，すなわち代表値x_iの出現確率P_iは，母集団の密度関数を$f(x)$ として

$$P_i = \int_{x_i-h/2}^{x_i+h/2} \chi_i(x) f(x)dx \quad (4)$$

と表わされる．ここで，$\chi_i(x)=\chi(x-x_i)$で，また$x_{i+1}=x_i+h/2$ $(i=\cdots, -2,-1,0,1,2,\cdots)$である．なお，いまの場合

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} P_i = 1$$

は満たされている．

以上の定式化から，ファジィデータχ_i とその中心値x_iとは１対１に対応している．

さて，ファジィデータの代表値を用いて求められるm 次の補正を行なわない生のモーメントは

$$\bar{\mu}_m = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i^m P_i = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i^m \int_{-h/2}^{h/2} \chi(u) f(x_i+u)du \quad (5)$$

となる．なお，正確なモーメントはμ_m で表わすことにする．

さて，式(5) において，和分から積分への近似を≒で表わし，ファジィデータに対するm 次の補正モーメントは，オイラー・マクローリンの和分公式[5] より，

$$\bar{\mu}_m \fallingdotseq \frac{2}{h}\int_{-\infty}^{\infty} x^m dx \int_{-h/2}^{h/2} \chi(u) f(x_i+u)du \quad (6)$$

となる．この和分公式が十分意味をなしているとして，以後“≒”は単に“＝”と記すことにする．そこで，式(1) ～(3) のメンバーシップ関数に対しては，上式(6) から

（三角形型）

$$\bar{\mu}_m = \sum_{i=0}^{[m/2]} \left(\frac{h}{2}\right)^{2i} \binom{m}{2i} \frac{2\mu_{m-2i}}{(2i+2)(2i+1)} \tag{7}$$

（２次曲線型）

$$\bar{\mu}_m = \sum_{i=0}^{[m/2]} \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^{2i-2} - \left(\frac{1}{4}\right)^{2i} \right\} h^{2i} \binom{m}{2i} \frac{2\mu_{m-2i}}{(2i+3)(2i+2)(2i+1)} \tag{8}$$

（台形型）

$$\bar{\mu}_m = \sum_{i=0}^{[m/2]} \left\{ \left(\frac{1}{4}+s\right)^{2i-2} - \left(\frac{1}{4}-s\right)^{2i+2} \right\} h^2 \binom{m}{2i} \frac{2\mu_{m-2i}}{(2i+2)(2i+1)s} \tag{9}$$

を得る．ただし，台形型においてe=sh(0≦s ≦1/4)と変換している．

例えば，台形型の場合には，

$$\left.\begin{aligned}
&\mu_0 = \bar{\mu}_0 = 1\ , \quad \mu_1 = \bar{\mu}_1 \\
&\mu_2 = \bar{\mu}_2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{16}+s^2\right)h^2 \\
&\mu_3 = \bar{\mu}_3 - \left(\frac{1}{16}+s^2\right)h^2\bar{\mu}_1 \\
&\mu_4 = \bar{\mu}_4 - 2\left(\frac{1}{16}+s^2\right)h^2\bar{\mu}_2 + \frac{1}{30}\left\{\frac{7}{128} + \left(\frac{5}{4}\right)s^2 + 14s^4\right\}h^4 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

となる．これらの式は，正確なモーメントμ_mがファジィデータを用いたモーメント$\bar{\mu}_m$から補正公式によって導き出されることを示している．しかも，いまの場合あいまいさの幅hによって誤差の大きさが評価できる．すなわち，あいまいさの幅h が比較的小さければ（h＜1），h^4以下の項はほとんど無視できるので，補正はh^2の項までで十分実用可能であると考えられる．２変量ファジィデータに対しても同様な補正公式が導ける[3]．

３．ファジィデータ解析のシミュレーション

ここでは，ファジィ観測により得られたファジィデータから，前節で述べた補正公式を適用することにより真の推定値を推定する場合の実用の可能性をシミュレーションにより検討している．

ここでのシミュレーションでは，母集団から発生する現実のデータに対してある観測者がファジィ観測によりファジィデータを報告するものと仮定する．そこで，このファジィデータの中心値を代表値として用いて推定した推定値に補正公式を適用した場合と発生した現実のデータを用いて推定した場合との比較を行なっている．

ここでは，台形型のファジィ観測を例にとってシミュレーションを行なったが，データの取り扱い方を図２に示す．

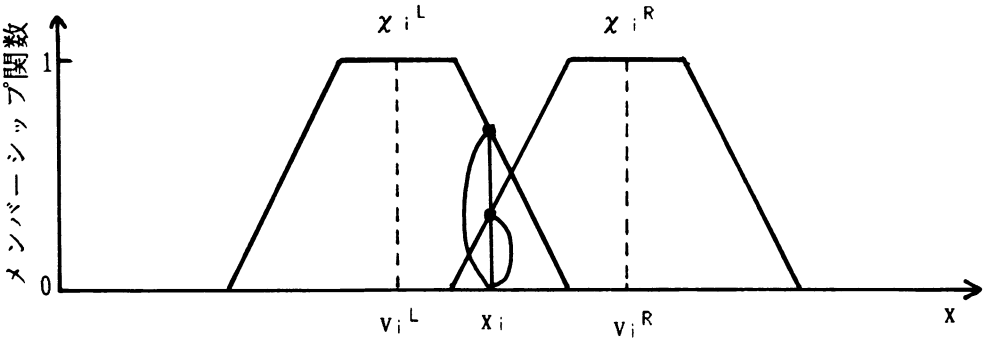


図２　ファジィデータの取り扱い方

図2において$\chi_i^L(x_i)$及び$\chi_i^R(x_i)$は，ファジィデータχ_i^L及びχ_i^Rが発生値x_iのファジィ観測によって得られる可能性の度合を表わしたものである．つまり，発生したデータx_iについては，χ_i^Lのメンバーシップ関数で観測されるかもしれないし，χ_i^Rのメンバーシップ関数で観測されるかもしれない．従って，χ_i^Lのメンバーシップ関数で観測される可能性を$\chi_i^L(x_i)$で表わし，χ_i^Rのメンバーシップ関数で観測される可能性を$\chi_i^R(x_i)$で表わす．また，統計的な処理として，ファジィデータχ_i^L及びχ_i^Rの代表値v_i^L及びv_i^Rを用いる．なお，2変量の場合においても同様の取り扱いをし，x 変量に対しては1変量の場合と同じ記号を使い，y 変量に対してはファジィデータをχ'^L_i 及びχ'^R_i とし，それぞれの代表値をw_i^L及びw_i^R とする．

さて，ファジィ観測から得られたファジィデータの標本分散を，以下の方法により算出する．

いま，図2のように，区間$[v_i^L, v_i^R]$ 内でi 番目のデータx_iが発生したとして，代表値v_i^L ，v_i^R は，それぞれ$\chi_i^L(x_i)$，$\chi_i^R(x_i)$の可能性で観測者によって報告されるものとする．

そこで，

$$Var(v)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left\{(v_i^L-\bar{v})^2\chi_i^L(x_i)+(v_i^R-\bar{v})^2\chi_i^R(x_i)\right\} \tag{11}$$

ただし，

$$\bar{v}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left\{v_i^L\chi_i^L(x_i)+v_i^R\chi_i^R(x_i)\right\} \tag{12}$$

としてファジィデータから計算される生の標本分散を計算する．

従って，補正公式により補正される標準偏差は，台形型のファジィ観測の場合，次式のように計算できる．

$$\sigma_x=\sqrt{Var(v)-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{16}+t^2\right)h^2} \tag{13}$$

また，2変量ファジィデータの相関係数は，以下の方法により算出される．

代表値w_i^L ，w_i^R についての標本分散は，式(11)，(12)と同様である．2変量ファジィデータの共分散は，

$$Cov(v,w)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left\{(v_i^L-\bar{v})\chi_i^L(x_i)+(v_i^R-\bar{v})\chi_i^R(x_i)\right\}\times\left\{(w_i^L-\bar{v})\chi'^L_i(y_i)+(w_i^R-\bar{v})\chi'^R_i(y_i)\right\}\right] \tag{14}$$

となり，ファジィデータから計算される生の相関係数は次のようになる．

$$Cor.Coe.of(v,w)=\frac{Cov(v,w)}{\sqrt{(Var(v))}\sqrt{(Var(w))}} \tag{15}$$

補正公式により補正される相関係数は，台形型のファジィ観測の場合，次式のようになる．

$$Cor.Coe.of(x,y)=\frac{Cov(v,w)}{\sqrt{Var(v)-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{16}+t^2\right)h^2}\sqrt{Var(w)-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{16}+s^2\right)k^2}} \tag{16}$$

ここで，t ，s はx 変量及びy 変量に対する台形型ファジィ観測の形状パラメータである．

以上のようなデータの取り扱い方のもとでシミュレーションを行なった．図3は，正規母

集団の平均を50，標準偏差を16とした場合の台形型のファジィ観測の例で，サンプルサイズが200 の場合の標準偏差の推定例である．このシミュレーションでは，h=20とし，台形の両側のe の値をそれぞれ独立に2.5 を中心に上下1.0 の変動幅でランダムに変動させており，メンバーシップ関数が固定されておらず，現実的なファジィ観測の場合を想定している．図4 は，相関係数0.7 をもつ2変量正規母集団の相関係数を推定した例である．これは，20回のシミュレーションの結果の平均をプロットしたもので，補正公式の平均的な効果を調べたものである．

これらの結果はシミュレーション結果の一部であるが，一般的にいって，メンバーシップ関数が変動する現実的な状況においても，本補正公式を適用することにより正確なデータに基づいて推定する場合とあまり変わらない効果でファジィデータを用いて推定できるのではないかと考えられる．

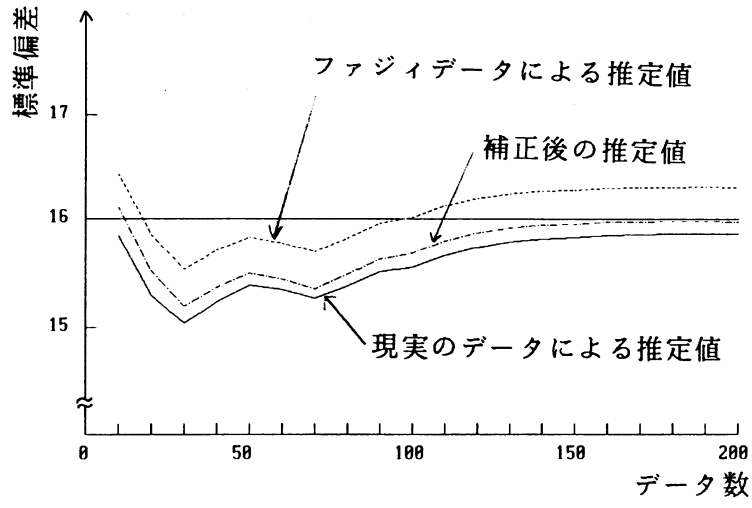


図3　標準偏差推定のシミュレーション結果

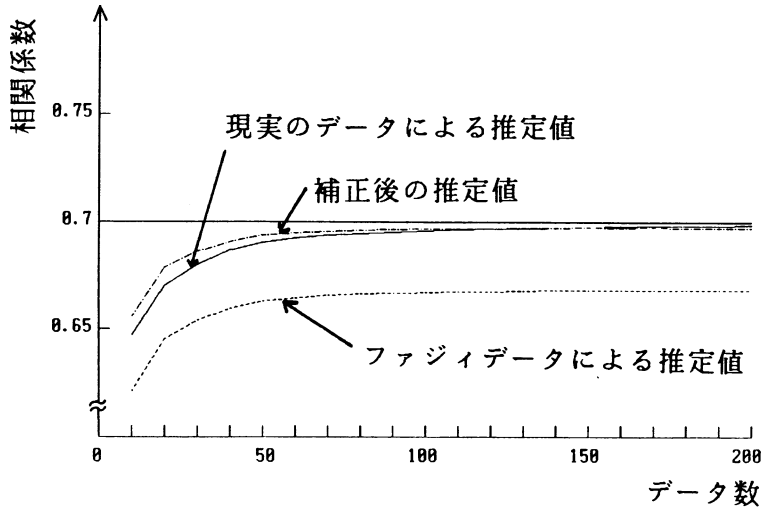


図4　相関係数推定のシミュレーション結果

4．ファジィ観測実験

ここでは，ファジィデータを実際に人間の主観的な尺度で観測した場合の簡単な実験を行ない，人間がどのようにファジィデータを報告するのか，またこのときのファジィデータによる推定値，本補正公式を適用した推定値，従来からのnon-fuzzy な区間観測によるシェパードの補正での推定値及び現実に発生したデータによる推定値との比較を行なった．

実験の内容は，パーソナルコンピュータのディスプレイ上に基準となる白色の長方形（100 %とする）を表示させ，その中に青色の長方形を表示し，基準となる白色の長方形に対して青色の長方形がどれだけの面積を占めるかを，0,10,20,･･･ というような10%刻みの値で被験者にファジィ観測させるものである．データとして発生させる青色の長方形は，パーセンテージにして，平均50，標準偏差16の正規分布にしたがって発生させた．

この実験から得られたファジィデータに基づいて，被験者のファジィ観測に対するメンバーシップ関数の形を推測したものが図5 である．この図から，台形型に近いメンバーシップ関数でファジィ観測していることが分かる．

そこで，図5 を単純に台形近似して，それに基づきe の値を2.85として標準偏差を推定した結果が図6 である．この図から，ある程度のデータ数があれば，本補正公式の適用により正確なデータに基づく場合と同じくらいの効果でファジィデータを処理できるのではないかと思われる．

以上のシミュレーションや観測実験の結果から，ファジィ観測データに対して大体のメン

バーシップ関数が設定できれば，ここでの補正公式は実用の可能性を十分に持っていると考えられる．

なお，本研究に対して文部省科学研究費（63580030）の補助を受けた．ここに記して謝意を表する．

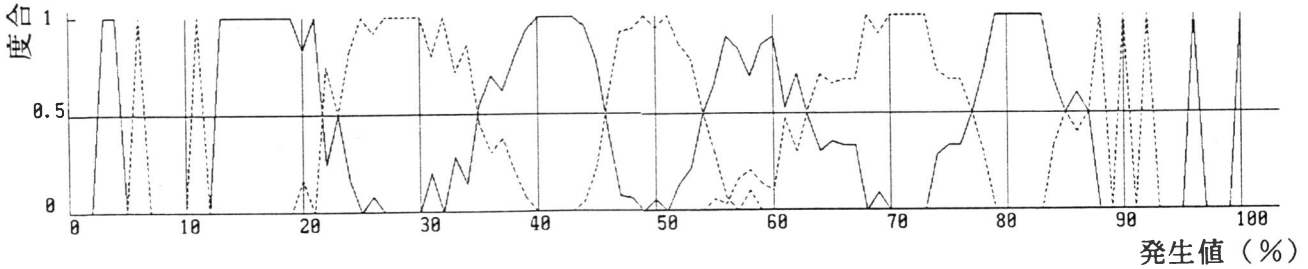


図5　ファジィ観測に対する被験者の持つメンバーシップ関数の推定

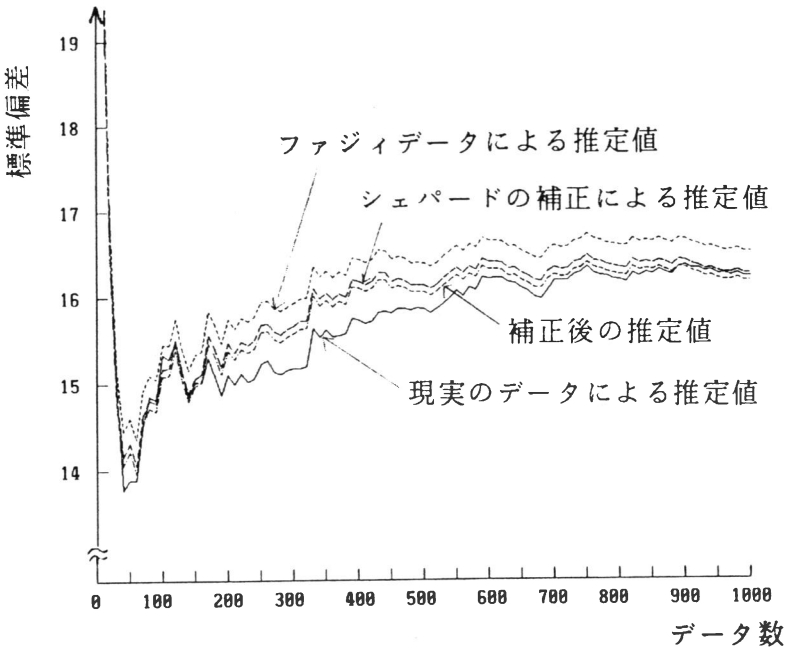


図6　ファジィ観測実験からの標準偏差推定

［参考文献］

1. Okuda,T.: “A Statistical Treatment of Fuzzy Observations:Estimation Problems”, Proc.of 2'nd IFSA Con.,Vol.1,51/55(1987)
2. 奥田，古殿，浅居：“ﾌｧｼﾞｨ観測に基づく統計的推測の情報量的評価”,IFSA日本支部第4回ﾌｧｼﾞｨｼｽﾃﾑｼﾝﾎﾟｼﾞｳﾑ講演論文集,363/368(1988)
3. 古殿，奥田，浅居：“２変量ﾌｧｼﾞｨ観測に基づく統計的推測”,IFSA日本支部第4回ﾌｧｼﾞｨｼｽﾃﾑｼﾝﾎﾟｼﾞｳﾑ講演論文集,357/362(1988)
4. Zadeh,L.A.: “Probability Measures of Fuzzy Events”,J.Math.Anal.Appl.,23, 421/427(1968)
5. Kendall and Stuart:Advanced Theory of Statistics,Vol.1,Charles Griffin (1977: 4th ed.)

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィ理論を用いた交通経路選択に関する分析

AN ANALYSIS OF TRAVEL ROUTE CHOICE WITH FUZZY SET THEORY

秋山孝正・佐佐木綱・宇野伸宏・有倉陽司
Takamasa AKIYAMA, Tsuna SASAKI, Nobuhiro UNO and Yoji ARIKURA

京都大学工学部交通土木工学教室
Department of Transportation Engeering, Kyoto University

ABSTRACT

Motorists choose suitable route to go to destination smoothly. Analysis of route choice behavior will support traffic demand forecast on urban expressway planning. The objective of the study is to consider the structure of preference between expressway and street with fuzzy set thoery. Fuzzy multivariant analysis is used to know decision structure of route choice, and Fuzzy Delphi Method(F.D.M.) is also used toestimate membership functions of main factors with small sample survey.
keywords: travel route choice, fuzzy multivariant analysis, fuzzy delphi method.

1．はじめに

都市高速道路網計画の各種検討のためには妥当な将来交通量推計が必要である。このためには当然、道路利用者の交通行動解明が基礎的な研究課題となるが、特に都市高速道路では構造的に一般道路と分離されており、利用者の経路選択行動（高速道路を利用するか、一般道路を利用するか）が中心的な研究対象となっているといえる[1)]。

本研究では利用者の経路選択現象を、分析的側面から検討するが、具体的な方法としては、ファジィ数量化理論とファジィデルファイ法を用いる。これらの方法は、いずれも従来の手法である数量化理論、デルファイ法によって解決することの難しい問題をファジィ性の概念を導入することによってより適切な解決を目指すものである。

具体的には、まず都市高速道路と一般道路間での経路選択要因についての分析を行う。そこで経路選択行動分析時に特に考慮す要因について比較整理を行う。次に、特に都市高速道路と一般道路の利用上大きな相違点である料金に関する要因について、これが経路選択に及ぼす影響をメンバシップ関数によって表現する。これらの検討は、最終的には実用的交通選択行動モデル構築の基礎的資料を与えるものであるといえる。

2．ファジィ数量化理論による経路選択要因の分析

2．1　従来の経路選択要因の研究

都市高速道路の例として、阪神高速道路における経路選択要因に関する分析を木下・佐佐木らがＡＨＰ（階層分析）手法を用いて行っている[2)]。この研究は高速道路と一般道路との経路選択要因を階層構造に分解し、問題の構造を明確にすることを目的として行われている。実際には各階層における要因の「ウェイト」を求め、要因の重要性をペア比較している。このときの意識調査に用いた要因は次のとおりである。

［時間要因］①所要時間、②定時制
［費用要因］③料金額
［心理要因］④景観、⑤安全性、⑥走行性、⑦案内性

主要な結論として項目間の重要性は時間要因・心理的要因・費用要因の順であり、経路選択要因構造の階層的取扱いから各経路特性と各経路選択基準の関係が明らかになったとされている。また各選択要因の重み分布から距離の長短、個人属性、交通目的に対する変化が把握できたとされている。

2．2　ファジィ数量化理論の概要

（1）ファジィ数量化理論の特徴

ファジィ数量化理論は、多変量解析ひとつ数量化理論のファジィ化を試みたものであり、基本的な分析目的は数量化理論と同一である。つまり人間の判断・評価など、質的表現データを数量的に変換し比較するための方法である。特に外的基準に判別分類を用い要因分析するものがファジィ数量化理論Ⅱ類であるが、これにも分析目的に合致したいくつかの特徴があげられる[3)]。

まず外的基準およびカテゴリがファジィ数として表現できる。したがって各アイテムにおいて唯一のカテゴリに属さなくてもよい。また数量化理論の特徴は生かしており、データから性質を知るための解析的方法としても有効である。したがって、心理的要因など明確な定量化の困難な変量を含む場合に妥当な方法であると考えられる。

（2）ファジィ数量化理論Ⅱ類の方法

ファジィ数量化理論Ⅱ類は和多田らによって開発された方法である[3)]。数個のファジィ群を質的な説明変数により表現することが目的である。ここで質的な説明変数は［0,1］上の値（メンバシップ値）をとる。

具体的にいえば、ファジィ数量化理論Ⅱ類の目的は、データ群の各カテゴリA_iのカテゴリウェイト$a_i(i=1,\cdots,K)$の線形式

$$y(i)=\sum_{i=1}^{K} a_i \mu_i(j) \quad ;j=1,\cdots,n$$

によりファジィ外的基準の構造を実軸上に最もよく表すように（すなわち実軸上で外的基準のファジィ群が最もよく分離されるように）a_iを決定することである。

ファジィ群の分離の程度を示すファジィ分散比η^2を、全変動Tとファジィ群間変動Bとの比で次のように定義する。

$$\eta^2=\frac{B}{T}$$

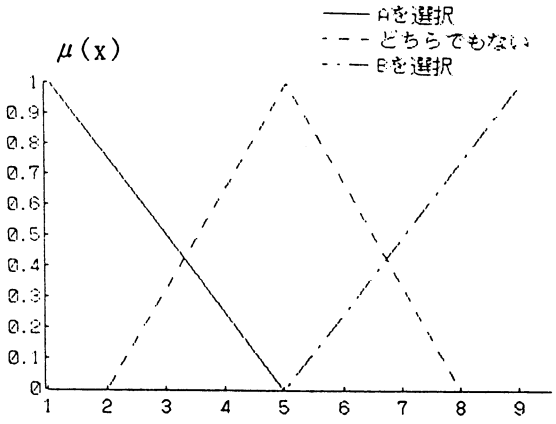
つまり、ファジィ分散比η^2を最大化するa_iを決定することが目的となる。この具体的な演算手順については省略する。

2．3　ファジィ数量化理論Ⅱ類の適用

（1）既存調査データの利用

本研究では、ＡＨＰ手法による交通経路選択要因分析の結果と対応した検討を行うため、この調査のデータを部分的に用いた。

このデータは、阪神高速道路と一般道路の経路選択に関する調査であるが、前述の７要因について、経路の選択意志の大きさを９段階に区分して質問している。また、それぞれのアイテム（項目）に対しては、「経路Ａの魅力が大」「どちらでもない」「経路Ｂの魅力が大」の３つのカテゴリを設けた。この経路選択選択意志の大きさに関するメンバシップ関数を図－１に示す。



図－１　各項目のメンバシップ関数

また、ここでは経路選択結果を外的基準とする。本来ファジィ数量化理論Ⅱ類では外的基準もファジィ数であるが、ここでは調査様式にしたがい確定的判断とした。

データの利用に当たってはＯＤ（起終点）間距離に応じて３種の要因分析を行った。
ＯＤ１：短距離ＯＤ（須磨→三宮）
ＯＤ２：中距離ＯＤ（須磨→甲子園球場）

ＯＤ３：長距離ＯＤ（須磨→大阪城）

（２）計算結果

各ケースについてのカテゴリウェイトおよびレンジの計算結果を表－１に示す。

（ａ）全ＯＤペアでの計算結果

時間要因は「所要時間」「定時性」ともにレンジが大きい。また偏相関係数値でも「所要時間」が要因中最大となっており、時間要因が重要視されていることがわかる。

費用要因はレンジの値が時間要因・走行性についで大きく（偏相関係数も大）、要因として重要視されていると考えられる。

心理要因のうち、レンジが最大値をとっているのは「走行性」であり、他の心理要因はレンジが小さく、要因として経路選択に与える影響は小さいと考えられる。

（ｂ）ＯＤペア別の計算結果

時間要因について「所要時間」は、短・中距離トリップではレンジが必ずしも大きくない。一方ＯＤ３では非常に大きい値であり、トリップ距離が大きい場合に重視される。「定時性」は「所要時間」と逆の特性を示し、ＯＤ１，ＯＤ２ではレンジは大きい値をとるが、ＯＤ３では非常に小さく、短・中距離トリップの場合重視される。

つぎに「費用」については、短距離トリップでレンジの値が大きいが、中・長距離ではそれほど大きな値ではない。また、心理要因でいずれのＯＤペアについても「走行性」は重要な位置にある。他には「案内性」が短距離トリップで比較的重視されてるが、概してその値は小さいものである。

３．ファジィデルファイ法による分析

３．１　ファジィデルファイ法の概要

高速道路利用料金は経路選択のうえで重要な要因のひとつである。本節では高速道路利用料金に関する具体的な検討を行う。

ここでは、「時間評価値」と「単位距離あたりの料金」に関する意識をアンケート調査により検討する。具体的な調査方法としてファジィデルファイ法を用いる。

ファジィデルファイ法はKaufmannとGuptaによって紹介された方法であるが[4]、まず従来のデルファイ法の概要を述べる。

デルファイ法では、適格であると思われる被験者たちが、まず互いに情報を与えられずに単独で意見を述べる。これらの主観的データから統計的な解析を行い、ある種の統計値を求める。この統計値の情報は被験者に伝達される。次に彼らはこの結果を

表－１　ファジィ数量化理論Ⅱ類の計算結果（カテゴリウェイト・レンジ）

アイテム	カテゴリ	全体		ＯＤペア１		ＯＤペア２		ＯＤペア３	
		レンジ	ウェイト	レンジ	ウェイト	レンジ	ウェイト	レンジ	ウェイト
所要時間	Ａが大	0.5040	0.0055	0.1093	0.0731	0.0714	-0.0365	0.8189	0.0541
	同　じ		0.0567		0.1241		0.0349		0.0689
	Ｂが大		0.0559		0.0148		-0.0124		0.8730
定時性	Ａが大	0.0650	0.0629	0.1052	0.1351	0.1752	0.3098	0.0282	-0.0517
	同　じ		0.0466		0.1177		0.2228		-0.0240
	Ｂが大		0.1116		0.2229		0.3980		-0.0522
費用	Ａが大	0.2480	0.0573	0.0749	0.0741	0.0362	0.0511	0.0161	0.0067
	同　じ		0.0520		0.0556		0.0661		0.0209
	Ｂが大		0.0821		0.1305		0.0873		0.0228
景観	Ａが大	0.0204	-0.0524	0.0660	-0.1299	0.0710	-0.2219	0.0162	-0.0284
	同　じ		-0.0341		-0.0694		-0.1951		-0.0125
	Ｂが大		-0.0240		-0.0639		-0.1509		-0.0122
安全性	Ａが大	0.0102	0.0095	0.0179	-0.0075	0.1349	-0.0882	0.0334	-0.0082
	同　じ		0.0150		0.0058		-0.0633		0.0066
	Ｂが大		0.0048		0.0104		-0.1982		-0.0268
走行性	Ａが大	0.1211	0.0183	0.1414	0.1196	0.4548	-0.0057	0.1223	-0.0211
	同　じ		0.0095		0.0822		-0.0076		-0.0349
	Ｂが大		0.1306		0.2236		0.4472		-0.1434
案内性	Ａが大	0.0322	-0.0210	0.0988	-0.0481	0.0385	-0.0280	0.0539	-0.0247
	同　じ		0.0036		0.0283		-0.0111		-0.0218
	Ｂが大		0.0112		0.0507		0.0105		0.0292

見直し新しい推定を行う。この新しい判断を集計して、再び統計値が計算される。そしてこの情報が再び被験者に送られる。このような推定の繰り返しの手続きが、妥当な安定解に収束するまで続けられる。

以上よりデルファイ法は基本的に、主観的データを統計的解析により客観的データに変換し、ある種の安定点に収束させる手法であることがわかる。この方法は各種の予測や意志決定問題に用いられている。

3．2　ファジィデルファイ法の手順

ここではファジィデルファイ法(F.D.M)の具体的な方法について述べる。

[1]被験者 $i \in (1,n)$が、各々三角形ファジィ数(T.F.N.)を表現する3点の値（最小値、中央値、最大値）を回答する。

$(A_1^{(i)},\ B_1^{(i)},\ C_1^{(i)})$

ここでiはその被験者につけられる添字を示し、また下添字の1はこれが手順の第1段階であることを示す。

[2]n人の被験者の回答を得ることによって、T.F.N.群が形成される。すなわち

$(A_1^{(i)},\ B_1^{(i)},\ C_1^{(i)}),\ i=1,2,\cdots,n$

T.F.N.群の平均値はA，B，Cについての平均値として次のように計算される。

$(A_1^m,\ B_1^m,\ C_1^m)$

またこの平均値をもとに、各被験者について、偏差が次のように計算される。

$\{A_1^m-A_1^{(i)},\ B_1^m-B_1^{(i)},\ C_1^m-C_1^{(i)}\}$

これらの偏差値は正、零、負のいずれかである。この値は各被験者に標準的意見との差異の情報として伝達される。

[3]各被験者は先の情報を考慮して、新しいT.F.N.を与える。したがって、

$(A_2^{(i)},\ B_2^{(i)},\ C_2^{(i)})$

第2段階として上記の手順が繰り返す。

[4]T.F.N.の平均値が十分に安定したと判断できれば、推定手順を終了する。

3．3　メンバシップ関数の一致性

前項［4］ステップにおけるT.F.N.の収束性判断のためには、複数個のメンバシップ関数がある場合の一致性評価の方法が必要である。これについては、ファジィ数の一致という点から、いくつかの定義が紹介されているが[5]、F.D.M.においては、任意の2つの三角形メンバシップ関数について比較し、重なり合わない部分の大きさで評価するものである。このときの具体的な計算法の概要は以下に示すとおりである[6]。

まず$x=\alpha$なる点について、中央値の左右それぞれについて2つのメンバシップ関数間の値の差を求める。

$\Delta_l(A,B)=|a_1-b_1|$

$\Delta_r(A,B)=|a_2-b_2|$

ここに$\Delta(A,B)$という距離の概念を次のように定義する。

$\Delta(A,B)=\Delta_l(A,B)+\Delta_r(A,B)$

また区間$[\beta_1,\ \beta_2]$において正規化距離を定義する。

$\delta(A,B)=\{1/[2(\beta_2-\beta_1)]\}d(A,B)$

ここにβ_1とβ_2は$A\alpha=0$，$B\alpha=0$　を満たすように決められる。

また2つのメンバシップ関数の一致度はαカットを用いて、$\alpha=0\sim1$について積分することにより次のように与えられる。

$$\delta(A,B)=\int_0^1 \delta(A_\alpha,\ B_\alpha)d\alpha$$

3．4　調査結果

具体的な調査項目の概要は図－2に示さ

【調査項目】

［調査1］料金の時間価値について

高速道路と一般街路の分担関係を検討する際に、料金を時間価値（単位時間当りの金額）で除して時間に換算して検討を行うことがよくあります。ここでは、料金の時間価値のメンバシップ関数を作図して下さい。

（参考）現在阪神高速道路の大阪地区の料金は４５０円です また、料金の時間価値が1987年度、５８円／分・台（乗用車）と算定されています。

［調査2］単位距離あたりの料金の大小について

［1］「安い」と考えられる単位距離料金のメンバシップ関数

［2］「普通である」と考えられる単位距離料金のメンバシップ関数

［3］「高い」と考えられる単位距離料金のメンバシップ関数

（参考）現在阪神高速道路の大阪地区の料金は４５０円です また、阪神高速道路の大阪地区の平均利用距離は１３．４ｋｍです。このことより、１ｋｍあたりの料金は３３．５８円であることがわかります。

図－2　調査項目の概要

れており、実際には平成元年２月１日（水）５名の被験者に対して実施した。調査実施に当たっては阪神高速道路の利用経験があり、また都市高速道路の料金問題等にある程度知識を持つ者を被験者に選定した。

この調査はさきに述べたように、集合的な意志決定であるから、同一手順が繰り返して実行される。このときに、各個人のメンバシップ関数が集合的意見に収束しているか否かの判定は、前述したメンバシップ関数間の一致度をもとに随時算出される。各調査結果の概要は次のとおりである。

（１）調査１：時間評価値

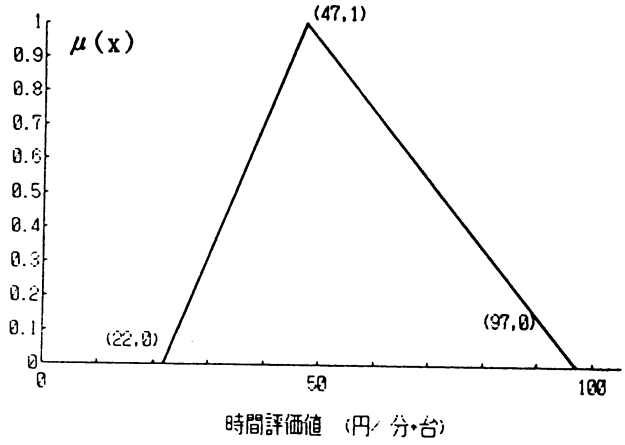
ここでは、時間評価値をファジィ数で表現する場合の回答である。各回答ステップにおいて、各種の時間評価値の定義方法を各自の知識より検討することが多くみられたが、基本的には個人の平均的所得水準を目安として、労働時間、平均乗車人員等から概算する場合が多くみられた。最終的に全員のメンバシップ関数の平均値として「時間評価値」を決定したものが図－３である。ここで、メンバシップ値が１となる点の平均値は、 47.6円／分•台であるので、ファジィ数としての時間評価値は「48円ぐらい」という解釈が可能である。これは、実際の調査時に、1987年での時間評価値の公団試算額が58円であることを示した点に影響された結果であるとも考えられる。

このときの最終回（４回目）の各回答者相互のメンバシップ関数の一致度を示したものが表－２である。一致度の最も悪い部分は、回答者１と４に対応する部分であるが、このときにも一致度は0.17であり、意見はかなり集約された結果となっている。

（２）調査２：単位時間料金

この調査では、単位時間当りの料金額を台集合（グラフ上では横軸）にとりこの上で料金抵抗の大、小を問うものである。メンバシップ関数の質問手順は調査１と同様であるがここでは、回答を求めるメンバシップ関数が３種類となるため、若干回答に難しさが生じるようであった。

また具体的な値を求める場合には、各自の経験した経路長から考える場合が多くみられ、また都市高速道路ということでランプ間の区間数から距離を概算するという考え方もみられた。さらに各値の意味が捉え難く、設定が困難という意見もあった。



図－３　時間評価値のメンバシップ関数

表－２　調査１の一致度行列（４回目）

	平均	1	2	3	4	5
平均	－	0.08	0.05	0.04	0.09	0.06
1	0.08	－	0.11	0.10	0.17	0.10
2	0.05	0.11	－	0.08	0.08	0.09
3	0.04	0.10	0.08	－	0.10	0.03
4	0.09	0.17	0.08	0.10	－	0.11
5	0.06	0.10	0.09	0.03	0.11	－

調査２の最終的なメンバシップ関数形状とそのパラメータの値は図－４に示す。

ここで平均的利用距離の場合の 33.58円はちょうど、「安い」と「普通」との中間的な位置にあり、また９km程度の点で「普通」の関数がピークを持つことから、阪神高速道路放射線の利用距離に相当する点で料金は妥当と考えられていることもわかる。

この調査も４回繰り返され、４回目のメンバシップ関数についての一致度が算出されている（表－３）。この調査においては一致度は、３種類のメンバシップ関数の一致度の平均値で与えられている。一致度の最悪値は0.38であるが、各被験者の値と平均値との一致度の最大値は0.25であり、この調査においても、各被験者の意見はある程度収束していると考えられる。

以上のような２種類の調査によって、経路選択判断時に重要と考えられる料金要因

に関して特定形式の質問に対しては、定量的記述が可能であることがわかった。

4．おわりに

本研究は都市高速道路の交通需要推計方法を研究する上で、基礎的な課題となる利用者の経路選択現象の記述に関してファジィ理論を用いたいくつかの検討を行った。

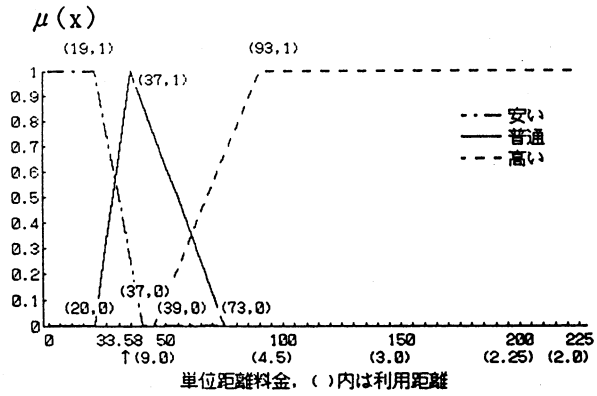
まずファジィ数量化理論による分析においては、心理的要因等の定量的表現の難しいものを含んだ場合にも、要因相互の関係について分析可能であることがわかった。

またファジィデルファイ法を用いた調査では、経路選択要因のなかでも重要な料金要因の影響をメンバシップ関数として表現することにより把握することを試みた。これにより、特定の項目に関しては交通経路選択時の意識を定量的関数表現することにより計測・把握できることがわかった。

これまで多くの研究でファジィ理論の実用的、工学的利用注目され成果をあげている。今後本研究で示したような、ファジィ理論による表現と人間認識の有機的関係についての検討も重要となると考えられる。

また本研究では言及していないが、さらに交通需要推計を考慮した経路選択モデルの構築を目指しており、調査の結果得られたメンバシップ関数を利用した実用的ファジィ推論モデルについて検討中である[7)]。

最後に、データ収集にご協力いただいた阪神高速道路公団，（株）地域交通計画研究所に感謝の意を表します。またファジィ数量化理論の計算上では龍谷大学経営学部和多田淳三助教授に多くの御助言を頂いた。ここに記し感謝の意を表する次第である。



図－4　単位距離料金のメンバシップ関数

表－3　調査2一致度行列（4回目）

	平均	1	2	3	4	5
平均	—	0.25	0.21	0.07	0.19	0.05
1	0.25	—	0.38	0.19	0.37	0.23
2	0.21	0.38	—	0.24	0.06	0.20
3	0.07	0.19	0.24	—	0.23	0.09
4	0.19	0.37	0.06	0.23	—	0.19
5	0.05	0.23	0.20	0.09	0.19	—

参考文献

1）土木学会編：交通需要予測ハンドブック，2.5.3 都市高速道路計画，pp.315-320，技法堂出版，1981.

2）木下栄蔵・佐佐木綱・平田卓：階層分析法による高速道路の交通経路選択特性の評価，高速道路と自動車，Vol.31 No.11，pp.16-24，1988.

3）寺野ら編著：ファジィシステム入門，第6章　ファジィ数量化理論，pp.99-118，オーム社，1987.

4）A. Kaufmann & M.M. Guputa : Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science, Chapter 13 Fuzzy Delphi Method (F.D.M.) in Forecasting and Decision Making, pp.151-165, North-Holland, 1988.

5）秋山孝正・飯田克弘・井上矩之：ファジィ手法を用いた交通情報提供方法について，第4回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp. 377-382，1988.

6）A. Kaufmann & M.M. Guputa : Introduction to Fuzzy Arithmetic, Theory and Applications, Van Nostrand Reinhold Company Inc., 1985.

7）秋山孝正・佐佐木綱・有倉陽司：ファジィ推論を用いた都市高速道路転換率についての検討，土木学会年次学術講演会講演概要集4，1989.（発表予定）

ファジィ理論を用いた言語による色彩混色

LINGUISTIC COLOR MIXTURE BY FUZZY SET THEORY

井関之雅　　中西祥八郎
Yukimasa ISEKI and Shohachiro NAKANISHI

東海大学　工学部
Faculty of Engineering, Tokai University

Abstract

The authors propose a system of color mixture by linguistic. This system is composed of three main processes: a color description process, color name decision process and color mixture process. In the color description process, a new color specification system, so called regular color coordinates system, is firstly formed fuzzy set theoretically, based on the information of standard colors from CCD camera, and an object color is described by this system. In the next process, a color name of the object color is decided fuzzy set theoretically. In the color mixture process, the object color is linguistically compounded by fuzzy set theory, and the mixing results are shown in the moniter as pictures to understand it easily.

1．はじめに

現在、工学の急激な発展に伴い、その工学におけるシステムの取り扱うべき対象も必然的に拡大化及び多用化の様相を呈してきている。このような背景から従来、その工学的応用が困難なものとされてきたあいまいな概念も、ファジィ理論を用いることにより工学における対象の範疇に数多く含まれるようになってきた。そこで本稿では、本来あいまいとされる色彩を対象として、言語で表される色彩の混色問題を取り上げる。この言語的混色問題は言語の持つあいまいさと色彩の持つあいまいさにより従来その取り扱いは極めて困難とされていた。そこで、あいまいな概念の表現に適しているファジィ理論を用いてこの言語的混色問題を工学的に具現化するシステムを提案する。

本稿で提案する混色システムは、大別すると色彩記述プロセス、色名決定プロセス、色彩混色プロセスという三つのプロセスから構成されている。まず色彩記述プロセスでは、任意の環境における色彩を人間の感覚に適した表現とするために、新しい色度空間をファジィ論的に構成している。つぎに色名決定プロセスでは、あいまいさを内包している色彩の色名を新しい色度空間内でファジィ論的に記述する。さらに色彩混色プロセスでは、その色度空間内で混色に用いる言語をファジィ化し任意の色彩に対してファジィ論的に色彩混色を行う。

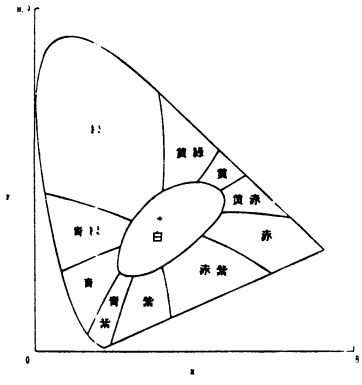
2．色彩[1],[2]

色彩の表記方法には大別して混色系と顕色系という二つの表色系がある。混色系は、色彩を物理量と見なし、「色感覚」に基づく色刺激の特性によって表現する方法で、その代表例としては国際照明委員会（ＣＩＥ）のＸＹＺ表色系がある。この表色系は、色彩を物理量としてとらえており、数値的取り扱いに優れている。つぎに顕色系は、色彩を心理量と見なし、「色知覚」に基づく三属性（明度、彩度、色相）に従って配列表現する方法で、その代表例としてはマンセル表色系がある。この表色系は、色彩を心理量としてとらえていることから人間の感性による知覚的取り扱いに優れている。

本稿では色彩の持つあいまいさを損なうことなく工学的に応用するために、数値的取り扱いに適したＸＹＺ表色系を基礎とし、これに知覚的取り扱いに適した顕色系の概念（明度、彩度、色相）を導入することで両者の特性を融合した表色系で色彩を表現する。
本稿で採用したＸＹＺ表色系において色彩はｘｙｚ色度座標を用いて表現される。しかしｘｙｚ色度座標では本質的に色彩の明るさを表現できないので、ＪＩＳのＣＩＥ表示は色彩の明るさに対応するＹ（視感反射率）と併用して（Ｙ，ｘ，ｙ）という形で色彩を表示している。第１図にＣＩＥ色度図を示す。顕色系のマンセル表色系では色の明るさは明度Ｖで表され、ＹとＶの間には１対１の関係があり、その間の変換は極めて容易に行うことができる。

3．色彩記述プロセス[3],[4]

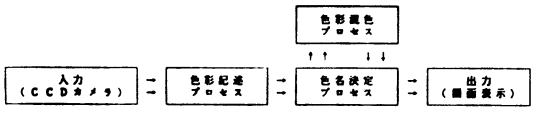
3.1 等歩的色度座標



第１図　ＣＩＥ色度図

筆者らは、対象の属性を色彩によってあいまいな概念の基に判別・判断を行なう場合、同一対象に対しては同じ判断結果が得られなければならないという観点から、光源等の光学的環境に左右されない表色系を作成した。そこで本稿ではこの表色系に基づいて色彩混色の基準となると表色系（等歩的色度座標）を作成する。この等歩的色度座標は、そこで記述される色彩の明度、彩度、色相の概念が人間の色知覚の概念と一致するような等歩的色度空間となっている。

本システムの概略が第２図に示してある。本システムでＣＣＤカメラから読み込まれた色彩の信号はＲＧＢ信号に分けられて色彩記述プロセスに入り、等歩的色度空間内の点として記述される。つぎに色名決定プロセスに入り、ここで読み込まれた色彩の色名が決定される。色名決定された信号は色彩混色プロセスに入り、言語的混色が遂行される。混色が終了すると再び色名決定プロセスに戻り、混色された後の色彩の色名が決定され、実際の色彩として色名と共にディスプレイ上に表示される。



第２図　色彩混色システム

等歩的色度座標を作成するために、あらかじめＪＩＳのＹｘｙ値の判明している複数の色彩（標準色）をＣＣＤカメラから読み込む。本システムではマンセル表色系で用いられる10色相環の10色を標準色として採用した。この標準色を用いて等歩的色度座標を作成する。本稿では、標準色として各代表的な明るさごとに十色の有彩色と無彩色、そして明るさの最高値と最低値に当たる無彩色を選んだ。一般にＣＣＤカメラから読み込まれた標準色の値は第１図のようなＣＩＥ色度座標の値とは異なるのでこの標準色から等歩的色度座標を作成する方法をつぎに述べる。

3.2 等歩的色度座標の作成

標準色のＣＩＥ表色系に基づくＹｘｙ色度座標を、等エネルギー色座標値(x=1/3, y=1/3)を原点Ｏとする$Y\xi\eta$色度座標に座標変換し、この$Y\xi\eta$色度座標をさらに顕色系の彩度、色相の概念と一致するように$Yr\theta$色度座標へ極座標変換する。

$$\xi_i = x_i - 1/3 = r_i\cos\theta_i$$
$$\eta_i = y_i - 1/3 = r_i\sin\theta_i \qquad (1)$$

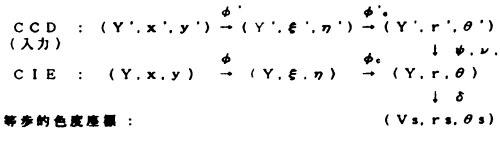
ここで、$I = \{1, 2, \cdots, n\}$ $(n \leqq 10)$は標準色として採用する代表的な明るさの数を示し、r_iとθ_iは各代表的な明るさにおける彩度と色相に対応するので、r_iを「彩度長」、θ_iを「色相角」と呼ぶことにする。またY_iは明るさを表している。

任意の光学的環境でＣＣＤカメラから読み込まれる標準色のＲＧＢ信号から構成される色度座標を$Y'x'y'$とする。つぎに$Y'x'y'$色度座標を、無彩色より決定される等エネルギー色座標値に対応する点(x'_{i_0}, y'_{i_0})を原点Ｏ'とする$Y'\xi'\eta'$色度座標に座標変換し、$Y'\xi'\eta'$色度座標をさらに$Y'r'\theta'$色度座標へ次式により極座標変換する。

$$\xi'_i = x'_i - x'_{i_0} = r'_i\cos\theta'_i$$
$$\eta'_i = y'_i - y'_{i_0} = r'_i\sin\theta'_i \qquad (2)$$

この$Y'r'\theta'$色度座標は一般に$Yr\theta$色度座標の値とは異なるので、$Yr\theta$色度座標系へと座標変換する必要がある。この変換はアフィン変換ϕ_i（$i \in I$）である。ここで標準色として採用した色彩は、色彩知覚上非常に印象の強い色彩であり、他の色彩の色相角はそれら標準色の色彩の色相角の混合によって記述するのが妥当である。また第１図から解るように色相を表す領域は不規則に変化することから、本稿では色相角をファジィ論的に記述する。さらに彩度長も各色相ごとに異なる変化を示しているので、ここではファジィ論的に記述する。以上のことを考慮して各明るさにおける標準色のアフィン変換ϕ_iを$r_{i,j}$と$\theta_{i,j}$に関してそれぞれをメンバーシップ関数$\nu_{i,j}, \kappa_{i,j}$（$i \in I, j \in J$）で各々ファジィ化する。ここでＪは各代表的な明るさにおいて標準色として採用した有彩色の数の集合$J = \{1, 2, \cdots, m\}$を表している。

このようにして記述された$Yr\theta$色度座標はＣＩＥ色度座標を基礎とし、その上に顕色系の明度、彩度、色相の概念を導入して構成された色度座標である。このような色度座標上での色彩表現は、例えば第１図から解るように「緑」は一番大きな領域を占めており「黄」は小さな領域として表される。しかし、人が色彩を知覚するとき、例えば「緑」を大きな領域「黄」は小さな領域として知覚することはなく、これらは同等の感覚で知覚される。すなわち人は色彩を知覚するとき色彩の変化を等歩的に取り扱っている。顕色系におけるマンセル表色系では明度、彩度、色相の三属性の



第３図　色度座標の変換概略図

目盛りの設定が知覚的に等歩度になるように決められている。そこで上に述べられたＹｒθ色度座標を人の色知覚に適応するように等歩的色度座標Ｙｓｒｓθｓに変換する。第３図はこれらの変換概略を示している。

つぎに等歩的色度座標（第４図）の具体的な構成方法について説明する。なお、Ｃｂ（Ｙ',ｒ',θ'）はＣＣＤカメラから読み込まれた任意の環境における任意の色彩Ｃｂの値を、Ｃｂ（Ｙ,ｒ,θ）は色彩ＣｂをＣＩＥ色度座標系に変換した後の値を、Ｃｂ（Ｖｓ,ｒｓ,θｓ）は色彩Ｃｂを等歩的色度座標に変換した後の値を表している。

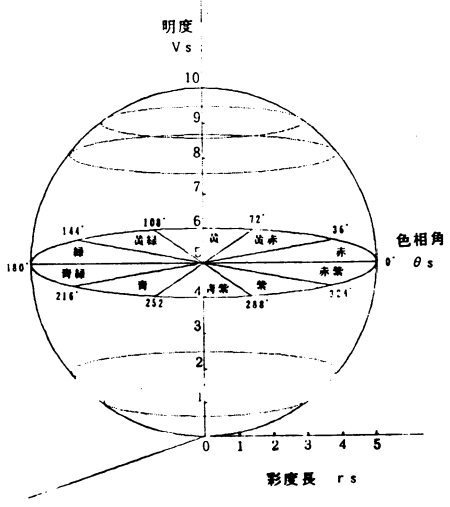
ｉ）明度：　まず標準色を代表的な明るさごとにＣＣＤカメラから読み込む。ＣＣＤカメラから読み込まれた標準色の明るさＹ'ｉは、上述のアフィン変換によりＹｉに変換される。先に述べたように標準色の明るさＹｉはマンセル系明度Ｖｉに対応しており、容易にＶｉに変換される。等歩的式度座標の明るさに関する目盛りはこのマンセル系の明度が用いられている。ＣＣＤカメラから読み込まれた標準色には明るさの最高値と最低値が含まれるようにしてあるので

$$Y'_i \leqq Y' \leqq Y'_{i+1} \qquad (3)$$

を満たすＹ'ｉとＹ'ｉ+1 が存在する。そこで任意の色彩の明るさＹをつぎのように表す。

$$Y = \frac{(Y'-Y'_i)\cdot(Y_{i+1}-Y_i)}{Y'_{i+1}-Y'_i} + Y_i \qquad (4)$$

この様にしてＹ'をＹに変換することができる。ここでＹｉは明るさの最高値と最低値を含むように選択されているので



第４図　等歩的色度座標

$$Y_i \leqq Y \leqq Y_{i+1} \qquad (5)$$

なる関係を満たすＹｉとＹｉ+1が存在する。この任意の色彩の明るさＹを等歩的色度座標へと変換するために、標準色のマンセル色度座標での明度値Ｖｓｉを用いる。そこで(5)式の関係を用いて任意の色彩の明るさＹは次式によって等歩的色度座標へと変換する。

$$Vs = \frac{(Y-Y_i)\cdot(Vs_{i+1}-Vs_i)}{Y_{i+1}-Y_i} + Vs_i \qquad (6)$$

このＶｓは任意の色彩の等歩的色度座標での明度を表している。

ｉｉ）色相角：標準色の色相角θ'ｉ,ｊは上述のアフィン変換によってθｉ,ｊに変換される。有彩色の標準色が代表的な明るさごとに複数色選ばれているので、ある代表的な明るさにおいてθ'ｉは

$$\theta'_{i,j} \leqq \theta'_i \leqq \theta'_{i,j+1} \qquad (7)$$

なる関係を満たすθ'ｉ,ｊとθ'ｉ,ｊ+1が存在する。ここで標準色の色相角より

$$D_{i,j}(\theta_{i,j}) = \theta_{i,j} - \theta'_{i,j} \qquad (8)$$

を求め、θｉ,ｊを中心にＤｉ,ｊの値をつぎのようなメンバーシップ関数μＡ'ｉ,ｊ

$$\mu_{A'i,j}: \quad \Theta_A \rightarrow L_A \qquad (9)$$

（ＬＡは実数）

によってファジィ化する。ただし、このμＡ'ｉ,ｊは第５図のようなメンバーシップ関数μＡｉ,ｊを用いて

$$\mu_{A'i,j}(\theta_{i,j}) = D_{i,j}(\theta_{i,j})\cdot\mu_{Ai,j}(\theta_{i,j})$$
$$\mu_{Ai,j}: \quad \Theta_A \rightarrow [0,\ 1] \qquad (10)$$

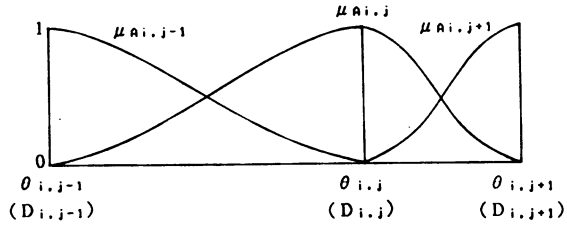
のように定義する。つぎに任意の色彩の色相角θ'ｉには、(7)式のような関係式が成り立っていることから、θ'ｉ,ｊとθ'ｉ,ｊ+1をファジィ化して得られるメンバーシップ関数μＡｉ,ｊとμＡｉ,ｊ+1を用いてＤｉを算出する。

$$D_i(\theta'_i) = g_A(\mu_{Ai,j}(\theta_i), \mu_{Ai,j+1}(\theta_i)) \qquad (11)$$

このＤｉを用いてθｉはつぎのようにして表される。

$$\theta_i = D_i(\theta'_i)\cdot r'_i \qquad (12)$$

(12)式はある代表的な明るさでの任意の色彩の色相角表示なので、任意の明るさでの色相角を求める必要がある。任意の色彩の明るさＹ'は、代表的な明るさＹ'ｉとＹ'ｉ+1と間に(3)式の様な関係があるので、これらをアフィン変換した後の明るさＹｉにおける任意の色彩の色相角θｉと、Ｙｉ+1における色相角θｉ+1によって明



第５図　メンバーシップ関数μＡｉ,ｊ

るさY'における色相角θは次式によって表される。

$$\theta = f_A(\theta_i, \theta_{i+1}, Y, Y_i, Y_{i+1})$$
$$= M_i(Y)\cdot\theta_i + M_{i+1}(Y)\cdot\theta_{i+1} \quad (13)$$

$$M_{i+1}(Y) = \frac{Y - Y_i}{Y_{i+1} - Y_i}$$

$$M_i(Y) = \frac{Y_{i+1} - Y}{Y_{i+1} - Y_i}$$

$$= 1 - M_{i+1}(Y) \quad (14)$$

この様にして、θ'をθに変換することができる。次にこの任意の色彩の色相角を等歩的色度座標へと変換する手順を述べる。いま任意の色彩の等歩的色度座標での明度Vsには、

$$Vs_i \leqq Vs \leqq Vs_{i+1} \quad (15)$$

なる関係を満たすVsiとVsi+1が存在する。また等歩的色度座標の明度Vsiにおいてθiには、

$$\theta s_{i,j} \leqq \theta_i \leqq \theta s_{i,j+1} \quad (16)$$

なる関係を満たす標準色の等歩的色度座標での色相角θsi,jとθsi,j+1が存在する。この(15)・(16)式の関係を基に、(8)式から(14)式までの変換と同様な変換をほどこしθsを得る。さらに色相を等歩的に取り扱うために次式のような変換をほどこし、等歩的色度座標に変換する。

$$\theta s_i = \frac{\theta_s - \theta s_{i,j}}{\theta s_{i,j+1} - \theta s_{i,j}} * (36^\circ * J) \quad (17)$$

(17)式より算出されるθsiは、任意の色彩の等歩的色度座標の明度Vsiにおける色相角なので、Vsにおける色相角θsは(15)式と(17)式より

$$\theta s = f_B(\theta s_i, \theta s_{i+1}, Vs, Vs_i, Vs_{i+1})$$
$$= M_i(Vs)\cdot\theta s_i + M_{i+1}(Vs)\cdot\theta s_{i+1} \quad (18)$$

$$M_{i+1}(Vs) = \frac{Vs - Vs_i}{Vs_{i+1} - Vs_i}$$

$$M_i(Vs) = \frac{Vs_{i+1} - Vs}{Vs_{i+1} - Vs_i}$$

$$= 1 - M_{i+1}(Vs) \quad (19)$$

で表される。このように任意の色彩の等歩的色度座標上での色相角表現を得ることができる。

iii) 彩度長：筆者らは、基準表色系と呼ばれる座標系で任意の色彩の彩度長をファジィ論的に記述した報告を行った。この基準表色系での彩度長をここでは等歩的色度座標へ変換する。そこで基準表色系における彩度長をrで、また等歩的色度座標での彩度長をrsで表す。いま標準色の等歩的色度座標における各色相で、最高彩度の色彩の彩度長を等歩的色度座標において記述したものを$r s_{i,j,max}$とすると、色相$\theta s_{i,j}$における彩度長$r s_{i,j}$は

$$r s_{i,j} = (r s / r s_{i,j,max}) * C_i \quad (20)$$

と記述さる。ここでCiは等歩的色度座標の明度Viにおける彩度長の最大値を示す。さらにrsi,jを(16)式の関係に基づいて色相θsi,jとθsi,j+1をファジィ化することにより、θsiにおける彩度長をrsiを決定する。さらに(19)式を用いてrsを次式より決定する。

$$r s = f_C(r s_i, r s_{i+1}, Vs, Vs_i, Vs_{i+1})$$
$$= M_i(Vs)\cdot r s_i + M_{i+1}(Vs)\cdot r s_{i+1} \quad (21)$$

この様にして、任意の色彩の等歩的な色彩表現ができる色彩記述プロセスが構成される。

4．色名決定プロセス

色彩をシステムの1つの情報であると考えるとき、色名はその色彩の表示及び伝達手段として非常に重要な概念であるといえる。通常、人が色彩情報を言語的に伝達しようとするとき色名による情報伝達の方法が極めて多く用いられる。これは色名の受渡しを行っていることに他ならない。また色名は色感（色彩より受ける感情）を表すもっともふさわしい手法とされ、色感ということに限っては色彩を数値的に表現するよりも的確に表現することができるとされている。そこで本プロセスでは等歩的色度座標で表示された任意の色彩がどのような色名に該当するかをファジィ論的に決定する。

色彩の言語的表現である色名の呼称方法は、系統色名と慣用色名の2つに大別できる。まず系統色名の呼称方法とは、次式のような基本色名と修飾語の組合せによって表示する方法である。

（修飾語）＋（基本色名）＝系統色名 (22)

基本色名とは、色立体を適当な大きさの幾つかのブロックに分けそのブロックごとに命名した名称のことをいい、「赤」、「黄」、「青緑」、「白」などがある。修飾語とは、その修飾語によって基本色名のブロックを細分化し、より詳細な色彩表現を可能とするためのもので、「赤みの」、「うすい」、「にぶい」、「明るい」などある。つぎに慣用色名の呼称方法とは、上記の系統色名のみでは不便な場合が少なくないので我々が慣用的に用いている色彩表現を色名として規定したもので、「ピンク」、「レモン色」、「水色」などがある。これらの呼称方法は、ＪＩＳによると系統色名で２８２種類、慣用色名で１６８種類規定されている。一方、人間の色彩に関する判別能力は専門家においては一千万色を区別できると言われている。人間の色彩に関する能力からすると色名数は余りにも少ないと言わざるを得ない。従って、一つの色名は数多くの色彩を包含しているが、人は通常これらの色名を用い、これにさまざまな修飾語を付加して色彩を表現している。このようなことを考慮して、本システムでは色名と修飾語をファジィ化しこれらのファジィ演算から色彩を表現する。

本プロセスで色彩の言語表現の基本となる色名として採用したのは、系統色名と慣用色名である。いま、これら色名の色彩はＣＩＥ表色系においてCq（Ycq,

x_{cq}, y_{cq}）（$q \in Q$）と表されるとする。ここでQは採用した色名の数の集合$Q = \{1, 2, \cdots, 450\}$を表している。これらの色彩を色彩記述プロセスへ代入し、Cs_q（$Vsc_q, rsc_q, \theta sc_q$）なる等歩的色度座標における系統色名と慣用色名の色彩表現をあらかじめ作成する。さらに色名をファジィ的に取り扱うため、各色名の明度、彩度長、色相角に関するメンバーシップ関数を構成する。いま、Vsc_qより構成されるメンバーシップ関数をμ_{cqv}、rsc_qより構成されるものをμ_{cqr}、θsc_qより構成されるものを$\mu_{cq\theta}$とすると、任意の色彩（Vs, rs, θs）には、次式の関係が成り立つ。

$$\exists^1 Cs_q \quad s.t. \quad \max_q \mu_{cqv}(Vs), \max_q \mu_{cqr}(rs), \max_q \mu_{cq\theta}(\theta s) \tag{23}$$

ここでCs_qは色名を表しており、このようなCs_qに対して

$$L = \min_q \max_q (\mu_{cqv}(Vs), \mu_{cqr}(rs), \mu_{cq\theta}(\theta s)) \tag{24}$$

なる演算を行う。このLの大きさが度合を表す修飾語（「やや」、「かなり」）に対応している。また、このLがメンバーシップ関数$\mu_{cqv}, \mu_{cqr}, \mu_{cq\theta}$のいずれの値であるかによって、三属性に対応する「明るい」、「あざやかな」等の修飾語を決定する。このようにして「やや明るいピンク」、「ややあざやかな黄みの紫」、「ややこい茶色」などの言語表現が可能となる。このような言語表現は、色名のみによる色彩表現に比べてより細かな表現をしており、人の表現に近いことから色彩のより適切な言語的表現であると言える。

5．色彩混色プロセス

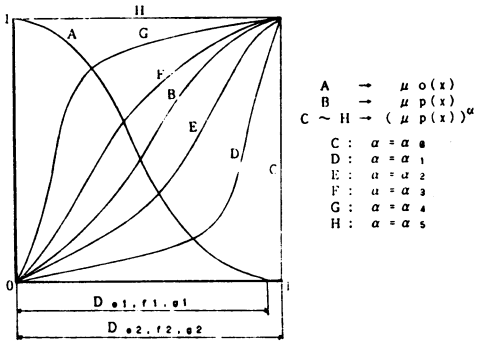
混色という言葉は、色彩と色彩とを調色することによって新たに作られた色彩を指す場合と、混合によって色彩を作る方法のことを指す場合との2つの意味がある。本稿における色彩混色とは後者を意味する。本来色彩学における混色という概念は、対象となる色彩を加法混色や減法混色などに代表されるような混色方法に基づいて目的となる色彩（以下目的色と呼ぶ）へと厳密に等色するものを指す。しかし、通常我々が対象の色彩を目的の色彩へと混色する場合このような厳密な混色方法を用いる場合はごく希で、色名などの自然言語に度合を含む修飾語などを付加させるような形で表現される身近な色彩表現を用いて、感覚的に目的色へと混色する場合が一般的である。よって本稿では、色彩混色に自然言語を用いこの自然言語をファジィ化することにより任意の色彩に対してファジィ論的に色彩混色を行う。またこの混色に用いる自然言語には上述の度合を含む修飾語が付加されており、この度合を含む修飾語によりファジィ化された自然言語のメンバーシップ関数を変化させ色彩混色の度合を変化させる。また色彩混色という概念は人間個々の感性に大きく関わってくる概念である。これは色彩そのものが人間個人の生活環境及び教育環境の違いによって、同一色彩でもそのとらえ方が異なるため当然生じてくる問題である。そこで被試験者の色彩に対する感性を内包できるシステムが必要となってくる。そこで本稿ではこの色彩混色プロセスにおいて、等歩的色度座標を幾つかのブロックに分け、色彩混色で用いる色彩をファジィ化する場合、そのブロックごとに被試験者の感性が反映するようにメンバーシップ関数が構成される。さらに本システムの混色結果はディスプレイ上に実際の色彩として出力されるので、被試験者の感性の違いによる混色結果のずれは、そのボックス内の色彩が構成するメンバーシップ関数を修正し学習することにより補うことが可能である。つぎに具体的な本プロセスの説明を示す。

いまCCDカメラから混色の基準となる色彩（以下対象色と呼ぶ）が入力され等歩的色度座標内で記述されたとすると、人間が色彩を感覚的に色彩を知覚するのと同様にその対象色も等歩的色度座標内でファジィ量として取り扱う必要性がある。また混色における目的色や混色量も、人間は目的色を感覚的に仮想し混色量として経験的感覚量を用いている。それゆえ、目的色や混色量も等歩的色度座標内でファジィ量として記述し、ファジィ論的に変化させる必要がある。そこで本プロセスでは、被試験者の感性の違いによる色彩の受けとめ方の相違をシステムに反映するため、等歩的色度座標を幾つかのブロックに区分けする。いまブロック$B_{e1,f1,g1}$（$e1 \in E, f1 \in F, g1 \in G$）に対象色Co（Vs, rs, θs）が入力されたとする。ここでEは等歩的色度座標をブロックに区分けしたときの明度の区分け数の集合$E = \{1, 2, \cdots, n_e\}$を、Fは彩度長の区分け数の集合$F = \{1, 2, \cdots, n_f\}$を、さらにGは色相角の区分け数の集合$G = \{1, 2, \cdots, n_g\}$を示している。この$B_{e1,f1,g1}$には、対象色Coをファジィ化する場合のメンバーシップ関数の台の大きさ$D_{e1,f1,g1}$が個々設定されている。この$D_{e1,f1,g1}$に基づいて対象色Coはファジィ化されメンバーシップ関数μ_o(明度：μ_{ov}, 彩度長：μ_{or}, 色相角：$\mu_{o\theta}$）が構成される。また$D_{e1,f1,g1}$の大きさは初期段階では次式のように定義する。

$$D_{e1,f1,g1} \in [0.8, 1] \tag{25}$$

$D_{e1,f1,g1}$を0.8以上と定義したのはシステムの汎用性のためである。

つぎに目的色Cp（Vsp, rsp, θsp）が入力されると、このCpも上述の理由から、Cpが属するブロック$B_{e2,f2,g2}$（$e2 \in E, f2 \in F, g2 \in G$）に設定されている$D_{e2,f2,g2}$を基にしてファジィ化され、メンバーシップ関数$\mu_p$（明度：$\mu_{pv}$, 彩度長：$\mu_{pr}$, 色相角：$\mu_{p\theta}$）が構成される。そしてこのメンバーシップ関



第６図　色彩混色に用いるメンバーシップ関数

数μpを第５図に示すように色彩混色に用いる度合を含む言語によってメンバーシップ関数μp に次式のような変換を施し、混色に適したメンバーシップ関数μpp（明度：μppv, 彩度長：μppr, 色相角：μppθ）を構成する。

$$\mu pp(x) = (\mu p(x))^{\alpha} \qquad (26)$$
$$\alpha \in [0, \infty]$$

ここでα（$\alpha_{\theta e2,r2,g2,\cdots,\alpha_{6e2,r2,g2}}$）とは、度合を含む言語によって決定されるべき乗数を示し、その数値も目的色の色彩によって被試験者の感性が異なることによりブロックごとに個々の数値が設定される。今回度合を含む言語として、「変わらない」、「わずか」、「やや」、「だいぶ」、「かなり」、「完全に」の６種類の言語を採用した。以下に、これらの言語に対応するべき乗数の初期設定値を示す。

「変わらない」：$\alpha_0 = \infty$
「わずか」：$\alpha_1 \in [4.0, 6.0]$
「やや」：$\alpha_2 \in [1.5, 2.0]$
「だいぶ」：$\alpha_3 \in [0.6, 0.8]$
「かなり」：$\alpha_4 \in [0.1, 0.3]$
「完全に」：$\alpha_5 = 0$ (27)

このようにして構成されたメンバーシップ関数μpp と対象色より構成されるメンバーシップ関数μoを用いて、次式より第６図に示すような混色量Ｋ（明度：Ｋv, 彩度長：Ｋr, 色相角：Ｋθ）を決定する。

$$K = \max(\mu pp(x) \wedge \mu o(x)) \qquad (28)$$
$$K \in [0, 1]$$

このようにして決定される混色量Ｋを用いて色彩混色を次式に従って行い混色結果の色彩Ｃa（Ｖsa, ｒsa, θsa）が得られる。

$$Vsa = (Vsp - Vo) * Kv + Vo$$
$$rsa = (rsp - ro) * Kr + ro \qquad (29)$$
$$\theta sa = (\theta sp - \theta o) * K\theta + \theta o$$

この混色結果Ｃaは実際の色彩としてディスプレイ上に出力される。その出力形式は、Ｃaを中心とした色立体の垂直断面色彩表示もしくは、Ｃaを中心とした色立体の水平断面色彩表示である。ここで被試験者によって

	SAMPLE No.1	SAMPLE No.2	SAMPLE No.3
Y r θ	0.5628/0.2042/7.28	0.7049/0.1659/85.4	0.3882/.2510/14.4
Ys rs/θs	7.8242/3.6083/25.1283	8.5823/2.7072/70.5963	6.6741/4.007/39.0620
対象色の色名	山吹色	たんぽぽ色	みかん色
混色結果	かなり帆色がける	やや鮮やかな黄みがける	わずかにピンクがける
Ysa/rsa/θsa	7.9648/1.7142/19.7497	8.1165/2.8801/67.7772	6.8045/3.0578/13.1573
混色結果の色名	少し明るくうすい黄赤	少し黄みの黄緑	少し鮮やかな黄赤

表１　実験結果

色彩混色結果の判定を行い、混色結果の色彩が被試験者の意図していた色彩とそぐわない場合は、ディスプレイ上の色彩の中から意図する色彩を選択する。そして対象色Ｃo に対して目的色Ｃp が入力され同様な言語による色彩混色が行われた場合、選択された色彩と等しい色彩が混色結果として出力されるように、$D_{\theta 1,r1,g1}$ 及び$D_{\theta 2,r2,g2}$さらには$\alpha_{\theta e2,r2,g2,\cdots,\alpha_{6e2,r2,g2}}$の数値を変化ささせる。このプロセスを色彩全体において繰り返すことにより被試験者の色彩に対する感性を有するシステムが構築される。

本システムを用いた実験の結果を表１に示す。表１には実験の際に用いたサンプルのうち、対象色として３つのサンプルのＹｓｒｓθs値が示してある。ここでθsの単位は［degree］である。つぎにその対象色の色名が示してあり、その対象色に対する色彩混色においてどの様な自然言語を用いたのかが混色言語として示してある。最後に混色結果の色名が示されているが、本システムの混色結果は混色された色彩を実際の色彩としてディスプレイ上に示し被試験者が認識するものであり、この混色結果の言語そのものが本システムの結果の全てではないが、この言語によって被試験者の色彩認識を援護するものである。

６．まとめ

あいまいな概念とされる色彩混色を言語によって行うシステムを提案した。色彩混色は人間の色知覚に基づいて構成されているので、その色知覚と同様にを色彩を工学的に取り扱える等歩的色度空間を作成した。さらには人間個々の色知覚の相違を、試行し学習することによって取り扱えるようになっている。今後は色彩調和など、色彩を取り扱う上で広範囲の応用が期待できると考えられる。

参考文献

［１］山内，金沢：色彩科学ハンドブック，東京大学出版会，1980
［２］ＪＩＳハンドブック色彩，日本規格協会，1986
［３］千々岩：色彩学，福村出版，1983
［４］井関，中西：ファジィ理論を用いた色彩による品質判別，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

混合型ファジィモデル構築について

ON HYBRID FUZZY MODELING

中森義輝・馬屋原一孝
Y. Nakamori・K. Umayahara
甲南大学理学部
Faculty of Science, Konan University

甲斐沼美紀子・森田恒幸
M. Kainuma・T. Morita
国立公害研究所
National Inst. for Environmental Studies

ABSTRACT

The fuzzy modeling has a practical interest in the sense that it can express nonlinearities of a system by coupling a set of linear models, and allow plenty of scope for human judgments. We adopt the fuzzy model as one of the basic models in the integrated decision support system for environmental planning which is under development at the National Institute for Environmental Studies. After a brief introduction of the total framework of the support system and the model base in it, we present some techniques on the hybrid fuzzy modeling and simulation.

1．はじめに

環境庁国立公害研究所においては、総合的な環境計画策定支援システムを構築すべく、数年前からデータベースおよびその表示システム [1]、知識ベースシステム [2]、およびモデリング支援システム [3] の開発を続けている。環境計画策定支援のためには将来予測という行為が不可欠であるが、過去に実行されたことのない計画の影響あるいは存在しなかった状態の予測については、統計モデルをそのまま用いることができない。開発した知識ベースシステムを用いれば、種々の社会現象の因果関係を知識データとして体系的に蓄積することができ、さらに、知識データの結合や推論などの処理を通じて対象とする現象の構造同定を行ない、広範囲の影響や複雑な因果関係を定性的に推論することができる。

一方、計画支援のための予測、制御および評価サブモデル群については、モデリング支援システムを用いて問題領域別に逐次構築中である。さらに、計画支援システムのモデルベースの中には、ユーザ・インターフェイス、グローバルな制御あるいはシミュレーションを管理するサブモデルの構築を計画している。予測モデルは数値データの関係から三つのタイプに分類している。それらは、定性的な傾向予測モデルと、定量的な分布予測モデルおよび数値予測モデルであり、それぞれにファジィ理論の応用を試みている。特に最後のタイプがいわゆるファジィモデル [4] と呼ばれているものである。ここでは、定量的な分布予測モデルおよび数値予測モデルに対するモデリングおよびシミュレーション手法について報告する。

2．モデリングの手順

モデリングはデータ空間の分割とモデルの構築を再帰的に行なうプロセスである。空間分割は数値的な指標と徹底したデータの図示を通じて決定する。線形モデルは構造および統計モデリング手法により、各空間で適切なものを選択する。非線形部分の表現は、メンバーシップ関数のチューニングにより考慮する。

まず、以下のような変数およびデータに関する記号を導入する。

- $I := \{x_1, x_2, \cdots, x_r\}$ ： 説明変数（制御変数、前期あるいはそれ以前の状態変数）の集合
- $O := \{x_{r+1}, x_{r+2}, \cdots, x_m\}$ ： 被説明変数（状態変数、出力変数）の集合
- $X_i := \{x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in}\}$ ： 変数 x_i の測定データの集合 $(i = 1, 2, \cdots, m)$
- m_i, σ_i ： データ集合 X_i の平均値と標本標準偏差 $(i = 1, 2, \cdots, m)$
- $\alpha_j := (x_{1j}, x_{2j}, \cdots, x_{mj})$ ： R^m における j 番目のデータ点 $(j = 1, 2, \cdots, n)$
- $X := \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n\}$ ： R^m における全データ点の集合
- $S_i := \{s_{i1}, s_{i2}, \cdots, s_{in}\}$ ： 変数 x_i の標準化データの集合 $(i = 1, 2, \cdots, m)$
- $\beta_j := (s_{1j}, s_{2j}, \cdots, s_{mj})$ ： R^m における j 番目の標準化データ点 $(j = 1, 2, \cdots, n)$
- $S := \{\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n\}$ ： R^m における全標準化データ点の集合

次に、モデルの適用範囲の制限あるいはモデル精度向上のために調節すべき設計パラメータ、および記述簡略化のためのいくつかの関数を導入する。

- B_i ： 変数 x_i のとり得る値の範囲 $(i = 1, 2, \cdots, m)$ [B_i は設計パラメータ]
- $A_i := [m_i - t\sigma_i, m_i + t\sigma_i] \cap B_i$ ： 変数 x_i の台集合 $(t > 0)$ [t は設計パラメータ]
- $\chi_i(x_i)$ ： 台集合 A_i に関する特性関数 $(1 \text{ if } x_i \in A_i, \quad 0 \text{ if } x_i \notin A_i)$
- A_i^k, $A_i^k(x_i)$ ： A_i のファジィ部分集合およびメンバーシップ関数 $(k = 1, 2, \cdots)$
- $A := A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_m \subset R^m$: 全変数の台集合 [データ空間と呼ぶ]
- $F(x; t, \alpha, \beta) := \exp\{ - \frac{(x-\beta)^2}{2t^2(\alpha-\beta)^2} \}$, $(t > 0)$ [t は設計パラメータ]
- $G(k, p; w^k, u^k) := \sum_{k=1}^{p}\{w^k \cdot u^k\} / \sum_{k=1}^{p} w^k$ ： u^k の加重平均 $(w^k > 0,\ u^k > 0)$
- $N[f(x)] := f(x) / \int_R f(x)dx$ $(f(x) > 0,\ \forall x \in R)$, $N[f_i] := f_i / max\{f_i\}$ $(f_i > 0$, 実数$)$

データ空間の分割に対しては、各部分空間においてデータ分布の偏り、特に線形関係が抽出できることが望ましい。ところがシステムモデルの構築においては、必要なモデル構造を保ちつつ各モデル式の説明変数の選択を行なわねばならないという事情があり、変数の数が多くなれば空間分割はきわめて難しい。ここでは、知識ベース型モデルの構築をめざすため、一つの変数ごとに空間分割を考える [4]。まず、次のような分割の基準を導入する。

- **データ分離度** ： 各説明変数の標準化データの集合 S_i $(i=1,2,\cdots,r)$ をクラスタリング（Ward 法を採用している）により、二つの部分集合 S_i^1 と S_i^2 とに分割する。これに対応して集合 Sを次の基準により、部分集合 S^1と S^2 とに分割する。

$$\text{if } s_{ij} \in S_i^k \text{ then } \beta_j \in S^k, \quad k=1,2;\ j=1,2,\cdots,n \tag{1}$$

各説明変数 x_iに関するデータ分離度 d_iを次式で定義する。

$$d_i = \frac{n_1 \cdot n_2}{n_1+n_2} \parallel c_1 - c_2 \parallel_{R^m}^2, \quad i=1,2,\cdots,r \tag{2}$$

ここに、n_kは S^k $(k=1,2)$ の要素数、c_kは S^k $(k=1,2)$ の要素の重心である。

分離度は部分集合 S^1と S^2とがどの程度分離しているかをあらわしているが、データがどのように分布しているかはわからない。そこで、2次元散布図をいくつか同時にコンピュータ画面に描き、クラスタリング過程を視察しながら分割を決定する。その際、データの帰属の変更や重複帰属も可能である。

ある説明変数 x_iによって空間分割を実行することにすれば、以下のようにファジィ部分空間およびメンバーシップ関数を決定する。

- **ファジィ部分空間** ： 集合 Xを集合 Sの分割に対応して、次のように X^1と X^2とに分割する。

$$\text{if } \beta_j \in S^k \text{ then } \alpha_j \in X^k, \quad k=1,2;\ j=1,2,\cdots,n \tag{3}$$

R^mにおける二つのファジィ部分空間を次のように定める。

$$A^k = A_1 \times \cdots \times A_i^k \times \cdots \times A_m, \quad k=1,2 \tag{4}$$

ただし、A_i^k $(k=1,2)$ は台集合を A_iとするファジィ部分集合である。

- **メンバーシップ関数** ： 各変数について二つの部分データ集合 T_i^k を次のようにおく。

$$T_i^k = \{x_{ij} \in X_i \mid \alpha_j \in X^k,\ j \in \{1,2,\cdots,n\}\}, \quad k=1,2;\ i=1,2,\cdots,m \tag{5}$$

部分データ集合T_i^kの第1、第2および第3四分位点をそれぞれ $q_{i1}^k, q_{i2}^k, q_{i3}^k$ とする。変数 x_i のファジィ部分空間 A^kに対するメンバーシップ関数を次のように定義する。

$$A_i^k(x_i) = \begin{cases} F(x_i; t_1, q_{i1}^k, q_{i2}^k) \wedge \chi_i(x_i), & x_i \le q_{i2}^k \\ F(x_i; t_2, q_{i3}^k, q_{i2}^k) \wedge \chi_i(x_i), & x_i \ge q_{i2}^k \end{cases} \tag{6}$$

ただし、t_1、t_2はチューニング用パラメータである。

各部分部分において線形モデルを構築し、各被説明変数について線形予測式が採用できるかどうかを判定する。すなわち、各ルールの後件部を次のような分布予測モデルとするかあるいは線形予測モデルとするか選択する。

- **ルール** L^k : if x_i is A_i^k, then
  - 分布予測モデル： x_j *is* A_j^k ［メンバーシップ関数は $A_j^k(x_j)$］, または
  - 線形予測モデル： $x_j = c_{j0}^k + \sum_{h \neq j}^{m} c_{jh}^k \, x_h, \quad j = r+1, r+2, \cdots, m$

開発したモデリング支援システムのねらいは、データ解析、構造分析および統計解析の種々の対話的機能を駆使して、あいまいなデータを構造および統計モデルという形で情報化することにある。したがって、種々の統計量により線形モデルの評価が可能である。しかし、モデルの統計量のみでモデルの良さを判定するのは難しいので、次のような実験を行なう。

- **予測値の分布** : 各説明変数 x_i $(i = 1, 2, \cdots, r)$ に対し、分布 $N[(A_i^k(x_i)]$ に従う N 個の乱数 x_{ih} $(h = 1, 2, \cdots, N)$ を発生する。これに対応するルール L^k の線形予測モデルの出力として、被説明変数 x_j $(j = r+1, r+2, \cdots, m)$ の予測値 x_{jh} $(h = 1, 2, \cdots, N)$ が計算される。入力値の組合わせ $\{x_{1h}, x_{2h}, \cdots, x_{rh}\}$ の可能性を表す一つの指標として

$$C_h^k := N[\prod_{i=1}^{r} A_h^k(x_{ih})], \quad k = 1, 2; \; h = 1, 2, \cdots, N \tag{7}$$

  を考え、コンピュータ画面上に各被説明変数 x_j $(j = r+1, r+2, \cdots, m)$ の予測結果を (x_{jh}^k, C_h^k) という点としてプロットし、メンバーシップ関数 $A_j^k(x_j)$ と比較検討する。

このようにして、各被説明変数に対し分布予測モデルと線形予測モデルのどちらを最終モデルとして採用するかを決定する。なお、重要な説明変数に対していくつかのシナリオ値を与え、特別なケースをシミュレートすることも可能である。

さらに空間分割の必要性があると判断すれば、各部分空間を全体空間とみなして上記プロセスを繰り返す。

3．シミュレーションの手順

環境モデルにおいてはコントロール変数として指定した変数同士でも相関をもつケースが多く、また物理的あるいは経済的な拘束条件も考慮しなければならない。そこで、入力許容度という概念を導入し、一部の説明変数の値が確定すれば他の説明変数の入力許容範囲を変更するという操作を行なう。また、シミュレーションを通じてモデルの非線形部分の検証・修正を行なう。これら二つの仕事も実はモデリングの一部であり、メンバーシップ関数のチューニングにより実行する。

ここでは、p 個のルールを持ち、説明変数の集合 $I = \{x_1, x_2, \cdots, x_r\}$ 、被説明変数の集合 $O = \{x_{r+1}, x_{r+2}, \cdots, x_m\}$ を有する一つのモデルを考える。まず、次の定義を導入する。

- **入力許容度関数** ： シミュレーションの時間ステップとして $t = 0, 1, 2, \cdots$ を考え、各時間ステップ t において集合 I の変数のうち値が固定される変数の集合を $I_a(t)$ とし、$I_{\bar{a}}(t) = I - I_a(t)$ とおく。値が固定されるのは、強制的にシナリオ値を入力するケース、あるいは前期の状態が一意的に定まるようなケースである。$I_{\bar{a}}(t) \neq \phi$ のとき $I_{\bar{a}}(t)$ に属する変数 x_j の入力許容度関数 $w_j(x_j)$ を次のように定義する。

$$w_j(x_j) = \begin{cases} G(k, p; 1, A_j^k(x_j)), & I_a(t) = \phi \\ G(k, p; \prod_{x_i \in I_a(t)} A_i^k(x_{i*}), A_j^k(x_j)), & I_a(t) \neq \phi \end{cases} \tag{8}$$

ただし、x_{i*} は変数 $x_i \in I_a(t)$ の固定された入力値である。

各時間ステップにおける入力値のとりうる範囲は前期の予測結果の影響を受ける。このことを考慮するために次の概念を導入する。ただし、$I_{\bar{a}}(t)$ に属する変数については N 個の乱数により入力値を決めるものとする。すなわち、各時間ステップで $I_a(t)$ に属する変数の値を固定したままで N 回の予測を行なう。

- **入力分布関数** ： 各時間ステップ t において説明変数 $x_i \in I_{\bar{a}}(t)$ に対し、次のようなデータ集合 $T_i(t)$ を考える。

$$T_i(t) = \begin{cases} X_i, & (t = 0 \text{ または } x_i \text{が制御変数}) \\ \{x_{i1}^*, x_{i2}^*, \cdots, x_{iN}^*\}, & (t > 0 \text{ かつ } x_i \text{が状態変数}) \end{cases} \tag{9}$$

ここに、X_i は変数 x_i の測定データであり、x_{ih}^* $(h = 1, 2, \cdots, N)$ は前期の予測値である。集合 $T_i(t)$ の第 1 、第 2 および第 3 四分位点をそれぞれ q_{i1}, q_{i2}, q_{i3} とする。説明変数 $x_i \in I_{\bar{a}}(t)$ に対し次の関数を定義する。

$$f_i(x_i) = \begin{cases} F(x_i; 1, q_{i1}, q_{i2}) \bigwedge w_i(x_i), & x_i \leq q_{i2} \\ F(x_i; 1, q_{i3}, q_{i2}) \bigwedge w_i(x_i), & x_i \geq q_{i2} \end{cases} \tag{10}$$

変数 $x_i \in I_{\bar{a}}(t)$ に対する入力値は、入力分布 $N[f_i(x_i)]$ に従う N 個の乱数により決定する。

上記において、$q_{i1} = q_{i2}$ あるいは $q_{i3} = q_{i2}$ となる場合は、正の小さい実数 ϵ を用いて、$q_{i1} = q_{i1} - \epsilon$ あるいは $q_{i3} = q_{i3} + \epsilon$ と修正する。

ところで、各時間ステップにおける予測値、および予測の信頼度をあらわす一つの指標として予測の散布度を以下のように定義する。

- **予測値と散布度** ： ルール L^k による変数 $x_j \in O$ の h 番目の予測値を x_{jh}^k $(h = 1, 2, \cdots, N)$ と書く。ただし、x_j に対するモデルが分布予測モデルの場合はその分布の重心を予測値とする。この場合 N 個の予測値はすべて等しくなる。線形予測モデルの場合は N 回のデータフィッティングによる。まず、予測値のルール平均 x_{jh} を次のように計算する。

$$x_{jh} = G(k, p; \prod_{i=1}^{r} A_i^k(x_{ih}), x_{jh}^k), \quad j = r+1, r+2, \cdots, m; \ h = 1, 2, \cdots, N \qquad (11)$$

ただし、x_{ih} $(i = 1, 2, \cdots, r; \ h = 1, 2, \cdots, N)$ は説明変数 x_i に対する h 番目の入力値であり、$x_i \in I_a(t)$ の場合は N 個の値はすべて等しく、$x_i \in I_{\bar{a}}(t)$ の場合は N 個の乱数で与えられる。次に、乱数に関する予測値の平均 x_{j*} を次にように計算する。

$$x_{j*} = G(h, N; \prod_{i=1}^{r} w_i(x_{ih}), x_{jh}), \quad j = r+1, r+2, \cdots, m \qquad (12)$$

この値を $x_j \in O$ の時間ステップ t における予測値とする。また、予測の散布度 S_{j*} は次のように定義する。

$$S_{j*} = G(h, N; \prod_{i=1}^{r} w_i(x_{ih}), \{x_{jh} - x_{j*}\}^2), \quad j = r+1, r+2, \cdots, m \qquad (13)$$

予測値および散布度の組 $\{x_{j*}, S_{j*}\}$ をグラフィックにより視察しモデルの評価を行なう。

メンバーシップ関数のチューニングを行ないながら、以上のようなシミュレーションを繰り返すことにより、モデルの検証・修正を行なう。

4．おわりに

今後の研究においてモデル精度向上のために重視している点は、線形関係の抽出できる部分空間を発見する手法、およびメンバーシップ関数のチューニング手法の開発である。なお、メンバーシップ関数のチューニングは線形予測モデルによる外挿をどの程度許すか、あるいは拘束条件をどう取り入れるかという点にもかかわる重要な問題である。環境に関する予測モデルの紹介は紙面の都合により割愛するが、東京湾開発にかかわる影響予測モデルについて口頭で報告する。

参考文献

[1] 内藤・西岡： 環境総合解析情報システム－ SAPIENS, 環境研究, Vol. 58, pp. 21-33, 1986.

[2] 甲斐沼・森田・中森： 環境長期予測のための知識ベース・システムの開発, 第4回ヒューマンインターフェイス・シンポジウム, pp. 29-34, 1988.

[3] 中森・西岡・甲斐沼： 対話型モデリングによる環境予測モデルの構築, システム制御情報学会論文誌, Vol. 1, No. 5, pp. 160-168, 1988.

[4] M. Sugeno and G. T. Kang: Structure Indentification of Fuzzy Model, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 28, pp. 15-33, 1988.

二次形式メンバシップ関数による可能性線形システムの同定

Identification of Possibilistic Linear Systems by Quadratic Membership Functions of Fuzzy parameters

田中英夫　　石渕久生
Hideo TANAKA , Hisao ISHIBUCHI
大阪府立大学工学部
College of Engineering, University of Osaka Prefecture

ABSTRACT : We have already discussed several models of the fuzzy linear regression analysis under the assumption that fuzzy parameters are non-interactive. In this paper, quadratic membership funcitons being interactive are considered to propose an identification method of fuzzy parameters in possibilistic linear systems. This approach with quadratic membership function is some extension of our former works. The joint possibilistic distribution of parameters is defined by a positive definite matrix which is identified by the linear programming. Our method can resort to the linear programming, so that it is very easy to obtain the joint possibilistic distribution of parameter derived from the given non-fuzzy data or fuzzy data. Numerical examples are shown to explain our approach.

1．はじめに

すでに種々の可能性線形回帰分析[1)-4)]を定式化したが，これらの研究では，ファジィ係数の結合可能性分布がMin演算で定義されていた．すなわち，ファジィ係数がnon-interactiveであることを仮定していた．本論文では，A.Celminsら[5),6)]によって用いられた二次形式メンバシップ関数によってファジィ係数を定義し，ファジィ係数がinteractiveの場合を取扱う．すでに行った研究[1)-4)]と同じ観点から，ファジィ係数の二次形式メンバシップ関数が線形計画法によって容易に得られる手法を提案する．

ファジィ係数の結合可能性分布は正定値行列によって定義され，これはinteractiveである．この点が以前の研究[1)-4)]と本質的に異なっている．以前の定式化では，いくつかのファジィ係数は通常の数値として得られ，A.Celminsによって批判されていた[5),6)]．これに答えるために，二次形式メンバシップ関数を導入し，ファジィ係数の結合可能性分布を直接求める定式化を試みることにする．ここで取扱う問題は，A.Celminsによって考えられたものと類似しているが，我々の定式化のほうがより簡明で理解しやすい．なぜならば，A.Celminsの手法は複雑なアルゴリズムであるのに対し，提案する手法は線形計画法によっているからである．手法が簡明であることはデータ解析にとって重要な要素である．

本手法はデータ間に存在する不確定性またはデータのあいまいさをパラメータ空間に写像し，interactiveな可能性分布をデータから求めている．これと同様の問題がH.Bandemer[7),8)]によって研究されている．本手法は以前によく論争されたメンバシップ関数をいかに決めるかという問題に対する一つの方法を示していると考えられる．

最後に，本手法の特徴を説明するために数値例が示されている．

2．可能性線形システム

係数がファジィ数である線形システムを可能性線形システムといい，次のように表現する．

$$Y=A_1x_1+\ldots+A_nx_n=A^tx \qquad (2.1)$$

ただし，$A=(A_1,\ldots,A_n)^t$ はファジィ係数ベクトルで，$x=(x_1,\ldots,x_n)^t$ は通常の数値ベクトルである．ファジィ係数ベクトルAのメンバシップ関数を

$$\mu_A(a)=\mathrm{Max}\{1-(a-\alpha)^tC^{-1}(a-\alpha),0\} \qquad (2.2)$$

と定義する．ただし，αはファジィ係数Aの中心ベクトルで，Cは対称正定値行列である．ファジィ係数Aを$A=(\alpha,C)$と表示する．Aがファジィ係数でないときには$A=(\alpha,0)$と表し，(2.1)式は通常の線形式になる．

最適化手法によって次の定理を得る．

<< 定理2.1 >> (2.1)式の$Y=A^tx$のメンバシップ関数は次のように表される．

$$\mu_Y(y)=\mathrm{Max}\{1-\frac{(y-\alpha^tx)^2}{(x^tCx)},0\} \qquad (2.3)$$

（証明）拡張原理[7)]を用いると$\mu_Y(y)$は次のようになる．

$$\mu_Y(y)=\mathop{\mathrm{Max}}_{\{a\mid y=a^tx\}}\{1-(a-\alpha)^tC^{-1}(a-\alpha),0\} \qquad (2.4)$$

(2.4)式の最大化問題は次のラグランジュ関数の最大化である．

$$L(a,k)=1-(a-\alpha)^tC^{-1}(a-\alpha)+k(y-a^tx) \qquad (2.5)$$

ここで，kはラグランジュ乗数である．正規方程式は次のようになる．

$$-2C^{-1}(a-\alpha)-kx=0 \qquad (2.6)$$

$$y=a^tx \qquad (2.7)$$

C^{-1} が存在するので (2.6) , (2.7) 式から

$$k=-2(y-\alpha^t x)/x^tCx \qquad (2.8)$$

$$a=\alpha+Cx(y-\alpha^t x)/x^tCx \qquad (2.9)$$

となる．(2.9)式を(2.4)式に代入すると，(2.3)式が得られる．■

この定理は A.Celmins [5),6)] によって異なった形式で得られている．C が正定値行列であるので，C^{-1} も正定値行列である．また，ファジィ出力 Y の広がりは x^tCx で表されていることが分かる．

3．通常のデータに対する可能性線形システムの同定

可能性線形システムのファジィ係数の同定問題を定式化するために以下のことを設定する．

(i) 通常のデータが与えられ，これを (y_i,x_i), i=1,...,N と表す．ただし， y_i は出力であり，$x_i=(x_{i1},...,x_{in})^t$ は i 番目の説明変数であり，観測数 N は変数の数 n より十分大きいとする．また $\{x_1,...,x_N\}$ から n 個の独立なベクトルが存在するとし，このベクトルの集合を $\{x_1,...,x_n\}$ とする．n 個の独立なベクトルの添字の集合を $I=\{1,...,n\}$ と表記する．

(ii)可能性線形モデルを

$$Y_i^*=A_1^*x_{i1}+...+A_n^*x_{in} \qquad (3.1)$$

とし，ファジィ係数ベクトル A^* は(2.2)式で与えられるとする．

(iii)入出力データ (y_i,x_i), i=1,...,N とレベル h とが与えられているとし，出力データ y_i は次式を満足するとする．

$$y_i \in [Y_i^*]_h \quad i=1,...,N \qquad (3.2)$$

ただし，$[Y_i^*]_h$ は h レベル集合で次式で定義されている．

$$[Y_i^*]_h=\{y \mid \mu_{Yi}^*(y)\geq h\}. \qquad (3.3)$$

(iv) 推定ファジィ出力 Y_i^*, i=1,...,N の幅の合計を評価関数にとる．すなわち，

$$J(C)=\sum_{i=1}^{N} x_i^tCx_i \qquad (3.4)$$

以上のことから，問題は (3.2)式の拘束条件のもとに，(3.4)式の J(C) を最小にする行列 C とベクトル α を求める問題となる．C は正定値行列であるので，(3.2)式は次のように変形できる．

$$y_i\in[Y_i^*]h <==> 1-\frac{(y_i-\alpha^t x_i)^2}{x_i^tCx_i} \geq h$$

$$<==>(1-h)x_i^tCx_i \geq (y_i-\alpha^t x_i)^2$$

$$<==>\alpha^t x_i-\{(1-h)x_i^tCx_i\}^{1/2} \leq y_i \leq \alpha^t x_i+\{(1-h)x_i^tCx_i\}^{1/2} \qquad (3.5)$$

C は少なくとも半正定値行列でなければならないことを考慮すれば，α と C とによって表現されるファジィ係数ベクトル A を求めるための最適化問題は次のようになる．

$$\underset{C,\alpha}{\text{Min}}\ J=\sum_{i=1}^{N} x_i^tCx_i \qquad (3.6)$$

subject to, for i=1,...,N,

$$\alpha^t x_i-\{(1-h)x_i^tCx_i\}^{1/2} \leq y_i \leq \alpha^t x_i+\{(1-h)x_i^tCx_i\}^{1/2} \qquad (3.7)$$

$$x_i^tCx_j=0 \text{ for all } i\neq j \text{ and } i,j\in I \qquad (3.8)$$

ここで，拘束条件(3.8)を直交条件と呼ぶ．次の定理から分かるように，(3.8)式によって C は半正定値行列として得られる．

<<定理3.1>> 最適化問題(3.6)-(3.8)の解 C は半正定値行列である．

<<証明>> (3.7)式から

$$x_i^tCx_i\geq 0,\ i=1,...,N. \qquad (3.9)$$

となる．n 次元空間の任意なベクトル z は次のように表される．

$$z=\lambda_1x_1+...+\lambda_nx_n \qquad (3.10)$$

ただし，$\{x_1,...,x_n\}$は独立なベクトルの組であり，λ_i は実数である．(3.8)式から，

$$z^tCz=(\lambda_1x_1+...+\lambda_nx_n)^tC(\lambda_1x_1+...+\lambda_nx_n)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i^2x_i^tCx_i\geq 0 \qquad (3.11)$$

となる．これは C が半正値行列であることを意味する．■

以下において，次の２つの理由によって C は半正定値行列であると仮定する．すなわち，(i)線形計画問題において，(3.7),(3.8)式は常に C が半正定値行列であることを意味し，(ii) C が半正定値行列であれば，推定ファジィ出力のh-レベル集合は次のような区間として定義できるからである．

$$[Y_i^*]_h=[\alpha^t x_i-\{(1-h)x_i^tCx_i\}^{1/2},\ \alpha x_i+\{(1-h)x_i^tCx_i\}^{1/2}]. \qquad (3.12)$$

以上のように任意の x に対して $x^tCx\geq 0$ となることがデータ分析において本質的であるといえる．もし，C が半正定値行列ならば，ファジィ係数 A のメンバシップ関数が定義できないという問題がある．ただし，もし C がゼロ行列として得られれば，推定線形システムは通常の線形システムとなる．また C が次のような行列

$$C=\begin{bmatrix} & & 0\\ & C' & \vdots\\ & & \vdots\\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.13)$$

で得られたとすると，n 番目のファジィ係数 $A_n=(\alpha_n,0)$ は通常の係数であり，C' が正定値行列ならば，ファジィ係数ベクトル $A=(A_1,...,A_{n-1})$ のメンバシップ関数は(2.2)式から求められる．

最適化問題(3.6)-(3.8)は非線形計画問題であるので，ファジィ係数ベクトル A を容易に求めるた

めに次の手順を用いる．

(i)最初に，通常の線形回帰によって

$$\sum_{i=1}^{N}(y_i-\alpha^t x_i)^2 \qquad (3.14)$$

を最小にする α^* を求める．

(ii)次の線形計画問題の解を求める．

$$\underset{C}{\text{Min}}\ J=\sum_{i=1}^{N} x_i^t C x_i \qquad (3.15)$$

subject to, for i=1,...,N,

$$(1-h)x_i^t C x_i \geq (y_i-\alpha^* x_i)^2. \qquad (3.16)$$

もし，解 C^* が半正定値行列ならば，(α^*,C^*) をこの問題の解とする．そうでないならば(iii)へ行く．

(iii)最適化問題(3.15),(3.16)に次の直交条件を加える．

$$x_i^t C x_j = 0 \quad \text{for all } i\neq j \text{ and } i,j\in I \qquad (3.8)$$

最適化問題(3.15),(3.16),(3.8)を解くと，定理3.1 から半正定値行列 C^* が得られるので，(α^*,C^*) を解とする．

以上の手順は，通常の線形回帰と線形計画法とによってファジィ係数が容易に得られるという利点がある．

<<定理3.2>> 最適化問題(3.8),(3.15),(3.16)には最適解が存在する．

（証明）線形独立なベクトル $\{x_1,...,x_n\}$ を正規直交ベクトル $\{z_1,...,z_n\}$ に変換する n×n 行列 K を考える．ただし，$z_i=(0,...,0,1,0,...,0)^t$ である．すなわち，I を単位行列とすると

$$K[x_1,...,x_n]=I \qquad (3.17)$$

である．したがって線形変換行列は

$$K=[x_1,...,x_n]^{-1} \qquad (3.18)$$

となる．ここで次の正定値行列

$$C=qK^tK \qquad (3.19)$$

を考えると，C は(3.8),(3.16)式を満足する．ただし，q は十分大きな正数である．ゆえに拘束条件に許容集合が存在する．■

h-レベルに対する最適解を (α^*,C_h^*) と表し，そのときの最適値を J_h^* とする．ただし，α^*はh-レベルと無関係である．

<<定理3.3>> h'-レベルに対する最適解は h-レベルの最適解を用いれば，$(\alpha^*,(1-h)C_h^*/(1-h'))$ となる．

（証明）h'-レベルに対する最適化問題は

$$\underset{C}{\text{Min}}\ \sum_{i=1}^{N} x_i^t C x_i \qquad (3.20)$$

$$(1-h')x_i^t C x_i \geq (y_i-\alpha^* x_i)^2, \quad \text{for } i=1,...N$$

である．ここで，$C=(1-h)C'/(1-h')$ と置くと(3.20)式は

$$(1-h)/(1-h')\ \underset{C'}{\text{Min}}\ x_i^t C' x_i \qquad (3.21)$$

$$(1-h)x_i^t C' x_i \geq (y_i-\alpha^* x_i)^2, \quad \text{for } i=1,...,N$$

となる．(3.21)式は h-レベルに対する最適化問題であるので，(3.21)式の最適解は $C'=C_h^*$ となる．ゆえに，

$$C_{h'}^*=(1-h)C_h^*/(1-h') \qquad (3.22)$$

ただし，C_h^* が (3.8)式を満足しているならば，$C_{h'}^*$ は(3.8)式を満足する．■

定理3.3 から任意の h-レベルの最適解は h'-レベルの最適解から容易に求められる．同様に，

$$J_h^*=(1-h')(1-h)^{-1}J_{h'}^* \qquad (3.23)$$

である．h'=0 とすると

$$J_h^*=(1-h)^{-1}J_0^* \qquad (3.24)$$

となる．例えば，h=0 と h=0.5 とに対する最適解の関係は

$$C_{0.5}^*=2C_0^* \ , \ J_{0.5}^*=2J_0^* \qquad (3.25)$$

となる．もし，十分なデータの数があれば，可能性の観点から h=0 とできる．なぜならば，与えられたデータによって示される可能性だけを考えれば十分であるからである．もし，理想的であると考えられるデータ数の半分しかないとすると，(3.25)式の関係から h=0.5 とすることが考えられる．なぜならば，h=0.5 で得られた推定ファジィ数の幅は h=0 で得られた推定ファジィ数の幅の２倍になっているからである．すなわち，データ数が不足しているので，推定ファジィ数の幅を広げている．

4．ファジィデータに対する可能線形システムの同定

ファジィデータは次の形式であるとする．

$$(Y_i,x_i), \quad i=1,...,N \qquad (4.1)$$

ただし，x_i は通常の数値であり，ファジィ出力 Y_i のメンバシップ関数は次式で与えられる．

$$\mu_{Yi}(y)=\text{Max}\{1-(y-y_i)^2/e_i, 0\} \qquad (4.2)$$

ただし，y_i は中心で e_i は幅を表す．ファジィ出力 Y_i は (y_i,e_i) で表示する．Y_i の h-レベル集合は次のように書ける．

$$[Y_i]_h=[y_i-\{(1-h)e_i\}^{1/2}, y_i+\{(1-h)e_i\}^{1/2}] \qquad (4.3)$$

３つの可能性線形モデルを得るための基本的概念は h-レベルのファジィ観測値と推定ファジィ出力との相互関係である．すなわち，次の３つの関係を満足するファジィ係数ベクトル $\overline{A},\underline{A},\hat{A}$ を求めることである．

$$[Y_i]_h \subset [\overline{Y}_i]_h=[\overline{A}_1 x_{i1}+...+\overline{A}_n x_{in}]_h \qquad (4.4)$$

$$[Y_i]_h \supset [\underline{Y}_i]_h=[\underline{A}_1 x_{i1}+...+\underline{A}_n x_{in}]_h \qquad (4.5)$$

$$[Y_i]_h \cap [\hat{Y}_i]_h \neq \phi \qquad (4.6)$$

ただし，

$$\hat{Y}_i=\hat{A}_1 x_{i1}+...+\hat{A}_n x_{in}. \qquad (4.7)$$

(4.4)-(4.6)式の関係は我々の以前の研究[1)-4)]で用いられたものである．(4.4)-(4.6)式から導かれる定式化を Min問題，Max問題，Conjunction問題と呼ぶ．

<<Min problem>>

$$\underset{A=(\alpha,C)}{\text{Min}} \quad J(C)=\sum_{i=1}^{N} x_i^t C x_i \tag{4.8}$$

subject to (4.4)

(4.4) 式は次の不等式に変換できる．

$$\alpha^t x_i-\{(1-h)x_i^t C x_i\}^{1/2} \le y_i-\{(1-h)e_i\}^{1/2}$$
$$\alpha^t x_i+\{(1-h)x_i^t C x_i\}^{1/2} \ge y_i+\{(1-h)e_i\}^{1/2} \tag{4.9}$$

Min問題(4.8)は非線形計画問題であるので，3．で述べた手順を用いる．すなわち，最初に

$$\sum_{i=1}^{N}(y_i-\alpha^t x_i)^2 \tag{4.10}$$

を最小にする α^* を求める． α^* を用いると，(4.9)式は次のように書ける．

$$(1-h)x_i^t C x_i \ge \{\text{Max}(k_i,k_i')\}^2 \tag{4.11}$$

ただし，i=1,...,N, に対して

$$k_i=\alpha^{*t} x_i-y_i+\{(1-h)e_i\}^{1/2}$$
$$k_i'=y_i-\alpha^{*t} x_i+\{(1-h)e_i\}^{1/2} \tag{4.12}$$

であり，$\text{Max}(k_i,k_i')\ge 0$ であるので $x_i^t C x_i \ge 0$ である．

最適化問題は次のようになる．

$$\text{Min } J(C)=\sum_{i=1}^{N} x_i^t C x_i \tag{4.13}$$
subject to, for i=1,...,N,
$$(1-h)x_i^t C x_i \ge \{\text{Max}(k_i,k_i')\}^2$$

この問題 (4.13) は，$\text{Max}(k_i,k_i')$ が数値であるので線形計画問題である．もし問題 (4.13) の最適解 C が半正定値行列ならば，(α^*,C) は Min 問題の解である．もしそうでないならば，問題 (4.13) に直交条件 (3.8) を加えて最適化問題を解く．最適解 C は(3.8) 式によって半正定値行列であることが保証されている．最適解を $(\alpha^*,\bar{C})$ とし，J の最適値を $\bar{J}(\bar{C})$ と表す．なお，以下の Max問題および Conjunction問題でも，α^* は (4.10)式で決められた値を用いる．

<<Max problem>>

$$\text{Max } J(C)=\sum_{i=1}^{N} x_i^t C x_i \tag{4.14}$$

subject to (4.5)

(4.5) 式は包含関係が (4.4) 式と逆になっているので，(4.5) 式は次のように変形できる．

$$0 \le (1-h)x_i^t C x_i \le \{\text{Min}(k_i,k_i')\}^2,\ i=1,...,N \tag{4.15}$$

ただし， k_i , k_i' は (4.12) 式に示されている．もし，任意の i に対して $\text{Min}(k_i,k_i')<0$ ならば，C が半正定値行列であるので，Max問題には解が存在しない．もしすべての i に対して，$\text{Min}(k_i,k_i')\ge 0$ ならば，最適化問題は次のようになる．

$$\text{Max } J(C)=\sum_{i=1}^{N} x_i^t C x_i$$
subject to, for i=1,...,N, (4.16)
$$0\le(1-h)x_i^t C x_i \le \{\text{Min}(k_i,k_i')\}^2$$

問題 (4.16) は線形計画問題であるので，容易に解が得られる．最適解を $(\alpha^*,\underline{C})$ とし，最適値を $\underline{J}(\underline{C})$ で表す．

<<Conjunction problem>>

$$\text{Min } J(C)=\sum_{i=1}^{N} x_i^t C x_i \tag{4.17}$$

subject to (4.6)

(4.6) 式は次のように書ける．

$$y_i+\{(1-h)e_i\}^{1/2} \ge \alpha^t x_i-\{(1-h)x_i^t C x_i\}^{1/2}$$
$$y_i-\{(1-h)e_i\}^{1/2} \le \alpha^t x_i+\{(1-h)x_i^t C x_i\}^{1/2} \tag{4.18}$$

$x_i^t C x_i \ge 0$ であるので，(4.18) 式は次のように簡単になる．

$$(1-h)x_i^t C x_i \ge \{\text{Max}(\gamma_i,\gamma_i',0)\}^2 \tag{4.19}$$

ただし，α^* を用いて， γ_i , γ_i' は次のように定義されている．

$$\gamma_i=\alpha^* x_i-y_i-\{(1-h)e_i\}^{1/2}$$
$$\gamma_i'=y_i-\alpha^* x_i-\{(1-h)e_i\}^{1/2} \tag{4.20}$$

以上より最適化問題は

$$\text{Min } J(C)=\sum_{i=1}^{N} x_i^t C x_i$$
subject to, for i=1,...,N, (4.21)
$$(1-h)x_i^t C x_i \ge \{\text{Max}(\gamma_i,\gamma_i',0)\}^2$$

となり，これはまた線形計画問題である．最適解を $(\alpha^*,\hat{C})$ とし，最適値を $\hat{J}(\hat{C})$ とする．

<<定理4.1>> 直交条件 (3.8) を導入した Min問題 (4.13) と Conjunction問題 (4.21) には最適解が存在する．

この定理の証明は (3.19) 式を用いて簡単に証明できる．

<<定理4.2>> 直交条件 (3.8) を導入した Max問題 (4.16) の解が存在する必要十分条件は次式が成り立つことである．

$$(\alpha^* x_i-y_i)^2 \le (1-h)e_i,\quad i=1,...,N \tag{4.22}$$

（証明）(4.22) 式が成り立つならば，すべての i に対して $\text{Min}(k_i,k_i')\ge 0$ である．ゆえに，半正定値行列として (3.19)式をとると，拘束条件 (4.16) と (3.8) 式が成り立つ．ゆえに Max問題には許容集合が存在する．

逆に，Max問題 (4.16) の解が存在すれば，k_i,k_i' は正でなければならない．ゆえに (4.22) は成立する．■

<<定理4.3>> Max問題の解が存在するならば，行列 $[\bar{C}-\underline{C}]$ は半正定値行列である．ただし，$\bar{C}$ と $\underline{C}$ はそれぞれ同じ直交条件 (3.8) をもった Min問題と Max問題との解である．

（証明）(4.11)式と (4.15)式から

$x_i^t[\bar{C}-\underline{C}]x_i \geq 0$, $i=1,\ldots,N$ (4.23)

となる．定理3.1 の証明に示したように，$\bar{C}$ と $\underline{C}$ とが(3.8)式を満足するので，任意の x に対して

$x^t[\bar{C}-\underline{C}]x \geq 0$ (4.24)

となる．■

この定理から $\bar{J}(\bar{C}) \geq \underline{J}(\underline{C})$ である．

<<定理4.4>> $\bar{J}(\bar{C}) \geq \hat{J}(\hat{C})$ (4.25)

（証明）次の関係

$\{\mathrm{Max}(k_i,k_i')\}^2 \geq \{\mathrm{Max}(\gamma_i,\gamma_i',0)\}^2$ (4.26)

があるので，Min問題の許容集合は Conjunction 問題の許容集合に含まれる．■

<<定理4.5>> もしファジィ出力 Y_i, i=1,...,N が通常の数値のとき，Min問題と Conjunction 問題は一致する．すなわち，

$\bar{Y}_i = \hat{Y}_i$ (4.27)

Min問題 (4.11)，Conjunction 問題 (4.18) および $e_i=0$ から定理4.5 が成り立つことは明らかである．

さて，h-レベルについて考えよう．もし h を大きくとると，データとして可能性の高い区間だけを考慮している．したがってこの解析は楽観的であるといえる．逆に h を小さくすると，データとして可能性の低い区間まで考慮するので，この解析は悲観的であるといえる．Min問題，Conjunction問題では任意の h で解が存在するが，Max問題の h-レベルに関して次の定理が得られる．ただし，h-レベルの最適解を (α^*,C_h)，最適値を J(h) と表す．

<<定理4.6>> Max問題において，h'-レベルの最適解が存在するならば，$0 \leq h \leq h'$ となる h-レベルの最適解が存在する．

（証明）(4.12)式の k_i，k_i' は h の関数であると考え，$k_i(h)$，$k_i'(h)$ と表す．$0 \leq h \leq h'$ から次のようになる．

$k_i(h') \leq k_i(h)$, $k_i'(h') \leq k_i'(h)$ (4.28)

したがって，h に対する拘束条件 (4.15) は h' に対する拘束条件よりもゆるくなっている．■

<<定理4.7>> h-レベルに関して次式が成り立つ．

$$\begin{aligned} &\bar{J}(h) \leq \bar{J}(h') \\ &\underline{J}(h) \geq \underline{J}(h') \\ &\hat{J}(h) \leq \hat{J}(h') \end{aligned} \quad (4.29)$$

この定理の証明は，定理4.6 の証明に類似しているのでここでは省略する．

最後にファジィデータ (Y_i°,X_i°) i=1,,...,N が二次関数のメンバシップ関数による次の可能性線形システムを満足している場合を考えよう．

$Y_i^\circ = A_1^\circ x_{i1}^\circ + \ldots + A_n^\circ x_{in}^\circ$, $i=1,\ldots,N$

$\mu_A^\circ(a) = \mathrm{Max}\{1-(a-\alpha^\circ)^t(C^\circ)^{-1}(a-\alpha^\circ),0\}$ (4.30)

このとき，次式が成り立つ．

$y_i^\circ = \alpha^\circ x_i$, $e_i^\circ = x_i^t C^\circ x_i$, $i=1,\ldots,N$ (4.31)

ここで，(4.30)式によって得られるファジィデータ (Y_i°,x_i°) が与えられ，真の C° が未知であると仮定する．

<<定理4.8>> 拘束条件 (3.8) を考慮しない Min問題または Max問題の解から正定値行列 C° が得られる．

（証明）Min問題だけを考えよう．(4.8), (4.9), (4.31)式から決定変数 $\{c_{ij}\}$ は次式を満足しなければならない．

$x_i^{\circ t} C x_i^\circ = x_i^{\circ t} C^\circ x_i^\circ$, $i=1,\ldots,N$ (4.32)

(4.32)式は c_{ij} に関して N個の線形式である．N は十分大きいと仮定されているので，$n\cdot(n-1)/2$個の独立な線形式を得ることができる．ゆえに，C は唯一に決められ，C° は最適解であるので Min問題の解は C° になる．■

定理4.8 からデータが可能性線形システムに支配されているならば，Min問題または Max問題を解くことによって，可能性線形システムのファジィ係数 $A^\circ=(\alpha^\circ,C^\circ)$ を同定できる．この事実から，Min問題と Max問題との解の異なりは与えられたファジィデータと可能性線形システムの適合度を表していることがわかる．

5．数値例

ここでは提案された同定の手法を説明するために通常のデータの場合とファジィデータの場合との２つの数値例を以下に示す．

［数値例１］

通常のデータが Table 1 に示されている．可能性線形システムは

$Y_i = A_0 + A_1 x_i$ (5.1)

であり，ファジィ係数 A のメンバシップ関数は(2.2)式で定義されている．したがってファジィ係数の中心ベクトルは $(\alpha_0,\alpha_1)^t$ と表される．３．で述べた手順 (i)～(iii) によって，最初に(3.14)式によって次の線形回帰モデルを得た．

$y_i = 3.7886 + 0.4098 x_i = \alpha_0^* + \alpha_1^* x_i$ (5.2)

α_0^*, α_1^* を用いて，(3.15),(3.16)式による線形計画問題を h=0 として解いた結果は，

$$C = \begin{bmatrix} -0.5152 & 0.4280 \\ 0.4280 & -0.0273 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

であるが，これは半正定値行列でない．したがって手順 (iii) によって次の直交条件を上の問題に加えた．

$x_1^t C x_{10} = 0$ (5.4)

ただし，$x_1=(1,2)^t$，$x_{10}=(1,20)^t$ である．(3.15),(3.16),(5.4)式による線形計画問題の解は

$$C^* = \begin{bmatrix} 3.7729 & -0.2611 \\ -0.2611 & 0.0493 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

となり，これは正定値行列であるので，(5.5)式が最適解である．また J の最適値は 59.6630 である．h=0,h=0.5,h=1 としたときの推定ファジィ出力 Y_i^* を Fig.1 に，また推定ファジィ係数 A^* のメンバシップ関数を Fig.2 に示す．Fig.2 にお

いて，曲線は h による等高線であり，これは次式によって得られる．

$$1-(a-\alpha^{*})^{t}(C^{*})^{-1}(a-\alpha^{*})=h \qquad (5.6)$$

以上の手順において，1つの問題は直交条件の選び方である．この例においては，すべての組合せを考え，(x_1, x_{10}) が J を最小にしたので(5.4)式の直交条件を用いた．なお，Table 2 に J の値の小さい順番に5つの組を示した．

6．むすび

本論文において，可能性線形システムのファジィ係数が interactive である場合のファジィ係数の同定問題を定式化し，その解法を通常の線形回帰手法と線形計画問題に帰着させた．それゆえ本手法は簡明であり，また理解しやすいので，ユーザーにとって利用しやすい利点がある．

ファジィ係数の C を対角行列に制限すれば，ファジィ係数は non-interactive になり，我々の以前の研究[1)-4)]と類似する．ゆえに，本手法は以前の研究の拡張になっているといえる．

説明変数をどのように選ぶかなどに関する我々の部分的無知さをファジィ係数によって反映させる本手法はあいまいな現象のモデル化に対する一つの試みであるといえる．

参考文献

1)田中，和多田，林：ファジィ線形回帰分析の三つの定式化，計測自動制御学会論文集，22, 10, 1051/1057 (1986)

2)H.Tanaka : Fuzzy Data Analysis by Possibilistic Linear models, Fuzzy Sets and Systems 24, 363/375 (1987)

3)H.Tanaka and J.Watada : Possibilistic Linear Systems and Their Application to the Linear Regression Model, Fuzzy Sets and Systems 27, 275/289 (1988)

4)H.Tanaka, I.Hayashi and J.Watada : Possibilistic Linear Regression Analysis for Fuzzy Data, European J. of Operational Research 39 (1989)

5)A.Celmins : Least Squares Model Fitting to Fuzzy Vector Data, Fuzzy Sets and Systems 22, 245/269 (1987)

6)A.Celmins : Multidimensional Least-Squares Fitting of Fuzzy Models, Mathematical Modelling, 9, 669/689 (1987)

7)H.Bandemer : Evaluating Explicit Functional Relationship from Fuzzy Observations, Fuzzy Sets and Systems 16, 41/52 (1985)

8)S.Schemerling and H.Bandemer : Transformation of Fuzzy Interval Data into the Parameter Region of an Explicit Functional Relationship, Freiberger Forschungshefte, 91/100 (1985)

9)L.A.Zadeh : The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning I, Information Sciences 8, 199/249 (1975)

Table 1. Input-output data (non-fuzzy)

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	2	4	6	9	12	13	14	16	19	20
y_i	4	7	5	8	7	9	12	9	14	10

Table 2. The optimal value of J vs. the selection of x_i and x_j

The conbination	x_1, x_{10}	x_1, x_9	x_1, x_8	x_1, x_7	x_2, x_{10}
The optimal value of J	59.6631	59.9248	61.0072	62.1498	62.4362

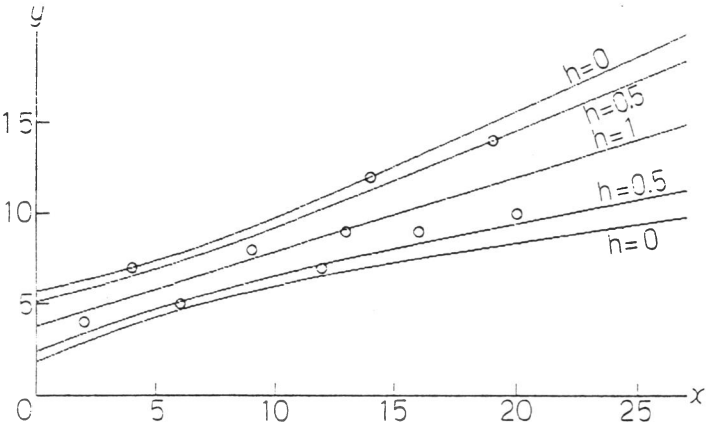


Fig.1. The estimated fuzzy outputs and the given data (Example 1).

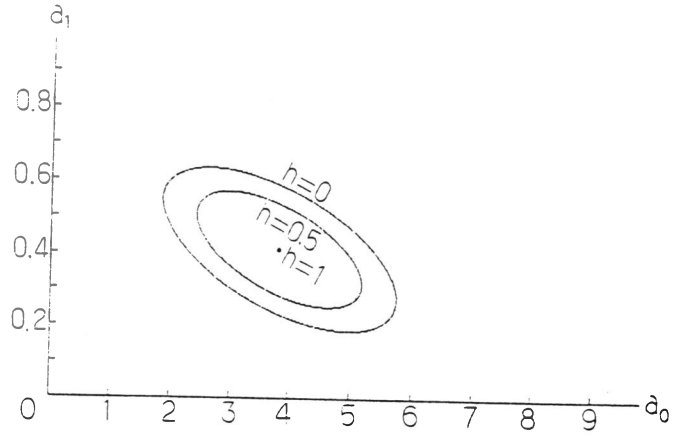


Fig.2. The estimated membership function of parameters (Example 1).

Fuzzy理論とDempster－Shafer理論を用いた推論システム

Inference System Based on Fuzzy Logic and Dempster-Shafer's Theory

清水　透
Tohru　Shimizu
日本電気㈱　研究開発技術本部
NEC Corporation　R&D planning and technical service division

This paper proposes an inference system which can treat uncertainty and imprecision in knowledge using Fuzzy logic and Dempster-Shafer's theory. This system saves much labor for making knowledge data base. The system is applied to the recoginition of objects which have no exact standard pattern.

1. まえがき

人間はあいまいな状況の環境化でも、問題解決、判断、認識を行っている。このような能力を計算機に持たせるために、あいまいな知識の表現法、その環境化で働く推論機構の研究が行われてきている[1][2]。その論理的ツールは、従来の確率統計学だけでは不十分で、ファジィ理論[3]、Dempster-Shafer理論[4]-[6]等の、あいまいさを積極的に扱いうる理論が注目されている。

推論システムにおいて、ファジィ理論は、知識ベース中に「大きい」、「小さい」等の明確に定義できないあいまいな概念（Fuzziness）を記述するのに有効で、Dempster-Shafer理論は、推論過程において真偽の不明な度合（Degree of Ignorance）を検討するのに有効な理論である。

今回、この２つの理論を導入して、ある程度あいまいさ（FuzzinessとDegree of Ignorance）に対応できる推論システムを構築した。このシステムは、ファジィ理論を応用して推論に用いる知識ベース中に自然言語形式のあいまいな記述が可能で、Dempster-Shafer理論を応用して不確実な複数個の証拠から結果を導き出すことが可能となっている。以下、その推論アルゴリズムの説明と、本システムを規格化されていないあいまいな形状の物体認識に応用した際の評価実験の結果について報告する。

2. 従来のあいまい推論システム

2.1 ファジィ理論による推論システム[7][8]

ファジィ理論を応用した推論システムは、プロダクションルールの中に「大きい」、「小さい」等の明確に定義できないあいまいな値をファジィ集合を用いて記述し、ファジィ集合演算を用いて結果を導き出すという手法を用いている。プロダクションルールは、例えば、２入力１出力の場合は「ＩＦ［入力１ is Ａ］and［入力２ is Ｂ］ＴＨＥＮ［出力 is Ｃ］」（Ａ，Ｂ，Ｃはファジィ集合で表せられるファジィラベル、入力１，２はファジィ変数）と記述できる。

ファジィ集合のメンバーシップ関数の形状は原則として人間の主観や経験を基に決定するものであり、自動制御等の分野ではその手法で決定されたメンバーシップ関数を用いて良好な結果が得られていることが報告されている。しかし、主観や経験からではメンバーシップ関数の形状を決定するのが困難な場合も存在する。例えば、パターン認識に応用する場合は、プロダクションルールの後件部のメンバーシップ関数の決定は容易でない場合

が多い。なぜなら、認識対象の物体の個々の特徴はファジィラベルを用いて記述することが可能である[16]が、その個々の特徴が物体を認識する際にどの程度の重みを持って用いられるかは、認識時の状況（他の認識物体等）に左右されるからである。例えば、「リンゴなら、赤めで球状」という記述は可能であるが、「赤めで球状なら、この程度で（たぶん、ほぼ、確実に等）リンゴらしい」という記述において、程度の決定を認識に先だって行うことは容易ではない。

[9]-[13]

2.2 Dempster-Shafer理論による証拠推論

主観に基づく真偽の不明な度合を表現するのに、主観確率（ベイズ統計論）では、無知量を表すことは困難であり不十分である。すなわち、「あるパタンがカテゴリAである可能性（確率）0.6を示す特徴（証拠）」のみが検出されている場合、ベイズの理論では、同時に「1.0-0.6=0.4のAでない可能性を示す特徴」も検出されていると解釈することになる。本来は、0.4の部分はAであるかAでないかわからない部分（無知な部分）であるはずなのに、無知を表現できないために、強引に反例として取り扱われていることになる。

Dempster-Shafer理論は(1)、(2)式を満たす焦点要素(focal element)と称する部分集合Ai,(i=0,1,2,･･･)（A0は全体集合）とそれに割り当てられる基本確率(basic probability)m(Ai),(i=0,1,2,･･･)を通じて定義される有望度(plausibility)Plsと確信度(belief function)Belという新しい概念を用いて、不確実さに対処している。

$$m(\phi)=0 \qquad (\phi：空集合) \qquad (1)$$

$$\sum_{A_i \subseteq A_0} m(A_i)=1 \quad (i=0,1,2,\cdots) \qquad (2)$$

焦点要素Aiの有望度Pls(Ai)、確信度Bel(Ai)は、基本確率m(Ai)を用いて、(3)、(4)式で定義される。

$$Pls(A_i) = \sum_{A_j \cap A_i \neq \phi} m(A_j) \qquad (3)$$

$$Bel(A_i) = \sum_{A_j \subseteq A_i} m(A_j) \qquad (4)$$

すなわち、有望度Pls(Ai)はAiの要素を少しでも含む部分集合の基本確率の総和、確信度Bel(Ai)はAi内のすべての部分集合の基本確率の総和として定められる。

一般に、Aiである確率は、最低でもBel(Ai)であり、場合によっては最大Pls(Ai)までは上昇する可能性があるといえる。全体集合A0に基本確率m(A0)が割り当てられた場合は、m(A0)が無知の程度となる。

複数の独立した証拠を統合して証拠の新たな度合を求める手法に、Dempsterの結合規則がある。m1(A1i)、m2(A2j)（i,j=0,1,2･･･)が独立な証拠に基づいて得られた基本確率、A1i、A2jをそれぞれの集点要素とする。Dempsterの結合規則によって、これら２つの証拠から得られた基本確率から、新たな基本確率を求めることが可能である。すなわち、空集合でない任意の部分集合Akの新たな基本確率は、(5)式で求められる。

$$m1 \oplus m2(A_k) = \frac{\sum_{A_{1i} \cap A_{2j}=A_k} [m1(A_{1i}) \cdot m2(A_{2j})]}{1 - \sum_{A_{1i} \cap A_{2j}=\phi} [m1(A_{1i}) \cdot m2(A_{2j})]} \qquad (5)$$

ただし、演算子⊕は、２つの基本確率のDempsterの結合規則を表すものとする。(5)式を繰り返すことで、複数個の基本確率の結合が可能である。

(5)式を用いて複数の証拠を集めて結論の真偽の度合を求めることが可能であるので、証拠に基づくあいまい推論が可能となる。しかしながら、焦点要素と基本確率の割り当てには、証拠集めのための調査や実験が必要で、先に述べたメンバーシップ関数の決定同様に、これらの割り当ては容易でない場合が多い。

3. ファジィ理論とDempster-Shafer理論を用いた推論アルゴリズム

今回提案するあいまい推論システムは、推論に要するプロダクションルールの前件部の

みをファジィ集合を用いてあいまいさを含んだ形で記述しておき、推論時に入力された複数の入力データ（事実）と各ルールの適合度の値からクラスタリング手法を用いて集点要素と基本確率の割り当てを行い、Dempsterの結合規則を用いて各入力データ（事実）から導かれる結論の真偽の度合を計算し推論結果を得るものである。この様な手法を用いることにより、後件部のメンバーシップ関数の形状の決定や、焦点要素と基本確率の割り当てのための調査や実験が不必要となるので、推論のための知識ベースの構築（プロダクションルールの記述）を容易に行うことが可能となる。その推論アルゴリズムについて以下に述べる。

3.1 ファジィ理論によるルールの記述

プロダクションルールは、

ルール番号r：「ＩＦ ［入力データ（事実）が{条件r1}かつ{条件r2}･･･かつ{条件rR}である］ ＴＨＥＮ ［入力データ（事実）に対する結論はＯｒである］」

(r=1,2,･･･,Nr)

という形式で記述されている。ただし、{条件ri},(i=1,2,･･･R)はファジィラベルとそのAND、ORの関係を用いてあいまいさに対応可能な形で記述されている。また異なるルールにおいて同じ{条件}が存在する場合もある。すなわち、(6)式が成立している。

$$\exists\{\text{条件}ri\}=\{\text{条件}pj\},\ r\neq p \qquad (6)$$

3.2 入力データ（事実）と{条件}との適合度

入力データ（事実）ｔiとルールｒにおける{条件rj}との適合度H(ｔi、rj)の計算は、従来のファジィ推論におけるルールの前件部の適合度の計算と同じである。すなわち、{事実rj}における各ファジィラベルとそのメンバーシップ関数が$\lambda_{rj}k$、$\mu_{rj}k(x)$,(k=1,2,･･･,L_{rj})、入力データ（事実）ｔiにおいてそれらに対応しているファジィ変数が$x^{t}_{rj}k$,(k=1,2,･･･,L_{rj})であるとすると、$\mu_{rj}k(x^{t}_{rj}k)$,(k=1,2,･･･,L_{rj})を計算し、各ファジィラベル$\lambda_{rj}k$,(k=1,2,･･･,L_{rj})の関係がANDならば最大、ORならば最小をとった値が、H(ｔi、rj)である。例えば、{条件rj}が

{($\lambda_{rj}1$ AND $\lambda_{rj}2$) OR $\lambda_{rj}3$}であるとすると、適合度H(ｔi、rj)は図１に示すようにαとなる。

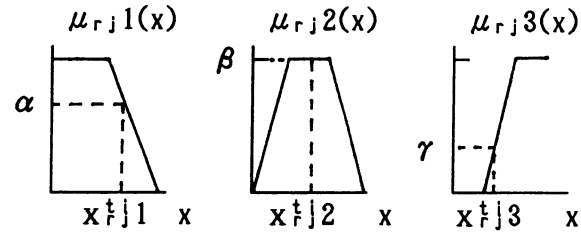


図１：適合度H(ｔi、rj)

3.3 集点要素と基本確率の割り当て

入力データ（事実）の集合を

T＝{ｔ1, ｔ2,･･･, ｔi,･･･, ｔN_t)

とする。すべての入力データ（事実）ｔi,(i=1,2,･･･,N_t)と{条件rj}との適合度H(ｔi、rj),(i=1,2,･･･,N_t)が求められたら、この値を基に集点要素$A_{rj}n$($A_{rj}n\subseteq T$)と基本確率$m_{rj}(A_{rj}n)$,(n=1,2,･･･,N_{rj})の割り当てを行う。

適合度H(ｔi、rj),(i=1,2,･･･,N_t)の値を基準として集合Tにクラスタリング手法を施し、適合度H(ｔi、rj)の値が近いｔi,(i=1,2,･･･,N_t)が同じクラスタに属するようにする。各クラスタ$C_{rj}n$,(n=1,2,3,･･･,N_{rj}) において適合度の平均値$h_{rj}n$を(7)式を用いて計算する。

$$h_{rj}n=\frac{\sum_{ti\in C_{rj}n} H(ti、rj)}{C_{rj}n\text{に属するｔiの個数}} \qquad (7)$$

最大値が１になるように$h_{rj}n$を正規化して正規化平均値$h_{rj}'n$を求め、$h_{rj}'n$の大きい順に各クラスタをナンバリングして、

$$C_{rj}'n,(n=1,2,3,\cdots,N_{rj})$$
$$h_{rj}'1=1, h_{rj}'1>h_{rj}'2>\cdots>h_{rj}'N_{rj} \qquad (8)$$

を得る。ここで、クラスタ$C_{rj}'n$に属する入力データ（事実）の集合を$B_{rj}n$＝{ｔi ｜

$t_i \in C_{rj}'n\}$ とすると、焦点要素$A_{rj}n$と基本確率$m_{rj}(A_{rj}n)$は、(9)、(10)式より得られる。

$$A_{rj}n = \begin{cases} B_{rj}1 & (n=1) \\ B_{rj}1 \cup B_{rj}2 & (n=2) \\ \vdots & \\ B_{rj}1 \cup B_{rj}2 \cdots \cup B_{rj}n & (2<n<N_{rj}) \\ \vdots & \\ B_{rj}1 \cup B_{rj}2 \cdots \cup B_{rj}N_{rj} & (n=N_{rj}) \end{cases} \quad (9)$$

$$m_{rj}(A_{rj}n) = \begin{cases} h_{rj}'n - h_{rj}'n+1 & (n<N_{rj}) \\ h_{rj}'N_{rj} & (n=N_{rj}) \end{cases} \quad (10)$$

3.4 結論の真偽の度合の計算

ルールｒにおいて、すべての{条件rj},(j=1,2,･･･,R)に対する集点要素$A_{rj}n$と基本確率$m_{rj}(A_{rj}n)$,(n=1,2,･･･,N_{rj}),(j=1,2,･･･,R)を求める。そしてDempsterの結合規則を用いて、ルールｒにおけるすべての{条件rj},(j=1,2,･･･,R)について(11)式のように基本確率を結合することで、入力データ（事実）ｔiを含む終点要素の集合の$T^{ti}p$（$t_i \in T^{ti}p$）,(p=1,2,･･･,Pti)の基本確率$mr(T^{ti}p)$,(p=1,2,･･･,Pti)を計算する。

$$mr(T^{ti}p) = m_{r1} \oplus m_{r2} \cdots \oplus m_{rR}(T^{ti}p) \quad (11)$$
$$(p=1,2,\cdots,Pti)$$

ただし、演算子⊕は、２つの基本確率のDempsterの結合規則を表すものとする。
$mr(T^{ti}p)$を基に(3)、(4)式を用いてルールｒにおける入力データ（事実）ｔiの有望度$Pls^r(t_i)$と確信度$Bel^r(t_i)$を計算する。

3.4 推論結果

すべてのルールｒ,(r=1,2,･･･,Nr)について、入力データ（事実）ｔiに対する$Pls^r(t_i)$と$Bel^r(t_i)$,(r=1,2,･･･,Nr)を計算する。ｒについて比較し、max{$Bel^r(t_i)$}がある閾値ρ以上であれば$Bel^r(t_i)$の最大値の得られたｒを、ρ以下であれば$Pls^r(t_i)$の最大値の得られたｒをＲｉとする。すなわち、

$$Ri = \begin{cases} \underset{r}{\mathrm{Argmax}}\ Bel^r(t_i) & (\max\{Bel^r(t_i)\} \geqq \rho) \\ \underset{r}{\mathrm{Argmax}}\ Pls^r(t_i) & (\max\{Bel^r(t_i)\} < \rho) \end{cases} \quad (12)$$

とする。だたし、$\underset{x}{\mathrm{Argmax}}\ f(x)$はｆ(x)の最大値をあたえるｘを表すものとする。(12)式で得られるＲｉの番号のルールが、入力データ（事実）ｔiに最も適合するルールであり、そのルールにおける結論OR_iを、入力データ（事実）ｔiに対する推論結果とする。

他の入力データ（事実）ｔl,(l=1,2,･･･,Nt,l≠i)についても、同様にして推論結果OR_lが求められる。

4. あいまい形状認識への適用[17]

本推論システムをあいまい形状物体の認識に適応した場合について述べる。認識の対象となる物体は、規格化されていない物体で比較的身近に存在していてシルエットだけで人間が容易に識別できるものとし、農作物や海産物等から選出した。その２値化画像を図２に示す。本推論システムの特徴であるプロダクションルールの記述の容易さを検証する目的で、認識の対象となる物体の形状の特徴は自然言語形式で入力可能なシステムとした。

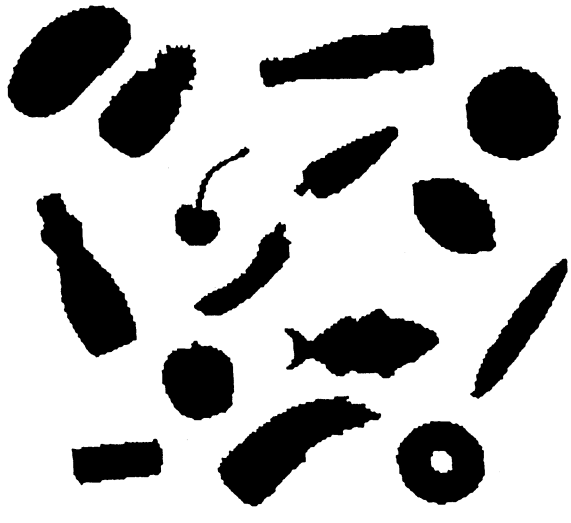


図２：評価実験に用いたあいまい形状物体

4.1 あいまい形状認識のルールの記述

認識対象の物体の２値化画像から、その物体を識別するために必要な特徴を言語表現し、検討を行った。その結果、表現形式は、

(a) 「丸い」、「四角い」、「細長い」、「凹凸」といった形状そのものを言い表した表現[16]。

(b) 「～状」、「～に類似した」といった他の物体の比喩的な表現。

の２種類に大別できた。(a)のように表現された情報を直接形状識別情報と称し、(b)のように表現された情報を間接形状識別情報、「～」に対応する物体を比喩物体と称することにする。ただし、円状、棒状といった、(a)の情報と一対一に対応できるものは(b)に含まないものとする。

この２つの識別情報を用いて、認識用のプロダクションルールは、例えば、

①「細長く、弓型で、凹凸がなく、小さなヘタ状の物があるなら、キュウリである。」

②「楕円で、凹凸が多く、尾ひれ状の物があるなら、魚である。」

等のように表現される。①のルールを3.1で述べた形式に変換すると、

①「ＩＦ［入力パタンが{細長い}かつ{弓型である}かつ{凹凸がない}かつ{小さなヘタがある}である］ＴＨＥＮ［入力パタンに対する結論はキュウリである］」

と記述できる。

この{細長い}、{小さなヘタがある}等の２種類の識別情報をメンバーシップ関数を用いて記述する方法について説明する。

4.1.1 直接形状識別情報

直接形状情報を記述するために、２値化画像の輪郭情報（チェインコード）から、方向角、アスペクト比、円形度、穴の数等の形状特徴量[14][15]を用いる。物体の大小に関係なく認識できるように、大きさの次元を持つものは用いないこととした。これらの形状特徴量から、長さ、直線部、曲線部、角部、凹凸等を抽出し、それらの値をファジィ変数としてメンバーシップ関数を定め、{細長い}、{弓形}等の直接形状情報の記述を行う[16][17]。

4.1.2 間接形状識別情報

「ヘタ」と「尾ひれ」を、このシステムで扱うことの可能な間接形状識別情報とした。間接形状識別情報を記述するには、比喩物体の形状、位置、相互関係等の情報が必要となる。形状は直接形状識別情報を用いて記述し、その他の情報は比喩物体をセグメンテーション（入力パタンから抜き出す）するアルゴリズムを手続き的に記述することで対応した。すなわち、比喩物体の形状の直接形状識別情報と入力パタンとの適合度を、そのセグメンテーションの確実度で重み付けした値を間接形状識別情報と入力パタンとの適合度とした。２値化画像に対して、ヘタは収縮・膨張を行った結果消滅した部分を基に、尾ひれは細線化した結果のＹ字状の部分を基にセグメンテーションを行い、その確実度をメンバーシップ関数より得る[17]。

4.2 認識システムの概要

本認識システムは、PC9801(80286CPU)とCCDカメラ、画像メモリ(256×256)より構成され、プログラムの記述はＣ言語とアセンブラを用いて行われている。

自然言語形式の形状特徴（ファジィラベル）とそれに対応するメンバーシップ関数のテーブルを記憶してあるので、図３に示すように認識対象物体の形状（認識のためのルール）の自然言語形式の入力が可能である。また、認識対象物の追加・変更も容易である。

キュウリ ：－ 弓形，
細長い，
ヘタ有り（短い棒状），
角０または１．

魚 ：－ 楕円，
凹凸やや大，
尾ひれあり．

図３：形状特徴の記述の例

4.3 認識結果と評価

図２に示した対象物体に対して、図３に示

したような書式で形状の特徴を登録するだけで、すべての物体を誤認識することなく認識できた。特徴形状量の値を登録しておき認識時の物体と照合する従来の方法[14][15]では識別が困難とされている類似した形状のニンジンやキュウリ等を識別でき、さらに、魚、キュウリ、ニンジン等について、多少形状の異なる物と変更しても誤認識することはなかった。

これらの結果は、本方式の有効性を示すものであるといえる。ただし、本認識システムが有効であるのは、評価実験に用いた認識対象物体のように、「丸い」、「細長い」等の比較的単純な表現で形状の記述が可能なものであり、複雑な形状の物体の場合は自然言語形式での形状の記述が困難となるので、さらに知識の記述の検討が必要であるといえる。

5. むすび

あいまいさを積極的に扱いうる理論として注目されているファジィ理論と、Dempster-Shafer理論を用いて、あいまいさ（FuzzinessとDegree of Ignorance）にある程度対応できる推論システムを構築した。この推論システムは、２つの理論を応用することにより、推論のための知識ベースの構築（プロダクションルールの記述）を容易に行うことが可能となっている。本推論システムを物体認識に適応することで、自然言語形式で登録された形状の特徴を基に、農作物や海産物等のあいまいな形状の物体の認識が可能となり、本方式の有効性を確認した。今後は、さらに柔軟なルールの記述法、多段の推論システムへの拡張等の検討を行っていく予定である。

参考文献

[1]寺野："あいまい工学の提唱"，日本機械学会誌,Vol.77-662,pp.38-43(1974).

[2]石塚："曖昧な知識の表現と利用"，情報処理,26,pp.1481-1486(1985).

[3]L.A.Zadeh："Fuzzy Sets"，Information and Contorol,Vol.8,pp.338-353(1965).

[4]Dempster,A.P.："Upper and lower probablities induced by a multivalued mapping",Ann.Math.Statist.,38,pp.325-339(1967).

[5]Shafer,G.："A mathematical theory of evidence"，princeton Univ.press(1976).

[6]石塚："Dempster&Shaferの確率理論"，電子通信学会誌,66,9,pp.900-903(1983).

[7]寺野、浅居、菅野："ファジィシステム入門"，オーム社,pp.17-37(1987).

[8]廣田他："ファジィコンピュータ・ファジィエキスパートシステム"，トリケップス(1988).

[9]Prade："A Computational Approach to Approzimate and Plausible Reasoning with Applications to Expert Systems，IEEE PAMI-7,No.3,pp.260-283(1985).

[10]松田、矢野、荒井:"Dempster-Shafer理論を適用したエキスパートシステム"，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集,PP.193-198(1988).

[12]多名賀、室状:"Dempster-Shafer理論に基づいた推論モデル"，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集,PP.49-54(1988).

[13]石渕、市橋、田中:"あいまいな症状に対するセット・カバー論的故障診断"，システム制御情報学会論文誌,Vol.2,No.2,pp.54-61(1989).

[14]Agin,G.J.:"An Experimental Vision system for Industrial Application" proc.5-th internatinal symposium on industrial robots,pp.135-139(1975).

[15]高野："機械部品の輪郭形状認装置"，第１８回ＳＩＣＥ各述講演会予稿集,pp.633(1979).

[16]寺野、増井、河野、山本："ファジィ理論を用いた農作物の形状認識"，第３回ファジィシステムシンポジウム講演論文集,PP.127-132(1987).

[17]清水:"ファジィ理論とDempster-Shafer理論を用いた形状認識システム",電子情報通信学会技術報告,PRU89- (1989).

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

Dempster-Shafer理論における非正規ファジィ集合の取り扱いについての一考察

A Consideration on the Handling of Subnormal Fuzzy sets on Dempster-Shafer Theory

佐藤 昌彦　向殿 政男

Masahiko Sato　Masao Mukaidono

明治大学　理工学部

School of Science and Technology, Meiji University

Abstract

Possibility Theory proposed by Zadeh[1] is one of the interpretations of fuzzy sets. However in the case that the possibility distribution is a subnormal fuzzy set, we know that the inequality 'Necessity ≦ Possibility' doesn't always hold. In this paper, we show a new theorem concerning to the above problem. After that, we will discuss Dempster-Shafer Theory on subnormal fuzzy sets as focal elements and events.

1．はじめに

Uを議論領域とし，その要素をuとする．いま，次のようなファジィ命題を考える，'X is A．'ここでXはUの値をとる変数，または対象とし，AはXに関した可能性分布を表すU上のファジィ集合とする．すると，XがUのある値uをとる可能性はAのメンバーシップ関数の値$\mu_A(u)$によって与えられる．次に，U上のあるファジィ事象Bが存在し，かつファジィ命題'X is A'が与えられているとすると，'X is B'の可能性はどの様に計算できるだろうか．これは，可能性と必然性という様相の概念と直接関係がある問題なので，難しい設問である．Zadehは，この可能性の値を，'X is A'かつ'X is B'である度合のもっとも大きい値と定義している．しかし，可能性分布が非正規の時には，'可能性 ＜ 必然性'となることがあることがわかっている．

次に，Zadehによりファジィ集合を焦点要素とするようにDempster-Shafer理論が拡張されている[2]．この拡張は，焦点要素一つ一つを可能性分布と見なし，それらに対して総和すると1となる重み（基本確率割当に相当する）が掛けられていると解釈できる．この焦点要素として非正規ファジィ集合を許すと，可能性理論において生じた'可能性 ＜ 必然性'の状態と同様に'プラウシビィリティ ＜ 確信'となる時がある．本論文では，これらの不合理が生ずる原因とその条件などを明らかにする．

2．可能性理論

AをU上の可能性分布を表す正規ファジィ部分集合とし，BをU上のファジィ事象を表すファジィ部分集合とすると，Zadehによって定義された可能性測度Pos_A(B)は，

$$Pos_A(B) = \sup_{u \in U} [\mu_A(u) \wedge \mu_B(u)].$$

ここで，μ_AはAの可能性分布関数であり，μ_BはBのメンバーシップ関数である．

一方，必然性測度Nec_A(B)は次のように定義されている．

$$Nec_A(B) = 1-Pos_A(\overline{B}).$$

ここで，$\overline{B}$はBの補集合を表し，そのメンバーシップ関数はUのすべての要素uに対して$\mu_{\overline{B}}(u)=1-\mu_B(u)$とする．

可能性と必然性の間の関係としては直観的に次のような不等式が成立すべきであると思われる．

$$Pos_A(B) \geqq Nec_A(B)$$

3．非正規可能性分布

可能性分布Aが正規の場合は，この可能性と必然性の間の不等式が如何なるファジィ事象に対しても成り立つことが証明されている[3]．しかしながら，可能性分布が非正規な場合には，この不等式は常に成り立つとは限らない．この点については，Yagerによって次のような定理が成立することが証明されている．

定理1 [4]

もし，$\sup_{u \in U} [\mu_A(u)] < 0.5$ ならば，U上のすべてのBに対して，

$$Nec_A(B) > Pos_A(B).$$

この定理1は不等式'Nec_A(B)>Pos_A(B)'についての必要条件であるだけで十分条件ではない．そこで，この不等式の必要十分条件となる定理を以下に示す．

定理2

1-Pos_A(U) > Pos_A(B) または 1-Pos_A(U) > Pos_A($\overline{B}$)

の時，またその時に限り，

Nec_A(B) > Pos_A(B)

ここで，$Pos_A(U) = \sup_{u \in U} [\mu_A(u) \wedge 1] = \sup_{u \in U} [\mu_A(u)]$.

証　明

（1）必要条件．

はじめに，1-Pos_A(U)>Pos_A(B)と仮定すると，

$$Pos_A(\overline{B}) \leqq Pos_A(U)$$

は常に成立している．よって

$$1-Pos_A(\overline{B}) \geqq 1-Pos_A(U),$$

従って仮定より

$$1-Pos_A(\overline{B}) > Pos_A(B),$$

$$\therefore \quad Nec_A(B) > Pos_A(B).$$

次に，1-Pos_A(U)>Pos_A($\overline{B}$)と仮定すると，

$$Pos_A(U) < 1-Pos_A(\overline{B}),$$

そして　Pos_A(B) ≦ Pos_A(U)

は常に成立している．従って

$$1\text{-}Pos_A(\overline{B}) > Pos_A(B),$$

$$\therefore \quad Nec_A(B) > Pos_A(B).$$

以上より，必要条件は成立する．

（２）十分条件．

十分条件の代わりにその対偶，つまり，"1-Pos_A(U) ≦ Pos_A(B) かつ 1-Pos_A(U) ≦ Pos_A($\overline{B}$) ならば，Nec_A(B) ≦ Pos_A(B)"を証明する．

1-Pos_A(U) ≦ Pos_A(B) かつ 1-Pos_A(U) ≦ Pos_A($\overline{B}$) であると仮定する．

まず，次のようなメンバーシップ関数を持つファジィ集合B'を定義する．

$$\mu_{B'}(u)=\begin{cases} Pos_A(U) & \mu_B(u) > Pos_A(U) \\ \mu_B(u) & 1\text{-}Pos_A(U) \leqq \mu_B(u) \leqq Pos_A(U) \\ 1\text{-}Pos_A(U) & \mu_B(u) < 1\text{-}Pos_A(U) \end{cases}$$

すると仮定から明らかに，Pos_A(B) = Pos_A(B') かつ Nec_A(B) = Nec_A(B') が成り立つ．

ここで，Nec_A(B) = R とすると，Nec_A(B') = R となる．

よって　$1\text{-}Pos_A(\overline{B'}) = R,$

従って　$1-R = Pos_A(\overline{B'})$.

以上より

$$\sup_{u \in U}[\mu_A(u) \wedge \{1-\mu_{B'}(u)\}] = 1-R.$$

いますべてのuについて，$\mu_A(u)$かつ$\mu_{B'}(u)$の値はPos_A(U)以下であるので，$\mu_A(u^*) = Pos_A(U)$ となるUの要素u^*が存在し，これに対して，$1-\mu_{B'}(u^*) \leqq Pos_A(U)$ となる．従って

$$\mu_A(u^*) \wedge \{1-\mu_{B'}(u^*)\} \leqq 1-R,$$

$$Pos_A(U) \wedge \{1-\mu_{B'}(u^*)\} \leqq 1-R.$$

よって　$1-\mu_{B'}(u^*) \leqq 1-R,$

$$\therefore \quad \mu_{B'}(u^*) \geqq R.$$

このことから次の不等式が成り立つ．

$$\mu_A(u^*) \wedge \mu_{B'}(u^*) \geqq R,$$

よって　$Pos_A(B') = \sup_{u \in U}[\mu_A(u) \wedge \mu_{B'}(u)] \geqq R.$

従って　Nec_A(B) ≦ Pos_A(B).

以上より，十分条件は成立する．

（１），（２）より定理２が証明された．

この定理２はYagerの定理１を含んでいる．なぜならば，もしも，$\sup_{u \in U}[\mu_A(u)] < 0.5$ な

らば，1-Pos_A(U)>0.5かつPos_A(B)<0.5，Pos_A($\overline{B}$)<0.5，なので，1-Pos_A(U)>Pos_A(B)，1-Pos_A(U)>Pos_A($\overline{B}$)は常に成立する．よって，U上のすべてのファジィ部分集合についてNec_A(B)>Pos_A(B)となる．

また可能性分布Aが正規であるとすると，1-Pos_A(U)=0 なので 1-Pos_A(U)>Pos_A(B)，1-Pos_A(U)>Pos_A($\overline{B}$)は常に成り立たない．よって，Nec_A(B) ≦ Pos_A(B)．

例　題

U={x, y, z}，A={0.8/x, 0.1/y, 0.15/z}，B={1.0/x, 0.96/y, 0.98/z}とする．
このとき

$$1\text{-}Pos_A(U) = 1\text{-}Max[0.8,\ 0.1,\ 0.15] = 0.2,$$

$$Pos_A(B) = Max[0.8 \wedge 1.0,\ 0.1 \wedge 0.96,\ 0.15 \wedge 0.98] = 0.8,$$

$$Pos_A(\overline{B}) = Max[0.8 \wedge 0.0,\ 0.1 \wedge 0.04,\ 0.15 \wedge 0.02] = 0.04.$$

よって

$$1\text{-}Pos_A(U) > Pos_A(\overline{B})$$

が成立する．従って Pos_A(U) > 0.5 にもかかわらず

$$Nec_A(B) > Pos_A(B).$$

実際に

$$Nec_A(B) = 1\text{-}Pos_A(\overline{B}) = 1\text{-}0.04 = 0.96$$

$$\therefore \quad Nec_A(B) > Pos_A(B).$$

4．可能性の概念

Zadehによって提案された可能性の概念は，正規可能性分布に対しては妥当であるように思える．この正規可能性分布はXに関する"完全な分布（または完全な議論対象領域）"と解釈することができる．すると非正規可能性分布はXに関する"不完全な分布（または不完全な議論対象領域）"と解釈できるだろう．実際には，'不完全な'とは，Xが議論対象領域U以外の値をとる可能性があることを意味していると解釈できる．その意味で，1-Pos_A(U)はその分布（または議論対象領域）の不完全さを示すと解釈できる．

一方，Zadehの可能性測度の定義によるとPos_A(B)の値とPos_B(A)の値は等しくなってしまう．これは，'X is A'が与えられたときの'X is B'の可能性と'X is B'が与えられたときの'X is A'の可能性が等しいと言うことを意味している．しかし，直観的には，この2つの可能性の値は一般に一致しないと思われる．この点からも，可能性測度の定義には問題があると考えられる．

5．Dempster-Shafer理論

Dempster-Shafer理論における焦点要素及び事象としてファジィ集合を扱えるような拡張がZadehにより行われている[2]．ここにおけるBelief測度及びPlausibility測度の定義は次のようになっている．

ある基本確率割当 m の焦点要素を{A_1, ・・・, A_n}とし，A_i(i=1,・・・,n)をUの正規ファジィ部分集合とすると，基本確率割当 m は，

$$m(\phi)=0,$$

$$\sum_{A_i \subset U} m(A_i) = 1.$$

となる．そして，この基本確率割当 m についてあるファジィ事象Bに対するBelief測度 Bel とPlausibility測度 Pl は，

$$Bel(B) = \sum_{A_i \subset U} m(A_i)\cdot Nec_A_i(B),$$

$$Pl(B) = \sum_{A_i \subset U} m(A_i)\cdot Pos_A_i(B).$$

この定義において焦点要素を正規ファジィ部分集合をとるとすると，明らかにBelief測度とPlausibility測度の間には次のような関係が成立する．Uの任意のファジィ部分集合Bについて，

$$Pl(B) \geqq Bel(B).$$

しかし，焦点要素として非正規ファジィ部分集合を認めると，この不等式が成立しない場合，つまり'Pl(B)<Bel(B)'が生じることは，Belief測度とPlausibility測度の定義より明かである．この性質は可能性分布において示したものと類似しているので，定理２より次の系が証明できる．

系１

すべての焦点要素$A_i(i=1,\cdots,n)$に対して，

$$1-Pos_A_i(U) > Pos_A_i(B),$$

または

$$1-Pos_A_i(U) > Pos_A_i(\bar{B}),$$

ならば

$$Pl(B) < Bel(B).$$

証　明

すべての焦点要素$A_i(i=1,\cdots,n)$に対して，

$1-Pos_A_i(U) > Pos_A_i(B)$ または $1-Pos_A_i(U) > Pos_A_i(\bar{B})$.

であると仮定すると定理２より，

$$Pos_A_i(B) < Nec_A_i(B).$$

よって　$m(A_i)\cdot Pos_A_i(B) < m(A_i)\cdot Nec_A_i(B).$

従って　$\sum_{A_i \subset U} m(A_i)\cdot Pos_A_i(B) < \sum_{A_i \subset U} m(A_i)\cdot Nec_A_i(B),$

∴　$Pl(B) < Bel(B).$

一般に，基本確率割当 m の焦点要素 $A_i(i=1,\cdots,n)$に対して，$1-Pos_A_i(U)>Pos_A_i(B)$ または $1-Pos_A_i(U)>Pos_A_i(\bar{B})$ を満たす焦点要素を$A_{ij}(j=1,\cdots,m\ ,\ m\leqq n)$とし，満たさない（残りの）焦点要素を$A_{ik}(k=m+1,\cdots,n)$とすると，次のような定理が証明できる．

定理３

$$\sum_{i=1}^{m} m(A_{ij})\cdot[\ Nec_A_{ij}(B) - Pos_A_{ij}(B)\ ]$$

$$> \sum_{k=m+1}^{n} m(A_{ik})\cdot[\ Pos_A_{ik}(B) - Nec_A_{ik}(B)\ ],$$

の時，またその時に限り

$$Pl(B) < Bel(B).$$

証　明.

$$\sum_{i=1}^{m} m(A_{ij})\cdot[Nec_A_{ij}(B)-Pos_A_{ij}(B)] > \sum_{k=m+1}^{n} m(A_{ik})\cdot[Pos_A_{ik}(B)-Nec_A_{ik}(B)],$$

と仮定すると，

$$\sum_{i=1}^{m} m(A_{ij})\cdot[Nec_A_{ij}(B)-Pos_A_{ij}(B)] - \sum_{k=m+1}^{n} m(A_{ik})\cdot[Pos_A_{ik}(B)-Nec_A_{ik}(B)]$$

$> 0.$

よって

$$\sum_{i=1}^{n} m(A_i)\cdot[\ Nec_A_i(B) - Pos_A_i(B)\ ] > 0,$$

$$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} m(A_i)\cdot Nec_A_i(B) - \sum_{j=1}^{n} m(A_j)\cdot Pos_A_j(B) > 0.$$

従って

$Bel(B) - Pl(B) > 0, \quad \therefore \ Pl(B) < Bel(B).$

また，逆も成立する.

6．おわりに

この論文では，不等式'Nec_A(B)>Pos_A(B)'の必要十分条件を明らかにした．また，非正規可能性分布を議論対象領域における不完全な主張と解釈することを提案した．さらに，Dempster-Shafer理論においてBelief測度とPlausibility測度の間の関係を考察し，それに関する性質を明らかにした.

参考文献

[1] L.A. Zadeh, "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility" Fuzzy Sets and Systems 1 (1978), 3-28.

[2] L.A. Zadeh, "Fuzzy Sets and Information Granularity", in: M.M. Gupta, R.K. Ragade, R.R. Yager, Eds., Advances in Fuzzy Set Theory and Applications (North-Holland, Amsterdam, 1979), 3-18.

[3] R.R. Yager, "Some Relationships between Possibility, Truth and Certainty", Fuzzy Sets and Systems 11 (1983), 151-156.

[4] R.R. Yager, "A Modification of the Certainty Measure to Handle Subnormal Distributions", Fuzzy Sets and Systems 20 (1986), 317-324.

[5] D. Dubois & H. Prade, "An Alternative Approach to the Handling of Subnormal Possibility Distributions", Fuzzy Sets and Systems 24 (1987), 123-126.

不可知性を考慮した近似推論法について

Methods for approximate reasoning
under partial ignorance

中村和男
Kazuo Nakamura

製品科学研究所
Industrial Products Research Institute

ABSTRACT

Recently uncertainty relating to partial ignorance has been addressed to in some researches. This article formalizes such phase of uncertainty as interval valued fuzzy sets. Then within the framework the methodology for approximate reasoning is conceptually considered, and a new method of reasoning is proposed with definitions of new aggregation operations.

1．はじめに

通常のファジィ集合論では，メンバーシップ関数（ＭＦ）は定義空間上の各参照点に対して単一値が対応しており，“x is A”という論述の真偽の支持度を表しているといえる．通常の近似推論もこの枠組みでのファジィ集合の推論操作である．これに対し，メンバーシップ度があいまいであることを扱うためにタイプ2のファジィ集合や確率集合などの概念も導入されてはいるがその操作の複雑さなどから，現実的には区間値メンバーシップ度を考える枠組みが注目されてきている．一方，論理的な様相性のあいまいさとして，“x is A”という論述の真偽の支持度に加えて真偽の不明さ（不可知性と呼ぶ）に対する支持度を考え[1)]区間値メンバーシップ関数をとるファジィ集合（区間値ＭＦファジィ集合と呼ぶ）を導入することも可能である．ここでは主としてこの後者の意味での区間値ファジィ集合の近似推論操作について考察を加える．

2．不可知性と区間値メンバーシップ関数

“x is A”と等価な意味空間上のファジィ集合をA⊂Uとする．ただし，Aは区間値メンバーシップ関数 $\mathbf{a}(u)$によって表されるとする．すなわち，つぎの2種類の表現法を導入する．

$$\mathbf{a}(u) = < a(u),\ \tilde{a}(u),\ \bar{a}(u) > \quad (1)$$

（基礎許容度配分表現）

$$= [\, a_L(u),\ a_U(u) \,] \quad (2)$$

（上，下限メンバーシップ値表現）

ここに

$a(u)$：“x is A”によって“x is u”であることが確かに許容されている度合

$\bar{a}(u)$：“x is A”によって“x is u”であることが確かに禁止されている度合

$\tilde{a}(u)$：“x is A”によって“x is u”であることが許容されているのか，禁止されているのか不可知な度合

$$a(u) + \tilde{a}(u) + \bar{a}(u) = 1 \quad (3)$$

下限メンバーシップ関数：

$$a_L(u) = a(u) \quad (4)$$

上限メンバーシップ関数：

$$a_U(u) = a(u) + \tilde{a}(u) \quad (5)$$

である．模式的にはFig.1 のように表せる．

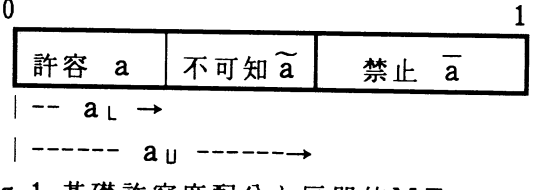
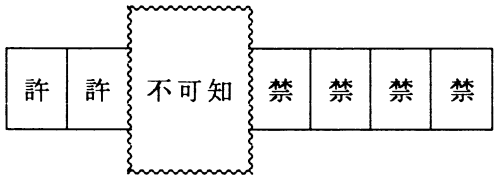


Fig.1 基礎許容度配分と区間値ＭＦ

例えば，劇場の座席の券を持っていて，一部の座席には覆いがかかっていて特別席との区別が不明の時あなたの座れる座席の集合はFig.2 のように表現できるであろう．



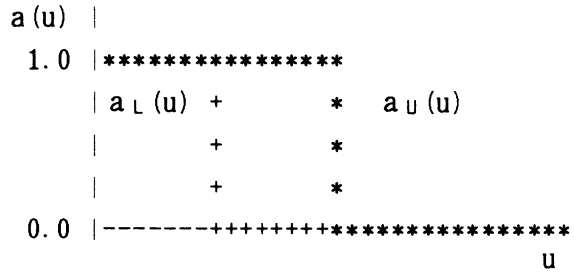


Fig.2 上，下限メンバーシップおよび
不可知の意味

さらに，“Tall”の区間値ファジィ集合は例えばFig.3 のように表せる．

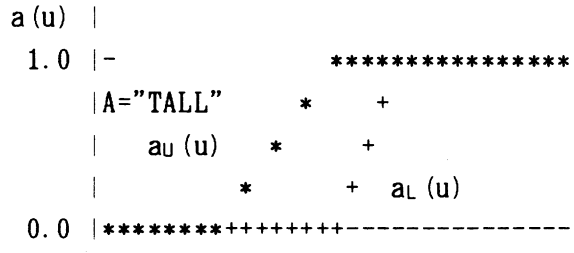


Fig.3 “Tall”の上下限ＭＦの表現

すると，極端な区間値ＭＦをもつファジィ集合としては，つぎのようなものがある．

空集合 Φ

$$\phi_L(u)=\phi_U(u)=0, \quad \forall u\in U \qquad (6)$$

全体集合 Ω （完全無制約集合）

$$\omega_L(u)=\omega_U(u)=1, \quad \forall u\in U \qquad (7)$$

完全未知集合 Ψ

$$\psi_L(u)=0, \ \psi_U(u)=1, \ \forall u\in U \qquad (8)$$

通常のファジィ集合では，“未知”については(7) の全体集合と同等として扱われるが，上記のΨは全てのｕに対し許容されているのか禁止されているのか全く不可知であり，許容されている可能性があるとともに禁止されている可能性もあることを積極的に表現している．

3．近似推論のタイプ

クリスプなＭＦをとるファジィ集合を操作する推論法は近似推論と呼ばれており，通常塚本[2)]が間接法と呼んだ含意関係を媒介とする推論法をさす．いま，ルールと事実，結論をつぎのように表すことにする．

ルール “IF x is A, THEN y is B”
事実 “x is A’”
－－－－－－－－－－－－－－－－－－
結論 “y is B’”

ここで“x is A”に対応するＵ上の許容ファジィ集合をＡ⊂Ｕ，そのＭＦをａ(u)，同様にＡ’⊂Ｕ，およびＢ，Ｂ’⊂Ｖとする．そして，ルールについてはＵ×Ｖ上のファジィ関係Ｒとして定義し，

$$B' = A' \circ R \qquad (10)$$

なるmax-min合成操作で結論Ｂ’を得ることになる．

このＲの定め方には大別して二つのタイプがある．

(a) 楽観（上限）タイプ

Zadeh の定義に代表されるもので，”ＡであるのにＢでないことはない”ということを表現する．

$$R_a = (A^c \times V) \textcircled{\vee} (B \times U) \qquad (11)$$

が代表的で，$\textcircled{\vee}$はmax,代数和，限界和などのt-conormである．

(b) 悲観（下限）タイプ

Mamdani の定義に代表されるもので，”ＡであることはＢであることである”を表現する．

$$R_b = (A \times V) \textcircled{\wedge} (B \times U) \qquad (12)$$

が代表的で，$\textcircled{\wedge}$はmin,代数積，限界積などのt-normである．

すると，常に$R_b \subset R_a$であり，定性的には，どちらのＲにおいてもｕがＡに含まれていればｖの許容集合はＢであるが，ｕがＡに含まれていないときについては，ｖの許容集合はＶ全体であるとするのがR_aであり，Ｖ上の空集合とするのがR_bである．すなわち，R_aはこのルールによって$(u,v)\in U\times V$が楽観的に許容されている範囲を，R_bは悲観的にみても確かに許容

されている範囲を表していると見ることができる．

ここで，Mamdani型のR_bについて，若干の検討を加える．推論式は，

$$b'(v)=\sup_u [\, a'(u) \textcircled{\wedge} (a(u) \textcircled{\wedge} b(v)) \,]$$
$$=\sup_u [\, a'(u) \textcircled{\wedge} a(u) \,] \textcircled{\wedge} b(v)$$

となるので

$$b'(v)=\lambda \textcircled{\wedge} b(v) \qquad (13)$$

ただし，λは

$$\lambda=\sup_u [\, a'(u) \textcircled{\wedge} a(u) \,] \qquad (14)$$

であり，二つのファジィ集合A'とAとの適合の可能性を表していることになる．すなわち，事実とルール前件部との可能的適合度λによってルールの後件部を補正して結論を得ていると見ることもできる．

4．区間値MFファジィ集合の場合の近似推論

4．1　基本的な集合操作

以下に，区間値MFファジィ集合の基本操作を示す．

$$\mathbf{a}(u)=<a(u),\ \tilde{a}(u),\ \bar{a}(u)>$$
$$=[\, a_L(u),\ a_U(u) \,]$$

に対して，

［補集合］ A^c

$$\mathbf{a}^c(u)=<\bar{a}(u),\ \tilde{a}(u),\ a(u)>$$
$$=[\, 1-a_U(u),\ 1-a_L(u) \,] \qquad (15)$$

［and 結合］ $A \cap B$

$$\mathbf{a} \cap \mathbf{b}(u)$$
$$=<a(u) \textcircled{\wedge} b(u),$$
$$1-a(u) \textcircled{\wedge} b(u)-\bar{a}(u) \textcircled{\vee} \bar{b}(u),$$
$$\bar{a}(u) \textcircled{\vee} \bar{b}(u)>$$
$$=[\, a_L(u) \textcircled{\wedge} b_L(u),\ a_U(u) \textcircled{\wedge} b_U(u) \,] \qquad (16)$$

［or 結合］ $A \cup B$

$$\mathbf{a} \cup \mathbf{b}(u)$$
$$=<a(u) \textcircled{\vee} b(u),$$
$$1-a(u) \textcircled{\vee} b(u)-\bar{a}(u) \textcircled{\wedge} \bar{b}(u),$$
$$\bar{a}(u) \textcircled{\wedge} \bar{b}(u)>$$
$$=[\, a_L(u) \textcircled{\vee} b_L(u),\ a_U(u) \textcircled{\vee} b_U(u) \,] \qquad (17)$$

以上は，クリスプなMFをもつファジィ集合の操作の拡張原理による区間値MFへの自然な展開であるのに対し以下の操作は新たな概念である．

［and 統合］（縮約化統合） $A \cap B$

二つの概念を統合して基礎許容度配分の不可知性の低減化を図りつつ，可知部分については両概念の共通部を導く．同一参照集合上の異なる知見に対応する二つの区間値MFファジィ集合が与えられたときに両知見の両立を前提に一つの区間値MFファジィ集合に統合する操作．

A ＼ B	禁 $\bar{b}$	許 b	不可知 $\tilde{b}$
禁 $\bar{a}$	禁 $\bar{a} \textcircled{\wedge} \bar{b}$	禁 $\bar{a} \textcircled{\wedge} b$	禁 $\bar{a} \textcircled{\wedge} \tilde{b}$
許 a	禁 $a \textcircled{\wedge} \bar{b}$	許 $a \textcircled{\wedge} b$	許 $a \textcircled{\wedge} \tilde{b}$
不可知 $\tilde{a}$	禁 $\tilde{a} \textcircled{\wedge} \bar{b}$	許 $\tilde{a} \textcircled{\wedge} b$	不可知 $\tilde{a} \textcircled{\wedge} \tilde{b}$

Fig.4 and 統合の模式的概念

$\mathbf{a} \cap \mathbf{b}(u)$ について，具体的に基礎許容度配分で表現すると

$$a \cap b(u)=1-\overline{a \cap b}(u)-\widetilde{a \cap b}(u)$$
$$=1-\bar{a}(u) \textcircled{\vee} \bar{b}(u)-\tilde{a}(u) \textcircled{\wedge} \tilde{b}(u) \qquad (18)$$

$$\overline{a \cap b}(u)=\bar{a}(u) \textcircled{\vee} \bar{b}(u) \qquad (19)$$

$$\widetilde{a \cap b}(u)=\tilde{a}(u) \textcircled{\wedge} \tilde{b}(u) \qquad (20)$$

となり，区間値メンバーシップ関数で表現すると

$$[\, a \cap b \,]_L(u)=a \cap b(u)$$
$$=a_U(u) \textcircled{\wedge} b_U(u)-(a_U(u)-a_L(u)) \textcircled{\wedge} (b_U(u)-b_L(u)) \qquad (21)$$

$$[\, a \cap b \,]_U(u)=1-\overline{a \cap b}(u)$$
$$=a_U(u) \textcircled{\wedge} b_U(u) \qquad (22)$$

となる．

［OR 統合］（拡張化統合） $A \cup B$

二つの概念を統合して基礎許容度配分の不可知性の増大化を図りつつ，可知部分については両概念の和の部分を導く．ルールによる推論として同一参照集合上に異なる

ｏｒ関係の証拠から二つの結論ファジィ集合が得られたときに一つの結論ファジィ集合に統合するときの操作など．

A＼B	禁 $\bar{b}$	許 b	不可知 $\tilde{b}$
禁 $\bar{a}$	禁 $\bar{a}\textcircled{\wedge}\bar{b}$	許 $\bar{a}\textcircled{\wedge}b$	不可知 $\bar{a}\textcircled{\wedge}\tilde{b}$
許 a	許 $a\textcircled{\wedge}\bar{b}$	許 $a\textcircled{\wedge}b$	不可知 $a\textcircled{\wedge}\tilde{b}$
不可知 $\tilde{a}$	不可知 $\tilde{a}\textcircled{\wedge}\bar{b}$	不可知 $\tilde{a}\textcircled{\wedge}b$	不可知 $\tilde{a}\textcircled{\wedge}\tilde{b}$

Fig.5 or 統合の模式的概念

$\mathbf{a}\cup\mathbf{b}(u)$について，具体的に基礎許容度配分で表現すると

$$a\cup b(u)=1-\overline{a\cup b}(u)-\tilde{a\cup b}(u)$$
$$=1-\bar{a}(u)\textcircled{\wedge}\bar{b}(u)-\tilde{a}(u)\textcircled{\vee}\tilde{b}(u) \quad (23)$$
$$\overline{a\cup b}(u)=\bar{a}(u)\textcircled{\wedge}\bar{b}(u) \quad (24)$$
$$\tilde{a\cup b}(u)=\tilde{a}(u)\textcircled{\vee}\tilde{b}(u) \quad (25)$$

となり，区間値メンバーシップ関数で表現すると

$$[a\cup b]_L(u)=a\cup b(u)$$
$$=a_U(u)\textcircled{\vee}b_U(u)-(a_U(u)-a_L(u))\textcircled{\vee}(b_U(u)-b_L(u)) \quad (26)$$
$$[a\cup b]_U(u)=1-\overline{a\cup b}(u)$$
$$=a_U(u)\textcircled{\vee}b_U(u) \quad (27)$$

となる．これら，統合操作に関する性質を以下に挙げる．

$\tilde{a}(u)=\tilde{b}(u)=0$のとき（A，Bとも不可知性がない場合） $\mathbf{a}\cap\mathbf{b}(u)=\mathbf{a}\cap\mathbf{b}(u)$，$\mathbf{a}\cup\mathbf{b}(u)=\mathbf{a}\cup\mathbf{b}(u)$ (28)

$\tilde{a}(u)=1$のとき（Aについて完全不可知のとき） $\mathbf{a}\cap\mathbf{b}(u)=\mathbf{b}(u)$，$\mathbf{a}\cup\mathbf{b}(u)=<0,1,0>$ (29)

$\bar{a}(u)=1$のとき（Aについて完全に禁止のとき） $\mathbf{a}\cap\mathbf{b}(u)=<0,0,1>$，$\mathbf{a}\cup\mathbf{b}(u)=\mathbf{b}(u)$ (30)

$a(u)=1$のとき（Aについて完全に許容のとき） $\mathbf{a}\cap\mathbf{b}(u)=<1-\bar{b}(u),0,\bar{b}(u)>$，$\mathbf{a}\cup\mathbf{b}(u)=<1-\tilde{b}(u),\tilde{b}(u),0>$ (31)

Associativity

$$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C \quad (32)$$
$$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C \quad (33)$$

4．2　単一ルールにおける推論

ここでも3．で述べたルール，事実結論の表現形態について考察する．ただし，各ファジィ集合A，A' ⊂U，およびB，B' ⊂Vは2．で導入した区間値ＭＦファジィ集合であるとする．

I1) 拡張原理適用方式

区間値ＭＦ化への対処法としては，先ず3．で述べた全てのＭＦの操作を含意関係Ｒの定義を含めてそのまま区間値ＭＦの操作へ拡張原理を用いて処理する方法が考えられる[3]．例えばZadeh 型の場合では

$$\mathbf{b}'(v)=\sup_u[\mathbf{a}'(u)\textcircled{\wedge}\{(1-\mathbf{a}(u))\textcircled{\vee}\mathbf{b}(v)\}] \quad (34)$$

で上下限値で表せば，

$$b'_L(u)=\sup_u[a'_L(u)\textcircled{\wedge}\{(1-a_U(u))\textcircled{\vee}b_L(v)\}]$$
$$b'_U(u)=\sup_u[a'_U(u)\textcircled{\wedge}\{(1-a_L(u))\textcircled{\vee}b_U(v)\}] \quad (35)$$

となる．基本的には同類の考え方であるがGorzalczany[4] はMamdani 型の適合度媒介法の(13)(14)式に拡張原理を適用し，区間値ＭＦに対処した．ただし，適合度の定義においてはルール前件部のファジィ集合Ａのメンバーシップ関数の高さで正規化している．いずれにしてもこの拡張原理適用方式ではＭＦに不可知性がなくなれば完全にクリスプなＭＦをとる場合の近似推論に一致する．

I2) 不可知性重視方式

3．で検討したように，クリスプなＭＦをもつファジィ集合を扱う場合でもルールと等価なＲとして2つのタイプがありＲ$_a$はこのルールによる(u,v) の許容範囲の楽

観的上限を，R_b は悲観的な下限を表していると考えられた．従ってこれをファジィ区間値ＭＦをもつＲの上下限としてみよう．すなわち，Ａ⊂Ｕ，Ｂ⊂Ｖ自体が区間値ＭＦファジィ集合である場合に拡張して，Ｒ⊂Ｕ×Ｖの上下限ＭＦは例えば，つぎのように表せる．

$$r_L(u,v) = a_L(u) \textcircled{\wedge} b_L(v) \quad (36)$$

$$r_U(u,v) = (1-a_L(u)) \textcircled{\vee} b_U(v) \quad (37)$$

この表現では，$a_U(u)$は無関係である．Baldwin[5]のsupport-logicもファジィ論理の展開の中で⋀を代数積とした形ではあるが同様の考え方を導入している．さらに，(10)式を拡張して

$$b'_L(u) = \sup_u [a'_L(u) \textcircled{\wedge} r_L(u,v)\}]$$
$$b'_U(u) = \sup_u [a'_U(u) \textcircled{\wedge} r_U(u,v)\}] \quad (38)$$

なる結論が得られる．

以下に典型的な場合をまとめておく．

(e1) $\mathbf{a}'(u) = \begin{cases} [\alpha, \beta] & : \text{if } u=u_0 \\ [0, 0] & : \text{else} \end{cases}$

の場合

$$b'_L(v) = \{\alpha \textcircled{\wedge} a_L(u_0)\} \textcircled{\wedge} b_L(v),$$
$$b'_U(v) = \{\beta \textcircled{\wedge} b_U(v)\} \textcircled{\vee} \{\beta \textcircled{\wedge} (1-a_L(u_0))\} \quad (39)$$

特に

(e1-1) $[\alpha, \beta]=[1,1]$の時

$a_L(u_0)=\gamma$とすると

$$b'_L(v) = \gamma \textcircled{\wedge} b_L(v),$$
$$b'_U(v) = (1-\gamma) \textcircled{\vee} b_U(v) \quad (40)$$

Fig. 6 (a)(b)(c)参照．

(e1-2) $[\alpha, \beta]=[0,1]$の時

$a_L(u_0)=\gamma$とすると

$$b'_L(v) = 0,$$
$$b'_U(v) = (1-\gamma) \textcircled{\vee} b_U(v) \quad (41)$$

(e1-3) $[\alpha, \beta]=[0,0]$の時

$$b'_L(v) = 0,$$
$$b'_U(v) = 0 \quad (42)$$

(e2) $\mathbf{a}'(u) = \mathbf{a}(u)$, $\forall u$ かつ $\sup_u a_L(u) = \sup_u a_U(u) = 1$ の場合

$$b'_L(v) = b_L(v),$$
$$b'_U(v) = b_U(v) \textcircled{\vee} \{\sup_u a_U(u) \textcircled{\wedge} (1-a_L(u))\} \quad (43)$$

特に

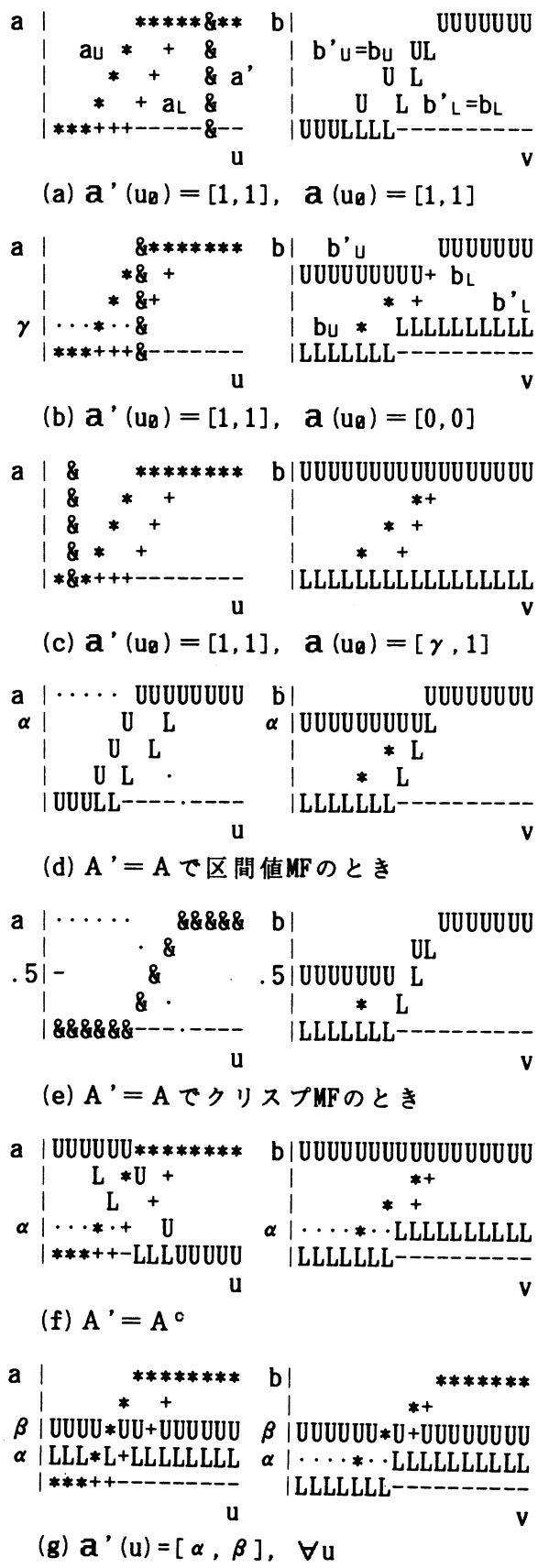


Fig. 6 区間値MFをもつファジィ集合に対する典型的近似推論（⋀をMinとしたときの提案手法による）

(e2-1) $a'_L(u)=a'_U(u)=a_L(u)=a_U(u)$ の時

$$b'_L(v)=b_L(v),\quad b'_U(v)=b_U(v)\bigcirc 1/2 \qquad (44)$$

Fig.6 (d)(e)参照.

(e3) $a'(u)=a^c(u)$, $\forall u$ かつ $\sup_u a_L(u)=\sup_u a_U(u)=1$ の場合

$$b'_L(v)=\{\sup_u a_L(u)\bigcirc(1-a_U(u))\}\bigcirc b_L(v),\quad b'_U(v)=1 \qquad (45)$$

Fig.6 (f)参照.

(e4) $a'(u)=[\alpha,\beta]$, $\forall u$ の場合

$$b'_L(v)=\alpha\bigcirc b_L(v),\quad b'_U(v)=\beta \qquad (46)$$

Fig.6 (g)参照.

4．3 ルール群による推論

ルール群 "IF x is A_1, THEN y is B_1"
"IF x is A_2, THEN y is B_2"
.....

事実 "x is A'"

結論 "y is B'"

ここに, $\forall k$, $A_k\subset U$, $B_k\subset V$, $A'\subset U$, $B'\subset V$である.

I1) 拡張原理適用方式の場合

基本的にはZadeh 型の楽観（上限）タイプの場合には, and 結合を用いて

$$R=\bigcap_k R_{ak} \qquad (46)$$

とし, Mamdani 型の悲観（下限）タイプの場合には, or 結合を用いて

$$R=\bigcup_k R_{bk} \qquad (47)$$

として一つのファジィ関係に統合した上で(10)式の推論を行うのが原則である.

I2) 不可知性重視方式の場合

各(u,v)において考えると基本的にルール群によって楽観的に許容されている可能性は次第にルールが付加されることによって制約的になるとともに, 不可知性は新たなルールの可知性で縮退してゆく. 結果として悲観的にみた下限側の許容度はルールの付加によって高まってゆくと考える.

したがって, 4.1 で導入したand 統合を用いて

$$R=\bigcap_k R_k \qquad (48)$$

すなわち,

$$r_L(u,v)=\bigcirc_k r_{kU}(u,v)-\bigcirc_k\{r_{kU}(u,v)-r_{kL}(u,v)\}$$
$$r_U(u,v)=\bigcirc_k r_{kU}(u,v) \qquad (49)$$

と定式化する. クリスプなＭＦをもつファジィ集合の場合に適用した一例をFig.7 に示した. 結論に若干の不可知性が生じているのがわかる. なお, (49)式で下限側を

$$r_L(u,v)=\bigcirc_k r_{kL}(u,v) \qquad (50)$$

とすると上下限ＭＦの逆転も起こり得る.

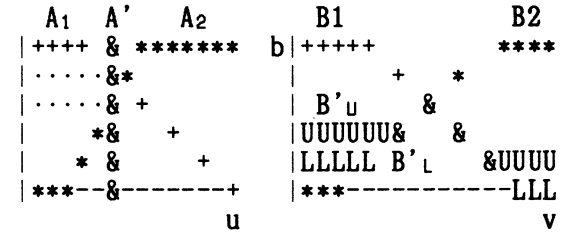


Fig.7 ２つのルールの統合結果の例

5．まとめ

区間値ＭＦを不可知性と積極的に結び付けたときに近似推論を単なる拡張原理で処理するのではなく, 積極的に上下限ＭＦを異なる意味合いをもたせた処理によって行う方法を検討した. 根本的にクリスプな場合にも通常の推論と異なる相をもち, modus ponensとmodus tollens の非対称性などの性質について今後検討を重ねたい.

おわりに, 本研究を進めるに当たり討論いただいた製品科学研究所小木技官に謝意を表します.

[参考文献]

1) G.Lakoff, Hedges:A study in meaning criteria and the logic of fuzzy concepts, J.Philosophical Logic 2, 458/508, 1973.
2) 塚本, あいまい推論, 計測と制御, 22-1, 139/145, 1983.
3) D.G.Schwarts, the case for an interval-based representation of linguistic truth, FSS 17, 153/165, 1985.
4) M.B.Corzalczany, A method on inference in approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets, 21, 1/17, 1987.
5) J.F.Baldwin, Evidential support logic programming, FSS 24, 1/26, 1987.

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

Dempster-Shafer理論に基づくフォールトリーの解析

Fault Tree Analysis based on Dempster-Shafer Theory

横井 八郎
Hachiro Yokoi
住友金属工業株式会社
Sumitomo Metal Industries,Ltd.

和多田 淳三
Junzo Watada
龍谷大学
Ryukoku University

ABSTRACT

The objective of this paper is to employ Dempster-Shafer theory into analyzing the hierarchical and logical structure of a fault tree with AND and OR operations. One of main differences of the Dempater-Shafer theory from Bayesian method is that it enables us to take the lackness of knowledge or information into account in its analysis.

Although the considered set of discernments must be mutual exclusive and exhaustive in the Dempster-Shafer theory, this condition cannot be satisfied on the set of all events in the fault tree.

In this paper, we define state patterns, each of which represents one of possible states of all basic events in order to satisfy the mutual exclusivity. Based on the set of the state patterns we can estimate belief function and plausibility of each event, once several independent informations or symptoms on the concerened system are obtained.

The method using state patterns requires us much computational time. In order to overcome this dificulty, we are proposing the improved method in terms of logical relations of the events in the fault tree.

1．はじめに

ＦＴＡ（Fault Tree Analysis)は、信頼性工学の一手法として広く活用されている。それは、ＴＯＰ事象が生起する論理構造を明らかにするとともに、基本事象の生起する確率から、システム系の構造的弱点を検出し、システム系の改善を図ることを目的としている。見方を変えれば、ＦＴＡで用いるＦＴ図は、システム系の情報が非常によく整理されたものと見ることができ、ＦＴ図を故障診断に使おうとする試みも数多くなされている。この場合、Mycin 流の確信度が多く使われている。しかし、この方法は数少ない情報から、各事象の生起する確率を求めようとする場合には、評価方法としては不向きである。このため、最近では、無知量を取り扱うことができるDempster-Shafer理論の適用の試みがなされている。[2]

Gorden-Shortliffe [1]，Shafer-Logan [4] は、階層的構造をもつ知識に対して、その階層的構造を利用して計算するための実際的方法を示している。しかし、これらの方法は、知識を階層構造をもった集合として、とらえており、ＦＴ図に含まれるＡＮＤ，ＯＲの論理構造を対象とはしていない。このため、これらの方法を直接ＦＴ図に適用することはできない。この解決策として、野口、小出[5]は、Shafter-Logan の方法をinclusive ＯＲも取り扱えるように拡張している。

本研究では、ＡＮＤ，ＯＲ構造をもったＦＴ図へDempster-Shafer 理論を適用するため状態パターン集合の概念に基づく二つのアプローチを提案し、それらを比較検討する。

2．Dempster-Shafer 理論

ここで、$\{a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n\}$ を考慮している集合とし、これを仮説集合と呼ぶ。この仮説集合からϕ集合を除いた2^n-1個の部分集合をつくることができる。部分集合の集合族を

$$\Omega = \{A_1, A_2, \ldots\ldots, A_{2^n-1}\}$$

と表す。Dempster-Shafer 理論では、部分集合 A_i に割りあてた基本確率 $m(A_i)$ 用いて各集合 A_i 評価することができる。ただし、Dempster-Shafer理論を適用するためには仮説間に、次の二つの前提条件が成立しなければならない。

(1)仮説が互いに排他的(mutually exclusive)である。

(2)仮説集合には、求めるものが必ず存在する(exhaustive)

部分集合に与えられる基本確率は、半可動確率質量(semi-mobile propability mass)と考えることができる。

この基本確率 $m(A_i)$ には、次の関係が成立する。

$$\sum_{A_i \subseteq \Omega} m(A_i) = 1 \qquad (1)$$

$$m(\phi) = 0 \qquad (2)$$

全体集合Ωに与えられたm(Ω) は、無知量を表している。

例えば、n=3 の場合を考えよう。

$2^3-1=7$ 個の部分集合に対して、次の基本確率を

割りつける。

$$m(a_1) = m(\sim(a_2 \vee a_3)) = pr(1)$$
$$m(a_2) = m(\sim(a_1 \vee a_3)) = pr(2)$$
$$m(a_3) = m(\sim(a_1 \vee a_2)) = pr(3)$$
$$m(a_1 \vee a_2) = m(\sim a_3) = pr(4)$$
$$m(a_1 \vee a_3) = m(\sim a_2) = pr(5)$$
$$m(a_2 \vee a_3) = m(\sim a_1) = pr(6)$$
$$m(a_1 \vee a_2 \vee a_3) = pr(7)$$

このように割りつけられた基本確率をもとに、各部分集合A_i の確率を求めることができる。

Dempster-Shafer 理論では、下界確率(lower probability)と上界確率(upper probability) を次のように与えている。A_i の下界確率は、A_i である確信度を示し、A_i の上界確率は、A_i でない確信を除いたもの、すなわち、A_i であるもっともらしさを示している。このため、それらをそれぞれBelief function 及び Plausibilityと呼んでいる。

$$Bel(A_i) = \sum_{A_j \subseteq A_i} m(A_j) \quad (3)$$

$$Pl(A_i) = 1 - Bel(\overline{A_i}) = \sum_{A_j \cap A_i \neq \phi} m(A_j) \quad (4)$$

$$Bel(A_i) \leq Pl(A_i) \quad (5)$$

先の例では、部分集合$a_1 \vee a_2$のBlief function, Plausibilityは、次のようになる。

$$Bel(a_1 \vee a_2) = m(a_1) + m(a_2) + m(a_1 \vee a_2) = pr(1) + pr(2) + pr(4)$$

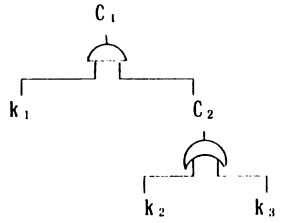
$$Pl(a_1 \vee a_2) = pr(1) + pr(2) + pr(4) + pr(5) + pr(6) + pr(7)$$

Dempsterの結合規則について説明しよう。互いに独立な情報１と２に基づいて、それぞれm_1とm_2の基本確率が与えられたとする。この時、Dempsterは、これらの情報１と２とを結合した基本確率mを次のように示している。

$$m(A_K) = \frac{\sum_{A_{1i} \cap A_{2j} = A_K} m_1(A_{1i}) \cdot m_2(A_{2j})}{1 - \sum_{A_{1i} \cap A_{2j} = \phi} m_1(A_{1i}) \cdot m_2(A_{2j})} \quad (6)$$

3．ＦＴ図

ＦＴ図は、AND, OR の論理構造を含んだTree構造として示される。(図１)



〔図１〕ＦＴ図例

C_1は、Top 事象であり、このTreeは、C_1が生起するための論理構造を示している。k_1, k_2, k_3は、基本事象であり、C_2は中間事象である。ここで、注意しなければならないことは、基本事象の集合の中に、同じ基本事象を含まないとした場合各基本事象は、独立な事象となる。基本事象が全く独立な事象であることを考えればC_1が故障した場合、k_1, k_2, k_3も疑う必要がある。

このことは、基本事象の集合は、mutual exclusive の条件を満たさない。ＦＴ図を取り扱う場合、この点がmutual exclusiveな階層的集合の知識を取り扱う場合と根本的に性格を異にしている。ＦＴ図の意味するところは、基本事象の論理的関係から中間事象や Top事象を説明することである。

4．ＦＴ図の故障診断への応用

FT図を故障診断へ応用する方法について検討する。通常、ある情報が与えられた場合、全ての基本事象に関する情報が与えられているとは限らない。故障の状況や症状から得られる部分的な情報をもとに、故障の原因である基本事象の可能性を評価することが、故障診断を行うためには必要である。このため、専門家の知識をもとに故障の一つの症状に対する個々の事象(Top事象、中間事象、基本事象）の基本確率を割り当てることができた場合には、現実に得られる状況証拠をもとに基本事象の故障原因である可能性を評価する方法を提案することが、ここでの目的である。

ここでは、状態パターン集合にもとづく論理関数を基にした、解法１と解法２の二つのアプローチを提案する。

4－1．解法１

基本事象の集合をK とする。

$$K = \{k_1, k_2, \ldots\ldots k_n\}$$

各基本事象k_i が取りうる値は、k_i (故障)、$\overline{k_i}$ (正常）の二値である。基本事象の集合K が取りうる状態は 2^n 個生ずる。これをＦＴ図の状態パターン集合と呼ぶことにし、集合P で表す。

$$P = \{P_1, P_2, \ldots\ldots P_{2^n}\}$$

例えば、n = 3 であれば、

$$K = \{k_1, k_2, k_3\}$$
$$P = \{p_1, p_2, \ldots, p_8\}$$

ただし

$$p_1 = \overline{k_1} \wedge \overline{k_2} \wedge \overline{k_3}$$
$$p_2 = k_1 \wedge \overline{k_2} \wedge \overline{k_3}$$
$$p_3 = \overline{k_1} \wedge k_2 \wedge \overline{k_3}$$
$$p_4 = \overline{k_1} \wedge \overline{k_2} \wedge k_3$$
$$p_5 = k_1 \wedge k_2 \wedge \overline{k_3}$$
$$p_6 = k_1 \wedge \overline{k_2} \wedge k_3$$
$$p_7 = \overline{k_1} \wedge k_2 \wedge k_3$$
$$p_8 = k_1 \wedge k_2 \wedge k_3$$

となる。ここで、k_i と $\overline{k_i}$ は、それぞれ基本事象 i が故障及び正常を表す。状態パターン集合Pは、ＦＴ図の示すFault Treeがとり得る状態のすべてを示してい。る集合Ｐ は、mutually exclusiveかつexhaustiveであることは、明らかである。

状態パターン集合が定まると、基本事象、中間事象、ＴＯＰ事象を状態パターン集合Ｐ の部分集合として表すことができる。基本事象k_i は、次のように集合Ｐ から、 部分集合を抽出することによって定義できる。Pk_i でk_i を表現する状態パターン集合の部分集合とすると、

$$Pk_i = \{x \mid x \in P,\ x \wedge k_i \neq 0\} \quad (7)$$

$\overline{k_i}$ は、同様に次のようになる。

$$\overline{Pk_i} = \{x \mid x \in P,\ x \wedge k_i = 0\} \quad (8)$$

ここで$a \wedge a \neq 0$, $a \wedge \overline{a} = 0$ とする。
先の例であれば、

$$Pk_i = \{p_2, p_5, p_6, p_8\}$$

と表現される。

中間事象、ＴＯＰ事象は、基本事象の論理的結合として表される。中間事象、ＴＯＰ事象の一つをc_i とすると、c_i のとり得る状態は、c_i と $\overline{c_i}$ の二値である。c_i は、Fault Treeの論理構造を表現する論理関数をもっており、c_i をその論理関数を満足する集合Ｐ の部分集合で表現することができる。

c_i のもつ論理関数を $Lf\text{-}c_i$ とし、c_i を表現する状態パターン集合の部分集合をPc_i とすると、

$$Pc_i = \{x \mid x \in P,\ Lf\text{-}c_i \wedge x \neq 0\} \quad (9)$$

$$\overline{Pc_i} = \{x \mid x \in P,\ Lf\text{-}c_i \wedge x = 0\} \quad (10)$$

図１のＦＴ図の例であれば、

$$Lf\text{-}c_1 = k_1 \wedge (k_2 \vee k_3)$$

となり、

$$Pc_1 = \{p_5, p_6, p_7\}$$

となる。

［命題１］
k_i に対する状態パターン集合の部分集合Pk_i と$\overline{k_i}$ に対する状態パターン集合の部分集合$P\overline{k_i}$ とは次の関係が成立する。

$$P\overline{k_i} = \overline{Pk_i} \quad (11)$$

このように、すべての事象の状態（故障又は正常）を、状態パターン集合Ｐ で表すことができる。集合Ｐ は、mutual exclusiveかつ exhaustive であるので、これを仮説集合として、Dempster-Shafer 理論を適用することができる。情報が与えられた場合、その情報に基づいて、事象に基本確率を専門家の知識を用いて割りつけることができる。これは、事象のすべてが、状態パターン集合の部分集合になっていることを示している。

このため、Dempster-Shafer 理論を適用して、各事象に基本確率を割りつけることは、仮説集合の部分集合に基本確率を割りつけることと同じである。さらに、独立な情報により別の基本確率が与えられた場合には、Dempsterの結合規則で基本確率を統合すれば良い。

次に、簡単な例を用いて説明しよう。

［計算例］
図１で示したＦＴ図をもとに、具体的な計算例を以下に示す。

まず、ＦＴ図をもとに、状態パターン集合を定義しなければならない。基本事象が三個であるので$2^3 = 8$ 個 の状態パターンが得られる。

状態パターン名	k_1	k_2	k_3	c_2	c_1
1	×	×	×	×	×
2	○	×	×	×	×
3	×	○	×	○	×
4	×	×	○	○	×
5	○	○	×	○	○
6	○	×	○	○	○
7	×	○	○	○	×
8	○	○	○	○	○

ここで○は、各事象が故障している状態を、×は、正常な状態を表すものとする。この状態パターンは、基本事象の生起のみに着目してつくられる。中間事象、ＴＯＰ事象は論理的結果が与えられているにすぎない。状態パターン集合の中には、どの基本事象も故障を起こさない場合（状態パターン１）や、すべて基本事象が同時に故障している場合（状態パターン８）も含まれている。

状態パターン集合を定義できれば、各事象は次のように表現できる。

Pc_1 = { 5,6,8 }
Pc_2 = { 3,4,5,6,7,8 }
Pk_1 = { 2,5,6,8 }
Pk_2 = { 3,5,7,8 }
Pk_3 = { 4,6,7,8 }

この系に、次のような独立な情報が与えられたとする。

情報1 ; $c_2 = 0.8$
情報2 ; $\overline{k_2} = 0.9$

確信の残り部分は、全体集合Ω（＝ Pの集合族）に割りつけられる。

情報1としての情報を(6)式のDempsterの結合規則を用いて統合する。即ち、新たに得られた基本確率は、次のとおりである。

情報1 情報2	Pc_2 { 3,4,5,6,7,8} 0.8	Ω 0.2
$P\overline{k_2}$ { 1,2,4,6} 0.9	{ 4,6, } 0.72	{ 1,2,4,6} 0.18
Ω 0.1	{ 3,4,5,6,7,8 } 0.08	Ω 0.02

m({ 4,6 }) = 0.72
m({ 1,2,4,6 }) = m($\overline{Pk_2}$) = 0.18
m({ 3,4,5,6,7,8}) = m(Pc_2) = 0.08
m(Ω) = 0.02

このようにして得られた基本確率をもとに、各事象のBelief function とPlausibility が計算される。

上記例について、計算結果を以下に示す。

$Bel(c_1) = 0$ $Pl(c_1) = 1.0$
$Bel(c_2) = 0.8$ $Pl(c_2) = 1.0$
$Bel(k_1) = 0$ $Pl(k_1) = 1.0$
$Bel(k_2) = 0$ $Pl(k_2) = 0.1$
$Bel(k_3) = 0.72$ $Pl(k_3) = 1.0$

FT図では、k_2とk_3が、OR結合されているが、k_2を否定する情報2により、$Pl(k_2)$が小さくなると共に、$Bel(k_3)$ が大きくなっている。
さらに、情報3、情報4が次のように与えられたとしよう。

情報3 ; $c_1 = 0.2$
情報4 ; $\overline{k_1} = 0.5$

これらの情報1、2、3、4による基本確率を結合することによって、最終的に次の基本確率を得る。

m({ 4, }) = 0.32
m({ 1,4, }) = 0.08
m({ 3,4,7 }) = 0.03
m({ 1,3,4,7 }) = 0.01
m({ 6 }) = 0.10
m({ 4,6, }) = 0.32
m({ 5,6,8, }) = 0.01
m({ 1,2,4,6 }) = 0.08
m({ 3,4,5,6,7,8 }) = 0.03
m(Ω) = 0.02

各事象のBelief function とPlausibilityを計算すると、

$Bel(c_1) = 0.11$ $Pl(c_1) = 0.56$
$Bel(c_2) = 0.79$ $Pl(c_2) = 1.0$
$Bel(k_1) = 0.11$ $Pl(k_1) = 0.56$
$Bel(k_2) = 0$ $Pl(k_2) = 0.10$
$Bel(k_3) = 0.74$ $Pl(k_3) = 1.0$

情報1と2のとき得られたBelief function とPlausibilityと、情報3と4が追加された場合のそれらを比較してみると、c_1とk_1に関する情報が加えられたことにより、c_1とk_1とに対する確信の幅が狭くなると同時に、他の事象の評価にも影響を与えている。

4－2．解法2

解法1では、FT図の示す状態パターン集合P を仮説集合とすることにより、Dempster-Shafer 理論を適用した。これは、状態パターン集合が、mutually exclusive かつ exhaustive の条件を満たすので、Dempster-Shafer 理論の適用が可能であった。この方法は、明示的に状態パターン集合を認識できる反面、大きなFault treeになると取り扱うデータ量が、非常に大きなものとなるため計算量が大幅に増加する。ここでは、このような問題点を解決するために、基本事象間の論理関係を用いて計算する方法を提案する。

まず、FT図に現われる基本的な論理関係について考えてみよう。図1のFT図場合、中間事象c_2は、k_2とk_3のOR結合によって示される。基本事象k_2とk_3は、全く独立な事象であるため、OR結合は、inclusive ORと考えなければならない。c_2のもつ、この論理関係を$Lf\text{-}c_2$ とすると、次のように表される。

$$Lf\text{-}c_2 = (\overline{k_2} \wedge k_3) \vee (k_2 \wedge k_3) \vee (k_2 \wedge \overline{k_3})$$

解法1では、この論理関数$Lf\text{-}c_2$ を使って、状態パターン集合からc_2を表現する部分集合を抽出した。その手順を$f(Lf\text{-}c_2)$とし、これを部分集合抽出関数と呼ぶことにする。c_2を表す状態パターン集合の部分集合Pc_2 は、部分集合抽出関数$Lf\text{-}c_2$を使って、次のように表すことができる。

$$Pc_2 = f(Lf\text{-}c_2) \circ P$$

同様に、ＡＮＤ結合で表されるc₁は、

$$Lf\text{-}c_1 = k_1 \wedge c_2$$
$$Pc_1 = f(Lf\text{-}c_1) \circ P$$

となる。

［命題２］
部分集合抽出関数で示される状態パターン集合間の演算（ＡＮＤ，ＯＲ）は、論理式に対する当該演算（ＡＮＤ，ＯＲ）の部分集合抽出関数として表される。

例えば、図１のＦＴ図の場合

$$f(Lf\text{-}c_1) \circ P$$
$$= f(Lf\text{-}k_1) \circ P \cap f(Lf\text{-}c_1) \circ P$$
$$f(Lf\text{-}k_1 \wedge Lf\text{-}c_1) \circ P$$

同様に、Dempsterの結合規則を適用する場合にもこの関係を適用することができる。

情報1 / 情報2	$f(Lf\text{-}c_i)\circ P$	Ω
$f(Lf\text{-}c_j)\circ P$	$f(Lf\text{-}c_i)\circ P \cap f(Lf\text{-}c_j)\circ P$ $= f(Lf\text{-}c_i \wedge Lf\text{-}c_j)\circ P$	$f(Lf\text{-}c_j)\circ P$
Ω	$f(Lf\text{-}c_i)\circ P$	Ω

Dempster-Shafer の結合規則の部分集合の積集合演算は、上表に示すように積集合の演算が論理関数の演算に変換されることとなる。このことは、事象を表す状態パターン集合の部分集合Pcᵢ を明示的に知る必要がないことを意味している。すなわち、論理演算だけで、演算を進め得ることを示している。

このように、基本確率の計算が進められるが、Dempster-Shafer 理論で、Bilief function や Plausibilityを計算する上で、問題となることは、事象cᵢ とcⱼ との間に包含関係の有無や共通集合が空であるかのチェックである。このための検証は、状態パターン集合すべてにわたって計算することは必要でない。Lf-cᵢ とLf-cⱼ との論理関数のチェックを行うことにより、それらを行うことが可能である。このような計算は、簡単な構造であれば、論理式を比較することにより行うことができる。

例えば、$f(k_1 \wedge k_2) \circ P$との間には、

$$f(k_1 \wedge k_2 \wedge k_3) \circ P \subset (k_1 \wedge k_2) \circ P$$

の関係があることは、論理比較をおこなうことにより容易に確認することができる。

一方、ＯＲ関係が含まれる論理式について、次に議論しよう。例えば、
$f(k_4 \wedge (k_2 \vee k_4)) \circ P$と$f(k_1 \wedge (k_2 \wedge k_3)) \circ P$
との間の関係について、共通集合や包含関係を知るためには、解法１で行ったように、すべての状態パターン集合のチェックを行う必要はなく、ここに出てくる事象変数について、論理テーブルを比較すれば良い。
すなわち、図２、３に示す手順で実施できる。

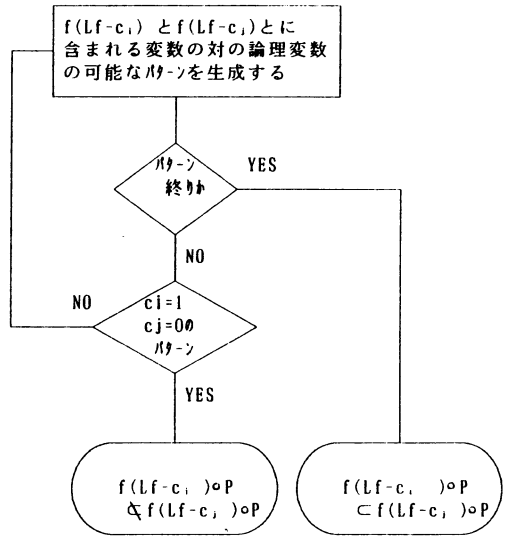


図２．　$f(Lf\text{-}c_i)\circ P$ と$f(Lf\text{-}c_j)\circ P$ との包含関係のチェックフロー

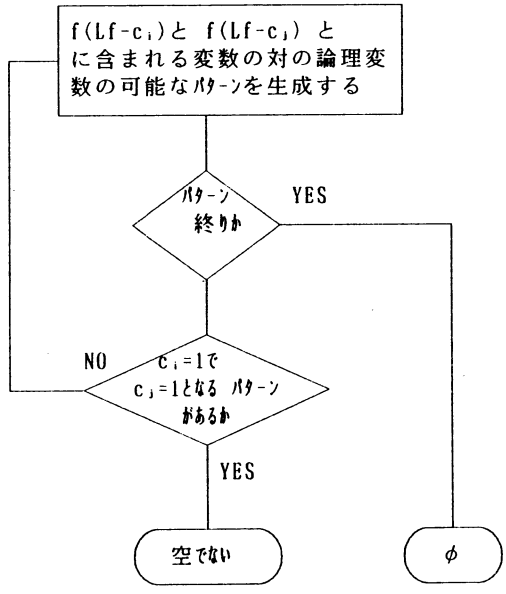


図３．　$f(Lf\text{-}c_i)\circ P$ と$f(Lf\text{-}c_j)\circ P$ との共通集合のチェックフロー

この手順を用いて、Bilief function と Plausibilityの計算で用いる集合の包含関係や共通集合の有無の計算ができる。

［計算例］
図１で示したＦＴ図に対して、解法１と同じ情報を与えることによって、解法２では、次のような基本確率を得ることができる。

$$m(f(\overline{k_1} \wedge \overline{k_2} \wedge k_3) \circ P) = 0.32$$

$m(f(\overline{k_1} \wedge \overline{k_2}) \circ P) = 0.08$
$m(f(\overline{k_1} \wedge (k_2 \vee k_3)) \circ P) = 0.03$
$m(f(\overline{k_1}) \circ P) = 0.01$
$m(f(k_1 \wedge \overline{k_2} \wedge k_3) \circ P) = 0.10$
$m(f(\overline{k_2} \wedge k_3) \circ P) = 0.32$
$m(f(k_1 \wedge (k_2 \vee k_3)) \circ P) = 0.01$
$m(f(\overline{k_2}) \circ P) = 0.08$
$m(f(k_2 \vee k_3) \circ P) = 0.03$
$m(\Omega) = 0.02$

これら基本確率から、前述の包含関係のチェック、共通集合のチェックにより、解法1と全く同じ各事象に対する評価値を得ることができる。

4－3．解法1と解法2の比較

以上、解法1と解法2の考え方と計算手順を述べた。どちらの方法も、状態パターン集合を考えの基礎においている点では、同じである。解法1では、FT図の示す系のとり得るすべての状態を明示的に取り扱うのに対し、解法2では論理関係を用いて、計算を進める点が異なる。解法1の場合、独立な基本事象をn個とすると、状態パターンは2^n個となる。

このことは、2^n個の仮説集合を対象とすることとなり、$2^{2^n}-1$個の部分集合を計算の対象とすることとなる。実際には、AND、OR結合により、各事象が結合されているため、$2^{2^n}-1$個の部分集合を取り扱う必要はない。しかし、2^n個の状態パターンの認識が前提であり、基本事象の数が増加すると、その数は、爆発的に増加する。しかし、現実の世界では、2^n個の状態パターンをすべて考慮に入れないで、状態パターンの一部を削減し、新たに状態パターン集合を定義しなおして計算を進める方法も考えられる。なぜならば、2^n個の状態パターン集合の中には、$k_1 \wedge k_2 \ldots k_n$の状態、すなわち基本事象のすべてが同時に故障する状態も含まれている。しかし、現実のシステム系では、このようなことはほとんどありえない。そこで、ある一定規準で、状態パターンを選択することが、実際的処理として必要となる。例えば、各基本事象の統計的確率の積がある一定値以下であれば、その状態はないとするなどである。

解法1で計算するためには、このような現実の世界を考慮した計算が必要である。

解法2は、論理演算を中心とすることにより、最小必要限の計算量で、解法1と同じ結果を得ることができる。

5．むすび

ここでは、Dempster-Shafer 理論を用いて、fault tree解析を構成した。特に、Dempster-Shafer 理論の前提となっているmutually exclusiveとexhaustiveの条件を満たすために、FT図の基本事象を基にした状態パターン集合を定義し、Belief function 及びPlausibilityを計算する解法1を提案した。この方法の問題点として、状態パターン集合の数が、膨大であるため、計算量が実用的ではない。

この点を解決するために、FT図の論理構造を基にした解法2を提案した。この方法では、解法と同じ結論を得るための計算量が実用的な範囲で処理できる。

この結果、Dempster-Shafer 理論のBelief function とplausibilityの値を用いて、症状に対する専門家の知識をもとに故障の原因となる事象の可能性を評価することができる。

・参考文献

1．Gordon, J. and Shortliffe, E.H.," A method of managing evidencial reasoning in a hierarchical hypothesis space", Artificial Intelligence Vol.26, pp323-357 (1985)

2. Guth, M.A.S,"Uncertainty Analysis of Rule-Based Expert Systems with Dempster-Shafer Mass Assignments", Int.J. of Intelligent System Vol.3 pp123-139 (1988)

3. Shafer, G.,"A mathematical Theory of Evidnce", Princeton Univ.Press. (1976)

4. Shafer, G. and Logan R."Implementing Dempster's Rule for Hierachical Evidence", Artificial Intelligence, Vol.33, pp271-298 (1987)

5. 野口直也、小出誠二、"Dempster-Shafer理論のフォールトトリー推論への適用" 昭和63年度人工知能学会全国大会（第二回）論文集、pp37-40 (1988)

ヒューマン・エラーの定性的表現と人間の信頼性解析

Qualitative Expression of Human Error
and
Fuzzy Human Reliability Analysis

鬼沢　武久
Takehisa　ONISAWA

熊本大学　工学部
Faculty of Engineering　Kumamoto University

ABSTRACT: The qualitative expression of human error is useful to the human reliability analysis since it is comparatively easy to express human performance qualitatively. This paper emphasizes the need to apply the fuzzy theory to the human reliability analysis based on the qualitative expression of human error and discusses the method of the human reliability analysis.

1．はじめに

システムがいかに高度に自動化されても，システム全体の信頼性は人間の信頼性抜きにしては考えられない。従来，人間の信頼性に限らず信頼性解析一般では，故障率，過誤率など確率論に基づいた概念が使われてきた[1)2)]。しかし，確率論的手法をとるにしても次のような問題点がある。

①故障率，過誤率を推定するのには非常に多くのデータが必要であるが，実際には多くのデータを集めるのは困難な場合が多い。データ不足の場合には，類似した機器や分野からのデータを参考にして専門家の工学的判断をもとに故障率，過誤率を推定している。

②安全基準が明確に確立されてないために，解析結果の判定に専門家の工学的判断が必要になってくる。

③機器の信頼性，人間の信頼性は，例えば機器が置かれている環境，ヒューマン・オペレータの作業環境，ストレス・レベルなど多くの要因の影響を受ける。この要因の影響を考慮するために基本的故障率，過誤率にある倍率をかけるなどして修正をほどこしている。しかし，この修正も専門家の工学的判断をもとにして行われている。

このように信頼性の概念には専門家の工学的判断が入り込んでいることがわかる。さらに信頼性解析には多くの不確定性があり，それを故障率，過誤率だけでは表現しきれない。そこで筆者らは信頼性解析にファジィ理論を応用してきた[3)4)]。

本稿では上述した観点の他に，さらに別な観点から信頼性解析にファジィ理論を応用することの必要性について述べるとともに，ヒューマン・エラーの定性的表現をもとにした人間の信頼性解析についても述べる。

2．ヒューマン・エラーの定性的表現

ヒューマン・オペレータが行う作業でのエラーを定性的に表現することは比較的容易であり，その定性的表現をもとにして人間の信頼性解析を行うことが必要である。そのためには作業やその手順などについて詳しく知っている専門家の参加が不可欠である。[5)]

図１に仮想プラントの簡単な概略図を示す。プラントの状態が定常に保たれているところに，熟練したオペレータがバルブを操作して高圧原料の流量を増やすように指示を受けたとする。そのときのオペレータの作業手順は次の通りである。

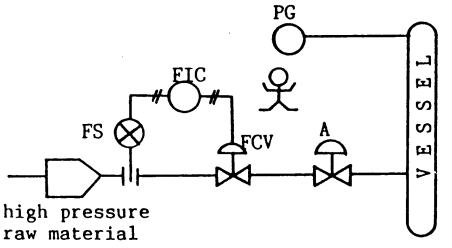


Fig. 1 Simplified Schema of a Plant

（１）オペレータは流量計（ＦＳ）を見ながら流量指示調節器（ＦＩＣ）を通して流量調節弁（ＦＣＶ）を開いて，前もって決められた流量に保つ。

（２）次に圧力計（ＰＧ）を見ながらバルブＡを開き，前もって決められた圧力に保つ。

（１）（２）の両方の作業でエラーを犯したとき，前もって決められた量の原料が容器に入らないか，あるいは多く入りすぎてしまい，容器内の反応が徐々に正常でなくなるものとする。この一連の作業におけるオペレータのエラーについて定性的に表現すると次のようになる。なおここでは機器の故障は考えないことにする。

ｉ）ＦＳの読み取りエラーとＦＩＣの操作エラーが作業（１）のエラーに関係する。しかも両者のエラーの間には従属性がある。つまり，ＦＳの読み取りでエラーをすればＦＩＣの操作でエラーをしやすくなる。逆にオペレータは自分のエラーに気づきやり直すこともあり，両方のエラーが作業（１）のエラーに必ずしもならない。ただし，やり直しの際にまた違ったエラーを犯す可能性もある。

ｉｉ）ＰＧの読み取りエラーとバルブＡの操作のエラーが作業（２）のエラーに関係してくる。この場合も両者のエラーに存在する従属性や，自分のエラーに気づきやり直す可能性のあることも考慮しなければならない。

次に人間の信頼性はいろいろな要因の影響を受けるが，人間の信頼性と要因の関係は必ずしも必要十分の関係ではなく，明確に表現しきれない。しかし，要因として例えば「作業環境」「オペレータの熟練度」「マン・マシン・インタフェースの質」「オペレータの心理的ストレス」を考えると，次のように定性的に表現できる。

Ⅰ　作業環境

Ⅰ－１　作業環境が良ければ，人間の信頼性は高い。

Ⅰ－２　作業環境が悪ければ，人間の信頼性は低い。

Ⅱ　オペレータの熟練度

Ⅱ－１　オペレータの熟練度が高ければ，人間の信頼性は高い。

Ⅱ－２　オペレータの熟練度が低ければ，人間の信頼性は低い。

Ⅲ　マン・マシン・インタフェースの質

Ⅲ－１　マン・マシン・インタフェースの質が良ければ，人間の信頼性は高い。

Ⅲ－２　マン・マシン・インタフェースの質が悪ければ，人間の信頼性は低い。

Ⅳ　オペレータの心理的ストレス・レベル

Ⅳ－１　ストレス・レベルが高ければ，人間の信頼性は低い。

Ⅳ－２　ストレス・レベルが適度であれば，人間の信頼性は高い。

Ⅳ－３　ストレス・レベルが低ければ，人間の信頼性はやや低い。

図１に示したような簡単なプラントでの作業でもオペレータが犯すエラーは複雑であるこが，これを定性的に表現することは比較的容易である。ただし定性的表現には，アンダーラインを引いたようにあいまいな表現が含まれる。したがって，ヒューマン・エラーの定性的表現をもとにして人間の信頼性解析を行うにはファジィ理論の応用が必要である。

３．人間の信頼性表現[4)]

３．１　Error Possibility

手元にある事故に関する情報，あるいは合理的に収集できる情報から評価できるのは，そのような事故が起こる可能性だけであるという観点にたって[6)]，人間の信頼性を［０，１］上のファジィ集合

$$E(x) = \frac{1}{1 + 20 \times |x - x_0|^m} \qquad (1)$$

で表現し，これをerror possibility と呼ぶ。ただし $x \leqq x_0$ のとき $m = m_L$，$x \geqq x_0$ のとき $m = m_U$ である。P_M を基本的過誤率の最良の推定値，P_U をその上限値，P_L をその下限値として，基本的過誤率に関する情報［P_L，P_M，P_U］が与えられたとき，パラメータ x_0 は

$$x_0 = f(P_M) = \frac{1}{1 + (K \times \log(1/P_M))^3}, \quad P_M \neq 0,\ f(0) = 0, \qquad (2)$$

によって，パラメータmは P_M/P_L，P_U/P_M の値によって決める[3)4)]。（２）式のパラメータKは主観的な安全基準を表しており[7)]，これをもとにして人間の信頼性を評価している。（１）式で特にE（０）はオペレータは絶対にエラーしない可能性，E（１）はオペレータが絶対エラーする可能性を表していると解釈できる。

３．２　人間の信頼性と要因との関係[8)]

前述したように，人間の信頼性は多くの要因の影響を受けており，（１）式の表現にこの影響を考慮しなければならない。人間の信

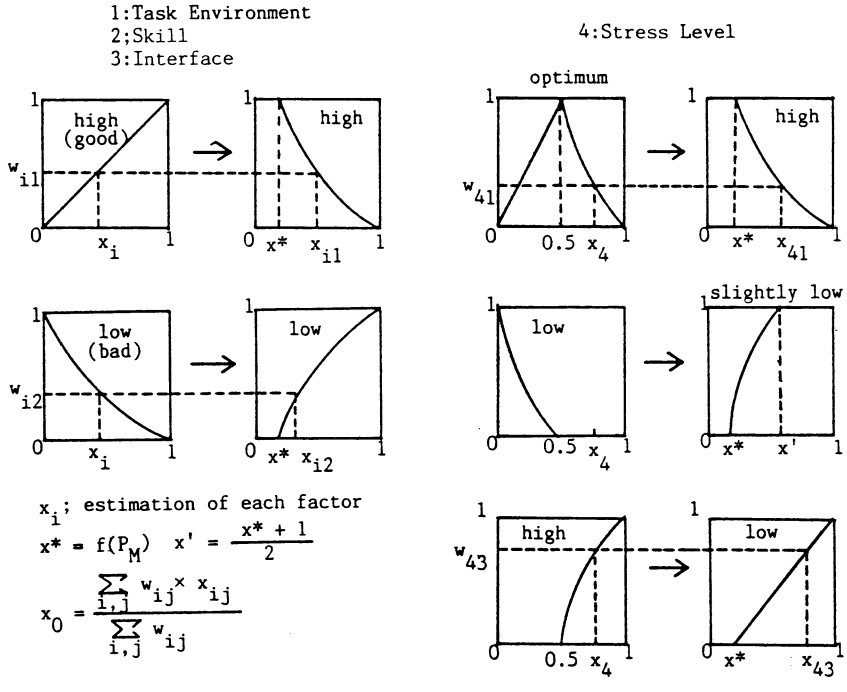


Fig. 2　Derivation of x_0 from Estimation of Many Factors

頼性と要因との関係は複雑であるが，定性的に表現することは比較的容易である。そこでこの関係の定性的表現をファジィ集合を使って表す。例えば２節で述べた両者の関係の定性的表現を図２のように表す。この図で矢印の左側はそれぞれの要因の評価のファジィ集合（「良い」「悪い」など）を，矢印の右側は信頼性の評価（「高い」「低い」など）を（１）式のパラメータx_0に置き換えて表現したファジィ集合をそれぞれ［０，１］上で表現している。各要因の評価（x_i（i＝1，・・，４））が与えられたときの（１）式のパラメータx_0を図２に示したように重み付き平均で求める。パラメータmについてはあらかじめ決められている値を使う。

４．人間の信頼性解析

４．１　ＡＮＤ演算[4)]

作業Ａでエラーし，作業Ｂでエラーすると作業全体でエラーとなるとき，そのerror possibility は次式で求める。

$$H(x,y)=\frac{1}{1+\left(\left((1-x)/x\right)^{1/3}+\left((1-y)/y\right)^{1/3}\right)^{3}} \quad (3)$$

ただし，$0<x,\ y\leqq 1$で$H(0,y)=H(x,0)=0$。

４．２　ＯＲ演算[4)]

作業Ａでのエラーか作業Ｂでのエラーが作業全体でエラーとなるとき，そのerror possibility は次式で求める。

$$G(x,y)=\frac{\left(\left(x/(1-x)\right)^{3}+\left(y/(1-y)\right)^{3}\right)^{1/3}}{1+\left(\left(x/(1-x)\right)^{3}+\left(y/(1-y)\right)^{3}\right)^{1/3}} \quad (4)$$

ただし，$0\leqq x,\ y<1$で$G(1,y)=G(x,1)=1$。

４．３　作業間のエラーの従属性[4)]

従属の度合は明確に表されるものではなく，例えば「完全に従属している」「従属性が高い」「従属性が低い」などのように定性的に表現したほうがわかりやすい。ここでは作業Ｂは作業Ａの後に行うとする。作業Ａ，Ｂのerror possibility をそれぞれE_A，E_B，従属性の度合を表すファジィ集合をＲとする。

ｉ）作業Ａのエラーが作業Ｂのエラーに影響する場合。

E_B'をこの場合の作業全体のerror possibility とすると，E_B'は「E_A ＡＮＤ Ｒ」で求まるとすると，

$$E_B'=H(E_A,R) \quad (5)$$

である。

ｉｉ）作業Ａのエラーが作業Ｂのエラーに影響しない場合。

従属性が完全従属でない限り，作業Ａでのエラーが必ずしも作業Ｂに影響するとは限らない。作業Ｂのエラーに影響を及ぼさない作業Ａのerror possibility の分は，

$$E_A=G(E_A',E_B') \quad (6)$$

のE_A'である。よってこの場合の作業全体のerror possibility は

$$E'=H(E_A',E_B) \quad (7)$$

である。

iii）従属性を考慮したときの全体のerror possibility は

$$E = G(E', E_B') \qquad (8)$$

である。

4．4　定性的表現に含まれるその他のあいまいさの処理

前述したように，オペレータは自分のエラーに気づいてやり直す場合がある。しかしそのやり直しが違ったエラーになる可能性もある。またオペレータのエラーが必ずしも事故に直接つながらない可能性もある。しかしこれを細かく分析していって解析するのは困難である。そこで大局的に判断する必要がある。この点からも人間の信頼性解析にファジィ理論を応用する必要性がある。違ったエラーになる可能性，エラーが事故に直接つながる可能性を表すファジィ集合をR，その作業のerror possibility をEとして，上記の可能性を考慮した作業のerror possibility を「E AND R」で表すとして，H（E，R）とする。例えばやり直してエラーを完全にカバーすると判断できれば，H（E，R）は0となる。逆にエラーに全く気づくことはないとすると，H（E，R）はEとなる。

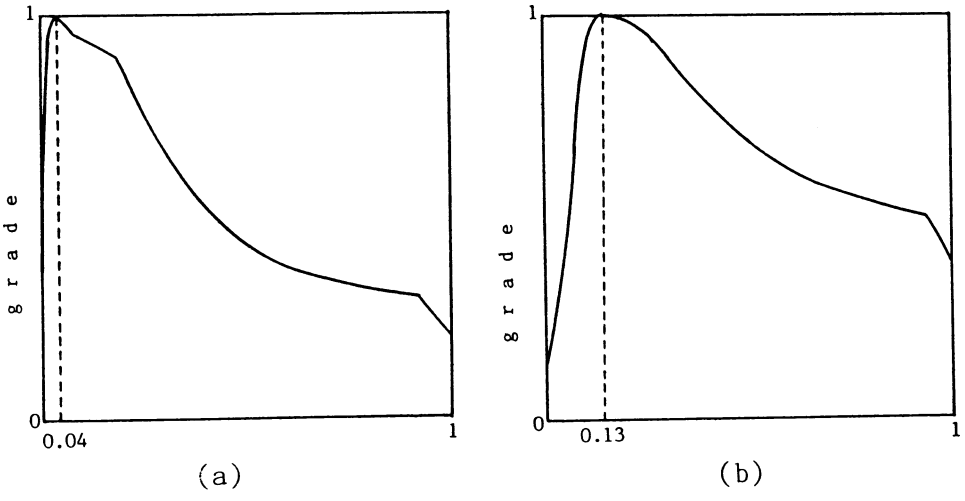


Fig. 3　Error Possibilities of the Task

Table 1 Data

Failure	Error Rate	K (m_U, m_L)
Failure in Reading FIC	1-3, 3-3, 1-2*	$1/\log(1/P_1)$ (2.0, 3.5)
Failure in Operating FIC	1-4, 5-4, 1-3	$1/\log(1/P_1)$ (1.6, 1.8)
Failure in Reading PG	1-3, 3-3, 1-2	$1/\log(1/P_2)$ (2.0, 3.5)
Failure in Controlling Valve A	1-4, 5-4, 1-3	$1/\log(1/P_2)$ (2.3, 2.3)

* reads as 1×10^{-2}.　$P_1 = 1\times10^{-2}$.　$P_2 = 5\times10^{-3}$.

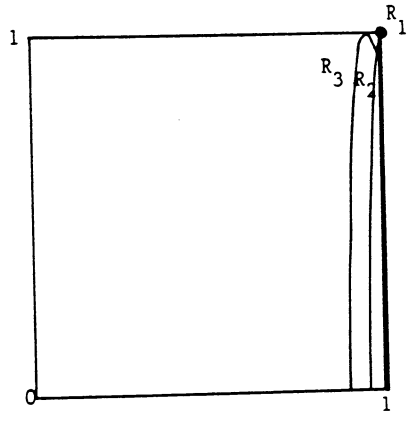


Fig. 4　Fuzzy Sets Representing Degree of Dependence

5．例

図1に示したプラントでの作業

について，作業全体のerror possibility を図３に示す。なおこの解析に使用したデータを表１に示す。図３（ａ）は各要因の評価が，作業環境は良い(0.8)，インタフェースの質は良い(0.8)，オペレータの熟練度は高い(0.8)，ストレス・レベルは最適(0.5) で，従属性は図４のR_2，エラーに気づかない可能性，やり直して違ったエラーをしてしまう可能性を図４のR_3 とした場合である。図３（ｂ）は，ストレス・レベルが高い(0.8) と評価され，残りの要因の評価は図３（ａ）と同じ場合で，従属性の可能性，エラーに気づかない可能性を図４のR_1 とした場合である。両者比較すると，図３（ｂ）のほうがエラーの可能性が高くなっていることがわかる。しかし図３（ａ）でもエラーする可能性はあることを示している。

６．おわりに

本稿では，ヒューマン・オペレータが犯すエラーについては定性的表現をしたほうが容易であり，この定性的表現をもとにして人間の信頼性解析を行うことが必要であること，定性的表現には多くのあいまいな表現が含まれていることを示した。そのため定性的表現をもとにして信頼性解析をするには，ファジィ理論を応用することが必要であることを述べた。また簡単な例題を使ってエラーに関する定性的な表現をもとにした解析例を示した。

今後の課題としては，ここで述べた内容を含んだ信頼性解析システムを構築することが考えられる。このシステムの入力として，過誤率などのような数値や定性的表現に含まれるあいまいな表現を受け入れるようにすることが必要である。また，信頼性に影響を与える多くの要因のうち，どの要因を改良すると信頼性があがるかを示す感度解析[9]を行える内容も含まれると便利であると考えられる。

参考文献

1) 塩見弘：故障解析と診断，日科技連，1979

2) A.D.Swain and H.E.Guttmann: Handbook of Human Reliability with Emphasis on Nuclear Power Plant Applications, NUREG/CR-1278(2nd draft), October, 1980

3) 鬼沢武久，菅野道夫：あいまい論理を用いた故障解析，計測自動制御学会論文集，Vol. 20, No. 6,498/505, 1984

4) T.Onisawa: An Approach to Human Reliability in Man-Machine Systems Using Error Possibility, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 27, No. 2, 87/103, 1988

5) E.M.Dougherty,Jr. and J.R.Fragola: Human Reliability Analysis: A System Engineering Approach with Nuclear Power Plant Applications, John Wiely & Sons, 1987

6) K.J.Schmucker: Fuzzy Sets, Natural Language Computations, and Rsik Analysis, Computer Science Press., 1984

7) T.Onisawa: Reliability Estimation from Various Subjective Standpoints, Preprints of 2nd IFSA Congress, Tokyo, Vol. 2, 793/796, 1987

8) 鬼沢武久：ファジィ推論を用いた人間の信頼性評価，計測自動制御学会論文集，Vol. 24, No. 12, 1312/1319, 1988

9) T.Onisawa: Sensitivity Analysis in Fuzzy Reliability Analysis, Proc. of the 1988 Korean Automatic Control Conference, Seoul, Vol. 2, 764/769, 1988

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィ理論に基づく損傷構造物の耐震信頼性評価

SEISMIC RELIABILITY ASSESSMENT OF DAMAGED STRUCTURES BASED ON FUZZY SET THEORY

白石成人*、古田　均*、杉戸真太*、山本信哉**、大谷裕生*
Naruhito SHIRAISHI, Hitoshi FURUTA, Masata SUGITO
Shinnya YAMAMOTO and Hiroki OHTANI

*京都大学　工学部
Faculty of Engineering, Kyoto University
**三菱重工株式会社
Mitsubishi Heavy Industries

ABSTRACT

This paper provides a reliability analysis of existing structures with damage for seismic loads. In the reliability analysis, limit state is defined in terms of displacement instead of load effect or stress. It is assumed that failure occurs when the maximum response displacement becomes larger than the allowable displacement prescribed. The maximum displacement is calculated from the non-stationary power spectrum of earthquake. The damage state of structure in consideration is evaluated in terms of linguistic variables which are defined by fuzzy sets. By using a reduction factor, information regarding the damage state is intoroduced into the reliability analysis. A numerical example is presented to demonstrate the applicability of the method proposed here.

1．まえがき

地震国日本においては、橋梁の安全性評価において、地震による影響を避けてとおることはできない。地震により損傷を受けた既存橋梁が、避難行動や救援活動の際に使用できる状態にあるか否か、あるいは地震後数年経過した後のその安全性はどうであるか、さらには将来生起するであろう地震動に耐えうるかどうかなどについて評価することは、非常に重要なことであると思われる。

既設構造物の信頼性解析を行う場合、設計時と異なる点は、より多くの情報が得られるということである。例えば、建設後t_e年経過した場合、ボーリング等の実施により地盤特性や、t_e年間の地震荷重、交通荷重などによる構造特性の変化などを詳細に知ることができ、将来の耐用期間中に生起するであろう地震動も、設計時とは異なり新たに予測できると考えられる。また、目視による検査や非破壊試験などにより、構造物の損傷程度を把握でき、より信頼性の高い評価を行うことができる。

本研究はこれらの点に着目し、損傷を受けた橋梁構造物の耐震信頼性評価を行うことを目的とする。橋梁が地震動を受けた場合、最も損傷を受けやすく、破壊が生じやすいのは橋脚である。そこで本研究では鉄筋コンクリート（ＲＣ）橋脚を対象として、橋脚天端の

相対変位に着目し信頼性解析を行う。構造物の固有振動数と等しい振動数領域の非定常パワースペクトルに着目し、その強度パラメータを用いて最大応答変位を推定する。さらに、損傷の影響を導入するためにファジィ理論を適用する。すなわち、損傷程度を"Very Small","small","Medium","Large","Very large"等の言語変数を用いて評価し、ファジィグラフの考え方を用いて総合的な評価を得て、その影響を信頼性解析に導入する。

2．構造物劣化の評価法

鋼構造物の場合、代表的な劣化現象として、疲労、遅れ破壊および腐食があげられる。これらの現象はそれぞれが単独で発生する場合もあるし、腐食が疲労亀裂や遅れ破壊のきっかけになったり、あるいは腐食環境により、疲労亀裂や遅れ破壊が促進される場合が生じるなど複雑である。また震災後を考える場合、その変形状態や亀裂進展程度などで損傷評価を行うことは、その精度上困難であるとされている。

一方、ＲＣ構造物の場合、その損傷程度は、ひび割れ、漏水、コンクリート剥離など目視で判断しやすいものが多く、またその判定基準についてのデータも豊富である。

ＲＣ構造物は、従来メインテナンスフリーと考えられており、鋼構造物に比べ耐久性に優れているとされていた。また建造費も安価であったため、建造される割合が高かった。しかしながら、近年日本各地でコンクリート構造物の劣化現象が指摘され始め、調査が行われるようになっている。

ＲＣ構造物の劣化原因として、つぎの項目があげられる[1)]。

(1)荷重に起因するもの
　疲労、地震あるいは不等沈下などによってもたらされる。
(2)温度に起因するもの
　凍結融解作用、初期の温度低下、構造物内外の温度差が対応する。
(3)機械的作用に起因するもの
　摩耗が主で、道路舗装面やダムの放水路などで観察される。
(4)化学的作用に起因するもの
　炭酸化（中性化）、硫酸塩、酸性水などがある。
(5)鋼材の腐食に起因するもの
　鋼材の腐食を促進させる炭酸化（中性化）や侵入塩分（飛沫帯などで海水の塩分が侵入する）などがある。
(6)反応性骨材に起因するもの（アルカリ骨材反応）

上記の原因により生じる劣化を評価する場合、目視点検が中心となる。ひび割れは、目視点検の中で最も容易に評価できる損傷である。また、上記のあらゆる原因により生じやすいため、損傷度評価の中でも特に重要な指標であると考えられる。その他、非破壊試験による強度、コンクリート内部の鉄筋の腐食およびひび割れの推定、コアの抜取り検査による強度の推定、変位・沈下量・傾斜・移動量の測定などにより、損傷程度を評価することができる。

従来の信頼性理論でも構造物の損傷程度を、抵抗強度の低下として定量的に取り扱う方法が試みられている。その場合、限界状態関数は、低減係数ϕを用いて次の式で表される[2)]。

$$Z=\phi R-S \qquad (1)$$

ただし　R:構造物の抵抗強度
S:荷重作用

3．既存構造物の耐震信頼性評価法

本研究では、地震動の非定常なスペクトル特性を考慮するために、非定常パワースペクトルの平方根の最大値である強度パラメータ$\alpha m(f)$[3]に着目し、弾性領域および非弾性領域の両方を考慮した構造物の最大応答変位を推定することを試みる。ただしこの$\alpha m(f)$は基盤における強度パラメータであるため、変換係数$\beta a(f)$[3]を乗ずることにより沖・洪積地盤の影響を考えた推定を行えるようにした。応答解析より、固有振動数f_0が2Hz以下の場合は地盤最大加速度Amaxよりも$\alpha m(f_0)$を用いた方が、より信頼性の高い最大応答変位を推定できるという結果を得た。橋脚天端の最大応答変位Ymaxは、B（定数），$\beta a(f_0)$,および$\alpha m(f_0)$を用いて次式により容易に推定することができる。

$$Ymax=B\cdot\beta a(f_0)\cdot\alpha m(f_0) \quad (2)$$

地震発生位置に関しては、活断層を考慮した文献4)のゾーニングを用いて、関西について各ゾーンごとの発生パターンを考えた。ゾーンごとのマグニチュードおよび震央距離が与えられれば、式(2)より最大変位応答Ymaxを計算できる。つぎに構造物の損傷程度を定量的に評価するために、許容変位Y_Rが損傷とともに減少すると考え、式(1)と同様に次式により限界状態関数を定義する。

$$Z=\phi\cdot Y_R-Ymax=\phi\cdot Y_R-B\cdot\beta a(f_0)\cdot\alpha m(f_0) \quad (3)$$

ただし，ここで低減係数ϕはファジィ数で表される。

本研究では、文献5)および文献6)をもとに、損傷によるϕの変化を評価するためのファジィグラフ

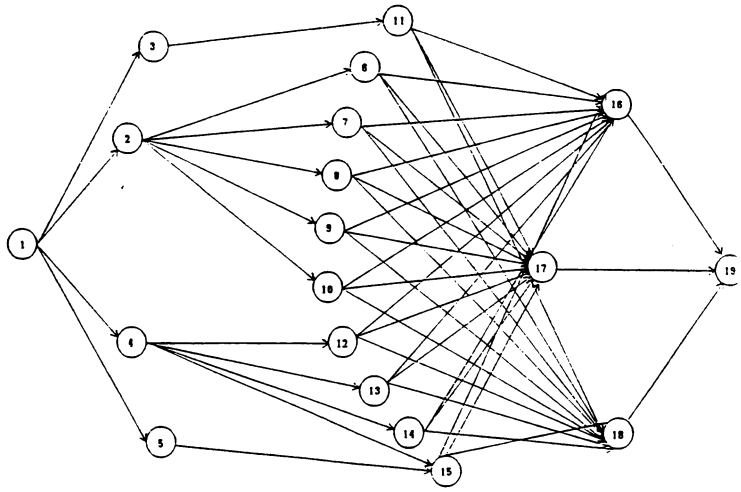


図１　ϕの変化を評価するためのファジィグラフ

表１　各ノードの内容

Node		Node	
1	ダミー	11	変位・沈下量・傾斜・移動
2	目視	12	コンクリート内部のひび割れ
3	変位測定	13	コンクリート内部の鉄筋の腐食
4	非破壊試験	14	鉄筋位置
5	コアの抜取り検査	15	応力・ひずみ
6	水平ひび割れ	16	変形による損傷度
7	斜めひび割れ	17	変位による損傷度
8	コンクリート剥離	18	ひび割れによる損傷度
9	鉄筋のはらみ出し	19	低減係数評価
10	鉄筋の破断		

を考えた。図１,表１にファジィグラフおよび各ノードの内容を示す。ただし図１はいくつか考えられるファジィグラフのうちの１例を示したものである。評価は、各ノード間のファジィ関係の設定および重みづけを行い、ファジィ関係行列を用いてメンバーシップ関数を求めることにより行われる[6)]。文献5)の判定基準をもとに考えたファジィ関係の一部を表２に示す。最終的に得られたメンバーシップ関数は、典型的なパターンのメンバーシップ関数[6)]に、どれだけ近似しているかということにより低減係数の評価を行う。図２に典型的なパターンの一部を示す。

いま、典型的なパターンのメンバーシップ関数をmi(u)(i=1,…,5)とし、得られたメンバーシップ関数をnj(u)とすると、その近似度dijは

$$dij=\int_0^1 |mi(u)-nj(u)|\,du \quad (4)$$

で定義され、この値よりどのパターンに分類できるかが判別される。メンバーシップ関数は、近似度が最も小さい典型的なパターンmi(u)に対応すると考え、これをもって低減係数φとする。これを式(2)に代入することにより、構造物の損傷を考慮した信頼性解析を行うことができる。

本研究では、universe of discourseを離散的に扱ったため、最終的に得られた低減係数のメンバーシップ関数は凹凸のある形になった。しかし、本来人間が物事を判断する場合にメンバーシップ値が大きく変化するとは考え難い。そのためメンバーシップ関数の典型的なパターンを考え、それにあてはめることによりこの問題に対処したが、実際はuniverse of discourseの分割数をさらに多くし、出力される低減係数をそのまま使用すべきであろう。

表２　ファジィ関係の一例

Input Node	Inf.	Output node 16	17	18
0	V_S	V_S	V_S	V_S
	S	V_S	V_S	S
	M	V_S	V_S	M
	L	S	V_S	L
	V_L	M	S	L
7	V_S	V_S	V_S	S
	S	V_S	V_S	M
	M	S	V_S	L
	L	M	S	L
	V_L	M	S	V_L
8	V_S	V_S	V_S	M
	S	S	V_S	L
	M	M	S	L
	L	L	M	V_L
	V_L	L	L	V_L
9	V_S	S	V_S	L
	S	S	V_S	V_L
	M	M	S	V_L
	L	L	M	A_L
	V_L	V_L	L	A_L
10	V_S	S	V_S	L
	S	M	S	V_L
	M	M	M	V_L
	L	L	L	A_L
	V_L	V_L	L	A_L

Input Node	Inf.	Output node 16	17	18
11	V_S	V_S	S	V_S
	S	S	S	S
	M	L	L	L
	L	V_L	V_L	V_L
	V_L	V_L	V_L	V_L
12	V_S	V_S	V_S	V_S
	S	V_S	V_S	S
	M	S	V_S	M
	L	M	S	L
	V_L	M	S	V_L
13	V_S	V_S	V_S	V_S
	S	V_S	V_S	S
	M	S	S	M
	L	M	S	L
	V_L	L	M	V_L
14	V_S	V_S	V_S	V_S
	G	S	V_S	S
	M	M	S	M
	B	L	M	L
	V_B	V_L	L	V_L
15	V_S	V_S	V_S	V_S
	S	S	S	S
	M	M	M	M
	L	L	L	L
	V_L	V_L	V_L	V_L

Input Node	Inf.	Output node 19
16	V_S	V_S
	S	S
	M	M
	L	V_L
	V_L	V_L
17	V_S	V_S
	S	S
	M	L
	L	V_L
	V_L	V_L
18	V_S	V_S
	S	V_S
	M	S
	L	L
	V_L	V_L

V_S : Very Small
S : Small
M : Medium
L : Large
V_L : Very Large

V_B : Very Good
G : Good
M : Medium
B : Bad
V_B : Very Bad

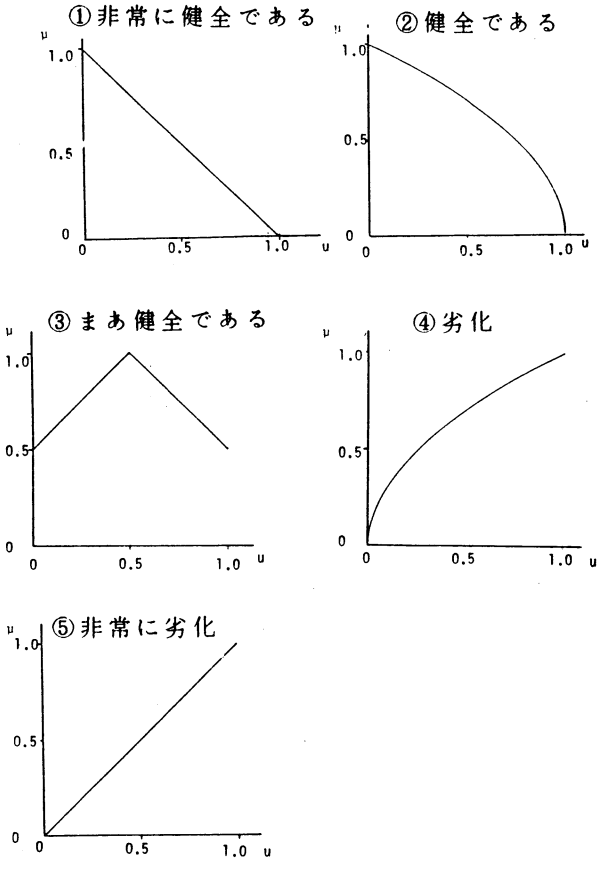


図２　典型的なパターンのメンバーシップ関数

4．適用例

本方法の有効性を検討するために行った数値計算例を示す。モデルとして適用した橋梁は、固有周期T_0=0.626sec、降伏変位の平均値$\bar{\delta}_y$=0.618cm、許容変位の平均値$\bar{\delta}_a$=2.472cm（靱性率μ=4）、変動係数V=0.1のＲＣラーメン橋脚である。近畿地方を対象とし、４つのゾーンごとに解析を行う。

入力する情報として、全てVs(Very small)の場合（ケース１）、全てVl(Very large)の場合（ケース２）、および実際に損傷程度を判断したと仮定した場合（ケース３とケース４）を考える。損傷部は、橋脚の基部と仮定する。

図３に、出力されたメンバーシップ関数を示す。ケース１は全てVsの場合であるが、図１のノード8,9,10に対応する”コンクリートの剝離”、”鉄筋のはらみ出し”、”鉄筋の破断”は、損傷が著しい場合に限定されるので、全て0とした。ケース２は全てVlの場合であるが、これは構造物が終局状態に近いことを表す。ケース３はノード6～15に、S,Vs,0,0,0,S,S,M,Vl,Vlを、ケース４はM,S,Vs,0,0,L,M,M,Vl,Vlをそれぞれ入力した場合である。ただし、SはSmallを、MはMediumを表す。式(3)を用いて、これらのメンバーシップ関数と、典型的なパターンのメンバーシップ関数との近似度を求めた。d(1)～d(5)は近似度を表す。これより全てVsの場合、非常に健全と評価され、全てVlの場合、非常に劣化他の２例はそれぞれ、健全、まあ健全と評価された。これらのメンバーシップ関数より低減係数ϕが与えられる。

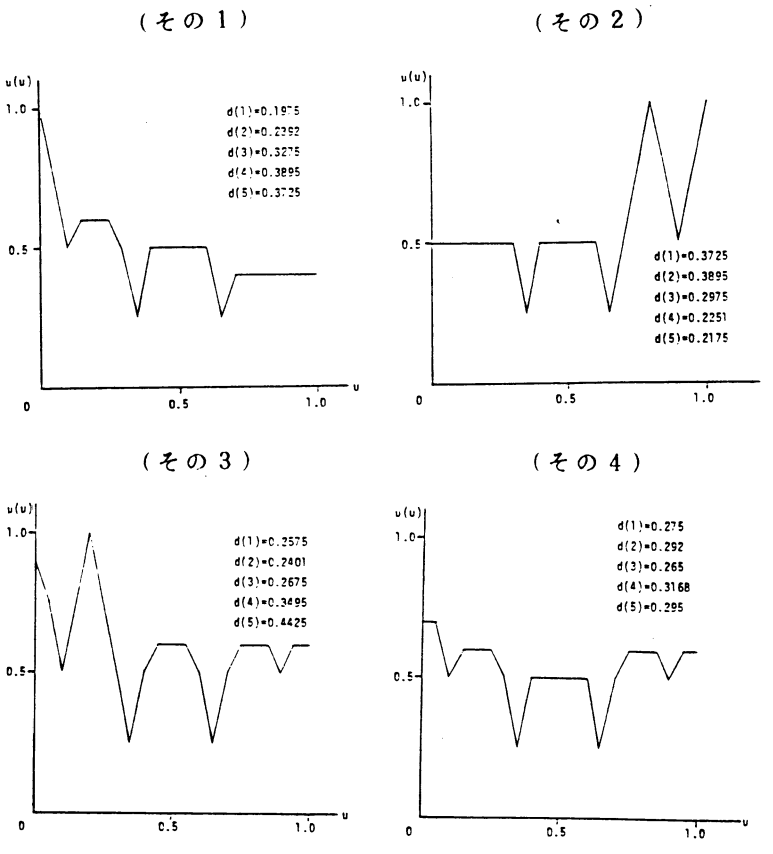


図３　出力されたメンバーシップ関数

これらを用いて30年後の破壊確率P_fを求めると、

”非常に健全”の場合、

$$P_f=1/0.0068+0.8/0.0239+0.6/0.0403+0.4/0.0953+0.2/0.3097 \quad (5)$$

”健全”の場合、

$$P_f=1/0.0068+0.8944/0.0239+0.7746/0.0403+0.6325/0.0953+0.4472/0.3097 \quad (6)$$

"まあ健全"の場合、

$$P_f = 0.5/0.0068 + 0.7/0.0239 + 0.9/0.0403 + 0.9/0.0953 + 0.7/0.3097 \quad (7)$$

"非常に劣化"の場合、

$$P_f = 0/0.0068 + 0.2/0.0239 + 0.4/0.0403 + 0.6/0.0953 + 0.8/0.3097 \quad (8)$$

となる。式(7),(8)においてメンバーシップ値1のものがないが、式(7)では、メンバーシップ値0.9の破壊確率0.0403と0.0953の間に存在する。これはuniverse of discourseのうち、0.5の場合の破壊確率を算定しなかったことが原因である。式(8)では、メンバーシップ値が1となるのは低減係数ϕ=0のときであり、これはすなわち許容変位が0となることである。実際はこのようなことはあり得ず、しいて考えるならば破壊した状態を表し、破壊確率は1と考えられる。

式(6),(7)の健全なＲＣ橋脚とまあ健全なＲＣ橋脚とを比較した場合、30年後の破壊確率が0.0068であるメンバーシップ値は、"健全"の場合1、"まあ健全"の場合0.5であり、30年後の破壊確率が0.0953であるメンバーシップ値は、"健全"の場合0.6325、"まあ健全"の場合0.9である、ということがわかる。このようにファジィ理論を用いることにより、構造物の損傷を容易に取り扱うことができ、またその結果の表示の仕方により、多くの情報を得ることが可能となる。

5．あとがき

地震動の非定常パワースペクトルに着目することにより、構造物の最大変位応答を求めるための、精度のよい簡易法を開発できた。また構造物の応答として、橋脚天端の相対変位を考えることで、非弾性領域の応答を弾性領域に変換せずに容易に取り扱うことができた。さらにファジィ理論を用いることにより、構造物の損傷を容易に取り扱うことができ、またその結果の表示の仕方により、多くの情報を得ることが可能となる。

参考文献

1)白石成人編：構造物のライフタイムの評価、土木学会、1988

2)白石成人、古田均、小山徳成：ファジィ理論を用いた不静定構造物の信頼性評価、第３回ファジィシステムシンポジウム講演論文集、pp・255-260、1987.

3)杉戸真太,亀田弘行,後藤尚男,廣瀬憲嗣：工学的基盤面と沖・洪積地盤面の地震動の変換係数、京都大学防災研究所年報,第29号B-2,pp.41-58,1986.

4)阪神高速道路公団：阪神地域における都市高速道路の荷重条件と設計荷重に関する基礎的研究、(社)システム総合研究所,pp.37-50,1986.

5)土木構造物の震災復旧技術マニュアル、土木研究所彙報第45号,1986.

6)白石成人、古田均、橋本光行：構造物の健全度評価へのファジィグラフの適用、材料、第33巻,第364号,pp.21-27,1984.

道路網信頼性解析へのファジィ理論の適用

An Application of Fuzzy Set Theory to Road Network Reliability Analysis

若林拓史*, 片岡孝之**, 久末信幸***

Hiroshi Wakabayashi, Takayuki Kataoka, Nobuyuki Hisasue

* 大阪府立工業高等専門学校
Osaka Prefectural College of Technology

** 大阪市
Osaka City

***関西電力（株）
The Kansai Electric Power Co.Inc.

ABSTRACT

This paper proposes a new method for estimating upper and lower bounds of reliability between node pairs in road networks. The conventional calculation methods using all the minimal path sets and cut sets are impractical for a large system because of the large numbers of minimal path sets and cut sets involved. The proposed method is quite useful since it requires only partial minimal path sets and cut sets. The work for obtaining the link reliability, however, requires a large and long-term statistical survey. In this paper, an attempt that the fuzzy sets are used as link reliability is made to simplify the data collecting process. The method proposed herein is demonstrated by small size network.

1．はじめに

道路網は，都市や地域における日常の経済活動や社会活動を支える重要な基盤施設である．昨今の都市域では交通需要の増大を原因とする自然渋滞，あるいは事故や工事に起因する渋滞によって，一部ネットワーク中で移動が困難となる状態が生じている．このような状態下では道路網の機能が著しく低下し，市民生活，経済活動に大きな影響を与えるばかりでなく，救急活動や消防活動が妨げられ都市の安全性をも損なう結果となる．また，長期的には，都市の活力が低下する遠因になると考えられる．したがって，交通量がきわめて多い都市域においては都市の安全性や活力を保持するために，たとえ不通リンクが発生しても，代替経路が存在しシステムとしては機能する道路網づくりを目指すことが重要である．従来，道路網整備水準は，改良率や舗装率等の物理的指標で評価されてきたが，これらの指標では，以上述べた状況下での整備水準を十分に評価できなくなってきており，都市域においては，今後，利用者利便性の立場から，道路網の質的なレベルを指標化する必要があると考えられる．本研究では，新しい道路網整備水準指標の一つとして信頼性を取り上げる．信頼性解析法は，エレクトロニクスや機械システムの分野で発達した方法であるが，道路網の信頼性解析がこれらのシステムと異なる点は，おもに次の３点に要約される．

（1） 交通の経路を考慮する必要がある．
（2） 多点間の信頼性を対象とする必要がある．
（3） 要求される精度はそれほど高くない．

本研究では，これらの交通工学的特性を反映した信頼性解析法を開発・提案するものである．

本論文の前半で述べる信頼性グラフ解析法に基づいた道路網のノード間信頼性解析では，入力情報としてリンク信頼度が必要である．リンク信頼度は確率変数であるため，その裏付けとなる十分な量の統計データを得ることが要求されるが，その入手と解析に多くの時間と労力が必要とされる．したがって，ネットワークが大規模になるにつれ，リンクの信頼度を厳密に評価することは困難になる．このように，リンク信頼度を正確に知り，それを確率変数として扱うには，経済的，時間的な面から種々の制約がある．一方，道路区間の通行の容易性は，交通管制センターの交通情報やドライバーの経験により容易に把握が可能であると考えられる．これらの情報は，局地的な情報であること，経験的，主観的な情報であることから理論的根拠に乏しく従来の信頼性解析手法に用いるには問題が多いといえる．しかし，過去の経験の蓄積や実績があるので信頼度の高い情報といえ，またその簡便性は評価できると考えられる．そこで，上記のような詳細な調査を必要とせず，かつ人間の経験や交通工学的判断をできるだけ有益な形で利用でき，しかも理論的な整合性を持つ，より

現実的な信頼性評価法が構築されれば望ましい[1]．この場合，リンク信頼度は厳密に規定された値ではなく，例えば『0.8ぐらい』という表現によって，ある幅をもった値で与えられる．本研究では，リンク信頼度をファジィ数として与え，信頼性解析にファジィ理論を適用することを試みる．具体的には，筆者らが既に提案したノード間信頼度の上・下限値評価法（ブール演算法）に，ファジィ数の演算を組み合わせた手法を提案し，その実用性を検討する．

2．少数のミニマルパス・カットによる信頼性解析法[2]

本研究では，道路網の任意の2地点間において，円滑な走行移動が保証される状態をノード間信頼性とよび，ある期間におけるその確率をノード間信頼度と定義する．同様に，ネットワークの構成リンクに対し，円滑な走行移動が保証される確率をリンク信頼度とよぶ．

ネットワークのノード間信頼度は，構造関数の期待値計算により得られる．構造関数の構成法には，モジュールや分解原理を用いてシステムを等価変換する方法があるが，ミニマルパス，カットを用いるとシステムの等価変換は不用で，オリジナルのネットワーク形状をそのまま利用することが可能である[3]．このことは，多数のODを対象とする交通ネットワークの信頼性解析に有効であることから，本研究ではミニマルパス，カットを用いて信頼度を解析する．なお，ミニマルパスとは，ノード間の経路を構成するリンクのうちどれか1つでも故障になると通行が不能となり，すべてが機能していれば通行機能を保証するような部分集合である．ミニマルカットとはそれに属するすべてのリンクが故障すれば確実にノード間が通行不能となり，そのうちの1つでも機能状態となると，それに属する他のリンクすべてが故障していても必ずしも通行不能とはならないような部分集合である．

ネットワークの特定のノード間のミニマルパスをP_s，ミニマルカットをK_sとすると信頼度の厳密値Rは，

$$R=E\left[\coprod_{s=1}^{p}\prod_{a\in P_s}X_a\right]\equiv E\left[1-\prod_{s=1}^{p}\left(1-\prod_{a\in P_s}X_a\right)\right] \quad (1)$$

あるいは，

$$R=E\left[\prod_{s=1}^{k}\coprod_{a\in K_s}X_a\right]\equiv E\left[\prod_{s=1}^{k}\left\{1-\prod_{a\in K_s}(1-X_a)\right\}\right] \quad (2)$$

で与えられる．ここに，X_aは，

$$X_a=\begin{cases}1，リンクaの円滑な走行移動が保証される場合\\0，そうでない場合\end{cases} \quad (3)$$

で定義される確率変数であり，p，kは，ミニマルパス，カットの総数である．なお，リンク信頼度r_aは，

$$r_a = E[X_a] \quad (4)$$

で与えられる．

式(1),(2)の計算は，すべてのミニマルパス，カットが必要であり，また，同一リンクの確率の重複計算を避けるため，論理積に関するブール演算（$X_a\cdot X_a=X_a$）を必要とする．そのため，ネットワークが大規模になると膨大な計算が必要となる．ここで，ミニマルパスに基づく式を具体的に示すと以下のようになる．ミニマルパスを，

$$\alpha_s = \prod_{a\in P_s}X_a \quad (5)$$

で表すと，式(1)は，

$$R=E[1-(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)\cdots(1-\alpha_p)] \quad (6)$$

となる．式(6)をさらに展開すると項の数は2^p-1個となる．そして，これらの項をブール代数で整理しなければならない．したがって，ミニマルパス数が増加すると項の数が指数的に増加して，膨大な計算量となる．

ここで，仮にパスの数を1個減らせば，この部分の計算量はほぼ1/2ですむ．以下同様に，パスの数の減少にしたがって，計算量を1/2ずつ指数的に減少させることができる．したがって，信頼度Rの値への寄与が大きい一部のミニマルパスで十分よい近似が得られるならば，非常に効率よく信頼度を計算できることになる．寄与の小さいミニマルパスとは，ノード間をジグザグに経路をとるものや，大まわりのミニマルパスが考えられる．これらのパスは，利用経路としての選択率が一般的にきわめて低く，交通工学的観点からは，信頼度解析の対象経路とすることはあまり意味がない．また，ミニマルカットは，双対ネットワークでのミニマルパスと等価であるので，双対ネットワークでのミニマルパスを探索すればよい（図-1b参照）．そしてここでも，上のミニマルパスで述べたことと同様のことがいえる．

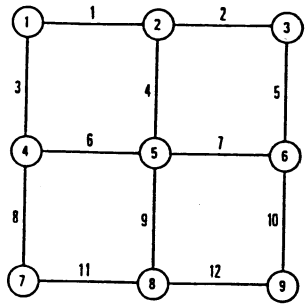
ミニマルパス$P_1,P_2,\cdots,P_p$の集合をP，ミニマルカット$K_1,K_2,\cdots,K_k$の集合をKとする．部分集合P'，K'をP'⊆P，K'⊆Kで定義し，その要素の個数をp'(≦p)，k'(≦k)とする．式(1),(2)をP'，K'で評価すると，下限値L，上限値Uを得ることができる．すなわち，

$$L=E\left[\coprod_{s=1}^{p'}\prod_{a\in P_s}X_a\right]=1-E\left[\prod_{s=1}^{p'}\left(1-\prod_{a\in P_s}X_a\right)\right] \quad (7)$$

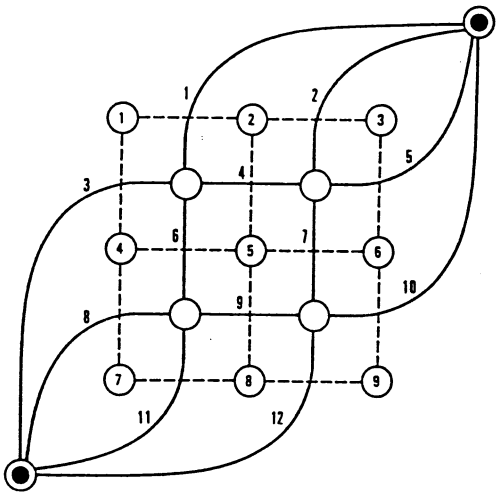
$$U=E\left[\prod_{s=1}^{k'}\coprod_{a\in K_s}X_a\right]=E\left[\prod_{s=1}^{k'}\left\{1-\prod_{a\in K_s}(1-X_a)\right\}\right] \quad (8)$$

$$L \leqq R \leqq U \quad (9)$$

を得る．式(7),(8)において，すべてのパス，カット



a）オリジナルのネットワーク
（ノード番号とリンク番号）



b）ノードペア(1,9)に対する双対ネットワーク
（リンク番号とオリジナルネットワークのノード番号）

図-1　田字型ネットワークと双対ネットワーク

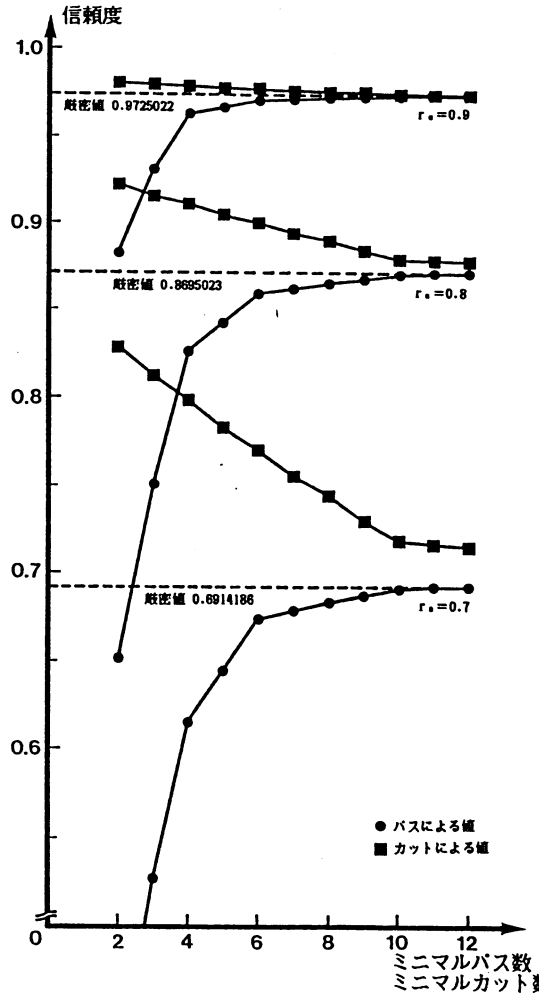


図-2　パス・カットの選択数と上・下限値の計算結果

を用いると厳密値に一致するのは明らかである．

式(7),(8)では，一部のミニマルパス・カットを選択する必要があるが，少ないパス・カット数で厳密値にできるだけ近い上・下限値を得るには，パスおよびカットの生起確率順に選択すればよいことがわかっている[2]．これらは信頼度に対し寄与の大きいパス・カットであり，これが日常の経路や交通の断面に合致することもわかっている．以上述べたように，本手法では，少数の日常的な交通の経路に基づいて信頼度の上・下限値の効率的解析が行える点に特徴がある．

3．仮想道路網に対するモデル計算

図-1aに示す田字型ネットワークの対角線ノードペア(1,9)を対象にモデル計算を行った．まず最初に，前節で述べた信頼性解析法のクリスプ数での結果を紹介する．リンク信頼度r_aを同一値とし，r_a＝0.9,0.8,0.7の場合の計算結果を図-2に示す．ミニマルパスによる値が下限値を，ミニマルカットによる値が上限値を与えることが確認できる．そして，パスの選択数を増すと下限値は大きくなり，厳密値に接近する．カットの場合は，選択数を増すと上限値は厳密値に接近する．さらに，最初の数個のパス・カットで上・下限値は急速に厳密値に接近することがわかる．そして，それ以後はパス・カット数を増加させてもそれほど値の改善はみられない．この方法ではパス・カット選択の停止基準がないので，飯田・若林[2]は，その選択数として一次独立なパス・カット数をとることを提案している．本ノードペアでは，一次独立なパス・カット数はそれぞれ５，８となる．また，本計算法では，ブール演算が必要であるが，この計算を機械的に行うためのアルゴリズムを開発している(本論文では省略)．このアルゴリズムは，式(7)あるいは(8)を展開し，同一項について整理する記号処理的なアルゴリズムとなっている．

このネットワークにおいて，冒頭で述べた理由に

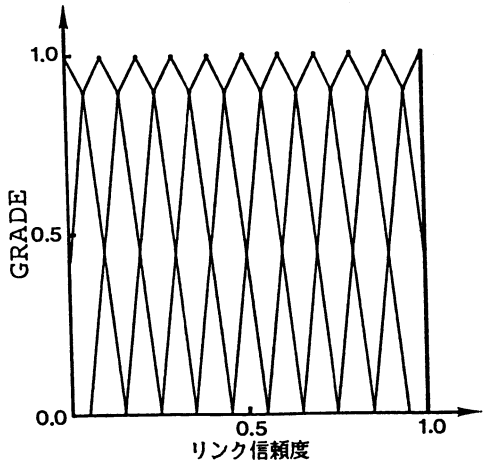


図-3　リンク信頼度のメンバーシップ関数

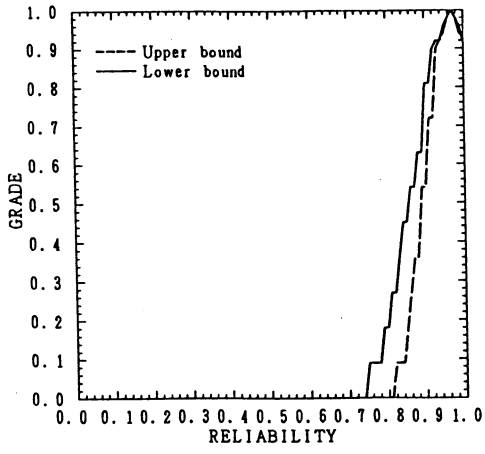


図-4　ノード間信頼度のメンバーシップ関数
（r_a＝『0.9ぐらい』）

よりリンク信頼度r_aに対してファジィ数を用いることを考える．リンク信頼度は，図-3に示すようなメンバーシップ関数で与えている．上と同様にr_aを同一値とし，それぞれ『0.9ぐらい』，『0.8ぐらい』，『0.7ぐらい』に対して，ノード間信頼度の計算を行った．計算は上記のアルゴリズムに，拡張原理を組み合わせて行った．得られたノード間信頼度のメンバーシップ関数を図-4～6に示す．信頼度が低下するにつれてメンバーシップ関数の台集合のレンジが広がるが，十分解釈可能なノード間信頼度が得られることがわかる．したがって，リンク信頼度にファジィ数を用いても，実用上の有効性は保たれると考えられる．

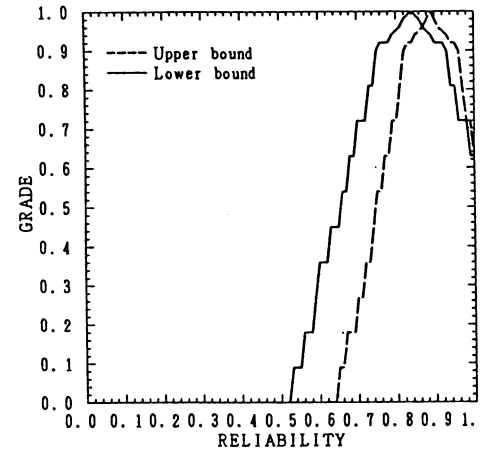


図-5　ノード間信頼度のメンバーシップ関数
（r_a＝『0.8ぐらい』）

4．まとめと今後の検討課題

（1）　本研究では，リンク信頼度をファジィ数で与えることによって，信頼性解析における入力データ収集の簡略化が可能であることを示した．このことにより，データ収集の費用の節約と経験的データの利用の両立が可能となる．実際の道路網信頼性解析においては，信頼度計算に頻繁に利用されるリンクとそうでないリンクとがあることから，前者については詳細な統計データでリンク信頼度を与え，後者についてはファジィ数で簡略に与えることが考えられる．リンク信頼度のデータ収集に要する費用の効率的な配分が可能となると考えられる．

（2）　リンク信頼度のメンバーシップ関数の決定法には合理的な方法論が確立されておらず，統計的に得られるクリスプ数としてのリンク信頼度と，交通管制センターやドライバーによる経験的なリンク信頼度との関係を調査する必要がある．

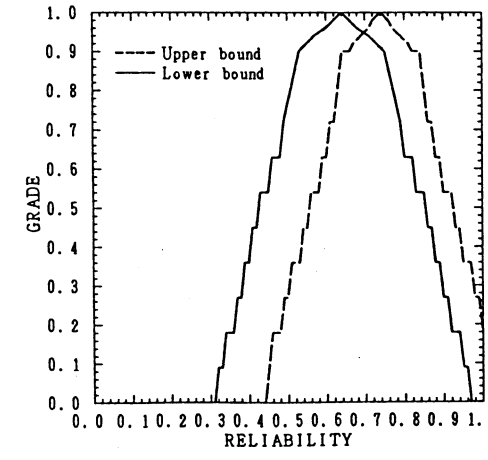


図-6　ノード間信頼度のメンバーシップ関数
（r_a＝『0.7ぐらい』）

(3) 本研究で対象としたネットワークは小規模なものであり，ネットワークが拡大した場合でも，解釈可能なノード間信頼度のメンバーシップ関数が得られるかどうかという問題がある．さらに，大規模ネットワークでは，ブール演算そのものが計算機の記憶容量と計算時間の制約から実行不可能になる可能性がある．このため，ブール演算を省略した近似計算法[4]にファジィ理論を適用することを考えている．

参考文献

1) 白石成人・古田　均・小山徳成：ファジィ理論を用いた不静定構造物の信頼性評価，第３回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.255-261，1987.

2) 飯田恭敬・若林拓史：ブール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法，土木学会論文集,No.395/IV-9,pp.75-84,1988.

3) 若林拓史・飯田恭敬：交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方，土木計画学研究・講演集10,pp.125-132,1987.

4) 飯田恭敬・若林拓史・吉木　務：ミニマルパス・カットを用いた道路網信頼度の近似計算法，交通工学,Vol.23,No.4,pp.3-13,1988.

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィ環境における地域計画施策の多基準評価

MULTIPLE CRITERIA ANALYSIS OF REGIONAL PLANNING ALTERNATIVES IN FUZZY ENVIRONMENT

加賀屋誠一　　山村悦夫
Seiichi KAGAYA　　Etsuo YAMAMURA

北海道大学大学院環境科学研究科
Graduate School of Environmental Science, Hokkaido University

ABSTRACT

In recent years it has become increasingly difficult to pursue regional planning analysis as a result of the presence of large-scale and complicated interaction between a diversity of regional variables. It has particularly become difficult to determine preferences among competing alternatives due to the vagueness and the uncertainty existing whithin the spatial entity of the evaluated criteria on living environment and the degree of importance of the criteria. In this study the multicriteria analysis under fuzzy environment is discussed and applied to determine preference for desirable alternatives in regional planning area engaged in water resource developing.

1.はじめに

地域計画を推進する際の最も困難な問題の１つは、地域の中で多数の利害グループが存在し、そのグループ間で、考え方が異なる場合である。この場合、コンフリクト問題として取り扱われるが、地域計画におけるさまざまな不確実性、あいまい性のために、的確な意思決定ができない場合が多い[1)]。これは、地域計画問題の持つ本質から、地域計画を評価するためのさまざまな基準や、施策の将来の動向について、地域の意思決定者の経験や、直観を多く必要とすること、また、意思決定者の選好する計画評価対象に対する重要度についても、定量的というより、主観的な判断に基づくことが多いことに起因しているといえる。本研究は、そのような視点から、特に、地域計画問題の、離散的な施策集合の中から好ましい施策選択を行うために、ファジィ環境下での多基準分析法を適用し、検討してくことを目的としている。

2.研究の背景

一般に、地域計画問題を検討することは、政策変数によって、ある地域目標が、達成される度合を評価することと考えることができる。ある政策変数の目標達成の状態を評価する場合、それに付随する目標も併せて考えなければならず、それらの目標を取り込んだ複数目的の問題を解くことになる。また、政策変数も、通常１つとは限らず複数となるのが一般的である。しかも、目的を中心とした地域システムは、大規模でかつ、要素１つ１つが、多様であること、また、政策変数の組合せによる施策のシナリオも、多様性に富み、離散的な代替案として考えなければならないことなど、従来の多目的計画法の定式化が難しいのが、一般的である。このような離散的な代替案集合の中から、好ましい案を選択する方法として、多基準分析法が、よく用いられている[2]。この方法は、操作変数が必ずしも被整除性(divisibility)を持たなくてもよく、また、代替案集合は、凸条件を課する必要はない、順序づけによる選好性のため、代替案比較が容易であるなどの特徴により、よく用いられるものである。しかし、代替案の評価のための、計画達成基準が、基本的には、非定量的要素を保証しているにも関わらず、その表示の方法が確立されていないこと、また、各達成基準の意思決定者の主観による重みづけが重要であるが、主観としての重みの表現方法が難しいなどの困難がある[3]。

3.方法と手順

(1)地域情報の予測

ここでは、ダム開発地域における地域振興策において、特に重要な施策を、地域の意思決定者の優越性情報をもとにして、明らかにすることを試みる。すなわち、ダム建設による水没・人口の減少・産業の停滞・地域コミュニティの分断などの影響を防ぐために、地域の振興策によって活性化させようとする地域計画と考えることである。

対象地域として、現在、ダムによる水資源開発が計画されているＴダムＡ市を取り上げる。

ここでの方法とその手順についてまとめると、図１のようになる。

はじめに、地域振興策の評価のための、地域の総合的生活環境評価基準について選定を行った。ここでは、表１のような１３の項目の１３の具体的な指標を考えた。

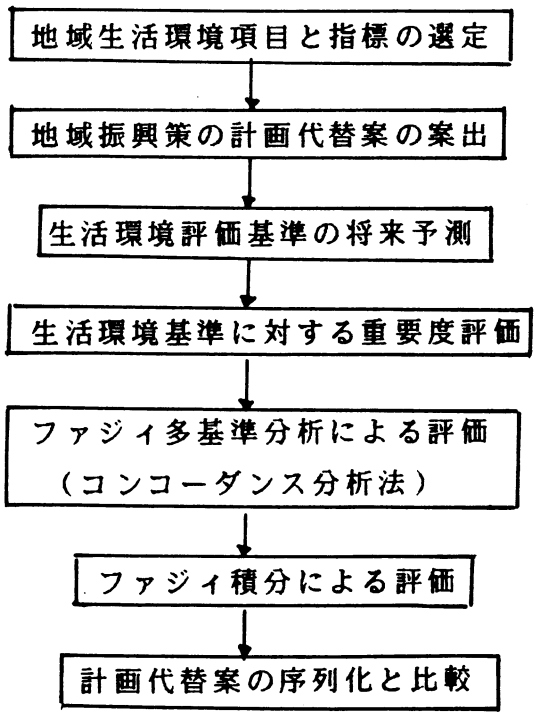


図１　　方法と手順

次に、地域振興のための計画代替案について、表２のような５つの案を導入した。各計画代替案によって得られる各生活環境評価基準の目標達成度は、それぞれの指標の状態予測の評価に基づき、区間[0,1]上の関数として表される。また、各生活環境評価基準の地域意思決定者による優越性の評価は、地域住民の各階層から抽出された４５名に対する調査によって、行うものとする。

表１　生活環境評価基準と指標

生活環境評価基準		内容のまとめ	指標
安全と健康	1.保健性	衛生的で、病院施設が充実	病院整備
	2.非公害	公害問題がないこと	下水道整備
	3.防災性	自然災害の被害がないこと	排水施設整備
経済と利便	4.交通情報	地域の交通通信ネットワークが充実	新規街路整備
	5.消費性	買物の便及び、商品が得やすい	商業地域整備
	6.雇用収入	雇用機会が多く、収入が得やすい	雇用機会
コミュニティ	7.共同連帯	近隣の人々の助け合い、協力体制の充実	コミュニティ機能
	8.文化性	文化的行事が多く、施設も充実	文化施設整備
快適さと文化	9.福祉	高齢者対策や、幼児の施設が充実	高齢者対策
	10.教育	高等・生涯教育対策と通学の便がよいこと	教育施設整備
	11.居住性	住宅が安く、かつ、手に入りやすいこと	公営住宅建設
	12.娯楽性	余暇を楽しむためのレジャー等施設が充実	観光事業育成
自然と保全	13.森林保護	森林、緑地の保全	植樹の増進

得られた地域情報を用いて、代替案の評価を行うが、ここでは、２つの方法を考える。１つは、ファジィ多基準分析による方法であり、他の１つは、ファジィ積分を利用する方法である。

これらの分析によって得られた結果について、比較しその違いについて考察を行う。

表２　計画代替案の設定

計画代替案	
1)生活再建優先型	従来の地域の産業形態を基本とし、雇用の増進を計り、さらに、人口の流出を防ぐための施策
2)公共施設重視型	公共用地をできるだけ確保し、生活環境質充実のための施設作りと管理運営を行うための施策
3)地域振興重視型	地域の新しい産業を育成し、それに伴う施設や環境作りを行ない、雇用機会の増大と住民の積極性を促す施策
4)周辺利用推進型	ダム周辺の自然、社会環境を整備し、レクリエーション等の利用や、資源利用の産業立地を推進する施策
5)補償優先型	補償を最大限に確保し地域振興、周辺利用等に優先させる施策

(2)適用方法のアルゴリズム

i)メンバーシップ関数の決定[4)]

多基準分析を行う場合の、基本的データは、計画代替案の各評価基準の達成度と、各評価基準に対する意思決定者の重みである。計画代替案による評価基準の達成度は、代替案のインプットによって得られる結果について、計画担当者に対してヒアリング調査を行い、その可能性の度合を三角型メンバーシップ関数として表したファジィ量である。また、各評価項目に対する重要度の評価は、地域住民（意思決定者）に対して行った、５段階(1,2,3,4,5)のラベルで評価してもらいそれに基づく三角型メンバーシップ関数を算定することとした。

ii)ファジィ多基準分析の方法

上述した方法によって得られた、メンバーシップ関数を用いて、多基準分

析（コンコーダンス分析）を行う。まずはじめに、計画代替案に対する各評価基準の達成度は、グレードで表されるインパクト行列にまとめられる。また、重要度評価で得られた重み付けについてもそれぞれの評価基準に対して相対的な値として与えられる。そして、コンコーダンス集合は、計画iが計画i'より優れている全ての評価基準から構成されているもので、コンコーダンス集合を構成する評価基準は、次の条件によって、一対比較決定するものとする。

①インパクトによる評価達成度三角型メンバーシップ関数のピークが異なるとき、ピーク値での達成度の大きい方を優越させる。②ピーク値が等しく、ファジィ数のとりうる範囲が違う場合、範囲の大きい方を優越させる。③ピーク値が共通であり、範囲の幅が等しい場合、達成度の上限の大きい方を優越させる。

なお、①②③の条件によりピーク値の達成度とファジィ数領域の達成度が逆転している場合、これらの順に、優越性をもたせることとする。また、この補集合は、ディスコンコーダンス集合となる。

計画iが、多くの基準に関して計画i'に優越すれば、$C_{ii'}$は、多くの評価項目を含むことになる。そこで、相互の優越性は、次のコンコーダンス指標$c_{ii'}$によって示すことができる。（ただし、$c_{ii'}$は、ファジィ数である。また、w_{im}は、j基準の重みを表す）

$$c_{ii'}=\sum_m(\mu_{j_1m}\wedge\cdots\wedge\mu_{j_jm}) \ / \ f_w(w_{jm}),f_w(w_{jm})=\sum_j w_{jm},\ i\neq i',j\varepsilon C_{ii'} \qquad (1)$$

最後に、コンコーダンス優越性指標c_iは、コンコーダンス指標$c_{ii'}$と$c_{ii^{\wedge}}$の差によって、全優越性の尺度として位置づけられる。

$$c_i=\sum_m(\mu_{ii'm}\ \mu_{i'im})/\ f_c(c_{ii'm},c_{i'im})$$

$$f_c(c_{ii'm},c_{i'im})=\sum_{i'}c_{ii'm}-\sum_{i'}c_{i'im},\ i'\neq i \qquad (2)$$

iii)ファジィ積分による方法

多基準分析は、評価基準の達成度と、評価基準の重要度を用いて、離散的な計画代替案の中から最も望ましいものを選定する方法である。ここでは、多基準分析で得られた結果との比較のために、ファジィ積分による評価方法を考えることとする。ここでは、達成度の高い評価基準（満足な度合の大きい基準）から順に整理し、それらのそれぞれの基準の重要度と対応させると、ファジィ積分の適用が可能となる[5),6)]。ここでは、各代替案ごとに、$\alpha=1$(αカット値)の達成度を選び、また、重要度については、同様の考え方で重要度を選んで、ファジィ積分を適用した。

ここでは、評価基準集合$R=\{r_1,r_2,\ldots,r_j\}$とし、R上の関数$h_{rj}(r_j)$を達成度とし、かつその値の大きい順に並べ、それらを、$X=\{x_1,x_2,\ldots,x_j\}$に置き換える。したがって、X上の関数$h(x_j)$が、$h(x_1)\geq h(x_2)\geq\cdots\geq h(x_n)$となる。

ファジィ積分は、

$$\mu_E=\int_X h(x_j)\circ g(\cdot)=\bigvee_{j=1}^{n}[h(x_j)\wedge g(X_j)],\ X_j=\{x_p\ldots,x_j\} \qquad (3)$$

ファジィ測度g_λは、各評価基準の重要度を表しており、ファジィ積分のアルゴリズムにより、ファジィ分布関数は、次のように定められる。

$$H(x_j)=g_{xj} + H(x_{j-1}) + \lambda g_{xj}H(x_{j-1}),\ H(x_1)=g_{x1} \qquad (4)$$

また、(3)の左辺は、$h_{xj} \wedge H(x_j), 1 \leqq j \leqq n$の最大値を求めることと同じであることが知られており、よって、 ファジィ積分が計算できる。

4.適用例

以上の方法によって、ダム開発地域における地域振興策について、その計画代替案の決定を行う。まずはじめに、計画代替案ごとに各評価基準の達成度を表すファジィ数について、それぞれの基準ごとに、評価値を表した。表３は、各代替案ごとの、評価基準の達成度を、$\alpha=1$での値を示しており、その達成度の状態が把握できる。また同様に、意思決定者の意見に基づく、重要度については、表４に示す。それらの、関数を利用して、前述の手順で、２つの方法による多基準分析を行う。表５は、ファジィ多基準分析による結果、コンコーダンス集合を見つけるための、達成基準の優越性の評価を示したものである。また、表６は、コンコーダンス指標をまとめたコンコーダンス行列である。この行列によって得られたコンコーダンス優越指標および、ファジィ積分で得られた評価値について、表７に示す。

表３ 各代替案による 達成度評価

評価基準	代替案 1	2	3	4	5
1	0.25	0.50	0.25	0.25	0.25
2	0.30	0.55	0.60	0.20	0.20
3	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
4	0.52	0.75	0.80	0.70	0.65
5	0.65	0.40	0.80	0.80	0.80
6	0.60	0.45	0.75	0.60	0.55
7	0.55	0.60	0.42	0.50	0.42
8	0.33	0.40	0.55	0.60	0.40
9	0.60	0.75	0.40	0.40	0.50
１０	0.35	0.40	0.55	0.55	0.40
１１	0.70	0.60	0.55	0.50	0.80
１２	0.70	0.50	0.70	0.80	0.70
１３	0.40	0.40	0.40	0.70	0.40

$\alpha=1$のときの達成度を表す

表４ 得られた相対的な 重み

評価基準	得られた重み $\alpha=0.0$	$\alpha=1.0$
1	[0.09,0.17]	0.13
2	[0.04,0.08]	0.06
3	[0.04,0.10]	0.07
4	[0.07,0.13]	0.10
5	[0.06,0.12]	0.09
6	[0.10,0.18]	0.14
7	[0.02,0.06]	0.04
8	[0.03,0.07]	0.05
9	[0.04,0.10]	0.07
10	[0.04,0.10]	0.07
11	[0.06,0.12]	0.09
12	[0.02,0.06]	0.04
13	[0.02,0.06]	0.04

表５ 各代替案の優越性評価

評価基準	各代替案のランク
1	2≻1≻3≻4~5
2	3≻2≻1≻4≻5
3	3≻2≻1≻4~5
4	3≻2≻4≻5≻1
5	3≻4≻5≻1≻2
6	3≻4≻5≻1≻2
7	2≻1≻4≻3~5
8	4≻3≻2≻5≻1
9	2≻1≻5≻3~4
10	4≻3≻2≻5≻1
11	5≻1≻2≻3≻4
12	4≻3≻5~1≻2
13	4≻3≻1~2≻5

注）表の数字は代替案番号を表し記号≻は、優越、~は、無差別を表す。

表６ 得られたコンコーダンス行列

代替案番号	1	2	3	4	5
1	—	0.40 [0.26,0.54]	0.33 [0.21,0.45]	0.46 [0.29,0.63]	0.45 [0.27,0.57]
2	0.63 [0.39,0.87]	—	0.33 [0.21,0.45]	0.56 [0.36,0.76]	0.63 [0.39,0.87]
3	0.70 [0.44,0.96]	0.66 [0.42,0.90]	—	0.75 [0.50,1.00]	0.83 [0.53,1.33]
4	0.53 [0.34,0.72]	0.43 [0.27,0.59]	0.31 [0.17,0.45]	—	0.83 [0.53,1.13]
5	0.58 [0.42,0.78]	0.27 [0.18,0.36]	0.20 [0.12,0.28]	0.36 [0.23,0.49]	—

注）上段は、$\alpha=1$の場合のコンコーダンス指標、下段は、$\alpha=0$の場合の指標集合である。

表７ コンコーダンス優越指標と代替案の序列化

代替案	1	2	3	4	5
$\alpha=1$	-0.80	0.39	1.77	-0.03	-1.33
序列	④	②	①	③	⑤
$\alpha=0.8$	[-1.10,-0.50]	[0.20,0.60]	[1.25,2.20]	[-0.36,0.30]	[-1.65,-1.05]
$\alpha=0.0$	[-2.30, 0.60]	[-1.04,1.80]	[0.26,3.28]	[-1.57,1.51]	[-2.75, 0.19]
μ_ε	0.54	0.50	0.55	0.55	0.53
序列	③	⑤	①	①	④

注）上２行は、優越指標と、それによる序列化、中２行は、αによる優越指標のとる範囲、さらに、下２行は、ファジィ積分による評価と序列を示す。

5.考察とまとめ

以上の結果に基づいて、考察とまとめを行うと次のように要約される。

①多基準分析の結果、地域振興重視型が、最も高い選好性がある代替案であるとの結論を得た。これは、雇用収入、交通情報、消費性など比較的、意思決定者（地域住民）が重要視している評価基準の達成度が高いためであるといえる。

②次善の代替案としては、公共施設重視型があげられる。これは、比較的評価基準の達成度は高いが、達成基準が特に高いものについては、重要度がそれほど高くなくしたがって、地域振興重視型に、一歩譲るという結果となっている。

③公共施設重視型と比較的接近している代替案は、周辺利用推進型であり、この場合も、総じて、達成度が高くなっている。特に、過半数の基準については、かなり高い達成度を保っている。αカットとしてα=0.8を考えると、台集合の、共通部分が大きいことがわかる。

④生活再建型や、補償優先型の場合、１部を除いて、達成度が、他に比べ悪く、そのために、下位にランクされる。

⑤これに対して、ファジィ積分の方法で行った評価では、各代替案が得た評価値に大きな差がみられなかったが、地域振興重視型と周辺利用推進型が同等に、最も高い値を示した。また、公共施設重視型が最も低い値となっている。

⑥これは、多基準分析で得られた結果と序列で違いがみられる。これは、この分析では、重要度曲線については、各代替案とも大きな差はみられず、したがって評価基準の達成度の違いで評価値が決まるといえる。評価基準の達成度については、全体的に高い傾向を有する代替案が、より選好されるという結果となった。これに対して、多基準分析では、達成度が高く、かつ、重要度が高い代替案がより選好されるという結果となった。

⑦以上のように、ファジィ多基準分析は、評価基準の達成度の差が明確でない場合、、さらに、重要度の評価があいまいな場合の代替案の序列化に、有効な情報を提供することがわかったが、今後、他の例への適用を通して、より精緻な方法を考えていきたい。

6.参考文献

1)加賀屋誠一；ファジィシステムによる道路粉塵影響の地域診断と改善策の評価法、土木計画学研究・論文集、No.6、pp81-88(1988). 2)P.Nijkamp & J.Vos;Multi-criteria Analysis for Water Resource and Land Use Development,Water Resource Research,Vol.13,pp705-719(1977). 3)H.J.Zimmermann;Multi-Criteria Decision Making in Crisp and Fuzzy Environments,Fuzzy Sets Theory and Application, NATO ASI Series,pp233-256(1985).4)水本雅晴；ファジィ理論とその応用、サイエンス社(1988).5)寺野、浅居、菅野；ファジィシステム入門、オーム社(1987).
6)菅野道夫；ファジィ制御、日刊工業新聞社(1988).

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィ多目的計画による道路整備計画代替案の評価

Fuzzy Multi-Objective Programming for Rating Highway Infrastructure Alternatives

内田敬、小林雅文

Takashi Uchida, Masafumi Kobayashi

京都大学工学部交通土木工学教室

Department of Transportation Engineering, Kyouto University

ABSTRACT

Divesity of the peopele's needs makes it more important to attain multi-objective sufficiently in planning of highway infrastracture. But many uncertain factors interrupt rational decision making. This study specially pays attention to the indeterminacy in setting goals, and proposes a multi-objective decision making method in case of goals are given as Fuzzy Sets.

1．はじめに

住民のニーズの多様化にともない、道路整備に対しても複数の目標をバランスよく達成することが求められている。しかし多目的意志決定には多くの不確定要素が介在し、そのことが合理的な意志決定を困難にしている。本研究では、特に目標の設定における不確定さを取り上げ、目標がファジィ集合で与えられている場合の数理的な多目的意志決定方法を提案する。

2．道路整備効果の評価

社会が高度に発展した現在、道路に要求される機能は従来とは比較にならないほど多様化し、道路建設の与える影響に対する評価を行うことは、非常に重要であると同時に困難となっている。道路整備にともなう効果は、国民生活・産業活動の広範囲に及び、その効果の帰属主体すなわち評価主体は様々である。このような観点から、道路整備計

画の評価に際しては、効果の分類、整理を行った上で評価主体を明確にし、各評果項目に対する主観的判断をも取り入れた方法を整理していく必要がある。表1に道路の代表的な整備効果を示すが、人間の主観的な判断が大きな位置を占める質的な指標が存在し、また量的な指標であっても、因果関係が不透明であったり、コスト，技術等の制約によってインパクトの予想は容易ではない。そのため、各指標に関する目標をあいまいに設定せざるを得ない状況は予想に難くない。このように道路整備計画の評価においてはファジィな目標設定であっても適用が可能な意志決定手法が必要になっている。

表1　道路の整備効果（供用時）[3)]

分類	直接効果			間接効果
	交　通		環　境	社会・経済
評価主体	整備道路利用者	地域住民	整備道路沿道住民	地域産業
評価項目	時間距離短縮 走行費節減 確実性 安全性 快適性 便利性 全天候性 （トンネル等）	トリップ機会の増大 行動圏域の拡大 トリップパターンの変化 アクセシビリティ改善	騒音 振動 排ガス 景観 日照 コミュニティーの分断 自然環境	雇用市場の拡大 市場商圏の拡大 生産の増大 労働生産性の向上 消費支出の増加 宿泊客の増減 地価

3．ファジィ目標を含む多目的意志決定問題の定式化

3．1　ファジィ目標計画法

本論文では、従来の目標計画法にファジィ目標を組み入れた手法を提案する。目標計画法は、目的関数空間上に目標を明確に規定し、その目標にできるだけ近いような実行可能解を求めるものである。数理的には目標点との距離（不満足の程度：リグレット）の最小化問題として定式化される。

ファジィ目標計画法としては、坂和らによって提案された対話型ファジィ目標計画法[1)]がある。これは、各指標に対する目標メンバシップ値を主観的に設定し、メンバシップ値の差異の最小化を行うものである。

それに対して本論文で提案する方法は、従来のノン・ファジィな目標計画法と同様に、目標との”距離”を最小化するものである。しかし、意志決定者の主観的な判断が目標の設定において表現されると考え”距離”の定義に目標のメンバシップ関数の形状を反映させる。すなわち、正規化された目的関数空間において、メンバシップ関数で規定されるファジィ目標領域との距離を定義する。このようにすることによってファジィ目標

を含む場合を、クリスプな目標を設定できる場合の拡張として扱うことを可能にしている。

３．２　距離の定義

目標計画法では「最適化」よりも、ある目標（志望水準）を達成させるという「満足化」の概念を基礎としており、目標値からの”かい離”、すなわち距離d_i（$i=1\cdots n$）は各目的関数に対する達成度として表される。達成度という単一の尺度を用いるには、各目的関数の次元が異なる場合、その値をそのまま用いることはできず各目的関数の正規化を必要とする。異なる次元の各目的関数$f_i(x)$（例えば金額，時間，距離　etc ‥）の次元を揃えるのに、各目的関数について予算制約，物理的制約等のもとで実現可能な最大値f_i^{max}を１、最小値f_i^{min}を０として正規化する方法が考えられる。すなわち、各目的関数$f_i(x)$を正規化した値をX_iとすれば、X_iは次式のように定義できる。

$$X_i=\frac{f_i(x)-f_i^{min}}{f_i^{max}-f_i^{min}} \qquad 0\leqq X_i\leqq 1 \qquad (1)$$

距離d_iには、メンバシップ関数の形状に表現される意志決定者の評価が端的に反映されることが望ましい。本研究では距離d_iを、図１のように正規化されたX_i軸上にメンバシップ関数を用いて幾何的に定義する。すなわち次式のように不足メンバシップ値の積分と定義する。

$$d_i=\begin{cases}0 & \cdots\ f_i^{*-}\leqq f_i(x)\leqq f_i^{*+}\\ A_i & \cdots f_i^{min}\leqq f_i(x)<f_i^{*-},\ f_i^{*+}<f_i(x)\leqq f_i^{max}\end{cases} \qquad (2)$$

$$A_i=\int_{X_i}^{x_i^*}(1-\mu_{xi})\,dx_i \qquad (3)$$

f_i^{*-}：メンバシップ値$\mu=1$となる目的関数の最小値

f_i^{*+}：$\mu=1$となる目的関数の最大値

x_i^*：正規化された目的関数において$\mu=1$となる端点

A_iを用いることで、満足度が０となる範囲では”距離”は幾何学的距離に一致するが、目標点の近傍においてはメンバシップ関数の形状が距離の定義に反映される。クリスプな目標に対しても、メンバシップ関数のかわりにクリスプな目標値集合の特性関数を用いることによっ同様に与えられる。

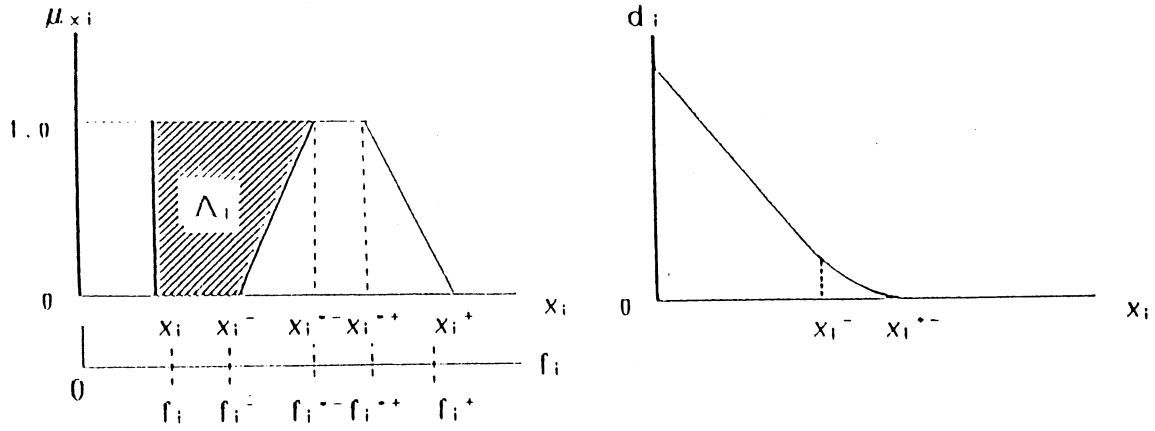


図1　距離 d_i : $d_i = \Delta_i$

3．3　目標計画法の定式化

前節で定義した距離 d_i を用いて、ミニ・マックス基準にしたがう最適化問題として次に示すように定式化を行う。

$$\text{minimize} \quad \max \quad d_i \tag{4}$$

等価的に

$$\text{minimize} \quad z \tag{5}$$

$$\text{subject to} \quad d_i \leqq z \tag{6}$$

この最大成分最小化問題を解くことによって意志決定者の要求に近い解が得られる。ここで、ミニ・マックス基準を用いたのは以下のような理由による。

従来、加重和によるスカラー化手法も多くの場合で用いられてきたが、目的関数の数が多くなってくると、ある目的関数の値を改善しようとしてその重みを大きくすると、今度は他の目的関数の値が悪くなりすぎるという、いわゆるモグラ叩き現象が生じる。そのため何度も、重みを変えて最適化をやり直し、貴重な時間を無駄にすることが多い。また、公共部門の計画問題は、特定の制約条件下で社会の不特定多数の欲求を最大限に満たすことを目的としている。それゆえ、公共計画の意志決定は、最大化、または最適化の意志決定より、むしろ統合的、調和的意志決定に重点がおかれるべきである[2)]。こういった観点から、ミニ・マックス基準がよりふさわしいと考え、ここではそれに従った。

4．簡単な例題

道路整備効果指標として、代表的な3指標をとりあげて最適解を求めるという例題を解くことにより本手法の特徴を示す。

評価指標としては、道路整備の結果として供用時に生じる影響に関連したものを取り

上げる。まず、直接効果について次の２指標を考える。

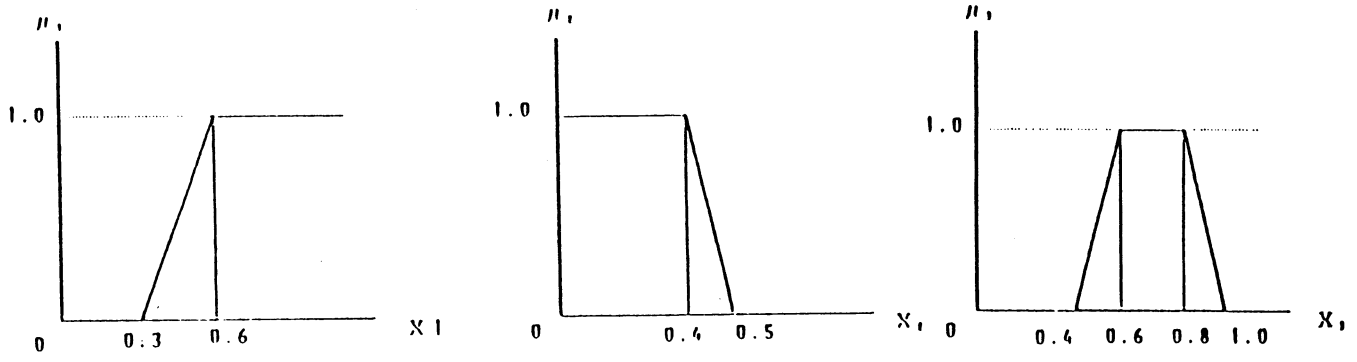
① 交通に与える効果･･･走行時間距離短縮：Ｘ1（評価主体：整備道路利用者）

② 環境に与える効果･･･騒音：Ｘ2（評価主体：整備道路沿道住民）

次に間接効果について③の指標を考える。

③ 社会・経済に与える間接効果･･･地価の上昇：Ｘ3（評価主体：地域住民）

各評価指標に関する目標のメンバシップ関数は意志決定者との対話により決定されるものであるが、ここでは仮に図２のように与える。



(a)走行時間短縮　(b)騒音　(c)地価の上昇

図２目標のメンバシップ関数

道路整備代替案としては、Ａ，Ｂ，Ｃの３案があってこれらの代替案を実施したときのそれぞれが与えるインパクトが表２のようであるとする。

表２　代替案のインパクト

代替案	Ｘ1	Ｘ2	Ｘ3
Ａ	0.54	0.60	0.90
Ｂ	0.45	0.30	0.40
Ｃ	0.30	0.45	0.60

以上のような条件が与えられたときに各代替案の目的関数値を求めると表３のようである。

表３　ファジィ目標を与えたときの目的関数値

代替案	ｄ1	ｄ2	ｄ3	max d_i
Ａ	0.006	0.15	0.025	0.15
Ｂ	0.0375	0.0	0.10	0.10
Ｃ	0.15	0.0125	0.0	0.15

mini max $d_i = 0.10$　よって、最適代替案はＢ案となる。

次に、この例題において、クリスプな目標を与えたときの目的関数値を求め、ファジィ目標を与えるときとの違いを示すことでファジィな目標を設定することの有用性を明らかにする。クリスプな目標として、図２で与えたファジィ目標においてメンバシップ

値が１に満たない範囲を切捨てた場合を想定し、目的関数値を求め表４に示す。

表４　クリスプな目標を与えたときの目的関数値

代替案	d1	d2	d3	max d_i
A	0.06	0.20	0.10	0.20
B	0.15	0.0	0.20	0.20
C	0.30	0.05	0.0	0.30

mini max $d_i = 0.20$ よって、最適代替案はＡ案及び、Ｂ案となる。

得られた最適代替案は、ファジィなときとクリスプに目標を与えたときでは違いを見せている。その理由として考えられるのは、ファジィ目標を与える場合、メンバシップ関数の傾きの大小差等に見られる各目的関数に対する意志決定者の主観的な評価を意志決定過程に組み込んでいるためと考えられる。このようにファジィ目標を用いることは、本来、主観的・感覚的である人間の意志決定を数理的に扱おうとすることの本質的な矛盾に対し、そのギャップを埋めるという意味で有効であると考える。

５．おわりに

現実の問題において、本文で示したように目標を設定する段階で、ファジィ集合として設定することがよりベターであると考えられる場合はかなり多い。従来、このような場合においても、なんとかクリスプな目標を設定することに労力が費やされてきた。しかし、本研究による評価手法によって、ファジィなままに扱うことが可能になり、評価手法としての柔軟性・適用性が高まると信じる。

最後に、実際の問題への適用に際して残された課題を述べる。

第一に、この評価手法は、意志決定者との対話によって規定されたメンバシップ関数を用いるが、対話の段階においていかに優れたメンバシップ関数を規定するかの方策について触れることができなかった。

第二に、複数の代替案の評価値が等しい場合の総合評価について考察を進めることが必要である。

【参考文献】

１）坂和正俊：多目的非線形計画問題に対する対話型ファジィ目標計画法，
電子通信学会論文誌，　Vol.J67-A，　No.12，　1984／12.

２）中村正久：公共部門計画問題への多目的数理計画手法の適用と問題点，
オペレーションズ・リサーチ，　1988年　8月号.

３）道路整備の効果とその評価に関する研究調査，
建設省道路局道路経済調査室他，1982.

ファジィ・インターバル論理関数について

On the Fuzzy Interval Logic Function
～未知を考慮した論理体系～
～A Logical system considering a concept of UNKNOWN～

菊池　浩明，　向殿　政男
Hiroaki Kikuchi,　Masao Mukaidono
明治大学　理工学部
School of Science and Technology　Meiji University

Abstract

A Fuzzy Interval Logic, in which a truth value of proposition takes a value of interval, is a logical system considering a concept of Unknown and Contradiction. In this paper, we will disscuss some properties of an Interval Logic function, which is represented by a logic formula. It is clarified that Fuzzy Interval Logic is essentially four valued logical system , that is , any logic formula is decided uniquely by four interval values {[0,0], [1,1], [0,1], [1,0]}.

1．はじめに

我々のあいまいな日常には，真とも偽とも決めかねる命題がしばしば存在する．ファジィ論理はその様なあいまいな命題を取り扱う一つの試みである．しかし，我々はこういった命題にも「真とも偽ともいえない」（無知）ものや，「真でありしかも偽である」（矛盾）といったものが存在することを知っている．ファジィインターバル論理[1]は，真偽と無知に関するあいまいさを取り扱う一モデルである．命題の真理値を，通常のファジィ論理では閉区間[0,1]上の１つの値をとるのに対して，ファジィインターバル論理では[0,1]上の閉区間をとる．その時，区間幅はその真理値の持つあいまいさを意味している．そして，区間の上限と下限の値が逆転した場合，その逆転の幅により矛盾の度合を表現する．これを，[0,1]の閉区間上のファジィ集合である言語真理値として考えるならば，後者の場合は非正規なファジィ集合に対応させることができる．

本稿では，区間真理値の集合に２種類の半順序関係を定義し，それに基づく論理演算の性質，更に，区間真理値を値としてとる論理関数の性質等について明らかにしていく．また，区間真理値に対して量子化の演算を定義することで，ファジィインターバル論理関数は，４つの区間真理値 {[0,0],[1,1],[0,1],[1,0]} によってその値が一意的に決定される事を導く．これは，ファジィインターバル論理が本質的に４値である事を意味している．

2．区間真理値

区間真理値[n，p]は次の所属度関数により特徴づけられる閉区間[0,1]上のファジィ集合である．

$\mu[n,p](x) = \min(1, 1-n+p)$　$n \leqq x \leqq p$，$p \leqq x \leqq n$
$= 0$　それ以外

命題Ｐの区間真理値Ｔ（Ｐ）は，次に示す３つの標準型で表現される．

（区間値型）Ｔ（Ｐ）∈Ｉ＝ {[n，p] | n，p∈[0,1]}
（代表値型）Ｔ（Ｐ）∈Ｒ＝ {{r，a} | r∈[0,1], | a | ≦1-2 | r-0.5 | }
（集合値型）Ｔ（Ｐ）∈Ｓ＝ {ｆ／0＋ｔ／1 | ｆ，ｔ∈[0,1]}

ここで，[n，p]は閉区間[0,1]上の連続な部分閉区間の下限と上限，{r，a}は中心と区間幅をそれぞれ表している．

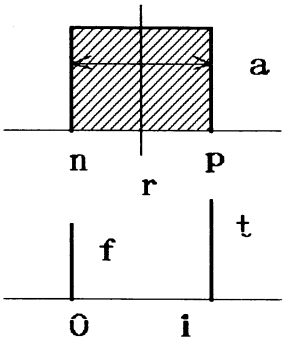


図１

ただし，n＞p（a＜0）のときは非正規のファジィ集合に対応する．
Sの元（f／0＋t／1）は偽と真を意味する集合 {0,1} の上のファジィ集合を表現している．
これらの関係を図1に示す．

集合I，R，Sは本質的に同じものであり，それらの間には次に示す一対一対応の写像が定義できる．

$$f_{IR}: I \to R \qquad r = (n+p)/2, \quad a = p-n \qquad f_{IS}: I \to S \qquad t = p, \quad f = 1-n$$

これは，ある区間真理値がI，R，Sのどれかの元で与えられたとき，その区間真理値に対応する他の集合の元も一意的に定まることを意味しており，以後標準型としてI上で議論していく．

区間真理値は，ファジィ論理における数値真理値（閉区間[0,1]の元）と言語真理値（閉区間[0,1]上のファジィ集合）との間に相当する真理値である．数値真理値は次の条件を満たす区間真理値と対応している．

$$n = p \quad (a=0) \quad (f+t=1)$$

3．論理演算

区間真理値の集合Iの間に，次の2種類の半順序関係を定義する．

［**定義**］ $x=[nx, px]$，$y=[ny, py]$をIの元とするとき，

（真偽の半順序関係）

$$x \supset y \quad \text{iff} \quad nx \geqq ny, \ px \geqq py,$$

（あいまいさの半順序関係）

$$x \succ y \quad \text{iff} \quad nx \geqq ny, \ py \geqq px.$$

但し，$x \supsetneq y$，$x \succneqq y$を条件式の等号を含まない狭義の半順序関係とする．

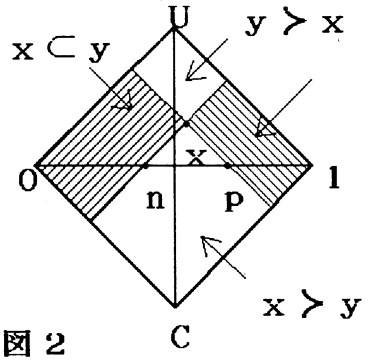


図2

これらの関係をIのn次直積空間I^nにまで拡張定義する．

［定義］ $x^n=(x1,\cdots,xn)$，$y^n=(y1,\cdots,yn)$をI^nの元とする時，

$$x^n \supset y^n \quad \text{iff} \quad \forall i\,(xi \supset yi),$$
$$x^n \succ y^n \quad \text{iff} \quad \forall i\,(xi \succ yi).$$

（例） $[0.8,0.9] \supset [0.5,0.7] \supset [0.2,0.6] \supsetneq [0.4,0.5]$
$[0.2,1.0] \succ [0.3,0.9] \succ [0.5,0.5] \not\succ [0.6,0.7]$

区間真理値[1,1]と[0,0]，[0,1]と[1,0]はそれぞれ真偽，あいまいさの順序関係の最大限と最小限である．そして，この順にシンボル**1**，**0**，**U**，**C**で表す．
区間真理値の集合Iを，この2つの半順序関係に基づいて無限濃度のハッセ図で図2に表す．
ハッセ図から，任意の2つの区間真理値は，少なくともどちらかの半順序関係にある事は明らかである．

論理演算は，真偽に関する順序関係の最小上界，最大下界として∨，∧が，あいまいさの順序関係から∨，∧がそれぞれ次のように定義できる．

［**定義**］ x，yをIの元とするとき，

$$x \vee y = [\max(nx, ny), \max(px, py)]$$
$$x \wedge y = [\min(nx, ny), \min(px, py)]$$
$$x \veebar y = [\min(nx, ny), \max(px, py)]$$
$$x \curlywedge y = [\max(nx, ny), \min(px, py)]$$

否定もそれぞれの半順序関係に依って¬，の二つを定義する．

$$\neg x = [1-px, 1-nx]$$
$$\urcorner x = [px, nx]$$

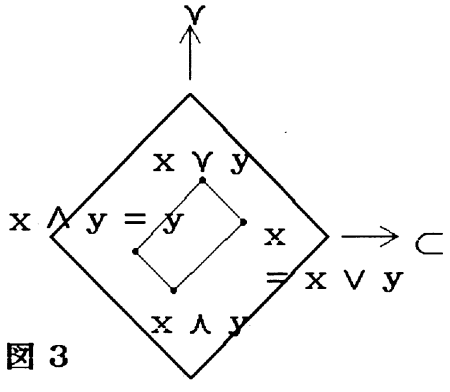


図3

半順序関係であるので常に次の性質が成立している．
x，y，zをIの元とする．

$x \supset y$　なるとき及びその時に限り　$x \vee y = x$，$x \wedge y = y$
$x \succ y$　なるとき及びその時に限り　$x \veebar y = x$，$x \barwedge y = y$
$x \supset y$　かつ　$y \supset x$　なるとき及びその時に限り　$x = y$
$x \succ y$　かつ　$y \succ x$　なるとき及びその時に限り　$x = y$

1° **べき等律**　$x \vee x = x$，$x \wedge x = x$　　2° **交換律**　$x \vee y = y \vee x$
3° **結合律**　$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$　　4° **吸収律**　$x \vee (x \wedge y) = x$
5° **分配律**　$x \vee (y \wedge z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge y)$　6° **復帰律**　$\neg\neg x = x$
7° **最大元**　$x \vee 1 = 1$，$x \wedge 1 = x$　　8° **最小元**　$x \vee 0 = x$，　$x \wedge 0 = 0$
9° **ドモルガン律**　$\neg(x \vee y) = \neg x \wedge \neg y$，$\neg(x \wedge y) = \neg x \vee \neg y$

なお，これに　$\vee \to \veebar$，$\wedge \to \barwedge$，$\neg \to \neg$　という置き換えをおこなっても成立する．但し，そのときの最大元と最小元は **U**と **C**となる．

論理演算（$\vee$，$\wedge$，$\neg$）と（$\veebar$，$\barwedge$，$\neg$）との間に，次の等式が成立する．

［補題１］（分配律）　任意の区間真理値x，y，zについて，

$(x \vee y) \veebar z = (x \veebar y) \vee (x \veebar y)$　　$(x \wedge y) \veebar z = (x \veebar y) \wedge (x \veebar y)$
$(x \veebar y) \vee z = (x \vee y) \veebar (x \vee y)$　　$(x \barwedge y) \vee z = (x \vee y) \barwedge (x \vee y)$

［補題２］（ドモルガン律）

$\neg (x \veebar y) = (\neg x) \barwedge (\neg y)$　　$\neg (x \barwedge y) = (\neg x) \veebar (\neg y)$
$\neg (x \vee y) = (\neg x) \wedge (\neg y)$　　$\neg (x \wedge y) = (\neg x) \vee (\neg y)$

ファジィインターバル論理は論理演算（$\vee$，$\wedge$，$\neg$）と（$\veebar$，$\barwedge$，$\neg$）について各々でドモルガン代数系を成している．しかし，相補律，クリーネ律については一般に成立しない．クリーネ律が成立するための必要十分条件を次に示す．

［定理１］[1]　x，yをIの元とする．

$x \supset y$　または　$y \supset x$（真偽の半順序関係）なるとき及びその時に限り，
$(x \vee \neg x) \vee (y \wedge \neg y) = x \vee \neg x$
$(x \vee \neg x) \wedge (y \wedge \neg y) = y \wedge \neg y$

4．論理関数

ファジィインターバル論理関数（以後，ＦＩ論理関数）とは，Iの元をとる変数xi（i=1,…,n）と論理演算$\vee$，$\wedge$，$\neg$との有限回の結合により構成される論理式が表現する，I^nからIへの写像を行う関数である．ここでは，三種類の演算しか扱わないが，論理演算$\veebar$，$\barwedge$，$\neg$から成る論理関数についても同様にして同じ性質がいえる．

［定理２］（あいまいさの単調性）　ＦをＦＩ論理関数，x，yをI^nの元とする時，

$x \succ y$　ならば　$F(x) \succ F(y)$．

（例）$F(x1, x2) = x1 \vee \neg x1 \wedge x2$ とすると，

$x = ([0.2, 0.6], [0.5, 0.8]) \succ y = ([0.3, 0.5], [0.7, 0.6])$
$F(x) = [0.4, 0.8] \succ F(y) = [0.5, 0.6]$

［系１］ＦをＦＩ論理関数とする．I^nの任意の元xについて，

$F(x) = \mathbf{U}$　ならば　$y \succ x$なるすべてのyについて　$F(y) = \mathbf{U}$,
$F(x) = \mathbf{C}$　ならば　$x \succ y$なるすべてのyについて　$F(y) = \mathbf{C}$.

（証明）**U**，**C**があいまいさの最大限，最小限であることから明らか．

［系２］ＦをＦＩ論理関数とする．Ｉⁿの任意の元ｘ，ｙについて，
　　Ｆ（ｘ）∨Ｆ（ｙ）＝**Ｕ**　ならば　Ｆ（ｘ∨ｙ）＝**Ｕ**,
　　Ｆ（ｘ）∧Ｆ（ｙ）＝**Ｃ**　ならば　Ｆ（ｘ∧ｙ）＝**Ｃ**.
（証明）ｘ∨ｙ≻ｘ，ｘ∨ｙ≻ｙ　より　Ｆ（ｘ∨ｙ）≻Ｆ（Ｘ），Ｆ（ｘ∨ｙ）≻Ｆ（ｙ）．両辺の上限をとると　Ｆ（ｘ∨ｙ）≻Ｆ（ｘ）∨Ｆ（Ｙ）．**Ｕ**は最大限であるので系を満たす．下限の場合も同様．

５．量子化定理

区間真理値の集合Ｉを４つの値Ｉ４＝｛**０**,**１**,**Ｕ**,**Ｃ**｝に量子化する方法とその性質について述べる．はじめに，次のcenterを定義する．

［定義］区間真理値[ｎ，ｐ]について，
　ｎ＝1-ｐ　iff　[ｎ，ｐ]はcenterである．
centerの集合を**Ｉｃ**＝｛[ｎ，ｐ]∈Ｉ｜ｎ＝1-ｐ｝とする．
任意のcenterαについて，$\alpha=\neg\alpha$　が成立する．
また，Ｉの任意の元ｘについて，ｘ∨¬ｘとｘ∧¬ｘはcenterである．
［定義］ｘを**Ｉ**の元，αを**Ｉｃ**の元とする時，次のようにして定まる値$\overline{x}^{\alpha}$をｘをαで量子化した値という．

$x \supseteq \alpha$　ならば　$\overline{x}^{\alpha}=1$
$\alpha \supseteq x$　ならば　$\overline{x}^{\alpha}=0$
$x \succ \alpha$　ならば　$\overline{x}^{\alpha}=U$
$\alpha \succ x,\ x \neq \alpha$　ならば　$\overline{x}^{\alpha}=C$

これを，ｎ次元直積空間に拡張定義する．
［定義］$x=(x1,\cdots,xn)\in I^n$，$\alpha\in Ic$について，
$\overline{x}^{\alpha}=(\overline{x1}^{\alpha},\cdots,\overline{xn}^{\alpha})$．

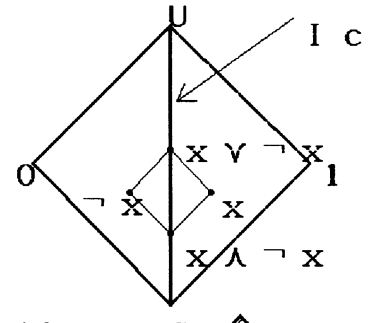


図４

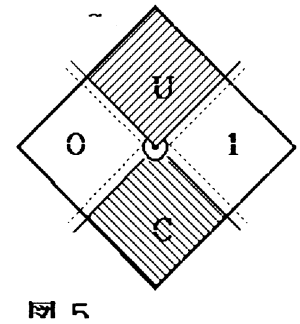


図５

Ｉの任意の２つの元について，常に真偽かあいまいさかの順序関係が成立しており，さらに，境界の条件は一度に２つ以上満たされないのでこの定義にあいまいなところはない．すなわち，ｘの量子化は一意的に定まる．

（例）$x=([0.2,0.6],[0.8,0.8],[0.3,0.2])$，$\alpha=[0.3,0.7]$とすると，$\overline{x}^{\alpha}=(0,1,C)$

［補題３］任意のＩの元ｘと，任意の**Ｉｃ**の元αについて，
$\neg(\overline{x}^{\alpha})=\overline{\neg x}^{\alpha}$．
（証明）
（１）$\overline{x}^{\alpha}=$**Ｕ**の時，
　　$x \succ \alpha$
　　$\neg x \succ \neg\alpha=\alpha$　　；定理２（あいまいさの単調性）
　　$\overline{\neg x}^{\alpha}=U=\neg U=\neg(\overline{x}^{\alpha})$
（２）$\overline{x}^{\alpha}=$**Ｃ**の場合も同様にして$\overline{\neg x}^{\alpha}=C=\neg(\overline{x}^{\alpha})$が成立する．
（３）$\overline{x}^{\alpha}=$**１**の時，$x \supset \alpha$より　$x=x\vee\alpha$，
　　$\neg x=\neg(x\vee\alpha)$
　　$=\neg x\wedge\neg\alpha$　　；補題２（ドモルガン律）
　　$=\neg x\wedge\alpha$
　　$\alpha\supset\neg x$　，よって　$\overline{\neg x}^{\alpha}=0=\neg(\overline{x}^{\alpha})$
（４）$\overline{x}^{\alpha}=$**０**の時も同様にして補題を満たす．
（１），（２），（３），（４）より常に$\neg(\overline{x}^{\alpha})=\overline{\neg x}^{\alpha}$．

［補題４］ｘ，ｙを**Ｉ**の元とする．**Ｉｃ**の全ての元αについて，
$\overline{x\vee y}^{\alpha}=\overline{x}^{\alpha}\vee\overline{y}^{\alpha}$　である．

（証明）次の４通りに場合分けして証明する．
（１）$\overline{x}^{\alpha} \vee \overline{y}^{\alpha} = \mathbf{0}$の時，考えられる$\overline{x}^{\alpha}$と$\overline{y}^{\alpha}$の組は次の１通りである．
①$\overline{x}\alpha = \mathbf{0}$ かつ $\overline{y}\alpha = \mathbf{0}$ より $\alpha \supset x$ かつ $\alpha \supset y$
$x \vee \alpha = \alpha$，$y \vee \alpha = \alpha$
$x \vee y \vee \alpha = \alpha$ ；両辺の$\vee$をとって
$\alpha \supset x \vee y$ よって $\overline{x \vee y}^{\alpha} = 0$
（２）$\overline{x}^{\alpha} \vee \overline{y}^{\alpha} = 1$の時，$\overline{x}^{\alpha}$と$\overline{y}^{\alpha}$の組は次の４通り考えられる．
①$\overline{x}^{\alpha} = 1$，②$\overline{y}^{\alpha} = 1$，③$\overline{x}^{\alpha} = \mathbf{C}$ かつ $\overline{y}^{\alpha} = \mathbf{U}$ ④$\overline{x}^{\alpha} = \mathbf{U}$ かつ $\overline{y}^{\alpha} = \mathbf{C}$
①の時，$x \vee \alpha = x$ 両辺にyを$\vee$する．
$x \vee \alpha \vee y = x \vee y$
$x \vee y \supset \alpha$ よって，$\overline{x \vee y}^{\alpha} = 1$.
②の時も，①と同様にして$\overline{x \vee y}^{\alpha} = 1$.
③の時，$x \succ \alpha$，$\alpha \succ y$．あいまいさの単調性より両辺に$x \vee y$を$\vee$で加える，
$x \vee y \succ \alpha \vee x \vee y$，$\alpha \vee x \vee y \succ x \vee y$，
$x \vee y = \alpha \vee x \vee y$
$x \vee y \supset \alpha$，よって $\overline{x \vee y}^{\alpha} = \mathbf{1}$．
④の時も，③と同様にして，$\overline{x \vee y}^{\alpha} = \mathbf{1}$．
以上より，（２）の条件の時，常に$\overline{x}^{\alpha} \vee \overline{y}^{\alpha} = \overline{x \vee y}^{\alpha}$が成立している．
（３）$\overline{x}^{\alpha} \vee \overline{y}^{\alpha} = \mathbf{U}$の時，$\overline{x}^{\alpha}$と$\overline{y}^{\alpha}$の考えられる組合せは次の③通りである．
①$x^{\alpha} = \mathbf{U}$ かつ $y^{\alpha} = \mathbf{0}$，②$x^{\alpha} = \mathbf{0}$ かつ $y^{\alpha} = \mathbf{U}$，③$x^{\alpha} = \mathbf{U}$ かつ $y^{\alpha} = \mathbf{U}$
①の時，$x \succ \alpha$，$\alpha \supset y$．定理２（あいまいさの単調性）より，
$x \vee y \succ \alpha \vee y = \alpha$
よって，$\overline{x \vee y}^{\alpha} = \mathbf{U}$.
②の時も，同様にして $\overline{x \vee y}^{\alpha} = \mathbf{U}$.
③の時，$x \succ \alpha$，$y \succ \alpha$．
$(x \vee y) \vee \alpha = (x \vee \alpha) \vee (y \vee \alpha) = x \vee y$
$x \vee y \succ \alpha$，よって $\overline{x \vee y}^{\alpha} = \mathbf{U}$.
（４）$\overline{x}^{\alpha} \vee \overline{y}^{\alpha} = \mathbf{C}$の時，（３）と同様にして $\overline{x \vee y}^{\alpha} = \mathbf{C}$がいえる．
（１），（２），（３），（４）より，補題を得る．

［補題５］任意のＩの元x，yと任意のＩｃの元αについて，
$\overline{x \wedge y}^{\alpha} = \overline{x}^{\alpha} \wedge \overline{x}^{\alpha}$
（証明）補題３，４とドモルガン律より，
$\overline{x \wedge y}^{\alpha} = \neg(\neg x \vee \neg y)^{\alpha} = \neg(\neg \overline{x}^{\alpha} \vee \neg \overline{y}^{\alpha}) = \overline{x}^{\alpha} \wedge \overline{y}^{\alpha}$

［定理３］（ＦＩ論理における量子化定理）
ＦをＦＩ論理関数，xをＩ^{n}の任意の元とする．任意のＩｃの元αについて，
$\overline{F(x)}^{\alpha} = F(\overline{x}^{\alpha})$
（証明）定数**0**，**1**及び変数x_i（$i = 1, \cdots, n$）が定理を満たすのは明らか．
いま，あるＦＩ論理関数Ｇが定理を満たすと仮定する．すなわち，$\overline{G(x)}^{\alpha} = G(\overline{x}^{\alpha})$とすると，補題３により，$\overline{\neg G(x)}^{\alpha} = \neg(\overline{G(x)}^{\alpha}) = \neg G(\overline{x}^{\alpha})$となり定理を満たす．
次に，あるＦＩ論理関数Ｇ，Ｈが定理を満たすと仮定する．補題４より，$\overline{G(x) \vee H(x)}^{\alpha} = \overline{G(x)}^{\alpha} \vee \overline{H(x)}^{\alpha} = G(\overline{x}^{\alpha}) \vee H(\overline{x}^{\alpha})$．補題５より，$\overline{G(x) \wedge H(x)}^{\alpha} = \overline{G(x)}^{\alpha} \wedge \overline{H(x)}^{\alpha} = G(\overline{x}^{\alpha}) \wedge H(\overline{x}^{\alpha})$．以上により，全てのＦＩ論理関数について定理が成立する．

［定理４］x，yをＩの元とする．
全てのＩｃの元αについて $\overline{x}^{\alpha} = \overline{y}^{\alpha}$ なるとき及びその時に限り $x = y$ である．

（証明）全てのＩｃの元αについて $\overline{x}^{\alpha} = \overline{y}^{\alpha}$ が成立しているとする．
この時，$x \neq y$であると仮定する．

（１）$x \succ y$の時，$x \succ \alpha^* \succ y$，（$x \neq \alpha^*$または$y \neq \alpha^*$）となるＩの元α^*が必ず存在する．
この時，あるＩcの元αを
$\alpha = \alpha^* \vee \neg \alpha^*$　または　$\alpha = \alpha^* \wedge \neg \alpha^*$　で定義する．
このαについて，
$\overline{x}^{\alpha} \neq \overline{y}^{\alpha}$　がいえるので，仮定に矛盾する．
$y \succ x$の時も同様にして，仮定に矛盾する事がいえる．
（２）$x \supset y$の時，$x \supset \alpha^* \supset y$，（$x \neq \alpha^*$　または　$y \neq \alpha^*$）となるＩの元α^*が必ず存在する．
この時，Ｉcの元αを
$\alpha = \alpha^* \vee \neg \alpha^*$　または　$\alpha = \alpha^* \wedge \neg \alpha^*$　で定義する．
このαについて，
$\overline{x}^{\alpha} \neq \overline{y}^{\alpha}$　がいえるので，仮定に矛盾する．
$y \supset x$の時も同様にして，仮定の矛盾を反駁できる．
（１）（２）より定理を得る．

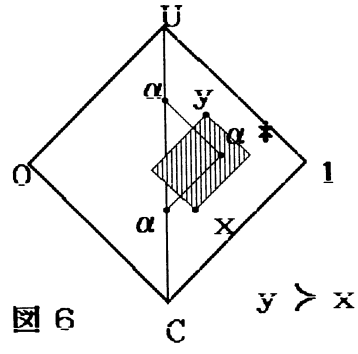


図６

［系３］ｘ，ｙをＩの元とする．
$x \neq y$　なるとき及びその時に限り，あるＩcの元αがあって　$\overline{x}^{\alpha} \neq \overline{y}^{\alpha}$．
（証明）定理４の対偶により示される．

［定理５］Ｇ，ＨをあるＦＩ論理関数とする．
Ｉ4＝｛**0**，**1**，**U**，**C**｝の全ての元ｘにおいて，
Ｇ（ｘ）＝Ｈ（ｘ）　なるとき及びその時に限り，
Ｉの全ての元ｘにおいて
Ｇ（ｘ）＝Ｈ（ｘ）　である．
（証明）**Ｉ4**の全ての元ｘにおいてＧ（ｘ）＝Ｈ（ｘ）であるとする．この時，Ｉのある元ｙにおいてＧ（ｙ）≠Ｈ（ｙ）と仮定する．［系３］により，Ｇ（ｙ）とＨ（ｙ）に対して$\overline{G(y)}^{\alpha} \neq \overline{H(y)}^{\alpha}$となるＩcの元$\alpha$が必ず存在する．量子化定理により，$\overline{G(y)}^{\alpha} = G(\overline{y}^{\alpha}) \neq \overline{H(y)}^{\alpha} = H(\overline{y}^{\alpha})$がいえるので仮定に反する．
よって，**Ｉ4**のすべてのｘについて，Ｇ（ｘ）＝Ｈ（ｘ）ならばＩの全てのｙについてもＧ（ｘ）＝Ｈ（ｘ）である．逆の場合は明らか．

この定理は，ＦＩ論理関数の値は**Ｉ4**の値のみに依って一意的に決定される事を意味している．この意味で，ＦＩ論理は本質的に４値であるといえる．

６．おわりに

本稿では，ファジィインターバル論理関数のいくつかの性質を明らかにした．不確実な知識表現には，ベイグネス関数[4]による表現（代表値型）や｛真，偽｝の上のファジィ集合による表現（集合型）等いろいろなものが提案されている．ところがこれらは，区間真理値と適当な１対１写像が定義できるので，本質的にインターバル論理と同一の性質を持つことが示される．更に，量子化定理によって，それらは本質的には４値論理の構造を持つことがいえる．
また，本稿では論理関数を定数を含むないものとして定義したが，仮に定数を含んでも量子化定理を拡張する形で，本質的にはやはり４値となることが証明できる．

参考文献

[1]菊池,向殿:ファジィインターバル論理の提案，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集,pp.215-220(1988)
[2]高木:正則多値関数に関する研究，明治大学卒業論文（1989）．
[3]向殿:ファジィ論理における２，３の性質について，信学論(D)，58-D,3（昭和50-03）．
[4]廣田，渡辺:知識表現における不確実性の評価の性質について，第４回ファジィシステムシンポジウム,pp.175－180(1988)

メジアンフィルタの ファジィロジックによる拡張

An Extension of Median Filter by Fuzzy Logic

永井　豊　　竹内　倶佳
Y. Nagai　　T. Takeuchi
電気通信大学
University of Electro-Communications

ABSTRACT

Extended median filter for image processing is described. A method described here interprets an images as a fuzzy set and extends logic filters used for binary images processing to multi-valued images processing using fuzzy logical operations. A noise suppression filter, that preserves thin lines, is one of extended median filters derived from extended majority logic by above method. This filter is valid for thin line extraction from noisy images.

１．はじめに

著者らは視覚センサを用い、ファジィ制御により移動するロボットについて研究しており、[1][2][3]また視覚センサからの情報の処理へもファジィの応用を試みている。近年、種々の情報処理にファジィ理論の応用が盛んで、画像処理の分野でも、特徴抽出後のパタン認識については既に応用されている。[4][5][6] 著者らはその前段階の特徴抽出及び前処理に対するファジィの応用について研究している。[7] ここでは２値画像処理の方法を多値画像処理への変換について考察と、ノイズの抑圧に対する応用について報告する。

２．２値画像処理の拡張に関する考察

２値画像処理は形状特徴を記述・抽出する場合に便利であるが、実際に視覚センサから得られる画像は中間調を持った多値画像である場合が多く、２値画像にするためにはしきい値処理が必要である。しかし撮像条件によってはしきい値の設定が困難である。そこで２値画像処理に用いられる論理フィルタをファジィ論理で多値画像に応用することを検討した。ここで論理フィルタとは、出力２値画像中の画素の値を入力画像中の対応する画素の近傍の画素の値の論理演算により決める処理である。

ここでは、画素全体の集合を台集合として、輝度（明るさ）をメンバーシップ値と解釈することにより画像をファジィ集合と見なす。これを分解原理によりαーカットに分解する。このクリスプ集合は同様に２値画像と見なせる。このファジィ集合の分解による方法は、複数のしきい値あるいは可変のしきい値を用いる方法とも考えることができる。この２値画像群に論理フィルタを適用した結果を多値画像に戻す。これは論理フィルタの論理積・論理和を輝度のｍｉｎ演算・ｍａｘ演算に置き換えたものと等価である。また、論理積・論理和を他の t-norm ・t-conorm に置き換えることでも論理フィルタを多値画像処理に拡張することも考えられる。しかしこの場合は論理式の表現により同じ２値フィルタが異なるフィルタとなる場合がある。

この観点から多値画像処理を考えると、例えば、式（１）の１次元の微分（差分）

$$| x_{i+1} - x_i | \qquad (1)$$

は、式（２）の論理を限界和・限界積を用いて拡張したものと同じである。

$$X^{c}_{i}X_{i+1}+X_{i}X^{c}_{i+1} \qquad (2)$$

３．ノイズ抑圧への応用

２値画像処理においては、ノイズの抑圧には孤立点の除去がよく用いられる。これは具体的には次のようになる

「注目画素の周囲画素すべてが同一の値を持つならば、注目画素はその値で置き換えるフィルタ」

になる。これを多値画像処理に拡張すると、

「注目画素の値を周囲の画素の最大値・最小値の範囲に制限するフィルタ」

になる。これは孤立点だけの除去なので、ノイズが多い場合は抑圧しきれない。またノイズ抑圧に用いられるメジアンフィルタ（中央値フィルタ）は、注目画素の近傍の中央値を出力とする平均化フィルタで、２値処理では多数決論理に対応する。メジアンフィルタはノイズ抑圧能力が強力であり、かつエッジを保存する特徴があり、エッジ抽出の前処理としてよく用いられるが、細い線なども除去する。ここで、これらの中間の性質を持つフィルタを考える。次に著者らが検討した論理フィルタを示す。

○　ノイズ抑圧論理フィルタ

周囲画素の数２ｎの中で０（黒）の画素の数n_0、１（白）の画素の数n_1として、出力b_c'は、式（３）で与えられる。

$$b_c' = \begin{cases} 0 & \text{if } n_0 > n_1 + 2p \\ 1 & \text{if } n_1 > n_0 + 2p \\ b_c & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (3)$$

但し　ｐはパラメタ（ｐ＝０，．．．，ｎ－１）

b_cは中心の画素（注目画素）の輝度

ｐ＝０の場合は多数決論理となり、中心を含めて０と１の画素数の多い方が出力される。ｐ＝ｎ－１のばあい孤立点除去となる。ｐをこれ以外の値にすると中間の特性のフィルタが得られる。この論理フィルタは多値のフィルタに拡張すると次のフィルタになる。

○　拡張メジアンフィルタ（ノイズ抑圧フィルタ）

周囲の画素にその輝度の昇順に添え字をつけて$b'_1, \ldots, b'_{2n}$とし、出力b_c'は、式（４）で与えられる。

$$b_c' = \begin{cases} b'_{n+p} & \text{if } b_c < b'_{n-p} \\ b'_{n+p+1} & \text{if } b_c > b'_{n+p+1} \\ b_c & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (4)$$

但し、b_cは中心の画素（注目画素）の輝度

ｐはパラメタで式（３）と対応している。

これはｐ＝０の場合はメジアンフィルタとなる。　３×３の窓で処理する場合を考える。このときはｎ＝４である。この窓の中に１画素の幅の線があった場合この線はメジアンフィルタ（ｐ＝０）では消去されるが、ｐ＝２またはｐ＝３のフィルタでは保存される。一般にｍ×ｍ（ｍは奇数とする）の窓の場合、ｎ＝（m^2-1）／２で、幅（ｍ－１）／２以下の線はメジアンフィルタでは消去

される。
次に１つの細線抽出フィルタを取り上げて拡張メジアンフィルタの特徴を調べる。

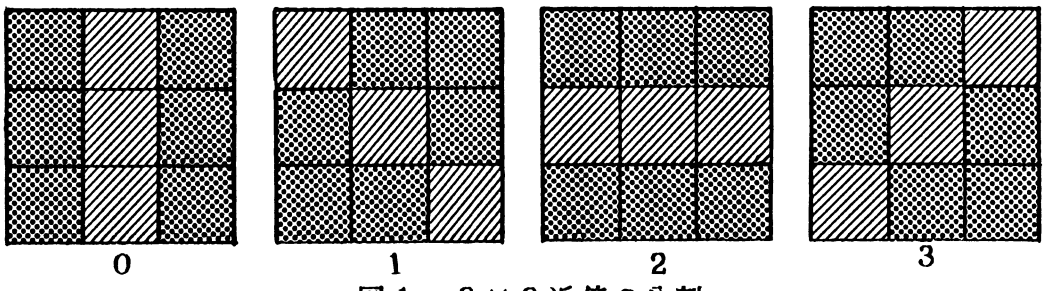


図１　３×３近傍の分割

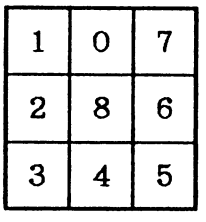


図２　添字の付方

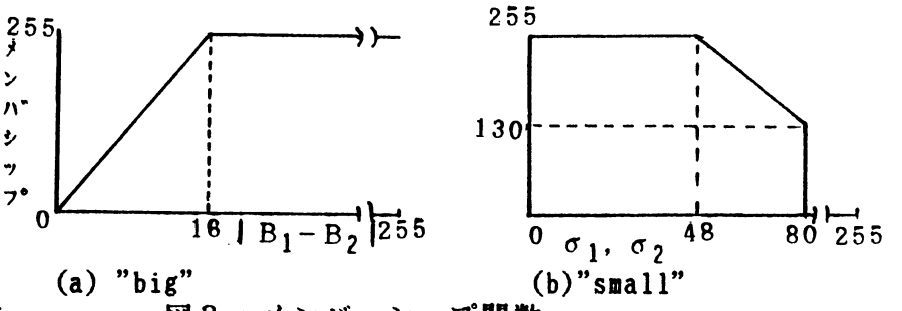


図３　メンバーシップ関数

４．細線抽出フィルタ
３×３の窓で幅１画素の線を抽出するフィルタを次のように構成する。まずこの窓を通過する線を方向により４５°毎に４種に分類して各々を抽出する。そのために抽出すべき線の方向に応じて３×３の窓を２つの領域に分割して、（図１）これらの領域について線の条件として次の２つを考える。
１）領域間で輝度（明るさ）の差がある。
２）各領域内で輝度が均一である。
具体的には、ｋ方向（ｋ＝０，...，３）の線を検出する場合、各領域内で平均の輝度B_1，B_2と輝度の標準偏差σ_1，σ_2を求め、（式（５）～（８））これらを基準にして線の条件を次のように書き直す。

１）　(B_1-B_2)　is　big
２）　σ_1　is　small
３）　σ_2　is　small

ここで、

$$B_1=\frac{1}{3}\left\{\sum_{j=0}^{1} b_{k+4i}+b_8\right\} \qquad (5)$$

$$\sigma_1{}^2=\frac{1}{3}\left\{\sum_{i=0}^{1}(b_{k+4i}-B_1)^2+(b_8-B_1)^2\right\} \qquad (6)$$

$$B_2=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{3}(b_{k+i}+b_{k+i+4}) \qquad (7)$$

$$\sigma_2{}^2=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{3}\{(b_{k+i}-B_2)^2+(b_{k+i+4}-B_2)^2\} \qquad (8)$$

但し、b_c（i＝0,...8）は各画素の輝度で添え字の付け方は図２に示す。また、ｓｍａｌｌ　ｂｉｇ　はあいまいラベルであり、ファジィ集合で表す。このメンバーシップ関数は対象とする画像により変える必要がある。ここでは図３のように設定した。　条件１）２）３）はａｎｄで結合する。さらに４方向についてｏｒで結合する。ここでは各々の演算にそれぞれｍｉｎ、ｍａｘを採用した。

次に、この細線抽出フィルタと前述のノイズ抑圧フィルタについてのシミュレーション実験について述べる。

５．シミュレーション実験による評価

ノイズの無い画像とノイズを加えた画像それぞれから細線を抽出をした結果を比較して２種の評価基準を検討した。ノイズの付加によって細線を検出できなかった割合P_1とノイズを細線として抽出した割合P_2である。

$$P_1=\sum_i \min(VI_i, VN_i) / \sum_i VI_i \qquad (6)$$

$$P_2=\sum_i VI_i / \sum_i \max(VI_i, VN_i) \qquad (7)$$

ここで

VI_i, VN_iは各々ノイズ無し画像、ノイズ付加画像からの細線抽出結果

総和は全画面について計算する。

細線を含む画像は計算によって作成し、ノイズは疑似正規乱数を用いた。これに各パラメタ値の拡張メジアンフィルタをかけた後、前節の細線抽出フィルタを適用した。メジアンフィルタをかけない画像についても細線抽出を行ない、先の結果と比較した。写真１～６にＳＮ比１０ｄＢの場合の実験結果の例を示す。写真１はノイズを付加した細線画像であり、写真２はそれにメジアンフィルタを適用した結果である。線が消えて線の交点が強調されている。写真３はｐ＝２の拡張メジアンフィルタをかけた結果である。これを見るとノイズがある程度まで抑えられ細線が保存されていることがわかる。写真４～６は写真１～３の画像にそれぞれ前述の細線抽出フィルタをかけた結果である。写真５のメジアンフィルタをかけた場合は、写真４のノイズ抑圧の無い場合に比べてノイズが抑えられているが、細線が抽出されていない。写真６の拡張メジアンフィルタの場合は、ノイズがある程度抑えられていて細線が残っている。　図４（ａ）（ｂ）に結果を示すP_2はノイズ抑圧効果を示すものと考えられるが、パラメタｐの増加とともに低下している。またP_1はｐ≦１のときは非常に小さい。これは細線もノイズとともにに抑圧されているためである。ＳＮ比の増加とともに増加している原因はノイズにより細線が太く補強される状態になっているためと考えられる。

６．おわりに

２値画像処理の論理フィルタをファジィ的に拡張して、種々の多値画像処理のフィルタを構成する方法について考察し、これによりメジアンフィルタを拡張して、細線を保存するノイズ抑圧フィルタを構成した。このフィルタはメジアンフィルタと孤立点除去の中間の性質を持つ。　画像処理は一般に処理すべき情報の量が多いがそれに加えて、局所処理にファジィを導入するとさらに処理量が増えることが問題点であるが、このタイプのｍｉｎ演算・ｍａｘ演算型のフィルタのハードウェア化と、ロボットの視覚による環境認識への応用について検討している。

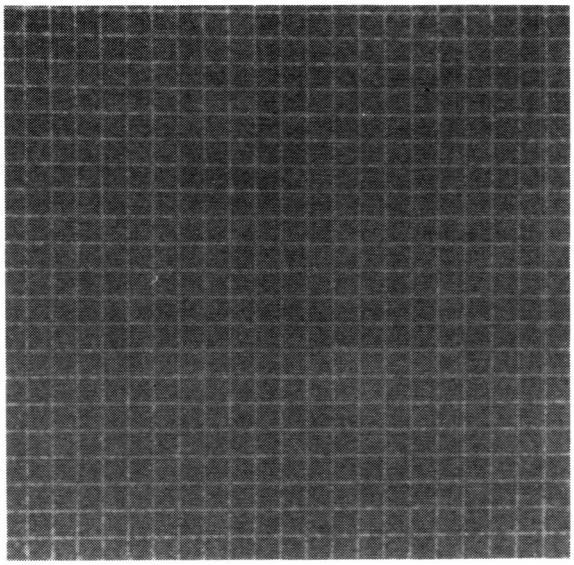


写真１　原画像

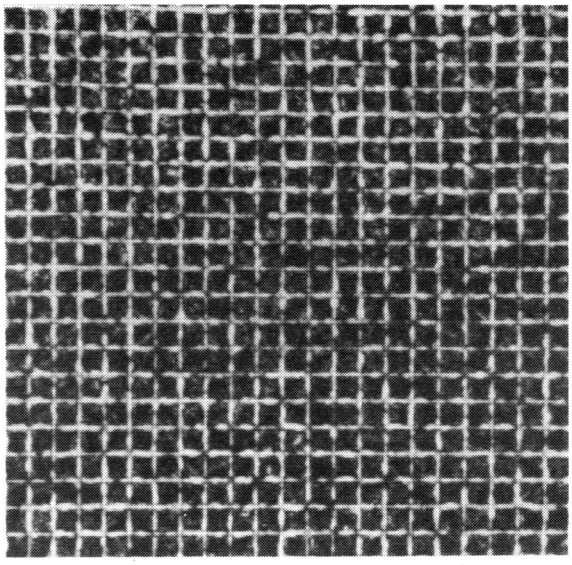


写真４　写真１からの細線抽出

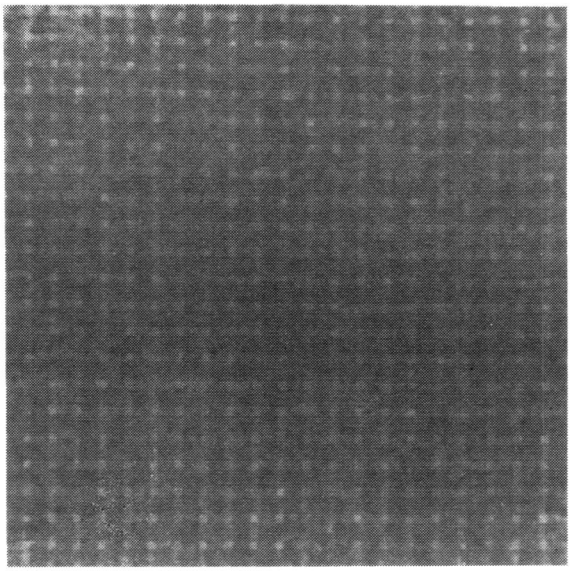


写真２　メジアン

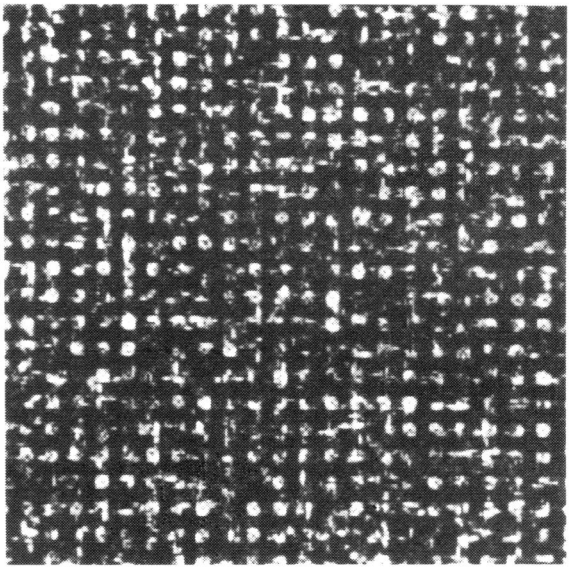


写真５　写真２からの細線抽出

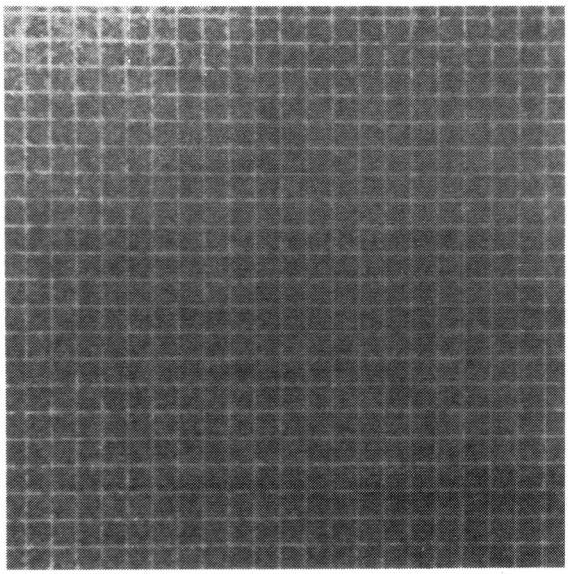


写真３　拡張メジアン（ｐ＝２）

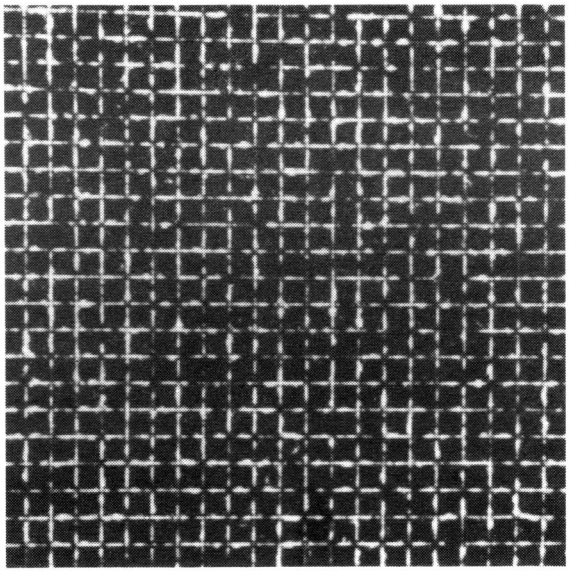
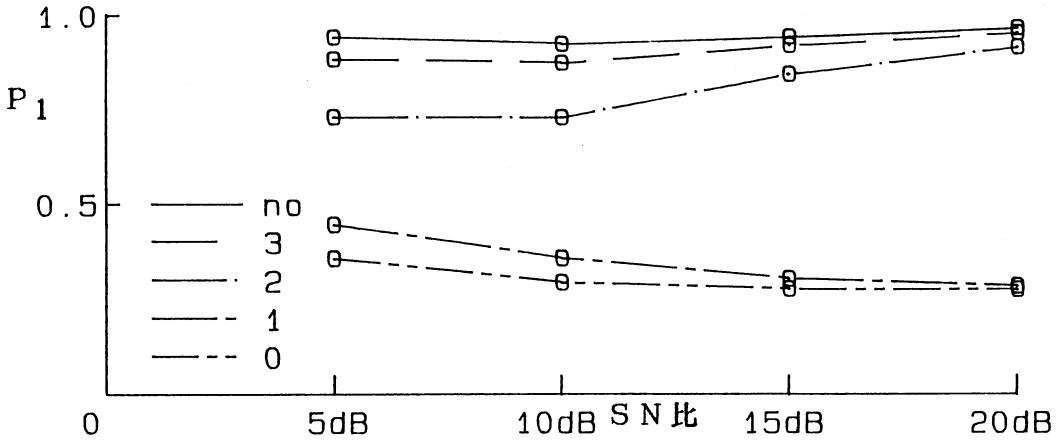
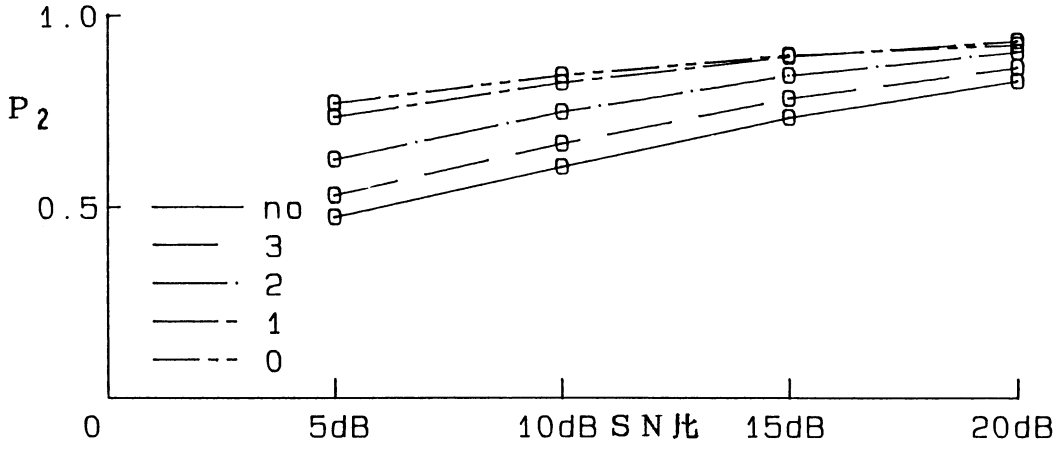


写真６　写真３からの細線抽出



（a）P_1（細線保存効果）



（b）P_2（ノイズ除去効果）

図４　ノイズ除去効果と細線保存効果

〔参考文献〕

1．榎本、汪、永井、竹内、遠藤「自立型移動車のファジィ障害物回避制御」1986.6.16 第２回ファジィシステムシンポジウム講演論文集pp23-29
2．T. Takeuchi Y. Nagai N. Enomoto, Fuzzy Control of a Mobile Robot for Obstacle Avoindance, Information Science 45,231-248(1988)
3．竹内、永井、榎本、広瀬「自立型移動ロボットのファジィ誘導制御シミュレーション」1987.6.1 第３回ファジィシステムシンポジウム講演論文集 pp55-60
4．J.M.Keller et.al.,Incorporating Fuzzy Membership Functions into the Perceptron Algorithm. IEEE Trans. Vol. PAMI-7,No.6,pp.693-699 1985
5．T.L.Huntsberger et.al.,Iterative Fuzzy Image Segmentation. Pattern Recognition Vol.18,No.2 pp.131-138,1985
6．J.M.Keller et.al.,Fuzzy Confidence Measure in Midlevel Vision. IEEE Trans. Vol. SMC-17,No.4,pp.676-683,1987
7．永井、竹内「ファジィロジックによるエッジ検出」1988.5.31 第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集pp395-400

集合指向言語ＳＯＬのファジィプログラミングへの応用

Application of Set Oriented Language SOL to Fuzzy Programming

吉見康一*, 重松保弘**, 村上周太**, 吉田　将***
Koichi YOSHIMI, Yasuhiro SHIGEMATSU, Shuta MURAKAMI, Sho YOSHIDA

*　富士通株式会社　Fujitsu Limited.
**　九州工業大学　工学部　Faculty of Engineering, Kyusyu Institute of Technology.
***　九州工業大学　情報工学部　Faculty of Computer Science and Systems Engineering, Kyusyu Institute of Technology.

Abstract

Mathematical notation of set theory is useful in describing computer algorithms. However, the notation is not available in any programming languages, except PASCAL. Even PASCAL, there are strict restrictions in using the notation. Thus, we have been designed a new programming language SOL(Set Oriented Language) and developed its language processor. Not only set notation but also mapping notation and predicate logic notation, such as universal and existential quantifier forms, are available in SOL. Statements for dynamic definition of set data and mapping relations are also introduced. In this paper, the features of SOL and its application to fuzzy programming are described.

1．まえがき

ファジィ集合を表現し処理するために、これまでLispを基礎としたファジィ集合処理システムが開発されてきた[1]．しかし、Lispには集合の概念がないため、こうしたシステムでは、ファジィ集合や組をリスト構造を用いて表現し、集合処理のための演算子をLispの関数として用意しなければならなかった．

これに対して、筆者らが開発した集合指向言語ＳＯＬ（Set Oriented Language）[5][6][7][8]は、集合概念を基礎とした言語であり、組型や集合演算子を言語仕様に含むため、Lispと比較して、ファジィ集合処理システムの記述により適した言語であると考えられる．

本論文では、ＳＯＬの特徴、ＳＯＬによるファジィ集合の表現方法とファジィ集合演算プログラムの記述例およびファジィ推論カーネルのプログラム例について述べる．

2．ＳＯＬの特徴

ＳＯＬはPASCALの集合型の機能を拡張し、さらに写像と述語論理の記法を導入することによって設計されたPASCAL風な手続き型言語である．ＳＯＬの主な特徴を以下に挙げる．

(1)データ型として集合や集合族が使用できる.
(2)集合間に写像を定義できる.
(3)集合および写像の入出力が可能である.
(4)動的な集合の生成が可能である. これには外延記法によるものと内包記法によるものがある.
(5)論理式に全称論理記号（∀）および存在論理記号（∃）を使用できる.
(6)集合演算子（∩, ∪, −：集合間の積, 和, 差）が使用できる. また、関係演算子として、集合の等値関係（=, ≠）, 包含関係（⊂）, 集合と要素の関係（∈, ∉）が使用できる.
(7)組（tuple）型が導入されている.

3. ファジィ集合演算プログラムの例

ファジィ集合演算は、普通の集合の自然な拡張として論じることができ、ファジィ集合の和、積、否定等の演算が存在している. これらの演算を、ＳＯＬで記述してみる. なおファジィ集合のメンバーシップ関数のグレードは区間[0,1]の値をとるものとする.

一般に、ファジィ集合Ａは、全体集合Ｘ＝｛x_1, x_2, …, x_n｝が有限な場合、次のように表現される.

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \cdots\cdots + \mu_A(x_n)/x_n$$

また、通常の集合の表記の模倣として次のようにも表現されている.

$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1, \mu_A(x_2)/x_2, \cdots\cdots, \mu_A(x_n)/x_n\}$$

ＳＯＬでは、ファジィ集合の型を例えば次のようにして宣言することができる.

```
type ft = tupleof [ grade:real; atom:char ];
     fuzzyset = setof ft;
var  s1:fuzzyset;
```

ftは、ファジィ集合の要素の型で、要素の値（文字型変数atom）とグレード（実数値変数grade）の組になっている. この要素の集合型として、fuzzyset型を定義する. また、s1はfuzzyset型の変数となる. ファジィ集合s1は、具体的には代入文を用いて次のような形で定義される.

```
s1←{ [0.9,'a'],[0.7,'b'],[0.2,'c'],[0.5,'d'] }
```

以上の定義をもとにファジィ集合の演算ルーチンを記述してみる. 例としてファジィ集合の積、和の演算プログラムをプログラム１に示す. ファジィ集合の積演算は、２つのファジィ集合について同じ要素を探索し. グレードの小さい方を新しいグレードにする. 和演算は、まず排他的な要素を取り出し、残りの要素についてはグレードの大きい方を新しいグレードにする. これらの演算プログラムは後述するファジィ推論カーネルプログラム中でもで使用される.

［プログラム１］　ファジィ集合の積, 和演算プログラムの例

```
proc fz;
type ft = tupleof [ grade:real; atom:char ];
     fuzzyset = setof ft;
var s1,s2:fuzzyset;
```

```
func fzand(x,y:fuzzyset):fuzzyset;                    ファジィ集合の積.
var w:fuzzyset; a1,a2:ft;
begin
  w←φ;                                               作業変数wをクリア.
  forall a1∈x do                                      xの要素すべてについて
    if ∃(a2∈y)(a1.atom=a2.atom) then                  同じ要素を探索し
      if a1.grade<a2.grade then w←w∪{a1} fi;          グレードの小さい要素を
      if a2.grade<a1.grade then w←w∪{a2} fi;          wへ加える.
      if a1.grade=a2.grade then w←w∪{a1} fi;
    fi
  od;
  fzand←w
end;

func fzor(x,y:fuzzyset):fuzzyset;                     ファジィ集合の和.
var w:fuzzyset; a1,a2:ft;
begin
  w←{a2∈y|∀(a1∈x)(a1.atom<>a2.atom)};                 排他的な要素を集める.
  w←w∪{a1∈x|∀(a2∈y)(a1.atom<>a2.atom)};
  forall a1∈x do                                      xの要素すべてについて
    if ∃(a2∈y)(a1.atom=a2.atom) then                  同じ要素を探索し
      if a1.grade>a2.grade then w←w∪{a1} fi;          グレードの大きい要素を
      if a2.grade>a1.grade then w←w∪{a2} fi;          wへ加える.
      if a1.grade=a2.grade then w←w∪{a1} fi;
    fi
  od;
  fzor←w
end;

begin
  s1←{[0.9,'a'],[0.7,'b'],[0.2,'c'],[0.5,'d']};      ファジィ集合 s1,s2
  s2←{[1.0,'a'],[0.3,'b'],[0.7,'c'],[0.5,'d']};      の定義.
  writeln('s1=',s1); writeln('s2=',s2);
  writeln('s1 and s2 =',fzand(s1,s2));                and演算の出力.
  writeln('s1  or s2 =',fzor(s1,s2));                 or演算の出力.
end.
```

プログラム1の実行結果

```
s1={ [0.9,'a'],[0.7,'b'],[0.2,'c'],[0.5,'d'] }
s2={ [1.0,'a'],[0.3,'b'],[0.7,'c'],[0.5,'d'] }
s1 and s2 ={ [0.9,'a'],[0.3,'b'],[0.2,'c'],[0.5,'d'] }
s1  or s2 ={ [1.0,'a'],[0.7,'b'],[0.7,'c'],[0.5,'d'] }
```

その他の演算（否定など）も、同じようにして記述できる.

4. ファジィ推論カーネルプログラム

3. で作成したファジィ集合演算プログラムをもとに記述したファジィ推論カーネルプログラムをプログラム2に示す. 採用した推論の形式を次に示す.

規則: A → B　　ここで、A, A' ⊂ U、B, B' ⊂ Vであるファジィ集合
事実: A'

結論: B'

Mamdaniの推論法を使用すると、結論B'は次式で求めることができる.

$$\mu_{B'}(v) = \bigvee_{u} \left(\mu_{A'}(u) \wedge \left(\mu_{A}(u) \wedge \mu_{B}(v) \right) \right)$$

$$= \bigvee_{u} \left(\mu_{A'}(u) \wedge \mu_{A}(u) \right) \wedge \mu_{B}(v) \qquad (1)$$

デファジファイアとしては、(1)式で求められた結論のファジィ集合B'の重心を求める方法を用いる(この関数defuzziは、ページ数の関係上、本論文では削除してある). この推論をSOLでプログラム化し、簡単な温度のファジィ制御プログラムを作成してみた. その一部をプログラム2に示す. 規則、事実、結論を次のように設定した場合の実行結果の一部を付録に示している.

規則　(形式: if x is A then y is B)
　　if 温度が非常に高い (A_1) then 冷房.強 (B_1)
　　if 温度が非常に低い (A_2) then 暖房.強 (B_2)
　　if 温度がやや高い　(A_3) then 冷房.弱 (B_3)
　　if 温度がやや低い　(A_4) then 暖房.弱 (B_4)

事実　(形式: x is A')
　　非常に高い (A'_1), 非常に低い (A'_2),
　　やや高い (A'_3)　, やや低い (A'_4),
　　かなり高い (A'_5), かなり低い (A'_5),
　　高い (A'_7)　　, 低い (A'_8)

結論　どのくらい冷房、暖房を効かせたら良いか? (B_{ALL})

[プログラム2]　ファジィ演算ルーチンと推論カーネル部

```
type ft = tupleof [ grade,i:real];          ファジィ集合型の定義.
     fuzzyset = setof ft;

func maxg(w:fuzzyset):real;                 グレードの最大値の探索.
var r:real; wf:ft;                          ファジィ集合wの中で
begin                                       最大のグレードを探索し
 r←0.0;                                     て返す.
 forall wf∈w do
  if wf.greade>r then r←wf.grade fi
 od;
 maxg←r
end;
```

```
func cuthead(r:real; w:fuzzyset):fuzzyset;
var wf:ft; w2:fuzzyset; r2:real;
begin
 w2←φ;
 forall wf∈w do
  if wf.grade>r then r2←r
                else r2←wf.grade
  fi;
  w2←w2∪{[r2,wf.i]}
 od;
 cuthead←w2
end;
```

カット.
ファジィ集合wを与えられたグレードrでカットしたファジィ集合を返す.

```
proc shell(adash:fuzzyset);
var ball:fuzzyset;
    i:int; r:real;
begin
  ball←φ;
  for i←1 to rulemax do
    r←maxg(fzand(adash,a[i]));
    ball←fzor(ball,cuthead(r,b[i]))
  od;
  writeln('Answer Fuzzy Set=',ball);
  writeln('Defuzzification Value r=',defuzzi(ball))
end;
```

推論カーネル.
rulemax個のルールを使って推論する.

rulemax個の繰返し.
A'とAのファジィand.
Bをrでカットし
結論集合へor演算を行う.

5. おわりに

ＳＯＬは集合を基本概念としているので、一般的な集合問題の記述はもちろん、ファジイ集合処理システムの記述についても適当な言語であることがわかった.
ＳＯＬには述語論理の記述が導入されており、動的な集合の生成が簡単に記述できるため、ファジィ集合処理アルゴリズムを効率よくプログラム化できることもわかった.

本論文ではファジィ集合を”組の集合”という形で表現する方法を示したが、ＳＯＬでは”集合型の欄”を持つ組も定義できるのでタイプＮのファジィ集合も表現可能である.

ＳＯＬは汎用の集合処理言語であり、ファジィ集合処理専用言語ではない. したがって、Lispを用いた例[1]のようにファジィ集合専用の演算子を定義することはできないが、これは本論文のプログラム例でも示したように関数の形で用意することで対応できると思われる.

ＳＯＬの処理系は現在のとコンパイラ・インタプリタ方式の処理系であり、すべてPASCALで記述してあるため処理速度の点では問題が残っている. しかし、これは他の言語（例えばＣ言語）などで記述し直すこと等によって改善できると思われる.

これまでのところファジィ処理システムのごく一部しかＳＯＬで記述していないので、今後、各種のファジィ処理システムをＳＯＬで記述し、その有効性を確認することが残された重要な課題である.

参考文献

[1]馬野：Lispによるファジィ集合処理システム，第３回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.167-172，1987.
[2]向殿，武田，沈，丁：FUZZY PROLOG について，第３回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.173-178，1987.
[3]水元：ファジィ理論とその応用，サイエンス社，p.359，1988.
[4]菅野：ファジィ制御，日刊工業新聞社，p.183，1988.
[5]重松，吉見，吉田：集合と写像に基づくアルゴリズム記述言語ＳＯＬの言語仕様について，昭和６３年度情報処理学会九州支部研究会資料，pp.40-49，1988.
[6]吉見，重松，吉田：集合指向言語ＳＯＬとその言語処理系について，情報処理学会プログラミング言語研究会資料，17-1，1988.
[7]Y.Shigematsu，K.Yoshimi and S.Yoshida：Set Oriented Language SOL and Its Application to Graph Algorithms，Proc. of ICS'88，pp.1135-1140，1988.
[8]重松，吉見，吉田：集合指向言語ＳＯＬとその言語処理系の開発，情報処理学会論文誌，第３０巻，第３号，pp.357-365，1989.

付録　ファジィ推論プログラムの実行結果の例

（１）A'として、”現実の温度は、非常に高い”を入力した場合.

```
Answer Fuzzy Set={
[0.000, 1.000],[0.000, 5.000],[0.000,  3.000],[0.400,-4.000],
[0.400,-2.000],[0.000,10.000],[0.000,  8.000],[0.000, 6.000],
[0.600,-6.000],[0.800,-8.000],[1.000,-10.000],[0.400,-3.000],
[0.400,-5.000],[0.400,-1.000],[0.000,  2.000],[0.000, 4.000]
}
Defuzzification Value r=-6.500000E+00
```

（２）A'として、”現実の温度は、少し高い”を入力した場合.

```
Answer Fuzzy Set={
[0.400, 1.000],[0.400, 5.000],[1.000,  3.000],[0.400,-4.000],
[0.400,-2.000],[0.000,10.000],[0.400,  8.000],[0.400, 6.000],
[0.000,-6.000],[0.000,-8.000],[0.000,-10.000],[0.400,-3.000],
[0.400,-5.000],[0.400,-1.000],[0.700,  2.000],[0.700, 4.000]
}
Defuzzification Value r=-2.647059E+00
```

PROFIL：ファジィインターバル論理に基づくProlog

PROFIL:Prolog based on Fuzzy Interval Logic

菊池　浩明,　　向殿　政男
Hiroaki Kikuchi,　　Masao Mukaidono
明治大学　理工学部
School of Science and Technology　Meiji University

Abstract

PROFIL(PROgramming in Fuzzy Interval Logic) is a Fuzzy programming laungage for dealing with uncertainties. In this paper, we will attempt to introduce two concepts into normal prolog in order to make it to be fuzzy programming language. One of them is Fuzzy interval logic, which can represent not only degree of truth and false but also degree of unknown and contradiction. The other is negation by using negative deterministic clause. This clause can be considered to define the possibility of truth in spite of the normal clause define the nesseccity.

1．はじめに

ＰＲＯＦＩＬ（PROgramming in Fuzzy Interval Logic）とは，Ｐｒｏｌｏｇを基とするファジィプログラミング言語である．近年，ファジィ理論はさまざまな工学分野において実用化の段階にあり，システムの開発環境としてのファジィプログラミング言語の必要性が主張されている．実際に，ＬｉｓｐやＣ言語をベースとすることでいくつかのシステムが開発されている[1]が，ファジィＰｒｏｌｏｇはそういったファジィ集合処理システムとは異なるレベルにある．ファジィ集合処理システムがファジィ集合を効率よく処理することを目的に開発されているのに対して，ファジィＰｒｏｌｏｇの試みはそういった処理手続き自体をファジィ的にとりおこなうことを目的としている．すなわち，ファジィアルゴリズムを実現するプログラミング言語の試みといえよう．Ｐｒｏｌｏｇ自体，非手続き型言語と呼ばれるように，バックトラックの可能性を有する不確定な制御を行っている．ここにファジィの概念を導入することで，その不確定な制御に度合を持たせ，手続き自体の確実さを指定できるプログラミング環境を提供する．

ファジィＰｒｏｌｏｇに対する見方には，こういったプログラミング言語的な解釈の他に，定理証明システムや，あいまい推論システムとしての見方がある．あいまい推論システムとしてファジィＰｒｏｌｏｇの目指すものは，我々が日常無意識に用いている不確実性を伴う推論の計算機による実現である．従って，その推論結果は我々の感覚に合致することが必要である．加えて，通常のＰｒｏｌｏｇが述語論理に基づく導出原理の実行として意味づけられるように，定理証明システムとしても，何等かの理論的枠組みが必要である．

本稿では，まず我々の用いている推論形式からは，真と偽の他に未知と矛盾を意味する真理値が生じることを示す．これに加えて，真偽のあいまいさが必要なことから，ファジィインターバル論理[2]を提案する．次に，あいまいな主張から成る論理関係を記述するために，ファジィ論理プログラム[3]を定義して，その意図する解釈がプログラムによって特徴づけられているファジィ写像[4]によって定まることをしめす．最後に，従来の有限失敗による否定の代わりに，負確定節を用いた否定表現[5]を提案する．これにより，正確定節によりその命題の必然性真理値が，負確定節により可能性真理値が定義されることとなり，区間真理値による真偽表現が可能となる．

2．未知と矛盾

通常のＰｒｏｌｏｇで採用されている唯一の推論形式は，モダスポネンスと呼ばれる図1の形式である．これは，規則ＰならばＱが成立している（1）時，前提命題Ｐが真（1）ならば結論Ｑも真（2）であることを導く推論である．いま，仮に前提Ｐが偽（0）であらば，結論Ｑの真偽については何がいえるだろうか？（図2）　これを図3のＱ←Ｐの真理値表の上で考察してみよう．Ｐの真理値Ｔ（Ｐ）が0である時，Ｔ（Ｑ←Ｐ）＝1とする様なＴ（Ｑ）の値は0とも1とも取り得る．通常のＰｒｏｌｏｇでは，これを閉世界仮説[3]という立場から，Ｑの偽が導かれたことに解釈させている．しかし，我々の感覚で考えるなら，この時の結論Ｑの真偽は「わからない」とする方が自然である．その意味で，Ｔ（Ｑ）＝｛0，1｝という真でも偽でもない第3の真理値が考えられる．又，Ｔ（Ｑ←Ｐ）＝0かつＴ（Ｐ）＝0である時（図4），同様にして，Ｔ（Ｑ）＝ϕという第4番目の真理値も考えられる．我々の日常の推論を模倣するという目的のためには，こういった，未知｛0，1｝や矛盾ϕの真理値を認めることが必要である．更に，それら4つの真理値の間の関係を定義するために，ファジィインターバル論理について次に述べる．

前提　Ｐ
規則　Ｑ←Ｐ
結論　Ｑ

図1．Modus Ponens

前提　～Ｐ
規則　Ｑ←Ｐ
結論　？

図2．Unknown

Ｑ＼Ｐ	0	1
0	1	0
1	1	1

図3．Ｔ（Ｑ←Ｐ）

Ｑ＼Ｐ	0	1
0	0	1
1	0	0

図4．Ｔ（～（Ｑ←Ｐ））

2．ファジィインターバル論理[2]

ファジィインターバル論理とは，真と偽の間のあいまいさを取り扱うファジィ論理[6]に，未知，矛盾の概念を導入した論理体系である．ファジィインターバル論理において，命題は[0,1]上の閉区間である区間真理値を取る．閉区間[ｎ，ｐ]の下限と上限を必然性真理値，可能性真理値と呼ぶ．命題Ｑが[ｎ，ｐ]で解釈されているとき，ｎはＱが真であると必然的にいえる値を，ｐは可能な値をそれぞれ表している．例えば，[1,1]で解釈された命題は恒真である．

（例）　Ｔ（Ｑ）＝[0,0]　⇄　Ｑは恒偽，
　　Ｔ（Ｑ）＝[0,1]　⇄　Ｑは未知，
　　Ｔ（Ｑ）＝[n,1]　⇄　Ｑは少なくとも（必然的に）ｎで真である．

あいまいの度合は，区間真理値の幅（ｐ－ｎ）で表現される．ただし，下限と上限が逆転してしまうときは，矛盾の度合を表している．

区間真理値[ｎ，ｐ]に，次式の所属度関数により特徴づけられる閉区間[0,1]上のファジィ集合を割り当てることができる．この時，矛盾の度合はこのファジィ集合の高さを1から引いた値となる．

$$\mu[n,p](x)=\min(1,1-n+p) \quad n\leqq x\leqq p,\ p\leqq x\leqq n$$
$$=0 \quad \text{それ以外} \qquad \text{但し，}n,\ p\in[0,1]$$

又，区間真理値[ｎ，ｐ]は，つぎの写像Ｆを定義することにより，真と偽を意味する集合｛1，0｝上のファジィ集合に1対1に対応させることができる．ここで，ｔ，ｆはそれぞれ1と0に対する所属度である．

$$F:\ t\rightarrow n$$
$$f\rightarrow 1-p$$
$$T(Q)=f/0+t/1$$

（例）次の２つの表現は同一の区間真理値を意味している．

$$[0.4, 0.8] \quad \rightleftarrows \quad 0.2(=1-0.8)/\,f \;+\; 0.4/\,t$$

Ｐｒｏｌｏｇでは，論理式が恒真であるか否かが問題であり，その意味で真である必然性を取り扱っていると考えられる．ある論理式Ｇの恒真性の証明が有限失敗するということは，単に，Ｇが恒真でないことを意味しており，真でも偽でもありえる区間真理値[0,1]に対応させることができる．

３．ファジィ論理プログラム

はじめに，我々が，不確実な推論をどの様に行っているかを考察しよう．

（例）「オバタリアンの定義」

いま，原子式Ｑ，Ａ1,2,3が次のような意味を表している．

Ｑ＝オバタリアン

Ａ1＝ずうずうしい，　Ａ2＝自分勝手，　Ａ3＝おしゃべり

ここで，我々が知っているオバタリアンにに関するいいかげんな知識をファジィ集合Ｐで次のように表現する．

$$P = \alpha 1/「A1である」+ \alpha 2/「A2である」+ \alpha 3/「A3である」+$$
$$\beta 1/「A1かつA2ならばQである」+ \beta 2/「A2ならばQである」$$

ここで，「」で囲まれた文は一つの命題であり，α，βは，それらの命題の確からしさを表している．

この知識Ｐより「Ｑである」ことがいえるであろうか？いえるとしたらその確からしさγはいくらだろうか．

$\alpha 2$の確からしさを持つ「Ａ2である」と$\beta 2$の確からしさを持つ「Ａ2ならばＱである」という二つの命題を前提として，結論「Ｑである」が導ける．このとき，その確からしさは$\alpha 2$と$\beta 2$の不確実な方の値となるべきである．又，Ｑを導く命題が複数ある時，「Ｑである」の確からしさはそれら中で最も確かな値と考えるのが自然であろう．

以上の考察に基づき，次の様に節形式で表現されたＰに対して，結論「Ｑである」を導く様子を示す．

$$P = \alpha 1/(A1\leftarrow) + \alpha 2/(A2\leftarrow) + \alpha 3/(A3\leftarrow) +$$
$$\beta 1/(Q\leftarrow A1,\ A2) + \beta 2/(Q\leftarrow A3)$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\alpha 1/A1\leftarrow \quad \alpha 2/A2\leftarrow}{\alpha 1\wedge\alpha 2/A1,\ A2} \quad \beta 1/Q\leftarrow A1,\ A2}{\alpha 1\wedge\alpha 2\wedge\beta 1/Q\leftarrow} \quad \dfrac{\alpha 3/A3 \quad \beta 2/Q\leftarrow A3}{\alpha 3\wedge\beta 2/Q\leftarrow}}{(\alpha 1\wedge\alpha 2\wedge\beta 1)\vee(\alpha 3\wedge\beta 2)/Q\leftarrow}$$

ＰＲＯＦＩＬは，こういったあいまい推論を機械的に実行するシステムである．そのための推論手続きを，通常のＰｒｏｌｏｇでいうところの論理プログラム[3]の拡張の形で定義していく．

まず，命題の確からしさとはなんであろうか？ＰＲＯＦＩＬではこれをその命題が恒真である度合として定義する．すなわち，この例のα，βは区間真理値でいうところの必然性真理値に相当する．

$\alpha 1$／Ａ１　⇄　Ｔ（Ａ１）＝[$\alpha 1, 1$]

［定義］　ＰＲＯＦＩＬにおける単位節，プログラム節，ゴール節はそれぞれ次の形式の節である．

単位節　　α／Ａ←．
プログラム節　　β／Ｈ←Ｂ１，…，Ｂｎ．
ゴール節　　γ／←Ｇ１，…，Ｇｎ．

ここで，プログラム節のＨを頭部(Head)，Ｂｉを本体(Body)と呼ぶ．
Ａ，Ｈ，Ｂｉ，Ｇは原子式であり，α，β，γはその節の必然性真理値である．

（例）上の例題の($\alpha 1$／Ａ１←)は単位節であり，その確からしさ$\alpha 1$はＡ１の必然性真理値である．

$\alpha 1$／Ａ１　⇄　Ｔ（Ａ１）＝[$\alpha 1, 1$]

［定義］　ファジィ論理プログラムとは単位節とプログラム節の集合である．
例えば，例題のあいまい命題の集合Ｐはファジィ論理プログラムである．
［定義］　ファジィ論理プログラムＰに於ける解釈Ｉとは，Ｐのエルブランド領域ＢＰ（全ての基礎原子式の集合）上のファジィ集合であり，所属度関数μ_Iによって特徴づけられる．

単位節は本体が空集合ϕであるプログラム節であると見なせるので，ファジィ論理プログラムＰは，2^{BP}から2^{BP}へのファジィ写像であると考えられる．Ｐの所属度関数をμ_Pとする．

［定義］　解釈Ｉについて，ファジィ論理プログラムＰが導く論理的帰結Ｉ'は，ファジィ集合Ｉのファジィ写像Ｐの像として次の$\mu_{I'}$で特徴づけられる．

$$\mu_{I'}(A) = \underset{(A \leftarrow B)}{Sup}\left[\mu_I(B) \wedge \mu_P(A, B)\right]$$

ただし，本体Ｂ＝Ｂ１,…,Ｂｎである時，
$\mu_I(B) = \mu_I(B1) \wedge \cdots \wedge \mu_I(Bn)$　とする．

［定義］　論理プログラムの意図する解釈ＭＰとは，$I_\emptyset = \phi$からファジィ写像Ｐを繰り返して得られる全ての解釈の和集合である．

（例）はじめに挙げた論理プログラムＰの意図する解釈ＭＰを示す．
この例の場合変数を含まないのでＢＰは有限である．

ＢＰ＝｛Ａ１，Ａ２，Ａ３，Ｑ｝，
$I_\emptyset = \phi$
$I_1 = \alpha 1$／Ａ１＋$\alpha 2$／Ａ２＋$\alpha 3$／Ａ３
$I_2 = \alpha 1$／Ａ１＋$\alpha 2$／Ａ２＋（$\alpha 1 \wedge \alpha 2 \wedge \beta 1$）∨（$\alpha 3 \wedge \beta 2$）／Ｑ
　＝I_3＝ＭＰ｛意図する解釈｝

［定義］　ゴール節γ／Ｇは，ＢＰ上のファジィ集合である．Ｇが意図する解釈ＭＰに属するならばＧはＰにより導かれるという．但し，ファジィ集合γ／Ｇがファジィ集合ＭＰに属すとは$\gamma \leqq \mu MP(G)$であることをいう．

（例）ゴール節γ／Qは，上の意図する解釈MPに対して，
$\gamma \leqq (\alpha 1 \wedge \alpha 2 \wedge \beta 1) \vee (\alpha 3 \wedge \beta 2)$　である時，Pより導かれる．

ゴール節の必然性真理値γが高ければ高いほど，推論は厳密に行われる．例えば，$\gamma = 1$の時は通常のＰｒｏｌｏｇの推論を意味している．すなわち，γの値はシステムに要求する推論の厳密さの度合であるといえる．

推論の探索枝を絞り込む処理としては，通常のＰｒｏｌｏｇではカットオペレーター（！）が用意されていた．ＰＲＯＦＩＬにおけるゴール節の必然性真理値γも，カットと同様な制御機構のひとつである．又これは，非ファジィ化の演算子α－ｃｕｔに相当する処理でもあり，γによる量子化と見なせる．

γの値に変数を置くことも許されており，この時は，推論結果の確信の度合がγに束縛される．

ここでは，簡単のために命題のみから成る論理プログラムを取り扱ったが，述語を含む場合も，単一化操作によって同様の手続きとなる．ただし，その時はBPが有限ではなくなることに注意が必要である．

4．負確定節による否定

論理プログラミングにおいて，重要な問題の一つとなっているものに否定の問題[3]がある．これは，推論戦略の効率化のために，論理表現がホーン節に限定されてしまっているので，否定表現が行えないという問題である．通常の処理系ではこの問題に対して，「失敗を否定とみなす規則」と呼ばれる特殊な規則で否定の代用をしている．

しかし，失敗を否定とみなす規則では，否定の項をプログラム節の本体の部分にしか置くことができず，しかも，決して変数束縛を生じない，テストとしての使い方に限られている．これに対して，負確定節と呼ばれる頭部に否定項を含む節による否定表現[5]が提案されている．

負確定節に対して，通常のプログラム節を正確定節と呼ぶ．

（例）負確定節　not Q←P．　「PならばQは偽である」
not R．　Rは恒偽である．

負確定節による否定が従来の失敗による否定と異なるのは，節が暗黙的に全称記号によって束縛されているためである．

（失敗を否定とみなす規則）　（負確定節による否定）
$\sim \forall x [p(X)] = \exists x [\sim p(X)] \neq \forall x [\sim p(X)]$

否定的な帰結を導く例として次の例を考えよう．

（例）原子式A4が「思慮深い」を意味するとする．
ここで，A4ならばQでないことを意味する知識をあいまいさを許して次のように表現する．

$$P' = P \cup \{\alpha 4 / (A4\leftarrow) \quad + \quad \beta 3 / (\text{not } Q \leftarrow A4)\}$$

以上より，ゴールγ／(not Q←)（但し，$\gamma \leqq \alpha 4 \wedge \beta 3$）が導かれる．これは，次の区間真理値の解釈と同値である．

γ／(not Q)　$\rightleftarrows$　T(not Q)$=[\gamma, 1]$
$\rightleftarrows$　T(Q)$=[0, 1-\gamma]$

このことは，負確定節は原子式の可能性を限定する定義であることを意味している．すなわち，ファジィ論理プログラムは，正確定節によって必然性を，負確定節によって可能性を定義しているといえる．

こうしてファジィ論理プログラムP'に，正負の確定節が定義されて，原子式の可能性と必然性が定められる．これは，インターバル論理の一つの区間真理値が解釈されることに相当している．

$$T(Q) = \alpha 4 \wedge \beta 3 / 0 \quad + \quad (\alpha 1 \wedge \alpha 2 \wedge \beta 1) \vee (\alpha 3 \wedge \beta 2) / 1$$
$$= \gamma 0 / 0 \quad + \quad \gamma 1 / 1$$
$$= [\gamma 1, 1 - \gamma 0]$$

5．おわりに

推論を行うシステムにとって，未知と矛盾という情報が必然的であるという要請から，ファジィインターバル論理に基づくファジィＰｒｏｌｏｇ“ＰＲＯＦＩＬ”を構築した．ＰＲＯＦＩＬにおける命題は正確定節によって必然性が，負確定節によって可能性が定義され，プログラム節で定義されたファジィ写像によりあいまいに推論される．

あいまい推論システムとして定義されたＰＲＯＦＩＬは，述語を一つのファジィ集合と意味づけることで，ファジィ集合処理のためのファジィプログラミング言語としてみることもできる．基本的な推論がファジィ写像で実行されるので，ファジィ数の演算，関係の合成といった処理を簡単な記述で実行することができる．更に，ファジィ集合のひとつとして，ＰＲＯＦＩＬ自身の真理値を取り扱うことで，言語真理値と呼ばれる[0,1]上のファジィ集合も処理可能である．この事は，よりあいまいな真偽量を認める推論システムへの発展の可能性を示している．

又，真理値を操作するための述語を容易に定義できるので，veryやalmostで代表される高階の述語や，さまざまなあいまい推論の手続きを自由に加えらることもできる．

現在，ＰＲＯＦＩＬシステムは，通常のＰｒｏｌｏｇ言語で記述されている[9]．既存の処理系の上で実行するため，実行速度は期待できないという反面，移植性や，通常のＰｒｏｌｏｇとの互換性に優れたシステムとなっている．特に，通常のＰｒｏｌｏｇで記述されている幾つかの手続きを部分的にファジィ化したり，逆に，ＰＲＯＦＩＬから必要なところだけ通常のＰｒｏｌｏｇを呼ぶことも可能である．

参考文献

[1]馬野：ファジィ集合に基づくデータベースの索引語関係の生成と情報検索への応用，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.309-312(1988)

[2]菊池，向殿：ファジィインターバル論理の提案，第４回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.215-220(1988)

[3]L.W.ロイド：論理プログラムの基礎，産業図書(1987)

[4]水本：“ファジィ理論とその応用”，サイエンス社（1988)

[5]菊池，向殿：４値論理に基づくＰｒｏｌｏｇ，第３８回情報処理学会全国大会論文集，pp.1015-1016(1989)

[6]向殿：ファジィ論理における２，３の性質について，信学論(D)，58-D,3（昭和50-03)

[7]M.Mukaidono, Z.Shen and L.Ding: "Fuzzy prolog", Preprints of Second IFSA Congress,Vol.2(1987)

[8]菊池，向殿：ファジィＰｒｏｌｏｇによるファジィシステムの記述，電子情報通信学会全国大会論文集，D-402,6-122(1989)

[9]H.Kikuchi & M.Mukaidono,PROFIL：Fuzzy Interval Logic Prolog, Preprint of International work shop on fuzzy system application(1988)

PROFIL:ファジィPrologでおこなうあいまい知識処理

PROFIL:Uncertain Knowledge Processing in Fuzzy Prolog

佐藤　昌彦　Masahiko Sato
菊池　浩明　Hiroaki Kikuchi
向殿　政男　Masao Mukaidono
明治大学　理工学部
School of Science and Technology, Meiji University

Abstract

Recently, the uncertain knowledge processing is frequently discussed by a lot of authors. In this paper, we point out that Programming in Fuzzy Interval Logic, PROFIL, has many advantage in such processings. According to these advantages, PROFIL will be one of convenient programming langueges, because we can deal with not only fuzzy sets but non-deterministic processing with a degree of uncertainty by using PROFIL.

1．はじめに

ファジィインターバル論理に基づくファジィＰｒｏｌｏｇ（以下，ＰＲＯＦＩＬ）は，従来のＰｒｏｌｏｇが持つ論理プログラミングの環境と共に，ファジィ集合によるあいまいな知識の表現とその処理，及びファジィなアルゴリズムというあいまいさの度合を認めた非決定的な情報処理が可能である．つまり，単なるファジィ集合の効率的な処理システムであるだけでなく，あいまいさが扱える非決定的情報処理システムとしても有効であることがこのＰＲＯＦＩＬの特徴である．この意味で，他のファジィ集合処理システムとはレベルの異なるシステムであるといえる．ここでは，簡単な問題を用いて実際にこのＰＲＯＦＩＬを用いたファジィ集合の処理，及びファジィなアルゴリズムの処理について報告する．

2．あいまい知識表現

ファジィ集合は，人の主観的な概念を表していると解釈できる．この主観的な概念はあいまいな知識の一種であるが，ＰＲＯＦＩＬでは，要素を引数と対応させることにより，離散的な定義域上のファジィ集合をファジィ述語と見なし，あいまいな知識を記述することができる．例えば，'若い（Young）'という主観的な概念は，個人個人によって異なるあいまいな知識と解釈できる．この'若い'を離散的な年齢の集合{10,20,30,40}上のファジィ集合として，Young＝{1.0/10, 0.8/20, 0.4/30, 0.0/40}のように定義し，このメンバーシップ関数をμ_{Young}とすると，この知識はＰＲＯＦＩＬにおいては，$\mu_{Young}(10)$の値をファジィ述語young(10)の真理値と対応させるという具合いにして，以下のように記述できる．尚，ファジィインターバル論理では，通常，真理値は区間 [n,p]（$n,p \in [0,1]$）で表現され，nが必然性，pが可能性の値を表している．[n,1]が通常のメンバーシップ関数の値 nに当たる．本発表においては，通常のメンバーシップ関数の値の時のみについて示す．

```
1.0 / young(10).
0.8 / young(20).
0.4 / young(30).
```

（以降，罫線内はプログラム又は実行結果とする）

3．あいまい知識処理

一般に，ファジィプログラミング言語が実現している（１）集合演算，（２）拡張原理，及び（３）ファジィ関係の合成などは，このＰＲＯＦＩＬにおいても離散的ではあるがより自然な形で表現できる．つまり，より自然な形とは，集合演算を実現する関数や関係の合成を実現する関数を定義するのではなく，論理的な記述をすることにより，その処理を行ったのと同じ結果が得られるという意味である．

（１）集合演算について

例えば'若い'と同じ定義域上に'大人（Adult）'というファジィ集合を，Adult＝{0.8/20, 1.0/30, 1.0/40}のように定義すると，ファジィ集合'若い'と'大人'の和集合（Young ∪ Adult）は，集合演算においては Max[$\mu_{Young}(x), \mu_{Adult}(x)$] と定義されている．一方ＰＲＯＦＩＬでは，述語young(X)とadult(X)の真理値の Max を真理値として返す'若いまたは大人'を表す述語 union(X)は以下のようにかける．

```
T/ union(X) :- young(X).
T/ union(X) :- adult(X).
```

すなわち，これがファジィ集合'若い'と'大人'の和集合を演算することに対応している．

また，'若い'と'大人'の積集合は Min[$\mu_{Young}(x), \mu_{Adult}(x)$] と定義されている．一方ＰＲＯＦＩＬでは，述語young(X)とadult(X)の真理値の Min を真理値として返す'若いかつ大人'を表す述語 intersection(X)は以下のようにかける．

```
T/ intersection(X) :- young(X), adult(X).
```

すなわちこれがファジィ集合'若い'と'大人'の積集合を演算することに対応している．

更に，'若い'の補集合や'非常に若い'というファジィ集合は，'若い'のメンバーシップ関数の値を変化させる演算であるが，ＰＲＯＦＩＬにおいては高階の組込み述語（no や very）として定義されており，それを用いて以下のようにかける．

```
T/ old(X) :- no(young(X)).
T/ child(X) :- very(young(X)).
```

そして，例えば和集合などは次のような結果が得られる．

```
?/ union(X).
1.0 / union(40).
0.9 / union(30).
0.8 / union(20).
1.0 / union(10).
```

（２）拡張原理について

次に拡張原理についての例をあげる．いま定義域を整数の集合 U とし，ファジィ数'だいたい３'と'だいたい４'を，About_3＝{0.2/1, 0.8/2, 1.0/3, 0.6/4, 0.3/5}，About_4＝{0.2/2, 0.8/3, 1.0/4, 0.6/5, 0.3/6}と定義すると，これらのファジィ数の和（About_7）は拡張原理により，

$$\mu_{About_7}(x) = \sup_{x=y+z} [\ \mathrm{Min}[\mu_{About_3}(y),\ \mu_{About_4}(z)]]$$

で与えられる．一方ＰＲＯＦＩＬにおいては次のように記述される．

```
T/ about_7(X) :- about_3(Y), about_4(Z), X is Y + Z.
```

ここでは，is が引数 X と Y + Z をとる述語であり，Y + Z は複合項であることに注意されたい．またこの述語 is は，他の述語 about_3(Y)，about_4(Z)によって束縛される変数を用いているため，これらより後にきている．従って，順序を入れ換えて，

```
T/ about_7(X) :- X is Y + Z, about_3(Y), about_4(Z).
```

とすると，うまく実行できないことになる．実際に，ファジィ数の和は以下のようになる．

```
?/ about_7(X).
0.2 / about_7(3).
0.2 / about_7(4).
0.8 / about_7(5).
0.8 / about_7(6).
1.0 / about_7(7).
0.6 / about_7(8).
0.6 / about_7(9).
0.3 / about_7(10).
0.3 / about_7(11).
```

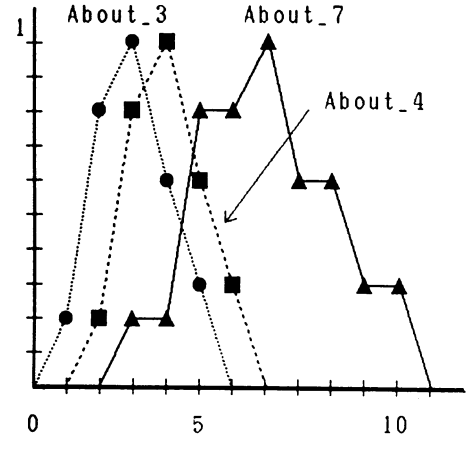


図１　ファジィ数 'だいたい７'

また，ファジィ数の差，積なども同様に記述できる．

```
T/ about_1(X) :- about_3(Y), about_4(Z), X is Z - Y.
T/ about_12(X) :- about_3(Y), about_4(Z), X is Y * Z.
```

（３）ファジィ関係の合成

ファジィ関係とは，２つ以上の定義域の直積上に定義されたファジィ集合である．例えば，２つの定義域 V＝{1, 2, 3}と W＝{a, b}の直積 V×W上のファジィ集合として表１のようなファジィ関係 R(v,w)があるとする．この関係をＰＲＯＦＩＬでは引数が２つのファジィ述語 r(Y,Z)で次のように表現できる．

```
0.6 / r(1,b).
0.5 / r(2,a).
1.0 / r(2,b).
0.9 / r(3,a).
0.3 / r(3,b).
```

	1	2	3
a	0.0	0.5	0.9
b	0.6	1.0	0.3

表１ ファジィ関係 R

具体的には，'1'と'b'の間に関係 R がある度合が0.6であるということは，ファジィ述語 r(1,b) の真理値が0.6であるということに対応している．

次に，直積 U×V (U＝{n, m}) 上のファジィ関係を S(u,v)＝{0.3/(1,n), 1.0/(2,n), 0.7/(3,n), 1.0/(1,m), 0.8/(2,m), 0.4/(3,m)} とするとファジィ関係 S と R の合成ファジィ関係 SR は，

$$SR(u,w) = \max_{v} [\ \mathrm{Min}\ [\ S(u,v),\ R(v,w)\ ]\ ]$$

で計算できる．一方ＰＲＯＦＩＬでは集合演算における積集合の場合と同様に，ファジィ述語 s(X,Y) と r(Y,Z) を用いて次のように簡単に記述できる．

```
T/ sr(X,Z) :- s(X,Y), r(Y,Z).
```

実際に合成ファジィ関係 SR を求めてみると以下のようになる．

```
?/ sr(X,Z).
0.7 / sr(a,n).
0.5 / sr(a,m).
1.0 / sr(b,n).
0.8 / sr(b,m).
```

また，この関係の合成を応用して閉包なども容易に求めることができる．

４．ファジィなアルゴリズム

通常のアルゴリズムは決定的な手続きである．また，非手続き型言語といわれるＰｒｏ

１ｏｇでは容易に非決定的な処理が行えるという特徴があることは周知のことと思われる．これに対してＰＲＯＦＩＬでは，あいまいさの度合を認めた非決定的な処理が容易にできることが特徴といえる．

まず非決定的な処理を説明するために，例えば，人の集合を{a, b, c}とし，そしてその間に'X は Y より美人である'という関係Beau(X,Y)を考える．'a さんは b さんと c さんのどちらよりも美人である' ことには多くの人が賛成しているとする．しかし，b さんと c さんについては意見が分かれたと仮定する．このような状態を述語 beau(X,Y)で次のように定義するとしよう．

```
beau(a, b).
beau(a, c).
beau(b, c).
beau(c, b).
```

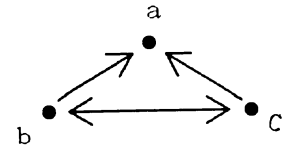


図２　beau

このとき，３人のリスト（例えば[a, c, b]など）が美人の順に並んでいるリストか否かを調べる述語 order(Z)を次のように定定義する．

```
order([_]).
order([A,B|C]) :- beau(A,B), order([B|C]).
```

するとこの述語 orderは，リスト[a, b, c]に対しても [a, c, b]に対しても真を返すことになる．これが非決定的な処理である．

ここで，'X は Y より美人である'を次のファジィ述語 f_beau(X,Y)で表したとする．

```
0.9 / f_beau(a,b).
0.8 / f_beau(a,c).
0.5 / f_beau(b,c).
0.4 / f_beau(c,b).
```

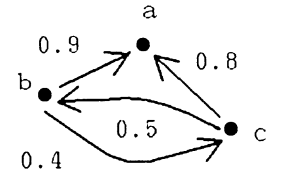


図３　f_beau

このとき，３人のリストが美人の順に並んでいるリストかどうかを調べるファジィ述語 f_order(Z)は次のように定義できる．

```
1.0/ f_order([_]).
T/ f_order([A,B|C]) :- f_beau(A,B), f_order([B|C]).
```

するとこのファジィ述語 f_orderは，リスト[a, b, c]に対して 0.5で，かつ [a, c, b]に対して 0.4で真であると返す．これがあいまいな度合を認めた非決定的な処理，つまりファジィなアルゴリズムの処理である．そして，いままで見てきた通りＰＲＯＦＩＬではこのファジィなアルゴリズムを容易に記述できるのである．例えば，ファジィシステムに対して初期値が与えられたときの状態を計算するという処理のアルゴリズムなどは，このフ

ァジィなアルゴリズムにあたるといえる.

5. おわりに

ファジィインターバル論理に基づくＰＲＯＦＩＬで行える知識処理について報告した. あいまいな知識を表現できるファジィ集合に対する基本的は処理は勿論のこと, あいまいな度合を認めた非決定的情報処理を容易に実現できることを示した. あいまいな知識処理の必要性が唱えられている現状においては, ＰＲＯＦＩＬは有効なプログラミング言語の１つであるといえよう. 従って, これからいろいろなあいまい知識処理への適用などについての研究を進め, ＰＲＯＦＩＬの有効性を確かめることが課題であろう. 現在は, オンライン手書き文字認識のシステムを構築中である.

参考文献

[1]H.Kikuchi & M.Mukaidono,PROFIL:Fuzzy Interval Logic Prolog,Preprint of International work shop on fuzzy system application(1988)

[2]水本:ファジィ理論とその応用,サイエンス社(1988)

ファジィ集合の概念を用いた日本語質問応答システムの拡張

- ファジィ推論の導入と一致度の処理方法の追加 -

Extended Version of Question-Answering System Based on Fuzzy Set Theory

— Introduction of Fuzzy Reasoning and New Methods for Consistency —

馬野 元秀
Motohide Umano

大阪大学 大型計算機センター
Computation Center, Osaka University

Abstract

A simple Japanese question-answering system has been already developed, in which we can assert facts and ask questions about the small world using words of fuzzy concept such as "large", "middle", "small", "very large", "very small" and so on. The system answers "Certainly yes", "Maybe yes", "Certainly no", "Maybe no" or "I don't know" for a fuzzy question. In this papar, we describe the extended version of the system which introduces the fuzzy reasoning (approximate reasoning) and new methods for computing the consistency.

The system is implemented in Fuzzy Set Manipulation System in UTI-Lisp on an NEC's ACOS System 2000 computer.

1．はじめに

我々は、以前、あいまいな意味を持つ単語を用いることのできる簡単な日本語質問応答システムを試作した[1]。今回、これを拡張して、ファジィ推論[2]を行なう機能と質問に答えるときの基準となる一致度を計算する方法を追加した。ファジィ推論の導入により、例えば、ある箱の大きさとファジィな関係から別の箱の大きさを決めることができるようになり、一致度の計算法を追加することにより、いくつかの回答のしかたを比較できるようになった。

2．従来のシステムの概要

従来のシステム[1]は、小型日本語質問応答システム TQAS [3] を VAX-11/780 (OS は VAX/VMS)上の Lisp-F3 (Interlisp のサブセット) に移植したものに、あいまいな概念を含む単語を処理する部分を追加して実現した。例えば、次のような会話が可能である。

〉 shiroi hakowa chiisai.
(白い箱は小さい)

＊ wakarimashita.
（わかりました）
〉 shiroi hakowa totemo chiisai desuka?
（白い箱はとても小さいですか？）
＊ hai tabun totemo chiisai deshou.
（はい、たぶんとても小さいでしょう）
〉 aoi hakowa ookisaga chukurai desu.
（青い箱は大きさが中くらいです）
＊ wakarimashita.
（わかりました）
〉 shiroi hakowa aoi hakoyori zutto chiisai desuka?
（白い箱は青い箱よりずっと小さいですか？）
＊ hai tabun zutto chiisai deshou.
（はい、たぶんずっと小さいでしょう）

〉で始まる行が入力行で、＊で始まる行がシステムからの応答である。現在のところローマ字しか使えないので、本稿では、漢字かな混じり文を補うことにする。

このシステムで取り扱える自然言語の範囲は狭く、名詞は hako(箱)、hana(花)、mari(まり)、tsukue(机)、tsumiki(積木) の５つだけである。属性には、「色」、「大きさ」、「重さ」、「長さ」がある。そして、「色」の属性で使用できる形容詞は、akai(赤い)、aoi(青い)、kiiroi(黄色い)、kuroi(黒い)、shiroi(白い)の５つで、これらはあいまいではないと考えている。また、「大きさ」の属性で使える形容詞は、ookii(大きい)、chukurai(中くらい)、chiisai(小さい)であり、「重さ」では、omoi(重い)、chukurai(中くらい)、karui(軽い)であり、「長さ」では、nagai(長い)、chukurai(中くらい)、mijikai(短かい)である。これらは 0 から 10 までの 11 段階で考えているので、nkurai (n くらい：1 〈 n 〈 9) も使うことができる。さらに、副詞として、色以外の属性の形容詞に対して、totemo(とても)、taihen(大変)と maa(まあ)、sukoshi(少し)を使うことができる。

システム内部では、「小さい」、「中くらい」、「大きい」などのあいまいな概念は可能性分布[4]で表現している。いまは、

小さい = {1/0, 0.92/1, 0.68/2, 0.32/3, 0.08/4}p
中くらい = {0.222/3, 0.778/4, 1/5, 0.778/6, 0.222/7}p
大きい = {1/10, 0.92/9, 0.68/8, 0.32/7, 0.08/6}p

としている。また、副詞については、「とても」と「大変」は 修飾される形容詞の可能性の各々の値を 2 乗し、「まあ」と「少し」は 0.5 乗している[5]。

そして、質問に対しては、質問中のファジィ集合に対する事実の可能性分布の一致度を計算し(４節も参照)、これに基づいて、

(a)「はい、…です」
(b)「はい、たぶん…でしょう」
(c)「いいえ、…ではありません」
(d)「いいえ、たぶん…ではないでしょう」
(e)「どちらとも、いえません」

のように回答している[1]。

3．ファジィ推論の導入

ある箱の大きさを言うのにすでに大きさが分かっている箱と比較して言いたいことがある。例えば、「黒い箱は青い箱よりずっと大きい」などがこの例である。

従来のシステムでも、「白い箱は青い箱よりずっと小さいですか？」のような２つの対象に関する質問は可能であった。これは白い箱の大きさ(これはすでに分かっている)と青い箱の大きさ(これもすでに分かっている)を

比べて、どの程度「ずっと小さいか」によって回答することができた[1]。

しかし、「黒い箱は 青い箱よりずっと大きい」などの場合には、青い箱の大きさ(例えば、「中くらい」の大きさ)と「ずっと大きい」というファジィ関係から黒い箱の大きさを推論する必要がある。これは、質問の場合とは処理のしかたがまったく異なり、従来のシステムでは実現されていなかった。

このような推論の方法は、Zadeh により近似推論(approximate reasoning)として 定式化されている[2]。いまの場合は、A と B を可能性分布またはファジィ集合とし、R をファジィ関係とするときに、推論形式が

事実： x は A である
関係： y は x と R である

結果： y は B である

であるので、

$$B = R \circ A = \{\max_{u \in U}(\mu_R(v,u) \wedge \mu_A(u))/v \ : \ v \in V\}$$

とすればよい(推論の合成規則)。

そして、ファジィ関係として、「より大きい」、「より小さい」、「少し大きい」、「少し小さい」、「ずっと大きい」、「ずっと小さい」、「ほぼ等しい」などを使えるようにした。これらは、図1のように定義される。ここで、横軸が u-v であることに注意されたい。

この結果、次のような会話が可能になった。

〉 kuroi hakoga arimasu.
(黒い箱があります)
＊ wakarimashita.
(わかりました)
〉 kuroi hakowa aoi hakoyori zutto ookii.
(黒い箱は青い箱よりずっと大きい)
＊ wakarimashita.
(わかりました)
〉 kiiroi hakoga arimasu.
(黄色い箱があります)
＊ wakarimashita.
(わかりました)
〉 kiiroi hakowa shiroi hakoto ookisaga hobo hitoshii.
(黄色い箱は白い箱と大きさがほぼ等しい)
＊ wakarimashita
(わかりました)
〉 akai hakoga arimasu.
(赤い箱があります)
＊ wakarimashita.
(わかりました)

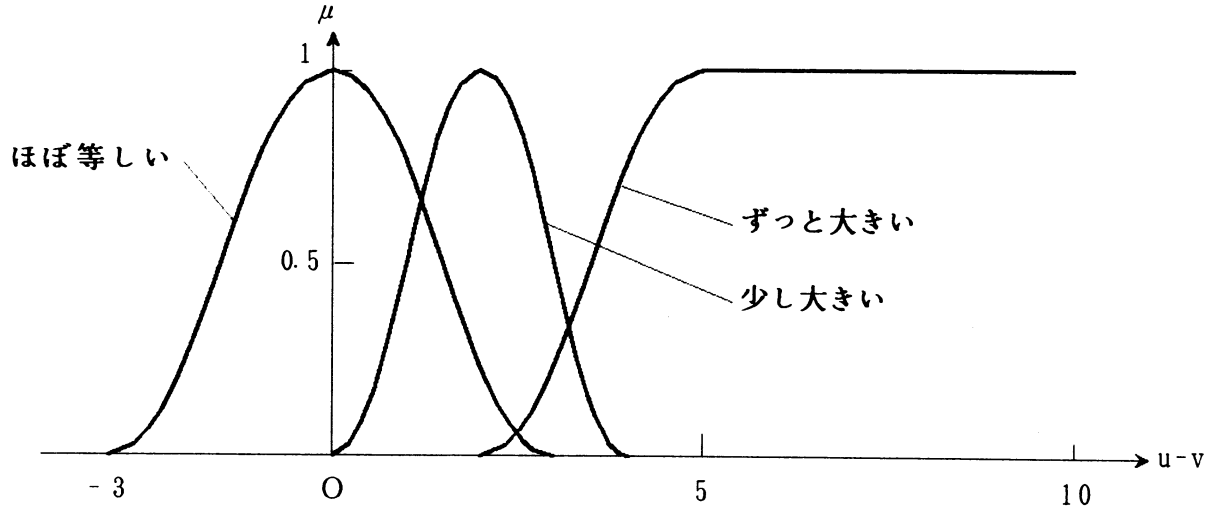


図1．ファジィ関係「ほぼ等しい」、「少し大きい」、「ずっと大きい」

〉akai hakowa aoi hakoyori ookii.
（赤い箱は青い箱より小さい）
＊ wakarimashita
（わかりました）

なお、現在ところ、この例のようにまず箱が存在することをいっておく必要がある。この結果、それぞれの箱の大きさは

黒：{0.222/6, 0.222/7, 0.778/8, 0.778/9, 1/10}
黄：{1/0, 0.92/1, 0.778/2, 0.68/3, 0.32/4, 0.222/5, 0.08/6}
赤：{0.222/4, 0.778/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 1/10}

となる。したがって、

〉kuroi hakowa ookii desuka?
（黒い箱は大きいですか）
＊ hai tabun ookii deshou.
（はい、たぶん大きいでしょう）
〉kuroi hakowa totemo ookiidesuka?
（黒い箱はとても大きいですか）
＊ iie tabun totemo ookikuwa naideshou.
（いいえ、たぶんとても大きくはないでしょう）
〉shiroi hakowa chiisai desuka?
（白い箱は小さいですか）
＊ iie tabun chiisakuwa naideshou.
（いいえ、たぶん小さくはないでしょう）
〉shiroi hakowa maa chiisai desuka?
（白い箱はまあ小さいですか）
＊ hai tabun maa chiisai deshou.
（はい、たぶんまあ小さいでしょう）
〉kiiroi hakowa kuroi hako yori zutto chiisaidesuka?
（黄色い箱は黒い箱よりずっと小さいですか）
＊ hai tabun zutto chiisai deshou.
（はい、たぶんずっと小さいでしょう）

などのような質問に答えることができる。

4．一致度の計算法の追加

あいまいな意味を持つ単語を含む質問に答えるために、従来のシステムでは、次のような処理を行なっていた[1]。

[従来のシステムの回答の方法]

① 質問中の対象 X についてのファジィ集合 F と 対象 X に関する可能性分布 Π_X の一致度(満足度)を

$$c = \{\pi_X(u) / \mu_F(u) : u \in U\}p$$

により計算する。ここで、U は{0,1,2,…,10}である。この一致度 c は真理値区間[0,1]上の可能性分布となる。

② 一致度 c をしきい値 θ（ふつうは 0.5）と比べて、$\mu(u) \rangle \theta$ となる部分の $\pi(u)$ の最大値を $\pi 1$ とし、$\mu(u) \langle \theta$ となる部分の $\pi(u)$ の最大値を $\pi 0$ とする(図2を参照)。

③ $\pi 0$ と $\pi 1$ により 次の5つの真理値に分類する。

(a) 真である T : $\pi 1 > 0$、$\pi 0 = 0$
(b) たぶん真である T' : $\pi 1 > 0$、$\pi 0 > 0$、$\pi 1 > \pi 0$
(c) 偽である F : $\pi 0 > 0$、$\pi 1 = 0$
(d) たぶん偽である F' : $\pi 0 > 0$、$\pi 1 > 0$、$\pi 0 > \pi 1$
(e) わからない U : $\pi 0 = \pi 1$

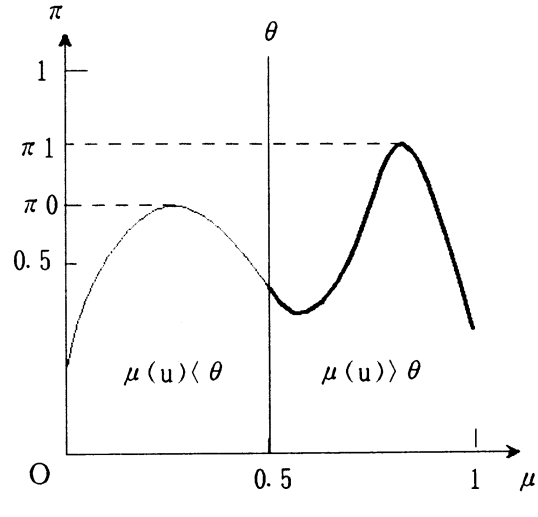


図2．$\pi 1$ と $\pi 0$ の求め方(従来の方法)

ただし、これでは $\pi_X(u)$ と $\mu_F(u)$ の形が同じときに T' に分類されてしまうので、これは別に調べて T にする。

④ 得られた真理値に基づいて、

(a) 真である T ：「はい、…です」
(b) たぶん真である T'：
「はい、たぶん…でしょう」
(c) 偽である F ：
「いいえ、…ではありません」
(d) たぶん偽である F'：
「いいえ、たぶん…ではないでしょう」
(e) わからない U ：
「どちらとも、いえません」

のように回答する。

[改良点]

従来の方法では、「とても大きい」ものに対して「大きいか」と質問すると、 T' に分類されて、「はい、たぶん大きいでしょう」という回答が返ってくる。しかし、「とても大きい」という概念は「大きい」という概念にふくまれてしまうので、これは特別にチェックすることにした。すなわち、質問中のファジィ集合 F と同じ形の可能性分布 Π_F と 対象の可能性分布 Π_X が

$$\pi_F(u) \geqq \pi_X(u) \quad \forall u \in \{0, 1, 2, \cdots, 10\}$$

のときは、真理値を T とする。

[真理値の計算法の追加１]

真理値の計算法を新たに追加した。これは、従来のシステムにおけるものより単純で、質問のファジィ集合と同じ形の可能性分布 Π_F と対象の可能性分布 Π_X の共通部分の大きさに基づく方法である。具体的には、一致度を

$$c = \#\{\pi_F(u) \wedge \pi_X(u)/u : u \in U\}p \div \#\{\pi_X(u)/u : u \in U\}p$$

で計算する。ここで、#Π は可能性分布関数の面積(離散的な場合は可能性の総和)を求めることを表わす。 これは、区間[0,1]の数値になるので、これに基づいて、真理値を

(a) 真である T ： $c > 0.95$
(b) たぶん真である T'： $0.95 \geqq c > 0.5$
(c) 偽である F ： $c < 0.05$
(d) たぶん偽である F'： $0.05 \leqq c < 0.5$
(e) わからない U ： $c = 0.5$

とし、④により回答する。

[真理値の計算法の追加２]

もうひとつの真理値の計算法は、一致度の計算は 従来のものと同じであるが、 $\pi 1$ と $\pi 0$ を求めるのに、一致度の可能性分布関数の面積(離散的な場合は総和)を用いる方法である。すなわち、$\mu(u) \rangle \theta$ となる部分の面積(離散的な場合は総和)を $\pi 1$ とし、$\mu(u) \langle \theta$ となる部分の面積を $\pi 0$ とする（図３を 参照)。 以降の③と④の処理は従来のものと同じである。

新しいシステムでは、これらの計算法を一

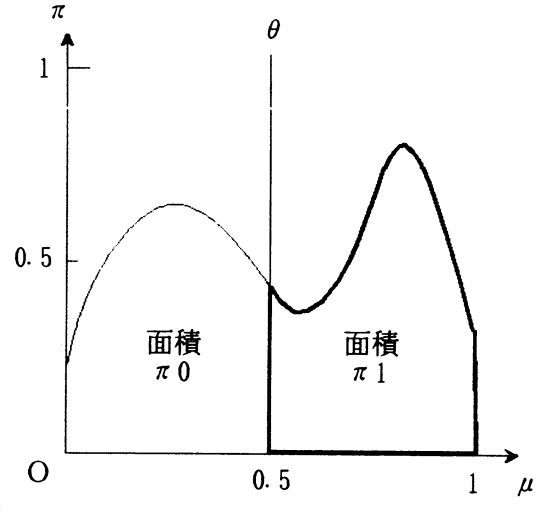


図３． $\pi 1$ と $\pi 0$ の求め方(追加の方法)

度に実行するモードがある。前に実行したものをもう一度実行してみよう。 以下、*1 が従来と同じ計算法による回答であり、 *2 が追加方法１による、 *3 が追加方法２による回答である。

〉 shiroi hakowa totemo chiisai desuka?
（白い箱はとても小さいですか？）
*1 hai tabun totemo chiisai deshou.
*2 hai tabun totemo chiisai deshou.
*3 hai tabun totemo chiisai deshou.
（はい、たぶんとても小さいでしょう）
〉 shiroi hakowa aoi hakoyori zutto chiisai desuka?
（白い箱は青い箱よりずっと小さいですか？）
*1 hai tabun zutto chiisai deshou.
*2 hai tabun zutto chiisai deshou.
*3 hai tabun zutto chiisai deshou.
（はい、たぶんずっと小さいでしょう）

このように、すべての回答が同じになることが多いが、

〉 kiiroi hakowa kuroi hako yori zutto chiisaidesuka?
（黄色い箱は黒い箱よりずっと小さいですか）
*1 hai tabun zutto chiisai deshou.
（はい、たぶんずっと小さいでしょう）
*2 hai zutto chiisai desu.
（はい、ずっと小さいです）
*3 hai tabun zutto chiisai deshou.
（はい、たぶんずっと小さいでしょう）

のように、各方法で回答が少し異なる場合もある。

５．おわりに

以上、あいまいな意味を持つ単語を用いることのできる簡単な日本語質問応答システムを拡張して、ファジィ推論を行なう機能と一致度を計算する方法を追加した。今回の拡張に際して、システムを 大阪大学 大型計算機センターの ACOS システム 2000(OS は ACOS-6/MVX)上の UTI-Lisp に移植し、ファジィ集合の処理は「ファジィ集合処理システム」[6]、[7]を使用するように書きかえた。

今後の拡張としては、取り扱える日本語の範囲の拡張と推論で得られた結果を適切な言葉で表現し直す言語近似の実現を行ないたい。

[参考文献]

1. 馬野（1985）：「ファジィ集合の概念を用いた日本語質問応答システムの試作」、第１回ファジィ・システム・シンポジウム（1985 年 5 月 28-29 日）、pp. 176-181。
2. L. A. Zadeh (1975) : "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning," Information Sciences, Vol. 8, pp. 199-248, Vol. 8, pp. 301-357, Vol. 9, pp. 43-80.
3. 田中、元吉、山梨（1983）:「LISP で学ぶ認知心理学３言語理解」、東京大学出版会。
4. L. A. Zadeh (1978) : "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 1, pp. 3-28.
5. L. A. Zadeh (1971) : "A Fuzzy-Set-Theoretic Interpretation of Linguistic Hedges," Journal of Cybernetics, Vol. 2, pp. 4-34.
6. 馬野（1987）:「Lisp によるファジィ集合処理システム」、第３回ファジィ・システム・シンポジウム（1987 年 6 月 1 - 3 日）、pp. 167-172。
7. 久米、馬野（1987）:「Lisp によるファジィ集合処理システムの実現」、 情報処理学会 第 35 回（昭和 62 年後期)全国大会、pp. 791-792、No. 7Q-2。

ファジィ情報検索システムのためのマッチング関数

Matching functions for the fuzzy information retrieval system

三宅　輝久、宮本　定明，中山　和彦

Teruhisa MIYAKE, Sadaaki MIYAMOTO and Kazuhiko NAKAYAMA

筑波大学　電子・情報工学系

Institute of Information Sciences and Electronics, Univ. of Tsukuba

ABSTRACT

This paper is concerned with matching functions between a keyword in a query and a index term in a bibliographic database. Matching functions based on a fuzzy set theoretical model are proposed. The grade of matching is calculated from the numbers of elements in the set of substrings of the keywords. The matching functions are implemented on an experimental system for fuzzy information retrieval.

1．はじめに

情報検索システムに対するファジィ理論の適用については近年種々の試みがなされている。　筆者らも既にファジィシソーラスを用いた連合検索システム[1,2]や入力、検索、出力の３つのステージを全てファジィ化した情報検索システムの例[3]について報告した。これらのシステムでは、検索質問中のキーワードと索引語とのマッチングについては、完全一致を基本とする従来の方法で行われていた。　これらの完全一致に基づいたマッチングは索引語が統制されており検索質問中のキーワードもシソーラス等を参照して決定する場合には問題がないが、自然語を索引語として用いた場合や、検索質問中のキーワードの綴りが不明確な場合には目的とする索引語にマッチングできないことがあり、再現率を悪化させる原因の１つとなる。　それを防ぐ方法の１つとして、キーワードと索引語とのマッチング関数を従来の２値論理に基づいた完全一致によるものから、どの程度一致するかを［０，１］の数値で表現するファジィ化されたマッチング関数に拡張し、キーワードにマッチングする索引語の範囲を拡大することが考えられる。　マッチング関数のファジィ化については、何らかの方法で意味的にファジィ化することも考えられるが、それはシソーラスによるキーワードの拡張等の他の補完的な方法によることが可能であるため、ここでは形態的なファジィ化のみを考える。　本報告では、形態的なファジィ化を実現するための方法として部分列のマッチングを用いた方法を紹介し、それをファジィ情報検索システムに実験的に適用した例について報告する。

2．マッチング関数のファジィ化

キーワードと索引語のマッチングを行う場合、従来はそれぞれの文字列が完全に一致す

るかどうかを基準としていた。完全一致のマッチング関数は、次のように定義される。

マッチング関数をm、キーワードをw_q、索引語をwとすると、

$$m(w_q, w_i) = \begin{cases} 1 & w_q = w_i \\ 0 & w_q = w_i \end{cases} \quad \text{となる。} \qquad (1)$$

この場合w_qとw_iが完全に一致しない限り、w_qとw_iが全く異なった用語であっても、w_qとw_iが1文字だけ異なっている場合でも、同様に0となってしまう。しかしw_qとw_iが全く異なった用語である場合と1文字異なっただけの用語である場合とでは後者の方がより一致した状態であると考えることは自然なことであろう。マッチング関数を従来の2値関数から、区間［0，1］の値をとるファジィ化された関数に拡張してやれば、2つの用語の一致の程度を表現することができる。

ここでは、用語をそれを構成する部分列の集合と考え、2つの用語の部分列の内、完全一致しているものの割合を基にマッチング関数の値を計算することにする。

マッチング関数としては、以下のものがよく知られている[4]。

$$\frac{2\,|A \cap B|}{|A| + |B|} \qquad \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \qquad \frac{|A \cap B|}{|A|^{1/2} \times |B|^{1/2}}$$

Ｄｉｃｅの係数、　Ｊａｃｃａｒｄの係数、　ＣＯＳＩＮＥ係数

（ただし、Ａ，Ｂは集合，$|A|$ は集合Ａの要素の数とする。）

これらは、それぞれに特性の違いがあるが、ここでは、Ｊａｃｃａｒｄの係数を用いることとし、次のようにマッチング関数を定義した。

SUB(W)を用語wを含むwの全ての部分列の集合とする。

$$m'(W_q, W_i) = \frac{|SUB(W_q) \cap SUB(W_i)|}{|SUB(W_q)| + |SUB(W_i)| - |SUB(W_q) \cap SUB(W_i)|} \qquad (2)$$

$|SUB(W_q) \cap SUB(W_i)|$ は、W_q の部分列と W_i の部分列の内、両者が完全一致する部分列の集合である。

3．マッチング関数の計算

キーワード文字列Ｗとマッチングの対象となるシソーラス用語もしくは索引語の文字列Ｖの完全一致する部分列を見出すためには、2つの文字列の、長さが同じ部分列を比べてやればよい。Ｗのある部分列がＶの部分列と一致したとすれば、それらの部分列に含まれる全ての部分列もまた一致することは明らかであるため、それらの部分列の比較は行う必要はない。

また、長さの短い部分列は数が多く、長さが短くなるにつれて比べる回数が急速に増加する。長さの短い部分列のみが一致したとしてもマッチング関数に与える寄与は小さいから、実際には長さの下限を定め、それ以下の長さの部分列については無視することにする。

4．ファジィ情報検索システムの構成

ファジィ情報検索システムの構成を図1に示す。利用者が入力した検索質問ｑはファジィシソーラスＦによってキーワードのファジィ集合ｑ’に展開される。ｑ’は検索の

ステージUでファジィ索引により検索され、文献のファジィ集合rを得る。 このシステムでは、キーワードとファジィシソーラスの用語，ファジィシソーラスの用語とファジィ索引の索引語の2 種のマッチングが行われる。

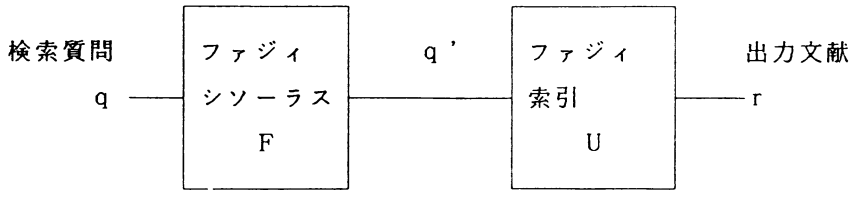


図1 ファジィ情報検索システムの構成

5．シソーラス用語とのマッチング

検索質問$q = \Sigma\ q_j / w_j$ 中の用語 w_j とファジィシソーラスFの見出し語とのマッチングを行う。マッチング関数が従来の完全一致による場合は、

$$q' = Fq = \Sigma_j \max \min \left[F(W_i, W_J), q_j \right] / W_i \qquad (3)$$

となる。

マッチング関数としてm'を用いた場合は、

$$q' = Fmq = \Sigma_{j,k} \max \min \left[F(W_i, W_k), m'(W_k, W_J), q_j \right] / W_i \qquad (4)$$

となる。

6．索引語とのマッチング

$q' = \Sigma\ q_j / w_j$ 中の用語 w_j とファジィ索引Uとのマッチングを行う。

マッチング関数が従来の完全一致による場合は、検索の出力r'は、

$$r' = Uq' = \Sigma_j \max \min \left[U(d_i, W_J), q'_j \right] / d_i \qquad (5)$$

となる。

マッチング関数としてm'を用いた場合は、

$$r' = Umq' = \Sigma_{jk} \max \min \left[U(d_i, W_k), m'(W_k, W_J), q'_j \right] / d_i \qquad (6)$$

となる。

7．ファジィ情報検索システムへの適用

ファジィ情報検索システムに適用した例を図2に示す。ファジィ化したマッチング関数を用いた場合は、キーワードがシソーラス中にない場合でも、似たシソーラス用語によってキーワードの展開を行い、結果を得ることができる。

使用したデータは、ＬＩＳＡデータベースから抽出した約６０００件の文献情報とそれから自動生成された[5] 約２４００語のシソーラスである。ここで使用したファジィ情報検索システムは、既存の情報検索システムであるＦＡＣＯＭ ＦＡＩＲＳ－Ｉ上に構築されＦＡＣＯＭ Ｍ－７８０上で稼働している。

シソーラスによるキーワードの展開、ファジィ索引を用いた検索共にマッチング関数を用いた場合には全ての索引語とマッチングをおこなうため、結果として、値をもつ全ての文献が出力される。これを避けるため、α－ｃｕｔにより一定の値以下の用語や文献を検索対象から除外している。

```
) FSEA FUZZY ORDERING RELATION
 1 .FUZZY ORDERING RELATION(1.0000000 )
 2 .FUZZY RELATIONS(0.22222221 )
 3 .BOOLEAN STRATEGIES(0.22222221 )
 4 .SIMILARITY MEASURES(0.22222221 )
*** RESULT  : TERM(S) =   4
           : LAYER 0      0 DOCUMENT(S)
           : LAYER 1      5 DOCUMENT(S)
           : LAYER 2      0 DOCUMENT(S)
           : LAYER 3      0 DOCUMENT(S)
           : TOTAL        5 DOCUMENT(S)
```

ファジィマッチングの場合

```
) FSEA FUZZY ORDERING RELATION
 1 .FUZZY ORDERING RELATION(1.0000000 )
*** RESULT  : TERM(S) =   1
FSEARCH RESULT EMPTY
```

従来の検索の場合

（出力が得られない。）

図２　ファジィ情報検索システムへの適用例

８．おわりに

ファジィマッチング関数を用いた場合、索引を使用しない全数検索の場合と同様全ての索引語とマッチングする必要があり、通常の完全一致の場合と比べて膨大な処理時間が必要となる。そのため、現在の実用的な情報検索システムに組込んで使用することは難しい。本試行においても、有効に索引が利用されておらず、全ての索引語とのマッチングを行う結果となっている。しかしながら、ファジィマッチングは、従来行われてきたキーワードのトランケーションと比べて、利用者が意識して行う必要がないという利点を持っている。今後の索引の改良とハードウェアの速度向上を考慮すれば、ファジィマッチングは、有効な文献検索用のツールとして利用できると考えられる。

参考文献

1. S. Miyamoto and K. Nakayama, Fuzzy information retrieval based on a fuzzy pseudothesaurus, IEEE Trans., Syst., Man, and Cybern., Vol.16 (1986), No.2, 278-282
2. 三宅、宮本，中山　ファジィ集合に基づくデータベースの索引語関係の生成と情報検索への応用，第4 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集(1988),309—312
3. T. Miyake ,S. Miyamoto and K. Nakayama, An experimental system for fuzzy information retrieval, Proc. of Inter. Workshop on fuzzy system application, IIZUKA(1988),141-142
4. L. J Kohout, E. Keravnou, W. Bandler, Automatic documentary information retrieval by means of fuzzy relational products, TIMS/Studies in the Management Sciences, 20(1984), 383-404.
5. S. Miyamoto, T. Miyake and K. Nakayama, Generation of a fuzzy pseudothesaurus for information retrieval based on cooccurrences and fuzzy set operations, IEEE Trans., Syst., Man, and Cybern., Vol.SMC-13 (1983), No.1, 62-70

自然言語によるファジィ表現を許容したデータベース検索

A Data Base Query with Fuzzy Expressions by Natural Language

前田博*、石飛康浩*、田熊博美**
Hiroshi Maeda, Yasuhiro Ishitobi, Hiromi Taguma

*九州工業大学　工学部
*Faculty of Enginnering, Kyushu Institute of Technology
**セラトレーディング（株）
**Cera Trading Co.

ABSTRACT

The authors are developing an interactive fuzzy desicion making support system with the function of database retreival. Since this support system is designed for non-expert native users, natural language interface is very desirable. This paper deals with the database query that natural language and fuzzy expresions are acceptable. We propose a simple natural language processing by means of only "hirakana" dictionary and a database retreival based on fuzzy theory.

1．はじめに

あいまいな環境下の多目的意思決定問題に対する規範的意思決定手法として、筆者等はファジィ理論に基づいた対話型意思決定手法[1)]を提案した。その後、本手法を適用して、学生の就職ガイダンスを目的とする対話型ファジィ意思決定支援システムの実現を進めている。そこでは、予備知識を持たないユーザーを対象とするため、日本語による自然言語対話方式を中心とした対話システムの開発を目指している。

本論文の目的は、対話型意思決定支援システムの１つのモジュールであるデータベース検索について、日本語によるファジィ表現を許容した自然言語問い合わせインタフェースを開発することである。従来、データベースへのファジィ問い合わせは、既存のデータベース言語をファジィ化していくアプローチ[2)]は見られるが、自然言語によるファジィ問い合わせはほとんど見られない。ところで、自然言語処理については、種々の大規模な辞書を用意すればかなりのことができる状況になっている。しかしながら、本論文のように自然言語処理が意思決定支援システムの一部となっている場合、大規模な辞書を用いた細密な自然言語処理は対話システムの応答性やシステム全体の操作性を損なうことになる。そこで、本研究では日本語処理について、

1. 入力文は漢字仮名混じりの単文とし、他に制限はしない、
2. 辞書はできる限り小さくし、自立語の辞書は持たない、

という前提を設け、企業に関する就職情報データベースを事例とする。

以下、２章では、データベース検索に必要な情報を形式化した形式言語について述べ、３章では、自然言語から形式言語への変換について説明する。そして、４章では、形式言語を用いたデータベース検索方法を提案する。最後に、５章で、本研究における今後の課題を述べる。

2．形式言語

自然言語で表現された問い合わせ文は、データベース検索には不向きである。そこで、自然言語中に存在するデータベース検索情報を取り出して、データベース検索向きの問い合わせ文に変換（その変換されたものを形式言語と呼ぶ）する必要がある。自然言語による問い合わせ文において、データベース検索に必要な情報には、次のようなものがある。ただし、横に記された（）内のアルファベットは、その情報を示す記号として定義する。

(1)検索項目（T）　…… データベースの検索項目となるもの。
(2)比較演算子（R）　…… 検索項目と比較の対象との関係を示すもの。
{～より大きい，～以上 ，etc}
(3)比較の対象（O）　…… 検索項目との比較の基準となるもの。
(4)ファジィ修飾詞（M）　…… ファジィ集合、比較演算子を修飾するもの。
{かなり，きわめて，割合，etc}
(5)ファジィ集合（F）　…… 特に、形容詞などのあいまいな語。比較演算子との違いは、比較の対象が存在しない点である。
{大きい，そこそこ，近い，etc}
(6)否定（N）　…… 否定を示す語。

形式言語を以上の６つの項目の組Q（T，R，O，M，F，N）で定義する。問い合わせ文中に該当する項目があれば、その項目のところに上記の記号を代入し、さもなければ、記号＃を代入する。以下に、一般的な形式言語とその問い合わせ文について例を挙げる。

(1)検索項目のみ存在する
「採用校が指定されている」　→　Q（T，＃，＃，＃，＃，＃）
(2)検索項目とファジィ集合が存在する
「給料が良い」　→　Q（T，＃，＃，＃，F，＃）
(3)検索項目、ファジィ修飾詞、ファジィ集合が存在する
「ボーナスがきわめて高い」　→　Q（T，＃，＃，M，F，＃）
(4)検索項目、比較演算子、比較の対象が存在する
「給料がＡ社より高い」　→　Q（T，R，O，＃，＃，＃）
(5)検索項目、比較演算子、比較の対象、ファジィ修飾詞が存在する
「ボーナスがＡ社よりかなり低い」　→　Q（T，R，O，M，＃，＃）

これらについて否定Ｎもある。

3．自然言語処理

3.1 辞書

前述したように、本自然言語処理では自立語の辞書は持たない。そのかわり、平仮名検索辞書、ファジィ集合（比較演算子）の辞書、ファジィ修飾詞の辞書、不要語の辞書の４種類の辞書を用意している。

(1)平仮名検索辞書

問い合わせ文中のどの文字列が、データベース検索に必要な情報（T，R，O，M，F，N）のいずれであるかを判断するためには、形式言語中の各項目の特徴と付随する平仮名との関係を把握する必要がある。

T：・非平仮名の名詞である
・主語が不要語でなければ、主語である
・主格を示す格助詞がつく
・主語がない場合、非平仮名の名詞である

R：・名詞，形容詞である
・存在を表す動詞である
・比較の対象が存在する

O：・非平仮名の名詞である
・比較を示す格助詞がつく
・非平仮名の名詞である

M：・平仮名、非平仮名、平仮名と非平仮名の混合したもの
・副詞句となる

F：・名詞、形容詞である
・比較の対象が存在しない

N：・"ない"がつく
・用言の未然形である
・文末に存在する可能性が高い

以上の特徴を利用して、平仮名が付随する語が形式言語中のどの項目に該当するかを推定できるようにしたものが平仮名検索辞書である。本辞書は、５０音順に並べられた平仮名１文字について、助詞や活用語尾、平仮名のファジィ集合（比較演算子）やファジィ修飾詞を示す語との関係を記述している。平仮名辞書の一例として、"が"について示す。

①"が"の直前の文字が非平仮名で、不要語でないならば、"が"の直前の非平仮名列は検索対象Ｔである。
②"が"の直後に"ない"、"ず"が続くならば、"が"の直前の非平仮名列は動詞である。
③"が"の直前の文字が平仮名または空であるとき、平仮名列がファジィ集合（比較演算子）の辞書か、ファジィ修飾詞の辞書に含まれていなければ、平仮名列は未知の文字列である。

以上の表現は、実際には次のように記号化され、辞書に登録されている。

※　$(Bz=D|Bz=R|Bz=F){(Y-"が"≠#){Y←Y-"が"}}
③'　$((Bz=y)|((Bz=#)&(Y∉DIC2|Y∉DIC3))){UY←Y}
②'　$(Az="な"|Az="ず"){V←BX}&{T←BX}&{N←Y}
①'　{T←BX}&{SP←"が"}
　　(bX=LW){T←LW}
　　$(Y-"が"≠#){Y←Y-"が"}

ここで、①' ②' ③'は① ② ③に対応し、※は"が"の直前の文字がＤ，Ｒ，Ｆのいずれかであれば行う処理を記している。また、各記号の意味は次に示す通りである。

［文字に関する記号］

A:"検索中の語の直後に接続する"を意味する	D:不要語
a:"検索中の語より後に存在する"を意味する	F:ファジィ集合
B:"検索中の語の直前に接続する"を意味する	R:比較演算子
b:"検索中の語より前に存在する"を意味する	T:検索項目
LW:並列の格助詞が付随した名詞	N:否定
U:未知の文字列	#:空を示す
X:非平仮名列	x:非平仮名（１文字）
Y:平仮名列	y:平仮名（１文字）
Z:文字列（平仮名、非平仮名を問わない）	z:文字（１文字）
SP:主格を示す格助詞	V:動詞
DIC2:ファジィ集合（比較演算子）の辞書	DIC3:ファジィ修飾詞の辞書

［文字処理に関する記号］

∉:辞書に含まれない　*:文字をつなぐ　|:OR論理　&:AND論理
←:代入する　=:一致する　≠:一致しない　-:引く
():条件文　{}:処理文
$:この記号の付いた条件を満たすとき、次の規則は見ないことを示す

(2)ファジィ集合（比較演算子）辞書

問い合わせ文中に現れ、データベース検索情報になり得るあいまいな語｛高い、長い、普通、etc｝を５０音順に集めた辞書である。主に、形容詞が多く、その語幹を辞書に持っている。

(3)ファジィ修飾詞辞書

ファジィ集合（比較演算子）辞書に含まれる語を修飾する語｛かなり、せいぜい、相当、etc｝を５０音順に集めた辞書である。

(4)不要語辞書

システムの対象としている分野において、問い合わせ文中に現れる可能性のある語で、データベース検索の検索項目にはなり得ない一般語｛会社、私、自分、etc｝を集めた辞書である。

3.2 自然言語処理アルゴリズムの概要

自然言語の問い合わせ文「給料が本田技研よりかなり高い会社」を用いて、問い合わせ文から形式言語を導く自然言語処理を説明する。

(step 1)不要語除去

問い合わせ文中に含まれる不要語を検索し記号Ｄで置き換える。ここでは、"会社"が不要語となり、その結果、問い合わせ文は「給料が本田技研よりかなり高いＤ」となる。

(step 2)字種切り

問い合わせ文中の平仮名から非平仮名、非平仮名から平仮名の部分で文を区切る。そして、非平仮名列をX、平仮名列をYとする。

給料／が／本田技研／よりかなり／高／い／D

X_1 Y_1 X_2 Y_2 X_3 Y_3 X_4

(step 3)平仮名検索

問い合わせ文中の平仮名列の先頭の文字と一致する文字を平仮名検索辞書で検索し、辞書内に記述された処理に従って、形式言語中の各項目を決定する。この処理を問い合わせ文中の平仮名列がなくなるまで繰り返す。例えば、"が"については、先に示した平仮名検索辞書を用いて、"給料"が検索項目、"が"が格助詞となる。

(step 4)形式言語の確定

1つの文字列に対して複数の項目が当てはまるときには、

① 形式言語中の項目間の制約条件を評価して決定する、

② ①でもさらに形式言語が一意に定まらないときは、構文的に平易な文を選択する。構文的平易性は、形式言語の型ごとに設定した、最も平易な文を意味する標準パターンと抽出された形式言語の項目の並びのずれによって評価される。

という処理を行う。

本アルゴリズムで用いた例文の検索結果は、次のように2通り得られる。

給料／が／本田技研／よりかなり／高／い／D

X_1 Y_1 X_2 Y_2 X_3 Y_3 X_4

T O M R

F

方法①の「比較対象Oが存在するならば、比較演算子も存在する」という制約により、形式言語はQ（T，R，O，M，＃，＃）と決定される。

4．データベース検索

4.1 データベース

データベースは、企業に関する就職情報を集めたもので、検索項目を階層的に分類し、階層ごとにデータを表として格納している。そのイメージは、図4.1に示すように企業名と検索項目からなる。各検索項目には、使用可能なファジィ集合（比較演算子）の表現が登録されており、ユーザーがそれらのメンバーシップ関数を定義しない場合、すなわち、デフォルト時にシステムで用いるメンバーシップ関数の定義が登録されている。デフォルト時のメンバーシップ関数は図4.2に示すような台変数を3分割したものであり、データベースには台変数の最小値、最大値、およびその中間値が登録されている。

また、データベース検索については、ユーザーが満足できるメンバーシップ値を入力することにより、その条件を満たすデータを検索する。

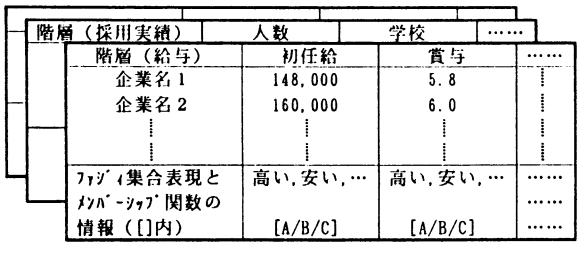


図4.1 データベースのイメージ

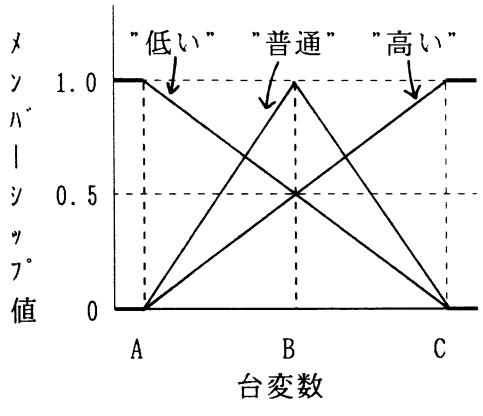


図4.2 デフォルト時のメンバーシップ関数

4.2 形式言語の処理

(1)検索項目Tと比較対象Oの確定

検索項目T、比較対象Oは、システム内に準備されたデータベースの検索項目と企業名に置き換えられなければならない。それには、検索項目と企業名に関するシソーラス辞書とファジィ推論を用いたアルゴリズム[3)]（マッチングと部分マッチングを含む）によってなされる。

(2)ファジィ修飾詞（M）の処理

ファジィ修飾詞はファジィ集合や比較演算子のメンバーシップ値の度合を操作するヘッジであり、3つのレベルに分けられ、レベル1（近似的に）、レベル2（非常に）、レベル3（極端に）となる。

(3)比較演算子（R）の処理

データベース検索条件の1つとして比較演算子を用いる。比較演算子が存在すれば、必ず比較の対象が存在する。従って、その条件はクリスプなものとなる。例えば、問い合わせ文「初任給が16万円より高い会社」に対して、比較対象＝"16万円"、比較演算子＝"高い"となり、その集合は図4.3に示すクリスプ集合となる。

しかし、ファジィ修飾詞があればファジィ集合となる。ここで、レベル3の修飾詞が付いた比較演算子Rのメンバーシップ関数をr（$0 \leqq r \leqq 1$）としたとき、各レベルの修飾詞の付いた比較演算子のメンバーシップ関数を以下に定義する。また、それらのメンバーシップ関数を図4.4に示す。

レベル1（近似的にR）：$r^{1/4}$，レベル2（非常にR）：$r^{1/2}$，レベル3（極端にR）：r

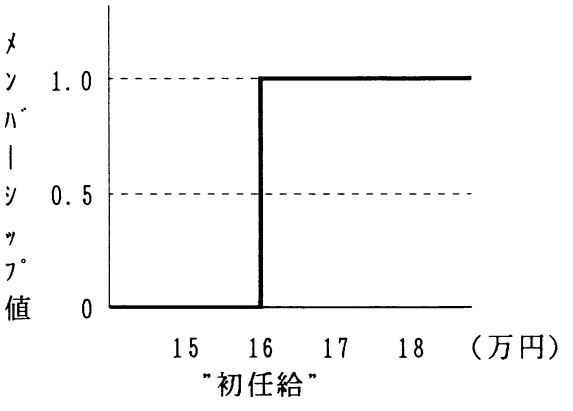


図4.3 クリスプ集合の特性関数

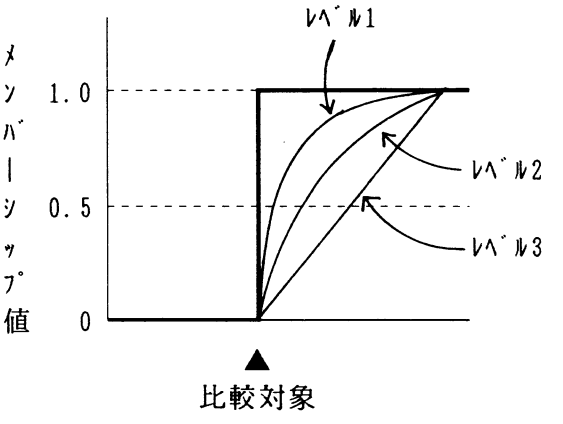


図4.4 各レベルのファジィ修飾詞の付いた比較演算子のメンバーシップ関数

ただし、各レベルの否定は、1から各レベルのメンバーシップ値を引いたものとする。また、比較演算子のメンバーシップ関数は比較の対象を図4.2に示す中間値となるように、台変数の値を平行移動させたものである。

(4)ファジィ集合（F）の処理

比較対象が存在しない比較演算子はファジィ集合として扱う。ファジィ集合Fのメンバーシップ関数をf（$0 \leqq f \leqq 1$）としたとき、各レベルのファジィ修飾詞が付いたファジィ集合のメンバーシップ関数を以下に定義する。また、それらのメンバーシップ関数を図4.5に示す。

レベル1（近似的にF）：$f^{1/2}$

レベル2（非常にF）　：f^{2}

レベル3（極端にF）　：f^{4}

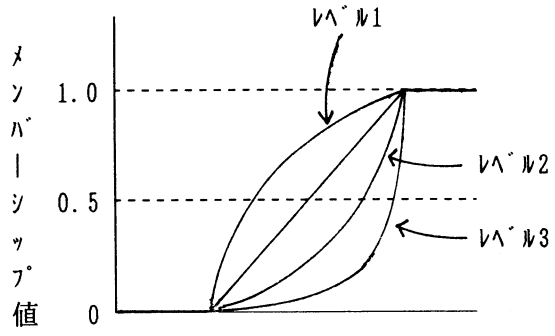


図 4.5 各レベルのファジィ修飾詞の付いた
ファジィ集合のメンバーシップ関数

ただし、各レベルの否定は、1から各レベルのメンバーシップ値を引いたものとする。

4.3検索結果の表示

検索結果は、メンバーシップ関数の情報、検索されたデータとその度合からなる。なお、検索されたデータは、ソーティングして表示される。図4.6に問い合わせ文「初任給が普通である」に対する、検索結果例を示す。ただし、ユーザーはデフォルト時のメンバーシップ関数を用い、満足できる度合はメンバーシップ値0.8と入力したとする。そのときのメンバーシップ関数を図4.7に示す。

［初任給］

メンバーシップ関数の情報	［120,000／150,000／180,000］	
初任給のデータ	グレード	企業名
144,000	0.8	A社，E社，M社
147,000	0.9	B社，Z社
150,000	1.0	⋮
⋮		⋮
156,000	0.8	R社

図4.6 問い合わせ文「初任給が普通である」
に対する検索結果例

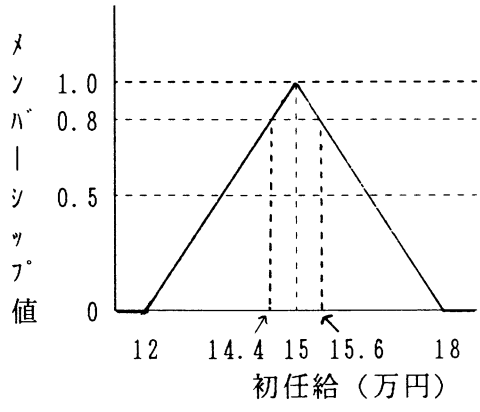


図4.7 「初任給が普通である」の
メンバーシップ関数

5．おわりに

本論文では、自然言語によるあいまい表現を許容したデータベース検索方法を検討した。平仮名検索辞書のみでもかなりの自然言語問い合わせ文に対処できそうである。現在、ようやく平仮名検索辞書が完成したところであり、今後、ここで提案したアルゴリズムの処理系の作成により実用性の評価を行っていく。

参考文献

1)前田博、村上周太：ファジィ結合演算による選好表現を用いた多目的問題のファジィ意思決定手法、計測自動制御学会論文集、23、5、97-104、1987
2)高橋祥兼：リレーショナルＤＢのファジィ問い合わせ言語、情報処理学会研究報告、88、53、66-6、1988
3)前田博、村上周太：ファジィ理論の対話型システムにおける日本語処理への適用、第４回ファジィシステムシンポ講演論文集、313-318、1988

ファジィ演算による特徴ベクトル検索

Feature Vector Searching Method by Fuzzy Operations

中村　健　小山田 茂　堀川 隆治　上石 陽一
Nakamura Ken　Oyamada Shigeru　Horikawa Ryuji　Ageishi Yohichi

株式会社アドイン研究所　システム開発部
AdIn Research, Inc.　System Development Dept.

Abstract – Feature vector is often used as a method to describe knowledge data. In realizing search functions in database using feature vectors, the conventional method is to extract approximate data obtained from calculating distances within space. In this paper we propose a spatial search method by applying fuzzy functions of each axis independently. This method has advantages such as independence from particular axis, applicability to parallel processing, and possibility for a set operation having an intermediate characteristic between AND and OR. In this paper, we give an outline for the above method which is an improvement over the conventional one and describe its application as an example.

1. 概要

データ検索は、データベースシステムのみならず、あらゆる局面において必要不可欠な処理である。例えば、事例型の推論システム，知識応用の制御システムなどに置いてもデータ検索処理が重要な位置をしめる。これらの検索処理には処理の高速性と検索条件の柔軟さなどが要求される。

本論文では、特徴ベクトルで記述された知識データに対して、特徴ベクトル空間の各軸ごとにファジィ関数を用い空間探索を行なう方式を提案する。この方式は、軸独立性が高い、並列処理に適応し易い、各軸間の、AND,ORの中間的な記述が可能などの利点を持ち、検索処理の要件である高速性，柔軟性を有し、従来手法の問題点を改善するものと考える。

2. 背景

知識データ記述法の１つとして、特徴ベクトルを用いる手法がある[1)]。これは、対象集合の個々の特徴に対して座標軸を設定し、個々の対象の各特徴に対して一定の基準でスカラ量を与えることで対象の形質を記述するものである。述語論理やフレーム型データベースの様なネットワークに見られるような厳密な表現には適さないが、データ表現・修正の容易さ，個々のデータの相関の把握の容易さなどにおいて優れている。リレーショナルデータベースなどの場合は個々の対象の相関自体を記述するため、個々の相関の全てを記述しようとすると対象数の増加すると記述量が指数関数的に増加し、記述量の爆発が発生する。これと比較して、特徴ベクトルの場合は対象数と記述量とは線形な関係となる。特徴ベクトルを用いた場合の最大の問題点は、巨大な記述空間の探索における計算量の増大にある。

この特徴ベクトルを用いたデータベースを駆動するためのデータ検索機能実現には、従来手法では、その空間に置ける距離計算によって近似データの抽出などのデータ検索を行なっている場合が多い。この距離計算方式には次のような欠点がある。距離計算ということを行なうためには各軸が同じ次元を持っている必要があるため、距離計算処理以前に必ず正規化処理を行なう必要がある。

正規化処理による演算負荷が増大するという問題の他に、各軸独立な検索条件修飾（演算式の変数操作）が容易でないということである。勿論、不可能というわけではないが、検索条件修飾を行なった場合、演算式が複雑化しやすくさらに演算負荷増大を招くことになる上に、変数値と実際の意味（オペレータの意志）との間の相関が薄れてしまう。これは、検索処理の要件である高速性，柔軟性の相反するものである。

3. 本手法の目的

本手法は、以下のことを目的としている。

一つは、処理速度の向上である。上記目的達成のために、以下の要件に留意する。できるだけ簡単な演算式で２つのデータ間の合致度（相関値，距離計算方式の場合の距離の逆数）を求められること、極力正規化を省略できること、各軸における演算を極力等価かつ独立なものとし並列化に適応し易い処理にすること。

もう一つは、説明性の高さと柔軟性である。外部（オペレータ，他システム）から与えられる変数と演算式結果の関係ができるだけ簡潔で、各変数の意味が外部から見て明確である必要がある。この関係が明確でなければ、真に正しい操作を行なうことが困難となり、データベース検索システムにおいては操作性の劣化を招くことになり、制御システムへの応用を図った場合はシステムの安定性を阻害する恐れがある。また、処理速度向上（演算式の単純化）とはトレードオフになるが、検索の柔軟性を高めるためには演算式中の操作可能な変数を増やしてやる必要がある。ただし、変数が非独立であると処理上の無駄もさることながら説明性の低下も招く恐れもあるためむやみに変数を増やすことは必ずしも得策ではない。

4. 本手法の内容

4.1. 演算式

本論文の方式では、各軸ごとに中心値，分散値（確率的不確かさ），曖昧度（測度的不確かさ，ベイグネス[2]）の変数を持つファジィ関数を用い空間探索を行なう。図4.1に上記のファジィ関数と各変数を記す。中心値ｐは比較対象ベクトルＰの値（成分）を示す。分散値ｖはＰの真の値（成分）のばらつきの程度、つまり確率的な不確かさを示す。曖昧度ａはＰの真の値（成分）を測定誤差範囲、つまり測度論的な不確かさを示す。また、各軸間で相対的な重み付けをするために各軸に比重値を与える。

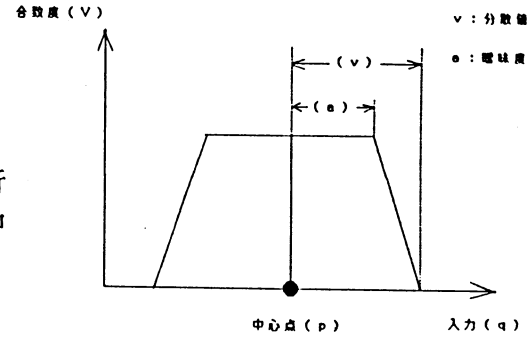


図４．１　各軸ごとのファジィ照合関数

n次元の特徴ベクトル空間において比較対象ベクトル$P(p_1,p_2,\ldots,p_n)$に対する、観測データ$Q(q_1,q_2,\ldots,q_n)$の合致度Vを算出する演算式を(1),(2)に記す。

$$V=\frac{\sum_{i=1}^{n} g_i f(q_i, p_i, v_i, a_i)}{\sum_{i=1}^{n} g_i} \qquad \begin{cases} f(q_i, p_i, v_i, a_i)=1 & (-a_i \le q_i \le a_i) \\ f(q_i, p_i, v_i, a_i)=f_2(q_i, p_i, v_i) \end{cases} \tag{1}$$

$$f_2(q_i, p_i, v_i) = \frac{v_i - |q_i - p_i|}{v_i} \tag{2}$$

4.2. 演算方式説明

上記の演算式(1),(2)を用いて、２次元の特徴ベクトル空間において比較対象ベクトル$P(x_p,y_p)$に対する、観測データ$Q(x_q,y_q)$の合致度Vを算出する演算式を(3)に記す。g_x, g_yは各軸の比重値、v_x, v_yは分散値を示すものとする。（説明を簡略化するために曖昧度は省いてある。）

$$V = \frac{\dfrac{g_x(v_x - |x_p - x_q|)}{v_x} + \dfrac{g_y(v_y - |y_p - y_q|)}{v_y}}{g_x + g_y} \tag{3}$$

X,Y,Vの３軸を用いて、視覚的に表現したものを図4.2に示す。 $\vec{p}$ を$P(x_p,y_p)$に固定し、$\vec{q}$ をXY平面上で移動させた時の合致度Ｖの軌跡である。比較のために、単純な距離計算による合致度計算式を同様に表現したものを図4.3に示す。

実際のデータ検索処理においては、合致度Ｖの最小値を定めて条件に合致したデータを抽出する処理がとられる。図4.3に当てはめて考えると、合致度Ｖのところ XY平面に平行に切断した面が示すXY平面の領域に含まれるデータを抽出すると考えることができる。（図4.4参照）

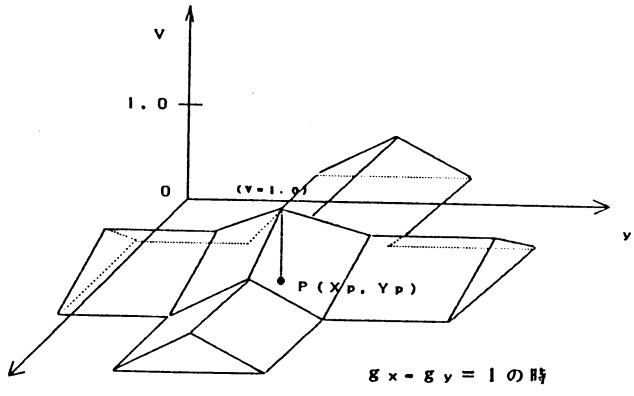


図４．２　本方式による合致度軌跡

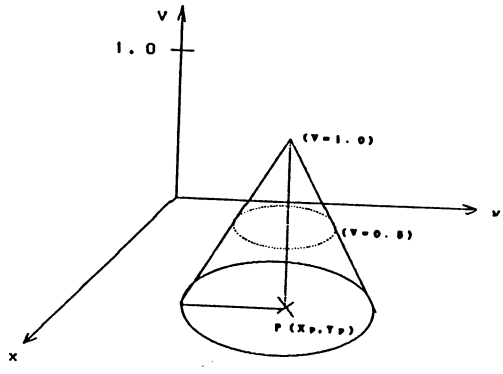


図４．３　距離計算による合致度軌跡

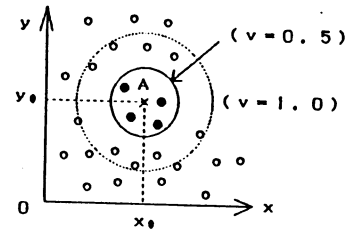


図４．４　距離計算による検索範囲

4.3. 本演算方式の特徴

本方式によって達成される利点として以下のようなものがあげられる。

正規化処理の省略

本方式では、各軸ごとに無次元数である合致度の算出処理がすなわち正規化となるため、前もってデータを正規化する必要がない。

演算式の簡略性

(1),(2)からも明らかなように、各軸における演算が独立かつ同一で、この演算終了後各軸間の演算が行なわれる処理方式である。このため、各軸毎の演算（(2)の演算）のハード化、並列化に適している。

説明性，操作性の高さ

確率的不確かさ、測度的不確かさ、各特徴の重みという意味付けがはっきりしている変数を直接操作できるので、説明性，操作性に優れている。

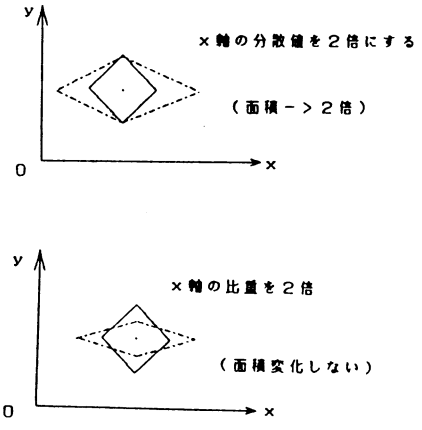


図４．５　検索範囲の操作

検索条件修飾の柔軟性

少ない変数で表現されているが、変化に富んだ検索範囲指定が可能である。図4.5は、分散値，比重値を操作した場合の検索範囲の変化を示している。図4.6は、合致度の下限を操作した場合の検索範囲の変化を示している。 ANDに類似した範囲からORまでの連続した状態を取ることが可能である。比較のために通常のAND,ORによる検索範囲を図4.7に示す。

これらの特徴によって、検索処理の要件である高速性，柔軟性の達成が可能であると考える。

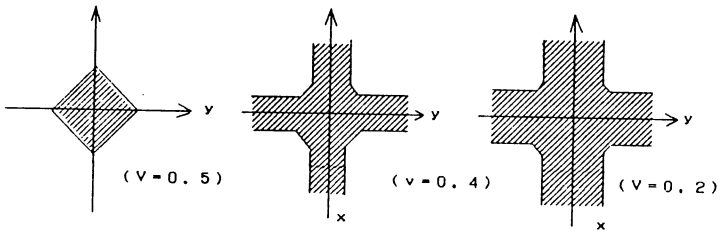


図４．６　本方式による検索範囲

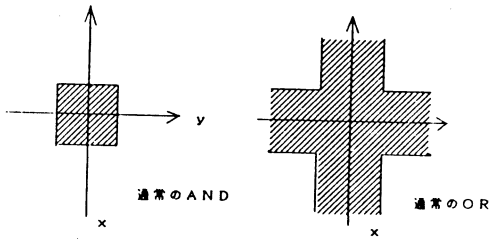


図４．７　通常のＡＮＤ，ＯＲによる検索範囲

5. 応用例

上記の演算方式を用いた応用例２件について、以下その概略を述べる。前者は、システムの外部（オペレータ）から検索条件を与えて、複数のデータから対象となるデータを抽出する場合である。後者は、システムが複数の検索条件を保有し、外部から１個のデータが入力された時に最も合致する検索条件を選択する場合である。

5.1. 検索システム

このシステムは、乗用車の商品選択を対象として試作を行なった。排気量・乗車人員などの定量的なデータ，スピード感・高級感などの定性的なデータをそれぞれ特徴ベクトルの1成分として、各車種毎に多次元の特徴ベクトルを定義する。定量的なデータはカタログデータから、定性的なデータはアンケート結果を集計したものに依って与えた。オペレータが、求める仕様（中心値），望ましい範囲（曖昧度），許容できる範囲（分散値）を各項目について入力し、さらに特に強調したい項目を選択する。これに対してシステムは、適当な合致度の下限値を選択し、条件を満たすものをユーザに提示すると言うものである。

中心値と分散値のみの距離計算方式と比較しても、より高速な検索が可能であった。

5.2. 状況判断システム

このシステムは、ビルのフロアにおいて、温度その他の複数のセンサからの入力からフロアの状況を判断するシステムのシミュレーションを行なうものである。システムは、パターン生成部と実行部の2つのモジュールに分けられる。前者は、フロアの物理的な構造，センサの種類・特性・フロアにおける配置情報，火災などの状況とセンサ値の相関などの知識データから、前向きの推論によって、複数の状況仮説をたて、その時のセンサ状態を記述する検索条件を生成するものである。後者は、この検索条件のみを知識データとして保有し、各センサからの入力（成分）によって構成される1個の特徴ベクトルが、どの検索条件（状況）に最も合致するかを求めることによってフロアの状況を判断するものである。この方式は、原理的には因果関係を記述する関係行列を用いる方式と類似した点がある[3]。

後向き推論によって、状況を同定する場合と比較して、飛躍的に処理速度が向上した。

6. 考察

6.1. 検索システムに対する考察

検索システムにおいては、検索方式と共に被検索データの生成法が重要な課題となる。検索条件は、主観的で自由な表現が重要となるが、被検索データは客観的である必要がある[4]。上記5.1.の試作では、ごく簡単にアンケートと言う形態を取ったが、文献検索などについてはより客観的な評価が必要で、引用関係や単語の組の同時出現率などを用いて客観データを生成する手法が報告されている[5-7]。今後、このように対象に適した、客観データを生成する手法の開発が必要と考えられる。

6.2. 状況判断システムに対する考察

状況判断に限った話ではないが、図4.1の様な関数記述では不足になる場合がある。変数を増やし関数自体を複雑化する方法もあるが、インプリメントが困難になる上、変数の意味を不明瞭にする恐れもある。そのような場合には、図4.1の様な関数記述を組み合わせることで、より複雑な関数記述を行なう方式が良いと考えられる。（図6.1参照）

状況判断は、単純に局面毎状態を観察するだけでなく、状態の時間的な推移も重要な要素となる。パターン認識や関係行列などを単純に用いただけでは、時間的な概念は扱えない。

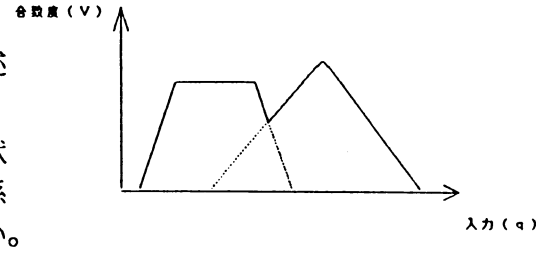


図６．１　照合関数の合成

ここでは特にふれないが、パターン認識や関係行列などと併用可能な時間モデルに対する検討も行なっている。

7. まとめ

ファジィ演算による特徴ベクトル検索の演算手法の提案と、その応用システムについて述べた。ファジィ手法は、述語論理，ニューラルネットワークモデルなどと、相対する手法ではなく相補的な手法であると考えられる。本論文の手法も、プロダクションシステムなどと融合させ、より広い分野での応用を図りたいと考える。

最後に、本論文を含む一連のファジィ推論研究の機会を与えて頂いたアドイン研究所・佐々木浩二代表取締役に深謝致します。

References

1) Cohen,Feigenbaum: 人工知能ハンドブック, 3, pp.425-427, (株) 共立出版(1984)

2) 廣田: ファジィシステム入門, pp.195-196, (株) オーム社(1987)

3) 丸山: ファジィシステムの実用化基礎理論と応用事例, pp.276-291, 経営開発センター出版部(1989)

4) 野本: ファジィシステムの実用化基礎理論と応用事例, pp.227-244, 経営開発センター出版部(1989)

5) 野本,若山,桐本,近藤: 引用関係に基づくファジィ検索システム, 第3回ファジィ・システム・シンポジウム, pp. 119-204(1987)

6) 三宅,宮本,中山: ファジィ集合に基づくデータベースの索引語関係の生成と情報検索への応用, 第4回ファジィ・システム・シンポジウム, pp. 309-312, (株) 統洋社(1988)

7) 酒井,張,有川: オンラインシソーラスを用いる知的情報検索システム, 第2回人工知脳学会全国大会論文集, pp. 495-498(1988)

順序関係に基づく推論方法

Inference Methods based on Order Relations

片井 修＊　重政 啓太郎＊＊　椹木 哲夫＊　岩井 壮介＊
Osamu KATAI　Keitaro SHIGEMASA　Tetsuo SAWARAGI　Sosuke IWAI
＊ 京都大学 工学部 精密工学教室
Dept. of Precision Mechanics, Faculty of Engineering,
Kyoto University
＊＊ (株) ＣＳＫ
CSK Corp.

abstract

It is often the case that there is a kind of homogeneous structure underlying the set of entities which concern the problem at hand. In this research, we propose certain kinds of notions and methods of inference for fuzzy information prosessing when the homogeneous structure is expressed as a kind of order relations or a kind of betweenness relations, i.e., the relations among three entities in which one is located somewhere between the other two.

1．はじめに

前回（第４回）のファジィ・システム・シンポジウムの際に報告した、**単調性関係**に基づいた推論と学習（事例からの一般的知識の獲得）の方法[1]は、二値論理あるいは二値の様相論理によって規定されるような問題の解決に対しては、十分に一般性をもった方法論を提供するものと考えられるが[2]、本研究ではこれを拡張し、ファジィな情報の下で上のように単調性あるいは**凸性**といった関係を用いることによる推論あるいは事例からの学習方式について検討する。すなわち、対象となる世界－－全体集合（universe of discourse）あるいは**台集合**（support set）－－上に何らかの形で**順序構造**（一般には、反射かつ推移的な擬順序（pseudo-order または 前順序 preorder）構造）、あるいは、あるものとあるものの間に別のものが存在するという**中間性構造**、が存在する場合について、この世界上での（二値的）述語（集合）あるいはファジィ述語（集合）に関する単調性、凸性などの諸性質概念を導入するとともに、これらの概念を用いることによる推論と学習の方法について検討する。

2．台集合の順序構造とファジィ集合の構造分解

我々が、ファジィ集合（メンバーシップ関数）あるいは可能性分布を考えるとき、多くの場合、台集合の上に何らかの位相構造が暗黙の内に前提とされる。しばしば、この位相構造は距離空間として、あるいは尺度理論の立場からすれば、比例尺度として与えられるが、本研究ではこれが、順序構造（順序尺度）、より厳密に言えば**擬順序**（preorder or pseudo-order）、すなわち以下のような反射的かつ推移的な関係 R によって与えられている場合について検討する。

$$(\forall x)xRx \quad \wedge \quad (\forall x)(\forall y)(\forall z)(xRy \wedge yRz \rightarrow xRz)$$

先ず、メンバーシップ関数 f から自然な形で台集合上に順序関係 R_f が想定されることに注目する。すなわち、

$$xR_fy \quad \triangleq \quad f(x)R'f(y)$$

ここに、R' はメンバーシップ関数値の空間 F 上の（擬）順序関係である。（以下の議論では、F は一般に束構造を持つ（擬）順序空間であれば何でもよい。また、”順序”は一般に擬順序を指すものとする。）明らかに、R' が順序関係であれば、R_f も順序関係となる。このようにして導入された R_f と元々台集合上に想定されていた順序構造 R との間に

$$(\forall x)(\forall y)(xR_fy \rightarrow xRy\ [yRx])$$

が成立するとき、R_f は R に関して”正に［負に］単調”であると呼ぶとき、例えば、図１(a)に示す関数は台集合の上に矢印で示す順序構造を導入していると見なすことが出来る。もし、台集合上の順序構造として、矢印の構造あるいは、その逆の構造（関係）が与えられているときには、上のメンバーシップ関数は単調な集合（述語）を表してい

ると考えることができる。一方、図1(b)の関数は、台集合の右半分と左半分それぞれで単調な関数となっている。そのような意味から、この関数を二つの単調な関数の連言（and）として捉えることが考えられる。（次節では，このような集合を”凸な集合”として特徴づける）。このように、ファジィ集合（メンバーシップ関数）による順序構造Rfは、図1(b)に示すように、その**単調な成分** R_{f1}、R_{f2} に分解される。さらに、これら成分を相互に結び付ける関係として、以下のメンバーシップ値の**同値関係** I_{f12} が考えられる。

$$x I_{f12} y \triangleq f(x) \mathrel{I'} f(y) \quad \text{for} \quad x \in D_{f1},\ y \in D_{f2}$$
$$u \mathrel{I'} v \triangleq u R' v \wedge v R' u$$

ここに、D_{fi} $(i=1,2)$ は R_{fi} の定義域を表す。

もちろん、これらは互いに独立ではなく、以下の**制約（拘束）伝播関係**を満足する必要がある。

$$(\forall x)(\forall x')(\forall y)(\forall y')\ (x R_{f1} x' \wedge x I_{f12} y \wedge x' I_{f12} y' \rightarrow y R_{f2} y')$$

さて、上のようなファジィ集合の分解は、個々のファジィ集合を問題とするとき、種々の**言語ヘッジ操作**[3]によっても不変であることが分かる。例えば、f に集中化con、拡大化dil、正規化norm を行っても、これらが f の各点毎のメンバーシップ関数値のみに単調に依存して決まるメンバーシップ関数値によって規定されるされることから、上の分解を変えるものではない。

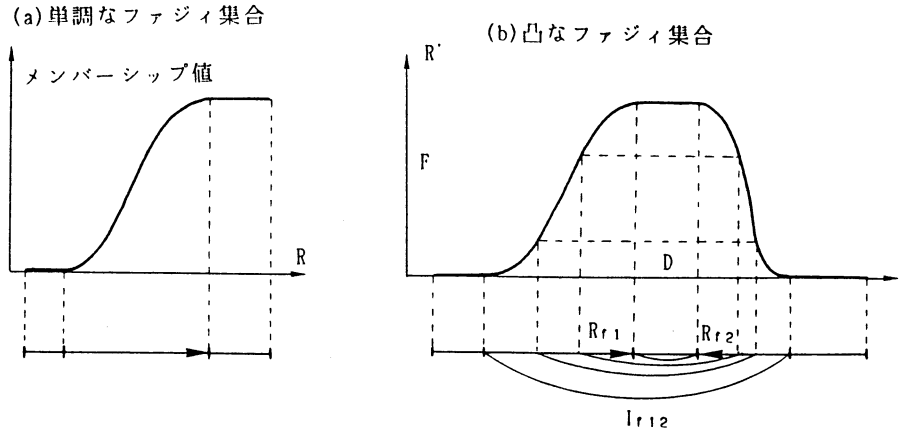


図1　ファジィ集合の単調性分解

また、二つのファジィ集合 f と g に and（∧），or（∨）の操作を適用したときに得られる集合の分解は、制約伝播関係に基づいた優先規則に従って単調成分を残すことによって得られる。このように、台集合に関する**単調性に基づいた分解**は、ファジィ集合（述語）の本質的側面を捉えたものとなっている。また、補集合（¬）操作によって得られる順序構造（単調性分解）は、各単調成分における順序の方向を逆転することによって得られる。

一般にファジィ集合の系 $\{f_1, f_2, \cdots, f_n\}$ が与えられたとき、上と同じように、それぞれの単調性分解とそれらを結ぶ同値関係群によってこの系を規定することができる。これら集合群に対して一様に（同一の）言語ヘッジ操作、より一般には単調な関数による各点毎のメンバーシップ値の変更操作、を施しても単調性分解は変化しない。中島はこのような不変性に注目することによって、一般化ファジィ集合（generalized fuzzy set）の概念を提案している[4,5]。

台集合上の位相構造としてより一般的な、**中間性関係**の概念を次のように導入する。これは、台集合によっては、「y と z の間に x がある。」とは言えるが、「y が z より大きい。」とか「z が x より大きい。」とは一般に言うことが困難である場合があることを考慮したものである。以下では、上の関係を bet(x: y, z) と表す。もちろん、台集合上に順序構造が既に存在しているときは、これを次のような形で与えることができる[2]。

$$\mathrm{bet}(x: y,z) \triangleq (yPx \wedge xPz) \vee (zPx \wedge xPy)$$
$$xPy \triangleq xRy \wedge \neg(yRx)$$

一般に、bet に関する公理の一例としては以下のようなものがある[2]。

$$\mathrm{bet}(u{:}x,y) \wedge \mathrm{bet}(v{:}x,y) \wedge \mathrm{bet}(w{:}u,v) \rightarrow \mathrm{bet}(w{:}x,y)$$

3．ファジィ集合の単調性と凸性

この台集合上の中間性構造の下で、ファジィ集合 f の単調性を以下のように定義する。

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(bet(z:x,y) \rightarrow bet'(f(z):f(x),f(y)))$$

ここに、bet' は空間 F の上の順序構造 R' から導かれる中間性関係を表す。さらに、台集合上に順序構造Rが想定される場合には、先にも述べたように、

$$f：正に［負に］単調 \triangleq (\forall x)(\forall y)(xRy \rightarrow f(x)R'f(y)\ [f(y)R'f(x)])$$

と定義される。f がクリスプな場合には、述語 f の単調性は以下のように定義される。

$$f：正に単調 \triangleq (\forall x)(\forall y)(f(x) \wedge xRy \rightarrow f(y))$$

この単調性よりも一般的な概念として、述語 f の凸性を以下のように与える。

$$f：凸 \triangleq (\forall x)(\forall y)(\forall z)(f(x) \wedge f(y) \wedge bet(z:x,y) \rightarrow f(z))$$

さらに、ファジィ集合 f の凸性を、以下のように定義する。

$$f|\alpha：凸 \quad for \quad any \quad \alpha$$

ここに、$f|\alpha$ は、次式で与えられるクリスプな述語である。

$$f|\alpha(x) \triangleq \alpha R'f(x) \qquad for\ any\ x$$

換言すれば、ファジィ集合（述語）が凸であるとは、以下のようになる。

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(bet(x:y,z) \rightarrow (f(y) \wedge f(z))R'f(x)), \quad \wedge：F上でのmin操作$$

4．ファジィ集合間の順序関係

以下では、台集合に（中間性関係ではなく）順序構造が想定されるときに、単調あるいは凸な集合を対象に考える。上に示したファジィ集合の単調成分への分解を基礎に二つのファジィ集合間の関係について検討する。

先にも述べたように、ファジィ集合の間の関係は基本的にはこれら単調成分を結ぶメンバーシップ値の間の同値関係を通して捉えられる。すなわち、図2に示すように、二つのファジィ集合 f, g の間を結ぶ同値関係が両者の本質的関係を表している。この関係がつぎの意味で単調性を有しているとき、f と g の間に自然な形で順序関係が導入される。すなわち、つぎの単調性分解に対して、

$$f \sim (R_{f1}, R_{f2}, I_{f12}), \quad g \sim (R_{g1}, R_{g2}, I_{g12})$$

$R_{fi}(i=1,2)$の定義域から R_{gi} の定義域の上への全単射写像 ϕ_i が存在し、

$$(\forall x)(g(\phi_i(x))I'f(x) \wedge xR\phi_i(x))$$

が成立するとき、ファジィ集合fとgの間に順序関係 $f\tilde{R}g$ が成立すると考える。ただし、i= 1 または 2 の何れか一方について、R_{fi} と R_{gi} が共に空集合である場合には、ϕ_i に関する条件が無条件に成立するものと見なす。明らかに、

$$f：正に単調 \Rightarrow f\tilde{R}very(f) \wedge more_or_less(f)\tilde{R}f$$
$$f\tilde{R}g \Rightarrow con(f)\tilde{R}con(g) \wedge dil(f)\tilde{R}dil(g) \wedge norm(f)\tilde{R}norm(g) \wedge very(f)\tilde{R}very(g)$$

のような、言語ヘッジ操作に関する性質も成立する。

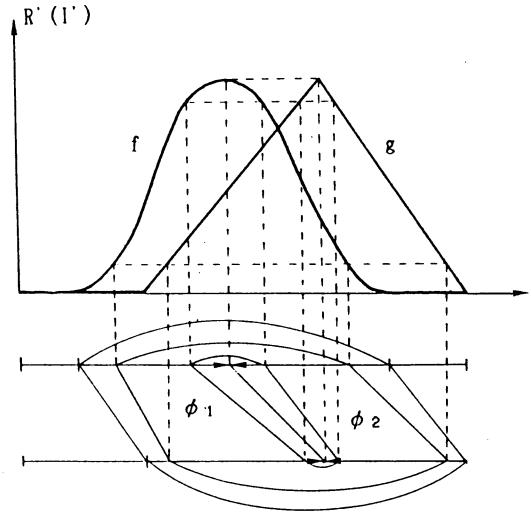


図2　ファジィ集合間の順序関係

ファジィ制御などにおいては推論によって得られたファジィ集合をある代表元に集約する事がしばしば行われる。代表元としては、重心あるいは（最大値を与える区間の）中央値等が採用される。ファジィ集合 f, g の重心を $\dot{x}_f$, $\dot{x}_g$、中央値を $\bar{x}_f$, $\bar{x}_g$ とするとき、f と g の間に二つの順序関係

$$f\dot{R}g \triangleq \dot{x}_f R \dot{x}_g, \qquad f\bar{R}g \triangleq \bar{x}_f R \bar{x}_g$$

を導入するとき、明らかに

$$f\tilde{R}g \rightarrow f\dot{R}g \wedge f\bar{R}g$$

が成立する。fRg の成立のためには、f の最大値と g の最大値が一致する必要があるが、この条件を外すために f, g の正規化操作norm を考える。この操作によっても最大値、中央値が不変であることに注目すると、ファジィ集合間の順序関係

$$f\tilde{R}g \triangleq \mathrm{norm}(f)\tilde{R}\mathrm{norm}(g)$$

の下では、

$$f\tilde{R}g \rightarrow f\dot{R}g \wedge f\bar{R}g$$

が成立する。これより、例えば、

$$f：正に［負に］単調 \wedge \alpha R' \alpha' \rightarrow f\alpha \dot{R} f\alpha' \wedge f\alpha \bar{R} f\alpha' \quad [f\alpha' \dot{R} f\alpha \wedge f\alpha' \bar{R} f\alpha]$$

ここに、$f\alpha$ は f のメンバーシップ値が α 以上の部分を除去（cut）して得られるファジィ集合を表している。

5．ファジィ制御における操作量の持つ単調性

ファジィ制御の方式に関しては種々のものが提案されているが、ここでは図3に示す代表的な方式、すなわち、前提部ファジィ集合 A_{ij} と入力（観測）データ x_i との適合度に応じて帰結部ファジィ集合 B_i のグレードの（α-）cut値を決め、これらを and で集約したファジィ集合Bの重心もしくは中央値として操作量を与える方式を取り上げ[6]、今までの議論を踏まえて、この操作量についてどのような単調性が見いだせるかについて検討する。

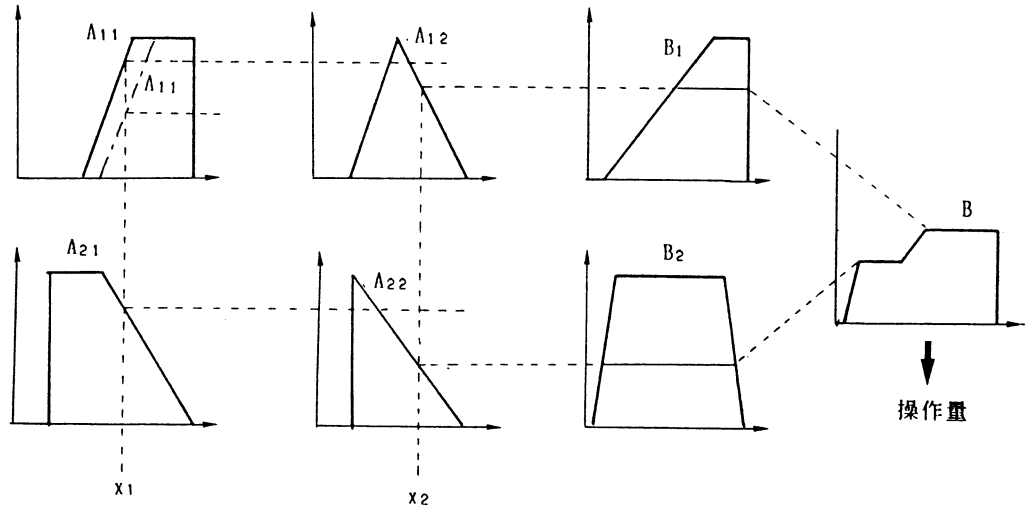


図3　ファジィ制御における操作量の決定

入力データ x_1, x_2 によって決まる帰結部のファジィ集合を $B_i(x_1, x_2)$ (i=1, 2) とあらわすとき、図の場合では、二つの α-cut値は共に入力 x_2 によって決まっており、4節の議論から明らかなように、以下の関係が成立する。

$$B_i(x_1+\triangle x_1, x_2)\tilde{I}B_i(x_1, x_2) \quad (i=1, 2), \qquad B\tilde{I}B' \triangleq B\tilde{R}B' \wedge B'\tilde{R}B, \qquad B_1(x_1, x_2)\tilde{R}B_1(x_1, x_2+\triangle x_2),$$
$$B(x_1, x_2)\tilde{R}\,B(x_1+\triangle x_1, x_2+\triangle x_2)$$

以下、簡単のため帰結部B_1が、前提部 A_{11}、A_{12} の変更によってどの様に変わるかについて検討する。図3中の一点鎖線に示すように、A_{11} を $A_{11}\tilde{R}A_{11}'$ なる A_{11}' に変更（例えば very(A_{11}) に変更）することは、B_1 のα-cut値を小さくする方向に作用する。したがって、正規化操作の下での順序関係 $\overset{n}{R}$ の意味では、B_1 を小さくする（$B_1'\overset{n}{R}B_1$なる）方向に作用する。一方、同じく一点鎖線で示すように、A_{12} を $A_{12}\tilde{R}A_{12}'$ なる A_{12}' に変更するとき、入力データ x_1, x_2 に応じて、B_1 が $\overset{n}{R}$ の意味で大きくなるのか、小さくなるのかが図4のように示される。

以上のような、操作量に関する単調性は、制御則の調整を行う際に有益な示唆を与えるものと考えられる。

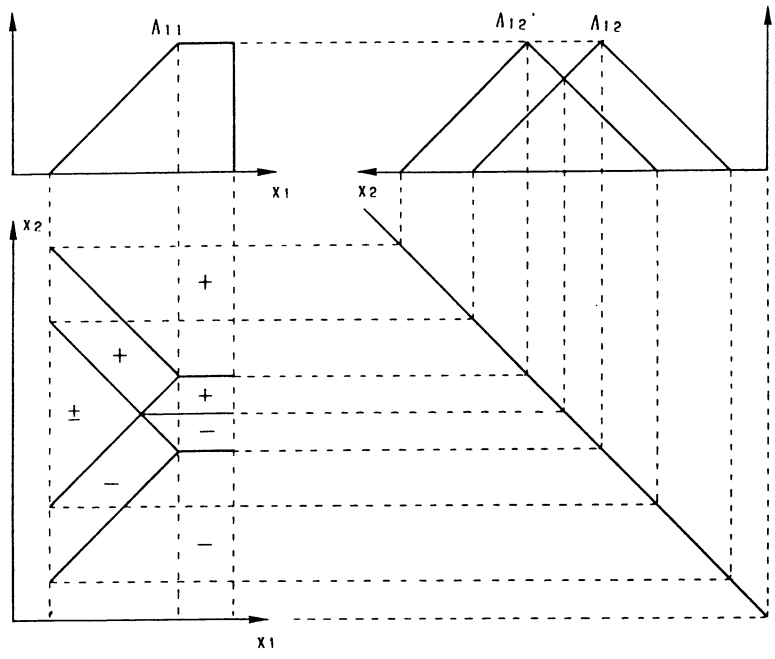


図4　前提部の変更に伴う帰結部の定性的変化（R'の意味で）

6．事例に基づいた推論

ファジィ集合（述語）のもつ単調性あるいは凸性に注目することによって、少数事例から一般的な知識の獲得が可能となる。例えば、図5に示すように、スロープ上の初速度 v、初期位置（高さ） h を持つローラーコースターが、右端から飛び出す事およびくぼみに留まる事をそれぞれ述語 fly(v,h), stay(v,h) によって表すとき、クリスプな述語として、fly は正に単調、また stay は凸であることが示される。ただし、(v,h)-空間の上の順序構造としては、v-空間、h-空間それぞれの順序構造の直積を考えるものとする。したがって、事例：fly(v_0,h_0), stay(v_1, h_1), stay(v_2,h_2)が得られたとき、つぎの一般的知識が得られる。

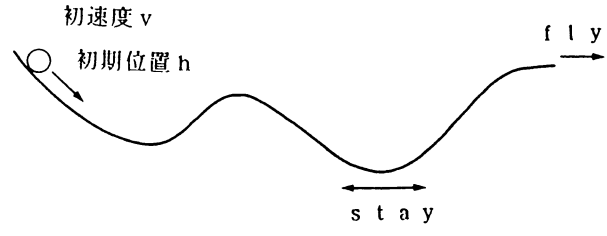


図5　エンビジョニングにおける単調な述語flyと凸な述語stay

$$(\forall(v,h))((v_0,h_0)R(v,h) \rightarrow fly(v,h))$$

$$(\forall(v,h))(bet((v,h):(v_1,h_1),(v_2,h_2)) \rightarrow stay(v,h))$$

さて、上のようなクリスプな事例ではなく、ファジィな初期状態からの事例が得られた場合について考える。すなわち、初速度v、初期位置hがファジィ数として表されるような事例が得られた場合について上のような一般化について考える。一般に二つのファジィ初期状態 (v_0,h_0)、(v,h) の間に（直積）順序関係Rがどの程度成立するかについては、v_0Rv の成立する度合 $deg(v_0,v)$ と h_0Rh の成立する度合 $deg(h_0,h)$ の min（$\wedge$）として与えられる。$deg(v_0,v)$ の算定を、x' が x より大なる度合を表すファジィ関係 r(x,x')を用いて、ファジィ関係の合成として、以下のように考える。

$$\max_{x}\max_{x'} v_0(x)\cdot r(x,x')\cdot v(x')$$

ここに、$v_0(x)$、$v(x')$ はファジィ数 v_0, v のメンバーシップ関数を表している。関係 $r(x,x')$については、つぎのような単調性が想定される。

r：右側正に単調　≙　$r(x,x')$が（任意に x を固定したとき）x' に関するファジィ集合として正に単調。

r：左側負に単調　≙　$r(x,x')$が（任意に x' を固定したとき）x に関するファジィ集合として負に単調

これより、上の $deg(v_0,v)$ が、v_0, v それぞれについて”ファジィ数としての”順序関係 $\tilde{R}$ の下で、以下の単調性を持つことが示される。

$$v_0\tilde{R}v_0' \rightarrow deg(v_0',v)R'deg(v_0,v),$$
$$v\tilde{R}v' \rightarrow deg(v_0,v)R'deg(v_0,v')$$

これより、述語 fly の成立する度合 $deg(fly(v,h) \mid fly(v_0,h_0))$ について以下の単調性が示される。

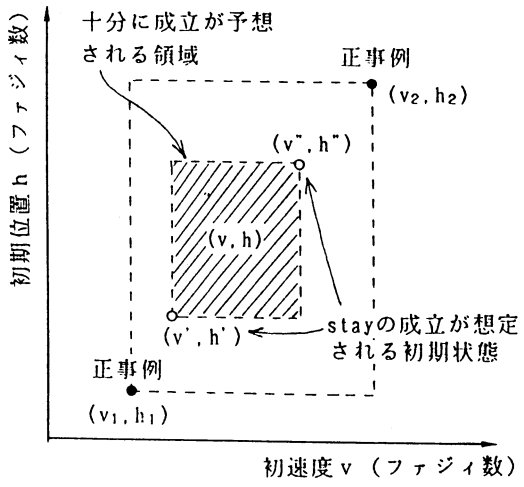


図6　stayの成立が予想されるファジィ初期状態の領域

$$(v,h)\tilde{R}(v',h') \rightarrow deg(fly(v,h) \mid fly(v_0,h_0))R'deg(fly(v',h') \mid fly(v_0,h_0))$$
$$(v_0,h_0)\tilde{R}(v_0',h_0') \rightarrow deg(fly(v,h) \mid fly(v_0',h_0'))R'deg(fly(v,h' \mid fly(v_0,h_0))$$

ここに、$\tilde{R}$ はファジィ数 v と h それぞれのファジィ集合としての順序関係の直積による順序関係を表す。

同様にして、述語 stay のクリスプな意味での凸性から、stay の成立する度合$deg(stay(v,h) \mid stay(v_1,h_1), stay(v_2,h_2))$ については、つぎの（ファジィの意味での）凸性が成立する。

$$b\tilde{e}t((v,h):(v',h'),(v'',h'')) \rightarrow \min\{deg(stay(v',h') \mid stay(v_1,h_1), stay(v_2,h_2)), deg(stay(v'',h'') \mid stay(v_1,h_1), stay(v_2,h_2))\}R'deg(stay(v,h) \mid stay(v_1,h_1), stay(v_2,h_2)))$$

これより、もし事例 $stay(v_1,h_1)$, $stay(v_2,h_2)$ の下で十分に $stay(v',h')$ と $stay(v'',h'')$ が十分に想定可能（これらの deg(stay)値が十分に大である）ならば、これら初期状態 (v',h'), (v'',h'') の間にある全ての初期状態 (v,h) についても $stay(v,h)$ が想定可能であることが分かる（図6参照）。

7．むすび

ここでは、ファジィ集合（述語）における台集合の持つ位相構造（順序構造あるいは中間性構造）に注目することによって、個々のファジィ集合あるいはファジィ集合の系の構造を分析し、これによって、一般的に成立することが保証される性質としての（集合の）単調性および凸性の概念を導入し、これらが、ファジィ制御則の性質の分析あるいはファジィな観測データ（事例）からの一般的知識の抽出に対してどのように活用されるかを明らかにした。末尾ながら、貴重な示唆と資料を与えていただきました和歌山県立医科大学 中島信之博士に深謝申し上げます。

参考文献

1) 片井，椹木，岩井，山本，小川：推論と単調性，第4回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.43-48，1988

2) 片井，重政，椹木，岩井：順序構造に基づいた各種推論形態の定式化，第9回知識工学シンポジウム資料，pp.111-116，1989（計測自動制御学会，東京）

3) 水本：ファジィ理論とその応用，サイエンス社，1988

4) Nakajima, N.: A Generalized Fuzzy Set and Its Representation, in N.M.Guputa & T. Yamakawa (eds.): Fuzzy Computing, pp.139-153, Elsevier, 1988

5) 中島：メンバーシップ関数の頑健性について，ＩＦＳＡ日本支部第2回関西地区例会資料，1985（神戸）

6) 菅野：ファジィ制御，日刊工業新聞社，1988

ファジィ推論法による補間

INTERPOLATION BY FUZZY REASONING METHODS

水本雅晴
Masaharu MIZUMOTO

大阪電気通信大学
Osaka Electro-Communication University

ABSTRACT

This paper employs fuzzy reasoning method as an interpolation method and analyzes the interpolation results by several fuzzy reasoning methods. Mamdani's fuzzy reasoning method which is often used as fuzzy control method obtains complex interpolation results rather than linear interpolation result.

1．はじめに

ファジィ制御で最もよく使用されているファジィ推論法は Mamdani の方法である。この方法がファジィ制御法の内で最良の方法であるという保証はないが[1,2,3]、大半のファジィコントローラにはこの方法が取り入れられている。

ここでは、Mamdani のファジィ推論法を補間法としてとらえた場合にどのような補間結果が得られるかを簡単な例と共に解析する。また、他のファジィ推論法に対しても同様なことを試みる。

2．ファジィ推論

今、次のような複数個の規則からなる多重ファジィ推論を考えて見よう。

$$\begin{array}{ll} \text{規則1：} & x \text{ is } X_1 \Rightarrow y \text{ is } Y_1 \\ \text{規則2：} & x \text{ is } X_2 \Rightarrow y \text{ is } Y_2 \\ & \cdots \\ \text{規則n：} & x \text{ is } X_n \Rightarrow y \text{ is } Y_n \\ \text{事 実：} & x \text{ is } x^* \\ \hline \text{結 論：} & y \text{ is } Y' \end{array} \qquad (1)$$

ここで、Xi は X での、Yi, Y' は Y でのファジィ集合である。また、$x^* \in X$ である。

結論 Y' は

$$\begin{aligned} Y' &= x^* \circ [(X_1 \Rightarrow Y_1) \cup \cdots \cup (X_n \Rightarrow Y_n)] \\ &= [x^* \circ (X_1 \Rightarrow Y_1)] \cup \cdots \cup [x^* \circ (X_n \Rightarrow Y_n)] \\ &= Y_1' \cup \cdots \cup Y_n' \end{aligned}$$

のように個々の推論結果 $Yi' = x^* \circ (Xi \Rightarrow Yi)$ $(i=1,\cdots,n)$ の結び(∪)として与えられる。ただし、Yi' は次のようであり、∧ = min である。

$$\mu_{Y_i'}(y) = \mu_{X_i}(x^*) \wedge \mu_{Y_i}(y) \qquad (2)$$

また、Yi' $(i=1,\cdots,n)$ の結び(∪)として与えられる最終的な結論 Y' は

$$\begin{aligned} Y' &= Y_1' \cup \cdots \cup Y_n' \\ \mu_{Y'}(y) &= \mu_{Y_1'}(y) \vee \cdots \vee \mu_{Y_n'}(y) \end{aligned} \qquad (3)$$

と定義される。ここで、∨ = max を表す。

この最終的な結論 Y' の代表点 y* を求める操作のことを一点化(defuzzification)といい、例えば、Y' の重心を代表点とする次の重心法がよく使用されている。

$$y^* = \frac{\int y\, \mu_{Y'}(y)\, dy}{\int \mu_{Y'}(y)\, dy} \qquad (4)$$

以上のことを図によって説明すると図1のようになる。

以上の方法では、点 x* が与えられてから点 y* を求めるまでに、式(2)で min (∧)を、式(3)で max (∨)を使用し、式(4)の重心法で代表点 y* を求めていることから、以後、この方法を「min-max-重心法」と呼ぶことにしよう。

3．種々のファジィ推論法による補間

上で述べてきた「min-max-重心法」は Mamdani のファジィ推論法としてよく知られ、ファジィ制御で最も多用されている方法である。本章では、このファジィ推論法を補間法として使用した場合に、どのような補間結果が得られる

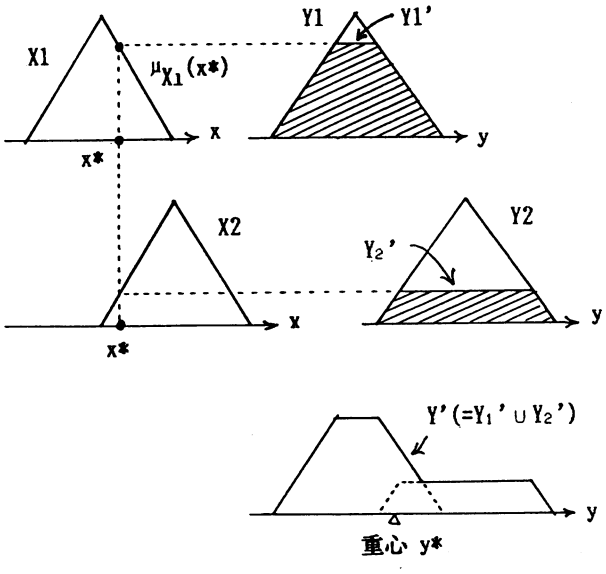


図1 式(2)-(4)のファジィ推論法の説明図

かを解析的に示す。また、式(2),(3)の演算を変えた場合のファジィ推論法に対しても同様なことを行い、比較検討を行う。

今、次のようなファジィ推論形式を考えて見よう。

$$\begin{array}{l} x \text{ is } \underset{\sim}{x1} \Rightarrow y \text{ is } \underset{\sim}{y1} \\ x \text{ is } \underset{\sim}{x2} \Rightarrow y \text{ is } \underset{\sim}{y2} \\ \hline x \text{ is } x^* \\ \hline\hline y \text{ is } y^* \end{array} \qquad (5)$$

ここで、$\underset{\sim}{x1}$ は「ほぼ x1 ぐらい」を表すファジィ集合であり、$\underset{\sim}{x2}$, $\underset{\sim}{y1}$, $\underset{\sim}{y2}$ についても同様である。前件部のファジィ数 $\underset{\sim}{x1}$, $\underset{\sim}{x2}$ は同じ幅の三角型のファジィ集合であり、図2のように高さ 0.5 で交わっているものとする。すると、ファジィ集合 $\underset{\sim}{x1}$、$\underset{\sim}{x2}$ において点 x* での高さは

$$\mu_{\underset{\sim}{x1}}(x^*) = a, \quad \mu_{\underset{\sim}{x2}}(x^*) = 1-a$$

と置け、a は次のようである。

$$a = \frac{x_2 - x^*}{x_2 - x_1} \qquad (6)$$

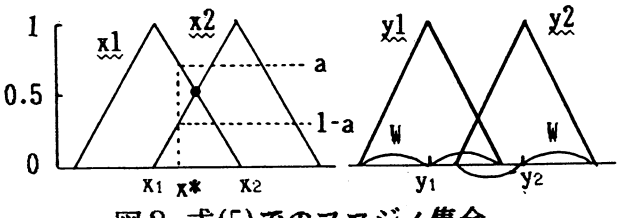


図2 式(5)でのファジィ集合

一方、後件部のファジィ集合 $\underset{\sim}{y1}$, $\underset{\sim}{y2}$ は同じ幅の三角型であるが、幅 W は変化するものとする。また、$x_1 \leqq x^* \leqq x_2$、$y_1 \leqq y^* \leqq y_2$ である。

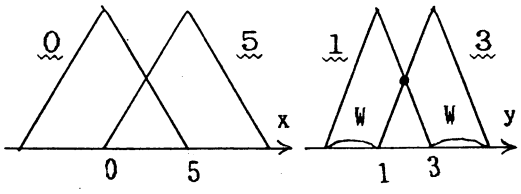


図3 ファジィ推論 0⇒1, 5⇒3

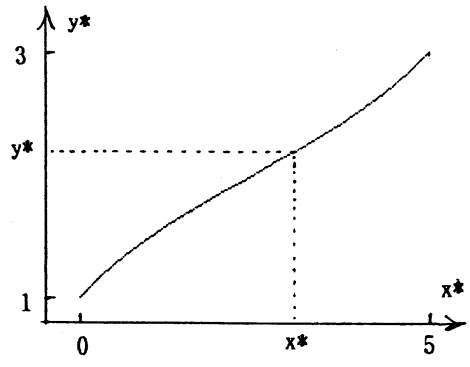


図4 図3のファジィ推論結果 y*

[例] $x_1=0$, $x_2=5$, $y_1=1$, $y_2=3$ とし、図3のように後件部のファジィ集合 1 と 3 も高さ 0.5で交わっているものとする。これより x* と y* の関係をシミュレーションによって求め、プロットしたのが図4である。この図から分かることは、$y^* = f(x^*)$ は直線で表現されていないことである。以後では、y* が x*のどのような関数で表されるかを議論してみよう。

【I】 m i n－m a x－重心法の場合：

まず、後件部のファジィ集合 $\underset{\sim}{y1}$, $\underset{\sim}{y2}$ が重なっている場合から始めよう。すなわち

《1》 $W \geqq (y_2-y_1)/2$ の場合：

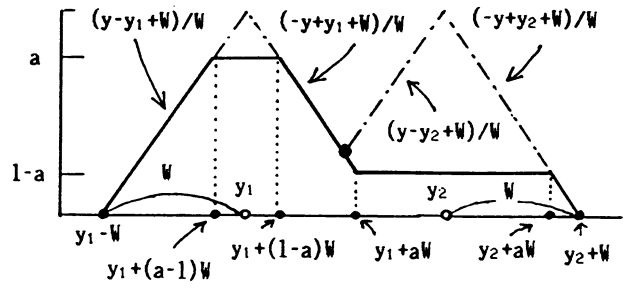
式(6)の a の大きさによって3つの場合に分けることができる。

[1-a] $(y_2-y_1)/2W \leqq a \leqq 1$ の場合（図5-(a)参照。但し、ファジィ集合 $\underset{\sim}{y1}$ と $\underset{\sim}{y2}$ の交点の高さは $1-(y_2-y_1)/2W$ である）：

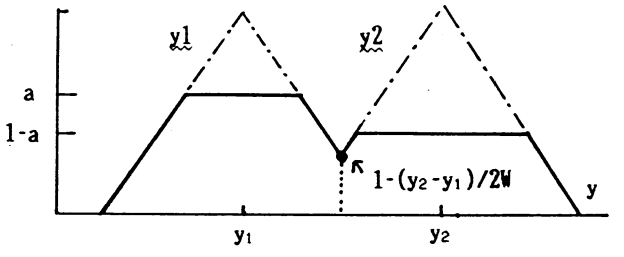
重心 y* は式(4)の重心公式を使うことにより次のようにして求まる。

$$y^* \text{ の分子} = \int_{y_1-W}^{y_1+(a-1)W} y\cdot(y-y_1+W)/W \, dy + \int_{y_1+(a-1)W}^{y_1+(1-a)W} y\cdot a \, dy + \cdots + \int_{y_2+aW}^{y_2+W} y\cdot(-y+y_2+W)/W \, dy$$

$$y^* \text{ の分母} = \int_{y_1-W}^{y_1+(a-1)W} (y-y_1+W)/W \, dy + \int_{y_1+(a-1)W}^{y_1+(1-a)W} a \, dy + \cdots + \int_{y_2+aW}^{y_2+W} (-y+y_2+W)/W \, dy$$



(a) $(y_2-y_1)/2W \leqq a \leqq 1$の場合



(b) $1-(y_2-y_1)/2W \leqq a \leqq (y_2-y_1)/2W$の場合

図5　$W \geqq (y_2-y_1)/2$ の場合

これより、$y^* =$

$$\frac{[(1-a^2)y_2-(1-4a+a^2)y_1]W+(1-a)(y_2^2-y_1^2)}{2[a(2-a)W+(1-a)(y_2-y_1)]} \quad (7)$$

[1-b]　$1-(y_2-y_1)/2W \leqq a \leqq (y_2-y_1)/2W$ の場合（図5-(b)参照）：

$$y^* = \frac{(y_1+y_2)(y_2-y_1)(y_1-y_2+4W)+4W^2(y_2-y_1)(1-2a^2)+16W^2y_1a(1-a)}{2(y_2-y_1)(y_1-y_2+4W)+16w^2a(1-a)} \quad (8)$$

[1-c]　$0 \leqq a \leqq 1-(y_2-y_1)/2W$ の場合：

$$y^* = \frac{[(2-2a-a^2)y_2+a(2-a)y_1]W+a(y_2^2-y_1^2)}{2[(1-a^2)W+a(y_2-y_1)]} \quad (9)$$

（注）この関数(9)は、関数(7)を点 $((x_1+x_2)/2,(y_1+y_2)/2)$ で点対称にした場合である。

［例］以上の特別の場合として、y1, y2 が高さ 0.5 で交わっている（すなわち、$W = y_2-y_1$）の場合の関数を求めてみると次のようになる。また、$x_1=0$, $x_2=5$, $y_1=1$, $y_2=3$ の場合のグラフは図4のようである。

$$y^* = \frac{a(3-a)y_1+(1-a)(2+a)y_2}{2(1+a-a^2)} \quad (10)$$

次に、後件部のファジイ集合 y1, y2 が離れている場合の重心 y* を求めてみると以下のようになる。

《2》 $W \leqq (y_2-y_1)/2$ の場合：

$$y^* = \frac{a(2-a)y_1+(1-a)(1+a)y_2}{1+2a-2a^2} \quad (11)$$

以上のことから、「min-max-重心法」によって得られた重心 y* は分母、分子共に a の2次式（従って x* の2次式）で表されることが分かる。すなわち、

$$y^* = \frac{x^*\text{の2次式}}{x^*\text{の2次式}} \quad (12)$$

のような形をしている。また、式(11)から分かるようにファジイ集合 y1, y2 が離れている場合には、y* は幅 W には影響されていないことがうなずける。

［例］図3の推論形式において、後件部の 1、3 の幅 W を変化させた場合の y* と x* の関係を図示すると図6のようになる。W = 2 は 1、3 が高さ 0.5 で交わっており、$W \leqq 1$ は離れていることを示す。

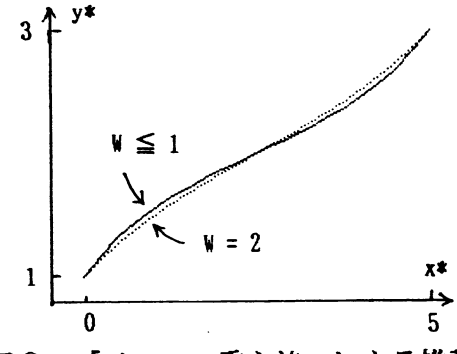


図6　「min-max-重心法」による推論結果

次に、「min-max-重心法」において、式(2)の min（∧）の代わりに代数積（·）を採用し、すなわち

$$\mu_{Yi'}(y) = \mu_{Xi}(x^*) \cdot \mu_{Yi}(y) \quad (13)$$

とし、式(3),(4)は変えない場合の方法を「代数積-max-重心法」と名付けると、次のような結果が得られる。

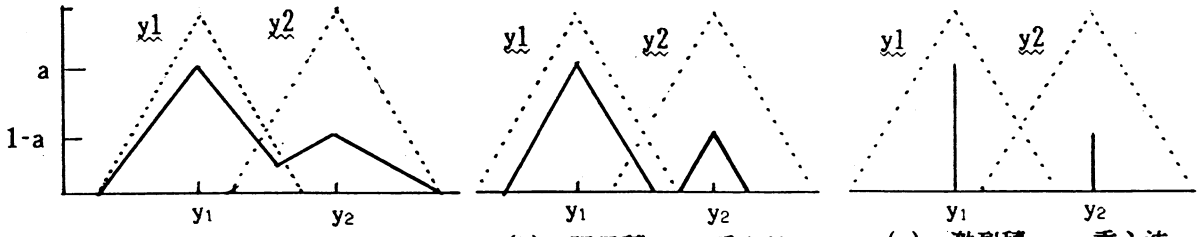
【II】 代数積－ｍａｘ－重心法の場合（図7-(a)参照）：

《1》 $W \geqq (y_2-y_1)/2$ の場合：

$$y^* = \frac{a[(y_1-W)^3-2y_1^3]+(1-a)[(W+y_2)^3-2y_2^3]+[(2W-y_2+y_1)a+y_2-W]^3}{3[2W^2-a(1-a)(2W-y_2+y_1)^2]} \quad (14)$$

《2》 $W \leqq (y_2-y_1)/2$ の場合：

$$y^* = ay_1+(1-a)y_2 \quad (15)$$



(a) 代数積-max-重心法　(b) 限界積-max-重心法　(c) 激烈積-max-重心法

図７　各ファジィ推論法の説明図

特に、ファジィ集合の幅 W が $W = y_2 - y_1$ である場合の結果を示すと、場合《１》の特別の場合として次のようになる。

$$y^* = \frac{a[(2y_1-y_2)^3-2y_1^3]+(1-a)[(2y_2-y_1)^3-2y_2^3]+[(y_2-y_1)a+y_1]^3}{3(y_2-y_1)^2[2-a(1-a)]} \quad (16)$$

以上のことから、「代数積－ｍａｘ－重心法」においては、後件部のファジィ集合 y1, y2 が重なっている時は、場合《１》のような複雑な式になり、分子が a (従って x*) の３次式に、分母が２次式になっている。しかし、y1, y2 が離れている場合は簡潔な式になり、y* は a (よって x*) の一次式で表現される。

[例]「代数積-max-重心法」に対して、図３の後件部の幅 W を変化させた時の y* と x* の関係を図示すると図８のようになる。

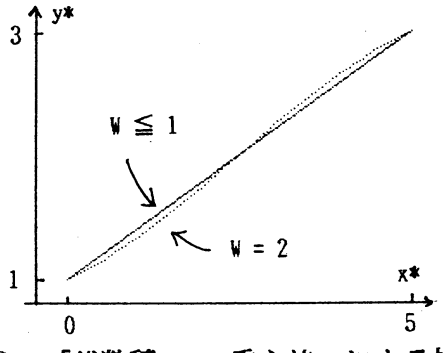


図８　「代数積-max-重心法」による推論結果

さらに、式(2)の min (∧)の代わりに限界積 0v(x+y-1) を使用した場合、すなわち

$$\mu_{Yi}'(y) = 0 \vee [\mu_{Xi}(x^*)+\mu_{Yi}(y)-1] \quad (17)$$

とした「限界積-max-重心法」の場合では、次のような結果が得られる。

【Ⅲ】 限界積－ｍａｘ－重心法の場合（図７-(b)参照）：

$$y^* = \frac{a^2y_1 + (1-a)^2y_2}{a^2 + (1-a)^2} \quad (18)$$

この場合は、後件部の幅 W に依存していないことが分かる（図９の「限界積-加算-重心法」と同じグラフになる）。

最後に、激烈積を採用した場合、すなわち

$$\mu_{Yi}'(y) = \begin{cases} \mu_{Xi}(x^*) \cdots \mu_{Yi}(y)=1 \\ \mu_{Yi}(y) \cdots \mu_{Xi}(x^*)=1 \\ 0 \cdots \mu_{Xi}(x^*), \mu_{Yi}(y)<1 \end{cases} \quad (19)$$

とした「激烈積－max－重心法」の結果を示すと次のようになる。

【Ⅳ】 激烈積－ｍａｘ－重心法の場合（図７-(c)参照）：

$$y^* = ay_1 + (1-a)y_2 \quad (20)$$

以上、式(2)の ∧ (min)のところを種々の積演算（代数積、限界積、激烈積）で置き換えた場合の y* と x* との関係を調べた。これより、代数積（但し、後件部のファジィ集合が離れている場合）と激烈積とを使用した場合には、y* は x* の一次式で表されるが（式(15),(20)）、その他の積演算の場合にはかなり複雑な式になることが分かった。

複数個のファジィ集合を統合する方法として、式(3)で示したように ∨ (max)を用いた結び（∪）が使用されるのが普通であるが、以下では、加算を用いた場合の統合法[3]、すなわち

$$Y' = Y_1' + \cdots + Yn'$$
$$\mu_{Y'}(y) = \mu_{Y_1'}(y) + \cdots + \mu_{Yn'}(y) \quad (21)$$

を使用した場合の結果を求めてみよう。

（注）加算を用いた場合、ファジィ集合 Y' のグレードは１を越えることがあるので、n で割って平均を取ることが考えられる。しかし、Y' の重心を求めることに関しては、加算の場合であろうと、平均の場合であろうと同じ重心値を得ることから、ここでは加算を用いた場合について議論する。

先程の場合と同じく、式(2)のように ∧ (min)を用い、統合法として加算を用いた推論法を「min-加算-重心法」と呼ぶことにする。

【Ⅰ'】 ｍｉｎ－加算－重心法の場合（図９）

$$y^* = \frac{a(2-a)y_1+(1-a)(1+a)y_2}{1+2a-2a^2} \quad (22)$$

【Ⅱ'】 代数積－加算－重心法の場合（図９）

$$y^* = ay_1 + (1-a)y_2 \quad (23)$$

【Ⅲ'】 限界積－加算－重心法の場合（図９）

$$y^* = \frac{a^2y_1 + (1-a)^2y_2}{a^2 + (1-a)^2} \quad (24)$$

【Ⅳ'】 激烈積－加算－重心法の場合（図９）

$$y^* = ay_1 + (1-a)y_2 \quad (25)$$

以上のことから、式(3)で max の代わりに加算を用いて統合した場合には、式が簡潔になり、ファジイ集合の幅 W に依存しないことが分かった。また、代数積、激烈積を用いた場合には，y* は x* の一次式で表される。

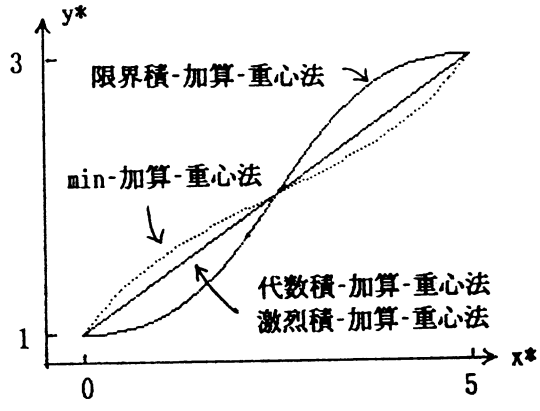


図９　加算を用いた場合の推論結果

（参考）以上の方法では一点化する方法として、重心法(4)を使用してきたが、他にも数多くの一点化法が提案されている[2,3]。たとえば、統合されたファジイ集合 Y' の最大グレードを取るような点（複数個ある場合はその平均）y* を代表点とする「最大化法」がある。この最大化法を重心法の代わりに使うと、「min-加算-最大化法」の場合以外はすべて

$$y^* = \begin{cases} y_1 & \cdots\ 0.5<a\leqq 1 \\ 0.5 & \cdots\ a = 0.5 \\ y_2 & \cdots\ 0\leqq a<0.5 \end{cases} \quad (26)$$

となるが、「min-加算-最大化法」では、後件部のファジイ集合 y1, y2 が高さ 0.5 で交わっている場合には一次式

$$y^* = ay_1 + (1-a)y_2 \quad (27)$$

が得られることが大里[4]によって示されている。

４．菅野のファジイ推論法による補間

菅野のファジイ推論法[5]は式(1)の後件部がファジイ集合でなく、式 $f_i(x)$ であり、

$$\begin{array}{ll} \text{規則1：} & x \text{ is } X_1 \Rightarrow y = f_1(x) \\ \text{規則2：} & x \text{ is } X_2 \Rightarrow y = f_2(x) \\ & \cdots \\ \text{規則n：} & x \text{ is } X_n \Rightarrow y = f_n(x) \\ \text{事 実：} & x \text{ is } x^* \\ \hline \text{結 論：} & y \text{ is } y^* \end{array} \quad (28)$$

のような形式をしている。結論 y* は

$$y^* = \frac{\mu_{x1}(x^*)f_1(x^*)+\cdots+\mu_{xn}(x^*)f_n(x^*)}{\mu_{x1}(x^*)+\cdots+\mu_{xn}(x^*)} \quad (29)$$

と与えられる。例えば、後件部が定数 y_1, y_2 であるようなファジイ推論形式

$$\begin{array}{l} x \text{ is } x1 \Rightarrow y = y_1 \\ x \text{ is } x2 \Rightarrow y = y_2 \\ \hline x \text{ is } x^* \\ \hline y \text{ is } y^* \end{array} \quad (30)$$

においては、結論 y* は式(29)より

$$y^* = \frac{ay_1 + (1-a)y_2}{a + (1-a)} = ay_1 + (1-a)y_2 \quad (31)$$

となり、一次式で表現される。

（参考）菅野のファジイ推論法(28)において、

$$\begin{array}{l} x \text{ is } x1 \Rightarrow y = a_1x + b_1 \\ x \text{ is } x3 \Rightarrow y = a_2x + b_2 \\ \hline x \text{ is } x^* \\ \hline y \text{ is } y^* \end{array} \quad (32)$$

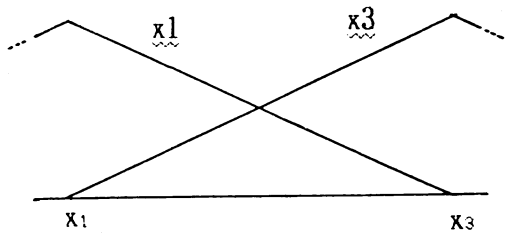
を考えよう。ここで、$x_1<x_2<x_3$ であり、

$y = a_1x+b_1$：点$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$を通る直線

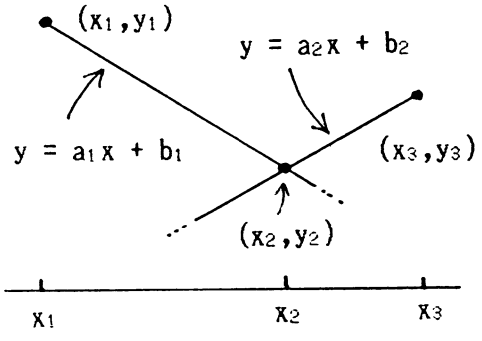
$y = a_2x+b_2$：点$(x_2,y_2),(x_3,y_3)$を通る直線

である。ファジイ集合 x1, x3 は高さ0.5で交わり、幅 $W = x_3-x_1$ であるとする（図10）。

すると、結論 y* は３点 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3)$ を通る「２次関数」となることが証明できる。



(a) 前件部



(b) 後件部

図10　式(32)の説明図

[例]　x is 1 ⇒ y = a1x + b1
　　x is 4 ⇒ y = a2x + b2　(33)

とし、

y = a1x+b1 ： 点(1,5),(3,1)を通る直線
y = a2x+b2 ： 点(3,1),(4,6)を通る直線

とすると、結論 y* は3点 (1,5),(3,1),(4,6) を通る2次関数になっている (図11) 。

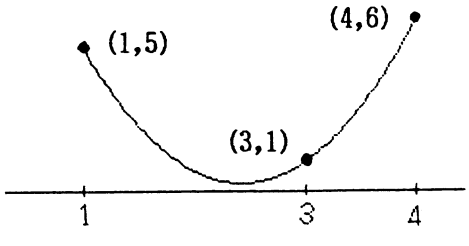


図11　式(33)の結論 y*

(参考) 平面上の格子点$(x_1,y_1),(x_1,y_2),(x_2,y_1),(x_2,y_2)$ (但し、$x_1<x_2$, $y_1<y_2$) での高さをそれぞれ z_1, z_2, z_3, z_4とする。これをファジィ推論化し、

$$\begin{array}{l} x \text{ is } x1 \text{ and } y \text{ is } y1 \Rightarrow z = z_1 \\ x \text{ is } x1 \text{ and } y \text{ is } y2 \Rightarrow z = z_2 \\ x \text{ is } x2 \text{ and } y \text{ is } y1 \Rightarrow z = z_3 \\ x \text{ is } x2 \text{ and } y \text{ is } y2 \Rightarrow z = z_4 \\ \hline x \text{ is } x^* \text{ and } y \text{ is } y^* \\ \hline \qquad\qquad z \text{ is } z^* \end{array} \quad (34)$$

とする。ここで、ファジィ集合 x1, x2 の幅 W は x_2-x_1 であり、y1, y2 では幅 y_2-y_1 であるとする。また、and を代数積と解釈すると、式(29)の類推より、点(x*,y*)での高さ z* は、

$$\mu_{x1}(x^*) = \frac{x_2-x^*}{x_2-x_1} = a,\quad \mu_{y1}(y^*) = \frac{y_2-y^*}{y_2-y_1} = b$$

と置くと、

$$z^* = abz_1+a(1-b)z_2+(1-a)bz_3+(1-a)(1-b)z_4$$

のような双2次形式となることが示される。

参考文献

1.Mizumoto, Fuzzy controls under various fuzzy reasoning methods, Inform. Sci., 45, 129-151, 1988.
2.水本，ファジィ制御に対する改善法（Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ），第3，4，5回「ファジィシステムシンポジウム」講演論文集，pp.153-158, 1987; pp.91-96, 1988; 1989.
3.水本，ファジィ制御法，日本ロボット学会誌，6巻，6号，60-67, 1988.
4.大里，ファジィ推論による非線形関数の近似表現，ＩＦＳＡ日本支部主催・第10回関西地区定例研究会資料，3月28日，1989.
5.菅野，ファジィ制御，日刊工業新聞社,1988.

5 TH FUZZY SYSTEM SYMPOSIUM (KOBE, JUNE 2-3, 1989)

ファジィ推論による関数表現

FUNCTION REPRESENTATION USING FUZZY INFERENCE

大里有生・関口　隆

Ario OHSATO and Takashi SEKIGUCHI

横浜国立大学　工学部

Faculty of Engineering, Yokohama National University

ABSTRACT

The main aim of this paper is to propose the specific method of fuzzy inference which makes it possible to represent approximately the given nonfuzzy nonlinear function, y = f (x), in the fuzzy logical fashion. First, the method of fuzzy inference to represent the segment of linear function is presented. Second, the method is applied to the fuzzy rule-based representation of a polygonal line composed of many segments. Third, approximating a given nonlinear function to the polygonal line, the fuzzy rule-based representation of the nonlinear function is realized. Finally, the applicability of the proposed method is suggested.

1．はじめに

ファジィ制御などにおいて用いられているファジィ推論法[1]は、非ファジィ入力に非ファジィ出力を対応させる写像すなわち関数を実現しているとみることができる。たとえば、速度型のファジィ制御器の入出力関係は、制御偏差eとその変化分△eを非ファジィ値、操作量の変化分△uを非ファジィ値とした2変数関数△u＝g(e, △e)を実現している。すなわち、eと△eという2（独立）変数と、△uという1（従属）変数の間の関数関係に関する局所的知識を複数個のファジィ条件文によって分散的に記述し、これらのファジィ条件文によるファジィ推論の並列的処理と重心法などによるファジィ推論結果の一点化(defuzzification)により、eと△eの非ファジィ値に△uの非ファジィ値を対応させる2変数関数△u＝g（e, △e）を実現しているとみることができる。たとえば、図1に示す関数グラフは速度型のファジィ制御器が実現している2変数の非線形関数△u＝g（e, △e）の一例[2]である。

したがって、ファジィ推論法は、一般に、ある関数関係に対する局所的なあいまい知識を複数個のファジィ条件文によって記述し、これらによるファジィ推論によって（非ファジィ）関数を表現するための方法でもある。と同時に、関数 $y = f(x)$ の形が未知で、x に対する複数個の非ファジィ値 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ とそれらに対する関数値 $f(x_1), f(x_2), \cdots, f(x_n)$ が既知の場合に、これらの座標点を補間することによって関数 $f(x)$ を近似的に表現する方法としても有用である。また、ある非ファジィ関数 $y = f(x)$ の形が既知の場合に、この関数をファジィ推論によって正確にあるいは近似的に表現することも可能となる。

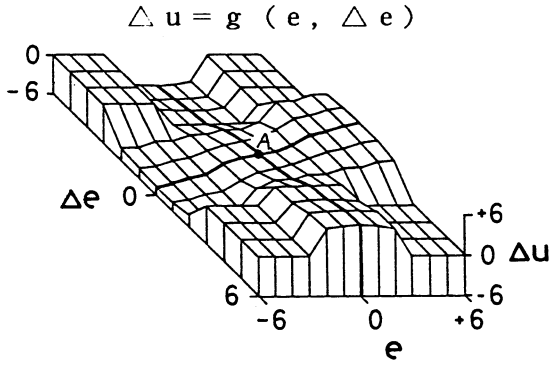


図1　ファジィ制御器が実現する2変数関数の例

そこで、本報告では、ファジィ推論による関数表現の手始めとして、1変数関数 $y = f(x)$ に対象を絞り、これをファジィ推論によって表現する方法について考える。そのために、まず第一に、線形関数 $y = ax + b$ の一部分である線分Sを表現するためのファジィ条件文とそれによるファジィ推論法を提案する。つぎに、複数個の線分 $S_1, S_2, \cdots, S_n$ からなる折れ線関数 $P[S_1, S_2, \cdots, S_n]$ をファジィ推論によって表現する方法を示す。最後に、非線形な1変数関数 $y = f(x)$ を折れ線関数で近似することによって、任意の非線形な1変数関数がファジィ推論によって近似的に表現されることを示す。

2．線分を表現するためのファジィ推論法

$x-y$ 座標上の相異なる2点 $p_{i1}(x_{i1}, y_{i1})$，$p_{i2}(x_{i2}, y_{i2})$ を結ぶ線分 S_i を考え、これを図2に示す。このとき、線分 S_i をつぎのように一般的に表す。

$$Y_i = S_i(X_i) \qquad (1)$$

ただし、X_i は S_i の定義域、Y_i は S_i の値域を意味する。線分 $Y_i = S_i(X_i)$ の方程式は次式となる。

$$y = \frac{y_{i2} - y_{i1}}{x_{i2} - x_{i1}}(x - x_{i1}) + y_{i1} \qquad (2)$$

ただし、$x \in X_i$、$y \in Y_i$。

また、線分 S_i において、任意の $x \in X_i$ に対応する $y \in Y_i$ を以下のように表す。

$$y = S_i(x) \qquad (3)$$

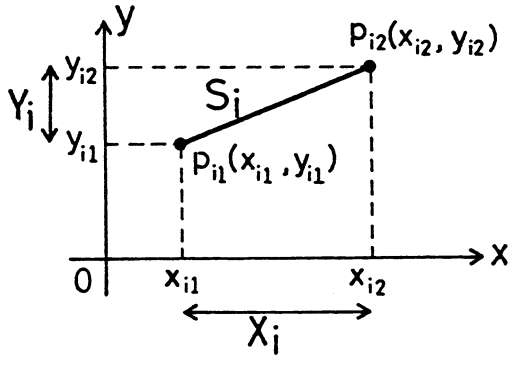


図2　$x-y$ 座標上の線分 S_i

線分$Y_i = S_i(X_i)$は、以下に示すファジィ条件文とファジィ推論方式によって表現できる。

①ファジィ条件文

FCS_{i1}：　$x = \mathfrak{x}_{i1}[x_{i2}] \rightarrow y = \mathfrak{y}_{i1}[y_{i2}]$　(4)

FCS_{i2}：　$x = \mathfrak{x}_{i2}[x_{i1}] \rightarrow y = \mathfrak{y}_{i2}[y_{i1}]$　(5)

ただし、$\mathfrak{x}_{i1}[x_{i2}]$、$\mathfrak{y}_{i1}[y_{i2}]$、$\mathfrak{x}_{i2}[x_{i1}]$、$\mathfrak{y}_{i2}[y_{i1}]$は、図3に示す直角三角型のメンバーシップ関数をもつファジィ数を表している。たとえば、$\mathfrak{x}_{i1}[x_{i2}]$は$x = x_{i1}$でメンバーシップ値が1で、$x = x_{i2}$で0となるファジィ数の意味である。上の2個のファジィ条件文は、線分の両端点p_{i1}とp_{i2}に着目して、それぞれ、xとyとの間の対応関係を以下に示すファジィルールによって表現したものと解釈される。

FCS_{i1}：　もしxの値が”約x_{i1}”ならばyの値は”約y_{i1}”である　(6)

FCS_{i2}：　もしxの値が”約x_{i2}”ならばyの値は”約y_{i2}”である　(7)

もし、線分S_iが、図2において、水平になる場合、すなわち、

$y_{i1} = y_{i2}$

$x_{i1} \neq x_{i2}$

となる場合には、FCS_{i1}とFCS_{i2}の後件部のファジィ数はシングルトンとなり、

$\mathfrak{y}_{i1}[y_{i2}] = \mathfrak{y}_{i2}[y_{i1}]$

となる。

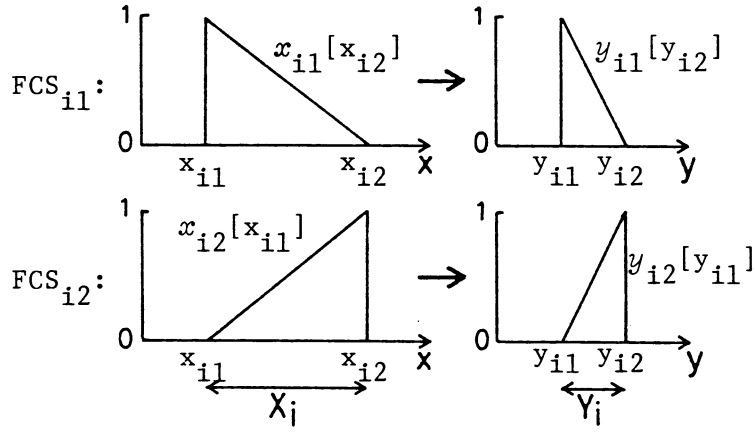


図3　1個の線分を表現するための2個のファジィ条件文FCS_{i1}とFCS_{i2}

②ファジィ推論方式

a)非ファジィ入力：　$x = x^0$　（x^0は値域X_iの任意の非ファジィ値）

b)FCS_{i1}とFCS_{i2}によるファジィ推論：

FCS_{i1}：　$\mathfrak{y}_{i1}[y_{i2}]^* = \mathfrak{x}_{i1}[x_{i2}](x^0) \wedge \mathfrak{y}_{i1}[y_{i2}]$　(8)

FCS_{i2}：　$\mathfrak{y}_{i2}[y_{i1}]^* = \mathfrak{x}_{i2}[x_{i1}](x^0) \wedge \mathfrak{y}_{i2}[y_{i1}]$　(9)

ただし、$\mathfrak{x}_{i1}[x_{i2}](x^0)$はファジィ数$\mathfrak{x}_{i2}[x_{i1}]$の$x = x^0$におけるメンバーシップ値を表す。このファジィ推論は、いわゆる頭切り法である。$\mathfrak{y}_{i1}[y_{i2}]^*$と$\mathfrak{y}_{i2}[y_{i1}]^*$は、それぞれ、$FCS_{i1}$と$FCS_{i2}$によるファジィ推論結果を表している。

c)ファジィ推論結果の統合：

$\mathfrak{y}_i^* = \mathfrak{y}_{i1}[y_{i2}]^* + \mathfrak{y}_{i2}[y_{i1}]^*$　(10)

ただし、記号＋はメンバーシップ値の和演算を表す。

d)非ファジィ出力（一点化）：　$y = y^*$

非ファジィ出力値y^*を、以下のように、y_i^*のメンバーシップ値が最大となるyの値として定める。

$$y_i^*(y^*) = \bigvee_{y \in Y_i} y_i^*(y) \qquad (11)$$

以上のファジィ条件文とファジィ推論方式による推論の様子を図4に示す。上の推論方式によれば、任意の$x^0 \in X_i$に対応するy^*の値は次式を満たす。

$$y^* = S_i(x^0) \qquad (12)$$

すなわち、上の推論方式は線分S_iの関数関係を実現している。また、図4からも判明するようにy_i^*の最大メンバーシップ値は必ず1となるので、式(11)は次式を満たすy^*を求めることと同じとなる。

$$y_i^*(y^*) = 1 \qquad (13)$$

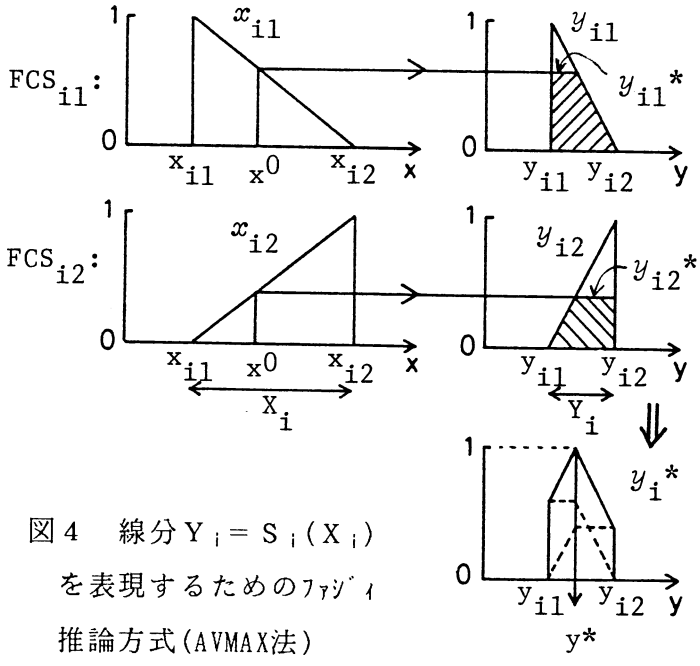


図4　線分$Y_i = S_i(X_i)$を表現するためのﾌｧｼﾞｨ推論方式(AVMAX法)

ここで示したファジィ推論方式を、以下では、AVMAX法(Averaging and Maximazing Method)と略記する。

［性質1］　AVMAX法によれば、1個の線分は2個のファジィ条件文によるファジィ推論によって表現可能である。

つぎに、定義域が互いに交わらず値域が同一の複数個の線分S_1, S_2, …, S_mを考える。これらの線分は、以下に示す関数$L[S_1, S_2, \cdots, S_m]$を生成する。

$$L[S_1, S_2, \cdots, S_m]: \quad (\bigcup_{i=1}^{m} X_i) \quad \rightarrow \quad Y_0 \qquad (14)$$

ただし、$Y_0 = S_i(X_i)$, $i = 1, 2, \cdots, m$。

図5に、3個の線分からなる関数$L[S_1, S_2, S_3]$の例を示す。

式(14)の関数$L[S_1, S_2, \cdots, S_m]$をAVMAX法によって表現することを考える。まず、以下に示す2個のファジィ集合$\mathfrak{A}_{01}$, $\mathfrak{A}_{02}$を定義する。

$$\mathfrak{A}_{01} = \bigcup_{i=1}^{m} \mathfrak{A}_{i1}[x_{i2}], \qquad \mathfrak{A}_{02} = \bigcup_{i=1}^{m} \mathfrak{A}_{i2}[x_{i1}] \qquad (15)$$

ただし、$\mathfrak{A}_{i1}[x_{i2}]$, $\mathfrak{A}_{i2}[x_{i1}]$は、線分$S_i$の両端点に関するファジィ数を意味する。このとき、関数$L[S_1, S_2, \cdots, S_m]$は、つぎに示す2個のファジィ条件文とそれに

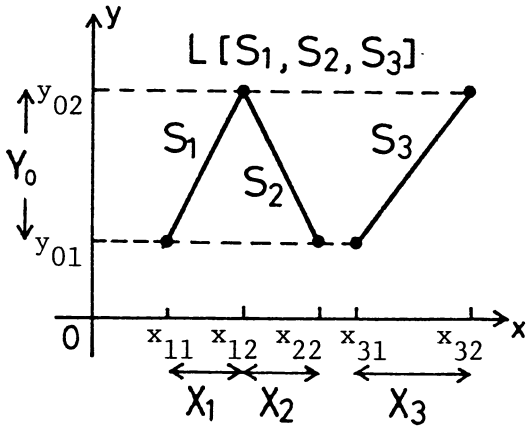


図5　同一の値域をもつ線分からなる関数L[S1, S2, S3]

よるAVMAX法によって表現可能となる。

FCS_{01} : $x = x_{01} \rightarrow y = y_{01}[y_{02}]$　(16)

FCS_{02} : $x = x_{02} \rightarrow y = y_{02}[y_{01}]$　(17)

たとえば、図5に示す関数L[S1, S2, S3]を表現するためのファジィ条件文は式(16)、式(17)より、図6のように定まる。

したがって、つぎの性質を得る。

［性質2］　同一の値域をもつ複数個の線分が生成する関数は、AVMAX法により、2個のファジィ条件文によるファジィ推論によって表現可能である。

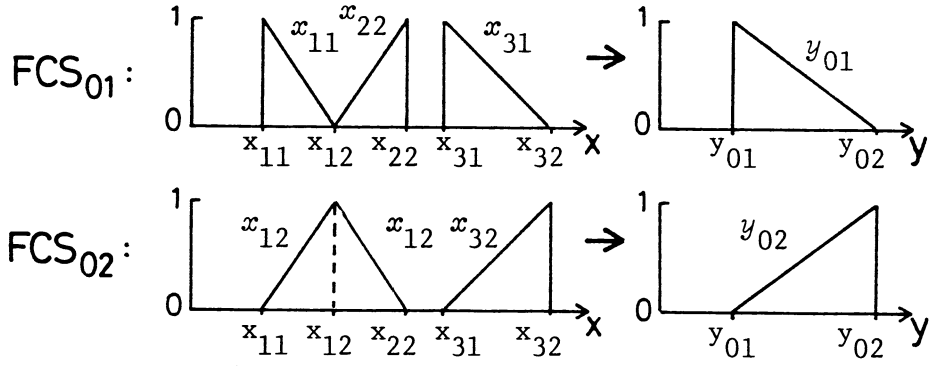


図6　同一の値域をもつ複数個の線分を表現するための2個のファジィ条件文

3．折れ線関数のAVMAX法による表現

図7に示す折れ線関数P[S1, S2, S3]は3個の線分から生成されているので、各線分に性質1を適用すれば、線分の個数の2倍すなわち3×2＝6個のファジィ条件文により表現できる。しかし、結論的には、図7の折れ線関数は4個のファジィ条件文によって表現可能である。すなわち、図7に示すように、P[S1, S2, S3]の値域を互いに交わらない3個の部分値域Y1, Y2, Y3に分割し、線分S1, S2, S3を各部分値域に対応して分割すると、P[S1', S2', S3', S4', S5']を得る。この折れ線関数P[S1', S2',

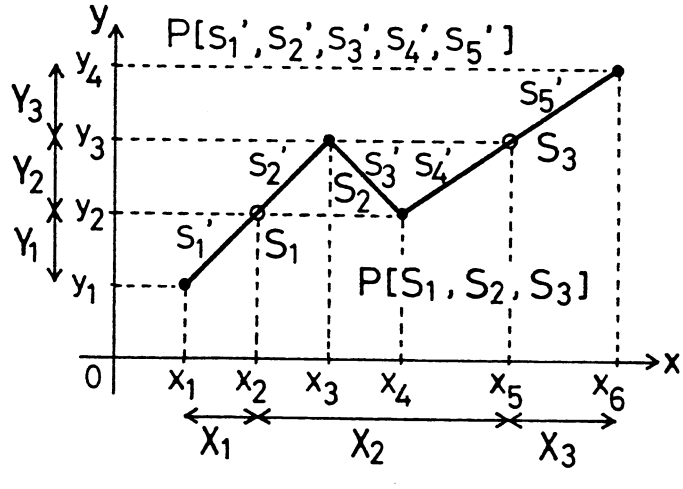


図7　3個の線分からなる折れ線関数

S_3', S_4', S_5']は以下に示す3個の互いに独立な関数に分割される。

$Y_1 = S_1'(X_1)$, $Y_2 = L[S_2', S_3', S_4'](X_2)$, $Y_3 = S_5'(X_3)$

これらは、性質1と2より、それぞれ2個のﾌｧｼﾞｨ条件文で以下のように表現される。

FCS_{11}: $x = \mathcal{X}_1[x_2] \rightarrow y = \mathcal{Y}_1[y_2]$ (18)

FCS_{12}: $x = \mathcal{X}_2[x_1] \rightarrow y = \mathcal{Y}_2[y_1]$ (19)

FCS_{21}: $x = \mathcal{X}_2[x_3] \cup \mathcal{X}_4[x_3] \rightarrow y = \mathcal{Y}_2[y_3]$ (20)

FCS_{22}: $x = \mathcal{X}_3[x_2] \cup \mathcal{X}_3[x_4] \cup \mathcal{X}_5[x_4] \rightarrow y = \mathcal{Y}_3[y_2]$ (21)

FCS_{31}: $x = \mathcal{X}_5[x_6] \rightarrow y = \mathcal{Y}_3[y_4]$ (22)

FCS_{32}: $x = \mathcal{X}_6[x_5] \rightarrow y = \mathcal{Y}_4[y_3]$ (23)

ところで、部分値域Y_1, Y_2, Y_3は互いにに交わらないので、ファジィ条件文(FCS_{11}, FCS_{12})と(FCS_{21}, FCS_{22})と(FCS_{31}, FCS_{32})は互いに独立している。したがって、独立している2個のファジィ条件文を結合して1個にまとめると、ﾌｧｼﾞｨ条件文を1個減らすことができる。

例えば、上のFCS_{12}とFCS_{21}、FCS_{22}とFCS_{31}は、それぞれ1個のファジィ条件文にまとめることができるので、合計2個のファジィ条件文を減らすことができる。

結局、図7の折れ線関数は合計4個のファジィ条件文で表現可能となる。これら4個のファジィ条件文を図8に示す。

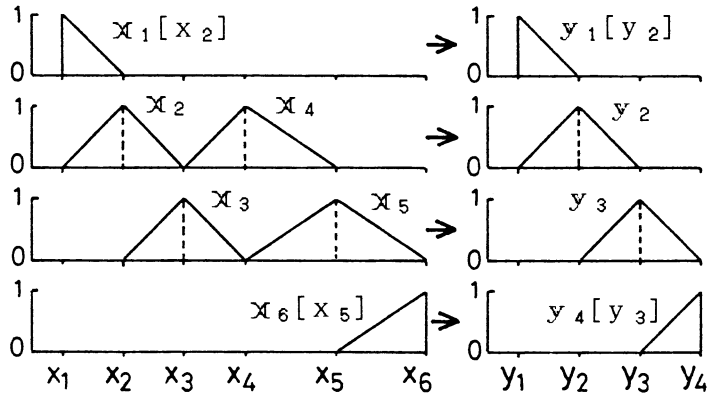


図8　(図7の)折れ線関数を表現するための4個のファジィ条件文の例

［性質3］　折れ線関数は、その値域がn個の相異なる互いに交わらない部分値域に分割できるとき、(n＋1)個のファジィ条件文にによって表現可能である。

4．おわりに

x－y座標上に与えられた任意の連続な非線形関数y＝f(x)は、その値域Y_fを適当にn個の部分値域に分割し、それぞれの部分値域に対応してy＝f(x)を折れ線近似すれば、(n＋1)個のファジィ条件文とAVMAX法により表現可能となる。

参考文献

1)菅野道夫:ﾌｧｼﾞｨ制御, 76/84, 日刊工業新聞社('88)

2)水本雅晴:ﾌｧｼﾞｨ制御に対する改善法, 第3回ﾌｧｼﾞｨｼｽﾃﾑｼﾝﾎﾟｼﾞｳﾑ論文集, 153/158('87)

ファジィ・ニューラル・エキスパートシステムとその医療診断への応用

Fuzzy Neural Expert System and Its Application to Medical Diagnosis

林　陽一*　吉田　勝美**　井村　敦*

Yoichi HAYASHI*　Katsumi YOSHIDA**　Atsushi IMURA*

* 茨城大学工学部情報工学科

Department of Information Science, Ibaraki University

** 慶応大学医学部衛生学公衆衛生学教室

Department of Preventive Medicine and Public Health, Keio University

ABSTRACT

This paper proposes a fuzzy neural expert system which has neural networks for their fuzzy knowledge base. The expert system has following two functions:

1. Generalizes the information derived from the training data and embodies knowledge as a fuzzy neural network.
2. Extracts fuzzy production rules with "linguistic relative importance" of each proposition in an antecedent by using the fuzzy neural network.

We have also developed a fuzzy neural expert system for diagnosing hepatobiliary disorders. The expert system showed substantially higher diagnostic accuracy than that of linear discriminant analysis.

1. はじめに

エキスパートシステム(ES:Expert System)の開発においては、人工知能の基礎的・理論的研究成果を知的機能をもつ機械として工学的に実現するTop-down的アプローチと対象領域の専門家らのシステム開発経験から得られた知見、原理、方法論等を統合するBottom-up的アプローチを融合させる新しい枠組みが必要であると考えられる。論理的知識表現を用いたエキスパートシステムの開発事例が多数報告されているが、その構築において最も困難な作業は知識ベースの作成である。

近年、ニューラルネットワーク（コネクショニスト）モデル[1]の学習能力が着目され、斉藤ら[2]は医療診断における規則性をニューラルネットワークを用いてIF-THENルールとして抽出することを試みている。更に、北村ら[11]はフィードフォワード型のニューラルネットワークと確信度をもつIF-THENルールの対応を考察している。Gallant[1]はニューラルネットワークの学習機能を用いてIF-THENルールの確信度をチューニングする機能と推論機能をもつエキスパートシステムを提案している。また、平藤ら[12]は誤差逆伝播法を用いたニューラルネットワーク上での学習を非線形の多変量解析と解釈し、不確実な情報のチューニングに用いている。

学習によって得られたニューラルネットワークには種々のあいまいさをもつ複雑な知識が大量に含まれるが、それらを用いた識別、診断、推論等の機能はニューラルネットワーク全体のふるまいとして表現され、その本質的な内容を従来の単純なIF-THENルールの形で表現することは困難である。従って、Top-downとBottom-upの両アプローチを統合するためのより柔軟なプロダクションルールの枠組みが必要であると考えられる。

本研究では、種々の"あいまいさ"を適切にニューラルネットワーク中に反映させることにより、以下の2つの機能をもつファジィ・ニューラル・エキスパートシステム(FNES:Fuzzy Neural Expert System)とその実現法を提案し、その医療診断への応用例を示す。

FNESは(1)主観的なあいまいさ、矛盾、測定誤差、ノイズ等を含むデータを学習させることによって、得られた情報を一般化し、ファジィ・ニューラルネットワークとして知識を具体化し、合成して推論、診断、識別を行う機能と(2)生成したファジィ・ニューラルネットワークから知識を前件部の各命題に相対的重要度をもつファジィプロダクションルールとして自動抽出し、知識の本質的な内容を解析すると共にルールとして具体的に表現する機能をもつ。

応用例として9種類の血液生化学検査と性別だけから識別が一般に困難な4種類の肝胆道系疾患（

アルコール性肝障害、肝癌、肝硬変、胆石）の診断とその根拠となる一般的な診断ルールを自動抽出する機能をもつファジィ・ニューラル・エキスパートシステムを作成した。学習データに対して96.52%、テストデータに対して74.85%の診断精度であり、従来の判別関数分析と比較してかなり良好な診断結果を得た。更に、生成したニューラルネットワークから上記の疾患を診断するためのファジィプロダクションルールを抽出し、専門医が手を加えたところ十分実用的な診断ルールが得られた。

2. ファジィ・ニューラル・エキスパートシステム

従来の記号処理による論理的なESと区別するため、ニューラルネットワークの学習能力を用いたESをニューラル・エキスパートシステム(NES:Neural Expert System)、特に、データの各種のあいまいさを扱えるニューラルネットワーク（ファジィ・ニューラルネットワーク）を用いたESをファジィ・ニューラル・エキスパートシステムと呼ぶことにする。FNESはファジィ・ニューラルネットワークのもつ認識能力を推論エンジンとし、学習能力を知識の自動生成及びチューニングに利用したものである。ファジィ・ニューラルネットワーク上の学習アルゴリズムにはパーセプトロン学習[6]を改良したポケットアルゴリズム[4]を用いている。

2.1 ニューラルネットワークモデル[1][9]

一般に、ニューラルネットワークモデルはセルと呼ばれる自律的なプロセッシングユニット（頂点）とコネクションと呼ばれるセルどうしをつなぐ数値的な重みのついた辺からなる。ニューラルネットワークには各種のものがあるが、本研究では多層でフィードフォワード型の線形識別ネットワークを用いる。多層ネットワークは図１に示すように入力層、中間層、出力層からなる。各セル間のコネクションは、セルu_iにおけるセルu_jの影響に関する整数の重みw_{ij}をもつ。正の重みは強化を、負の重みは抑制を表す。入力層のセル（入力セルと呼ばれる）から中間層のセル（中間セル、または隠れユニット）、入力層のセルから出力層のセル（出力セル）及び、中間層のセルから出力層のセルへのコネクションがある。このうち、入力層から中間層への重みは乱数を用いて生成され固定されているが、入力層から出力層及び中間層から出力層へのコネクションは変化可能であり学習能力をもっている。また、同じ層に属するセル間のコネクションはないものとする。

次に本研究で用いるニューラルネットワークのセルの性質を述べる。本研究で扱うネットワークのセルの活性度（出力値）は+1, 0, -1の3値のいずれかの値をとる。この値はそれぞれ2値論理におけるTRUE, UNKNOWN, FALSEに対応する。入力セルI_i ($i=1,\ldots,p$：pは入力セルの数)の値は通常外部から入力データとして与えられる。中間セルH_j（$j=1,\ldots,q$：qは中間セルの数）及び出力セルO_k（$k=1,\ldots,r$：rは出力セルの数）の各値は(2.1)、(2.2)及び(2.3)、(2.4)によって求められる。

$$SH_j = \sum_{i=1}^{p} w_{ji} I_i \qquad (2.1)$$

$$H_j = \begin{cases} +1 \text{ or TRUE} & (SH_j>0) \\ -1 \text{ or FALSE} & (SH_j<0) \\ 0 \text{ or UNKNOWN} & (SH_j=0) \end{cases} \qquad (2.2)$$

$$SO_k = \sum_{i=1}^{p} u_{ki} I_i + \sum_{j=1}^{q} v_{kj} H_j \qquad (2.3)$$

$$O_k = \begin{cases} +1 \text{ or TRUE} & (SO_k>0) \\ -1 \text{ or FALSE} & (SO_k<0) \\ 0 \text{ or UNKNOWN} & (SO_k=0) \end{cases} \qquad (2.4)$$

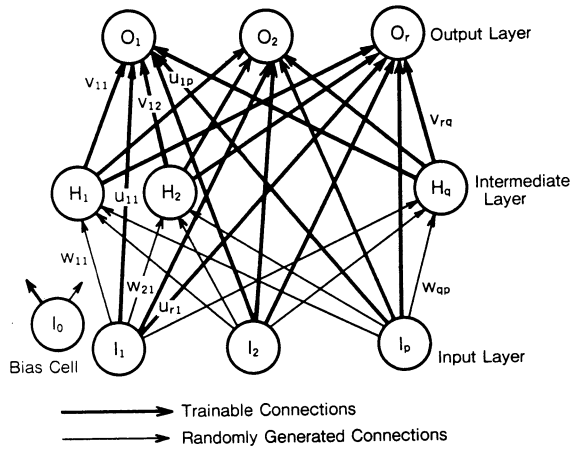


Figure 1. A three-layerd Neural Network with Input, Intermediate and Output Levels

ここでw_{ji}は入力セルI_iから中間セルH_jにつながるコネクションの重み、u_{ki}は入力セルI_iから出力セルO_kにつながるコネクションの重み、v_{kj}は中間セルH_jから出力セルO_kにつながるコネクションの重みである。セル間にコネクションがないときは$u_{ki}=0$、$v_{kj}=0$、$w_{ji}=0$とする。また、セルI_0の値は常に+1であり、中間層、出力層の全てのセルとの間にコネクションをもち、このコネクションの重みは一般にバイアスと呼ばれる。

2.2 ファジィ・ニューラルネットワーク

あいまいさを扱うことのできるニューラルネットワークをファジィ・ニューラルネットワークと

呼ぶことにする。本研究で用いている線形識別ネットワークの入力層においてあいまいさを扱うためには、+1、0、-1以外の値に定量的（または質的）な意味が対応する主観的な入力データを扱う必要がある。Frydenbergら[7]はファジィ集合のレベル集合表現[13]を用いて線形識別ネットワークの入力層にあいまいさを表現する方法を示している。そこでは、線形判別式の係数が対応する要素（項目）の確からしさ（または重要度）を近似的に定めている。自覚症状等の主観的なデータ、血液生化学検査成績等の個人差及び測定誤差を有するあいまいなデータの意味はレベル集合表現によって2値(+1,-1)のベクトルによって近似される。

3. ファジィ・ニューラルネットワークを用いたファジィプロダクションルールの自動抽出

本章では文献[5]の方法を拡張して学習によって生成されたファジィ・ニューラルネットワークから前件部の各命題に言語的な相対的重要度をもつファジィプロダクションルール[10]を抽出する方法を提案する。ここでの”重要度”とは相対的にみてある命題が前件部の他の命題と比較して、どれくらい結論に影響力をもつかを意味する。前件部の各命題の結論に与える影響力という概念は従来のファジィプロダクションルールでは十分に考慮されていなかった。前件部の各命題にファジィ集合で表される言語的な相対的重要度(LRI:Linguistic Relative Importance)[10]を与えることにより、各ルールは従来よりも柔軟な表現力をもつ。また、各プロダクションルールの前件部の命題はAND(&)で結ばれており、ルール自身の確からしさを表す言語的真理値が与えられている。上記のようなプロダクションルールの表現能力及び柔軟性の向上により、ファジィ・ニューラルネットワークからのルールの自動抽出は容易になる。

3.1 前件部の命題の選択（IF-THENルールのフレーム抽出）

ニューラルネットワークから多次元ファジィプロダクションルールを抽出する場合、入力セルに対応する項目（命題）全てを前件部（IF部）として取り入れたのでは複雑になり過ぎ、与えられた前提に対してルールの前件部がほとんど合致しないため実用に適さない。結論（THEN部）、すなわち出力セルの値を得るために必要最小限の入力セルに関する項目だけを取り出して前件部とすることが実用的である。

本研究で提案したファジィ・ニューラルネットワークでは、各入力項目に関する”あいまいさ”は複数個の入力セル（これを”セル・グループ”と呼ぶ）で表現される。すなわちn個の入力項目をもつ入力層にはn個のセル・グループG_h (h=1,…,n)があり、各セル・グループG_hはそれぞれ複数個の入力セルで形成されていると考える。ファジィ・ニューラルネットワークから多次元ファジィプロダクションルールを抽出する場合には、結論を得るために必要最小限のセル・グループに関する項目だけを抽出して前件部とする。”あいまいさ”は3個の入力セル（例えば、正常・疑わしい・異常に対応する）を用いて最も簡単に表現できる。ここでは、以下の説明を簡単にするために、入力層の全てのセル・グループが3個の入力セルからなっており、入力層全体でp個の入力セルが3個ずつn個のグループに割り当てられている場合について、アルゴリズムを示す。従って、3n=pであり、$G_1=(I_1, I_2, I_3), G_2=(I_4, I_5, I_6), \ldots, G_h=(I_{3h-2}, I_{3h-1}, I_{3h}), \ldots, G_n=(I_{p-2}, I_{p-1}, I_p)$である。この場合、各セル・グループの値は(+1,-1,-1)、(+1,+1,-1)、(+1,+1,+1)の3パターンが考えられる。

ファジィ・ニューラルネットワークの入力層のセル・グループは各入力項目の確からしさを3つのパターンで近似して対応しているので、中間セル及び出力セルの活性度（出力値）を計算するときには、ファジィ・ニューラルネットワークの入力層は、”あいまいさ”を扱わない通常のニューラル（線形識別）ネットワークの入力層と全く同様に扱うことができる。

ファジィ・ニューラルネットワークでは、部分的な入力情報だけで出力値を確定できる。すなわち、部分的にいくつかの入力がTRUE、もしくはFALSEであることがわかれば、他の入力がどんな値をとろうとも、出力値が変化しない。具体的に中間セルH_jについて書くと、

$$KH_j = \sum_{i=1}^{p} w_{ji} I_i \qquad (3.1)$$

$$UKH_j = \sum_{i:I_i \text{ is UNKNOWN}} |w_{ji}| \qquad (3.2)$$

すなわち、KH_jを現在の入力に対するH_jに関する加重和、UKH_jを値が0(UNKNOWN)である入力セルからH_jにつながるコネクションの重みの絶対値の和と定義すると、

条件式　$|KH_j| > UKH_j$ (3.3)

を満たせば、UNKNOWNである入力セルI_iがどんな値に変化しても条件式(3.3)は成り立つので、以下のように中間セルH_jの値を確定できる。

$$H_j = \begin{cases} +1 \text{ or TRUE} & (KH_j > 0) \\ -1 \text{ or FALSE} & (KH_j < 0) \end{cases} \quad (3.4)$$

また、条件式(3.3)が成り立たないとき、 $H_j = 0$ (UNKNOWN) である。

同様に、出力セルO_kについてもKO_kを現在の入力に関するO_kに対する加重和、UNO_kをO_kにつながる値が0(UNKNOWN)の入力セル及び中間セルのコネクションの重みの絶対値の和と定義すれば、

$$KO_k = \sum_{i=1}^{p} u_{ki} I_i + \sum_{j=1}^{q} v_{kj} H_j \quad (3.5)$$

$$UNO_k = \sum_{i:I_i \text{ is UNKNOWN}} |u_{ki}| + \sum_{j:H_j \text{ is UNKNOWN}} |v_{kj}| \quad (3.6)$$

このとき、条件式 $|KO_k| > UNO_k$ (3.7)

を満たせば、以下のように出力セルO_kの値を確定できる。

$$O_k = \begin{cases} +1 \text{ or TRUE} & (KO_k > 0) \\ -1 \text{ or FALSE} & (KO_k < 0) \end{cases} \quad (3.8)$$

また、条件式(3.7)が成り立たないとき、 $O_k = 0$ (UNKNOWN) である。

ファジィ・ニューラルネットワークは上のような性質をもつので出力セルO_k が条件(3.7)を満たすようにセル・グループを(+1, -1, -1)、(+1, +1, -1)、あるいは、(+1, +1, +1)に確定し、確定したセル・グループに対する命題（項目）をルールの前件部に取り入れることにする。以下にそのアルゴリズムを示す。ここでは説明を簡単にするため出力セルO_k は1個、入力セルはp個とする。

ステップⅠ （初期設定）

入力層のあるセル・グループを(+1, -1, -1)、(+1, +1, -1)、(+1, +1, +1)のいずれかひとつに、その他の全てのセル・グループをUNKNOWN、すなわち(0, 0, 0)に設定する。

ステップⅡ （前向き探索）

ステップⅠで設定した入力情報をもとに、中間セルH_j (j, …, q)に対し(3.1)、(3.2)式を評価し条件式(3.3)を満たせば、(3.4)によってそのセルの値を確定する。同様に出力セルに対し、(3.5)、(3.6)式を評価し条件式(3.7)を満たせば、(3.8)によってそのセルの値を確定し終了する。(3.3)、(3.7)を満たさなければ、その中間セル、出力セルはそれぞれUNKNOWNであり、値は0である。

ステップⅢ （後向き探索）

出力セルO_k につながるコネクションをもつ出力値0(UNKNOWN)の中間セルの中でそのコネクションの重みの絶対値 $|v_{kj}|$ の最大値をv^*とする。また、出力セルO_kにつながるコネクションをもつ出力値0(UNKNOWN)の入力セルの中でそのコネクションの重みの絶対値 $|u_{ki}|$ の最大値をu^*とする。

$u^* \geqq v^*$ の時ステップⅢ-1、その他の時ステップⅢ-2を行い、ステップⅡに行く。

ステップⅢ-1

u^* につながる入力セルI_iについて、それを含むセル・グループの値を次のように与える。$KO_k \geqq 0$ならば、3パターン(+1, -1, -1)、(+1, +1, -1)、(+1, +1, +1)の中で、KO_kの値を最大にするものを選ぶ。また、$KO_k < 0$ならば、3パターン(+1, -1, -1)、(+1, +1, -1)、(+1, +1, +1)の中で、KO_kの値を最小にするものを選ぶ。

ステップⅢ-2

v^* につながる中間セルH_jについて、このセルにつながるコネクションをもつ出力値0(UNKNONW)の入力セルの中からコネクションの重みの絶対値 $|w_{ji}|$ が最大の入力セルI_iを選ぶ。そして、このセルを含むセル・グループについてステップⅢ-1と同様にして$KH_j \geqq 0$ ならばKH_jの値が最大となるように、また、$KH_j < 0$ ならばKH_jの値が最小となるように、3パターン(+1, -1, -1)、(+1, +1, -1)、(+1, +1, +1)のいずれかひとつを与える。

出力セルの値が確定したとき、確定したセル・グループに対応する項目を前件部の命題として取り出す。また、結論は出力セルO_kの値が+1であれば“O_k is TRUE”、-1であれば“O_k is FALSE”として取り出される。セル・グループG_1からセル・グループG_nの順にそれぞれ取り得るセル・グループの値（本研究では、(+1, -1, -1)、(+1, +1, -1)、(+1, +1, +1)の3通りである。）を設定して、ステップⅠからステップⅣを行えば、結論O_kについてルールR_{k1}, …, R_{kp}が得られる。以上の手続きを一般化し、全ての出力セルO_1, …, O_rに適用することによってファジィ・ニューラルネットワークから

ルールを取り出すことができる。このとき、全く同じ前件部と結論をもつIF-THENルールのフレームが得られる場合がある。このときはいずれか1つを採用する。

3.2 ルール自身の確からしさを表す言語的真理値を与える方法

一般に、プロダクションルール自身の確からしさはそれぞれ異なると考えられ、対象領域の専門家の経験に基づいて主観的に決められることが多い。塚本はFuzzy Modus PonensとFuzzy Modus Tollens に基づくファジィ推論法[8]を提案しており、そこでは、ルール自身の確からしさがファジィ集合で定義される言語的真理値で与えられる。ここでは、ファジィ・ニューラルネットワークを用いてルール自身の確からしさである言語的真理値を求める方法を示す。

本研究のファジィ・ニューラルネットワークにおける出力（出力層のセルの値）はTRUE、FALSE、UNKNOWNの3値である。しかし、異なる2つのセル・グループのパターンの呈示に対してTRUEという出力がファジィ・ニューラルネットワークから得られたとしても、そのTRUEの意味するもの（肯定する強さ）が等しいとは言いきれない。そこで、TRUEの強さ、FALSEの強さを決める基準が必要となる。

本研究では、出力セルO_kにおける(3.5)式の値KO_kを上記の強さの基準とする。すなわち、KO_kの値が大きいほどTRUEの度合が強く、KO_kの値が小さいほどFALSEの度合が強いと判断する。具体的な言語的真理値の与える方法について述べる。ファジィ・ニューラルネットワークの入力としてベクトルXが与えられたときの出力セルO_kの(3.5)式の値KO_kを表す関数を$SUM_k(X)$とする。但し、$X=(I_1, I_2, \cdots, I_p)$である。すなわち、$G_h=(I_{3h-2}, I_{3h-1}, I_{3h})$, $h=1,\ldots,n$, $3n=p$。但し、$I_i \in \{+1, 0, -1\}$。

3.1節で出力セルO_kについて得られたp個のルールについてそれぞれ以下の式によって定義される相対的な確からしさの度合（確信度）Tを求める。相対的な確信度Tは$SUM_k(X_i)>0$となるルール（肯定ルール）の場合、すなわち、結論が"O_k is TRUE"である場合と、$SUM_k(X_i)<0$となるルール（否定ルール）の場合、すなわち、結論が"O_k is FALSE"となるときに分けて定義される。ここで、X_iはルール$R_{k\,i}$ $(i = 1, \cdots, p)$の前件部の命題である。

(1) $SUM_k(X_i)>0$となるルールの場合

$$T = \frac{SUM_k(X_i)}{SUM_k^*}$$

但し、$SUM_k^* = \max_{1 \le i \le p} SUM_k(X_i)$

(2) $SUM_k(X_i)<0$となるルールの場合

$$T = \frac{SUM_k(X_i)}{SUM_k^*}$$

但し、$SUM_k^* = \min_{1 \le i \le p} SUM_k(X_i)$

相対的な確信度Tに応じて各ルールにV.V.T. (Very Very True), P.T. (Possibly True)等の言語的真理値を与える[5]。以上の手続きを各出力セル$O_1, \cdots, O_r$について得られたルールごとに行い、全てのルールに言語的真理値を与える。

3.3 前件部の各命題の言語的な相対的重要度を与える方法

前件部の各命題に言語的な相対的重要度をもつファジィプロダクションルールによる推論を行うためには、前件部の各命題に相対的重要度を与える必要がある。本節では、ファジィ・ニューラルネットワークを用いて各命題の言語的な相対的重要度を定める方法を提案する。

前件部の各命題における相対的重要度は、ある命題の結論に与える影響力が前件部の他の命題のそれと比較してどのくらい強いかを相対的に表している。従って、ファジィ・ニューラルネットワークの入力層に対して前件部と全く同じ前提が与えられた場合の結論と前件部の命題の中の一つの命題をUNKNOWNすなわち対応するセル・グループG_hを(0,0,0)とした前提が与えられた場合の結論とを比較すれば、その命題の結論に与える影響力がわかる。ファジィ・ニューラルネットワークの結論の強さは出力セルO_kの(3.5)式の値KO_kであるから、KO_kを利用して次式から重要度V_hを求める。

すなわち、$V_h = \dfrac{D_h}{D_h^*}$ 但し、$D_h = |SUM_k(X_h) - SUM_k(X_h')|$; $D_h^* = \max_{1 \le h \le n} D_h$

ここで、SUM_kは出力セルO_kの値KO_kを表す関数であり、入力ベクトルX_hは前提部と全く同じ入力、X_h'は命題をUNKNOWNすなわち対応するセル・グループG_hを(0,0,0)とした入力、すなわち、

$X_h = (G_1, \cdots, G_{h-1}, G_h, G_{h+1}, \cdots, G_n)$

$X_h' = (G_1, \cdots, G_{h-1}, (0,0,0), G_{h+1}, \cdots, G_n)$ である。

さらに、上で求めたv_hに言語的な相対的重要度を対応させる。言語的な相対的重要度を表すメンバシップ関数から導かれた基準により前件部の各命題にファジィ集合である言語的な相対的重要度LRI_hを与えることができる[5]。このとき、相対的重要度が低い命題は前件部から除くことにする。

以上の手続きを3.1節で取り出された全てのルールに適用し、各ルールについて前件部の命題に言語的な相対的重要度を与える。

4. 医療診断への応用

4.1 肝胆道系疾患診断用のファジィ・ニューラル・エキスパートシステム

9種類の血液生化学検査成績と性別だけから識別が一般に困難である4種類の肝胆道系疾患（アルコール性肝障害、肝癌、肝硬変、胆石）の診断を行うと共に、その根拠となる一般的な診断ルールを自動抽出する機能をもつファジィ・ニューラル・エキスパートシステムを作成した。ニューラルネットワークの入力セルには性別と9種類の血液生化学検査成績（28セル）、出力セルには4種類の肝胆道系疾患（4セル）をそれぞれ対応させた。本研究で用いた血液生化学検査項目はGOT、GPT、LDH、GGT、BUN、MCV、MCH、TBIL、CRTNNであり、定期的な集団検診等で実施される範囲のものである。学習データ及びテストデータは大学病院に入院した患者の症例の中から専門医によって確定診断された536症例を用いた。

4.1.1 血液生化学検査における”あいまいさ”とその入力セルにおける表現[3]

一般に、血液生化学検査成績等の症例は年齢、性別、生活環境等の個人差、多少の測定誤差等を含んだあいまいなデータである。従って、このようなデータの”正常値”と”病的な値”の間の違いを明確に区別することは困難である。すなわち、本研究で用いている血液生化学検査成績に関する病的な度合はクリスプ集合では（2値論理的には）適切に表現できず、ファジィ集合を用いて表現した方が自然である。ファジィ集合はレベル集合表現[13]を用いることによってクリスプ集合の集まりとして近似的に非ファジィ化できる。例えば、GOT（肝細胞破壊指標）の異常の度合は次のような3つのレベルでクリスプな表現ができる。ただし、$B_{1,1}$、$B_{1,2}$、$B_{1,3}$はそれぞれGOTの病的な度合に対応するニューラルネットワークの入力セルであり、これらのセルがGOTに関するセル・グループを形成する。

$B_{1,1}$ = { GOT<=40 } 正常値
$B_{1,2}$ = { 40<GOT<=100 } 正常値か病的な値か不明確
$B_{1,3}$ = { 100<GOT } 異常（病的な値）

例えば、GOT=50であれば、($B_{1,1}$, $B_{1,2}$, $B_{1,3}$)=(+1,+1,-1)である。レベル集合表現は値が+1であるセルの個数でファジィ集合のメンバシップ値（グレード）を近似していると考えることができる。本研究では、各血液生化学検査項目に対して2つのカットオフ値（例えば、GOTでは40と100 Karmen unit）を設定することにより、3つの入力セルを用いて病的な度合を3つのレベルで表現した。

4.1.2 症例データの学習によるファジィ・ニューラルネットワークの生成

ポケットアルゴリズム[4]の学習に関する規則に従って直接的に矛盾する28症例を除き、学習データとして345人分の症例を用いて1つの出力セル（疾患に対応する）当たり50000回学習させた。これにより得られたファジィ・ニューラルネットワークを用いて未知の163人分の症例をテストデータとして診断した。

4.1.3 ファジィ・ニューラル・エキスパートシステムにおける医療診断の判定基準[3]

本研究では、FNESによる判定が専門医による確定診断と出力セルの活性度に応じて以下のように定義したいずれかの疾患と一致した場合、”正しく診断された”とする。

基準1 ：ただ1つの疾患を特定した場合
基準2 ：複数の疾患を特定した場合、KO_kが最も大きい疾患
基準3 ：複数の疾患を特定した場合、KO_kが2番目に大きい疾患
基準4 ：疾患を特定できなかった（全ての出力セルについてのKO_kが負）場合、KO_kが最も大きい疾患 （但し、加重和KO_k（線形判別式の値）は結論の強さの基準である。）

4.1.4 FNESによる診断結果

図2に中間セル数と診断精度の関係を示す。この診断に関するファジィ・ニューラルネットワークにおける最適な中間セル数は明確ではないが、中間セル数が67個の時にFNESは学習データを平均96.52%、テストデータを74.85%とかなり高い診断精度で診断している。また、中間セルを多くすると"overfittig"のためにテストデータの診断精度は低くなるが、学習データの診断精度は中間セル数にほぼ比例して高くなることがわかる。また、今回の実験では、学習データには345人分の症例を用いたが、より多くの症例を用いてファジィ・ニューラルネットワークを生成すれば、更に高い診断精度を達成することが期待できる。

4.1.5 判別関数分析との比較

FNESの有効性を確かめるために判別関数分析による診断結果との比較を行ったところ、判別関数分析では学習データに関して平均76.41%、テストデータに関して67.48%の診断精度であった。FNESは判別関数分析と比較して学習データ及びテストデータに関してより高い診断能力をもつことがわかる。特に、学習データの診断精度は両者の間に統計的にも高い有意差($p<0.01$)が全ての疾患につ

いてみられた。また、肝癌の症例のテストデータに関する診断精度はFNESが80.4%、判別関数分析は66.7%であり、このような悪性疾患の重要度を考えると、実用上かなり有効であると判断できる。また、判別関数分析を行う場合は統計的仮定（各項目の分布の正規化、共分散行列の等価）の成立を十分考慮しなければならないが、FNESは診断の対象となる疾患群の症例についての特性が不明である場合やデータに欠落値やノイズがある場合にも対処できる。

4.2 ファジィ・ニューラルネットワークを用いた肝胆道系疾患の診断ルールの抽出

4.2.1 診断ルールの抽出とその性能評価

ポケットアルゴリズムを用いた学習によって生成されたファジィ・ニューラルネットワーク（入力セル28個、中間セル67個、出力セル4個）から3章で述べたアルゴリズムを用いて54個の診断ルール（疾患を肯定するルール13個、否定するルール41個）を前件部の各命題に言語的な相対的重要度をもつファジィプロダクションルールの形で抽出した。一般に、ルール自身の確からしさの言語的真理値が弱い場合、多次元ファジィ推論ではそのルールが結論に対して弱い影響力しかもたないため、本研究では、ルール自身の確からしさの言語的真理値がV.V.T.以上の10個の診断ルールを選択した。なお、前件部の各命題に言語的な相対的重要度をもつファジィプロダクションルールを用いた推論法が林らによって3種類提案され[10]、その特性及び有効性が検討されている。抽出された診断ルールの一部を以下に2つ示す。

IF("GOT>100"&"BUN>20.0"&"MCV>100.0")
THEN 胆石ではない
　ルール自身の確からしさ：V.V.T.
　GOT　：very important
　BUN　：fairly important
　MCV　：fairly important

IF("40<GPT≦100"&"GGT≦40")
THEN アルコール性肝障害ではない
　ルール自身の確からしさ：V.V.T.
　GPT　：very important
　GGT　：very important

以下に示す評価基準を用い、診断ルールの性能評価を行った。また、性能評価用の症例は前述の判定基準1により診断されたものを用いた。

$$\frac{\text{前件部を満たす症例の中でルールの結論が専門医による確定診断と一致する症例}}{\text{前件部を満たす症例}}$$

抽出したルールの各命題の言語的な相対的重要度はvery important、important、rather important、fairly important、moderately importantの順に5段階で表現されているので、抽出した診断ルールの前件部の構成は以下に示すように5段階に分けられる。

A：言語的な相対的重要度がvery importantの命題だけからなる前件部
B：言語的な相対的重要度がimportant以上の強さの命題からなる前件部
C：言語的な相対的重要度がrather important以上の強さの命題からなる前件部
D：言語的な相対的重要度がfairly important以上の強さの命題からなる前件部
E：言語的な相対的重要度がmoderately important以上の強さの命題からなる前件部

上記の基準Aで前件部を構成した場合、疾患を肯定するルール（肯定ルール）は3個であり、診断精度はテストデータに対して14.3%～42.9%であった。また、症例の中でルールの前件部に合致するものは34症例であった。一方、疾患を否定するルール（否定ルール）は7個あり、診断精度は83.1%～100.0%と高く、症例の中でルールの前件部に合致するものは81症例であった。

4.2.2 抽出した診断ルールの医学的考察

本研究の症例では、否定ルールがルール数及び診断精度の両方で肯定ルールを上回った。これは、対象とした4疾患のうち3疾患は共通の肝臓系の疾患であるためと考えられる。実際に、専門医が検査値を評価する際には、血液生化学検査等が示している病理状態が専門医が考えている疾患に合致しているか、矛盾しているかを見ている場合が多く、問診等を考慮した自分の診断に矛盾する材料がないことを確認していることが多いため、肯定ルールの診断能力が低いこと及び数が少ないことは特に支障がない。また、抽出した診断ルールを医学的に検討してみると、肯定ルールは専門医の修正を要するが、否定ルールは理解し易い妥当な診断ルールが抽出できたと考えられる。また、否定ルールによる疾患の絞り込みは、更に専門的で詳細な臨床検査を行う際の有益な指針を与える。実際、否定ルールは専門医が自動抽出した診断ルールの一部に手を加えれば、医学的に十分実用的な診断ルールとなっていると考えられる。このようなルールの自動生成によりES構築における知識

ベース作成及びチューニングの手間を大幅に削減できると共に、診断ルールの体系化が困難な疾患群に対しても因果関係を整理する糸口を与えると考えられる。

5. おわりに

本研究では、"あいまいさ"を適切に通常のニューラルネットワーク中に反映させ、学習によってファジィ・ニューラルネットワーク上に知識を自動生成して、推論・診断を行うファジィ・ニューラル・エキスパートシステムを提案した。

肝胆道系疾患の診断のFNESを作成して実際の症例を診断した結果、従来の判別関数分析の結果と比較して、かなり良好な診断結果を得た。更に、生成したファジィ・ニューラルネットワークから前件部の各命題に言語的な相対的重要度をもつ多次元ファジィプロダクションルールを抽出する方法を示した。この方法を用いて上記の疾患を診断する一般的なルールを抽出した。このようなルールは、従来の記号処理を用いた論理的なエキスパートシステム上では専門医の協力を得ても知識の獲得と表現が困難であった。本研究の一部は電気通信普及財団及び稲盛財団の援助により行われた。

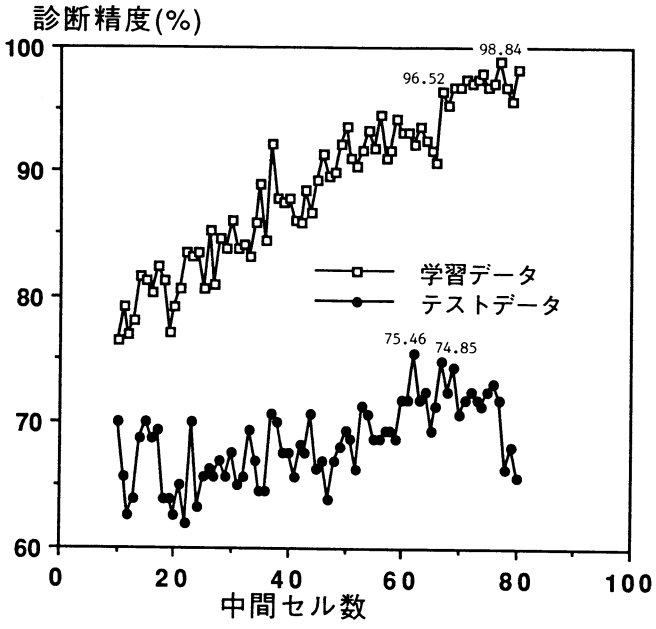


図2　中間セル数と診断精度の関係

参考文献

(1) S.I.Gallant : "Connectionist Expert System", Communications of the ACM, vol.31, No. 2, pp.152-169 (1988)

(2) K.Saito & R.Nakano : "Medical Diagnostic Expert System Based on PDP Model", in Proc. of IEEE Int. Conf. on Neural Networks, vol.1, pp.255-262 (1988)

(3) K.Yoshida, Y.Hayashi & A.Imura : "A Connectionist Expert System for Diagnosing Hepatobiliary Disorders", in Proc. of the 6th World Congress on Medical Informatics (MEDINFO89), Beijing, China (1989), in press

(4) S.I.Gallant : "Optimal Linear Discriminants", in Proc. of the 8th Int. Conf. on Pattern Recognition, pp.849-852 (1986)

(5) 林・中井 : "ニューラルネットワークを用いたファジィプロダクションルールの自動抽出", 第5回ファジィシステムシンポジウム講演論文集(1989), 学会論文誌投稿中

(6) F.Rosenblatt : "Principles of Neurodynamics: Perceptrons and the Theory of Brain Mechanisms", Spartan, Washington, D.C. (1961)

(7) M.Frydenberg & S.I.Gallant : "Fuzziness and Expert System Generation", in Uncertainty in Knowledge-Based Systems, Int. Conf. on Information Pocessing and Management of Uncertainity in Knowledge-Based Systems, Springer-Verlag, pp.137-143 (1987)

(8) T.Tsukamoto : "An Approach to Fuzzy Reasoning Method", in Advances in Fzzy Set Theory and Applications (ed M.M. Gupta et al.), North-Holland (1978)

(9) N.J.Nilsson : "Learning Machines:Foundations of Trainable Pattern-Classifying Systems", McGraw-Hill Book Company (1965)

(10) 林・中井 : "前件部の各命題に相対的重要度をもつファジィプロダクションルールによる推論", 学会論文誌投稿中 (1989)

(11) 北村・田中 : "ニューラルネットワークとプロダクションルール表現", 計測自動制御学会第9回知識工学シンポジウム資料, pp.35-38 (1989)

(12) 平藤・小野・小林 : "ニューラルネットによる多変量解析とエキスパートシステム実現法", 日本ソフトウェア科学会第5回大会論文集, pp.113-116 (1988)

(13) C.V.Negoita : "Expert Systems and Fuzzy Systems", Benjamin Cummings Publishing Co. Inc., Menlo Park, California (1985)

逐次型ファジィ後向き推論による目標類別

Target Classification by Sequential Fuzzy Backward Reasoning

野本弘平*、桐本哲郎*、大橋由昌*、広瀬保嘉**、古川裕之**
Kohei NOMOTO, Tetsuo KIRIMOTO, Yoshimasa OHASHI,
Yasuyoshi HIROSE, Hiroyuki FURUKAWA

＊ 三菱電機㈱ 情報電子研究所
Information Systems & Electronics Development Lab.
Mitsubishi Electric Corporation
＊＊ 三菱電機㈱ 鎌倉製作所
Kamakura Works
Mitsubishi Electric Corporation

Abstract This paper presents sequential fuzzy backward reasoning for target classification. The conventional fuzzy backward reasoning is employed in medical diagnoses and failure diagnoses, but is not applicable to the real time processing, such as radar systems. In the proposed method, as the feature of the target increases, the target class becomes clear by repeating the fuzzy backward reasoning sequentially.

1．はじめに

レーダ等で検出された目標がジェト旅客機であるか、高速小型ジェット機であるか等、その種類を自動的に判定する目標類別技術は、現在の航空警戒・安全のためにぜひ必要なものとなりつつある。目標を類別するための現在最も代表的な方法は、赤外線センサやミリ波センサにより得られる画像情報を解析するものである[1]。しかしこの方法は、次のような限界があり必ずしも総ての用途に適しているわけではない。①目標が遠方にあって形状として捕らえにくい場合には性能が劣化する。②目標の形状という単一情報のみを対象としており、多くの断片的な情報は無駄にしてしまう恐れがある。

そこで筆者等は、目標が遠方にあるような場合にも観測しやすい特徴量の断片的な情報を多数結合させて目標類別を行う方法を検討した。特徴量としては、レーダ断面積、光学輝度、スピード、高度などであり、これらの量をいかに結合させるかが問題となる。筆者等はこの結合にファジィ後向き推論を用いる方法を考案した。この方法は、各種類の目標はそれぞれ異なった特徴量のパタンを示すことに着目し、目標（原因）から特徴量（結果）への因果関係をファジィ関係方程式で表して、ファジィ逆問題を解くことにより、目標の種類を推論するものである。

しかし、医療診断や故障診断に用いられてきた従来のファジィ後向き推論[2]をそのままこの目標類別に応用することは、困難である。なぜなら、目標類別の場合、①総ての観測が終わってから推論を行うのではなく、リアルタイム処理が求められるからであり、②特徴量がどの順序で観測されるかは不明で、その総てが観測できるとも限らないからである。そこで、目標類別に適したファジィ後向き推論法として、一つの特徴量を観測する度ごとに目標の種類が明確になっていく、逐次型ファジィ後向き推論法を提案する。

2．ファジィ後向き推論による目標類別

目標の種類としてm個のファジィ集合を考え、目標がi番目の種類に属するメンバーシップ値をa_iで表す。このa_iを第i要素とするm次行ベクトルを$\mathbf{a}$とする。単純な場合として、目標が1機で、はっきりといずれか1つの種類に明確に当てはまるとき、$\mathbf{a}$は1つの要素が1で他の要素が0のベクトルとなる。

$$\mathbf{a}=[a_1, a_2, \cdots, a_m] \tag{1}$$

特徴量の評価としてn個の命題を考え、観測された特徴量がこの命題を満たす度合いをメンバーシップ値b_jで表す。このb_jを第j要素とするn次行ベクトルを$\mathbf{b}$とする。例えば「スピードが速い」という命題が、その目標について真である度合いが1から0の値で表されて$\mathbf{b}$の要素となる。

$$\mathbf{b}=[b_1, b_2, \cdots, b_n] \tag{2}$$

これら目標の種類と特徴量に関する命題の間には因果関係がある。i番目の目標の種類から、j番目の命題への因果関係をメンバーシップ値r_{ij}で表し、これを第(i, j)要素とするm×n行列を$\mathbf{R}$とする。

$$\mathbf{R}=[r_{ij}] \tag{3}$$

以上の因果関係は、次のファジィ関係方程式で記述できる。

$$\mathbf{a}\bigcirc\mathbf{R}=\mathbf{b} \tag{4}$$

ここで演算○はファジィ推論の合成規則であり、max-min 合成を用いる。これを成分表示すれば、

$$b_j=\bigvee_{i=1}^{m}(a_i\wedge r_{ij}) \quad ; \quad j=1,2,\ldots,n \tag{5}$$

となる。ただし、∨は max演算を、∧は min演算をそれぞれ意味する。

ファジィ後向き推論による目標類別の原理を図1に示す。目標がどの機種であるかはベクトル$\mathbf{a}$示される。この$\mathbf{a}$は、物理的に決まる因果関係$\mathbf{R}$により、観測者側に得られる特徴量のパタン$\mathbf{b}$を引き起こす。観測者は、真の$\mathbf{a}$は直接に得ることは出来ないが、因果関係$\mathbf{R}$を知識として予め持っていれば、特徴量$\mathbf{b}$は観測できるから、ファジィ関係方程式(4) または(5) を解くことにより、可能な目標の種類$\hat{\mathbf{a}}$を推論できる。この$\mathbf{a}$の推論値$\hat{\mathbf{a}}$の要素は一般に0から1の間で区間値を取り、その幅は無知の度合いを示すことが特徴である。特に逐次型ファジィ後向き推論の場合には、特徴量が一つ得られる度に、この幅が縮められていき、目標の種類が明確になっていく。

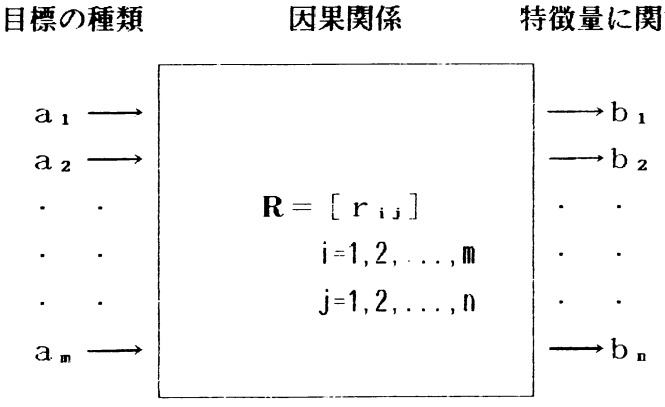


図１．ファジィ後向き推論による目標類別の原理

３．逐次型ファジィ後向き推論アルゴリズムの提案

ファジィ後向き推論は、これまで医療診断や故障診断の方法として研究されてきた。この場合、病名や故障箇所がaベクトルであり、症状や現象がbベクトルである。そして、b_1 から b_n までのすべてがそろってから一度に推論を行って、aを求める。これに対し、目標類別に応用する場合には、状況がかなり異なってくる；①b_1 から b_n までのすべてがそろうのを待っていたのでは遅すぎる。ひとつの b_j が観測される度に、それまでの情報から分る目標の種類の可能性を、リアルタイムで計算しなければならない。②しかも、その b_j はどの順序で観測されるかは不明であり、また、その総てが観測されるとは限らない。このため、目標類別のためには、ひとつの b_j が観測される度に、各目標の種類からこの b_j への因果関係の知識を呼び出してaの推論を行い、さらに前回までのaの推論結果を更新するようなアルゴリズムが必要となる。このアルゴリズムとして、逐次型ファジィ後向き推論を提案する。

このアルゴリズムは、塚本[3]のω－合成、$\tilde{\omega}$－合成を利用している。

$$u_{ij} = r_{ij} \omega b_j = \begin{cases} b_j & (r_{ij} > b_j) \\ [b_j - 1.0] & (r_{ij} = b_j) \\ \phi & (r_{ij} < b_j) \end{cases} \qquad (6)$$

$$\tilde{u}_{ij} = r_{ij} \tilde{\omega} b_j = \begin{cases} [0.0 - b_j] & (r_{ij} > b_j) \\ [0.0 - 1.0] & (r_{ij} \leqq b_j) \end{cases} \qquad (7)$$

それぞれ可能なaの上限、下限の候補を与える演算であり、ϕは解なしを表す。

k番目の推論によるaの推論値を $\hat{a}^p(K)$ と書くことにする。ここで右肩のpは複数個存在する $\hat{a}(K)$ のうち、p番目のものであることを示す。k番目の推論によるaの解の多義性の数を $p^*(k)$ と示す。k番目に観測された特徴量は、$\mathbf{b} = [b_1, b_2, \cdots, b_n]$ のうち第#(k)要素、$b_{\#(k)}$ であるものとする。各目標の種類からこの特徴量への因果関係は、関係行列Rの第#(k)列ベクトル、$\mathbf{r}^{\#(k)}$ に記されている。さらに、総ての

要素が[0.0-1.0] であるm次の行ベクトルをψとし、行列、ベクトルの転置を右肩のTで表す。提案の逐次型ファジィ後向き推論フローチャートを図2に示す。

図から分るように、逐次型ファジィ後ろ向き推論の特徴は、普通のファジィ後ろ向き推論が行列計算を行うのに対して、ベクトル計算の繰り返しとなっていることであり、小さな処理能力のプロセッサで少しずつ計算処理を行う場合にも適している。

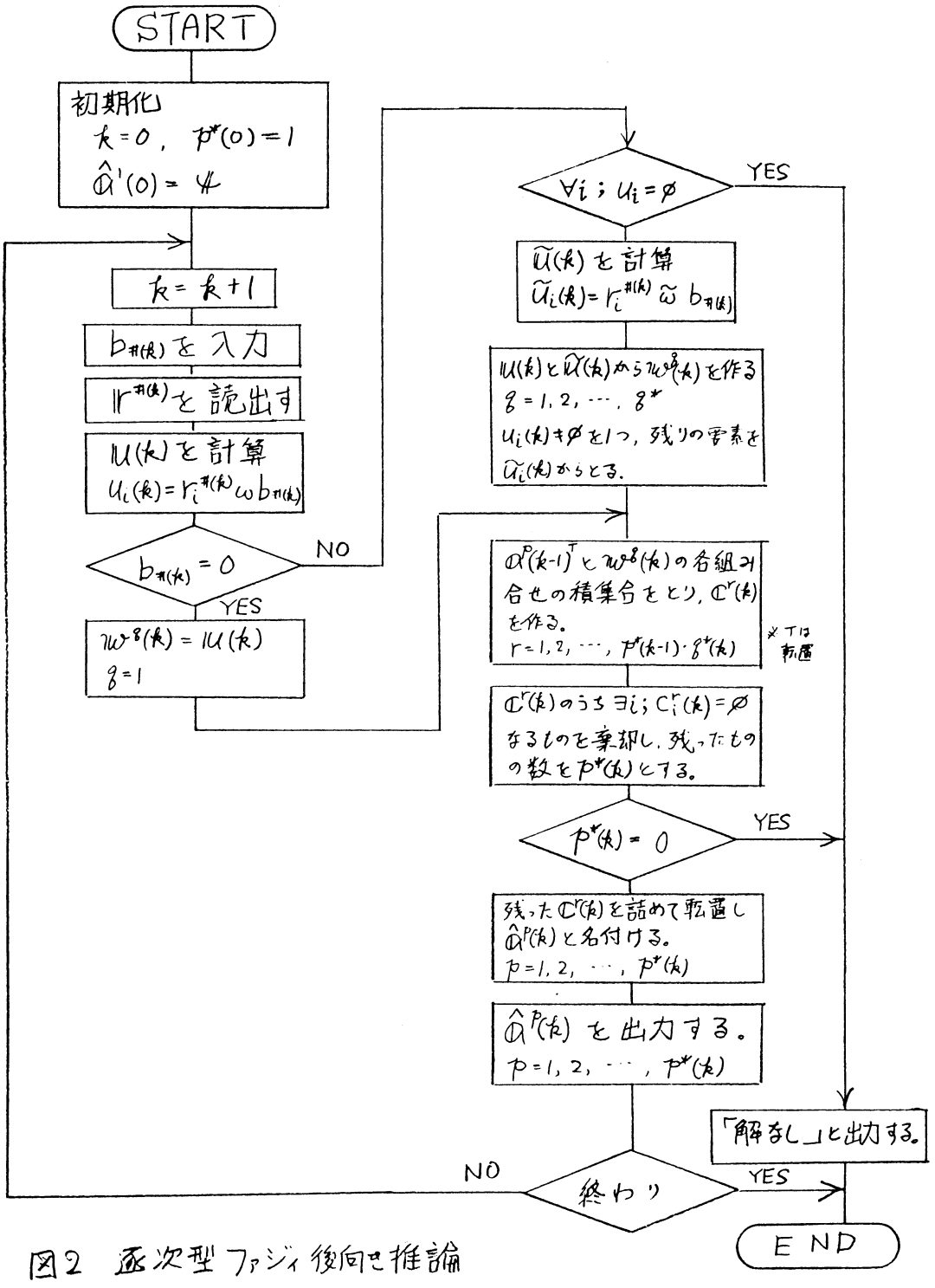


図2 逐次型ファジィ後向き推論のフローチャート

4．例題

例題を解くことにより、提案の逐次型ファジィ後向き推論による目標類別の有効性を示す。ここでは、m＝n＝3の場合を考え、目標の種類$\mathbf{a}=[\,a_1 \quad a_2 \quad a_3\,]$と特徴量に関する命題$\mathbf{b}=[\,b_1 \quad b_2 \quad b_3\,]$は次のように設定する。

a_1＝ジット旅客機　　b_1＝レーダ断面積が大きい

a_2＝プロペラ輸送機　　b_2＝スピードが速い

a_3＝高速小型ジェット機　　b_3＝定期航空路から逸脱している

$\mathbf{a}$から$\mathbf{b}$への因果関係$\mathbf{R}$は、予め次のように同定されているものとする。

$$\mathbf{R}=[\,\mathbf{r}^1 \quad \mathbf{r}^2 \quad \mathbf{r}^3\,]=\begin{bmatrix} 0.9 & 0.7 & 0.1 \\ 0.9 & 0.1 & 0.8 \\ 0.2 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

まず初期化を行う。

$k=0$

$\hat{\mathbf{a}}^1(0)=\psi=$[[0.0-1.0] [0.0-1.0] [0.0-1.0]]

さてk＝1で「スピードが速い」＝0.7 と評価されたとする。

$\#(1)=2$

$b_{\#(1)}=b_2=0.7$

$\mathbf{r}^{\#(1)}=\mathbf{r}^2=[\,0.7 \quad 0.1 \quad 1.0\,]^T$

以下アルゴリズムに従い、次の解を得る。

$\hat{\mathbf{a}}^1(1)=$[[0.7-1.0] [0.0-1.0] [0.0-0.7]]

$\hat{\mathbf{a}}^2(1)=$[[0.0-1.0] [0.0-1.0] 0.7]

次にk＝2で「レーダ断面積が大きい」＝0.8 と評価されたとする。

$\#(2)=1$

$b_{\#(2)}=b_1=0.8$

$\mathbf{r}^{\#(2)}=\mathbf{r}^1=[\,0.9 \quad 0.9 \quad 0.2\,]^T$

以下アルゴリズムに従い、次のように解を更新する。

$\hat{\mathbf{a}}^1(2)=$[0.8 [0.0-0.8] [0.0-0.7]]

$\hat{\mathbf{a}}^2(2)=$[[0.7-0.8] 0.8 [0.0-0.7]]

$\hat{\mathbf{a}}^3(2)=$[0.8 [0.0-0.8] 0.7]

$\hat{\mathbf{a}}^4(2)=$[[0.0-0.8] 0.8 0.7]

最後にk＝3で「定期航空路から逸脱している」＝0.2 と評価されたとする。

$\#(3)=3$

$b_{\#(3)} = b_3 = 0.2$

$\mathbf{r}^{\#(3)} = \mathbf{r}^3 = [\ 0.1 \quad 0.8 \quad 1.0\ ]^T$

以下アルゴリズムに従い、結局次の解を得る。

$\hat{\mathbf{a}}^1(3) = [\quad 0.8 \qquad 0.2 \qquad [0.0\text{-}0.2]]$

$\hat{\mathbf{a}}^2(3) = [\quad 0.8 \qquad [0.0\text{-}0.2] \qquad 0.2 \quad]$

以上３回までの推論から、目標はほぼa_1、すなわちジェット旅客機らしいことが判明した。そして、a_2（プロペラ輸送機）やa_3（高速小型ジェット機）の特徴はほとんど見られないことも分った。この様に、逐次型ファジィ後ろ向き推論によれば、任意の順番で特徴量が観測される度に推論が更新され、各目標らしさが次第に絞りこまれていくとがわかる。

５．おわりに

特徴量の断片的な情報をファジィ後向き推論を用いて結合させて、目標類別を行う方法を検討し、特に目標類別のリアルタイム処理に適したアルゴリズムとして逐次型ファジィ後向き推論を提案した。最後に例題により、この推論による目標類別法の有効性を示した。

参考文献

1)Bir Bhanu; Automatic Target Recognition: State of the Art Survey, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol.AES-22, No.4, pp.364-379 (1986)

2)村山、寺野；あいまい論理を用いた異常診断、システムと制御、24巻、11号、pp.719-725 (1980)

3)塚本、田代；Ｆｕｚｚｙ逆問題の解法、計測自動制御学会論文集、15巻、 1号、pp.21-25 (1979)

ホロニックファジィ推論による トレンド理解型監視エキスパートシステム

Trend Understanding Expert System (TRUSTEX) based on Horonic Fuzzy Reasoning

内田 和臣*，廣田 薫**
Kazuomi Uchida and Kaoru Hirota

＊ ㈱新潟鉄工所 内燃機事業部
Internal Combustion Engine Div., Niigata Engineering Co.,Ltd.
＊＊法政大学工学部電気工学科計測制御専攻
Dept.of Instrument and Control Eng.,College of Eng.,Hosei Univ.

ABSTRACT

Using various measured data, and by cooperation of Horonic fuzzy reasoning and Knowledge based system, TRUSTEX is developed to grasp the transition of overall operating conditions, and to understand the time-series records as transition of operating conditions on the basis of dynamic characteristics rules, which is applied to diesel engine monitoring system.

1．はじめに

監視型エキスパートシステムは、その基本タスクとして、データ解釈問題と診断問題を含んでいる[1]。運転状況が時事刻々変化し、それに従って特性が変化するようなシステムにおいて、異常を検知するには、こうした状況を解釈し、その状況に応じた診断をすることが求められる。加えて、センサや計測器自身の異常を監視し、もし故障が起きたとしてもそれなりに機能を維持しながら作動するといったフォールトトレラントなシステムが求められている[2]。NIIGATA TRUSTEX は、このような課題に対して、ホロニックファジィ推論と知識ベースシステムとを協調的に組み合わせることにより、何種類かの計測データの時系列記録から全体運転状況の遷移を理解することによって、時間変化の理解に基づく判定と唯一のセンサに依存しない総合的な推論を可能にしたものである。それをディーゼルエンジンの監視に適用した。

2．ディーゼルエンジンの監視

従来ディーゼルエンジンの異常検出は、

1）計測値の上限、下限をあらかじめ設定しておき、その許容範囲内に入っているかみる。
2）計測値の平均値あるいは基準関数からの偏差が、その許容範囲内に入っているかみる。

の方法が基本となっており、一般的な方法である。

その他にも種々研究され実施された例があり[3]、最近では、知識工学的なアプローチが有効と考えられ、ファジィ論理に基づく異常診断[4][5]、ディーゼル機関車の診断エキスパートシステム[6]が試みられている。当社でも、警報発生時にリアルタイムで診断を行うＥＤＥＮエキスパートシステムをパソコン上で開発し製品化している。しかし、これまでの判定方法は準静的な状態に関して有効であり、時間的推移に対する動

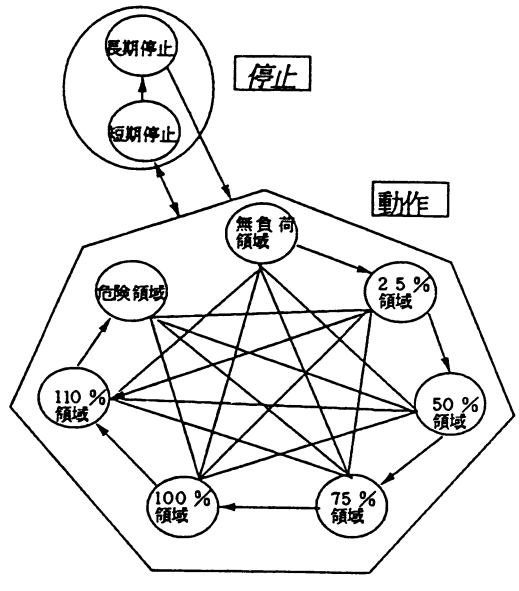


図1 ディーゼル機関の負荷状態遷移

的な判断ができない、また、通常は唯一のセンサからの値を信じるしかない、などの制約があった（例えば、エンジンの始動・停止についていえば、エンジン回転数だけに基づいて判断している）。図１に示すディーゼルエンジンの状態遷移を例に取って説明すると、無負荷領域から１００％領域の間を緩やかに遷移するのがエンジンにとっては好ましいが、運転状況に応じて急激な負荷変動が生じることの方が多い。場合によっては１００％定格を超えて１１０％領域、危険領域にまで達することもある。エンジンは、動特性を持っており負荷がすばやく変化しても、応答性の悪い物理量はゆっくりと変化するという過渡的状態が出現する。その状態で従来の判定方法を適用すると、異常として判定されてしまう。そのため、猶予時間を過渡状態の予想持続時間より長く設定して、猶予時間内は異常とは判定しない等の工夫がなされている。しかしそうすると、実際の異常に対しては猶予時間分だけ遅れてしまうことになる。また、現状の負荷状態を電力計、馬力計などの唯一のセンサに依存しているためこのセンサが故障した場合には、正しい判断ができなくなるばかりでなく、監視システム自体の暴走にもつながる可能性がある。また、判定しなければならない項目の種類によっては、急激に負荷が変化したときに起きるなど、局面状態間の遷移とその速度の履歴に関係するものもあるので、そうした局面の時間的推移を理解できることが望まれている。

一方専門家が異常を発見したり、故障を解析したりする際には、幾種類かの計測データのタイムチャートを追いかけることにより、その時間的流れから全体状況の把握、検出器のチェックまで行っている。現場において、タイムチャートがない場合でも、頭の中で同様の事を行っていると考えられる。その思考においては、経験的ルールだけでなく、計測値に対していわゆる深い知識の利用によってチェックを行ったり、特性を考慮して変化パターンを読み取ったり、種々の計測値を総合的に判断して全体状況を判断したりしているように思われる。

３．ＮＩＩＧＡＴＡ　ＴＲＵＳＴＥＸ

図２にＴＲＵＳＴＥＸの構造を示す。ＴＲＵＳＴＥＸは、サンプリングデータに基づく局面状態の位置と変化の理解とデータチェック機構、その結果の蓄積による履歴パターンの理解、そして監視故障診断というモジュール群で構成されている。

３－１　局面状態変化の理解

局面状態変化の理解のために、階層構造を考え、第１レベルから第３レベルまでの３層構造にした。第１レベルでは、検出系の精度を考慮した項目毎の物理量の変化を抽出する。第２レベルでは、第１レベルで得られた物理量変化を動作系の特徴と照らし合わせ、動作系内の項目としてどの程度有意な変化かを認識する。第３レベルでは、第２レベルで得られた個々の項目の変化状態により全体の状態変化を理解する。それにより、各レベルに応じた特徴をモジュール化できるため、様々な動作系に対して適用が容易になり、上位のレベルによって下位のチェックを行うことが可能となる。

第１レベルは検出系の精度、計測の精度を考慮して算出した変化度（ν）で物理量の変化を表現しているが、必ずしも動作系の特質の応じた変化の有意さを反映しているとはいえない。例えば、エンジンでは、排気温度の計測系での精度を３℃として、５℃では物理量変化として十分よく捕らえられる。しかし、エンジン系として排気温度は定常状態でも10℃ぐらい変化しているのが正常だとすると、５℃をエンジン状態変化とはいいにくい。そして、その境界は曖昧である。そこで、動作系の特徴を考慮したレベルをファジィ推論により算出する。

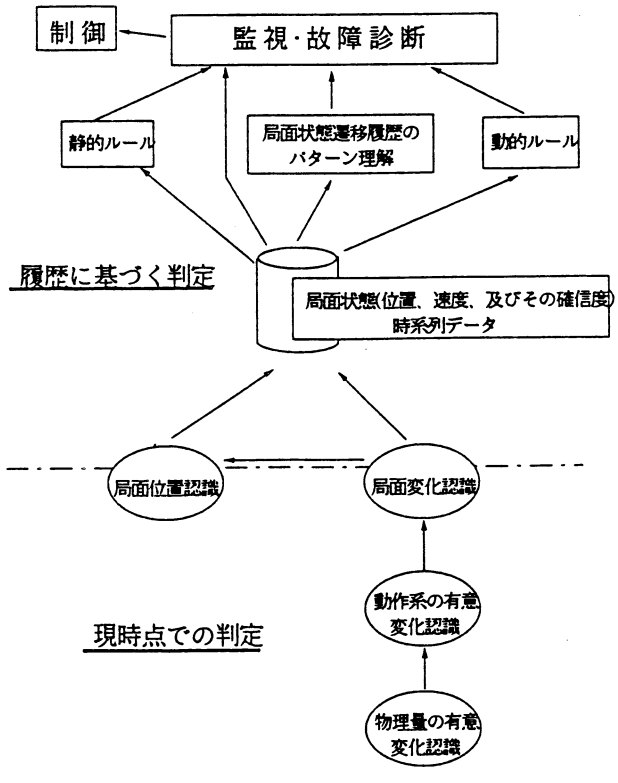


図2　TRUSTEXの概略構造

ンの値に対して各変化レベルをファジィ数で表す。今、レがXの時変化レベルは、結論部のファジィ集合で表され非ファジィ化されて一つの値（ｇレ）を決定する。変化レベルとして、人間の感覚に合わせて、1。超急下降、2。急下降、3。下降、4。下降気味、5。一定、6。上昇気味、7。上昇、8。急上昇、9。超急上昇を設けた。1と9は特定の局面でしか起こりえないようなレベルで、状態認識の上でデータのチェックにも利用できる。

動作系はある動特性を持っており、各項目の変化はその動特性に依存している。第3レベルでは全体の局面変化を負荷の上昇、低下の観点から捕らえパターンを理解させる。まず、パターンを1～13に分け、1。急低下したところ、2。急低下中、3。アンダーシュート、4。低下後の過渡状態、5。低下中、6。やや低下中、7。安定、8。やや上昇中、9。上昇中、10。上昇後の過渡状態、11。オーバーシュート、12。急上昇中、13。急上昇したところのように意味付けを設定する。ここで過渡状態とは負荷状態の変化にたいして応答の遅い物理量がまだ安定していない状態のことをいう。推論は次のような方法を採用している。

3-1-1 ホロニックファジィ推論により、結論部のファジィ集合を求める。

まず、図3によりホロニックファジィ推論について説明する。（ａ）はファジィ数Ｆｚ１～ＦｚＮ，（ｂ）はファジィ数に対応する領域Ｄｚ１～ＤｚＮ，（Ｃ）は最終結論部のファジィ集合Ｇｚ１～ＧｚＮを示している。まず、各検出項目ごとにファジィ数Ｆｚ１～ＦｚＮを定めておき、その項目の変数値にしたがって、対応する領域Ｄｚ１～ＤｚＮの値を求め、最後に各領域Ｄｚ１～ＤｚＮごとに相加平均を求め、その分布を最終結論部のファジィ集合Ｇｚ１～ＧｚＮとする。図において、項目1（たとえば過給機回転数）の領域Ｄｚ３は100％、・・・、項目5（たとえば排気温度）の領域Ｄｚ３は0％という具合にレベルが定まる。同様にすべての領域について実行すると、最終結論部のファジィ集合Ｇｚが求められる。この長所は、0％の項目が存在してもそれが全く否定されることはないということである。これは各項目それぞれが、全体の状態についての主張をし、各状態領域それぞれについて確信度にあたるグレードを持ったファジィ集合がその総合結果として求められると考えればよい。この方法により局面変化状態を求める。

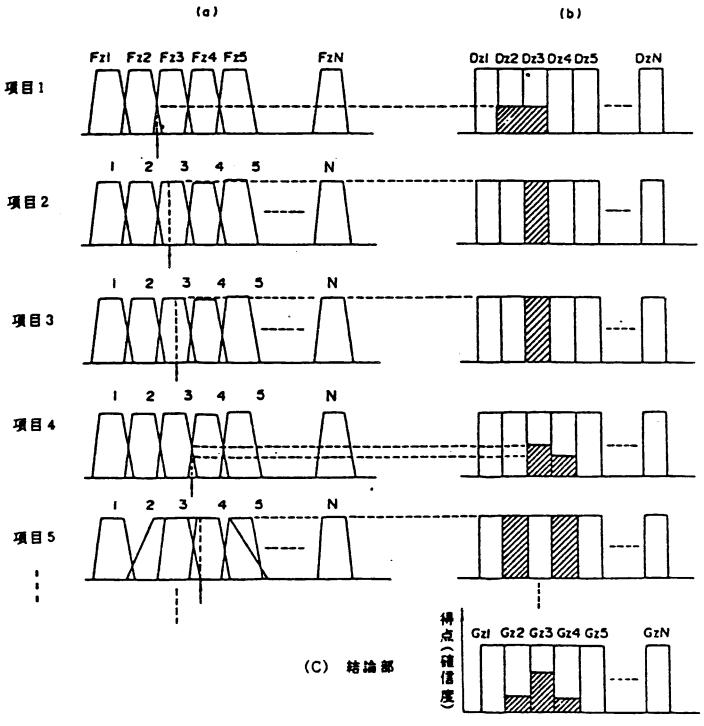


図3 ホロニックファジィ推論

項目毎に、変化レベルを横軸にとって上述の局面変化状態を予めファジィ数で表しておき、第2レベルで得られた変化レベルｇレにより後件部のファジィ集合を導く。それを動作系の変化を判断するための必要項目群について行いホロニックファジィ推論の最終結論部（ファジィ集合）を出す。その際、項目間の独立性を保つのと、項目としての結果を安定化するために、同じ意味をもつ項目（例えば、多数シリンダがあるエンジンでのシリンダ出口排気温度）内でホロニックファジィ推論を行い、それを代表結果とするグループ内推論を前もって行っている。

3-1-2 クリスプなルールにより非ファジィ化を行う。

3-1-1によって得られたフィジィ集合は、局面変化状態を比較的良く表しているが、しかし局面変化に対して応答性のよい項目はすばやく一定になり、一方応答性の悪い項目は急変化がおきても一定のままの持続機関が存在するので、まだ十分とはいえない。

そのために、局面状態が継続的に変化している時は別として、ステップ的に変化するような場合には、変化レベル一定（この場合だとＤｚ５）の項目が存在しやすい。即ち、潜在的に安定という局面変化の得点が高いといえる。このように潜在的に強いものの影響を小さくしたり、小さな変動に鈍感になるような知識（ルール）を導入し、非ファジィ化を行う。

３－２　局面状態位置理解

同様なファジィ推論を、局面状態の位置を総合的に判断する方法にも適用した。やはりエンジンの負荷状態１。長期停止、２。短期停止、３。無負荷領域、４。25%領域、５。50%領域、６。75%領域、７。100 %領域、８。110 %領域、９。危険領域のように１～９の局面状態位置を考えた。

３－３　データチェック機構

局面状態の位置及び変化をホロニックファジィ推論と非ファジィ化ルールによって理解することができたが、更に自律的なシステムにするためには、その結果を更に上位の判断により吟味する必要がある。そこで、データチェック機構モデルを採用した。動特性ルールと非ファジィ化のメタ戦略により、局面状態の位置、及び変化の理解と局面状態の遷移履歴理解とが強調的な構造を持っている。すなわち、局面状態の位置、変化の理解から得られる結論が、遷移履歴から見てシステム動作として考えられなければ、何らかのデータ異常とみなせるであろうし、それが妥当であれば履歴の一つとしてつけ加えられる。また、その総合判断を基に、異常な検出器を発見する。さらに、メタルールによって局面状態に対応したファジィ数テーブルに置き換えることにより、その状態での細かな認識を可能にしている。

３－４　遷移変化理解

データチェック機構により得られた現局面理解の結果は毎回保存されて、局面状態の履歴を理解する上で利用される。遷移履歴の理解は、現在に近い過去の状態から現在の状態への流れを理解し、広い時間スパンでの大局的な流れの理解をするという構造にした。

３－５　監視・故障診断

エンジンの状態を大きく停止と動作に分け、前者を長期停止、短期停止に、後者を始動、始動後、運転中に分けた。運転中を更に定常と非定常に分けた。履歴理解により、現在どの状態にあるかを知り、例えば、運転定常状態にあれば、静的ルールを用いた診断を行うなどの診断戦略をとるので、従来の監視方法も状態に応じて適切に使用することができるようになる。また、従来の方法の欠点であった猶予時間による警報遅れとか誤警報もなくなり、信頼性の高い監視、故障診断が可能になる。

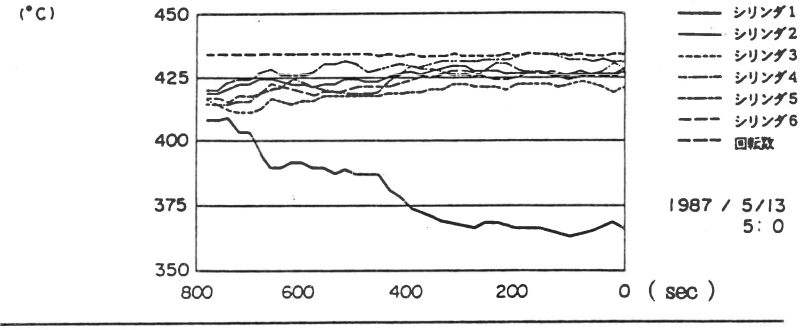
４．ＴＲＵＳＴＥＸの検証

通常燃料は、燃料弁が詰まらないように、燃料フィルターで微塵を除去されエンジンに送られる。このシステムの検証として、燃料フィルターの除去性能を悪化させて100 時間の耐久運転し、その時の実データを基に燃料弁の詰まりをシステムがきちんと発見できるかどうかをＴＲＵＳＴＥＸを使ってチェックした。

検証運転時は、機関員が常時傍らにいて監視しイベント記録をとった。実データは20秒毎にサンプリングされフロッピーディスクに蓄えられており、ディスクに蓄えられたデータを１サンプリングづつ読み込むことによって、擬似的にオンライン監視と同様な環境とした。

項目毎の変化認識の代表例を図４に示す。これは、排気温度の例で、上半分がトレンドグラフで下半分が得られた変化レベルであり、左側が１サンプリング毎の変化レベルｇレ１、右側が人間の感覚に近い変化レベルｇレ２、上から順にシリンダ１からシリンダ６までを表している。図11の中で、一つだけが下降しているが、これはシリンダ１である。そのほかは、緩やかに上昇している。この事を下半分の数字ははっきりと示している。シリンダ１が下降を始めたとき２或いは３の変化レベルを示し、それと同時に、他のシリンダは６或いは７を示している。ｇレ１に比べて、ｇレ２は細かいばらつきに影響されずそのトレンドを良く表現している。

総合的な負荷状態判断とその遷移理解の代表例を図５に示す。上半分がトレンドグラフで



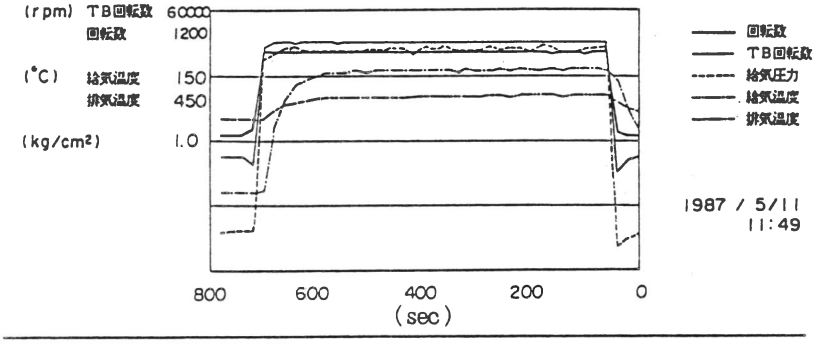
シリンダ

5535235654545555333454555655555555555654 553323333455555533333434445555554555565 1
5665655555556555655555554555555555555556 556666655555555555565666555555555555555 2
5455575555655555555555655555565555555546 555557565555555565555556655555555555555 3
4555665654555555766555555566545555555664 555557776654444577667555576555444555575 4
5655654555655535555555555555555555555555 555576655555565555555555555555555555555 5
5565665555555555555655555555555555555556 555557665555555555566666555555555555555 6

変化レベル gv1　　変化レベル gv2

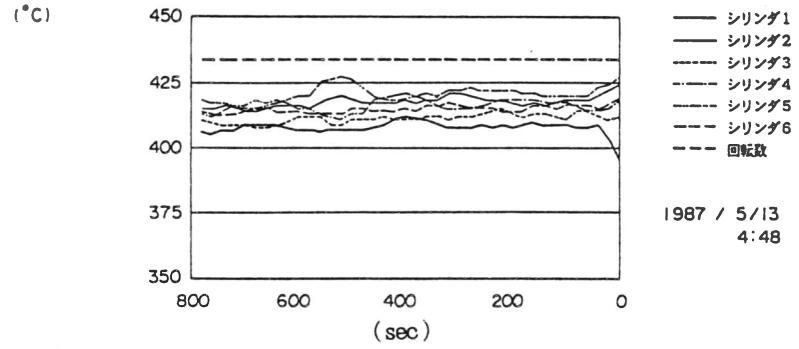
1-超急下降 2-急下降 3-下降 4-下降ぎみ 5-一定
6-上昇ぎみ 7-上昇 8-急上昇 9-超急上昇

図4 項目ごとの変化認識の例



20秒前に、負荷が下降して、１００％領域から、２５％領域になりましたが、負荷が、たぶん、急低下後の過渡状態です。
ＴＢ回転数が、アンダーシュートしました。現在も、負荷領域は変わっていません。この十分間での状態をみると、大きな負荷変動がありました。全体の基調は、大体上下変動です。

図5 全体局面の遷移理解の例



１００％領域で、安定していましたが、現在も、負荷領域は変わっていません。この十分間での状態をみると、大体安定しています。負荷状態から判断すると、排気温度ＣＹＬ．２　排気温度ＣＹＬ．３　排気温度ＣＹＬ．４　排気温度ＣＹＬ．５　排気温度ＣＹＬ．６　排気温度ＴＢ入口１　排気温度ＴＢ入口２　が高くなっています。排気温度ＣＹＬ．１　が低くなっています。　＊＊ 排気温度ＣＹＬ．１の燃料弁が、詰っています。　＊＊

図6 故障診断の例

下半分がその時の総合的な負荷状態判断とその遷移理解を表現したメッセージである。エンジン回転数、過給機回転数、給気圧力、給気温度、排気温度の５項目によって負荷状態を総合的に判断させている。横軸は、現在を基準（０）として過去の時間（秒）をとってある。近過去の状態、現在の状態、トレンドグラフ全体の理解をメッセージとして表現している。

監視・故障診断の代表例を図６に示す。排気温度のグラフである。排気温度の中では違いが出ているが、排気温度グループ内のホロニックファジィ推論の結果を全体の状態把握に使うためそれらの影響は受けていない。負荷状態は安定とみなされている。負荷状態が安定であると、静的ルールが働く。ここでは、全体として認識された負荷状態に対して項目として主張した負荷状態位置が違う場合、その範囲を逸脱したものとしてそれらが高いのか低いのかを併せて記述するようにした。

もし、ＴＲＵＳＴＥＸが異常判断をした場合にはその日時をプリント出力させた。そのプリント出力の日時の前後のデータを専門家が評価した。また、機関員のイベント記録との比較を行った。その結果、機関員の発見した燃料弁のつまりは、すべて機関員と同等に発見することができた。燃料弁のつまりは、ノズルに異物がつまる現象なので高圧で燃料噴射をされていると自然に復帰してしまうこともある。このように、いったんは燃料弁がつまったものの自然に復帰したとみなされるものがあった。

５．おわりに

ＮＩＩＧＡＴＡ　ＴＲＵＳＴＥＸでは、何種類かの計測データを用いて、ホロニックファジィ推論と知識ベースシステムとを協調的に組み合わせることによりシステム一全体の運転状況を把握することによって、一つのセンサに依存しないフォールトトレラントな認識方法を実現した。また、その結果の時系列記録をシステムの動特性ルールにより運転状況の遷移として理解することによって、

１）エンジンの特性を考慮した計測値の変化を認識する。
２）時間軸のある一点についてのみでなく、時間変化の理解に基づいて判定する。
３）総合的な判断を、唯一のセンサに依存しない。また逆に、センサの故障を総合的な推論により判定する。

という機能を持ったトレンド理解に基づく監視システムを可能にした。

監視型のエキスパートシステムを構築する際、専門家の持っている動的な表現をどう扱うかという問題があるが、このＴＲＵＳＴＥＸのようにファジィルールと組み合せ、定性的な専門家の表現をそのまま記号としてクリスプなルールにいれてしまうことが可能となった。ＴＲＵＳＴＥＸでは、比較的汎用性のある知識だけを使用しただけの検証であるが、イベントレポートとの比較、専門家による評価によれば、正確な判断をしているといえる。

参考文献

［１］　小林重信、「知識システムにおける問題解決と類型的タスク」、第６回知識工学シンポジウム資料、11／16、1987

［２］　内田和臣、他、「故障診断のための知識獲得の諸問題」、日本機械学会関西支部第156 回講習会教材、99／108 、1988

［３］　シンポジウム「機関の故障診断」、舶機誌，vol.14、No.11、905/950 、1979

［４］　Terano,T.,et al.,"Diagnosis of Engine Trouble by Fuzzy Logic", Preprints of the IFAC Congress ,1621／1628, 1987

［５］　Chiu-Feng Wu,et al.,"A MAN-MACHIN INTERACTIVE MICROCOMPUTER SYSTEM FOR DIAGNOSIS OF ENGINE TROUBLE BY FUZZY LOGIC",Ind. Electron. Control Instrum. Proc., 135／138 , 1981

［６］　Bonissore,P.P.,et al.,"Expert system for diesel electric locomotive repair",Human systems Management,4, 255 ／263 , 1984

ファジィ制御系の安定性

The Stability of Fuzzy Control System.

前田幹夫*, 村上周太*, 稲毛勝行**

Mikio Maeda*, Shuta Murakami*, Katuyuki Inage**

* 九州工業大学 工学部

* Kyushu Institute of Technology

** 立石電機（株）

** OMRON Tateishi Electronics Co.

ABSTRACT

It is difficult to analyze the stability of fuzzy control system. But, it has been required to use the fuzzy controller to the real system. Therefore, we discuss the stability of fuzzy control system by using the phase plane analysis.

1. はじめに

ファジイ制御は，大きなプロセスの制御に最初の応用がなされたのであるが，最近になって大きなものから小さなものへと，次第に身近なものにも応用が波及してきている．

制御対象には，厳密な数学モデルの同定が困難であったり，モデルが作成できない分野が少なくない．ファジイ制御は，そのような制御分野に対する新しい制御方法として適用[1]されてきた．

しかし，ファジイ制御系がなぜうまく作動するのか，またどのような条件の下で安定なふるまいをするのか，といった可制御性や安定性が論じられることはなかった．このため，ファジィ制御装置が安定な動きをするという保障を与える事ができず，実用化への不安材料となる場合がある．またこのような議論は，ファジィ制御装置の普及だけでなく，制御装置の設計の指針を与えると考えられる．

ファジイ制御装置の数学モデルは非線形なので，制御系は非線形制御系となる．非線形制御系の安定問題[2]を扱う方法として位相面解析[3]がある．本研究では，ファジィ制御系の位相面を描くことによって，安定性を解析した．

2. ファジィ制御系の安定性

2.1 ファジィ制御系の概要

ファジィ制御系は，系の数学モデルが得られない，またはそれが複雑すぎて解析が難しい制御系である．従って，ファジイ制御系には，制御対象の数学モデルが得られない場合（図 2.1）と得られている場合とがある（図 2.2）．

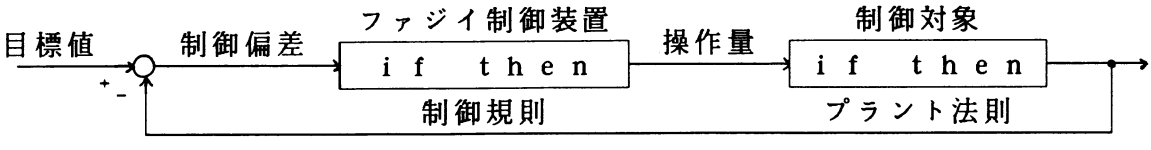


図 2.1 ファジイ制御系の概念図（制御対象の数学モデルが得られない場合）

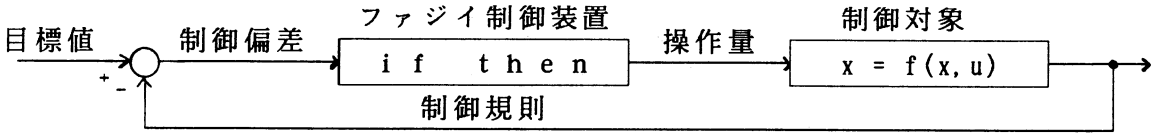


図 2.2　ファジイ制御系の概念図（制御対象の数学モデルが得られる場合）

また制御規則の形式によって，位置型／速度型に分けられる．これは以下に示すように制御規則の後件部にあらわれる操作量の形による分類である．

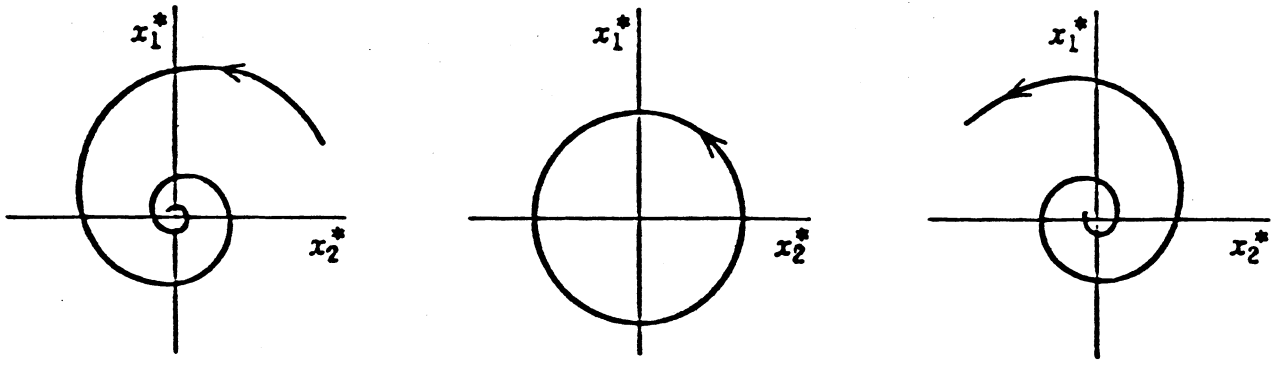
位置型　：　If e is P , Δe is P then u is N

速度型　：　If e is P , Δe is P , Δ^2e is P then Δu is N

2.2 安定性の解析

安定性の定義はいろいろなものが提案されているが，ここでは入出力安定性の定義[3,4]を用いる．これは，入力が有界である限り，それに対する出力は有界であるという定義である．つまり制御系が暴走するか，どうかについてのみ考察の対象とする．

従って位相面を用いた入出力安定性の判別は，位相面軌道が発散するか，収束するか，リミットサイクルとなるかどうかがわかればよい．（図 2.3 参照）



(漸近的安定)　　(安定限界)　　(不安定)

図 2.3 位相面軌道による安定性の判別

ファジィ制御装置の数学モデルは，簡単な制御装置の場合でもかなり複雑なものとなる．以下に，前件部／後件部共に一変数で，前件部のメンバーシップ関数（三角型）の分割数が３分割である（図 2.4 参照）制御装置の数学モデルを示す．

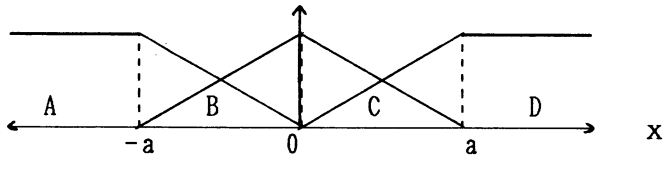


図 2.4 想定した制御装置のメンバーシップ関数 h(x)

簡略推論法を用いると制御装置の出力は式（2.1）で与えられる．

$$u = \frac{h_1(x)\cdot u_1 + h_2(x)\cdot u_2 + h_3(x)\cdot u_3}{h_1(x) + h_2(x) + h_3(x)} \qquad (2.1)$$

ここで，h_i，u_i は各規則の適合度，操作量である．式(2.1) を入力変数(x)に関する式に書き換えると，式 (2.2) のように図 2.4 における A,B,C,D の各領域毎に分割された形になる．

$$u = \begin{cases} u_1 , & x < -a , \\ \dfrac{x\{ u_2 - u_1 \} + a \cdot u_2}{a} , & -a \leqq x \leqq 0 , \\ \dfrac{x\{ u_3 - u_2 \} + a \cdot u_2}{a} , & 0 \leqq x \leqq a , \\ u_3 , & a < x , \end{cases} \qquad (2.2)$$

さらに前件部が２変数の場合は最小値をとる演算が加えられるため，より複雑なものとなり解析に用いることは難しい．このためファジィ制御系の解析では，記述関数法や，リアプノフの安定判別法といった方法を用いることができない．そこで制御系の位相面を描くことによって安定性を解析する．

位相面を用いた入出力安定性の判別では，すでに述べたように解軌道が発散するかどうかを調べる必要がある．ファジィ制御系では，等傾斜線法が使えないため領域の格子点における解軌道の傾きを表示することによって領域内の解軌道のふるまいを表示する方法を用いた．これにより，位相面上の任意の座標における解軌道の傾きは，その周辺の傾線の平均をとることによって近似的に求められる．これは，ファジィ制御装置の出力が，なだらかに変化する（式 (2.2) 参照）ため，任意の座標における解軌道の傾斜は，その座標近傍の傾斜の平均値が近似値として与えられる．従って解軌道は，等傾斜線法の場合と同様に描かれた傾線に沿ってつづっていくことにより近似的に求まる．

入出力安定性は，位相面上の解軌道が発散するかどうかが読み取れれば判別されるので，このような傾線の表示による近似的な方法で十分わかるのである．

3. 位相面解析

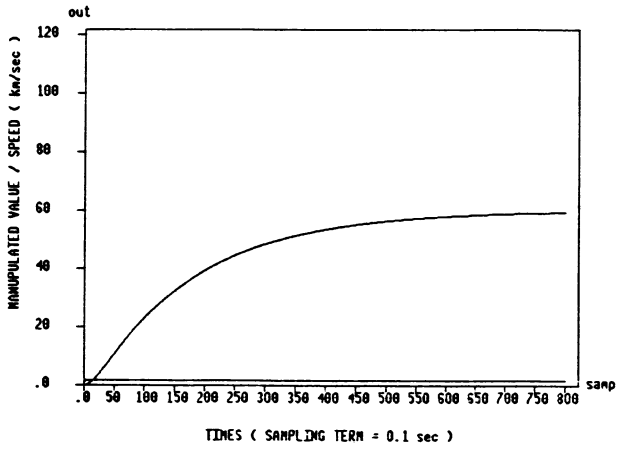


図 3.1 モデル 1 のステップ応答

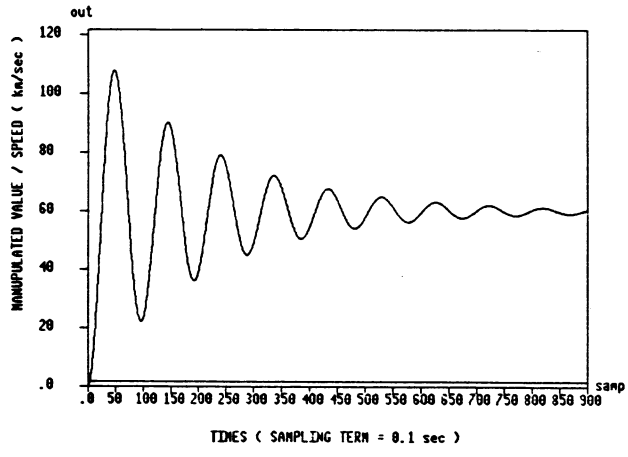


図 3.2 モデル 2 のステップ応答

制御対象は式（3.1）に示す2次遅れ系である．

$$\ddot{x} = -a\dot{x} - bx + cu \qquad (3.1)$$

解析に用いた二つの制御対象（モデル 1,2）のステップ応答を図 3.1,3.2 に示す．

3.1 位置型制御系の解析

制御装置は以下に示すような位置型制御装置である．

制御装置の仕様　：

前件部変数　：　制御偏差 e，制御偏差の差分 Δe

後件部変数　：　操作量 u

ファジィラベル数　：　前件部　3，後件部　7

前件部のメンバーシップ関数　：　三角型

推論方法　：　簡略推論法

各変数のサポート集合，および制御規則を表 3.1 に示す．

表 3.1

e，Δe，u のサポート集合

	最大値 a	最小値 b
e	10	−10
Δe	2	−2
u	9.16	−5.84

制御規則

		e		
		P	Z	N
Δe	P	PB	PM	ZE
	Z	PS	ZE	NS
	N	ZE	NM	NB

この制御系の位相面と，時間応答を併せて以下に示す．時間応答のグラフでは負の操作量は描かれていない，また位相面上に描いた傾線端の・は，解軌道の進む方向を示す．

時間応答に対応する位相面軌道は，＊点から出発する軌道である．これらの図から前節で述べたように解軌道が周辺の傾線に沿って進んでいる様子がわかる．傾線の様子から解軌道が発散することはないといえる．従ってこれら2つの制御系は入出力安定性を備えていると判断できる．

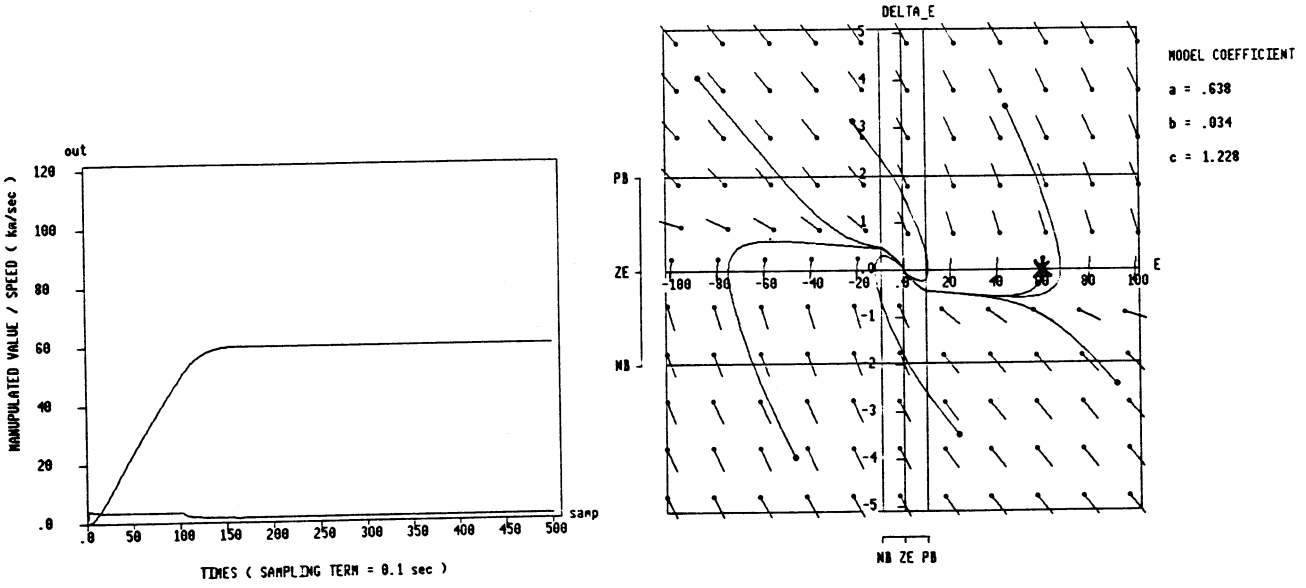


図 3.2 モデル 1 の時間応答と位相面図

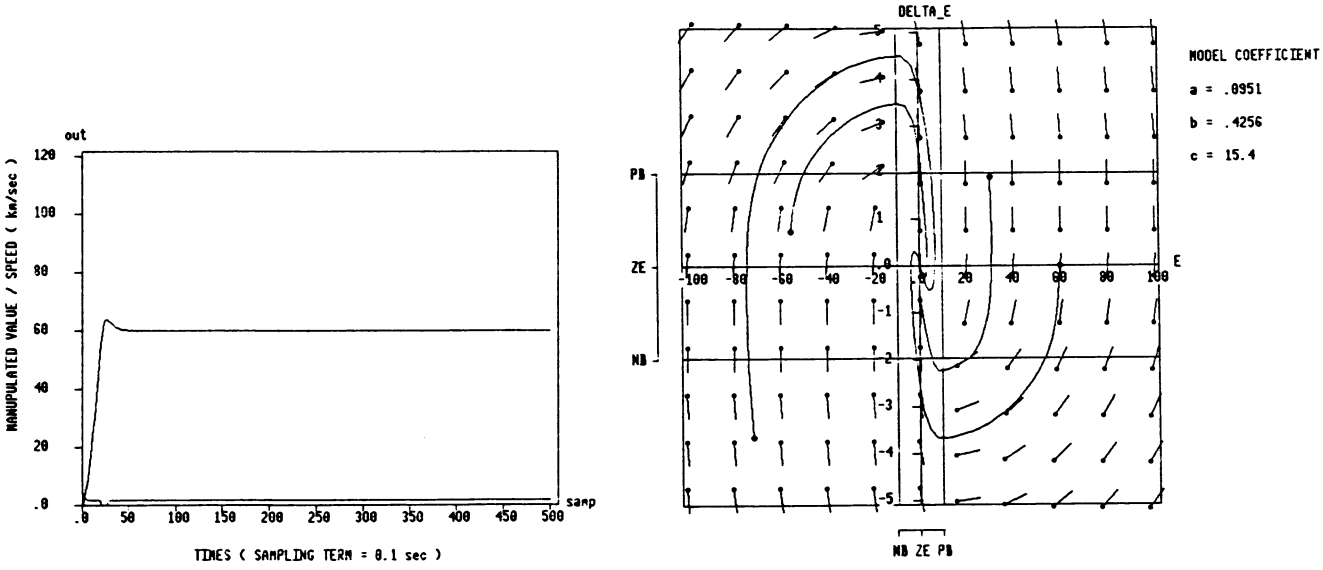


図 3.3 モデル 2 の時間応答と位相面図

3.2 速度型制御系の解析

制御装置の仕様は，以下の通りである．

前件部変数 ： e，Δe，Δ^2e（偏差の二階差分）

後件部変数 ： Δu

ファジイラベル数 ： 前件部 3，後件部 7

前件部のメンバーシップ関数および，推論方法は位置型と同じ．

制御規則と各変数のサポート領域を，表 3.2 に示す．

表 3.2

e，Δe，Δ^2e，u のサポート集合

	最大値 a	最小値 b
e	40	−40
Δe	0.5	−0.5
Δ^2e	0.1	−0.1
Δu	−3.5	−3.5

制御規則

e = P

Δe \ Δ^2e	P	Z	N
P	PB	PB	PM
Z	PB	PM	ZE
N	PM	ZE	ZE

e = Z

Δe \ Δ^2e	P	Z	N
P	PM	PS	ZE
Z	PS	ZE	NS
N	ZE	NS	NM

e = N

Δe \ Δ^2e	P	Z	N
P	ZE	NS	NM
Z	NS	NM	NB
N	NM	NB	NB

入力変数が3つなので位相空間は三次元になる．ここでは，Δ^2e，Δeの位相面をeの値によって位相空間を切った平面で表示した．従って解軌道と，傾線の方向は，eの値が変化するにつれて合わなくなる．にモデル 1 について時間応答とeの各値(P,Z,N)における位相面を示す．

この位相面からも位置型制御系の場合と同様に，解軌道が発散しないことがわかるので入出力安定性を備えているといえる．

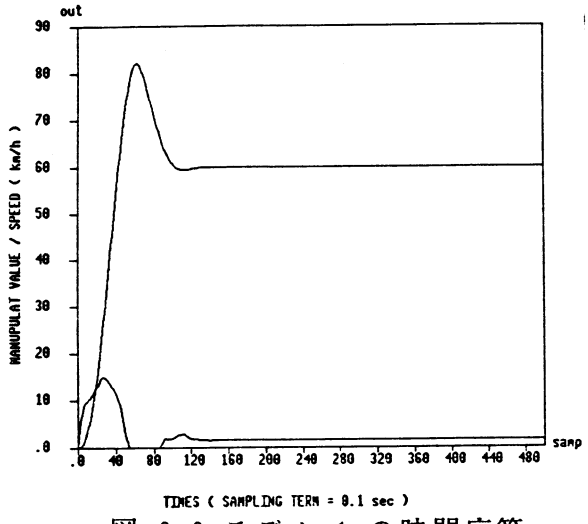


図 3.3 モデル 1 の時間応答

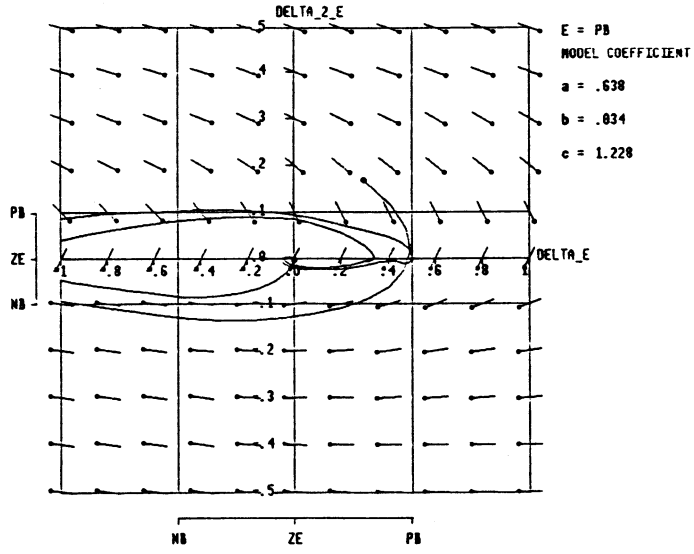


図 3.3 a モデル 1 の位相面 (e is P)

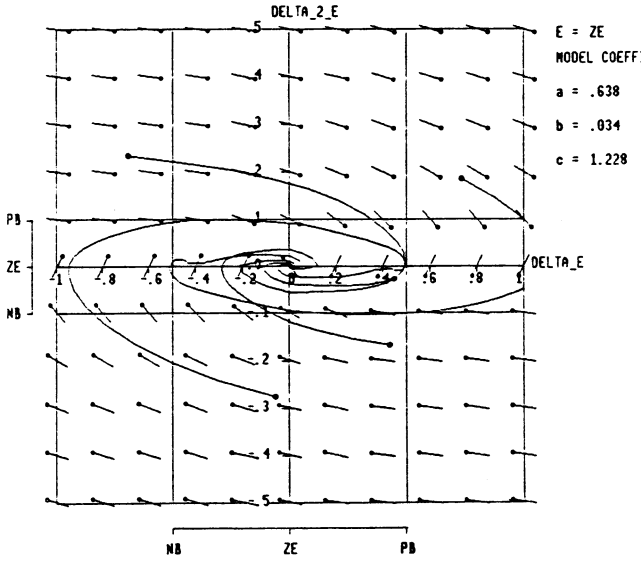


図 3.3 b モデル 1 の位相面 (e is Z)

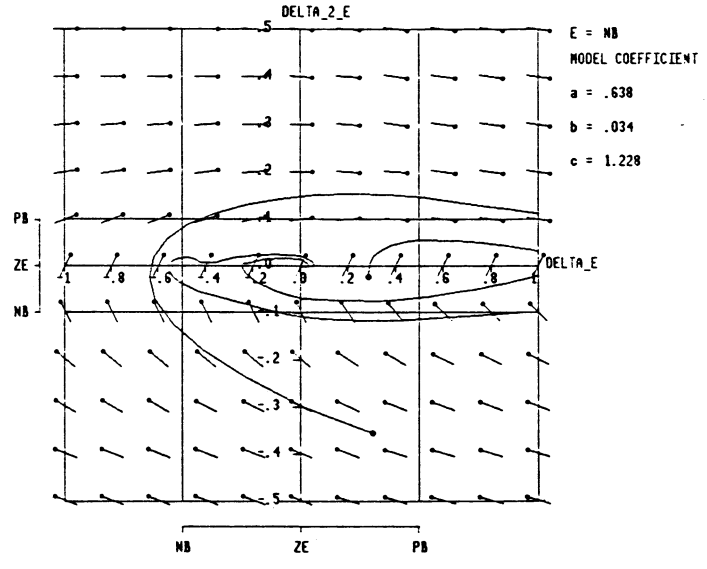


図 3.3 c モデル 1 の位相面 (e is N)

4. おわりに

前節の結果から，本研究で用いた位相面上に解軌道の傾線を表示する方法はファジイ制御系の入出力安定性の判別に有効であることが確かめられた．また速度型制御系の位相面は三次元空間を偏差 e の値で切った平面で傾線を表示したため，みとうしが悪く三次元表示の必要がある．

参考文献

1) 前田幹夫：ファジィ推論による自動車の速度制御，ファジィシステムの実用化基礎理論と応用事例 －総合技術資料－，109/131，経営開発センター出版部 (1989)

2) 寺野寿郎，増井重弘，森史人：ファジィ制御の安定問題，第 4 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，103/108 (1988)

3) J.E.Gibson著，堀井武夫 訳：非線形自動制御， コロナ社 (1975)

4) E.I.Jury著，森雅弘 訳:Sampled-Data Control Systems, Vol.1, 丸善株式会社(1958)

ファジィ制御の改善法（III）

IMPROVEMENT OF FUZZY CONTROLS (III)

水本雅晴
Masaharu MIZUMOTO

大阪電気通信大学
Osaka Electro-Communication University

As the continuation of the works [1,2] on the improvements of fuzzy controls, this paper proposes two improvement methods of fuzzy controls by reparing fuzzy sets in the conclusion parts of fuzzy control rules: The first reparing method is to restore partial fuzzy sets in the conclusion part to be symmetric fuzzy sets. The other is to make fuzzy sets in the conclusion part slender.

1．はじめに

論文[1,2]では，ファジィ制御法としてよく知られている Mamdani の方法に焦点を当て，いくつかの改善法について述べた．まず，ファジィ制御規則を構成するファジィ集合の幅を変化させた場合の制御結果を揚げ，ファジィ集合は適当に重なっている必要があることを示した．また，各制御規則から得られたファジィ集合を結び∪を用いて統合するが，統合されたファジィ集合に対してある種の言語修飾語を施すと制御結果の改善が見られた．各制御規則から得られた推論結果を統合する際に，通常の max を用いた結び∪ではなく，算術平均や双対な幾何平均・調和平均といった平均演算子を用いて統合すると制御結果の改善が見られた．また，操作量の変化分を決定する際に，重み付き重心がよく使用されるが，これ以外の一点化法の下での制御結果の比較を行い，高さ法，面積法が重心法よりも良好な結果を得ることを示した．

本論文では，ファジィ制御規則を構成している後件部のファジィ集合の内，片割れのファジィ集合を左右対称になるように復元すると制御結果の改善が見られることを示す．また後件部のファジィ集合を細くしていった場合にも制御結果の改善がみられることを示す．特に，ファジィ集合の幅が 0 になる場合は，菅野のファジィ制御法の特別な場合になり，最良の制御結果が得られる．

2．多重ファジィ推論

ファジィ制御やファジィプロダクションルールで使用されている多重ファジィ推論形式

規則1: A_1 and B_1 ⇒ C_1	
規則2: A_2 and B_2 ⇒ C_2	
…	(1)
規則n: An and Bn ⇒ Cn	
事 実: u. and v.	
結 論: C'	

を考えて見よう．ここで，Ai は U での，Bi は V での，Ci は W でのファジィ集合である．u., v. はそれぞれ U, V の要素である．

ファジィ規則「Ai and Bi ⇒ Ci」は U x V x W におけるファジィ関係であり，

$$\mu_{Ai \text{ and } Bi \Rightarrow Ci}(u,v,w) = \mu_{Ai}(u) \wedge \mu_{Bi}(v) \wedge \mu_{Ci}(w) \quad (2)$$

のように定義される．ここで，∧ = min.

事実「u. and v.」と規則「Ai and Bi ⇒ Ci」から得られる推論結果 Ci'は

$$\mu_{Ci'}(w)=\mu_{Ai}(u.)\wedge\mu_{Bi}(v.)\wedge\mu_{Ci}(w) \quad (3)$$

と与えられる．但し，i=1,…,n である．

式(1)の最終的な結論である C' は、Ci' (i =1,…,n) の結び(∪)をとることによって得られる．すなわち，v = max とすると

$$C' = C_1' \cup C_2' \cup \cdots \cup Cn'$$
$$\mu_{C'}(w) = \mu_{C_1'}(w) \vee \mu_{C_2'}(w) \vee \cdots \vee \mu_{Cn'}(w) \quad (4)$$

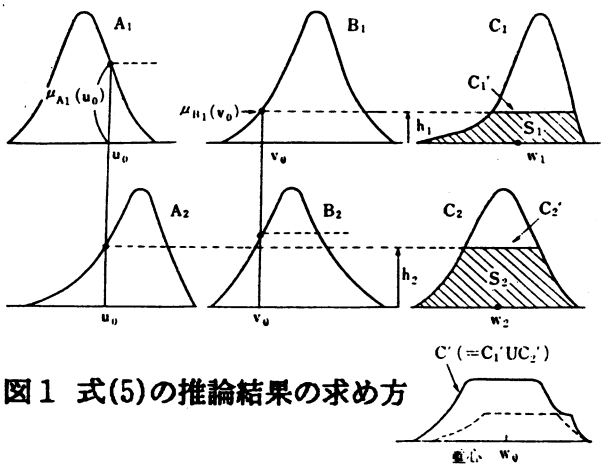


図１ 式(5)の推論結果の求め方

【例】
$$\begin{array}{l} A_1 \text{ and } B_1 \Rightarrow C_1 \\ A_2 \text{ and } B_2 \Rightarrow C_2 \\ \hline u_0 \text{ and } v_0 \\ \hline C' \end{array} \qquad (5)$$

の場合の推論結果 C' の求め方を示すと図１のようになる．

この最終的なファジィ集合 C' の代表値 w_0 を求める操作のことを一点化(defuzzifier)と呼び，次の重心法がよく使われる．

$$w_0 = \frac{\sum w_i \cdot \mu_{C'}(w_i)}{\sum \mu_{C'}(w_i)} \qquad (6)$$

以上述べてきたファジィ推論法は Mamdani のファジィ推論法として有名であり，ファジィ制御の分野で最も多用されている方法である．

以後では，このファジィ推論法をもとに，一次遅れの系に対するファジィ制御を取り上げ，２，３の改善法について述べることにする．

３．ファジィ制御

対象とするプラントモデルは時間遅れを有する一次遅れの系で T dh/dt + h = q，具体的には，$G(s) = e^{-2s}/(1+20s)$ であるとする．また，e，Δe，Δq を

偏　差：　e = (現在値 h) - (設定値)
偏差の変化分：　Δe = e(k) - e(k-1)
操作の変化分：　Δq

とする．

山崎ら[4]は一次遅れの系に対するファジィ制御規則を表１のように与えた．この13個の制御規則は e，Δe より Δq を評価するもので

$$\begin{array}{l} e \text{ is NB and } \Delta e \text{ is ZO} \Rightarrow \Delta q \text{ is PB} \\ e \text{ is NM and } \Delta e \text{ is ZO} \Rightarrow \Delta q \text{ is PM} \\ \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ e \text{ is ZO and } \Delta e \text{ is PB} \Rightarrow \Delta q \text{ is NB} \end{array} \qquad (7)$$

を意味する．ここで，NB (負で大)，NM (負で中位)，NS (負で小)，ZO (零位)，PS (正で小)，PM (正で中位)，PB (正で大) は [-6, 6] におけるファジィ集合で図２のようであるとする (この場合，ファジィ集合の幅は W = 4)．

偏差 e = e_0，偏差の変化分 Δe = Δe_0 と確定した値が式(7)に与えられたとき，各制御規則 (i=1,…,13) から

$$\mu_{Ci'}(\Delta q) = \mu_{Ai}(e_0) \wedge \mu_{Bi}(\Delta e_0) \wedge \mu_{Ci}(\Delta q) \qquad (8)$$

によって Ci' が得られ(式(3)参照)，式(4)により操作の変化分 Δq に対するファジィ集合 C' が求まる．その重み付き重心(6)を求めることにより，実際の操作の変化分 Δq_0 が決定される．図３は表１の１３個の制御規則において e_0，Δe_0 に対する Δq_0 を求め図示したものである．

表１ ファジィ制御規則 e,Δe→Δq

e \ Δe	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB				PB			
NM				PM			
NS				PS			
ZO	PB	PM	PS	ZO	NS	NM	NB
PS				NS			
PM				NM			
PB				NB			

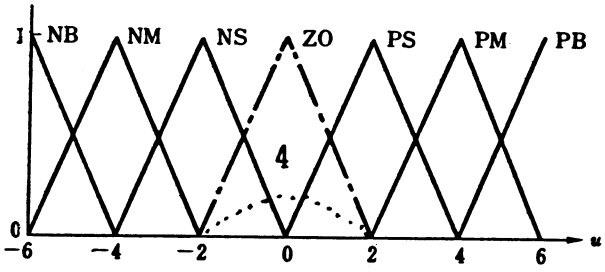
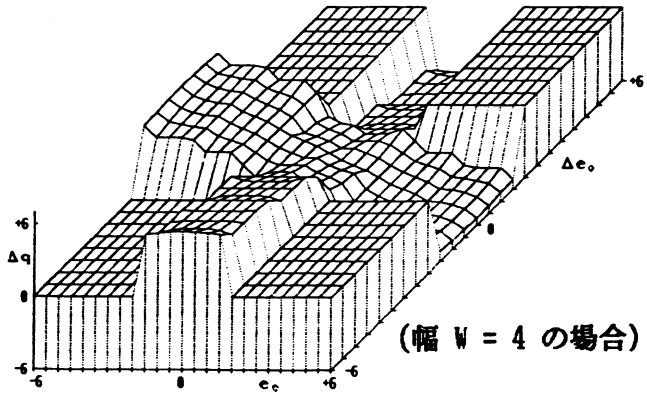


図２ ファジィ集合 (幅 W = 4 の場合)



(幅 W = 4 の場合)

図３ 表１の制御規則によるe_0,Δe_0→Δq_0

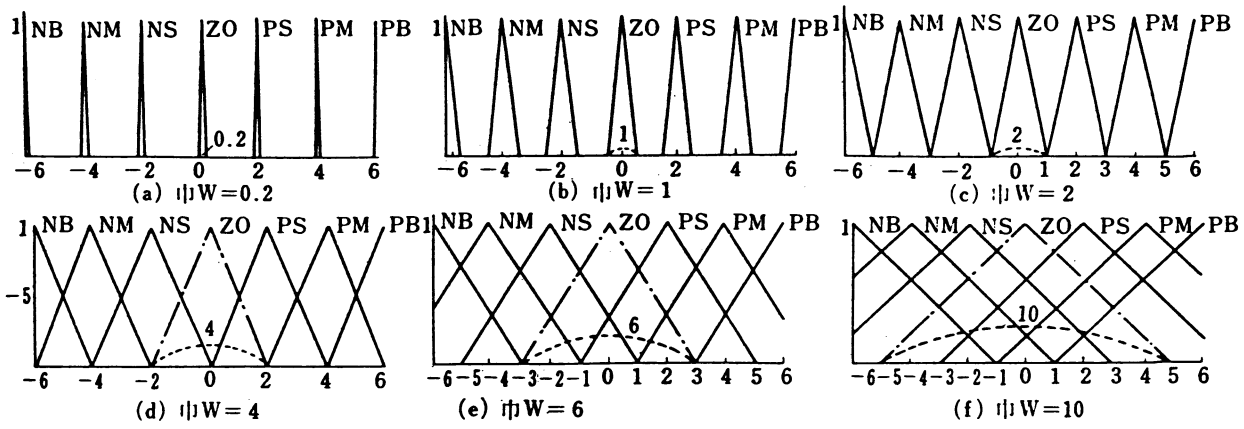


図4 幅 W を変化させた場合のファジィ集合

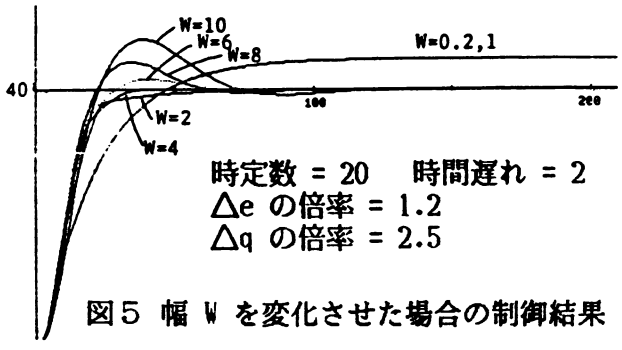


図5 幅 W を変化させた場合の制御結果

表1の制御規則を定義しているファジィ集合の幅 W を変化させた場合（図4参照）の制御結果を示すと図5のようになる．これより，幅 W を 0.2，1 のように細くした場合，適用される制御規則が極めて少ないために制御が行われなく，収束しないことが分かる．一方，幅を広くしていくとオーバシュートが大きくなり，収束も遅くなっていく．最良の制御結果を得ているのは幅 W = 4 の場合であり，そのファジィ集合は高さ0.5で交わっている．

4．ファジィ制御の改善法

本節ではファジィ制御の一改善法として，ファジィ制御規則を構成している後件部のファジィ集合にある種の修正を施すと制御結果の改善が見られることを示す．第一の修正方法は後件部のファジィ集合のうち片割れのファジィ集合（特に，両端の）を左右対称なファジィ集合に復元することである．他の修正方法は後件部のファジィ集合を一様に細くすることである．

まず，後件部のファジィ集合の復元について述べよう．

Ⅰ．ファジィ集合の復元による場合：

図2のファジィ集合，例えば PB は 6（6ぐらい」を，NB は -6 を表すファジィ数である．すると，表1の制御規則，例えば

e is PB and Δe is ZO ⇒ Δq is NB　(9)

は次のように読み変えることができる．

e is 6 and Δe is 0 ⇒ Δq is -6　(10)

この規則では「e = 6，Δe = 0 である時には，Δq = -6 となる」ことが暗黙の内に仮定して作られていることが分かる．しかしながら，実際に，確定した入力 e. = 6，Δe.= 0 が式(9)に与えられたとすると，式(8)より

$$\mu_{NB'}(\Delta q) = \mu_{PB}(-6) \wedge \mu_{ZO}(0) \wedge \mu_{NB}(\Delta q)$$

$$= 1 \wedge 1 \wedge \mu_{NB}(\Delta q) = \mu_{NB}(\Delta q) \quad (11)$$

となり（図6参照），他の制御規則の影響が無いものとすると，実際の操作量の変化分 Δq. は NB の重心を取ることにより得られる．しかし，得られる重心値は図からも明らかなように，-6 に等しくなく，少しずれ Δq. = -6 + a/3 となっている（a は三角形の片幅である）．このことは図3の e.,Δe.→Δq. の関係図においても確認され，点(e.,Δe.) = (6,0) での高さ Δq. は -6 でなく，-6 よりも少し高くなっている．このようなことは式(9)の制御規則だけでなく，後件部が NB や PB であるような制御規則に対してもいえる．

このような重心値の理想値からのずれを生じさせない方法としては，図2における片割れのファジィ集合 NB，PB に対してそれらの片側を

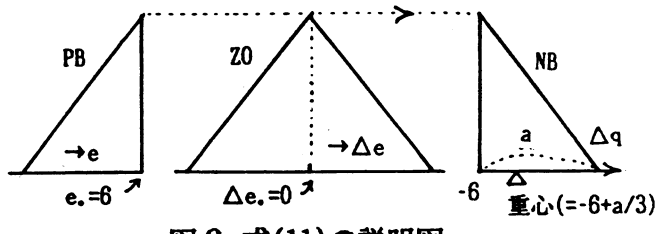


図6 式(11)の説明図

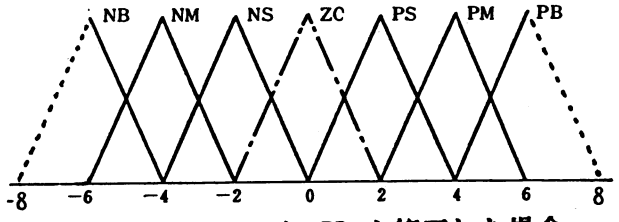


図７ 図２の NB と PB を修正した場合

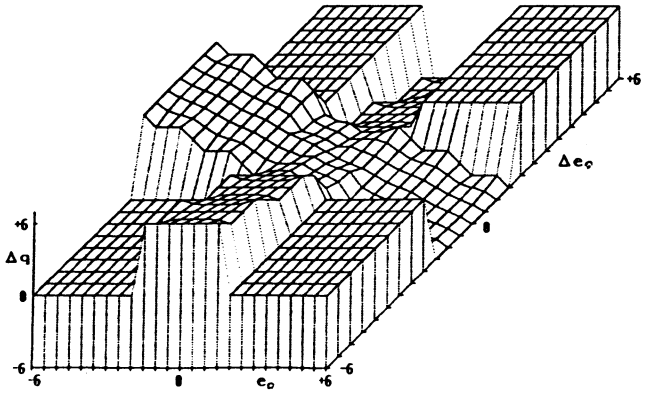


図８ 図７の場合の e.,Δe.→Δq.

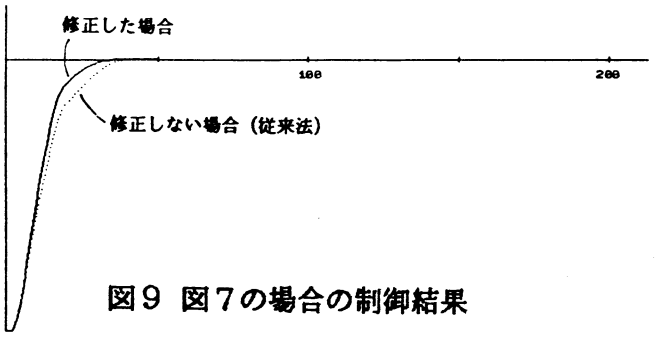


図９ 図７の場合の制御結果

補い図７のような左右対称な三角型に修復することである．すると，明らかに，復元した NB の重心は -6 となり，式(9)の制御規則に対しては，「e = 6，Δe = 0 である時には，Δq = -6 となる」ことが保証される．

（注）復元の対象となるのは後件部のファジィ集合に対してだけであり，前件部のファジィ集合に対しては修正を行う必要はない．

図２を図７のように修正した後件部のファジィ集合に対して，e.,Δe.→Δq. の関係を描くと図８のようになり，点(e.,Δe.) = (6,0) での高さは Δq. = -6 になっている．また，この場合の制御結果は図９のようになり，制御結果の改善が見られる．同様に，図４の種々の幅 W のファジィ集合に対しても修正を行い制御を行ったのが図１０であるが，図５の従来法の場合と比べると制御結果の改善，特に立ち上がりが速く，オーバシュートが少なくなっていることが見受けられる．

（注）修正の対象となるファジィ集合は両端のファジィ集合だけでなく，例えば図４(f)にお

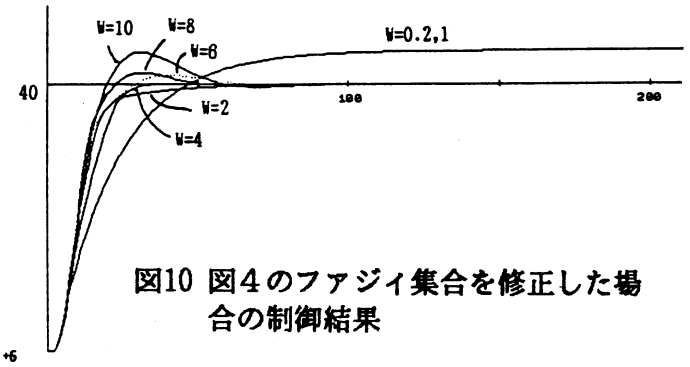


図10 図４のファジィ集合を修正した場合の制御結果

いては，ZO 以外のファジィ集合はすべて修正の対象となる．

（参考）通常，ファジィ制御で使用されているファジィ集合は三角型が多く，図２のような片割れのファジィ集合を使用している場合が多い．しかし，重心法を使用する限りにおいては，前述のような理由からファジィ集合を復元して使用することが望ましい．しかし，なんらかの理由で復元できない場合は，操作量の変化分のゲインを少し増やすことで同じ効果が期待できるものと思われる．

以上のファジィ集合の復元法の欠点は，ファジィ集合を復元したためにファジィ集合の定義域が広がってしまうことである．例えば，図７では定義域が[-6, 6]から [-8, 8]のように広くなっている．

図６でも示したように，ファジィ集合を左右対称になるよう復元した理由は，重心計算で得られる Δq. を所望の値に近づけるためであった．所望の値からのずれを小さくする方法としてはファジィ集合を細くすることが考えられる．以下では，後件部のファジィ集合を一様に細くしていくことにより制御結果の改善が見られることを示してみよう．

Ⅱ．ファジィ集合の幅を細くする場合：

図６で示したように，制御規則(9)において，e = 6，Δe = 0 の場合の推論結果は NB になり，その重心は -6 から少しずれることが分かった．このずれを少しでも小さくするには，図11 からも分かるように後件部のファジィ集合 NB の幅を細くしてやればよい．

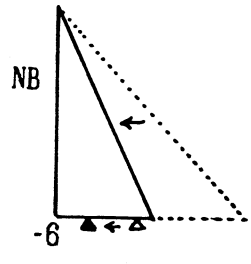
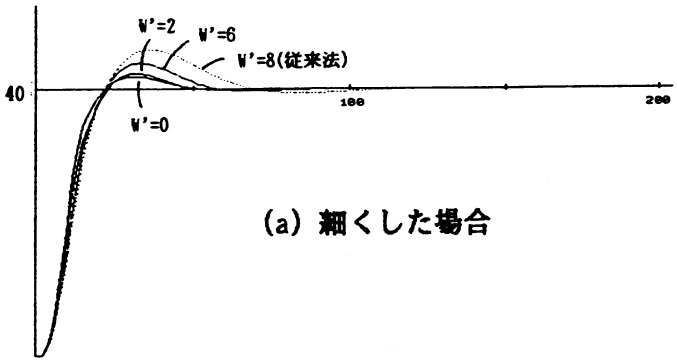
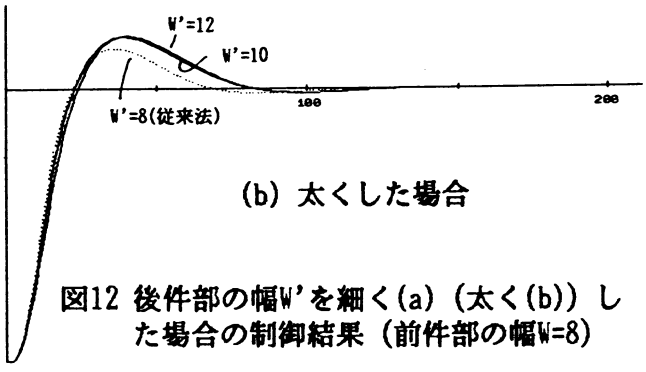


図11 細くしたファジィ集合とその重心位置▲



(a) 細くした場合



(b) 太くした場合

図12 後件部の幅W'を細く(a)（太く(b)）した場合の制御結果（前件部の幅W=8)

このような考え方に基づいて，後件部のすべてのファジィ集合の幅（W'と示す）を一様に細くしていった場合の制御結果を示すと図12(a)のようになる．ただし，前件部のファジィ集合の幅は固定であり，W = 8 である．この制御結果から分かるように，後件部のファジィ集合の幅 W' を細くしていくと制御結果の改善が見られる．図12(b)は反対に後件部の幅を太くしていった場合の結果であり，太くなるにつれ制御結果は悪くなっていることがわかる．

（参考）図12(a)で最良の結果を得ている W'= 0 の場合の結果と，先に述べたファジィ集合の復元法による結果とを比較すると図13のようになり，同じ制御結果が得られていることが伺える．

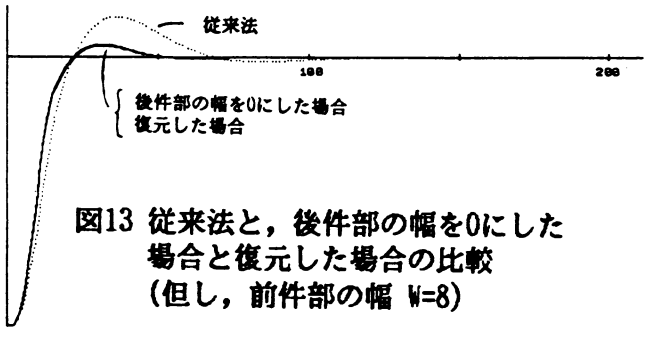


図13 従来法と，後件部の幅を0にした場合と復元した場合の比較
（但し，前件部の幅 W=8)

ところで，図12(a)で最良の制御結果を得ているのは後件部の幅が W' = 0 の時であるが，ファジィ集合の幅が 0 であるというのは，それが確定した定数値であることを指している．これは，例えば，式(9)の制御規則の後件部を次のように定数にした場合に相当する．

e is PB and Δe is ZO ⇒ Δq = -6

一般に，式(1)の後件部 Ci を定数 wi にしたファジィ推論形式は

規則1: A_1 and B_1 ⇒ w_1	
規則2: A_2 and B_2 ⇒ w_2	
…	
規則n: An and Bn ⇒ wn	(12)
事 実: u. and v.	
結 論: w.	

となる．これは後件部が一般に関数である菅野[5]のファジィ推論法の特別の場合であることが分かる．

結論 w. は，wi (i=1,…,n) の hi による加重平均として与えられる．

$$w_* = \frac{w_1 \cdot h_1 + w_2 \cdot h_2 + \cdots + w_n \cdot h_n}{h_1 + h_2 + \cdots + h_n} \qquad (13)$$

ここで，hi は

$$h_i = \mu_{Ai}(u_*) \wedge \mu_{Bi}(v_*) \qquad (14)$$

である．この結論 w. の算出方法は一点化法として知られている「高さ法」[2,3]に一致する．

後件部が定数であるようなファジィ制御規則の例として，表２を取り上げてみよう．これは表１のファジィ集合の部分を定数に置き換えたものであり，

e is NB and Δe is ZO ⇒ Δq = +6
e is NM and Δe is ZO ⇒ Δq = +4
…… (15)
e is ZO and Δe is PB ⇒ Δq = -6

を意味している．

図14は表２の制御規則による場合の制御結果を示している．図５の従来法と比べると制御結果がよくなっており，特に立ち上がりが速く，

表２ 後件部が定数である制御規則

e \ Δe	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB				+6			
NM				+4			
NS				+2			
ZO	+6	+4	+2	0	-2	-4	-6
PS				-2			
PM				-4			
PB				-6			

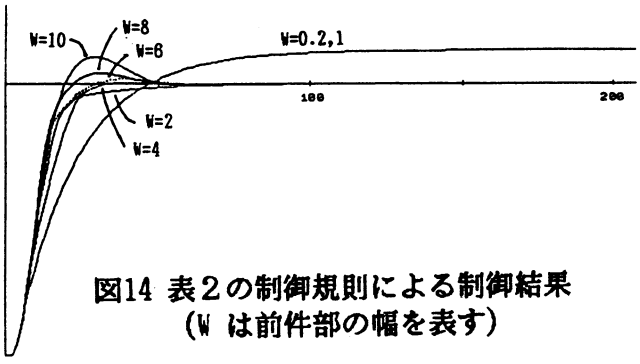
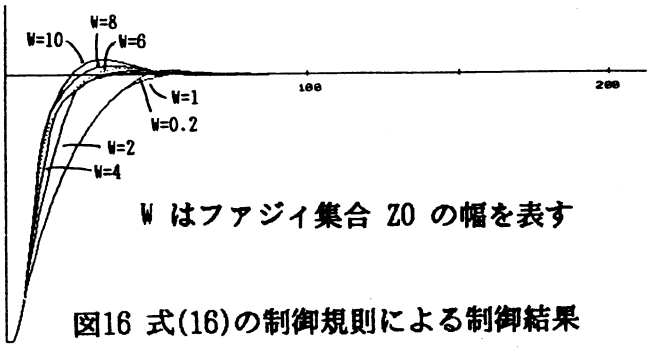


図14 表２の制御規則による制御結果
（W は前件部の幅を表す）



W はファジィ集合 ZO の幅を表す

図16 式(16)の制御規則による制御結果

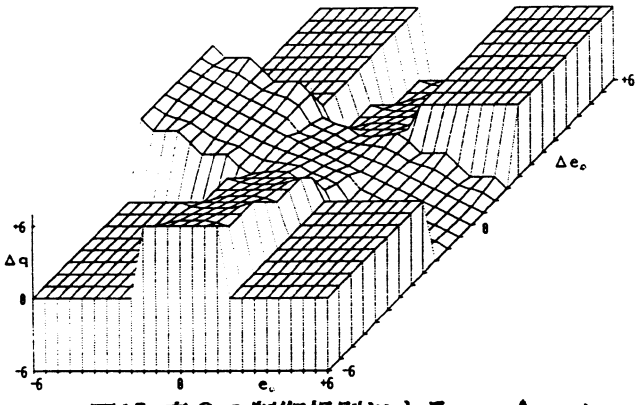


図15 表２の制御規則による e.,Δe.→
Δq.の図示（前件部の幅 W = 4）

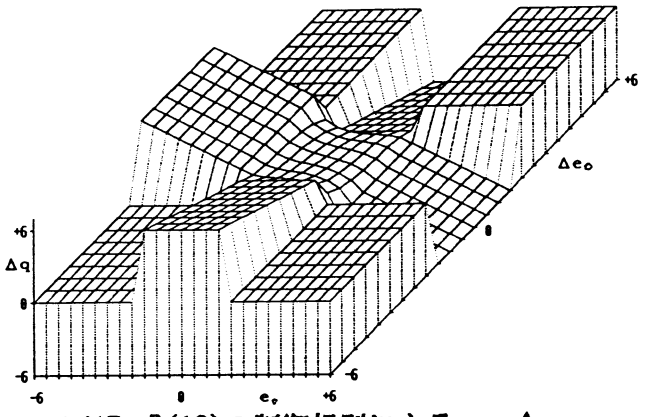


図17 式(16)の制御規則による e.,Δe.
→Δq.の図示（但し，ZO の幅 W=4）

オーバシュートが少なくなっていることが分かる．なお，この制御結果は図10の復元法の場合とほぼ同様であり，図15の e.,Δe.→Δq. の関係図も図８と酷似している．

（参考）式(12)のファジィ推論形式において，後件部の定数 wi を関数 fi(u,v) に置き換えると菅野のファジィ推論法になり，結論 w. も式(13)と同様の方法で求めることができる．例えば，表1,2の制御規則を見てみると，e が"ほぼ零"(ZO)である場合，Δq は Δe の符号を変えた関係にあり，Δe = ZO の場合も，Δq は e の符号を変えた関係にある．このことから次のような制御規則を作ることができる．

$$\begin{aligned} e \text{ is } ZO &\Rightarrow \Delta q = -\Delta e \\ \Delta e \text{ is } ZO &\Rightarrow \Delta q = -e \end{aligned} \qquad (16)$$

よって，e = e.，Δe = Δe.が与えられた時のΔq. は式(13)より次のようになる．

$$\Delta q. = \frac{-\Delta e. \cdot \mu_{ZO}(e.) - e. \cdot \mu_{ZO}(\Delta e.)}{\mu_{ZO}(e.) + \mu_{ZO}(\Delta e.)} \qquad (17)$$

これより，ファジィ集合 ZO の幅 W を変化させた場合の制御結果を求めてみると図16のようになり，良好な結果が得られている．また，ZO の幅 W = 4 の場合の関係 e.,Δe.→Δq. を図示してみると図17のようになる．

５．むすび

本論文では，ファジィ制御規則の後件部のファジィ集合を復元したり，細くしたりすると制御結果の改善が見られることを示した．また，参考として，菅野のファジィ制御法を掲げたが，最良の制御結果が得られただけでなく，処理速度も速く（当実験では，Mamdani の方法に比べ約１５倍の処理速度となっている），今後とも有用なファジィ制御法となるであろう．

参 考 文 献

1.水本，ファジィ制御に対する改善法(Ⅰ)，第３回「ファジィシステムシンポジウム」講演論文集，pp.153-158，1987.
2.水本，ファジィ制御に対する改善法(Ⅱ)，第４回「ファジィシステムシンポジウム」講演論文集，pp.91-96，1988.
3.水本，ファジィ制御法，日本ロボット学会誌，6，6，60-67，1988.
4.山崎･菅野，ファジィ制御，システムと制御，28，7，442-446，1984.
5.菅野，ファジィ制御，日刊工業新聞社，1988.

ファジィルール制御系の絶対安定条件：円板定理の拡張

Absolute Stability Condition for Fuzzy-Ruled Control Systems: Extension of Circle Criterion

北村新三
Shinzo KITAMURA

神戸大学　工学部
Faculty of Engineering, Kobe University

Abstract

For fuzzy-rule based feedback control systems, a stability condition similar to the circle criterion was presented. Nonliner characteristic of a fuzzy controller with two inputs and one output variable was restricted as an extended form of sector condition. This leads to an absolute stability condition in the frequency domain with a multiplier depending on the form of transfer function before the fuzzy controller. Two numerical examples were shown.

1．まえがき

ファジィ制御系の安定問題は検討結果が少ないが、記述関数[1)]，リアプノフ関数[2)]，位相面解析[3)]，あるいは線形化法の適用[4)]の報告がある。本報告では、2変数入力のファジィコントローラを対象とし、多くの場合その入出力非線形特性が拡張したセクター条件で取り扱えることを示す。つぎに、フィードバック系の安定条件として、1入力非線形関数を含む系に対し知られている円板条件が、変形した形で適用できることを示す。この結果は絶対安定性（あるいは入出力安定性）の十分条件であるが、広範囲のファジィ制御系に適用可能である。

2．2変数入力ファジィコントローラの非線形セクター特性

1変数非線形関数に関し知られているセクター条件を、2変数入力のファジィコントローラの非線形特性を把握するために拡張する。多くのファジィルール制御では2変数入力、1変数出力のルールテーブルが用いられている。菅野による例[5)]を表1に示す。このテーブルを用いてコントローラ出力を決定するが、ここでは，Mamdaniの方法[5)]を用いることにする（他の方法も同様に考えられる）。

$\dot{e}$ \ e	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB			NB				
NM			NM				
NB			NS				
ZO	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
PS			PS				
PM			PM				
PB			PB				

label:
P:positive
N:negative
B:big
M:medium
S:small
ZO:zero

表1　操作量テーブルの例

制御ルール　R^i : if x_1 is A_{i1} and x_2 is A_{i2} then y is B_i　(1)
$(i=1, 2, \cdots\cdots\cdots, n)$

に対し、メンバーシップ関数を$A_{i1}(x)$，$A_{i2}(x)$，$B_{i1}(y)$、x_1とx_2の確定値（測定データ）をx_1^0とx_2^0とするとき次のように確定出力y_0を決定する。

$$w_i = A_{i1}(x_1^0) \wedge A_{i2}(x_2^0), \quad (\wedge : min) \tag{2}$$

$$B^0(y) = \bigvee_i [w_i \wedge B_i(y)], \quad (\vee : max) \tag{3}$$

$$y_0 = \int B^0(y)\, y\, dy \,/\, \int B^0(y)\, dy \tag{4}$$

コントローラ入力x_1^0，x_2^0と出力y_0は非線形関係にあるので、これを

$$y = f(x_1, x_2) \tag{5}$$

と表わす。しかし、この関係は確定的であり、3次元空間に図示できる。このような非線形特性は図1に示すような3次元空間での原点を通る平面よりなるセクター内に入るようにできる。

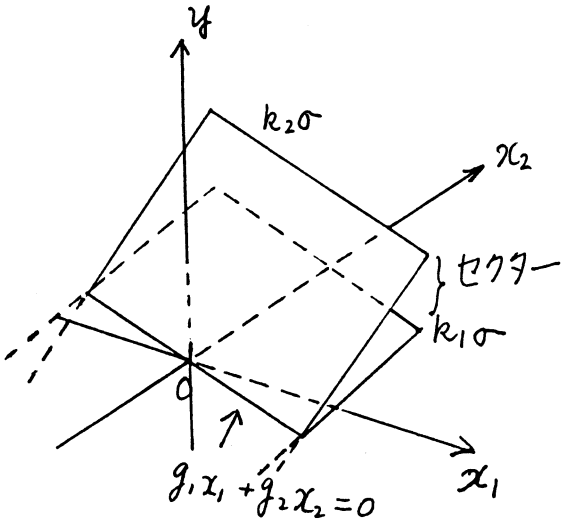


図1　2つの平面よるセクター

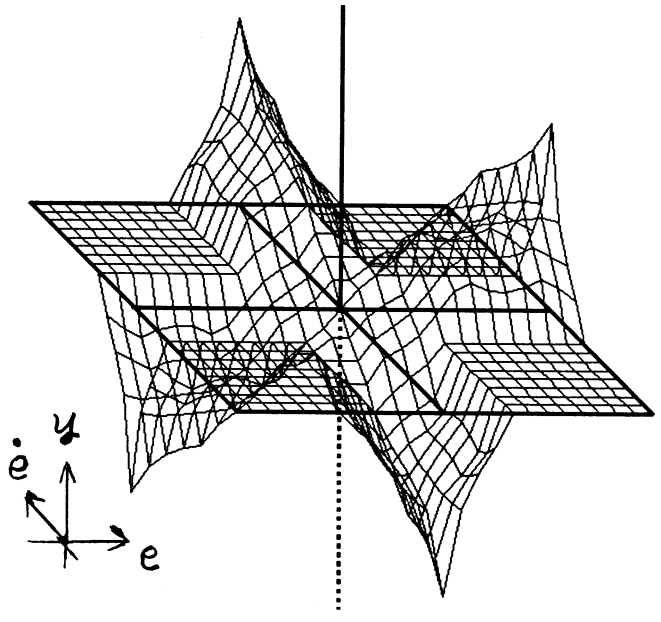


図2　表1の場合の非線形特性

$((e, \dot{e}) \in [-6,6] \times [-6,6]$ の場合$)$
$y \in [-6,6]$

たとえば、表1で、$e = x_1$，$\dot{e} = x_2$とした場合の非線形特性を図2に示す。
図1中の平面の方程式は次式で表わされる。

$$y = g_1 x_1 + g_2 x_2, \ (g_1, g_2 \text{ は定数}) \tag{6}$$

なお、(6)式の表現で平面と$x_1 - x_2$面との勾配は、$\sqrt{g_1^2 + g_2^2} \cdot sgn(g_1)$で与えられる。特に、勾配1（45°の角度）の平面は、

$$g_1^2 + g_2^2 = 1 \tag{7}$$

を満足する。次に、(5)式の非線形関数が図1のような2つの平面のセクター内に存在する条件は、

$$k_1\sigma^2 \leqq f(x_1, x_2)\sigma \leqq k_2\sigma^2 \tag{8}$$

と表現できる。ただし、

$$\sigma = g_1 x_1 + g_2 x_2 \tag{9}$$

で、g_1, g_2が(6)式を満たすように規格化しておくと、k_1, k_2は2つの平面の勾配を表す定数となる。(8)式が拡張したセクター条件で、g_1, g_2, k_1, k_2はファジィコントローラの特性で定められるものである。

3．円板形条件の導出

一般にファジィ制御系は図3のような構成をとる。ただし、ゲインg_1, g_2は(7)式を満足するように規格化しておくものとし、残りのゲインはAに組み込んである。また、コントローラ入力がPD形なら$G_2(s)=s$, PI形なら$G_2(s)=1/s$、さらにG(s)は制御対象の伝達関数とし、速度形コントローラの場合はG(s)/sとする。

次にコントローラ出力が(8)式の条件を満足するようにマルチプライアGm(s)を導入して図4のように変換する。ただし、

$$G_m(s)=\frac{1}{g_1+g_2G_2(s)} \qquad (10)$$

と定める。

$$\sigma=(g_1+g_2G_2(d/dt))\,e \qquad (11)$$

であるから、$x_1=e$、$x_2=G_2(d/dt)e$をとれば(9)式となり、さらに、セクターを構成する2つの平面を定めることができれば、(8)式のk_1とk_2が定まる。

さて、(8)式のセクター条件を満足する場合の図4の系の安定性としては、$r=0$の場合の絶対安定性，$r\neq0$の場合のL_2ノルムについての有界入力－有界出力安定がある。[6] そのための十分条件として円板条件を適用できる。ただし、$f(x_1, x_2)$は連続とする（連続でない場合、すべり動作等が生じる可能性がある）。

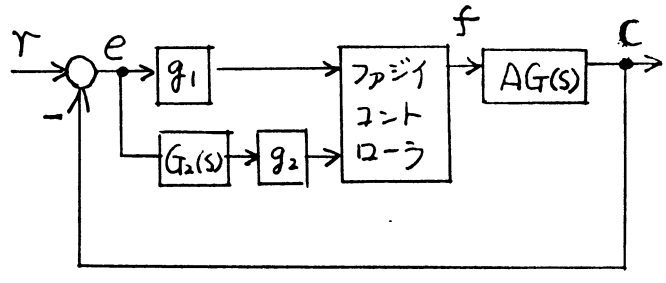


図3　一般的なファジィ制御系

〔定義〕(8)式のセクター条件を満足する任意の非線形関数に対し、図3の系（r=0）が大域漸近安定のとき、絶対安定という。

［円板形条件］。$f(e, G_2(d/dt)e)$が(8)式のセクター条件を満足するとする。このとき$AG(s)G_m^{-1}(s)$が円板条件を満足するとき、絶対安定である。とくに、$k_1=0$なら、その条件は次式となる。

$$Re\,AG(j\omega)G_m^{-1}(j\omega)+1/k_2 \geqq \delta > 0 \qquad (12)$$

ただし、δは任意の正数である。

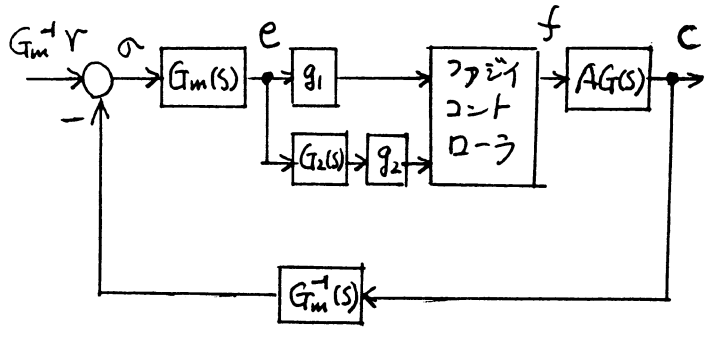


図4　等価変換した系

〔注〕上の条件は、rに関し適当な仮定のもとで入出力安定の条件ともなる。

（証明の大筋）円板条件は、k_1, k_2の符号により形が異なるので詳細は文献6）参照。$r=0$の場合に、系が有限次元の微分方程式で記述できる場合にはリアプノフ関数により絶対安定性が証明できる。この場合$\delta=0$でよい。$r\neq0$の場合、系をインパルス応答による重ね合わせ積分で表現するときの入出力安定性に関するスモールゲイン定理より、上の円板形条件を導出できる。

4．例題

（１）文献1)中のEx.3では、

$$G(s)=400/(s^2+20s+400)\cdot s \qquad (13)$$

$$g_1=30/\sqrt{901},\ g_2=1/\sqrt{901}$$

と対応する。このときのルールテーブルより$k_1=0$, $k_2=1.33$となり、(12)式から得られる許容ゲインは$A<14.5$である。他方、コントローラ入力が　線形ＰＤ形$(g_1+g_2 s)$（実際には、線形PIコントローラ＋２次系の構成となる。）としたときのHurwitz セクターは$A<60$である。なお、文献1)では$A=72$ でリミットサイクルが報告されている。

（２）ファジィコントローラが、図２の特性を持ち、伝達関数が

$$G(s)=\frac{A e^{-LS}}{Ts+1}\cdot\frac{1}{s} \qquad (14)$$

の場合について調べる。まず、図２の非線形特性のセクター条件は、$g_1=g_2=1/\sqrt{2}$ととると$k_1=0$，$k_2=1.27$である。次に、$T=2$，$L=1$の場合、

$$\min_{\omega}\left[\mathrm{Re}\ \frac{e^{-j\omega}}{2j\omega+1}\ \frac{1}{j\omega}\ (1+j\omega)\right]=-2 \qquad (15)$$

である。故に、(12)式より次の絶対安定条件を得る。

$$A<0.39 \qquad (16)$$

なお、コントローラ入力が線形PD形の場合のHurwitzセクターは　$A<2.2$である。

5．あとがき

ここでは、２変数入力、１変数出力のファジィコントローラの非線形特性が、多くの場合３次元空間で、平面によるセクター内に拘束され、円板条件として知られている安定条件が拡張した形で適用できることを示した。この条件は絶対安定条件であるため、得られる結果は厳しいものとなっていることに注意を要する。

［参考文献］

1)M.Baare & R.A.Rutherford, Automatica,Vol.15,553-577(1979)
2)S.Daley & K.F.Gill,Computers in Industry, Vol.6,3-14(1985)
3)寺野、増井、森：4th Fuzzy System Symposium,103-108(1988)
4)川瀬,柳原：第11回Dynamical System Theory シンポジウム,SICE, 101-104(1988)
5)菅野：ファジィ制御, 日刊工業新聞社
6)平井,池田：非線形制御システムの解析,オーム社, ５．４節および６．３節

項目索引

A

absolute stability 505
adaptive 133
algebra 265
analytic hierarchy process 307
approximate reasoning 361
arm robot 65
artificial neural network 183
assessment 201
associative memory 157,163
automated extraction
of fuzzy production rules 169

B

bibliographic databases 439
bounded sum & bounded product 31
business decision-making 9

C

Choquet integral 213
color name 331
composition 259
consistency 433
corrections of fuzzy moments 319
cost constraint 301
current mirror 31

D

damaged structures 379
data search 449
decision making 397
Dempster-Shafer theory 349
Dempster-Shafer theory 355
Dempster-Shafer theory 367
description of
subjective knowledge 201
design support system 163
deviation between clusters 247
digital IC 47
digital fuzzy hardware 47
digital system 121
discretionary behavior 9
discriminant analysis 283,289
discriminant function 277
double fuzzy control 145

E

earth structure 271
econometric 229
eigenvector method 307
environmental system 337
error back propagation learning 151
error possibility 373
estimate functions 201
evaluation 189
evaluation model 207
experiments of
fuzzy obserbvations 319
expert system 487
extended circle criterion 505
extension principle 427

F

fault tree analysis 367
feasibility 295
feature vector 449
feeder 145
flower arrangement 59
frequency response method 115
function representation 467
fuzzifier and defuzzifier 47
fuzzy 25
fuzzy C-means method 247
fuzzy backward reasoning 481
fuzzy chip 53
fuzzy classification 277
fuzzy cluster 195
fuzzy clustering 253
fuzzy composition 41
fuzzy control 65,71,115,121,
139,499
fuzzy control system 127,493
fuzzy controller 83,89,127,151
fuzzy data 283,289
fuzzy data analysis 319
fuzzy environment 391
fuzzy flip-flop 47
fuzzy graph 241
fuzzy group 277
fuzzy hardware 41
fuzzy inference 95,259,467
fuzzy information retrieval 439

fuzzy integral 189
fuzzy inverse problem 481
fuzzy linear programming 3
fuzzy linear regression 235
fuzzy linear regression analysis 343
fuzzy logic 349
fuzzy logic controller 13
fuzzy matching 449
fuzzy matrix 265
fuzzy measure 213
fuzzy measure Choquet integral 207
fuzzy measures 219
fuzzy modal operators 219
fuzzy model 127,133,223
fuzzy modeling 253,337,3
fuzzy neural expert system 473
fuzzy neural network 157,163
fuzzy neuron 13
fuzzy programming 415
fuzzy prolog 403,421,427
fuzzy query 443
fuzzy reasoning 107,177,183, 433,461
fuzzy regression 229
fuzzy regression analysis 3
fuzzy relation 259
fuzzy resolution principle 421
fuzzy retreival 443
fuzzy robot 59
fuzzy ruled control system 505
fuzzy set theory 19,331
fuzzy state memory 31
fuzzy work station 53

G

gas sensor 289
gathering questionaries 201
guidance 71

H

history of fuzzy systems theory in Japan 19
Hopfield neural network 177
horonic fuzzy reasoning 487
human error 373

I

identification of possibilistic linear systems 343
image processing 409
importance function 189
inference 349
inference kernel 415
inference method 455
interactive decision making 235
interactive fuzzy parameters 343
international fuzzy systems association(IFSA) 19
interpolation 461
interval logic 403,421
interval model 223
interval valued membership function 361
inverse analysis 271
inverted pendulum 107
inverted pendulum system 183
ishida 145

K

knowledge base 337
knowledge representation 427

L

learning control 89
learning model 213
learning system 157
linear model 283
linguistic color mixture 331
logic 219
logic function 403

M

machine learning 139
manual control system 133
matching function 439
median filter 409
medical diagnosis 473
membership function 47,301,313
membership function circuit 13
minimum dimension analysis 313
mobile robot 71
monotonicity 455
multi-objective 397
multi-processer system 41
multiobjective programming 295, 235
multiple criteria analysis 391

N

natural language query 443
neural network 151,169
noise suppression 409
nonlinear control 493
nonlinear function 467
normalization of weights 307
number of clusters, the 247

O

observer 101
order relation 455

P

pareto optimality 295
partial ignorance 361
partition tree 195
phase plane 115
plausibility 367
possibility theory 355
prediction 95
predictive control 101
purpose-driven fuzzy reasoning 101

Q

qualitative expression 373
quantification 313
question-answering system 433

R

rank of matrix 265
rating alternatives 397
recognition 59
regional planning 391
regression analysis 223
reliability analysis 385
research activities in Japan 19
road network 385
robot vision 65
rule tuning 253
rule-based control 83

S

seismic reliability assessment 379
self-learning system 83
self-tuning 77, 89,177
set oriented language 415
simplex method 77
simultaneous equations 229
singleton-consequent controller 13
skill acquisition 139
sociometry 195
stability 493
stabilization 107
state assignment 25
state estimator 101
subjective choice 9
subnormal fuzzy set 355
switched-capacitor circuit 47
synchronous sequential circuits 25

T

target classification 481
three dimension 95
transitive closure 241
transportation problem 301
travel route choice 325
trend understnding 487
2-D moving object 65

U

unknown 403
unsteady seepage 271

V

vehicle control 77,101
virtual paging method 53

W

Wisharts KNN method 241

著者名索引

あ

赤堀 裕志 77
秋山 孝正 325
秋山 幸生 259
阿久津 忠 313
浅居 喜代治 19,319
浅野 知伸 319
阿部 徹治 259
有川 晴彦 53
有倉 陽司 325

い

石井 博昭 301
石飛 康浩 443
石渕 久生 223,283,289,343
井関 之雅 331
市橋 秀友 307
稲毛 勝行 493
井上 高宏 31
今崎 直樹 157,163
井村 敦 473
岩井 壮介 139,455
岩本 則子 289
井上 高宏 41, 47

う

上石 陽一 101,201,449
上野 文雄 41
上野 文男 31, 47
植山 高次 115
内田 和臣 487
内田 敬 397
采原 敬三 151
宇野 伸宏 325
馬野 元秀 433
馬屋原 一孝 337

え

江草 洋 77
榎田 光明 25
榎本 穣 71

お

大里 有生 265,469
大谷 裕生 379
大西 巍 83
大野 研 271
大橋 由昌 481
小川 兼一郎 139
奥田 徹示 319
小沢 和浩 37
小田山 茂 101
鬼沢 武久 373
小山田 茂 449

か

甲斐沼美紀子 337
加賀屋 誠一 391
影井 清一郎 265
片井 修 139,455
片岡 孝之 385
勝又 保雄 195
川下 靖司 319
川路 茂保 107
菅野 丘 235

き

菊池 浩明 403,421,427
北垣 郁雄 189
北村 新三 505
桐本 哲郎 481

こ

古賀 広昭 259
古殿 幸雄 319
小林 雅文 397
近藤 信二 77
近藤 武 271
後藤 泰之 151

さ

坂和 正敏 53,235,295
佐川 隆一 121
佐佐木 綱 325
佐々木 守 31, 41, 47
佐藤 昌彦 355,427
椹木 哲夫 139,455

し

重政 啓太郎 455
重松 保弘 415
清水 透 349
新保 勝 219
白石 成人 379
白井 雄二 31, 41, 47

す

杉戸 真太 379
菅野 道夫 95,127,247

せ

関口 隆 467

た

高木 敏幸 151
高木 友博 77
高萩 栄一郎 229
高橋 淳也 295
多賀谷 敏夫 189
田熊 博美 443
竹内 倶佳 71,409
竹本 三郎 145
多田 実 301
立松 岳史 95
田中 淳 213
田中 一男 127
田中 英夫 3,223,283,289,

田中 英夫 343
田中 裕士 83

つ

津田 栄 195

て

寺野 寿郎 59

と

徳永 雅彦 201

な

中井 正人 169
中西 祥八郎 151,331
中村 和男 361
中村 健 101,201,449
中森 義輝 337
中山 和彦 439
永井 豊 71,409

に

西田 俊夫 301

の

野口 功 107
登 一生 71
野村 博義 177,183
野本 弘平 481

は

橋詰 義晴 101
浜田 広児 133
林 勲 177,183
林 陽一 169,473
春木 和仁 157,163

ひ

久末 信幸 385
広沢 博 319
広瀬 保嘉 481
廣田 薫 37,53,65,253,487

ふ

福山 義幸 247
藤井 章 115
古川 裕之 481
古田 均 379

ほ

堀川 隆治 101,449

ま

前田 博 443
前田 幹夫 89,493
増井 重弘 59
松島 皓三 133
松本 政之 25

み

水本 雅晴 461,499
満永 豊 259
三矢 直城 313
宮内 和良 83
三宅 輝久 439
宮腰 政明 297
宮本 定明 241,439

む

向殿 政男 355,403,421,427
村井 哲也 219
村上 周太 89,415,493
室伏 俊明 95,207,213

も

森田 恒幸 337
森 勉 207

や

矢野 均 235,295
山川 烈 13
山口 亨 157,163
山口 英俊 201
山崎 久代 89
山下 元 195
山村 悦夫 391
山本 信哉 379

よ

横井 八郎 367
芳谷 直治 115
吉田 勝美 473
吉田 将 415
吉田 寛 9
吉田 光雄 277
吉成 有介 253
吉見 康一 415

わ

若林 拓史 385
若見 昇 77,177,183
和多田 淳三 367
渡辺 龍起 25
渡辺 秀則 65
渡辺 正明 201

第5回ファジィシステムシンポジウム参加者リスト

[第1日分：順不同]

村井哲也（札幌医科大衛生短期大）
加賀屋誠一（北海道大大学院）
河口至商（北海道大工学部）
宮腰政明（北海道大）
坂和正敏（岩手大工学部）
松山正将（東北工業大）
林陽一（茨城大工学部）
宮本定明（筑波大）
三宅輝久（筑波大）
浜田広児（筑波大構造工学系）
小西信明（筑波大学大学院）
杉山和雄（千葉大工学部）
森典彦（千葉大工学部）
岡田明（千葉大）
加藤昭偉（千葉工大大学院）
中田里規（千葉経済短大）
菅野道夫（東京工業大）
田中一男（東京工業大）
室伏俊明（東京工業大）
町田元也（東京工業大）
小沢順（東京工業大）
石川知良（東京工業大）
朴桂矩（東京工業大）
浅見真人（東京工業大）
渡辺正（東京情報大）
上条正義（東京理科大）
藪内稔（学習院大文学部）
寺野寿郎（法政大工学部）
増井重弘（法政大工学部）
廣田薫（法政大工学部）
渡辺秀則（法政大学大学院）
小沢和浩（法政大工学部）
吉成有介（法政大学大学院）
菊池浩明（明治大）
山岡正人（明治大）
松本直樹（明治大）
佐藤昌彦（明治大理工学部）
高木敏幸（東海大工学部）
中西祥八郎（東海大工学部）
井関之雅（東海大工学部）
采原敬三（東海大工学部）
三木容彦（東海大工学部）
山下元（早稲田大）
椎名乾平（早稲田大）
永井豊（電気通信大）
竹内倶佳（電気通信大）
本多中二（電気通信大）
市村直幸（電気通信大）
杉田充（電気通信大）
単冬（電気通信大）
松繁寿和（南山大経済学部）
渡辺龍起（東洋大工学部）
松本政之（東洋大）
大里有生（横浜国立大工学部）
塚本弥八郎（名城大学短大部）
中村嘉平（中部大）
高萩栄一郎（福井工業大経営工学科）
米谷淳（奈良大学社会学部）
中島信之（和歌山県立医科大）
片井修（京都大工学部）
岩井壮介（京都大工学部）
松木純也（京都大工学部）
椹木哲夫（京都大工学部）
荻野勝哉（京都大工学部）
内田敬（京都大工学部）
秋山孝正（京都大工学部）
松下幸司（京都大農学部）
大谷裕生（京都大学大学院）
宇野伸宏（京都大学大学院）
梶谷拓生（京都大学大学院）
邵春福（京都大学大学院）
進士肇（京都大学大学院）
小林雅文（京都大学大学院）
瀬尾芙巳子（京都大経済研究所）
福田得夫（京都学園大）
安保徳央（同志社大学大学院）
江端智一（同志社大）
北野宣裕（立命館大）
山本昌弘（立命館大）
亀井且有（立命館大）
和多田淳三（龍谷大経営学部）
馬野元秀（大阪大計算機センター）

角井将史（大阪大基礎工学部）
市橋秀友（大阪府立大）
石淵久生（大阪府立大工学部）
田中英夫（大阪府立大工学部）
芦田仁史（大阪府立大）
渡辺俊彦（大阪府立大）
田村亮二（大阪府立大）
乾口雅弘（大阪府立大）
藤岡亮介（大阪府立大）
黄　承國（大阪府立大）
森田　浩（大阪府立大）
藤本勝成（大阪府立大）
加藤龍一（大阪府立大）
浅居喜代治（大阪工業大）
奥田徹示（大阪工業大）
古殿幸雄（大阪工業大）
今井克也（大阪工業大）
川下靖司（大阪工業大）
広沢　博（大阪工業大）
椎原孝次（大阪工業大）
浅野知伸（大阪工業大）
佐藤正剛（大阪工業大）
十河昌弘（大阪工業大）
坂田　徹（大阪工業大）
榎本一仁（大阪工業大）
宮　小元（大阪工業大）
前原啓二（大阪工業大）
工藤敏巳（大阪工業大大学院）
松本竜己（大阪工業大大学院）
佐田一道（大阪工業大大学院）
山本隆広（大阪工業大大学院）
江澤義典（関西大工学部）
寺濱幸徳（関西大学大学院）
堀端啓史（関西大学大学院）
倉山　淳（関西大）
樋口誠宏（関西大）
高崎俊英（関西大工学部）
藤井稔洋（関西大工学部）
水本雅晴（大阪電気通信大）
和泉孔二（阪南大）
八木俊策（摂南大）
若林拓史（大阪府立工業高専）
川井隆司（神戸大工学部）
大原竜也（神戸大）
山根博司（神戸大）

山本健二（神戸大）
浅原　賢（神戸大学大学院）
孫　健生（神戸大自然科学研究科）
間渕重昭（神戸商船大学）
中森義輝（甲南大理学部）
伊地智義継（流通科学大）
吉田　寛（流通科学大）
秋山一郎（流通科学大）
近藤勝直（流通科学大）
吉村公宏（神戸学院大学）
中尾一喜（姫路工業大）
中田英二（姫路工業大）
高科　豊（神戸市立工業高専）
嵯峨　晃（神戸市立工業高専）
伊藤　博（HUDSON UNIV.）
松田信義（川崎医科大）
矢野　均（香川大）
野間圭介（尾道短期大）
山川　烈（九州工業大情報工学部）
前田　博（九州工業大）
村上周太（九州工業大）
石飛康浩（九州工業大）
前田幹夫（九州工業大）
吉見康一（九州工業大）
重松保弘（九州工業大）
矢鳴虎夫（九州工業大情報工学部）
牟田一弥（佐賀大学理工学部）
鬼沢武久（熊本大工学部）
高本孝頼（熊本大学自然工学科）
川路茂保（熊本大学）
堀内清光（鳴門教育大学）
白井雄二（八代高専）
川瀬　眞（長崎総合科学大）
津田　栄（國學院高校）
中村和男（通産省製品科学研究所）
稗田哲也（通産省製品科学研究所）
山本創造（国際ファジィ工学研究所）
鈴木一如（国際ファジィ工学研究所）
櫻井健典（国際ファジィ工学研究所）
後藤賢治（国際ファジィ工学研究所）
小山　宏（国際ファジィ工学研究所）
徳永秀和（国際ファジィ工学研究所）
安信誠二（国際ファジィ工学研究所）
柳生辰夫（国際ファジィ工学研究所）
深海　悟（国際ファジィ工学研究所）

米田　稔（国際ファジィ工学研究所）
小川　聡（国際ファジィ工学研究所）
井上由文（国際ファジィ工学研究所）
糊田寿夫（国際ファジィ工学研究所）
山口　享（国際ファジィ工学研究所）
山中　猛（国際ファジィ工学研究所）
前田陽一郎（国際ファジィ工学研究所）
田鍋　実（国際ファジィ工学研究所）
村上譲司（国際ファジィ工学研究所）
湯田盛和（国際ファジィ工学研究所）
荒尾真樹（立石電機）
堤　康弘（立石電機）
高田邦雄（立石電機）
石田　勉（立石電機）
十河太治（立石電機）
中尾順次（立石電機）
溝口　敦（立石電機）
大坪　豊（立石電機）
大角雅治（立石電機）
神酒　勤（立石電機）
藤井　徹（立石電機）
稲尾勝行（立石電機）
大渡恵史（立石電機）
加藤充孝（立石電機）
来海雅俊（立石電機）
寺本浩志（立石電機）
藤枝紫朗（立石電機）
佐川隆一（ＳＣＳ技術事務所）
林　真司（東芝）
今崎直樹（東芝　ソフトウェア技研）
五嶋安夫（東芝　府中工場）
秋田穂積（東芝　関西支社）
藤井　章（新日本製鉄）
三矢直城（三矢技術士事務所）
宮内和良（菱日エンジニアリング）
多賀和春（ホンダエンジニアリング）
秋山幸生（ＮＴＴ伝送システム研究所）
臼井義美（日本電子計算）
平井一人（日本電子計算）
西村仁志（日本電子計算）
矢切　胖（ＪＩＰエンジニアリング）
大西　巍（三菱重工）
上石陽一（アドイン研究所）
中村　健（アドイン研究所）
三隅正機（宇部興産・宇部本社）

田中　淳（日立製作所）
唐沢　工（日立製作所）
平河内良樹（日立製作所）
中沢秀夫（日立製作所中央研究所）
小柳和子（日立ソフトウエアエンジニアリング）
野本弘平（三菱電機）
広瀬保嘉（三菱電機）
池田宏司（三菱電機）
山田尚道（三菱電機）
河原崎隆司（三菱化成水島工場）
植木浩一（松下住設機器）
藤枝　博（松下住設機器）
森　勉（松下電器産業）
江草　洋（松下電器産業）
野村博義（松下電器産業）
林　勲（松下電器産業）
石川智雄（松下電器産業）
近藤信二（松下電器産業）
石田　明（松下電器産業）
赤堀裕志（松下電器産業）
若見　昇（松下電器産業）
久米正夫（三洋電機）
土井　豊（三洋電機）
倉沢政行（三洋電機）
春木俊宣（三洋電機）
赤羽達夫（シャープ技術部）
中井和弘（シャープ）
詠田浩明（シャープ）
大畑幸一（花王株式会社）
粟野祐二（富士通研究所）
伊藤　修（富士ファコム制御）
三保　徹（富士ゼロックス）
橋本健志郎（本田技術研究所）
新井康久（本田技術研究所）
酒井伊知郎（本田技術研究所）
長谷川祐介（本田技術研究所）
柳田益造（通信総合研究所）
古関　斉（ヤマハ応用研究所）
平井明樹夫（ヤマハ）
小林元宏（ソニー生産技術本部）
富高忠房（ソニー）
植林信一（ダイダン技術研究所）
鳶　敏和（ダイダン技術研究所）
花房俊治（ダイダン技術研究所）
伊藤修一（ダイダン技術研究所）

柏木法人（ダイダン技術研究所）
児玉貞雄（ダイダン）
菱田聡（ダイキン工業）
高橋宏（日産自動車電子研究所）
池田博（日産自動車電子研究所）
木村眞（日産自動車電子研究所）
加藤りえ子（キャノンソフトウェア）
西守英二（キャノン）
上田浩（ミノルタカメラ）
中村公秀（ミノルタカメラ）
児島洋（ミノルタカメラ）
楠本幹男（奥井電機）
鍵本修一（奥井電機）
永田信一（大日本スクリーン）
赤木祐司（大日本スクリーン）
来栖康雄（大日本スクリーン製造）
北野孝一（インテック）
真栄平修（メイテック）
藤堂賢司（ニューメディアシステムズ）
清水幹治（ニューメディアシステムズ）
福田経宣（鐘淵化学工業）
田部章二（鐘淵化学工業）
清水昭雄（宇部興産）
小幡範雄（システム科学研究所）
坂田武久（エミール電子）
坂田明久（エミール電子開発舎）
田上優治（ＮＯＫ技術本部）
工藤常憲（ＮＯＫ技術本部）
北垣郁雄（職業訓練研究センター）
山本正道（山本電機工業）
松園三郎（山本電機工業）
日並泰三（山本電機工業）
須藤直樹（川崎重工業）
青木重明（日本電気硝子）
清水透（日本電気）
大浦範之（日本電気）
岩間和也（日本電気）
長谷部武（ＣＳＫ）
光崎雄二（日本精工電子研究所）
北村章（神戸製鋼）
加藤徹（神戸製鋼）
羽賀知行（神戸製鋼）
伊藤彰規（シーケーディ）
永田哲也（鐘紡生産技術研究所）
矢嶋一賀（田辺製薬）
渡辺誠（セイコー電子工業）
吉田裕見（ＮＫＫエレクトロニクス研究所）
鈴木哲也（東洋情報システム）
萩原盛一（ファイナリサーチ）
田畑勝治（久保田鉄工）
濱塚輝雄（久保田鉄工）
竹中修史（久保田鉄工）
芝田照也（）
原田司（松下電工中央研究所）
岩永九州男（松下電工中央研究所）
大槻達男（松下電工）
兼田真由美（松下電工）
野村淳二（松下電工）
竹端栄（オリンパス光学工業）
恒等克彦（オリンパス光学工業）
戸泉安司（オリンパス工学工業）
一戸裕（東京電力技術研究所）
浅見直樹（日経エレクロロニクス）
内田和臣（新潟鉄工所）
吉田正（新潟鉄工所）
有川晴彦（マイコムＫＫ）
蜂巣史良（マイコムＫＫ）
大谷哲也（横河電機）
横井八郎（住友金属工業）
高橋英明（三菱総合研究所）
高堂谷正樹（三菱総合研究所）
立松岳史（東京ガス）
小笠原誠（日本製鋼所）
戸貝正喜（日本インフラロジック）
大越英治（日本信号）
甲斐沼美紀子（国立公害研究所）
小林英明（堀場製作所）
阿部啓之（ニコン）
清水康男（ニコン）
上村定（数理計画）
石川博久（数理計画）
西川守（村田製作所）
横田雅弘（村田製作所）
高橋敦（山武ハネウエル）
福田豊（日東電装）
山田恭文（日本電装）
鈴木一義（日本電装）
青戸久和（三菱農機）
福山義幸（防衛庁技術研究本部）
酒井勝（新居浜計算センター）

細　谷　達　矢　（島根県立工業技術センター）
松　永　登志夫　（日立造船　）
藤　吉　　誠　（日立造船　）
田　中　　智　（野村総合研究所　）
大　川　　淳　（ピアス　）
山　口　登志郎　（鹿島建設　）
宮　嶋　俊　和　（鹿島建設　）
上　住　邦　彦　（銭高組　）
山　中　雅　史　（銭高組　）
中　村　卓　二　（銭高組　）
背　野　康　英　（奥村組　）
大　熊　一　由　（奥村組東京支社　）
川　畑　茂　男　（竹中工務店　）
岡　野　幹　雄　（フジタ工業　）
香　束　光　秀　（フジタ工業　）
龍　村　良　則　（タカトリハイテックソフト開発部　）
糟　谷　一　夫　（ディジタルコンピュータ　）
早　川　裕　二　（ブラザー工業　）
緒　方　貴　玄　（川鉄アドバンテック　）
田　中　明　彦　（文化放送ブレーン　）
嘉祥寺　隆　夫　（ハイシステムコントロール）
山　本　隆　義　（パブコック日立　）
林　　嵩　文　（　）
宇都宮　　聡　（三井石油化学工業　）
白　坂　保　順　（極東貿易　）
小　出　昭　雄　（セントラルコンピュータサービス　）
竹　本　三　郎　（石田衡器製作所　）
長　岡　　満　（マツダ　）
小　林　　力　（ＮＥＣＳ　）
石　川　和　男　（豊田自動織機製作所　）
金　子　文　司　（山一証券　）
石　津　雅　浩　（ユニ・チャーム　）
金　子　雅　之　（日本アビオニクス　）
高　木　啓　史　（トムソンジャパン　）
五百旗頭　　正　（明電舎　）
牧　野　　恭　（プライス・ウォータハウス）
小　森　喜　幸　（朝日新聞社　）

（389名：1989.6.2. 17:00現在）

[第２日分：順不同]

松島皓三（筑波大）
三重野博司（東京理科大）
吉野一（明治学院大法学部）
後藤泰之（東海大電気工学科）
影井清一郎（横浜国立大工学部）
大野研（三重大）
山本涼市（金沢工大）
有倉陽司（京都大学大学院）
多田実（龍谷大経営学部）
吉田光雄（大阪大）
石井博昭（大阪大工学部）
梅田孝則（大阪工業大）
池上公也（大阪工業大）
菱本俊夫（大阪工業大経営工学科）
北利幸（大阪工業大経営工学科）
菊池仁志（大阪工業大経営工学科）
篠井公規（大阪工業大経営工学科）
岩尾誠一（大阪工業大経営工学科）
島田まゆみ（大阪工業大経営工学科）
渡辺輝政（大阪工業大）
谷口吉孝（大阪工業大）
吉川英章（大阪工業大）
白石直樹（大阪工業大）
向井豊英（大阪工業大）
山田隆信（大阪工業大）
藤原義裕（大阪工業大）
米田元（大阪工業大）
日下部明宏（大阪工業大）
金山修平（大阪工業大大学院）
鈴木那雄（大阪産業大）
馬屋原一孝（大阪府立大）
吉田則勝（大阪府立大）
井本博之（関西大学大学院）
中島直紀（関西大学大学院）
北村新三（神戸大工学部）
谷明勲（神戸大）
呉松保雄（神戸大）
井阪秀夫（兵庫科学技術専門学校）
山内健次（姫路工業大電子工学科）
有田清三郎（川崎医科大）
川田力（広島大学大学院）
黒須顕二（九州工業大工学部）
佐々木守（熊本大学）
三吉京（東芝重電技術研究所）
川口久光（日立製作所中央研究所）
井上勝雄（三菱電機）
築山誠（三菱電機）
田戸昌弘（三菱電機）
井上和之（三菱電機）
高木友博（国際ファジィ工学研究所）
藤原義博（松下電器産業）
岩本則子（松下電器産業）
森下賢幸（松下電工）
栗尾孝（松下電工）
柳下修（富士電機）
山形秀明（リコー中央研究所）
田部井和夫（ユニック）
谷本靖雄（住友精密工業）
大内正俊（日本システム）
土屋伸生（立石電機中央研究所）
北島博史（立石電機中央研究所）
松本英俊（立石電機）
入江篤（立石電機）
加賀谷知治（立石電機）
斉藤至昭（立石電機）
荒井眞人（立石電機センサ事業部）
原潔（）
葛岡和美（セキスイ・システム・センター）
佐藤聡（積水科学工業）

（69名：1989.6.3. 16:00現在）

総参加者数458名

第５回 ファジィ システム シンポジウム 講演論文集

１９８９年６月２日　第１刷 発行
１９８９年７月１日　第２刷 発行

発行　国際ファジィシステム学会（ＩＦＳＡ）日本支部
《事務局》
〒184　東京都小金井市梶野町３－７－２
法政大学 工学部 計測制御教室内
電話 0423-81-5341 内線329，301

編集　第５回ファジィシステムシンポジウム実行委員
和多田　淳三（龍谷大学）
秋　山　孝正（京都大学）

印刷　ワールドインサツ
〒607　京都市山科区日ノ岡鴨土町４５
電話 075-502-1861