## 第 4 回

## 「ファジィ システム シンポジウム」

講演論文集

期 日 1988年 5月30日(月)、31日(火)

会 場 明治大学百周年記念大学会館

主 催 国際ファジィシステム学会日本支部

## 第4回

## ファジィ・システム・シンポジウム

- 人間・機械システムの高度知能化へ向けて-

## 講演論文集

期日: 1988年 5月30日(月)、 31日(火)

会場: 明治大学 百周年記念大学会館

〒101 東京都千代田区神田駿河台1-1

電話 03-296-4269

主催: 国際ファジィシステム学会(IFSA)日本支部

事務局: 〒184 東京都小金井市梶野町3-7-2 法政大学 工学部 計測制御教室内

電話 0423-81-5341 内線329, 301

共催: 明治大学 情報科学センター

協賛: 計測自動制御学会、日本自動制御協会、

日本オペレーションズ・リサーチ学会、

日本行動計量学会、日本経営工学会、

情報処理学会、電子情報通信学会、

電気学会、日本人間工学会、日本機械学会、 土木学会、日本医療情報学会、人工知能学会

IEEE SMC Tokyo Chapter

国際ファジィシステム学会(IFSA)日本支部が独自の企画で開催してきたファジィ・システム・シンポジウムも今年で4回目となり、ファジィ理論とその応用研究に従事している多くの人々の学術交流の場としてようやく定着してきた感がある。 本シンポジウムは、ファジィネス(fuzziness)という概念への真摯な興味あるいは人間的様相を内包したシステム構築への熱い願望から生じるある種の共通感覚を媒介としながら、従来の学問・研究分野の枠組みにとらわれない自由な意見発表の場として存在してきた。 また、このシンポジウムは我が国におけるファジィ理論とその応用・開発研究の最先端を一挙に伺い知る唯一の場であると言っても過言ではない。特に、今回のシンポジウムには60件もの多数の一般講演が用意されており、対象分野も、推論、評価・診断、制御、オペレーションズ・リサーチ、構造モデル・グラフ理論、ハードウェア、サイバネティックス、データ処理、構造物解析・評価、基礎理論、知識工学、データ解析、システム応用、論理など広い範囲にまたがっている。本シンポジウムの開催を通して、ファジィ理論とその応用・開発研究の現状および将来像が浮き彫りにされれば幸いである。

さて、第4回目のシンポジウムを企画・運営するにあっては以下に示す3点に留意したつもりである。その第一は、ファジィ理論が果たすべき役割を再確認する契機としたい、ということである。それは、昨年日本で開催された国際ファジィシステム学会第2回会議(1987年7月、学習院大学)の大成功、および、ファジィ制御・ファジィコンピュータなどに見られるファジィ理論の実用面での成果をバネとしながら、工業以外の分野をも含めた広範な領域での発展を期待するためである。 そのような理由から、今回のシンポジウムでは、広い視野からの提言を菅野道夫(東京工業大学)、中村雄二郎(明治大学)両先生にお願いした。 第二は、人間・機械システムの高度知能化へ向けた新たな発展の契機としたい、ということである。 そうしたことから、基本的な諸問題に根を下ろした提言を岩井壮介先生(京都大学)にお願いした。 第三は、ファジィ理論に興味をもつ色々な人々が気軽に参加できるようなシンポジウムにしたい、ということである。そのために、今回は、会期を2日間に短縮すると共に、従来からの当日受付による参加申込方式を踏襲した。

今回初めて参加される方も含めて、ファジィシステムに興味をもっている人々の多くが これを機会にファジィ理論を用いた研究・開発に着手されることを期待している。また、 本シンポジウムがその契機となれば幸いである。

最後に、本シンポジウムの開催にあたってお世話いただいた明治大学情報科学センター の皆様、関係者各位に心から謝意を表する。

1988年 5月30日

第4回ファジィ・システム・シンポジウム実行委員

大 里 有 生 (横浜国立大学) 廣 田 薫 (法政大学)

## 第4回

## ファジィ・システム・シンポジウム

- 人間・機械システムの高度知能化へ向けて-

主催 国際ファジィシステム学会 (IFSA) 日本支部

(日本支部長 寺野 寿郎、法政大学 工学部)

共催 明治大学 情報科学センター

(センター長 向殿 政男、明治大学 工学部)

協賛 計測自動制御学会、日本自動制御協会、日本オペレーションズ・リサーチ学会、 日本行動計量学会、日本経営工学会、情報処理学会、電子情報通信学会、 電気学会、日本人間工学会、日本機械学会、土木学会、日本医療情報学会、 人工知能学会、IEEE SMC Tokyo Chapter

■期 日: 1988年 5月30日(月)、 31日(火)

■会 場:明治大学 百周年記念大学会館(JRお茶の水駅下車、徒歩5分)

〒101 東京都千代田区神田駿河台1-1 電話 03-296-4269

■基調講演: 5月30日(月) 10:00~10:50

「ファジィ理論の目指すもの」………菅 野 道 夫(東京工業大学 教授)

■招待講演: 5月30日(月) 11:00~12:00

「ファジィと新しい科学認識論」……中 村 雄二郎(明治大学教授)

■特別講演: 5月31日(火) 13:30~14:30

「システムの高度知能化と人間の類推・情報集約・意思決定

プロセスのモデル化」…………岩 井 壮 介(京都大学 教授)

■一般講演: 60件

推論(4件)、評価·診断(4件)、制御(10件)、OR(4件)、構造モデル・グラフ(3件)、 ハードウェア(3件)、サイバネティックス(3件)、データ処理(3件)、構造物解析・評価(4件)、 基礎理論(4件)、知識工学(6件)、データ解析(3件)、システム応用(6件)、論理(3件)

参加 方法: シンポジウム参加申し込み書に必要事項を記入の上、当日会場受付にてお申し 込みください。 参加費も当日会場受付にてお支払いください。

参加費:一般 5000円、学生 3000円(ともに、講演論文集を含む)

懇 親 会: 5月30日(月) 18:20~20:00

会 場:明治大学 百周年記念大学会館 6階会議室

懇親会費:4000円(会費は当日会場に受付)

申込方法:IFSA日本支部事務局または運営幹事にて事前申し込み受付。

事務局:〒184 東京都小金井市梶野町3-7-2

法政大学 工学部 計測制御教室内

国際ファジィシステム学会 (IFSA) 日本支部事務局 (増井 重弘)

電話 0423-81-5341 内線329、301

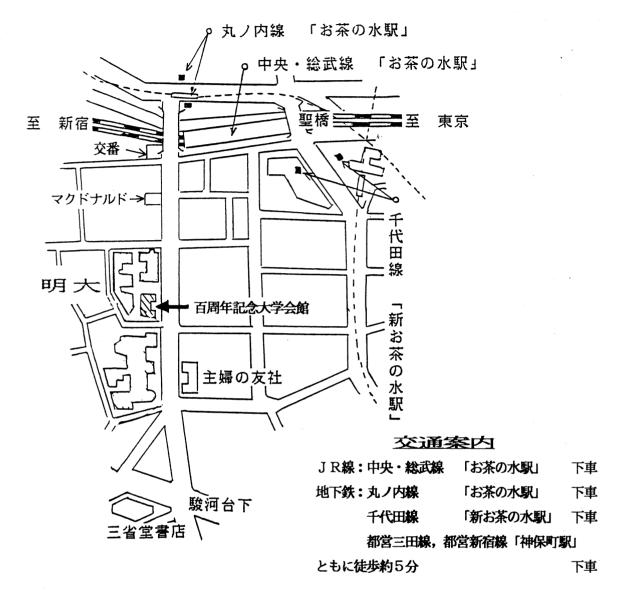
運営幹事 : 大里 有生 (横浜国立大学工学部電子情報工学科 TEL 045-335-1451 Ext. 2930)

(〒240 横浜市保土ヶ谷区常磐台156 FAX 045-334-3215)

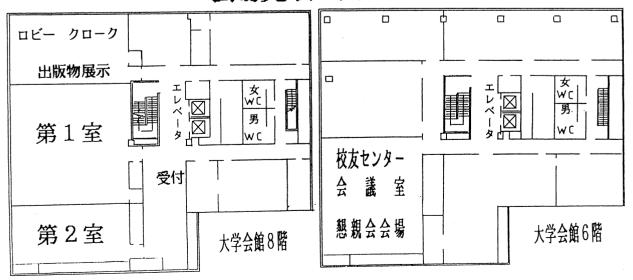
廣田 薫 (法政大学工学部計測制御教室 TEL 0423-81-5341 Ext. 304)

## 明治大学百周年記念大学会館

〒101 東京都千代田区神田駿河台1-1 電話 03-296-4269



## 会場見取り図



### プログラム スケジュール

## 受付開始 午前9時〔5月30日(月)、31日(火)〕

時	刻	9	10	1 1	12		l		<b>2</b> 30	3	4	5	6	7
 5	第 1 室	開会式	講演	招待 講演 (中村)	<u>昼</u> 休		S1			S3	S5	S7		親会
月 30 日 (月)	第 2 室				み		S2			S4	S6	S8		)階)
<i></i>	ロビー		休憩	物展示・ ! ーク	即売									
時	刻	<b>9</b> 30	1 O	1 1	12		<b>l</b> 0		<b>2</b> 0 40	<b>3</b>	<b>4</b> 50	5		
5	第 1 室	S	9	S11	昼仕	総会	特講	演		S13	S15	S17		-
月 31 日 (火)	第 2 室	S	10	S12	休み					S14	S16	S18		
:	ロビー		休憩		即売									

S1~S18:一般講演セッション番号

## 一般講演セッション名 一覧

日程	第 1 室	第2室
5月30日(月)	S1 : 推論 S3 : 制御(1) S5 : 制御(2) S7 : ハードウェア	S2 : 評価・診断 S4 : OR S6 : 構造モデル・グラフ S8 : サイバネティックス
5月31日 (火)	S9 : 制御(3) S11 : 構造物解析・評価 S13 : 知識工学(1) S15 : 知識工学(2) S17 : 論理	S10 : データ処理 S12 : 基礎理論 S14 : データ解析 S16 : システム応用(1) S18 : システム応用(2)

## プログラムと目次

《特別セッション》

### 5月30日(月) 第1室

 $1 \ 0 : 0 \ 0$ 〔挨拶〕 国際ファジィシステム学会(IFSA)日本支部長 寺野寿郎(法政大学)  $[10:00\sim10:50]$ 〔基調講演〕 司会 向殿政男(明治大学 工学部) - 主観の科学化と科学の主観化へ-ファジィ理論の目指すもの For What the Fuzzy Theory Advances - toward subjectification of science from scientification of subjectivity ......Michio SUGENO  $[11:00\sim12:00]$ 司会 藪内 稔 (学習院大学 文学部) 〔招待講演〕 17 Fuzzy Theory and New Epistemology ......Yujiro NAMURA

### 5月31日(火) 第1室

 $[1:00\sim1:30]$ 

[総会] 国際ファジィシステム学会(IFSA)日本支部 総会

## 《一般講演セッション》

## 第1日 第1室

	5月30日(月)	
	$[1:00\sim2:20]$	
(	②〔推論〕セッション 1 司会 水本雅晴(大阪電気通信大学)	
	推論と単調性	43
	Inference and Monotonicity	
	片井 修、椹木哲夫、岩井壮介、山本順三、小川兼一郎(京都大学)	
	Osamu KATAI, Tetsuo SAWARAGI, Sosuke IWAI, Junzo YAMAMOTO	
	and Kenichiro OGAWA	
	Dempster-Shafer理論に基づいた推論モデル	49
	An Inference Model Based on Dempster-Shafer's Theory	
	多名賀 淳((株)リクルート)、室伏俊明(東京工業大学)	
$\bigcirc$	Jun TANAKA and Toshiaki MUROFUSHI	
(e)	神経回路網モデルによるファジィ推論の定式化	55
	Formulation of Fuzzy Reasoning by Neural Network	
	林 勲、高木英行(松下電器産業(株))	
	Isao HAYASHI and Hideyuki TAKAGI 不確実標報処理におけてユージュ推論の応用について、東側させらし、一	
	不確実情報処理におけるファジィ推論の応用について - 事例を中心として -	61
	Fuzzy Inference and Its Applications to Uncertain Data Processing 清家彰敏(関東自動車工業(株) 東京職業訓練短期大学校)	
	「A A S D D D D D D D D D D D D D D D D D	
	ARICOSHI SEIRE	
	【2:30~3:50】 〔制御(1)〕セッション3 司会 菅野道夫 (東京工業大学)	
	FUZZY制御によるポンプ浚渫船自動浚渫制御システム	A 17
	Automatic Cutter Suction Dredger Control System by Fuzzy Control	67
	五百旗頭 正 ((株)明電舎 技術本部)	
	五百旗项 正((林)明电音 汉州本部) Tadasi IOKIBE	
	ファジィ論理による自動車の速度と操舵の制御	71
	Steering and Speed Controls of an Automobile with a Fuzzy Logic	71
	前田幹夫、村上周太、佐藤武雄(九州工業大学 工学部)	
	Mikio MAEDA, Shuta MURAKAMI and Takeo SATO	
	キャッチボールシステムのための適応ファジィ制御	77
	Adaptive Fuzzy Control for Catch-ball System	11
	竹田浩伸、石川知良(東京工業大学 システム科学専攻)	
	Hironobu TAKEDA and Tomoyoshi ISHIKAWA	
	ファジィ制御を用いたアーク溶接ロボットの開先幅倣い制御	83
	Oscillation Amplitude Control of Arc Welding Robot using Fuzzy Control	υv
	村上周太(九州工業大学 工学部)	
	藤村浩史、井手栄三(三菱重工(株))	
	Shuta MURAKAMI, Hiroshi FUJIMURA and Eizo IDE	

## 《一般講演セッション》

# 第1日 第2室

5月30日(月)	
【 1 : 0 0 ~ 2 : 2 0 】 〔評価・診断〕セッション 2   司会 柴田 碧(東京大学 生産技術研究所)	
【評価・診断】 19937 2 - 可会 楽田 岩 (東京八子 生産技術切光所) 人間の信頼性評価 ····································	223
Human Reliability Assessment	
鬼沢武久(熊本大学 工学部)	
Takehisa ONISAWA	
カラー印刷画像の主観評価について	229
A Study on Subjective Evaluations of Color Printing Images	
田中和彦(大日本印刷(株))、菅野道夫(東京工業大学)	
Kazuhiko TANAKA and Michio SUGENO	
意識調査にかかわる $\hat{\tau}$ - $\hat{\gamma}$ 解析のための $\rho$ - $\gamma_{7}\hat{\gamma}$ $\hat{\gamma}$ 測度とその応用	0 0 E
~ファジィ積分による評価~	233
Development of $\rho$ -Fuzzy Measure for Data Analysis on Consciousness Survey and Its Application; Evaluation Based upon Fuzzy Integral	
北垣郁雄(職業訓練研究センター)	
I kuo KITAGAKI	
あいまいな症状に対するセット・カバー論的故障診断	241
A Set-Cover Theoretical Diagnosis Based on Fuzzy Symptons	
石渕久生、市橋秀友、田中英夫(大阪府立大学 工学部)	
Hisao ISHIBUCHI, Hidetomo ICHIHASHI and Hideo TANAKA	
【2:30~3:50】 (2:30~3:50】	
[OR] セッション 4 司会 市橋秀友(大阪府立大学 工学部) ファジィパラメータを含む多目的線形計画問題に対する実行可能性とパレート最適性	247
Feasibility and Pareto Optimality for Multiobjective Linear	
Programming Problems with Fuzzy Parameters	
坂和正敏(岩手大学 工学部)、矢野 均(香川大学 経済学部)	
Masatoshi SAKAWA and Hitoshi YANO	
区間線形モデルによる判別分析	253
Discriminant Analysis by Interval Linear Models	
田中英夫、石渕久生(大阪府立大学 工学部)	
Hideo TANAKA and Hisao ISHIBUCHI	250
ファジィ線形回帰モデルと大型小売店販売額予測問題への応用	209
Fuzzy Linear Regression Model and Its Application to the	
Prediction Problem of Sales of Large Scale Retail Stores 坂和正敏(岩手大学 工学部)、矢野 均(香川大学 経済学部)	
双和正敏(石子入子・工子品)、 入当・3 (日外)、「 私かります Masatoshi SAKAWA and Hitoshi YANO	
masatosiii Sakawa and iii toolii 111100 11111111111111111111111111111	265
Instructional Analysis Applying Fuzzy Clustering	
勝又保雄(目黒高校)、山下 元(早稲田大学)、津田 栄(国学院高校)	
Vasuo KATSUMATA Haiime YAMASHITA and Ei TSUDA	

## 第1日 第1室

5月30日(月)	
$[4:00\sim5:00]$	
〔制御(2)〕 セッション 5 司会 村上周太(九州工業大学 工学部)	
ファジィ制御に対する改善法(II) 91	Ĺ
Improvement of Fuzzy Control (II)	
水本雅晴(大阪電気通信大学)	
Masaharu MIZUMOTO	
PIDとFUZZYのハイブリット型コントローラー 97	7
PID-FUZZY Hybrid Controller	
市橋秀友、田中英夫(大阪府立大学 工学部)	
Hidetomo ICHIHASHI and Hideo TANAKA	
ファジィ制御の安定問題 103	3
Stability of Fuzzy Control Systems	
寺野寿郎、増井重弘、森 史人(法政大学 工学部)	
Toshiro TERANO, Shigehiro MASUI and Fumito MORI	
en e	
randra de la composição de la Marco de Arm La composição de la Marco	
en e	
[5:10~6:10]	
〔ハードウェア〕セッション 7 司会 竹内倶佳 (電気通信大学)	
ファジィ状態メモリ回路	9
Fuzzy State Memory Circuits	•
白井雄二 (八代工業高等専門学校 情報電子工学科)	
佐々木守、上野文男、井上高宏(熊本大学 工学部)	
Yuji SHIRAI, Mamoru SASAKI, Fumio UENO and Takahiro INOUE	
ディジタル近似によるファジィフリップフロップ	
Fuzzy Flip-Flop Circuit Using Digital Technique	•
廣田 薫、小沢和浩(法政大学 工学部)	
Kaoru HIROTA and Kazuhiro OZAWA	
機能メモリを用いたファジィ推論エンジン	i
Fuzzy Inference Engine Using Functional Memory	•
佐々木守、森本孝司、上野文男、井上高宏(熊本大学 工学部)	
白井雄二 (八代工業高等専門学校 情報電子工学科)	
Mamoru SASAKI, Takashi MORIMOTO, Fumio UENO, Takahiro INOUE	
and Yuji SHIRAI	

# 第1日 第2室

T 4 . 0 0 . E . 0 0 ]		
$[4:00\sim5:00]$		
〔構造モデル・グラフ〕セッション 6 司会		
ファジィISMにおける相互連関行列の	効率的生成アルゴリズム	3
An Efficient Algorithm for Generatin	g the Interconnection Matrix	
of Fuzzy ISM		
大卢	y 東、加地郁夫(北海道大学 工学部)	
	ma OHUCHI and Ikuo KAJI	
Fuzzy理論による簡単な構造化の応用例	- 教育への応用を例に	9
An Application of Simple Structuring	Using Fuzzy Theory	
<ul> <li>An Example of the Application</li> </ul>	to Education —	
	松原 勇(金沢経済大学)	
	Isamu MATSUBARA	
ファジィグラフの核と連結度との関係に	ついて 28	5
On the Relation between the Kernel a	nd Connective Degree of a Fuzzy Graph	
	森岡正臣(宮城教育大学 教育学部)	
	Masaomi MORIOKA	
[5:10~6:10]	七十 / 古和上州 一丁兴却\	
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木も	哲夫(京都大学 工学部)	11
[サイバネティックス] セッション 8 司会 椹木! 主観評定における確信度の利用について	哲夫(京都大学 工学部) の一考察29	1
[サイバネティックス] セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings	の一考察	)1
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、	の一考察	)1
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、 Mutsuharu KAKIHARA, S	の一考察	)1 
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、 Mutsuharu KAKIHARA, S	の一考察	A.,
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、 Mutsuharu KAKIHARA, SFusako HIRABAYASHI 真偽判断におけるあいまいさとその表現	の一考察	A.,
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、 Mutsuharu KAKIHARA, S Fusako HIRABAYASHI 真偽判断におけるあいまいさとその表現 Representation of Uncertainty in Tru	の一考察	A.,
[サイハ・ネティックス] セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用についてConfidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、近Mutsuharu KAKIHARA、SFusako HIRABAYASHI 真偽判断におけるあいまいさとその表現Representation of Uncertainty in Tru	の一考察	A.,
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、 Mutsuharu KAKIHARA. S Fusako HIRABAYASHI 真偽判断におけるあいまいさとその表現 Representation of Uncertainty in Tru 中村に Kazue	の一考察	37
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、	の一考察 29 飯野正民、平林扶佐子(日本電気(株)) Seiichi HIRATSUKA, Masatami IINO and Unithness Judgements 和男(製品科学研究所 システム設計課) ONAKAMURA -ファジィ・ルールの基礎的研究- 30	A.,
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、	の一考察	37
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、	の一考察 29  wy TER、平林扶佐子(日本電気(株)) Seiichi HIRATSUKA, Masatami IINO and  withness Judgements 和男(製品科学研究所 システム設計課) o NAKAMURA  -ファジィ・ルールの基礎的研究ー 30 ice Question Test zzy Rules -	37
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、	の一考察 29  www.spreesserver.com/seiichi HIRATSUKA, Masatami IINO and  duthness Judgements 和男(製品科学研究所 システム設計課) o NAKAMURA  ーファジィ・ルールの基礎的研究ー 30 ice Question Test zzy Rules ー 有田清三郎(川崎医科大学 数学教室)	37
「サイハ・ネティックス」 セッション 8 司会 椹木を主観評定における確信度の利用について Confidence in Subjective Ratings 垣原睦治、平塚誠一、	の一考察 29  wy TER、平林扶佐子(日本電気(株)) Seiichi HIRATSUKA, Masatami IINO and  withness Judgements 和男(製品科学研究所 システム設計課) o NAKAMURA  -ファジィ・ルールの基礎的研究ー 30 ice Question Test zzy Rules -	37

## 第2日

## 第 1 室

5月31日(火)	
$[9:30\sim10:30]$	
〔制御(3)〕 セッション 9 司会 山崎 束(日揮(株))	
再帰型ファジィ推論を用いたオートチューニング・コントローラ	127
An Auto-Tuning Controller Using Recursive Fuzzy Reasoning	
野本弘平、近藤倫正(三菱電機(株) 情報電子研究所)	
Kohei NOMOTO and Michimasa KONDO	
スイッチトキャパシタ回路を用いたファジィコントローラ	133
Fuzzy Controller Using Switched Capacitor Circuits	
佐々木守、井上高宏、上野文男(熊本大学 工学部)	
白井雄二(八代工業高等専門学校 情報電子工学科)	
Mamoru SASAKI, Takahiro INOUE, Fumio UENO and Yuji SHIRAI	
不安定制御系のファジィ制御	139
Fuzzy Control of an Unstable System	
寺野寿郎、増井重弘、菅谷善昌(法政大学 工学部)	
Toshiro TERANO, Shigehiro MASUI and Yoshimasa SUGAYA	
$[10:40\sim12:00]$	
<del>-</del>	
〔構造物解析・評価〕セッション 11   司会 寺野寿郎 (法政大学 工学部) 建屋内の機器・配答系の地震による建場には1500円には1500円である。	
建屋内の機器・配管系の地震による建屋損傷に起因する損傷評価の一方法	
- 工学的損傷確率と主観的損傷確率の結合	145
A Procedure for Evaluating the Damage Rate of Indoor Equipment and Pipings under Seismic Condition	
柴田 碧(東京大学 生産技術研究所)	
Heki SHIBATA 丁注選定における例外の実現しるの利用	
工法選定における例外の表現とその利用	51
to Construction Method Selection	
丸山能生((株)間組 技術研究所)	
高橋亮一(東京工業大学 原子炉工学研究所)	
Yoshio MARUYAMA and Ryoichi TAKAHASHI ファジィ集合を利用した土構造物内の浸透流の逆解析	
ファンイ来台を利用した土構造物内の浸透流の逆解析	57
nverse Analysis of Seepage through Earth Structures using Fuzzy Sets	
大野 研(三重大学 生物資源学部)	
Ken OHNO コンクリート構造物の耐な体証ののファジュ環境の定用	
コンクリート構造物の耐久性評価へのファジィ理論の応用	61
古田 均(京都大学 工类物) 日本光光 (1)	
古田 均(京都大学 工学部)、尾崎美伸(鹿島建設)	
白石成人(京都大学 工学部)	

# 第2日 第2室

$[9:30\sim10:30]$
〔データ処理〕セッション 10   司会 馬野元秀(大阪大学)
ファジィ集合に基づくデータベースの索引語関係の生成と情報検索への応用 309
Generation of Descriptor Relations of a Database Based on Fuzzy Set and
Application to Information Retrieval
三宅輝久、宮本定明、中山和彦(筑波大学 電子・情報工学系)
Teruhisa MIYAKE, Sadaaki MIYAMOTO and Kazuhiko NAKAYAMA
ファジィ理論の対話型システムにおける日本語処理への適用 313
An Application of Fuzzy Theory to Japanese Language Processing
in an Interactive System
前田 博、村上周太(九州工業大学 工学部)
Hiroshi MAEDA and Shuta MURAKAMI
ファジィPrologにおける真理値、導出確信度及びルールの重みについて 319
On Truth Value, Confidence of Resolvent and Weight of Rule in Fuzzy Prolog
丁 利亜、沈 祖梁、向殿政男(明治大学 工学部)
Liya DING, Zuliang SHEN and Masao MUKAIDONO
$[10:40\sim12:00]$
〔基礎理論〕セッション 12 司会 塚本弥八郎(名城大学)
ファジィ関係方程式の解集合を変えない係数行列について II
ファジィ関係方程式の解集合を変えない係数行列について II 327 Sets of Solution-Set-Equivalent Coefficient Matrices of Fuzzy Relation Equations 宮腰政明、新保 勝(北海道大学 工学部) Masaaki MIYAKOSHI and Masaru SHIMBO
ファジィ関係方程式の解集合を変えない係数行列について II 327 Sets of Solution-Set-Equivalent Coefficient Matrices of Fuzzy Relation Equations 宮腰政明、新保 勝(北海道大学 工学部) Masaaki MIYAKOSHI and Masaru SHIMBO
ファジィ関係方程式の解集合を変えない係数行列について II
ファジィ関係方程式の解集合を変えない係数行列について II 327 Sets of Solution-Set-Equivalent Coefficient Matrices of Fuzzy Relation Equations 宮腰政明、新保 勝(北海道大学 工学部) Masaaki MIYAKOSHI and Masaru SHIMBO
ファジィ関係方程式の解集合を変えない係数行列について II

## 第2日 第1室

5月31日(火)	
$[2:40\sim3:40]$	Provide the second control of
〔知識工学(1)〕セッション 13 司会 前田 博	
ファジィ事例学習による制御戦略知識の生成。	
Acquisition of Heuristically-Skilled Knowl	edge for Control
by Fuzzy Learning from Training Instances	
	学部) 、松尾真人 ( N T T (株) )
片井 修、岩井壮介(京都	郡大学 工学部)
	SUO, Osamu KATAI and Sosuke IWAI
知識表現における不確実性の評価の性質につい	T 175
Some Properties of Fuzzy Evaluation in Kno	
廣田	黨、渡辺彰彦(法政大学 工学部)
	HIROTA and Akihiko WATANABE
ルールの条件部に動的な重み付けが可能なファ	ジィ制御用シミュレータ 181
Fuzzy Controller with Dynamically Weighted	
馬野元秀(ス	
	久保井不二男(関西大学 工学部)
Motohide UMANO,	Yoshinori EZAWA and Fujio KUBOI
	Harman Color of the All Parks
(3::50 ~ 4::50)	
[知識工学(2)] tyyay 15 司会 片井 修	
証券投資エキスパテト・システムのデー	187
Expert System for Investment	
	朱))、菅野道夫(東京工業大学)
Bunji KANEKO and Mi	chió SUGENO
Dempster-Shafer理論を適用したエキスパート	システム 193
Expert System using Dempster-Shafer Theory	
	井良徳 ((株)リコー、中央研究所)
Tohru MATSUDA, Takanon	
Dempster-Shafer理論によるファジィ推論	
Fuzzy Inference in the Framework of the De	
	(日本鋼管(株) 技術開発本部)
	(法政大学 工学部)
Masamich:	i TACHI and Kaoru HIROTA

# 第2日

5月31日(火)	
$[2:40\sim3:40]$	
〔データ解析〕セッション 14  司会 大橋靖雄(東京大学 東大病院)	$\mathbf{v} = \mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{v}_{\mathrm{T}}$
Tverskyの類似性理論のファジー集合による一般化と	
クラスター分析への応用	351
A Generalization of Tversky's Feature Matching Model of Similarity	
by Fuzzy Set Theory and Its Application to Cluster Analysis	· Arre S
椎名乾平(早稲田大学)文学	:部)
Kanpei Shiina	
2変量ファジィ観測に基づく統計的推測	357
A Statistical Inference by Fuzzy Observations in the Bivariate Case	. 344. \
古殿幸雄、奥田徹示、浅居喜代治(大阪工業大	
Yukio KODONO, Tetsuji OKUDA and Kiyoji ASA	
ファジィ観測に基づく統計的推測の情報量的評価	303
An Evaluation of the Statistical Inference using Fuzzy	
Observations from the viewpoint of Information Quantity	444 <b>)</b>
奥田徹示、古殿幸雄、浅居喜代治(大阪工業大学 経営工学	- <b>^</b> +)
Tetsuji OKUDA, Yukio KODONO and Kiyoji ASAI	
$[3:50\sim4:50]$	
[システム応用(1)] セッション 16 司会 田中英夫 (大阪府立大学 工学部)	
ファジィ推論を用いたプリント基板ハンダ付工程の制御	369
Control of Soldering Process in Printed Board using Fuzzy Reasoning	
清瀬健司 (電気通信大学 電子情報等	学科)
猪飼國夫((株)エム・アイ・ベンチャー)、	
本多中二(電気通信大学 電子情報等	学科)
K. KIYOSE, K. IKAI and N. HONDA	
ファジィ手法を用いた交通情報提供方法について	377
The Device of Traffic Information Service by Fuzzy Set Theory	
秋山孝正、飯田克弘(京都大学 工学	学部)
井上矩之(福山大学 工学部)	
Takamasa AKIYAMA, Katsuhiro IIDA and Noriyuki I	NOUE
ファジィ理論のステッパー・アライメントへの応用	383
Stepper Alignment Using Fuzzy Reasoning	
今泉昌明、西守英二、信宮利昭(キャノン(株) 生産技術研究	咒所)
Masaaki IMAIZUMI, Eiji NISHIMORI and Toshiaki SHINGU	

## 第2日

## 第1室

5月31日(火)	
$[5:00\sim6:00]$	
〔論理〕セッション 17  司会 室伏俊明(東京工業大学 システム科学専攻)	
論理演算子のファジィ化	205
Fuzzifications of Logical Operators	
村井哲也(札幌医科大学 衛生短期大学部)	
宮腰政明、新保 勝(北海道大学 工学部)	
T. MURAI, M. MIYAKOSHI and M. SHIMBO	
ファジィ推論における入力推移に関する考察	209
A Consideration of the Input Movement for Fuzzy Reasoning	
宮 小元、奥田徹示、浅居喜代治(大阪工業大学)	
Xiaoyuan GONG, Tetsuji OKUDA and Kiyoji ASAI	
ファジィ・インターバル論理の提案	
~ より柔軟な知識表現の試み ~	215
Proposal on Fuzzy Interval Logic	
$\sim$ An attempt to represent knowledge more flexibly $\sim$	
菊池浩明、向殿政男(明治大学 工学部)	
Hiroaki KIKUCHI and Masao MUKAIDONO	

# 第2日 第2室

$[5:00\sim6:00]$
〔システム応用(2)〕セッション 18   司会 廣田 薫(法政大学 工学部)
ファジィ理論を用いた色彩による品質判別 389
On Fuzzy Qualifications by Color
井関之雅、中西祥八郎(東海大学 工学部)
Yukimasa ISEKI and Shohachiro NAKANISHI
ファジィ・ロジックによるエッジ検出 395
Edge Detection by Fuzzy Logic
永井 豊、竹内俱佳(電気通信大学)
Yutaka NAGAI and Tomoyoshi TAKEUCHI
遺隔操作マニピュレータのための連続ステレオ画像からの
ファジィ論理による位置情報の推定40
Position Estimation by Fuzzy Logic from Horizontal and Vertical
Image Sequences for Remotely Operated Manipulator
竹内俱佳、永井 豊、亀山 隆(電気通信大学)
Tomoyoshi TAKEUCHI, Yutaka NAGAI and Takashi KAMEYAMA
Keyword Index 40

# 第 1 室

# ファジィ理論の目指すもの - 主観の科学化から科学の主観化へ-

For What the Fuzzy Theory Advances

- toward subjectification of science from scientification of subjectivity

菅野道夫 Michio Sugeno S 155 . 243 AL

## 東京工業大学 Tokyo Institute of Technology

笑いが非常に大きな喜びによっては決して起こらないのと同様に、涙は極度の悲しみからは起こらず、ただ愛または喜びの感情を伴うか、あるいはそれに伴われている中程度の悲しみから起こるにすぎない。そこで涙の原因をよく理解するためには、つぎのことを注意しなければならない。人体のどの部分からも絶えず多量の蒸気が出ているが、しかし目ほどたくさん蒸気の出る所はない。これは視神経の太いことと、涙の通路たる小動脈が非常に多くあるためである。また注意すべきは、汗が蒸気から成るものであり、蒸気が他の部分から出てその表面で液体に変化するのと同様に、涙もまた目から出る蒸気から成っていることである。(デカルト)

かれらは幾何学の明白で大きな原理に慣れており、それらの原理をよく見て、確かめたのちでなければ、推理しない習慣になっているので、そのような原理を確かめるわけにいかない繊細な事物にぶつかると、かれらは迷ってしまうのである。この方の原理はほとんど眼に見えない。それは見るよりもむしろ感じるものである。・・・

そこでは多くの場合、幾何学におけるように秩序立てて証明するということができない。というのも、われわれは原理をそういう仕方で所有しているのではないからであり、そういうことを企てると際限がなくなるからである。・・・

繊細な精神の人々は、反対に、一目で判断することに慣れているので、かれらの理解しがたい命題を提出されて、そこへはいっていくには味気ない定義や原理を経なければならないとなると、それらをそんなにくわしく見ていくことに慣れていないために、かれらは驚いてたちまちいや気をおこし、あきあきしてしまう。(パスカル)

1. デカルトの知からパスカルの知へ

いっさいの不確かなもの、蓋然的あるいは曖昧なものを否定し、明晰にして判明な

るもののみを受け入れ、合理的世界を追求するというのは近代合理主義の考え方である。いわゆる西洋の知は近代合理主義の知に他ならず、その基礎を築いたのはデカルトである。デカルトの考えは、明証性、分析、構成、反省という方法論によって、今日の科学主義、科学化の思想の出発点となった。

科学の在り方は、したがって、西洋の知の在り方であり、科学主義は問い直され、 反省を迫られているとはいえ、なお、現代における支配的思想である。デカルト的方 法をとらないものは、逸脱科学とされ、しばしば「科学でない」というレッテルさえ 貼られることになる。

ファジィ理論の方法は、科学に主観性を持ち込むことによって、そして、主観の合理性を追及しないことによって、まさにこの支配的思想と対峙しているのである。西洋において、ファジィ理論の考え方の源流はデカルトと同時代のパスカルにまできかのぼれる。パスカルは理性に対して人間の心情、合理性に対して人間の主観性の優位を主張した。デカルト的幾何学の精神に対し、繊細な精神の持ち主であるパスカルは、不確実性を容認する。たとえば、「われわれは確実に知ることもできないし、さりとてまったく無知であることもできない。いわば広漠とした中間の波間にただよい、つねに定めなく浮動しつつ、一方の端から他方の端へおし流されている」というように。主観性と不確実性を通じて、パスカルがわれわれの〈ファジィネス〉に価値を認めたであろうことを確実に推測できる。パスカルはさらに確率論の創始者として知られている。パスカルが行なったのは、賭の場に表われるような組み合わせ的確率の計算法(2つのサイコロを投げて、目の合計が7になる確率)の研究である。このように、〈蓋然性〉(これは probabilityの日本語訳でもある)という不確かさの様相にもパスカルは関心を抱いた。

こうして、パスカルは西洋における近代非合理主義の源と見なされているが、デカルトの西洋の知はたんにパスカル的知ではなく、東洋の知と対比されることがある。ファジィ理論についても、その考え方は東洋的考えによく合っているとか、中国、日本、インドではファジィ理論の考えが理解されやすいといわれることがある。

東洋思想の代表的なもののひとつは老荘思想で、これは宇宙の本質を<無>と考える無為自然の哲学として特徴づけられる。「自然とは、他者の力を借りないで、それ自身の内にある働きによってそうなること」とされ、他者とは人為であり、人為を排除することが無為自然である。そして、ありのままの自然の内には差別はなく、物事を2つに分け、差別するのは人為のなせるわざであるとし、有無の対立を否定する無差別自然ということがいわれる。

インドに始まる仏教にも空の思想があるが、仏教論理は一般に排中律を必ずしも認めないといわれる。たとえば、仏教には中道という考えがある。中道とは対立する2つの極端を排し、中をとるという実践法である。不苦不楽とは、甚だしい苦行をしてもしようがないし、かといって快楽のみを追及してもいけないということであり、2値的な思考法ではない。

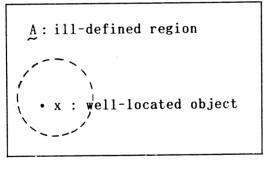
こうしてファジィ理論の考えは、西洋においてはデカルト的知ではなく、パスカル

的知に属し、中村雄二郎がいまく行き過ぎた知>と批判するところの西洋の知ではなく、東洋の知に属するものであることがわかる。近代合理主義の城塞である現代科学の中でファジィ理論がデカルト的方法をとらないことによって、その有効性を示しつつ現代科学に深く侵食することによって、新たな科学の地平を切り開くことが望まれる。

### 2. ファジィネスをめぐって

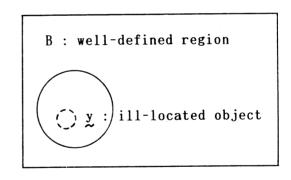
ファジィ理論はファジィ集合論的なファジィネスとファジィ測度論的なファジィネスを扱っている。ファジィ集合論では、言葉の意味や概念の定義に見られるようなあいまいさを対象とし、ファジィ測度論では、判断や評価に見られるあいまいさを対象としている。2つのファジィネスの違いの見方はいくつかあり、それぞれのファジィネスについても解釈は多様であり得る。数学的には、ファジィ集合はクリスプ集合の拡張であり、ファジィ測度は確率測度(ルベーグ測度)の拡張なので、2つのファジィネスについて、図1に示すような抽象的解釈が可能である。すなわち、わかっている対象 x が境界のはっきりしない容れ物 A に含まれる度合いが、ファジィ集合のファジィネスであり、一方、よくわからない対象 y がはっきりした容れ物 B に含まれる度合いが、ファジィ測度のファジィネスである。

Fuzzy Set



Grade of "x & A"

Fuzzy Measure



Grade of "y ε B"

図1 2つのファジィネス

Klir は最近の著書の中で、ファジィ集合は vagueness を扱い、ファジィ測度は ambiguity を扱っていると述べている。ここで、vagueness とは境界がシャープでない様を意味し、ambiguity とは 1 対多の関係で、多くの alternatives のうちのどれであるか特定できない様を意味する概念である。

Dubois & Prade は壷を例にとって違いを説明している。いかにも古めかしい壷があったとしよう。このとき、「この壷は古い」という言明の意味のあいまいさがファジィ集合論的ファジィネスであり、「この壷は紀元前 200年から 100年の間に作られた」という判断のあいまいさがファジィ測度論的ファジィネスである、という。

これら2つのファジィネスを現象させるものは、人間の存在そのものであり、端的には人間の主観性であるといえる。特にファジィ集合論ではファジィネスを表わすメンバーシップ関数は個別主観によって本質的に異なり得て、けっして汎主観的に定まる必要のないものと規定される。クリスプ集合論が、人間の主観が関与する日常世界からまったく無縁のところの2値論理的考えに基づくものであるため、ファジィ集合論における主観性の提示はことさら違和感を抱かせる。

しかし、ファジィ理論はこのことによっていささかも後ろめたく思う必要はないのであって、むしろ意識的に「科学に主観性を持ち込んでいるのだ」と主張すべきである。実はファジィ測度論でも事態は同じである。ただ、蓋然性を扱っている確率の拡張であることと、確率論にはすでに公認の主観確率という概念があるので、ファジィ測度における主観性といってもあまり際立たないだけのことである。ファジィ測度論ではよく知られているように、非加法的測度を考えることにより、必ずしも加法性に束縛されない個別の主観的判断を表現している。しかし、だからといって、加法的測度である主観確率も蓋然性についての主観的判断を表現しようとしていることには変りない。この心はやはりパスカルの繊細な精神に所属するはずのものである。しかし、その主観は規範的なものになってしまっている。そもそもファジィ理論で主観を語るのに個別主観などといわねばならないこと自体、われわれが幾何学の精神に染まってしまっている証拠である。というのも主観確率論において見られるのは「主観はいかに合理的であり得るか」という意識だからである。

ここで、ファジィ理論の存在理由を見出すために、不確かさのさまざまな様相を考えてみたい。図2は不確かさのカテゴリーを構造化し、その様相を表わしたものである。これらの様相の中で、カテゴリーの自然な在り方がそもそも不確かであると捉えられているものが3つある。まず、現象の<蓋然性>、つぎに言葉・概念の<曖昧性>、そして、感情・観念の<漠然性>である。現象の<蓋然性>とはすでに触れたように確率論が対象とする不確かさである。この不確かさはヴェーバーが非合理性の一つとして位置づけ、計算不可能性、予測不可能性として規定したものである。たとえば、崖から砕け落ちる一つ一の岩のかけらの行方を予測することはできない。とえば、崖から砕け落ちる一つ一の岩のかけらの行方を予測することはできない。かし、古典力学的にはこの限りで予測不可能とはいい切れず、たんに計算する困難さを述べているだけかもしれない。すると、<蓋然性>という不確かさは、本質的なものではなく、便宜的なものになる。しかし、古典力学に代わる量子力学はハイゼンベルグの不確定性の原理によって、素粒子は本質的に決定不能の蓋然的存在であることを示して見せた。ミクロの世界においては、だから、存在というカテゴリーの有り様も<蓋然性>をもち、このことによって、確率論はその存在理由をようやく獲得したといってもよい。

言葉・概念の<曖昧性>とはもちろん、ファジィ集合論的ファジィネスのことである。ふつう言葉の曖昧性とは意味の多義性のことを指すが、多義性以上に言葉を不確かなものにしているのは、ひとつひとつの言葉の意味の広がりである。<曖昧性>は、考えてみると、言葉の本質的

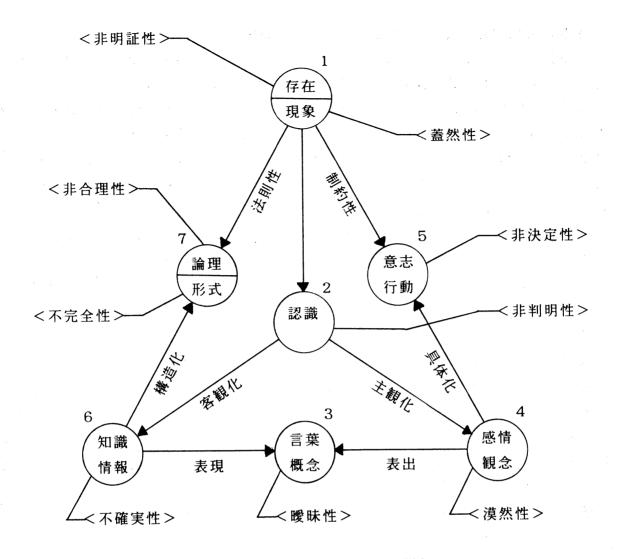


図2 不確かさのカテゴリーと様相

有り様であり、よく例にあげられるように、「若い」、「中年」などの概念はいつまでたっても、その定義は確定されないものである。ここで、「確定される」とは、デカルトの科学の方法に従って、分析的ときには規範的に、そしてむろん2値論理的に決定あるいは規定されるという意味である。言葉が2値論理的存在でないというのは、たんに、形容詞にとどまらず、名詞も同じである。概念Aが2値論理的であるとは、非AがAの矛盾概念になり、Aと非Aで世界が二分される場合のことである。すなわち、「Aと非Aの間に第3の概念が存在しない」という排中律が成り立つ場合のことである。たとえば、「若い」と「若くない」は互いに矛盾することはなく、ことである。たとえば、「若い」と「若くない」は互いに矛盾することはなららともいえない年令の人が存在する。また「机」と「非机」を考えてみても、このつで世界が2分されるわけではない。「机」と「非机」を考えてみても、こので世界が2分されるわけではない。「机」と「非机」を判別できるように「机」を定義する術はないのである。辞書によれば、「机」とは、①飲食の器物をのせるも、②書を読み、字を書くのに用いる台、とある。いわゆる自然言語の性質はなかったし、②書を読み、字を書くのに用いる台、とある。いわゆる自然言語の性質はなかったし、これからもなされるとは思われないのが自然言語である。言葉の意味を説明する辞書にしても、1つの言葉を他の言葉で置き換えているだけで、言葉の意味の内包を

いささかも判明にするものではない。「机」の例では、「机」は「飲」、「食」、「器物」、「のせる」など10個の言葉で説明され、これらの言葉をさらに調べていくと、しまいにすべての言葉に行き当たることになるかもしれない。

言語のこの性質は2つのことを示唆している。1つは、<曖昧性>は本質的な不確かさであるということ、いま1つは、人間にとって言語の使用は本質的であるということから、<曖昧性>が何か人間の存在の根源的な部分に関係しているのではないかということである。もちろん、抽象的な記号操作も人間の資質ではあるが、あいまいな自然言語の使用の方が人間一般にとってはるかに普遍的資質である。

さて、<曖昧性>が関わる人間の存在の根源的部分の現われとは非合理性としての <主観性>である。根源的部分をパスカルは<主観性の深淵>と呼んだ。<主観性> が人間の存在に深く関わっていると見なされるからこそ、デカルト的知の支配に抗し て、パスカル以来、執拗に<主観性>を語る人々がいたのではないか。

こうして、ファジィ理論の存在理由が言葉のく曖昧性>と人間のく主観性>という本質的不確かさによって開示されることになる。く曖昧性>とく主観性>を特徴づけるのは、量子力学の不確定性原理に似たくファジィネスの原理>である。すなわち、このく曖昧性>は還元されず、確定されない不透明な領域をいつまでももち続けるというものである。く主観性>の有り様は、ルカーチによれば、「主観のもっとも奥深い、もっとも固有な本質性が、ただ在るべきものを空想の天空に求める果しない要求として、主観に対置されているのであるとすれば、またその本質性は主観自体のなかに横たわる底しれぬ深淵から出現しなければならず、このもっとも深いから立ちのぼってくるものだけが本質であって、何人もついにその底にまで降りて行くことはできず、底をのぞきこむこともできないとすれば、残された唯一の道案内であるところの、主観の本質と行為の照応ということが、はたして本当に本質に合致しているかどうか、だれが知り得よう」と形容される。

<主観性>が人間の不確定な部分の象徴として語られているように、言葉・概念の <曖昧性>もファジィネスの典型として挙げられている。ファジィ理論は他のさまざまな不確かさの様相にも適用できる。確率論は本来の、繰り返し可能な試行に基づく 偶然的世界から離れて、主観的判断という認識論的世界にまで拡張され、ついには不確かさはすべて確率論で処理できるとまでいわれるほどだが、<蓋然性>よりもファジィ理論の<曖昧性>の方がはるかに一般的、日常的である。それはもちろん「言葉」を通してである。たとえば、「明日は小雨がばらつく」という事象の表現により、現象の<蓋然性>の規定に関与する。図2の論理の<非合理性>、形式の<不完全性>、知識・情報の<不確実性>、意志・行動の<非決定性>、認識の<非判明性>、存在の<非明証性>など、ことごとく、ファジィ理論の応用が可能な分野である。実際、ファジィ論理、ファジィモデル、ファジィ情報処理、ファジィ意志決定、ファジィアルゴリズム、ファジィ・パターン認識などにおいて、それぞれのカテゴリーの不確かさがファジィ理論的に処理されている。

### 3. 言語 — 思考とコミュニケーション

ファジィ理論はファジィ制御の分野で成功を収めてきた。これまでに報告されたさまざまな制御の事例から導き出せる一つの教訓は、逆説的であるが、「あいまいにした方がうまくいく」ということである。これは現実にそぐわない形式のあてはめは失敗するということを示しているのだが、従来の方法というのは制御に限らず、決定論的な関数型の式でシステムをできるだけ精密に記述しようと試みるものであった。ところが、ザデーが「不適合性の原理」の名の下に指摘したことは、精密化を追及いるが、がデーが「不適合性の原理」の名の下に指摘したことは、精密化を追及いるといる。なぜならば、複雑なシステムを扱うときにはうまくいかないということである。なぜならば、複雑なシステムを扱うときにはうまくいかないというな難しい、変数とパラメータを決定できない。現実の複雑システムを記述するのに、しばしば非現実的仮定を要請される多変数からなる数式モデルは適合しない。数式モデルに代わって、ザデーが提案するのは、ある程度量を犠牲にするが、巨視的に見通しのよい、言葉による定性的モデルである。

ここで、制御の場で見られる不適合性を考えてみよう。多くの仮定の下に数式モデルを決定できたとしても、モデルに基づく制御アルゴリズムを実際に当てはめると実システムをうまく制御できない。なぜかといえば、実システムの特性が変化してしまったり、制御のための情報が実際には不確実だったりするからである。外乱があったり、実システムの状態をうまく計測できなかったりする。すなわち、仮に数式モデルが求まったとしても、その形式としての精密さと現実の環境が適合しないのである。理想と現実のギャップという表現がぴったりする。現実というのは、制御の場合、物理的システムだけではなく、さらに、人間が必要とする制御の目的も含んでいる。

数式モデルを当てはめるとき問題となるのは、往々にして、現実と離れて、数式モデルを用いることに重きを置いてしまうこと、過去における数式モデルの成功から数式モデルの<過度の当てはめ>をしてしまうということである。

ファジィ制御がうまくいくというのは、現実のあいまいさに合わせて、制御アルゴリズムをあいまいに記述するからである。これが「あいまいにした方がうまくいく」 ことの理由である。

さて、「あいまいだからよい」という最たるものは、他ならぬ言語である。言語は 人間にとって、もっとも普遍的な契機であって、言語の使用は生きた人間の日々の証 である。言語が「あいまいだからよい」のであれば、人間の日常性はあいまいさに よって支えられているわけである。

無限の奥行きと多様性を見せる人間の意識の対象世界に対して、言語の世界は有限性によって特徴づけられる。言葉の数は有限だし、一度に発話される文の長さも有限である。言葉の数の有限性は、第1に、ひとつひとつの言葉の意味内容に広がりを持たせ、第2に、意味の多義性を引き起こすことになる。語られるべき世界の事物は連続的に連なっているのに言葉の数は有限である。このことから、必然的に、ひとつひとつの言葉は、広がりをもった領域を受け持たざるを得なくなる。言葉のこの性格に

対して、多義性は副次的なものである。なぜならば、ひとつひとつの言葉が仮に数個の意味を持ったにせよ、言葉の総数が高々数倍になる効果を生みだすだけで、このことは連続世界の多様性を前にしてほとんど無力だからである。

言語理論のいう分節化とは、連続的な世界を言葉によって切りとり、指示する作用のことである。言葉は音素列や文字列で構成される不連続なものであるから、分節化は連続世界の離散化である。この離散化ということが、必然的に言葉のあいまいさを生みだすもととなる。誰にとっても共通な、確定的な部分への離散化ということは、空想的な所作である。あらかじめ、言葉が対象の世界のこれこれの確定領域を指すように作られているとすれば、まったく同一の領域に出会う以外に、そして、出会うことはほとんどないであろうから、そのような言葉を使用することはできず、したがって、その言葉は失われていくであろう。すなわち、言葉によって切りとられる対象世界の部分領域はあいまいな周辺をもち、人によって定義が異なり得て、また、そのような仕方で世界を分節化する言葉が一般に存在し得ることになる。にもかかわらず、表面的には確定的な定義をもつ言葉があるとしても、日常世界で使用されるときには、あいまいな領域を指示するのである。

すでにみたように、「机」ということばによって切りとられた世界の断片は確定的な周辺をもっていない。しかも、この周辺は常に揺れ動くのである。時によって、場所によって、話し手によって。シャープに思える言葉も、実際の使用においては、意味内容はあいまいになる。たとえば、ホテルで、「チェックアウト・タイムは11時です」というとき、この「11時」はたぶんに12時頃まで周辺がのびている11時である(ザデーはこのことを「意味の弾力性」と呼んでいる)。

言語の〈曖昧性〉を間接的に物語っているのは、数学が自然言語を使用せず、人工言語を使っていることである。すなわち、数学世界の2値論理的概念を自然言語で表わすことが不可能だからである。別の言い方をすれば、数学世界は自然言語では分節化されないわけである。逆に、人間の意識世界を数学の人工言語で分節化できないのも当然である。

人間の自然言語を語るとき、言語をその使用と切り離して考えることはほとんど意味がないし、言語の根源的性格を見失う結果になりかねない。言語の2つの使用の場、それは思考とコミュニケーションである。言語の持つ<曖昧性>という性格は、思考とコミュニケーションの場ではまさに本質的に現象するといえる。

意識化された思考は言語の形態をとり、言語なくして、思考なしとも言える。思考の系列というものがあるとすれば、それは同時に言葉の系列である。思考で用いられる言葉があいまいであるのは、なによりも、思考が実時間の動的プロセスだからである。思考の場においては言葉による現実世界や意識世界の分節化が行なわれる。思考の流れは言葉によって切りとられた世界の断片が時系列的に連なっていくものである。このとき、分節化された世界のひとつひとつの断片は、確定的定義がなされぬまま、あいまいな周辺を引きずって、次々と接続されていく。意味内容は確定されることはなく、というより、不確定のまま切り上げられるからこそ、思考は前進できるの

である。思考はなによりも、有限の時間で区切りをつけることが要請され、このこと が変化する現実世界の中で人間が生き残る術なのである。

思考におけるこのような状況はコミュニケーションの場では、さらに厳しいものとなる。限られた時間で、言葉をやりとりし、互いに理解しあうことを目指すとき、言葉の定義を互いに確定している暇はない。意味が2値論理的に限定された言葉を使ったとしたら、完全に同じものが自分の内にないがために相手の言葉を理解できないということが始終起こり、コミュニケーションが成立しなくなるであろう。また、より適切な言葉を探している暇もない。だから、コミュニケーションにおいて言語は自分の言葉と相手の言葉が、それぞれ広がりをもち、すくなくともその周辺部分において、漠とした共通の領域が見出される可能性が大きいものであることが必要とされるのである。相互理解において、共通領域の存在は決定的な契機である。これは相手のであるということを意味している。共通部分はなくとも、相手の言葉と自分の言葉の距離が分かれば理解しあえるというのは誤解である。相手の言葉を理解せずして、どうして、彼我の距離を測れよう。

こうして、思考とコミュニケーションにあっては、言語はその<曖昧性>ゆえに使用に堪え、このことは言語の存立基盤に<曖昧性>が深く関わっていることを指し示している。すなわち、「言語はあいまいだからよい」のである。

AI(人工知能)の研究は人間の思考モデルを作ることを大きな目標としているが、言語と思考の関係から、自然言語処理が研究の重要な課題となっている。AIの研究における方法は、言語とは何か、思考とは何か、人間とは何かという問いかけから始まらなければならない。ファジィ理論の<人間の存在>に対する視点はパスカル的視点である。人間の<主観性>、思考と言語における<曖昧性>を通じて、AIの研究においてファジィ理論の有効性は大きい。すでに、自然言語処理の試みの中で、言語における不確実性がクローズアップされてきてはいるが、ファジィ理論的アプローチはまだ受け入れられてはいない。自然言語処理の場において、支配的方法はなおかつ、チョムスキーの方法である。

チョムスキーの言語観は、生物学的還元主義と能力内在主義によって特徴づけられるといわれる。生物学的還元主義とは人間の能力はみなその生物学的機構によって決定されるという、いわばデカルト的考え方であり、能力内在主義とは、人間は生れながらにして言語使用の能力をもつというものである。チョムスキーの言語学方法論は、徹底した形式主義に基づく演繹法則的なものである。言語の瞬時獲得説を主張するチョムスキーが、その合理性の根拠として定立したのが、人間が生得的にもつ普遍文法という仮説であって、いわゆるチョムスキーの言語理論(実は文法の理論)はすべて、普遍文法から演繹的に説明される事柄である。

このことが、チョムスキー理論は現実の言語の使用の場と無縁であり、したがって、言語の意味を解明できないと批判されるゆえんである。言語観において、チョムスキーの対極に位置するのは、コミュニケーションを言語の本質と見なすヴィトゲンシュタインであろう。日常言語学派の源泉であるヴィトゲンシュタインの考えは、た

とえば、実際の言語の使用のされ方そのものが文法であり、言語の使用を捨象した文 法などというものはない、文法は言語の使用の仕方を説明するのではなく、ただ記述 しているだけだというものである。

言語に向けてのファジィ理論のあり得べき姿勢が言語理論におけるデカルト的方法 の信奉者であるチョムスキーのそれと異なることは明らかであろう。

### 4. ファジィ理論批判とその反批判

ファジィ集合論が提唱された当初から、ファジィ理論への批判があり、この批判はアメリカ、イギリス、フランス、日本と、どの国でも同じように起こっている。今日、ファジィ理論の理解者が増大しつつあるとはいえ、ファジィ理論への批判は依然として根強いものがある。正面からの批判から、白眼視、無視に至るまで、批判の様相はさまざまである。このような現象は工学や自然科学の領域では20世紀に入って、ほとんど起こっていないのだが、なぜファジィ理論が批判にさらされるのか、その理由を考えてみたい。たとえば、不確定性原理によって特徴づけられる量子力学の考えも、一時期、唯物論のソ連の物理学者に受け入れられなかったといわれる。彼らには、原理的に決定不能な物理的世界の存在を容認できなかったのである。ドイツはファジィ理論がもっとも受け入れられていない「かたい論理」の国として知られているのだが)。とはいえ、量子力学批判は極微の物理的世界のことであり、これに対して、ファジィ理論は広範な科学の領域に関係しているので問題は大きい。

ファジィ理論が、関連するあらゆるところで抵抗に会い、批判にさらされるのは、ファジィ理論が1つのイデオロギーを持っているからである。イデオロギーと意識されず、ごくふつうの日常的精神と思われても、すでに、ファジィ理論の考え方は、これまでの伝統的科学のイデオロギーに鋭く抵触しているのである。

まず、ファジィ理論への批判がどのようなものであるかみてみよう。批判の主要な ものは3つに分類できる。

第1に確率論を使用する人々からの批判である。これは、不確実性は確率論で扱えるから、ファジィ理論は要らないというもの、さらにはファジィ理論には統計的解析のような客観性を保証する作業が欠けているので、信用できないというものも含む。

しかし、すでに見たように<蓋然性>はあまたの不確かさの様相の1つに過ぎないし、不確かさの様相をすべて確率論的に解釈することはできない、たとえば「サイコロを投げて小さい目が出る確率」や「アメリカの貿易収支が飛躍的に改善される確率」を今の確率論では計算することができない。言葉の<曖昧性>の確率論的解釈などというものを想像できるであろうか。確率論は原子核のα崩壊から人間の意志決定まで多様な不確かさを扱っているかのように思われるが、<過ぎた適用>であることが多い。これらは好意的に見れば、確率論以外に、不確かさを処理する方法がなかったからである。AIの分野で<不確実性>が問題とされるとき、確率的不確かさが議論されることがあるが、これなども<過ぎた適用>であろう。なぜならば、知能の不

てならか25ある

1 AI 矢腕の含主態 乳理 z言ぶんにが体作でか、 シ 大麻の非红星性 記号の内包幻夷味が問題 ②在歌的科学 予以日边股科学 主観性の神俗 遊出な科学化 主稿の強者

確実性はおそらく確率的蓋然性ともっともかけ離れた地平にあるものであろうから。 巨大システムの安全性解析には確率論が使われているが、この研究をしている人々は 往々にして、ファジィ理論に批判的である。とくに、原子炉の安全性解析に従事して いるアメリカの研究者たちのファジィ理論への反対は大きい。ところが、確率論を用 いるのがもっとも適当だと思われていた安全性解析において、確率論は非常に大きな 弊害を引き起こしている。そこでは、長時間にわたり大型計算機を使った挙句、原子 炉の故障確率は10°年に1回とか、10°年に1回という数値を出して、何とも思 われないのである。なぜなら、計算機の中で行なわれている手続きは確率論にした がって完全に正しいからである。実際には50年に1回ぐらい原子炉は重大な故障を 起こすのである。オーダーにして、10⁴もの現実とのギャップは何なのか。それ は、確率論だけでは扱えない質の不確実性である。設計、操作、保守などのヒューマ ンエラーはもとより、1つのスィッチ、1つのナットの故障率、欠陥率という統計処 理されたデータの曖昧さが見落とされている。ところが、確率論は計算に使うデータ の信頼性までは保証しないし、まして、人間の行動を扱うための理論にはなり得な い。そこで、とどのつまり、エンジニアリング判定と称して、10°とか10°とい う数値を手直しをすることになる。それでは確率は一体、何をしたのか。確率論に のっとって厳密に計算したと称し、科学の名の下に、数値信仰を広め、ともすれば人 々を欺まんしかねない。ファジィ理論は統計的解析のように客観性を保証できず、い い加減であるというならば、少なくとも安全性解析における確率論もいい加減であ る。ところで、ファジィ理論は確率論を否定するものではない。すでに見たように判 断におけるファジィネスを扱うものとして、確率を拡張したファジィ測度を考えてい るし、<蓋然性>という不確かさの存在も認識しているのである。

批判の第2はAIの分野の研究者からのものである。AIにおける批判は見逃すことのできない重要なものである。なぜなら、ファジィ理論は出発点のアイデア「人間が考えるようなファジィアルゴリズム、すなわち、ヒューマニスティック・システムの記述と解析の方法」ということからも、AI研究と深い関わりがあるからである。ファジィ理論は、これもとくに、アメリカにおいて、伝統的AIの研究者からはほとんど相手にされていない。アメリカの影響を強く受けている日本の研究者たちの態度も無視に近いものである。ところが、現象の<蓋然性>を扱う確率のように、伝統的AIは知能の特定のフェイズを扱うわけではないから、彼らはAI研究のためのまとまった道具立てを持っていない。そこで、ファジィ理論の批判といっても、一般的なものになるし、たいていはことさらの無視になる。たとえば、「柔らかい論理」といっても、ファジィ論理とは言わない。常識的推論など、人間が行なうさまざまな推論モデルを述べるがファジィ推論は無視する。言葉の意味の広がりを「漠然性」と呼び、この様相を認めたにせよ、ファジィ集合の方法には言及しない。不確実性の扱いに言及するとしても確率的方法は述べるが、ファジィ理論の方法には触れない、等々である。

ファジィ理論がとるに足りないものであれば、もちろん言及するに値しない。しか

し、理由はそうではないのである。ファジィ理論は不確実性の取り扱いにおいては、すでに大きな成果を挙げているし、ファジィ理論の研究の流れは小さいとはいえ、無視できないはずのものになっている。考えられる理由の1つは、伝統的AIの研究者にとって、ファジィ理論が伝統的AI研究のパラダイムの中でタブーであると感じられるからである。ファジィ理論の理解者と見なされるような行為をすると、AI研究の場で、自らが疎外されるのではないかと恐れるからである。

もう1つの理由は、もちろん、知能、人間の資質といったものに対する考え方の相違である。ただし、これだけではファジィ理論に対することさらのよそよそしさを生みだすことにはならないはずである。伝統的AIの研究者は、知識の不確実性、言語の漠然性という形で、人間の知能における不確かさを注目するようになったとはいえ、やはり、人間の見方は従来の科学的見方であり、人間の存在へのアプローチもデカルト的方法である。

人間の知能の1つの特徴は推論能力にあり、このためAIでは推論プロセスの研究が行なわれている。しかし、それは主に論理的側面からであり、推論の内実に立ち入るものではない。推論の内実とは、人間の推論が言語の場で行なわれるものであるからには、命題における言葉の意味、概念の定義とそれらの操作のされ方である。ところが、伝統的AIの研究者の行なうことは、推論のプロセスを外から見て、評価する、たとえば確信度を計算する、だけである。彼らにとって言葉は、しばしば記号論理における記号にすぎない。推論の内実に立ち入り、「近似的推論」のモデルを提供するファジィ論理に目が向けられることはない。知能へのデカルト的アプローチとは、知能を論理的に分析することによって明らかにしようとするものである。あるいは知能の<論理性>を仮定することから始めて、演繹的に知能の諸現象を説明するものである。ところが、知能のモデルを作ろうとするファジィ論理において、ファジィと論理はどちらが本質的かと問われれば、むしろファジィの方であるというように、ファジィ理論の考え方は異なるのである。

伝統的AIの研究者は不確実性といっても、2値論理的核があって、それに不確実性がまといついたかのように捉えるので、まず重要なのは論理的核ということになる。そこで〈ファジィ性〉を中心にすえるファジィ理論のアプローチになじめないのである。この意味ではファジィ理論に対するAIの研究者の態度は量子力学に対するかってのソ連の物理学者のそれに似ている。

言語についても、まず、2値論理的な言語の有り様が想定されてしまう。これらはもちろん画一的な法則によって支配されているはずのものである。むろん言語に論理がないわけではない。たとえば、西洋の言語に比べて日本語は非論理的であるといわれたりする。このように論理的であることは言語のよさであるかのように、ふつうは考えられている。しかし、<曖昧性>によって特徴づけられ、詩歌の言葉ともなる言語の論理はいかなる意味においても2値論理的な論理ではない。言語の論理とは、いわば、話の筋道のようなもので、思考の断片を部分的につなぐ糸のようなものである。言語のこの<論理性>は<曖昧性>と切り離すことのできない関係を結んでい

る。数理言語は<曖昧性>を捨象し、言語の論理的核を取り出したもののように思われるかもしれないが、数理言語は自然言語の理想形であったり、本質の抽象ではまったくなく、自然言語の無限の彼方に位置するものである。

数理言語の分野で、チョムスキーが句構造文法という概念枠組によって、いわゆる文脈依存型、文脈自由型、正規型言語をみごとに分類してみせたこともあり、伝統的AIの研究者へのチョムスキーの影響は非常に大きい。チョムスキーの方法がデカルトのそれであって、ファジィ理論の方法とけっして相容れない性質のものであることはすでにみたとおりである。

批判の第3のものは伝統的科学一般の研究者達からのものである。この中にはもちろん第1の派のもの、第2の派のものが含まれる。彼らの批判は一口で言えば、ファジィ理論は二流の科学である、さらに、逸脱科学であり、科学ではないというものである。ファジィ理論はこれといった原理を発見しようとはしないし、ファジィネスの存在を他のアトムに還元し、説明しようともしない。ファジィ理論は論理性に乏しく、とくに客観性は認められない。科学的探究を途中で放棄している、等々が彼らのファジィ理論観である。平たく言えば、ファジィ理論はいい加減な学問だということになる。

伝統的科学の方法によれば、事物は分解され、還元されねばならず、また原因は追及されねばならず、事物を貫く共通性を見出す必要がある。そして、法則が定立され、演繹が行なわれねばならない。すなわち、事物の内なる合理性をく理性>の目によって解き明かすのが科学である。しかし、デカルトのく理性>に対するパスカルの〈心情〉が一方にあり、サルトルにいわせれば〈世界の合理性〉などというのは神話にすぎない。そして、今日の科学哲学においては、科学における命題の真理性の確実性はその根底において疑われ、論理的根拠等は原理的に存在せず、現実に用いられている根拠と称されるものが実は規約的なものであり、これが採用されるか否かは科学者の単に直観に基づいているといわれるのである。いま、科学が問われているのは、人間性を捨象したところの、その〈過ぎた科学化〉の思想である。

ところが、ファジィ理論に批判的な伝統的科学の研究者たちは確率論には反対しない(確率論の創始者がパスカルであるのは皮肉なことだが)。確率論も、決定論的に事物の原因の追及を止めて、適当に済ませてしまう〈似非科学〉であるのに。理由は、ファジィ理論では〈主観性〉が前面にでるからである。デカルト的方法によって主観性を扱うとすれば、多くの個別主観を観察し、個別主観の内に共通の要因を見出し、できれば法則を発見し、個別主観が現象する様を合理的に説明して見せるということになる。しかし、ファジィ理論では〈主観性〉はこのようには取り扱われていないのである。たとえば、「中年」を意味する私とあなたのメンバーシップ関数は異なってよい。私の主観的「およそ2」と「およそ3」を足すとこうなる、といった類の議論が横行するのである。すなわち、科学精神が欠け、客観性に乏しく、何かいい加減である。しかし、ファジィ理論の〈曖昧性〉は、還元されることなく、あるいはまた、規範を受け取ることのない存在である。この〈曖昧性〉はただ現象するのであ

る。この<曖昧性>は、むしろ、伝統的科学の方法の射程にはないことによってこそ、自己の存在を誇示しているものである。ファジィ理論が行なおうとしていることは、優れて豊かな非科学的<主観性>を他ならぬ科学の内に取り戻すことである。

<主観性>の問題をめぐって、気付くことは、伝統的科学とファジィ理論の対立は、一流か二流かという次元のものではなく、実に根底的な対立なのだということである。ファジィ理論は異端の科学であるという言葉のほうがはっきりする。なによりも人間の<主観性>をいかに排除し、客観性を保証するかが、これまでの科学の使命だったのだから、個別主観の存在を中心に据えるファジィ理論が受け入れられないのは当然である。彼らにとって、科学とはデカルトの方法論を用いるものなのであって、そうでないのは科学ではない。彼らにとっては、現実世界に先立って方法があるのだ。伝統的科学の方法を採る人々はファジィ理論を容認することができない。それはたんにファジィ理論が底の浅いものに見える等の理由ではなくて、ファジィ理論を認めることが、自らの世界観、自らの方法論を否定することになるからである。だから、科学信仰の強い人ほどこの傾向は強い。

しかし、近年、伝統的科学が問い直される中で指摘されていることは、普遍的と思われている科学そのものが1つのイデオロギーに過ぎないのではないかということである。こうして、伝統的科学とファジィ理論の対立は、実は、近代合理主義と非合理主義の対立となり、けっして隠し切れない根底的な対立なのである。これは、西洋の知と東洋の知のあり方の対立として表われるし、西洋においては、デカルトの幾何学の精神とバスカルの繊細な精神との対立となって表われる。

このような対立において、ファジィ理論の意味するところは重要である。なぜなら、ファジィ理論は科学の内において、<主観性>のあからさまの提示によって、対立を鮮明にしているからである。ファジィ理論は<主観の科学化>をしているのではなくて、<科学の主観化>をしているのである。ファジィ理論は伝統的科学の場に<主観性>を持ち込み、科学の聖域を<主観性>によって汚しているのである。これまで、伝統的科学の在り方の批判は、認識論からであったり、人間学や科学哲学からであったり、伝統的科学の外からのものであった。ファジィ理論の現代的意義は、科学への批判、告発をまさしく伝統的科学の内庭で起こしているというところにある。

<科学の主観化>というのは伝統的科学方法論と対決するための、ことさらの強調なのであるが、<過ぎた科学化>のアンチテーゼとして、<科学の主観化>を主張することによって、ファジィ理論は科学の世界に新しいパラダイムを切り開くだろう。新しいパラダイムとは、パスカルと東洋の知によって開示された地平を<人間の知>として、再獲得するところの繊細な精神によるものである。

FUZZY BOYS BE AMBIGUOUS!

科ない新ななパラダイムを!
<人間の知う

# ファジィと新しい科学認識論

FUZZY THEORY AND NEW EPISTEMOLOGY

### 中村雄二郎

Yujiro NAKAMURA

哲学者 明治大学 法学部 Philosopher, Faculty of Law, Meiji University

#### ABSTRACT

In this lecture, I would like to show and explicate how the fuzzy theory is related to the new epistemology in the current of "structuralism" and also to my own "theory of sensus communis" and "clinical knowledge". At present the modern knowledge including the modern science is severly criticized about the adequancy to multiple realities of things. This intellectual change has become manifest since the nineteen-sixties with an appearance of the french sturucturalism. Therefore, first I explicate its main features as well as the epistemologies of Bachelard and Levy-Strauss, then my own "theory of sensus communis" and "clinical knowledge" suggested by them. Finally the significance of the fuzzy theory will be defined with reference to all those theories and knowledges.

## 1. はじめに

国際ファジィシステム学会日本支部が開く「第四回ファジィ・システム・シンポジウム」に招待講演の依頼を受けたとき、初めはなぜ自分に依頼を受けたのか戸惑ったが、しばらくして、自分なりに納得した。初めに戸惑ったのは、自分の哲学上の活動がいくら脱領域的であると言っても、ファジィシステムの学会で会員の方々に対し、果たして意味のある話が出来るだろうか、と思ったからである。私はよく専門領域を越えた他流試合をすることがあるが、こんどの場合はとくに、領域の性質上、軽々にはそれが出来ないと思った。けれども、結局、講演を引き受けることにしたのは、近年エピステモロジー(知の理論、科学認識論)との関連でいろいろと自分で考えてきたことがあり、ファジィ理論と観点は異なっていても、それが多くの点でファジィ理論と関わり交錯することに気がついたからである。そこで、その関わり交錯すると思

われるところを提示して、会員の方々の参考に供すると同時に、自分の**知の**理論を少しく先に押し進めることにしたい。

表題のうちに掲げた〈科学認識論〉を、いま私は、〈エピステモロジー〉とも〈知の理論〉とも言い換えた。なぜ、そのような言い換えが出来るのか、また、なぜ、わざわざそういう言い換えを行なうのか。科学認識論は英語でいえばエピステモロジーであり、そして、エピステモロジーは語源的に epistēmē+logosから成る術語として知の理論の意味を持っている。また、そのように知の理論と言い換えることで、科学認識論と訳しただけでは捉えに〈いエピステモロジーのもう一つの側面を示すことが出来るのである。その側面とは、狭い意味での科学認識論にとどまらず、人間の知のさまざまな可能性についての批判理論ということである。

また、エピステモロジーとの関連で私が考えてきたことは、ファジィ理論と関わり 交錯するところが多い、と言った。その点について、あらかじめごく簡単にふれておこう。まず、ファジィ理論のめざすところは、物理学を中心に発達した近代科学の機械論の厳密ではあるが、融通のきかない働きに対して、(1)人間が必要とし、また備えている、曖昧さに耐え、それを生かす能力を見なおし、その仕組みを明らかにすることにあり、さらに、(2)機械にもそれに似た働きを持たせるにはどうしたたらいいかを考えることにある、と言えるだろう。この二点のうち、私の関心領域に直接関わるのは、第一の点である。そしてそれが、近代知への批判の意味をつよく持つ構造主義的な科学認識論や、私自身の〈共通感覚論〉や〈臨床の知〉と交錯するところが多いのである。

# 2. 知の地殼変動

さて、前述のようなエピステモロジーに、私はしばらく前から強い関心を持ってきたが、それは、ほぼ次のような事情による。すなわち、在来、哲学や科学においてもっとも普遍的で、信頼に値すると思われてきた事物認識の方法や理論が、決して普遍的なものでも、絶対的なものでもなく、或る前提の上に立った一面的なものであることが、つまりその不都合さや欠陥が、次第に気づかれるようになった。ここに、その不都合さや欠陥の根本原因を明らかにした上、そのような事態に対処して、新しい知の理論を探りたいと思った。言い換えれば、現代では、〈知の地殻変動〉とでもいうべきものが起こっており、それを無視するときには、哲学も科学も、人々の真の要求に応えることができない。

このような〈知の地殻変動〉を理論的に、なによりも私に気づかせてくれたのは、 1960年代の半ばから現代思想の最前線に現われた〈構造主義〉の考え方であった。現 代の〈知の地殻変動〉における〈構造主義〉の果たした役割はきわめて大きい。が、 それにもかかわらず、そのようなものとしてはっきり理解されることが、とくにわが 国では甚だ少ない。構造主義の根底には、近代哲学や近代科学の価値観や方法に対す る西洋文化の根本的で厳しい自己批判があり、その意味と切実さが日本人にはわかり にくかったのである。したがって、それは、一時の流行思想として、あまりはっきり した痕跡を残さずに消えてしまった。私自身の現在の考え方は、いろいろな点で構造 主義の洗礼を受け、それを通過して形づくられたところが大きい。だから、構造主義 にとどまっているわけではないが、現代における知の革新の一つの大きな区切りがそ こにある以上、やはり構造主義を出発点に考えるのが好都合である。

構造主義は、独特のわかりにくさを持っている。そのことがもっともよく表われているのは、構造主義が私たち人間の、いわば思考の重力あるいは慣性に逆って、つまりは意識による直接的で安易な全体化的・中心化的思考に反対して、知の脱中心化・反全体化をめざしていることである。そのような性格にもとづいて、構造主義は、連続的な歴史に非連続的な構造を、直接的な人間にポジティヴ(実定的)な言語を、自由な主体の意識に対して無意識の支配を、それぞれ対置し、置き換えた。およそ歴史も人間も意識も、中心本位に全体を捉えるこれまでの知の立場からすれば、もっとも自然で手ごたえがある、確実なものであろう。

しかし翻って考えてみると、そのような確実さは、十分な理論的厳密さを欠き、自己欺瞞を含んでいるのではなかろうか。また中心化・全体化的な思考によっては、どうしても周縁的でマージナルなところに位置する存在や事態をよく捉えることが出来ないであろう。たとえば、人間の持つ直接性は、そのままでは人間活動を明確・厳密に捉える理論をもたらさないし、中心化・全体化的な知の立場に立った人間概念、つまりは西欧近代のヒューマニズムは、狂人や未開人という深層的・周縁的な人間を、人間として正当に捉えることが出来なかった。

これに対して、知の脱中心化・反全体化の立場に立つ構造主義はなにをもたらしたか。それは一方で、人間的・社会的な事象を扱うにあたって、人間活動における言語のシステムの持つ意味を重視し、そうした言語システムの解明方法をモデルにして、現実の隠れた構造を明確に捉える新しい人間科学の可能性を切り開いた。と同時に、他方で、近代西欧の社会が自己中心的な文明化によっていわば自己の内部と外部に不当に見棄ててきた深層的・周縁的人間、狂人と未開人を新しく見なおしつつ、人間とはなにか、文化とはないかを問いただしたのである。そして、この二つの側面の相接するところに出てくるのが、人間個人を超えたそれぞれの文化領域に固有の、見えにくい無意識的なシステムの支配という考え方である。

ところで、構造主義の、知の脱中心化・反全体化という性格は、なにも突然現われ たものではない。その点について構造主義は、とりわけ三つの先行理論からの鼓吹を 受けている。すなわち、ソシュール派言語理論、フロイト学説、それにバシュラールの科学認識論(エピステモロジー)である。これらのうち、ファジィ理論との関係で直接問題になるのは、第三のバシュラールの科学認識論であるが、他の二つも無関係ではないので、それらについても簡単にふれておこう。

まず、ソシュール派の言語理論についていえば、とくに重要だと考えられるのは、観念・概念・意味など、伝統的な哲学ではことばに先立って存在すると思われていたものを、逆に言語の内部構造のうちにはっきり捉えなおしたことであり、それと同時に、観念・概念・意味などを具体化し実現するものとして、言語を実証的に捉える道を切り拓いたことである。記号表現・記号内容、言語体系、発話、通時態・共時態などの用語が、その場合の武器になった。これらのうち、たとえば、記号表現と記号内容とは、両者の結びつきとして語が捉えられるのだが、その結びつきの自由度とずれは、意味の重層化(たとえば比喩のような二重化)がどうして生ずるのか、またノンセンス(無意味)とはなんなのかを、捉える手掛かりを与え、われわれに、現代の錯綜した意味の世界に対処する方策をもたらしたのであった。

さて、一定の言語体系はわれわれの一人一人に先立って存在するが、それをわれわれが受け入れ、習得して言語活動を行なうとき、われわれ個々人のうちに内面化された言語体系(国語)は、われわれには意識されない。その上、ことばを発するに際して語を選択する働きも、意識的というよりは無意識に行なっている。ここにおいて、人間精神の無意識的な活動を独自に探ったフロイト学説は、ソシュール派言語理論と結びついて新しく甦ることになったのである。

では、バシュラールの科学認識論はどうか。彼は、すでに1930年代半ばに著わした『新科学精神』(1934)において、その終章を「非デカルト的認識論」と名付けており、そのなかで次のように述べている。科学においてもデカルトは単純な要素から出発し、その結合として複雑な対象を説明したが、単純な現象や観念は果たしてよく科学的な認識の出発点になるであろうか。むしろ、実際には、単純な現象などというものはなく、現象とは諸関係の織物としてある。ふつう実体といわれるものも、実はさまざまな属性よって組織されている二次的な構成物にすぎない。

また彼は、そのような立場から『否定の哲学』(1940)において、物質の認識は同時に明晰かつ判明ではありえない、と説いている。明晰である場合には、その物質を実際に隣接する物質から区別せず、とくにその性質の変化を捉えようとしなかったからである。逆に、判明なる考察においては、変化する物質、活動性を持った物質が考察され、ここに認識は多様化し、混乱することになる。したがって、明晰に認識されるのは粗雑に認識されるものであり、判明に認識しようとすれば認識は多様化し、概念の一元的な核は破裂するというパラドックスがある。このパラドックスによって、

明晰かつ判明な明証性というデカルト的な基準は引き裂かれるのである。

デカルトは複雑な対象を単純なものの複合として捉え、単純なものこそもっとも明瞭なものであると考えた。しかし、物質(実体)の平面から作用(操作)の平面に観点を移すと、単純なものと複雑なものとは、互いに逆転する。結晶質の、したがって単純な物質は、精確化の困難な操作の対象であり、逆に、非晶質の、したがって複雑な物質は、しばしば明瞭な操作の対象になる。生科学の対象になっている生命体は、物質(実体)の観点からは複雑であるが、その器官の諸機能の恒常性のゆえに、系としての安定性を保っているのである。

ここには、古典的な科学の基本原理である〈明晰かつ判明〉の基準がはっきり相対 化され、生命体のような非晶質への接近の新しい方途が示されている。そして〈明晰 ではあるが判明ではない〉というのは、ある意味でファジィ理論における曖昧さの在 り様を先取りしている、と言えよう。

# 3. 知の理論の展開

さてこんどは、バシュラールのこのような理論を中心にして、構造主義における、 また構造主義以後の、知の理論の展開を考えることにしたい。

さきに述べたように、構造主義は、人間活動における言語の無意識的なシステムの持つ意味を重視するとともに、近代西欧のヒューマニズムが自己の内部と外部に見棄ててきた深層的・周縁的人間を新しく見なおした。そのこととの関連して、現代における知の組み換えにおいて、おのずと人々のつよい関心が向けられるようになったのは、経験と身体である。あたかもこの二つは、惰性化しあるいは硬直した理性から一番遠いところに位置しており、もっとも日常的であるとともに根源的なものである。今日必要とされているのは、理論や知識をわれわれ一人一人の全的な経験によって咀嚼して内面化し、血肉化・身体化することである。

ここにおいて、一種の考え方の転換が要求される。レヴィ=ストロースが近代文明を発達させた機械作業と対照させて注目し、浮かび上がらせた〈ブリコラージュ〉も、まさにそのような考え方の転換を促すものであった。これは、彼のいう〈野生の思考〉に特徴的な創造行為、つまり、身近にある使いなれた道具や材料を使い、それらを自由に組み合わせて行なう創造行為である。機械作業の場合は、人はその仕事を、それぞれの計画に応じて案出され開発された道具や材料によって行なう。それに対してブリコラージュでは、人が用いるものは、有り合わせの既成の道具や晶物など、かなり限られている。その秩序立っていない全体のなかから、もっとも適切なものを彼がみずから選び出して使うのである(『野生の思考』)。このブリコラージュは、自己目的化した技術(アート)を人間の経験と身体に取り戻したものだと言えよう。そこで、

このような経験と身体の問題を、レヴィ=ストロースから離れて、少しく展開しよう。 われわれの経験が真に経験になるのは、われわれがなにかの出来事に出会って、(1) 能動的に、(2)身体をそなえた主体として、(3)抵抗物を受け止めながら、振舞うときで ある。この三つは不可欠な要因である。まず、能動性がまったくなければ、どんなに 多くのことを見たりしたりしたりしても、経験にならない。けれども、それが単に精 神の能動性にとどまるならば、抽象的なものにとどまるだろう。ここで必要なのは、 身体に支えられた能動性である。しかし、身体の働きはただそれだけにとどまらない。 われわれは、身体をそなえた主体として存在するとき、否応なしに受動性を帯びたパ トス的(受苦的)な存在たらざるを得ない。このようにパトス性を帯びることによって、われわれの経験はいっそう具体的になるのである。

このような具体的な経験のうちに成り立つ知は、私の用語で言えば、一方では〈共通感覚論〉として、もう一方では〈臨床の知〉としてあらわれる。

共通感覚とは、もともとアリストテレスに由来する、五感を貫き統合する根源的感覚のことであり、また、いわゆるコモンセンスの基礎であるが、それに私が現代的な意味を与えて甦らせたものである。視覚・聴覚・味覚・嗅覚から成る五感は、いずれも人間の生活にとって重要なものである。が、それらのうちどの感覚が重視されるかは、時代――といっても長い尺度でのことだが――によって異なる。ヨーロッパの中世世界では、もっとも重視されていたのは聴覚であり、次いで触覚、視覚の順であった。

ところが近代の初めにそこに転倒が起こり、近代世界では視覚が極端に優位に立って、物事の対象化が押し進められた。視覚優位の近代文明は、たしかに、われわれ人間に多くのものをもたらした。もしそのような近代文明がなかったら、科学や技術の発達はこれほどにはならなかったであろうし、人間のための自然利用もこれほどには達しなかったであろう。しかしながらその反面で、視覚独走の近代文明は、見るものと見られるものとの間に冷ややかな分裂・対立をもたらした。ここにおいて、他の諸感覚とくに触覚の回復が求められてきている。つまりは、共通感覚の観点に立った、そのような方向での五感の組み換えが求められている。

このような共通感覚は、諸感覚を統合する根源的で高次な感覚であると同時に、分析的理性に対して言語的理性としての性格を持っている。ここで言語というのは自然言語のことであり、言語的理性は、イメージを含み多義性をそなえた自然言語を、曖昧なものとして退けることなく、学問や理論にあっても、そのすぐれた特性を生かす働きを持つはずである。自然言語が曖昧なのは個々の語のレヴェルのことであり、文のレヴェルでは多義性はむしろ構造化された全体を形づくるものなのだ。もちろん学問や理論が普遍性をめざすことは、それ自体としては決して不都合なことではない。

けれども、それがことばからイメージを追い出し、あるいは切り捨てるために、人間 の持つ豊かな能力が学問や理論のうちで生かされなくなるのである。

他方〈臨床の知〉というのは、先に述べたパトス性を帯びた具体的経験の立場に立った知のことであり、〈パトスの知〉とも〈演劇的知〉とも言い換えられる。いずれの場合も、一方的な能動(アクション)ではなくて相手からも働き掛けられている、相互行為的な人間関係のなかで成り立つ知を指している。この臨床の知は、西田幾多郎のいう〈行為的直観〉とも、ケネス・バークがいう〈行為・受苦・認識〉の考え方ともよく似ている。われわれは行為によって物を見、物がわれを限定するとともにわれが物を限定する、それが行為的直観である、と西田は言っている。また、ケネス・バークは、《人は経験によって学ぶ》という諺のギリシア語の言い回し《受苦せし者は学びたり》にヒントを得て、〈行為・受苦・認識〉というかたちで、相互作用のもとでの知の基本形態を捉えているのである。

臨床の知について、もう少し述べておくと、それは、人間の自己了解と世界認識の上で重要視されている、臨床的あるいはフィールド・ワークにもとづく学問(精神医学、比較行動学、文化人類学など)のうちに再発見されつつある知のことである。それらの学問では、これまでの近代的な諸学問の普遍主義、客観主義、分析性に代わって、知るものと知られるものとの生き生きとした交流を生み出す感受性・直観・経験などが大いに要求されてきている。そして、その特色とするところはなにかといえば、(1)近代科学の知が原理上客観主義の立場から、物事を対象化し冷ややかに眺めるのに対して、相互主体的かつ相互作用的に捉える。(2)近代科学の知が普遍主義の立場に立って、物事をもっぱら普遍性の観点から捉えるのに対して、個々の事例や場合を重視し、したがって、物事の置かれている場所を重視する。(3)近代科学の知が分析的・原子論的であり論理主義的であるのに対して、総合的・直観的であり、共通感覚的である。

では、以上のような〈共通感覚論〉や〈臨床の知〉の観点に立つとき、ファジィ理 論はどのような意味をもつであろうか。

# 4. ファジィからのメッセージ

ファジィ理論については、自分にとって関心を引き、また、自分なりに理解できそうな論文や書物をいろいろと読んでみたが、ファジィ理論の要点を一番端的に示していると思われたのは、ファジィ理論の創始者と言われるザデー(L.A.Zadeh)の論文《Making computers think like people, 1984》であった。この論文のなかで、ザデーはファジィ・ロジックの特徴と積極的意味を次のように述べている。

自動車の組み立てから患者の診断に至るまで、人間活動のさまざまなタイプを自動

化しようとする企ては、人間の思考方法とコンピュータの一般的プログラム方法との相違によって、しばしば妨げられてきた。なにかを決定するとき、通常コンピュータはイエスかノーかという明快な答えの出る質問を発する。「温度は75.6度を超えただろうか?」とか、「メアリーはジョンよりも年長か?」といった。ところが通常人間は、そういう正確な仕方では考えていない。むしろほとんどの人たちは、他のものへと次第に変化するようなカテゴリーを使って考えている。「ひどく凍結した道路をドライブするのは危険だ」とか、「複合回路は高い確実性をめざして設計されねばならない」といった。

前述のようなコンピュータの思考を人間の思考に近づける概念が、ファジィ集合である。在来の〈明快な〉集合にははっきりした境界をあるのが、それに対して、ファジィ集合では、メンバーシップからノン・メンバーシップへの移行は、急激にではなく徐々になされる。そして、メンバーシップの度合いは1と0の間の数によって示される。だから、「ジョンはメアリーよりよほど若いのですか?」と訊きうるのだ。ファジィ集合によって、〈小さい〉〈大きい〉〈若い〉〈年長〉〈高い〉〈低い〉といった人間的な諸概念が、コンピュータに使える形式に翻訳される。ファジィ理論の発達はやがて、《人間のように考える》知能機械をもたらすのに役立つだろう。

ファジィ理論はこの20年間いろいろな批判を浴びた。これまでの確率論で処理可能ではないか、とか、そこからは論証できる有効な応用は得られない、とか、である。しかし、そのような的外れな批判が出てきたのは、ファジィ集合の概念が既成の秩序を転倒させるような力を持っているからである。既成の科学観に慣れた人々にとっては、苦痛なしにはファジィ理論は受け入れ難いのである。そして、ファジィ理論において、メンバーシップの度合いをいっそう合理的な基礎の上に置こうとする企てが、いろいろと行なわれている。その一つが、主観的な確率性を明示するやり方であり、もう一つが、コンセンサスの程度で測るやり方である。

ザデーの言うこの二つのうち、ここでとくに注目したいのは、コモンセンスにも関わるコンセンサスの問題である。この問題を彼は、非精密 (imprecision) のもたらすいくつかの利点を論じたなかでも扱っている。彼によれば、利点の第一は、在来の数学的思考とオンピュータのプログラム化との双方に見られる徒らな厳密主義を避けうることにあり、第二は、本質的に弾力的な人間の思考とディジタル・コンピュータの厳密な働きとの間の翻訳を容易にすることである。この第二の点について言うと、コモンセンス的な思考では、人間はあるシステムの働きをあらわすのに数よりもことばを用いる。そうする方がその働きが直接プログラム化されるのである。

最後に利点の第三は、ファジィ集合が、コモンセンスと呼ばれる人間の知の形態を コンピュータで入力できるようにすることである。コモンセンス的知識は、《通常は そうだがいつでもそうとは限らない》という意味を言外に含んでいる。たとえば「運動選手は健康だ」という場合のように。そしてもし、〈通常は〉というような概念が首尾一貫した仕方でコンピュータ言語に翻訳できるなら、そのことは、たとえば都市交通の制御のためのエクスパート・システムに役立つだろう。というのは、その〈通常は〉ということが一つの単位となり、交通状態に関してその2乗(〈通常は〉²)が問題になるような場合も、はっきり扱うことができるからである。このような方法の発展によって、人工知能の研究は大いに活発になった。ファジィ・ロジックと、とくに言語的変数の考え方は、システム的な振舞いの質的・言語的な理論に対して体系的基礎を与えることができる。

さらにザデーは、ファジィ理論の応用範囲が実に広く、さまざまな分野ですでに現 実化していることを明らかにしている。その場合でも、残されている大きな問題とし て、《コモンセンスを理解すること》がある、と彼は言う。そしてそれは、自然言語 を理解することと密接な関係を持っている。なぜなら、自然言語による陳述には、ほ とんどの場合、世界についての広いコモンセンス的な知識が前提になっているからで ある。

# 4. ファジィの哲学的定位 ——むすび

以上の瞥見からもわかるように、ファジィ理論でも、構造主義的な科学認識論(知の理論)でも、また、それから示唆を受けた私自身の〈共通感覚論〉や〈臨床の知〉の考え方でも、共通して、自然言語とコモンセンスが問題になっている。ただし、その問題の仕方はかなり異なっている。というのは、ファジィ理論の目的は、在来のどんな機械にもなくて、人間にはほとんど誰にもある、曖昧さを適切に処理する能力を見なおし、論理的・数学的に明らかにして、機械にもそれを持たせる道を探ることにあり、その限りでは、近代科学の正統なやり方を採っているからである。ファジィ理論が〈ファジィ〉つまり曖昧さをはっきり正面に押し出しうるのは、それがファジィの〈科学〉であるからである。

そのようなファジィ理論においては、コモンセンスも自然言語もできるだけ対象化され、それらはもっぱら機能面から捉えられ、対処されている。その点では、ファジィ理論は人工知能論者の或る人々の説く、〈スクリプト〉の理論や〈フレーム〉の理論に似ている。この場合、スクリプトとは、たとえばレストランの内部など、日常的な状況のなかで一連の出来事が順序立って生起する有様を、言語的な因果連鎖として表わしたものであり、また、フレームとは、たとえば居間でくつろいでいるとか、誕生パーティを開くとか、そういう決まったときのやり方を言語的に表わしたものである。

ところで、上に見た科学認識論のなかで、ファジィ理論にもっとも近いところがあるのは、先にも触れたように、バシュラールの非デカルト的な科学認識論である。彼が、単純な現象などというものはなく、現象とは諸関係の織物だと言い切ったこと、〈明晰ではあるが判明ではない〉ものがありうるのを明示したことの意味は大きい。バシュラールの非デカルト的認識論にくらべると、レヴィ=ストロースが〈野生の思考〉として提出したブリコラージュの理論は、近代科学の持つ厳密性や徹底した対象化の点では弱まる代わりに、身体性と創造性を強めて、彼のいう具体の科学になっている。身近にある有限な事物の、手作業による組み合わせによって、次々に新しいものを生み出していくやり方がモデルになっているからである。そして、このブリコラージュ理論とファジィ理論とは、自然言語の使用を含めて、人間の日常的で単純な作業や振舞いのなかに、豊かで優れた知恵が含まれていることに着目している点で共通している。

では、ファジィ理論は私のいう〈共通感覚論〉や〈臨床の知〉とどのように関わっているのであろうか。

まず、共通感覚論は、五感の組み換えによる理性の再建とコモンセンスの問いなおしとをめざしたものであるが、その過程で、自然言語・身体・経験などの諸問題が構造主義的なエピステモロジー(知の理論)よりもいっそうはっきり浮かび上がってきた。そして、知ることあるいは認識というものが、これまで考えられてきたように単に頭だけの働きによるのでなく、そこには身体性も関与していること、単に意識的なものではなく、無意識をベースに持つものであること、が明らかになった。また、永らく哲学が忘れてきた、古代修辞学のトポス論(トピカ)の重要性が再発見されることになった。ここでトポスとは、ある具体的な問題に関する主要な考え方を網羅した言語的集合のことであり、それは、人工知能研究のなかで提出された前述のスクリプトやフレームの考え方にきわめて近い。

このような共通感覚論の考え方を、さらに押し進めて、知や認識の問題を、知るも のと知られるものとの間の相互行為の問題を中心として追究していったのが、臨床の 知である。それによって、知や認識は知るものの一方的な能動(アクション)の所産 ではなく、他者からの働き掛けを受けてのパトス的(受苦的)行動の所産であること が明らかになった。この臨床の知というところまでくると、たしかにそれは、ファジ ィ理論が継承している近代科学の客観主義的方法とは大きく隔たってくる。

しかし、臨床の知によって明らかになったことは、人間的な知あるいは認識のもっとも具体的な形態である。そして、学問的認識も科学的認識も、すべてはそれをなんらかの仕方で限定することから得られている。この限定によって、抽象化されると同時に厳密化されるわけだ。したがって、ファジィ理論は、人間的な認識のもっとも具

体的な形態を新しい仕方、柔らかさを含んだ仕方で限定したものということができる し、ファジィ理論を真に使いこなし駆使するためには、私のいう〈臨床の知〉(西田 幾多郎流にいえば〈行為的直観〉)を背後に持っていることが必要ではないか、と思 うのである。

# 参考文献

中村雄二郎 知の変貌 弘文堂 1978年

G・バシュラール 否定の哲学(1940) 中村雄二郎・遠山博雄訳 白水社 1974年 C・レヴィ=ストロース 野生の思考(1962) 大橋保夫訳 みすず書房 1976年 中村雄二郎 共通感覚論 岩波書店 1979年

Lotfi A ZADEH, Making computers think like people, IEEE SPECTRUM Vol.21 No.8 pp.26-32, Aug.1984

中村雄二郎 西田幾多郎 (20世紀思想家文庫) 岩波書店 1983年

システムの高度知能化と人間の類推・ 情報集約・意思決定プロセスのモデル化 MODELING OF HUMAN ANALOGICAL INFERENCE, INFORMATION AGGREGATION, AND DECISION MAKING PROCESS FOR REALIZING INTELLIGENT SYSTEMS

# 岩井 壮介

Sosuke IVAL

## 京都大学 工学部

Faculty of Engineering, Kyoto University

### **ABSTRACT**

This article describes on role of fuzzy concept in modeling human knowledge information processing. Especially, the aspects of analogical inference, aggregation of information, and strategic decision making process are discussed with respect to apriori provided domain specific knowledge and fuzzy concept.

## 1. まえがき

今日、急速な技術革新の進行、コンピュータの普及に伴う高度情報化は、人間を機械の操作やデータ整理などの煩雑な仕事から解放する一方、対象とする問題構造の大規模複雑化を招き、戦略的視野にたった全体の把握とフレキシブルな解決を困難にしている。これらの仕事は主として、総合的判断やヒューリステックスなど、主観を伴った人間の cognitive, mental な情報処理機能によって達成される。ところが上述の高度自動化は、人間を生の現象や情報から遠ざけ、また高度の情報化は人間が一時に把握し得る限界を超えた過剰情報との対話を余儀なくさせるところとなり、これらがあいまって問題構造についての見通し、本質把握のための広い視野にたった思考の余裕を失わせる結果となっている。このような現状を考えるとき、かってのコンピュータ利用、エレクトロニクス技術が、人間の物理的機能や感覚機能を代行することによって今日の自動化、情報化を達成したように、人間の cognitive, mental な情報処理機能を代行あるいは支援することによって、的確な状況把握に基づく効果的な人間の総合判断、ヒューリステイックス、意思決定活動を可能にするための新しいコンピュータ利用技術の導入が不可欠と考えられる。これは人間とコンピュータとのインタラクションのレベルを人間の側に近づけ、人間の行う主観的、定性的、あいまいな状況

のもとでの情報処理機能をコンピュータアルゴリズムとして実現する知識情報のコン ピュータ処理技術に外ならない。システムの高度知能化は、知識情報処理機能を有す るコンピュータと人間との統合システム化によって実現されるものと考える。

本稿では、人間の類推、情報集約、意思決定の機能のコンピュータアルゴリズム化において、ファジ "イ 概念の果たす役割についての私見を紹介する。

## 2. コンピュータの持つ先験知識と問題構造 のモデル

人間は微妙な事実、例えば異常の徴候を敏感に認知し、その僅かな情報から現実の 複雑な問題の本質を理解、適切な処置によって大事に至るのを未然に防ぐなど、フレ キシブルな問題解決能力を持っている。このような人間の高次機能は、経験から得て きた多くの分野についての専門的知識、常識や生得的に持っている知識に基づく問題 構造の大局把握ーー対象に対するモデルーーの存在によって発揮されるものと考える ことができる。 すなわち、観測される断片的情報・ヒントからボトムアップにモデル を活性化し、それに基づいて、断片的情報を補間する情報をトップダウンに生成し、 問題構造の大局的把握を生成していると考えることができよう。 ここでいうモデルは、 "対象や問題構造に対する漠然としたイメージ "から、制御システムの微分方程式、 伝達関数による lumped パラメータモデルのように "(ある側面における)十分な正 確さ、操作性、手続性を備えるまで洗練されたもの "まで含む。しかし今日、対象と するものは、いわゆる悪構造システム・悪構造問題であって、そこでは重要な全ての 要因、要素を網羅した良構造モデル化は望めない。また、知識情報処理において取り 扱う情報は、通常我々が意思伝達に用いるような言語的、記述的な情報であって、こ のような情報によって活性化されるモデルは、"具体を捨象した数学的、定量的な抽 象化モデル "よりも"現象や生情報の持つ意味、属性に注目したもの "でなければ ならない。 このような意味、属性に注目したモデルとしては、現象や生情報の間の因 果関係、連合( association )などの二項関係を表すネットワーク、定性的状態記述 関係式、対象システム・問題構造を特徴ずける諸概念や要素の色々の観点からの階層 構造表現などが考えられる。今日、対象とする問題は、非常に広い分野に亙っている。 対象のモデルは、これら注目すべき対象の特質に応じて考察しなければならない。こ れらのモデルを、コンピュータが自己の先験的知識として持つことにより、与えられ る断片的情報に脈絡をつけ、問題解決に必要な大局的知識を自己組織化提示すること によって、システムにおける人間の高次元の機能遂行を支援することができる。

3. ファジイ 概念に基づく人間の類推・情報集約・意思決定プロセスのアルゴリズム化 ここでは、コンピュータ内部表現された対象システム・問題構造に関する先験知識 に基づき、限られた情報から、まとまった知識を獲得する類推のプロセス、膨大な有 意、無意情報の中から目的指向的に情報を集約する注視点制御のプロセス、幾つにも 枝分かれする事象推移予測のプロセスを紹介し、これらのプロセスにおいて、ファジ ィ 概念の果たす役割について概説する。

# 3-1 類推プロセスのモデル化ーー情報検索システムーー

情報検索は、膨大な情報の蓄積ーーデータベースーーと対話して、ユーザの知っている断片的情報から、まとまった知識ーー要求概念ーーを求めるプロセスと考えることができる。本節では、データ間のネットワーク意味構造を、推論を司る先験知識として持つコンピュータとの対話により、類推に基づくファジイ 概念学習プロセスによって要求概念を獲得する問題について述べる $1^{11\cdot2}$ 。本システムの知識構造は Fig. 1に示すように、概念  $x_i$  がそれらの共有する性質  $p_k$  を介して関連ずけられることによって構成されるネットワークである。概念  $x_i$ 、 $x_j$  を結ぶネットワークの無向リン

クの重み  $I(x_i,x_j)$  は 距離、すなわち "共有する性質の少なさ "を定量化するもので、本システムでは  $S_{joberg}(1972)^{3}$  および  $G_{regson}(1975)^{4}$  によって提唱された心理学的な親近性( $s_{imilarity}$   $S(x_i,x_j)$ )の逆数を用いている。 $P_i$  および  $P_j$  を、概念  $x_i$  および  $x_j$  を説明する性質の集合とするとき

$$1(x_i, x_j) = \frac{(P_i \cup P_j)^{\#}}{(P_i \cap P_j)^{\#}} = \begin{bmatrix} 1 \\ S(x_i, x_j) \end{bmatrix}$$

同図 (b) における部分ネット C は、互いに共通する性質を多く持つ概念 (グラフのノード) の集合を表し、これらの概念によって説明される複合概念 ——上位概念あるいは一般化概念——と考えることができる。このような概念のネットワーク構造を先験知識として持つコンピュータとユーザとの対話において、ユーザがある一つの概念 x; を、自分の要

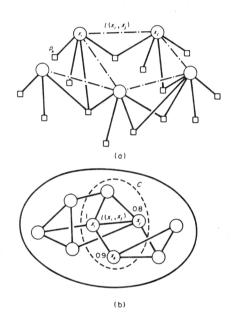


Fig.1 Knowledge structure of the system

求するまとまった主題——複合概念 C ——を代表するものの一つであることを指示した場合、コンピュータは図に示すように、 $x_i$  からの距離に応じてネットワーク上の他の概念、 $x_i$  や  $x_k$  ····· の要求概念 C に対する帰属の度合 (menbership 値)

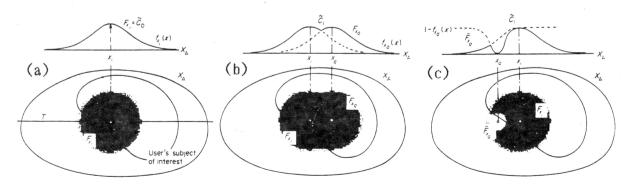


Fig.2 Learning process for fuzzy set Ck through question-answering

対し、x; およびxk の値は 0.8、0.9 と与えられている)。Fig. 2 (a) に示す Fx;  $= \hat{C}_{0}$  は、ファジィ 化関数  $fx_{i}(x)$  によってコンピュータ内に生成された要求概念 Cに対する認識を表すファジィ集合である。 ユーザの要求概念 C が、Ca として漠然と 把握されると、 システムは対話の主導権をコン ピュータに渡す。すなわち、コンピュータは自 己の認識の "あいまい "な部分(ネットワー クのノード)がユーザの要求概念に含まれるか 否かの質問 x。を行う(質問ノード x。として は、ユーザによる回答の YES、NO の可能性を半 々として、同図 (b)および(c)に示すように、各 回答の結果生成される下記の二つのファジィ 集 合のあいまいさ (Kaufmann(1975)によるindex of fuuziness) 5)の期待値を最小にするものを選ぶ)

xq ∈ C (YES の場合) C
1 = C
0 U Fx
0

xq ∉ C (NO の場合)  $\widetilde{C}_1 = \widetilde{C}_0 \cap F_{X_0}$ このような対話の繰り返しによって、ユーザの 要求概念に対するコンピュータの学習認識 Ck は、ユーザの思考領域 (universe of discourse) 上の通常部分集合 C に近づく。学習プロセスは  $\widetilde{\mathsf{C}}_\mathsf{k}$  の あいまいさ が  $\widetilde{\mathsf{C}}_\mathsf{a}$  の半分に減少した時点 で打ち切られる。Fig.3 は、Fig. 1 の先験知識 ネットワークにおける概念ノードを文献に含ま れるキーワード、複合概念を要求概念、および文 献の主題内容と考えて試作した文献検索システム における対話のプロセスを示したものであって、 ファジィ 概念学習の結果得られたユーザの要求概 念 C<sub>k</sub> と、ユーザの指定する(図では [PROC.4] の A: 0.9) 以上の重なりをもつ主題(文献)を 提示するようになっている。

[PROC.1] Q: ALPHA ? A: 0.006

を類推することができる(例えば、Fig.1 (b)のように  $x_i$ の mennbership 値 = 1 に

[PROC.2] Q: WHAT KIND OF INFORMATION DO YOU NEED?
PLEASE INPUT A KEYWORD OF THE INFORMATION. A: MACHINING CENTRE

I(0) = 0.06572		
(KEYWORD) (I	MEMBERSHIP FUNCTION	ON>
RECIPROCATING COL	MPRE 0.61	
CONTACT RATIO	0.10	
MACHINING	0.14	
CRANK SHAFT	0.74	
MACHINE TOOL	0.56	
LUBRICATION	0.45	
NUMERICAL CONTRO	OL 0.88	
CUTTING	0.21	
CHATTERING	0.11	
SURFACE ROUGHNES	SS 0.25	
MILLING	0.68	
MACHINING CENTRE	E 1.00	

[PROC.3] (I)Q: IS RECIPROCATING COMPRESSOR
CONTAINED IN THE INFORMATION? A: NO

I(1) = 0.05753	
CONTACT RATIO	0.10
MACHINING	0.14
CRANK SHAFT	0.12
MACHINE TOOL	0.56
LUBRICATION	0.45
NUMERICAL CONTROL	0.88
CUTTING	0.21
CHATTERING	0.11
SURFACE ROUGHNESS	0.25
MILLING	0.68
MACHINING CENTRE	1.00

(2)Q: IS LUBRICATION CONTAINED IN THE INFORMATION ? I(2) = 0.04811

(3)Q: IS NUMERICAL CONTROL CONTAINED IN THE INFORMATION ? I(3) = 0.04275

(11)Q: IS MILLING CONTAINED IN THE INFORMATION

I(11) = 0.03177 RECIPROCATING COMPRE 0.10 CRANK SHAFT 1.00 AUTOMATIC LATHE 0.64 NUMERICAL CONTROL
NO LATHE
CUTTING 1.00 THERMAL DEFORMATION 0.17
CHATTERING 0.11
MACHINING CENTRE 1.00

[PROC.4] (1)Q: HOW MUCH AMOUNT OF THE INFORMATION SHOULD BE CONTAINED IN THE DOCUMENTS?
PLEASE INPUT THE AMOUNT AS PROPORTION.

[OUTPUT] NUMBERS OF THE DOCUMENTS YOU NEED -- END OF DATA

Fig.3 Q-A process of the system

# 3-2 情報集約プロセスのモデル化ーー画像理解iシステムーー

人間は、あいまい、混沌とした情報の中から、問題解決にとって真に意味のある ものに注視点を移し、解決のための有意な手がかりに集約、集約された多くの手がか りを総合解釈することにより効率のよい処理を行っている。この場合、注視点の制御、 得られた手がかりの総合解釈のための推論を司るものとして注目すべきものに、

Bartlett(1932)の人間の記憶とその活性化のモデル "図式 (schema)"の、Mins ky(1975)の "フレーム(frame)"の概念がある。人間は、ある状況に出会ったとき記憶の中から似通った状況を示唆する、まとまり(chunk)としての知識ーープロトタイプパターン (prototype frame)ーー を呼び出し、一つの仮説として設定、仮説を説明するに必要な他の部分を現実の状況の中に求める。例えばフレーム [自動車]は、その下位フレームとして [エンジン]や [駆動系] など全体ー一部分(whole-par

t )の関係、[セダン] や [クーペ] のよ うな一般ーー具体 (abstract-specific) の関係からわかるように、対象に関する 知識の階層型構造化と考えることができ る。コンピュータが、対象システムに対 する先験知識として、このような階層構 造化知識を内部に持つことにより、断片 的知識によってデータ駆動(ボトムアッ プ)的に仮説を設定、仮説に従って仮説 駆動(トップダウン)的に次ぎに検証す べき注視点を選択することにより、混沌 とした情報の中から、検証された仮説と いう形で集約された知識を得るという人 間の情報集約のプロセスをアルゴリズム 化することができる。コンピュータに内 蔵されるプロトタイプフレームは、文字 通り原型パターンであり、現実世界から 抽出される情報は、多少共原型からのず れを伴った"あいまい"なものである。

いま、例示のため、コンピュータの内蔵するフレーム階層構造知識が、Fig.4に示す画像理解のための知識、すなわち、最下層としての "直線 "フレーム(F11,F12,F13,F21,F22,F23)、それらのAND合成によって構成される上位フレーム "三角形(F1)"および "正方形(F2)"、更に、両者の総合配置によって構成される最上位フレーム F0 であったとする8)。図示のように、現実世界(

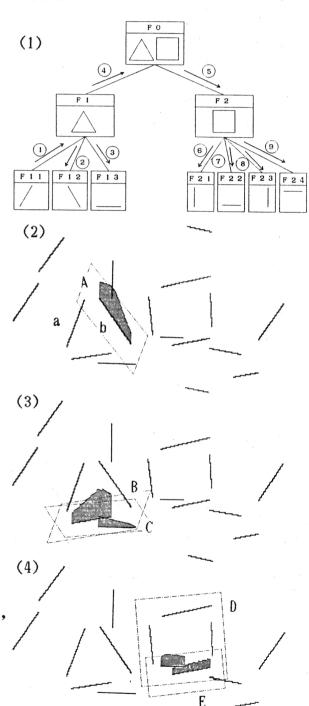


Fig.4 Hierarchical knowledge structure and "bottom-up"," top-down "searching process based on "window"

与えられた画 Fig.4 (2)) から、最下位フレームの一つ、 F11 にマッチングする断片的情報――直線 a ――が認識 されたとする。F11 は、その上位フレーム F1 (三角形) の一部であるとの仮説に従って、他の2辺、 F12 および F13 にマッチングする直線の存在を、フレーム F1 のデ ーモン (demon) の指定する領域 (ウインドウ) に注視 点を限定して探索する。例えば F12 に対するウインドウ は、線分 F11 との位置関係から、Fig.4 (2)の平行四辺形 域 A となる。Fig.5 (a) は領域内における F12 への帰 属度を表す menbership 関数であり、(b) は F11 に対す る方向関係による F12 への帰属度を表す menbership 関 数である。この領域内の全ての直線について、両関数の

(b)

パターン 1

(a)

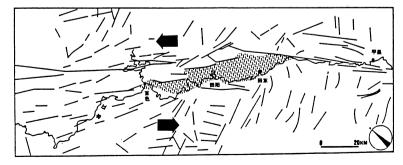
min 演算によって F12 の候補としての評価値が計算され、Fig.5 Membership 値が最大かつ、あるしきい値以上の直線が選択される。 functions of "position" Fig.4 (2) b は上記ウインドウ内で最大評価値を持った直 "direction" in "window" 線で、線上の波形は min 演算によって求められたファジイ集合である。 F1 の第三辺 F13 に対するウインドウは、Fig.4 (3) に示すように F11 との位置関係から B が、

F12から C が設定される。両ウインドウ内に共に含まれる直線について、各ウインド ウ毎に上述の min 演算による直線上のファジィ集合が求められ、更に両ウインドウで のファジイ集合の積集合 (min)によって、 F13 に対する最有力候補が選定される。 画像上の三本の直線群が、フレーム F1(三角形)のインスタンスフレーム ( instan ce frame )として集約把握されると、F1 の上位複合図形フレーム F0 が仮説として 設定され、F0 を構成するいま一つの図形フレーム F2(正方形)の存在の探索に移る。 探索範囲は、FO の内蔵する F2 の F1に対する位置関係情報を与えるデーモン指示領 域(Fig.4 (4) D)、および F2 のデーモンの指示する正方形各辺の存在領域 (Fig.4) E)の両者について実行される。 両領域に存在する直線に対する上述と同様のファジ

イ 積集合が評価され、画像上における F2 のインスタンスの存在が認定されることに

よりノイズを含む複雑な原 画像情報から、複合画像 F0 の存在が集約、認識される。

現実の画像理解に対する 応用例を示す。Fig.6 は、 ランドサット画像から抽出



された、地殻変動によって Fig.6 linearment map of "wrench tectnics district" 地表に現れた亀裂、断層などの存在を示唆する、地質構造線状要素(リニアメント)

である。ランダム に見えるリニアメ ントパターンは、 同地域に作用した 大陸プレートの wrench 運動に基づ く圧縮、引っ張り 応力によるレンチ 断層の生成に伴っ 形成されたもので、 レンチテクトニクス ( wrench tectnics )

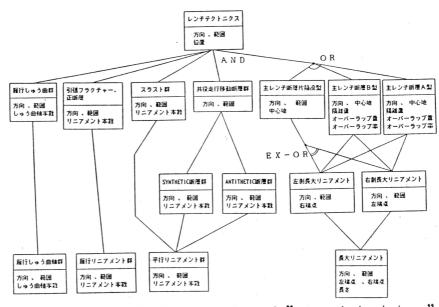
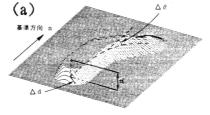


Fig.7 Frame system of "wrench tectnics"

と呼ばれる特徴的なものである。地質専門家によれば レンチテクトニクスは、Fig.7 に示すような構成要素が、 AND、OR および EX-OR の関係によって結ばれたフレー ム階層形知識に構造化することができる。与えられた画 像から、最下層フレームに属する何等かの特徴、例えば "長大リニアメント"が認識されたとき、上述の原理説 明で述べたように、上位フレームを仮説として設定、 仮説検証のプロセスを繰り返すことにより、同画像が レンチテクトニクス地域と認められるか否かの判定が 可能となる。原画像は多くのノイズを含んでをり、直 Fig.8 Evaluation of neigh-





接フレーム特徴とのマッチングをとることはできない。bor effect by membership 試作したシステムでは、各線状要素が近辺の地下深部構造に与えている影響の度合を ファジィ 概念を導入、定量化することによってノイズを除去、フレームとのマッチン グをとる手法を採用した。すなわち、Fig.8 (a) に示すように、画像上の線状要素(

量化する menbership関数、 n とのずれ角  $\Delta \theta$  を定量 化する menbership 関数を 設定し、線状要素の各点に ついて両関数の積を計算、 図示のような、線状要素が 近辺に及ぼす地殻構造規制 の度合を表すファジイ集合

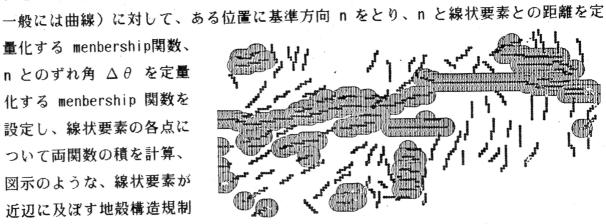
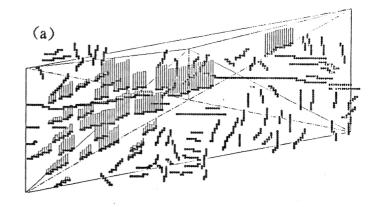
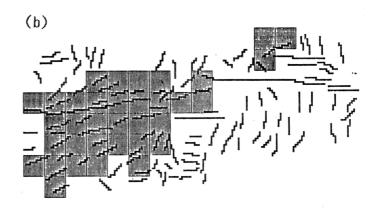


Fig.9 Main wrench fault A

を生成する。画像上の全ての線 状要素についての、地殻構造規 制ファジイ 集合の和集合を求め る。menbership 値のある値 α での断面(α レベル集合)を 考えるとき、連続した断面領域 は(同図(b)は連続していない) その支持集合である線状要素群 が一つの地殻構造を反映するも のと解釈する。Fig.9 は、この 手法によって Fig.6 から同定さ れたフレーム特徴 "主レンチ断 層A型 "である。Fig.10(a) は、 Fig.7 のフレーム階層構造におけ る " 共役走行移動断層群 " のデ ーモンによって指示された下位フ





レーム "SYNTHETIC 断層群"探 Fig.10 Identification of "synthetic faults" 索領域(ウインドウ:平行四辺形)、およびデーモンの指示によって計算された領域内各線状要素の SYNTHETIC 断層特徴の度合を表すファジイ 集合群である。同図 (b) は、menbership 値によって同定された SYNTHETIC 断層群である。

### 3-3 意思決定プロセスのモデル化ーー事象推移予測支援システムーー

H.A.Simon は、人間の意思決定活動が、
Table 1 に示す四つの側面を持つことを述べて
いる。今日迄に活発な研究の進展をみた最適理
をみた最適理論、各種数理計画法、評価・効用
効用の理論は、問題の厳密な定式化、良構造モデル化の基に展開されてきたものであり、Table 1

- 1. 決定の機会の発見 [情報活動]
  - 2. 代替案の発見と分析 [設計活動]
  - 3. 代替案の選定 [選択活動]
- 4. 選択の再検討 [再検討活動]
  Table 1 4 aspect of decision

デル化の基に展開されてきたものであり、Table 1 making process (Simon) の 3、4の側面、すなわち [選択活動] および [再検討活動] の支援に関するものということができる。1970年代以降、企業経営の合理化、環境問題、国際政治などの広い視野、場合によっては世界的規模での問題把握と解決の必要性から注目を集めるようになったワールドダイナミックス、ISM,DEMATEL,認知図などは、厳密な定式化、数値解析モデルでは表現できない問題に対して、ブレーンストーミング、アンケート、ドキュメント分析などを通して、問題の重要項目を洗いだし、項目間の関係として問題構造をグラフ論的に扱うものであった。これらの手法は、問題の当事者の間で競合する問題解決のための代替案を掘り起こし、いわば共通の土俵上での合

意形成を目的とするものであって、Table 1 の 2 の側面、意思決定のための [設計活 動]を指向するものということができる。意思決定の上記の各側面は、問題の抽象化 に基づく厳密な定式化、良構造化、何が重要項目かの判断など、問題の本質把握が行 われて初めて可能となる。今日、急速の技術革新、得にコンピュータの普及に伴う高 度情報化は、人間が把握しうる限界を超えた過剰情報との対話を余儀なくさせ、問題 の全貌についての見通し、本質把握のための広い視野にたった思考の余裕を失わせる 結果となっている。意思決定問題において今日最も要請されるものは、 の中から問題の本質、事象推移の文脈を集約提示し、決定のための機会、あるいは候 補となる代替案を選択するプロセス、すなわち Table 1 の 1 および 2 の側面ーー[ 情報活動]と問題の本質把握に基づく[設計活動]ーーの支援にあると考える。

人間は経験を通して類似した事例(エピソード)群から、それらの原型(プロトタ イプ)とも言えるパターンを、その本質的意味、特徴、パターン相互間の関係と共に 記憶しており、具体的事例に出会ったとき適合するパターンを呼び出し、おかれた状 況のもとでの事例の持つ意味や重要性を認識、適切な行動決定を行っていると間がえ ることができる。事例の原型としてのパターンを、基本行為の推移系列として表現し たものをスクリプトという。スクリプトは 1977 年、Schank および Abelson によっ て提唱されたものであって9)、Schankの概念依存理論における、構造、行為、現象、 それぞれの類型化と、お互いの間の関連表現の考えに基づくものである。概念依存理 論では、人間の意図、行動の最も根元的なものを基本行為として与えているが、ここ では、政治・社会現象論的事象系列を記述する必要最少限の構文単位として、Table 2 に示す原型としての単位事象群を定義する。紹介するシステムは、エピソードとし ての具体事例記述と原型単位事象とのマッチングによって、具体的単位事象の連鎖を 抽出、一般化学習の概念に基づいて、類似する具体的単位事象の連鎖を説明すること

が可能な、原型単位事象系 列としてのスクリプトを生 成する。生成されたスクリ プトは、意思決定者のもつ 状況推移に対する予測を表 す仮説に相当し、システム は、ある事象が生起したと き、事象駆動的に仮説スキ ーマを活性化、それに基づ いて状況推移の予測を与え るなど、意思決定者の行動

決定を支援することができる。

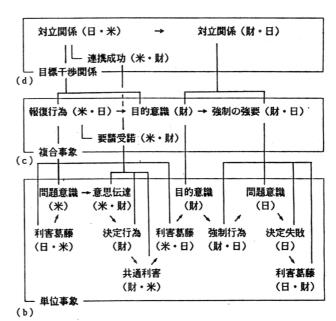
	(a) A = B	(b) A ≠ B
$V(A) \xrightarrow{-S} P(X) \xrightarrow{C} D(B)$ $\bigoplus$	[problem,[A],[X]] 問題意識	[inducement,[A,B],[X]] 決定の訴起
$\begin{array}{c} V(A) \stackrel{+S}{\longrightarrow} P(X) \stackrel{C}{\longrightarrow} D(B) \\ \textcircled{2} \end{array}$	[enablement,[A],[X]] 目的意識	[promotion,[A,B],[X]] 決定動機
$\frac{D(A) - \frac{C}{2}P(X) + \frac{4S}{2}V(B)}{3}$	[success,[A],[X]] 决定行為	[commitment,[A,B],[X]] 異献
$ \frac{D(A) - \frac{C}{2}P(X) - \frac{S}{2}V(B)}{\textcircled{0}} $	[failure,[A],[X]] 背信決定	[threat,[A,B],[X]] 強迫
$D(A) \stackrel{C}{\longrightarrow} D(B)$	[motivation,[A],[]] 決定想起	[mental_trans,[A,B],[]] 意思伝達
$ \begin{array}{c} D(A) \xrightarrow{T} D(B) \\ \hline \Theta \end{array} $	[abandon,[A],[]] 決定棄却	
$V(A) \xrightarrow{a} P(X) \xrightarrow{b} P(Y) \xrightarrow{c} V(B)$ $O \xrightarrow{a \cdot b \cdot c} -1$	[trade_off,[A],[X,Y]] トレードオフ	[competition,[A,B],[X,Y]] 利害の航合
$V(A) \xrightarrow{-S} P(X) - \xrightarrow{b} P(Y) \xrightarrow{c} V(B)$ $0 \qquad b \cdot c = -1$	[dilemma,[A],[X,Y]] 複数目標の葛藤	[adversity,[A,B],[X,Y]] 利害の相殺
$\begin{array}{c} V(A) \xrightarrow{+S} P(X) - \xrightarrow{b} P(Y) \xrightarrow{c} V(B) \\ \textcircled{9} \qquad b \cdot c = +1 \end{array}$	[concord,[A],[X,Y]] 複数目標の成就	[cooperation,[A,B],[X,Y]] 利害の一致

Table 2 Primitive events

Fig.11(a) は、具体的事例記述:「日本鉄鋼業会の米市場進出は、日本からの輸入を増加させ (  $P11 \rightarrow P13$  )、米鉄鋼業界は打撃を被った(  $P13 \rightarrow V12$  )。米鉄鋼業界は財務省にダンピング訴訟を起こし、それが採択によって日本の立場は苦しくなった(  $P13 \rightarrow D11 \rightarrow D12 \rightarrow P14 \rightarrow V13$  )。訴訟を承諾した財務省は、トリガー価格制度を設置、日本の業界は、やむお得ず輸出の自己規制を余儀なくされるに至った(  $P14 \rightarrow D13 \rightarrow P15 \rightarrow$ 

D14→P16→V17)。」の含む因果事象連鎖を、3種類のノード(P:具体的事象、D: actor の決定、V: actor の価値評価)、4種類のリンク(C: 生起、T: 終結、S:正負の sentiment 関係)を用いて有向グラフ構造表現したものである10)・・・・15)。この現実に生起した状況の表層的知識構造は、Table 2 記載の原型単位事象とのマッチングにより Fig.11 (b) に示す

に示す複合事象連鎖、更



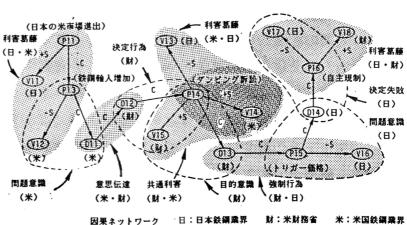


Fig.11 Multi-level schemata knowledge structure

に同図 (d) に示す、最上位の actor 間の相互関係推移系列へと階層構造化される。 抽出された単位事象、複合事象、相互関係は、各々上位、下位関係係の情報をスロット値に持つスキーマとしてシステムに登録される。このように、深層構造化された知識との対話によって、システムは、ある事象の原因 (why)、詳細 (how)、関連する主体者 (who, by whom)などの質問に対する回答、事象推移の要約を行うことができるが、ここではシステムの持つ事象推移の予測機能のプロセスについて概説する。

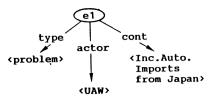
現実世界において、たとえば Fig.12 に示すように、type として同じ単位事象 "問題意識(problem)"であるが、事象を構成する他の属性(actor, cont.)の異な

Instance Event Schemata (IES)

るもの ( e2 のactor US Steel Co. に対し type e3 のそれは UAW ) が problem>

複数個抽出されたとする。

type cont
coblem cont
imports
from Japan costeel Co.



コンピュータの内蔵す Fig.12 instance events schemata having the same TYPE

る各属性の上位下位関係知識 Fig.13 を 参照することにより、両属性の上位概念 (US Steel chemata Co. と UAW の上位 概念は US Steel Ind.) で置き換え、Fig. 14 (a) に示す上位抽象化事象 E<sub>1</sub> に一般 化することができる。一般化事象 E<sub>1</sub> は、 type の同じ単位事象 ei の全属性の集合 (例えば e3 の属性 actor は、直接抽出

た UAW および、Fig.13 に示す UAW の上位概念、すなわち US Auto. Ind., US Tech. Ind., US Ind., Actors を含める)を RS(ei) とするとき、ei ( i=1, 2, ··· ) の過半数で共有される 属性集合 CRS(E;) をその属性と するものである。 Fig.14 (b) における E<sub>1</sub>(1) は、三つの同じ type の単位事象 e1、e2 および

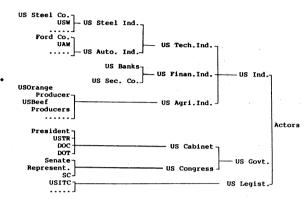


Fig.13 Hierarchy of schema attribute

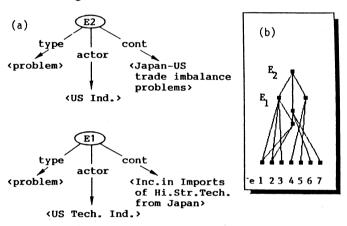


Fig. 14 Generalized event schemata

e3 の一般化事象を表す。一般化事象は、Fig. 14 (b) の E2 のように、一般化レベルが高くなるほど、多くの単位事象 (e1, ···, e7) を含むようになる。各事象 ei の、一般化事象 E; への適合度 (原型性(prototipicality)) を

prot( ei | 
$$E_i$$
 ) =  $\frac{(CRS(E_i) \cap RS(ei)) *}{(CRS(E_i) \cup RS(ei)) *}$ 

と定義する。 Fig.15 に示すように、prototipi cality は、一般化のレベルが高くなるほど( $E_i$ の j が大きくなるほど)小さくなる。いま、

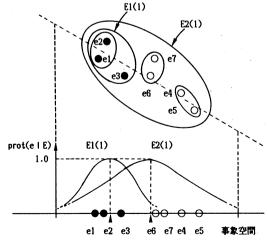
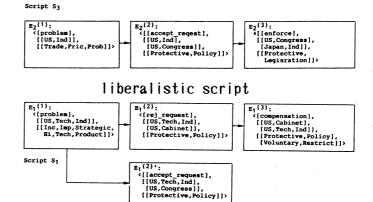


Fig.16 に示すように、E<sub>1</sub>(1) に一般化された各 Fig.15 Prototipicality of event 単位事象 e1、e2 および e3 の後続事象 e1'、e2'、e3', あるいは e1'、e2'、e3' が、 $E_1$  (1) と同一の一般化レベルにおいて、 $E_1$  (2) に一般化され el  $\rightarrow$  el' たとき、この一般化レベルにおける事象推移パターン  $S_1$ :  $E_1$  (1) e2  $\rightarrow$  e2'(e2'')  $\rightarrow$   $E_1$  (2) が、高い定型性を持つスクリプトとして生成される。 e3  $\rightarrow$  e3' Fig.17 (a)、(b) は、二つのレベルで生成されたスクリプト  $S_1$   $E_1$  (1)  $\rightarrow$   $E_1$  (2) (自由貿易主義的) および  $S_2$  (保護貿易主義的) を表す。 Fig.16 スクリプト

現実世界において、Fig.17 (c) に示すように、ある事象 et が生起し、この情報から意思決定者は、ある仮想的事象推移のシナリオ、例えば  $H_p$ :  $e_t \rightarrow e_{p1} \rightarrow e_{p2} \rightarrow \cdots \rightarrow e_{pk}$  を考えたとする。システムは、et および入力された仮想事例  $e_{pn}$  ( $i=1,\cdots,k$ ) のそれぞれについて、 $E_j$  (m) ( $S_j$  を構成 する一般化事象) のもとでの prototipicality を計算、 $e_{pn}$  に対しては m につい

protective script



 $H_p: e_t \rightarrow e_{p1} \rightarrow e_{p2} \rightarrow \cdots \rightarrow e_{pk}$ 

て最大のものをとり、それらの平均値

Fig.17 Prediction of "scenario"

prot( 
$$H_p \mid S_j$$
 ) =  $\frac{1}{k+1}$  [prot(e<sub>t</sub> |  $E_j^{(1)}$ ) +  $\sum_{n=1}^{k}$  { max prot(e<sub>pn</sub> |  $E_j^{(m)}$ )}]

を以て、シナリオ  $H_p$  の各階層一般化事象系列( $E_1^{(1)} \rightarrow E_1^{(2)} \rightarrow \cdots$ 、 $E_2^{(1)} \rightarrow E_2^{(2)} \rightarrow \cdots$ )の基での原型性、すなわちシナリオの蓋然性として提示する。仮想事象系列  $H_p$  の代わりに、既に抽出されている単位事象系列を入力すれば、その事象系列の必然性が提示されることになる。

### 4. むすび

人間が、その限られた情報処理能力の中で、環境からの膨大な情報の負荷に耐え、雑音情報に惑わされない慎重さと、重要なヒントに駆動された認識に基づく判断によって、問題を解決していることは興味深い。本稿では、このような人間の優れた情報処理の特質をアルゴリズム化するものとして、コンピュータの内蔵する先験知識構造とファジイ概念の果たす役割についての私見をのべた。コンピュータの先験知識は、概念間の連合を表す単純なネットワーク(3-1)から、固定した概念の階層フレーム構造(3-2)、フレキシブルに自己組織化される階層構造(3-3)と、順次高度なものになっていることに注意されたい。これら、先験知識によって、コンピュータは、外部からの断片的情報に脈絡を与え、文脈に沿った有用な情報を選択提供することができる。コンピュータに与えられる先験知識は原型(prototype)であり、それとのマッチングを図るべき現実世界からの情報は、多少共ずれたものになる。このずれの

度合を評価し、はたして原型のインスタンスとして認めてよいかは、文脈に依存した "あいまいさ"を定量化しなければならない。本稿でのファジイ概念の導入は、コンピュータの有する原型としての知識と現実とのマッチングを司るものと言うことができる。多段階に亙る推論に用いていないことにも注意すべきである。

# 参考文献

- 1) Nakamura, K. and Iwai, S.: Topological Fuzzy Set as a Quantitative description of Analogical Inference and its Application to Question-answering Systems for Information Retrieval, IEEE Trans. SMC-12, pp. 193-204, 1982.
- 2) Nakamura, K. and Iwai, S.: "Analogical Inference" in Systems & Control Encyclopedia, Theory, Technology, Applications, in Madan G Singh (Ed.), Pergamon Press, pp. 273-276,
- 3) Sjoberg, L.: A Cognitive Theory of Similarity, Goteborg Psychological Reports (No.10), 1972.
- 4) Gregson, R.A.M.: Psychometrics of Similarity, New York: Academic Press, 1975.
- 5) Kaufmann, A.: An Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets, New York Academic, 1, 1975.
- 6) Bartlett, F.C.: Remembering: A Study in Experimental and Social Psychology, Cambridge Univ. Press., 1932.
- 7) Minsky, M.: A Framework for Representing Knowledge, in P.H. Winston (Ed.), 1975
- 8) 高野、椹木、片井、岩井:ファジイ 概念に基づくフレーム型パターン理解システム、第6回知識工学シンポジウム、pp.55-60, 1987.
- 9) Schank, R.C. & Abelson, R.P.: Scripts, Goals, Plans and Understanding; Lawrence, 1977.
- 10) Nakamura, K., Iwai, S. and Sawaragi, T.: Decision Support Using Causation Knowledge Base, IEEE Trans. SMC-12, No.6, 1982.
- 11) 椹木、岩井、片井:因果関係知識に基づく意思決定支援と波及効果の定量化および決定者の主観的判断基準の導入、計測自動制御学会論文集、Vo.22,No.6,1986.
- 12) Sawaragi, T., Iwai, S. and Katai, O.: An Integration of Qualitative Causal Knowledge for User-oriented Decision Support, Control-Theory and Advanced Technology, Vol. 2, No. 3, 1986.
- 13) 椹木、岩井、片井:社会現象の深層構造把握のための因果連鎖知識の多重構造化、 計測自動制御学会論文集、Vo.23,No.9,1987.
- 14) Sawaragi, T. and Iwai, S.: An Expectation-driven Decision Support by Learn ing Scenarios from Episodes, Prep. of IFSA Congress, 1987.
- 15) Sawaragi, T. and Iwai, S.: Cognitive Simulation for Intelligent Decision Support: Scenario-learning from Episodes and Expectation-driven Prediction, Proc., Int. on Methodologies for Intelligent Systems, 1987.

# 推論 と 単 調 性 INFERENCE AND MONOTONICITY

片井 修 椹木 哲夫 岩井 壮介 Osamu KATAI Tetsuo SAWARAGI Sosuke IWAI 山本 順三 小川 兼一郎 Junzo YAMAMOTO Kenichiro OGAWA

京都大学 工学部 Faculty of Engineering, Kyoto University

### ABSTRACT

By focusiung on order relations among objects, several methods of inference on their properties which are monotonically dependent on the order relations are introduced, and the properties of the inference methods are examined. First, a classification on the type of monotonic properties is introduced. Second, by referring to this classification, several methods of inference on the monotonic properties are introduced. Third, two typical inference methods in legal judgement situations called augumentum a fortiori and augumentum a contrario are formulated within this framework, and the structures of the corresponding order relations among possible situations are clarified.

### 1. はじめに

本研究では、対象世界の持つ順序構造に単調な形で依存する性質に関して、一つの事例からの推論の方法について検討するとともに、その典型的な場合としての、規範的場面での推論に際して用いられる"勿論論法"および"反対論法"を取り上げ、その定式化と背後にある状況評価に関する順序構造について、義務論理2および選好論理2の立場から検討する。

### 2. 単調な性質の型

まず、ここで取り上げる"単調性"としては、つぎの3つのタイプを考える。

タイプ 1: 対象としては、個体群を考え、これら個体群が共通に持つ属性 (p)の値が以下の性質を満足するとき。

(1)  $x R x' \rightarrow p (x) R p (x')$ 

ここに、R、Rはそれぞれ個体間および属性間のある順序構造を表している。

タイプ 2: 対象としてやはり個体群を考え、これらに関連した述語 (P)が 以下の性質を満足するとき。

(2)  $x R x' \rightarrow (P(x) = T \rightarrow P(x') = T)$ 

ここに、P(x) = T は P(x) の真理値が True であることを表している。

タイプ3: 対象としては命題群を考え、これら個々の命題(A)に依存して 決まる別の命題(A)があり、以下の関係が成立するとき。

(3)  $ARB \rightarrow (B'=T \rightarrow A'=T)$ 

ここに、

ARB: (命題Aの成立する)状況Aが(命題Bの成立する) 状況Bよりも評価が高いかあるいは同程度である。

とする。

勿論、タイプ2,3において、単調増加(非減少)ではなく単調減少(非増加) を表すときには、

$$(2') \quad X R X' \rightarrow (P(X') = T \rightarrow P(X) = T)$$

(3') 
$$ARB \rightarrow (A'=T \rightarrow B'=T)$$

を採用する事になる。

# 3. 一事例からの推論法

この様な関係の成立することが分かっている場合、一つの事例からいかのような推論が可能となる。

タイプ 1: ある個体 c の属性値 p ( c ) が得られた場合、 c 'R c ( c R c ') なる任意の個体 c 'について、その属性値 p ( c ') は、 p ( c ') R p ( c ) ( p ( c ) ) を満足している。

タイプ 2: ある個体 c について命題 P (c) の真理値が T r u e (P (c) = F) であることが分かったとき、 c 'R c (c R c ') なる任意の個体 c 'について、 p (c ') = T (p (c ') = F) である。

タイプ3: ある命題Cについて、対応する命題C'の真理値がTrue(False)であることが分かったとき、CRA(ARC)なる任意の命題Aに対応するA'の真理値はTrue(False)である。

例えば、ある物質kが固相と液相を持つことが分かっているとする。 すなわち、

$$(\forall t_m) (t < t_m \rightarrow S(k,t) \land t > t_m \rightarrow L(k,t))$$

が成立するとき、ある温度 $t_a$ においてkが液相である( $L(k,t_a)$ が成立)ことが知られたとすると、タイプ2の推論を行うことによって、事例に依存した形の次の一般的知識を得ることができる。

 $(\forall t \ge t_0) L (k, t)$ 

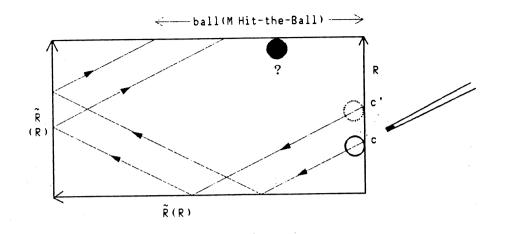


Fig.1 An illustrative example of inference based on monotonic relations.

次節以降では、タイプ3の推論の典型例と考えられ、規範的判断を導く"勿論論法"および"反対論法"について検討を行う。

# 4. 状況評価の比較に基づいた規範的推論

以下では、命題によって表される状況の評価に基づいて規範的な判断を下す推論の形について検討する。

状況Aが許容可能である(Aであることが許可されている)ことを、許可を表すオペレータ(様相子)Pを導入することによって、

PA: 状況 Aが許可されている。

と表す。このPあるいは相対な義務を表すオペレータO、

○A(≡ ~P~A): Aであることが義務である(Aでないことが許可されていない)。

の持つ一般的性質を議論するのがいわゆる義務論理 ( deontic logic ) と呼ばれるものである。 P (O) には通常つぎのような性質(公理) が設定される。

D1:  $P(A \lor B) \rightarrow PA \lor PB$  or  $OA \land OB \rightarrow O(A \land B)$ 

D2:  $PAVPB \rightarrow P(AVB)$  or  $O(A \land B) \rightarrow OA \land OB$ 

D3:  $PA \vee P \sim A$  or  $OA \rightarrow PA$ 

ところで、価値評価の観点から規範的推論を考えるとき、以下に述べる"勿論論法 (argumentum a fortiori) — 一強きものよりの推論"は極めて興味深いものである。これは、"ある規範的判断をするより弱い根拠が存在するならば、その判断はより強い理由が存在するときにも許される"、という考えに基づくものである。例えば、

(4) "このマンションでは、猫は飼ってはいけません。"

という管理規約があるとき、われわれは、より危険性および騒音を発生する可能性をもつ犬についても、

(5) "犬もやはり飼ってはいけない。"

と推論を行う。これは、"小なるものから大なるものへの推論 (argumentum a minori ad maius)"と呼ばれる。

この推論の形式を上述の表現を用いて表すと、

A1:  $ARB \land \sim PA \rightarrow \sim PB$ 

のようになる。〇を用いて書き換えると、

 $A2: (\sim A) R (\sim B) \land OA \rightarrow OB$ 

また、A1の対偶をとると、

 $A1': ARB \wedge PB \rightarrow PA$ 

を得る。これは、"犬を飼ってもよい。"ならば、"猫も飼ってもよい。"と推論することを表しており、"大なるものから小なるものへの推論 (argumentum a maiori ad minus)"と呼ばれる。

### 5. 背後にある評価比較の論理構造

最も単純な状況の評価法としては、一つの状況Aの評価を、その状況に含まれる個々の状態の内で最良のものの評価によって与えることが考えられる。このような楽観的評価法の下で、Rは次のような一般的法則(通常、"選好論理"と呼ばれる $^4$ )を満足することが示される $^5$ 。但し、A,B,Cは任意の状況(命題)を表す。

 $M1: (A \lor B) RA$ 

 $M2: (ARB) \lor (BRA)$ 

 $M3: (ARB) \wedge (BRC) \rightarrow ARC$ 

 $M4: ARB \rightarrow (A \lor C) R (B \lor C)$ 

一方、悲観的な評価法として、状況に含まれる最悪の状態によって状況評価を与えるとき、Rは以下の一般的性質を持つ。

 $m1: AR(A \lor B)$ 

 $m2: (ARB) \lor (BRA)$ 

 $m3: (ARB) \land (BRC) \rightarrow ARC$ 

 $m 4: ARB \rightarrow (A \lor C) R (B \lor C)$ 

また、状態の生起の確からしさをも評価に組み入れベイズの立場からの評価、 すなわち、状況Aの評価を

$$V(A) = \sum_{w \in A} V(w) \text{ Prob.}(w) / \text{ Prob.}(A)$$

として与えるとき、Rに関する公理系として、以下のものが考えられる。

 $B1: (ARB) \lor (BRA)$ 

 $B2: (ARB) \wedge (BRC) \rightarrow ARC$ 

 $B3: AR(\sim A \wedge B) \equiv AR(A \vee B)$ 

# $B4: (\sim A \wedge B) RA \equiv (A \vee B) RA$

さて、上述のような義務、許可の一般的性質が、上述の比較評価の関係Rから 導くことが可能であるか否かについて検討する。

先に述べたA2において、Aに~AV~Bを、Bに~Bを代入すると、

A2': 
$$(A \lor B) R B \land O (\sim A \land \sim B) \rightarrow O \sim B$$

の成立が要請されることになる。 義務論理の公理 D 2 が無条件で成立する為には、M 1 が無条件で成立する必要がある。これは先にも述べたように、 楽観的な状況評価法を採用したときのみその成立が保証される選好関係である。

すなわち、価値評価から、規範的な判断を導くには、状況の最大価値に基づく評価を採用する必要のあることがわかる。

4節に述べた勿論論法と裏腹な関係にある論法として、 "反対論法 (argument um a contrario)"がある。これは、~ (BRA) の下では、~ PAの方が~ PBよりもより報知的 (informative) であること、すなわち

# $\sim$ (BRA) $\rightarrow$ ARB $\rightarrow$ ( $\sim$ PA $\rightarrow$ $\sim$ PB)

の成立することから、もし、 $\sim$  PAが報知されておらず、かつ、わざわざ $\sim$  PBが報知されている場合には、とくに"反証のない限り"、 $\sim$  PAは成立していない、すなわち、PAが成立していると考えることを意味している。換言すれば、一般的な法則(図式)として、以下のものの採用が考えられる。

# $A3: \sim (BRA) \land \sim PB \land MPA \rightarrow PA$

ここに、"M"は非単調論理の定式化の際に導入されたオペレータ(様相子)であり。、"反証の欠落"、すなわち、MCは命題Cを否定するようなデータの欠落を表している。

例えば、(4)の下では、反証のない限り、

(6) "このマンションではハムスターを飼ってもよい。"

### と推論することができる。

図2は勿論論法および反対論法のもとで推論される規範命題の成立の様子を示すものである。

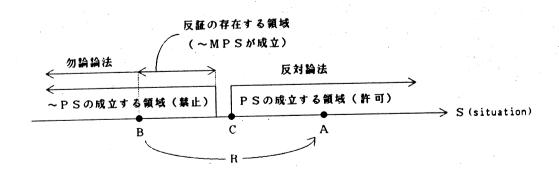


Fig. 2 Permissive and prohibitive situations derived by argumentum a fortiori et a contrario.

図中、"~PSの成立"は、"Sであることが許可されていない"という、状況Sに対する拘束を表しており、同図は、勿論論法の成立を前提としての、"拘束領域の最小化モデル"を表していることになる。許可と禁止の境界に存在する状況を命題Cで表すとき、PとRの関係は、

 $P1: PA \equiv ARC$ 

と与えられる。このとき、義務論理の公理D1~D3は、選好関係Rに関する以下の関係に置き換えられる。

 $R1: (A \lor B) RC \rightarrow ARC \lor BRC$ 

 $R2: ARC \lor BRC \rightarrow (A \lor B) RC$ 

 $R3: ARC \lor (\sim A) RC$ 

容易に示されるように、楽観的評価 $M1 \sim M4$ の下では $R1 \sim R3$ が常に成立する。一方、悲観的評価 $m1 \sim m4$ の下ではR2のみの成立が、ベイズの評価の下では何れも成立しないことが示される。

このように、楽観的な状況評価と規範的判断が密接に関連していることがわかる。

### 6. むすび

対象世界に潜む均質な構造に着目することによる、一つの事例からの知識獲得の一方法として、対象世界の持つ単調な性質に関する推論法について検討した。まず、このような性質の分類を与えるとともに、各分類下での事例からの推論法を示した。さらに、そのような推論の一典型と考えられる勿論論法と反対論法を取り上げ、義務論理および非単調論理を導入することによって、その定式化を与えるとともに、選好論理の立場から規範的判断の背後に潜むと考えられる選好構造を明らかにした。

# 参考文献

- 1) Ch. PERELMAN (江口 訳): 法律家の論理-新しいレトリック, 木鐸社, 1986.
- 2) R.HILPINEN: Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings, D. Reidel, 1981.
- 3) N.RESCHER: Introduction to Value Theory, Univ. Press of America, 1982.
- 4) I.TAMMELO: Principles and Methods of Legal Logic, Keio Univ., 1971.
- 5) O.KATAI and S.IWAI. Axiomatic Characterization and Comparative Analysis of Preference on Desirability and Possibility, proc. of the 13th ISMVL, pp.36-41, Kyoto, 1983.
- 6) D.G.BOBROW(ed.): Artificial Intelligence, Vol.13, 1980.

## Dempster-Shafer理論に基づいた推論モデル An Inference Model Based on Dempster-Shafer's Theory

多名賀 淳\*,室伏 俊明\*\* Jun TANAKA\*, Toshiaki MUROFUSHI\*\*

\*株式会社リクルート, \*\*東京工業大学
\*Recruit Co., Ltd., \*\*Tokyo Institute of Technology

In the inference model described in this paper, two kinds of knowledge in rule-based systems, facts and rules, are represented by belief functions. And Dempster's rule of combination is used not only to aggregate conclusions but also to execute inferences. That is, the inference model is entirely based on the framework of Dempster-Shafer's theory, and therefore uncertainty in knowledges and inferences can be consistently managed. The dependence of conclusions is also considered. Dempster's rule of combination requires independent conclusions. But the requirement is not always satisfied in the case of a long inference chain. This problem is solved by combining inference paths which deduce dependent conclusions.

### 1. はじめに

近年,不確実な知識の取り扱いに関する理論として,Dempster-Shafer理論 [5] (以下,DS理論と略す)が注目されている[2,3,4,6].この理論は,無知を表現できる,集合に対する確信を表現できる,順序によらない合理的な知識の結合方法 (Dempsterの結合則)が与えられている,などの特徴をもつ.

しかし、この理論に関するいくつかの考察や応用 においては、数学的概念 (belief function, 基本確 率割当、通常の確率)の意味の混同や、DS理論では 説明できない信頼度の伝播式が見られる[3,4].

そこで本論文では、DS理論の枠組みで統一された 推論方法について議論する. Smetsによるベイズの定 理の一般化 [6] において用いられた条件付belief functionの vacuous extensionを利用し、推論自体 もDempsterの結合則で行なう. Dempsterの結合則は 結合する証拠間に独立性を必要とするが、推論が多 段になると結合すべき結論が非独立になることがあ る. この問題をルール同士の結合によって解決する.

# 2. 準備

#### 2.1. Dempster-Shafer理論の基本的概念[5]

 $\Theta$ を空でない有限集合とする。DS理論では $\Theta$ に値をとる変数 $\theta$ を考え, $\theta$ の値に関する命題" $\theta \in A$ " (Aは $\Theta$ の部分集合)への信頼度を扱う。命題" $\theta \in A$ "は部分集合Aと同一視される。集合 $\Theta$ は <u>frame</u> of discernment (以下frameと略す)と呼ばれる。

Belが0上の<u>belief function</u>(以下bfと略す)で あるとは,Belが

 $2^{\Theta}$ から[0,1]への写像であって,次の条件を満たすことをいう:

(B1)  $Bel(\emptyset)=0$ ,

(B2) Bel( $\Theta$ )=1,

(B3) ある関数m:  $2^{\Theta} \rightarrow [0,1]$ があって,

Bel(A) = 
$$\sum_{B \subset A} m(B)$$
  $\forall A \subset \Theta$ . (1)

Belがbfのとき, (B3)の関数mは, Belの<u>基本確率割当 (basic probability assignment</u>, 以下bpaと略す)と呼ばれる.また,bpa mの値が正であるすべての部分集合の和集合を,coreという.

Bel(A)は、 $\theta$ の値に関する証拠が与える、命題 Aへの信頼度と解釈される。条件(B1)は恒偽命題へ の信頼はないということを、条件(B2)は恒真命題へ の信頼が1であることを表す。条件(B3)は、ある命 題Aへの信頼Bel(A)は、Aを導く各命題Bの"B自 体への信頼"m(B) の総和であることを表す。

(B1),(B3)より,

$$m(\emptyset) = 0 \tag{2}$$

が, (B2),(B3)より,

$$\sum_{B \subset \Theta} m(B) = 1 \tag{3}$$

が,わかる.

Bを $\Theta$ の空でない部分集合,s  $\in$  [0,1]とするとき, 次式で定まるの bf Sを,Bを<u>焦点</u>とする <u>simple</u> <u>support function</u> と呼ぶ:

$$S(A) = \begin{cases} 0 & B \angle A, \\ s & B \subset A, A \neq 0, \\ 1 & A = \theta. \end{cases}$$
 (4)

数値sは <u>degree of support</u> と呼ばれる. Simple support functionは,単一の証拠を表すのに適した,

最もsimpleなbfである.

次の式で定まるbf Belaは, <u>vacuous belief</u> function (以下vacuous bf) と呼ばれる:

$$Bel_{\theta}(A) = \begin{cases} 1 & A = \Theta \\ 0 & A \neq \Theta \end{cases}$$
 (5)

このbfは、まったく証拠のないこと(完全な無知) を表す.

2つの証拠があるとき,われわれはそれらの証拠を組み合わせて $\theta$ の値を推測する。このことは,2つのbfを結合して,新たなbfを作り出すことを意味する。DS理論では,これは次のように行なわれる: $Bel_1$ , $Bel_2$ をbfとし, $m_1$ , $m_2$ をそれぞれのbpaとする。このとき,

$$m(\emptyset) = 0, \tag{6}$$

$$m(A) = K \cdot \sum_{B \cap C = A} m_1(B) \cdot m_2(C) \quad \forall A \neq \emptyset,$$
(7)

で定義されるbpa mをもつbfをBel<sub>1</sub>とBel<sub>2</sub>の<u>結合</u> といい,Bel<sub>1</sub>⊕Bel<sub>2</sub>で表す.ここで,

$$K^{-1} = 1 - \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B) \cdot m_2(C),$$
 (8)

であって,上式の右辺の値が0のときには,結合は 定義されない.この結合方法は,<u>Dempsterの結合則</u> と呼ばれる.

演算⊕は,次の性質をもつ:

- (C1) Bel₁⊕Bel₂ = Bel₂⊕Bel₁.
- (C2) (Bel<sub>1</sub>⊕Bel<sub>2</sub>)⊕Bel<sub>3</sub> = Bel<sub>1</sub>⊕(Bel<sub>2</sub>⊕Bel<sub>3</sub>).
- (C3) Belaがvacuousのとき,

Bel⊕Belø = Bel.

(C4) Belが 0,1 以外の値をとるなら,

Bel⊕Bel ≠ Bel.

 $\Theta$ 上のbf Belに対し, $A(\neq \emptyset)$  $\subset \Theta$  が与えられたときの<u>条件付 belief function</u> Bel(・  $\mid$  A) は,次式で(右辺が存在するときのみ)定義される:

$$Bel(\cdot | A) = Bel \oplus Bel'. \tag{9}$$

ただし、Bel'(B)= 
$$\begin{cases} 1 & A \subseteq B \\ 0 & A \emptyset B. \end{cases}$$
 (10)

## 2.2. Frameの直積

この節の前半では、2つのframeの直積だけを扱う (3つ以上のframeの直積についても同じように議論 できる).

 $\Theta$ ,  $\Omega$  を互いに素な2つのframe, Belを $\Theta$ 上のbf, mをBelのbpaとする. このとき,

$$m^{*}(B) = \begin{cases} m(A) & B = A \times \Omega \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \forall B \subset \Theta \times \Omega$$
 (11)

で与えられるm\*をbpaにもつΘ×Ω上のbf Bel\*を, BelのΘ×Ωへのcylindrical extensionと呼ぶ。

註:Shafer[5]の用語を使うと、 $\Theta \times \Omega$ は $\Theta \times \Omega$ の minimal refinementであり、 $\Theta \times \Omega$ はindependentと いう関係にある。そして、Bel'はBelのvacuous extensionになっている。

Θ×Ω上のbf BelのΘへのprojectionとは,

Bel'(A) = Bel(A
$$\times$$
Q)  $\forall$ A $\subset$ O (12) で定まる $\theta$ 上のbf Bel'のことである。

註: Bel'は、Shafer [5] でいうBelの〇への restriction になっている.

 $\Theta$ ,  $\Omega$  を互いに素な2つのframe, Bel, Bel'をそれぞれ $\Theta$ ,  $\Omega$ 上のbfとする. BelとBel'の <u>直積 belief function</u> (または単に<u>直積</u>) Bel $\otimes$ Bel'を,次の式で定義する:

$$Bel \otimes Bel' = Bel' \oplus Bel''$$
. (13)

ただし、Bel\*, Bel'\*は、それぞれBel, Bel'の Θ×Ωへのcylindrical extensionである。この定義は、通常の有限事象系の確率の直積の拡張になっている。

 $\Theta_1$ , …,  $\Theta_n$ を互いに素なn個のframe,  $C=\Theta_1$   $\times$  … $\times$   $\Theta_n$  とし, $Bel_1$ , …,  $Bel_m$  をfとする. 各 $Bel_i$ は  $\Theta_1$ , …,  $\Theta_n$  のうちの1 つのframeの上のframeの上のframeのは,もしくは,これらのうちのいくつかのframeの直積上のfとする。frame0 をframe1 をframe2 をframe2 をframe2 にframe3 をframe4 にframe6 をframe6 をframe6 をframe7 にframe8 をframe9 にframe9 にframe9 をframe9 にframe9 にframe9 をframe9 にframe9 に

# 3. 推論モデル

### 3.1. 事実とルール

本論文で扱う知識は,ある対象の持つ属性とその 値を表す「事実」と,事実から新しい事実を導く 「ルール」の2つである.

事実は次の形式で表す.

x is (represented by) Bel.

x は対象の属性,BelはX上のbfであり,Xはxのとり得る値の集合(frame)である.x はXに値をとる変数とみなせ,Belはxのとる値がXのどこにあ

るかについての信頼度を与える。今後、混乱のないときには、事実と事実を表すBelを同一視しする(たとえば、「Belと結合する」と言うかわりに「事実と結合する」などと言う)。

Belがsimple support functionのとき,事実は

### x is A with s

と表す. Aはsimple support function Belの焦点で、s はdegree of supportである. 例えば、対象の属性x を色とするとき、"赤または青"を0.7支持する証拠を持っていれば、 $A=\{赤, \, \}$ 、s=0.7である.

ルールは、前件部がいくつかの命題の論理結合、 後件部が1つの事実からなる、if...then...形式で 表現する.例:

if x is A then z is Bel,

if x is A and y is B then z is Bel.

x, y, zは対象の属性であり, BelはZ上のbfである(Zは属性zに関するframe). Belがsimple support functionのときには,

if x is A then z is C with s,

if x is A and y is B then z is C with s, と表す. CはBelの焦点, s はdegree of supportである.

3.2.ルールのbelief functionによる表現 推論をDempsterの結合則で行なうため、ルールを、 その前件部と後件部のframeの直積空間上のbelief functionとして表す(この節の前半の議論は、Smets 「6]に基づく).

ルール "if x is A then z is Bela" について考える. このルールを,

 $Bel(X \times C \mid A \times Z) = Bel_{\bullet}(C) \forall C \subset Z$  (14)

を満足するX×Z上のあるbf Belとみなすのは自然である. Smets[6]は、上式を満たすBelのうち、最も情報の少ないものを、BelaのX×Zへのvacuous extensionと呼んでいる(これは、§2.2の註にあるvacuous extensionとは異なる概念である. われわれは、Smetsの意味でこの用語を使う). ここで、Smets[6]は

$$Bel(B) \leq Bel'(B) \forall B$$
 (15)

のときBelはBel'より情報が少ないとしている.

註:上式の代わりに, Dubois and Prade [1] の principle of minimum specificity を用いても, vacuous extension が得られる.

BelaのXXZへのvacuous extension Belのbpa mは、次式で与えられる:

$$m(D) = \begin{cases} m_{\alpha}(C) & D = A^{c} + C, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$
 (16)

ただし、maはBelaのbpaで、B⊂X、C⊂Zのとき

$$B+C = (B^{c} \times C^{c})^{c}. \tag{17}$$

前件部が2つの命題の結合した形 "x is A and y is B" や "x is A or y is B" である場合でも,それらをまとめて1つの命題として表せる;前者は "(x,y) is A $\times$ B",後者は "(x,y) is A $\times$ B" となる(ここで(x,y)は, $X\times$ Yに値をとる1つの変数).このことは,前件部が3つ以上の命題の論理結合の場合でも同じである.したがって上述の方法により,1つのルールは,前件部と後件部のframeの直積空間上の1つのbf(vacuous extension)として表すことができる.事実のときと同様,混乱のないときには,このbfとルールとを同一視する.

### 3.3. 基本的な推論プロセス

ルール "if x is A then z is Bela" と事実 "x is Bel<sup>x</sup>" から,結論 "z is Bel<sup>z</sup>" を導く プロセスは以下の通り.

STEP 1. ルール(BelaのX×Zへのvacuous extension) と事実 (Bel\*) をX×Z上で結合し、その結果をBelとする。

STEP 2. BelのZへのprojection Bel<sup>z</sup>を求める.

たとえば, ルールと事実が

if x is A then z is C with  $s_R$ ,

x is A with  $s_F$ ,

と与えられている場合には、結論は

z is C with s<sub>R</sub>·s<sub>F</sub>

となる.

前件部が2つ以上の命題の結合した形からなるル ールによる推論,たとえば

"if x is A and(またはor) y is B then z is Bel"

とその前件部のframeに関する事実

"x is Belx", "y is Bely"

から結論を導く場合, ルールも事実も

"if (x,y) is  $A \times B$   $(\sharp \hbar \iota A + B)$ 

then z is Bel"

"(x,y) is Bel<sup>x</sup>⊗Bel<sup>y</sup>"

と書き直せるので、上述の手順で推論が行える.

#### 3.4. 簡単な推論パターン

### 3.4.1. 推論結果の結合

 $x_1$ ,  $x_2$ , …,  $x_n$ を互いに異なるn 個の属性とし,それらのframeを $X_1$ ,  $X_2$ , …,  $X_n$  とする.

n個の事実とルール

$$F_i: x_i \text{ is Bel}_i$$
,

 $R_i$ : if  $x_i$  is  $A_i$  then z is  $Bel_{A_i}$  (i = 1,2,...,n) から最終的に導かれる結論

C:z is Bel<sup>2</sup>

の $Bel^z$ は、 $F_i$ と $R_i$ から§3.3の方法で求まるZ上のbelief function  $Bel_i$ を結合して得られる:

$$Bel^z = Bel_1 \oplus Bel_2 \oplus \cdots \oplus Bel_n.$$
 (18)

### 3.4.2. 多段推論

ある事実とルールから得られた推論結果が、別の ルールの前件部となるような多段推論の例を示す. この例では2段であるが、3段以上でも同様である. 2つのルール、

 $R_1$ : if x is A then y is  $Bel_A$ 

 $R_2$ : if y is B then z is  $Bel_B$ 

と、1つの事実

F: x is Belx

が、与えられたとする. まず、FとR<sub>1</sub>から§3.3 の方法により

F': y is Bel'

が得られる.このF'とRzから同じ方法で結論

C:z is Belz

を得る.

### 4. 独立性を考慮した推論の実行

### 4.1. 非独立な結論の存在

Dempaterの結合則の性質(C4)が示すように、演算 ⊕は一般にべき等でない、このことから、Dempster の結合則を用いる際に、結合する証拠の間に独立性 が要求されることがわかる。

ところが、推論が多段になったり、ルールの数が 多くなったりすると、結合する推論結果の間の独立 性が失われることがある. 例を1つあげる.

<u>例</u>:後件部がともに z is B である2つのルール

 $R_1$ : if  $x_1$  is  $A_1$  and  $x_2$  is  $A_2$ 

then z is B with 1

 $R_2$ : if  $x_2$  is  $A_2$  and  $x_3$  is  $A_3$ 

then z is B with 1

#### と、3つの事実

 $F_i$ :  $x_i$  is  $A_i$  with  $u_i$ , i = 1,2,3.

 $(u_1=u_3=1,\ 0< u_2<1)$  から得られる結論に ついて考える、 $F_1,\ F_2$ と $R_1$ から§3.3の方法で 得られる結論は

 $C_1: z$  is B with  $u_2$ ,

F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub>とR<sub>2</sub>から得られる結論も

 $C_2$ : z is B with  $u_2$ .

どちらにも事実 $\mathbf{F}_2$ が使われていることからわかるように, $\mathbf{C}_1$ と $\mathbf{C}_2$ は独立な結論とはいえない.ここで  $\mathbf{C}_1$ と $\mathbf{C}_2$ を結合すると,その結果は

 $C_3: z \text{ is B with } u_2 + u_2(1 - u_2)$ 

となる. そして,

$$u_2 + u_2(1 - u_2) > u_2$$
 (19)

(推論の前提よりも結論の方が信頼度が高い)なので,明らかに合理性に欠ける.したがって,独立でない $C_1$ と $C_2$ は結合できない.

### 4.2. 非独立性の解消

非独立性を解消するには、推論結果を結合するのではなく、すべての事実とルールを同時に結合すればよい、すなわち、§3.3に示した手順の次のような一般化による:

SETP1. 推論に使う事実とルールに現われるすべての frameの直積をとり、それをCとする.

STEP2. すべての事実とルールをC上で結合する. STEP3. その結果を結論のframeへprojectionする.

これを, 前節の例に適用すると

y is B with u<sub>2</sub>

を得る. (結論の信頼度が前提の信頼度に等しい.)

### 4.3. 推論ネットの独立化

§3.4.1,3.4.2の推論を§4.2の方法で実行しても、もともと非独立な推論結果がないため、最終的な結論は前と変わらない。したがって、このような場合には§4.2の推論方法は必要でない。むしろ、結合を高次元の空間で行なうため計算量が大きくなって望ましくない。

そこでわれわれは、常識的な推論方法(推論結果の結合(§3.4.1)、ルールの筋道(推論パス)に沿った推論(§3.4.2))と§4.2の方法(すべてのルールと事実を一度に結合する)を適度に組み合わせることを提案する。すなわち、非独立な推

論パスだけを合成して1つにまとめ,独立性を保つ のである.

#### 4.3.1. 推論ネット

ここでは次節以降の議論のため、知識ベース中のルールのつながりを有向グラフ(これを推論ネットと呼ぶ)で表現する.このグラフでは、frameの集合を頂点とし、ルールの集合を辺とする.

まず簡単な例をあげる.次の4つのルール

 $R_1$ : if  $x_1$  is A then  $x_2$  is  $Bel_A$ ,

 $R_2$ : if  $x_1$  is B then  $x_2$  is  $Bel_B$ ,

 $R_3$ : if  $x_2$  is C and  $x_3$  is D

then  $x_5$  is  $Bel_{c.D}$ ,

 $R_4$ : if  $x_4$  is E then  $x_5$  is  $Bel_E$ ,

からなる推論ネットは,表1の辺と頂点をもつ有向 グラフである.

表1. 有向グラフの辺とその始点・終点

辺	始点	終点
$\{R_1, R_2\}$	{X <sub>1</sub> }	{ X <sub>2</sub> }
{R <sub>3</sub> }	$\{X_2, X_3\}$	{ X <sub>5</sub> }
{R <sub>4</sub> }	{ X 4}	{ X <sub>5</sub> }
{v <sub>1</sub> }	{X <sub>2</sub> }	$\{X_2, X_3\}$
{V <sub>2</sub> }	{ X <sub>3</sub> }	$\{X_2, X_3\}$

ここで, $X_i$ は属性 $x_i$ に関するframeである.また,  $V_1$ と $V_2$ は,それぞれ次の無意味なルール

$$V_1$$
: if  $x_2$  is  $X_2$   
then  $(x_2, x_3)$  is  $X_2 \times X_3$  with 1,

 $V_2$ : if  $x_3$  is  $X_3$ 

then  $(x_2, x_3)$  is  $X_2 \times X_3$  with 1,

であり、ともに $X_2 \times X_3$  上のvacuous bfで表される (以後 vacuous bfで表されるルールを, $\underline{$ 無意味なル  $\underline{}$  ールと呼ぶ).

一般的には次の方法による:各frameに対し,そのframeだけからなる集合はどれも1つの頂点とする.各ルールに対し,その前件部にある変数のframeを全部集めた集合も頂点とする.これら以外に頂点は作らない.(なお,しばしば頂点 $n=\{X_{i_1},\cdots,X_{i_n}\}$ を,直積 $C=X_{i_1}\times\cdots\times X_{i_n}$ と同一視し,C上のbfをn上のbfと言ったりする.)前件部の変数どうし,後件部の変数どうしがそれぞれ一致するルールをすべて集めてできる集合を,1つの辺とする.

辺は、それに属すルールの前件部のframe全部からなる集合を始点とし、後件部のframeからなる1点集合を終点とする。また、あるframe X が、複数のframeからなる頂点1 に属するとき、頂点1 がの1 から1 で表される(上の例の1 、1 がこれである)。これら以外に辺は作らない。

#### 4.3.2. 非独立な推論パスの合成

われわれは、前節で作った推論ネットを変形(独立化)して推論に用いる、独立化は非独立な結論を導く推論バスの合成によってなされる。(ここでは話を簡単にするため、推論結果のほしい属性のframe (ゴール) Z はあらかじめ決まっており、推論ネットにおいて、{Z}を始点とする辺は1本もなく、さらに、推論ネットは有向閉路を含まないものとする。)まず簡単な例(図1の推論ネット)で説明する。

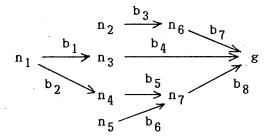


図1. 非独立な推論パスを含む推論ネット

gはゴールの頂点 $\{Z\}$ ,  $n_1$ , … , $n_7$ は他の頂点, $b_i$  (i=1,...,8) は辺である。図からも明らかなように, $n_1$ からゴールへの有向パス(これを推論パスと呼ぶ)は2本あり,これらは非独立である。したがって,図1の推論パスに沿って推論した結果をgで結合すると, $n_1$ の影響が二重に現われて不都合を生じる。よって, $n_1$ からの2本の推論パスを合成して一つにまとめる必要がある。

まとめた結果を図2に示す.

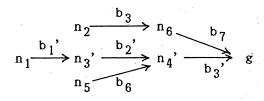


図2.独立化された推論ネット

図2で、 $n_3$ '= $n_3$ U $n_4$ 、 $n_4$ '= $n_3$ U $n_7$ 、 $b_1$ '= $b_1$ U $b_2$ 、 $b_2$ '= $b_5$ U $b_9$ , $b_3$ '= $b_4$ U $b_8$ . ただし、 $b_9$ は $n_3$ 上のvacuous bf で表される無意味なルールからなる集合である.

非独立な推論パスを合成して推論ネットを独立化 するアルゴリズムは次の通り:

STEP1. 2本以上の辺の始点になっている頂点があるかどうかチェックする.

ない:終了.

ある:その頂点の1つをc, cを始点とする辺全体の集合を $S_B$ ,  $S_B$ の辺の終点になっている頂点全体の集合を $S_T$ として, STEP2へ.

STEP2.  $S_{\tau}$ に含まれる頂点間に辺があるかどうかチェックする.

ない:STEP4へ.

ある:その辺の始点と終点をそれぞれ $n_1$ ,  $n_t$ , c から $n_t$ への辺を $b_t$ として, STEP3へ.

STEP3.  $c e n_t o$ 間に新しい頂点 c'e u b'e eれる。 $c'u b_t c$ 属すルールの前件部のframe 全体かららなる集合,b'u,始点がc,終点がc'o,無意味なルールの辺とする。 $b_t o$ 始点をe'uをe'uをe'uをe'uをe'uをe'uをe'uをe'uをe'uをe'uをe'uとe'u

STEP4.  $S_T$ ,  $S_B$ に含まれる頂点と辺をすべて除き,頂点  $c_T$ と辺  $b_B$ に入れ換える。 $b_B$ の始点は c, 終点は  $c_T$ である。 $c_T$ は $S_T$ の頂点の和集合で, $b_B$ は $S_B$ の辺の和集合である( $c_T$ = $US_T$ ,  $b_B$ = $US_B$ ).  $S_T$ の頂点を端点とする辺があるとき,その端点を  $c_T$ にかえる。そして再びSTEP1へ.

#### 4.3.3.推論の実行

前節の方法によって独立化された推論ネットは、 木(tree)になっている。推論の実行は次の手順に よる。

STEP1. 事実として与えられたbf Belを, Belの frameを要素とする頂点のうちで最もゴール から遠いもの(唯一つある)に対応させる.

STEP2. 1つの頂点nに対応するbfが2つ以上ある場合には、それらをn上で結合して、1つにする. bfの対応していない頂点n'には、n'上のvacuous bfを対応させる. これにより、すべての頂点にただ1つのbfが対応することになる. 頂点nに対応しているbfをBelnと書く

STEP3. 推論ネットがg(ゴール)だけなら終了. そうでないなら,入ってくる辺の始点がすべて木の末端頂点であるような頂点がある. その1つををn, nに入ってくる辺を $b_1$ ,  $b_2$ ,  $\dots$ ,  $b_m$ とし, $b_i$ の始点を $n_i$ とする. ( $n_i$ が木の末端頂点である.)

STEP4. n U n;に属しているすべてのframeの直積空間をC;とする. n;に対応しているbfと, b;に属しているルールすべて\* をC;上で結合し,結合結果のnへのprojectionBel'を

求める.これをi=lからmまで行なう.

STEP5. Bel¹⊕ … ⊕Bel™⊕Bel<sub>n</sub>を新たにBel<sub>n</sub>と する.

STEP6. 推論ネットから,頂点 $n_1$ , $n_2$ ,…, $n_n$ , 辺 $b_1$ , $b_2$ ,…, $b_n$ を除き,STEP3へ.

\* b,の中のルールのうち,前件部の命題(frameの部分集合)が、n,に対応するbfのcoreと排反(互いに素)なものは、推論に使用しなくてよい、むしろ、使わない方がよい(使うと結合の計算が複雑になる)。

註:§4.3の推論方法による結果は、§4.2のそれに一致する。

#### 5. おわりに

本論文では、Dempsterの結合則を用いる推論方法と、推論の実行方法を提案した。これにより、不確実な知識がDS理論の枠組みの中で統一的に取り扱え、また、結果の独立性を保ちながら計算効率のよい推論が可能となる。

今後,実際のルールベースシステムへの応用にむけて,不確実な知識に関するマンマシンインタフェースの研究,ファジィ集合で表される知識をこの推論法にいかに取り込むか,が課題となろう.

#### 謝辞

本研究全般に渡り ご指導 ご教示くださいました 東京工業大学 菅野道夫教授に深謝いたします.

#### 参考文献

[1] Dubois, D. and Prade, H., The principle of minimum specificity as a basis for evidential reasoning, in Uncertainty in Knowledge-Based Systems, B. Bouchen and R.R. Yager, Eds., Springer-Vertag (1987).

[2] Gordon, J., and Shortliffe, E.H., The Dempster-Shafer theory of evidence, in Rule-Based Expert Systems: The MYCIN Experiments of the Stanford Heuristic Programming Project, B.G. Buchanan and E.H. Shortliffe, Eds., Addison-Wesley, MA, 272-292, 1984.

[3] 石塚満,不確かな知識の取り扱い,計測と制御, vol.22,774-449 (1983).

[4] 小林, 鈴木, 根元, 佐藤, DempsterとShaferの 確率理論に基づく情報量に関する一考察, 電子 通信学会論文誌(A), vol.J68-A, 741-747, (1985).

[5] Shafer, G., A Mathematical Theory of Evidence, Princeton, N.J., 1976.

[6] Smets, P., Belief function and Generalized Bayes Theorem, Preprints of Second IFSA Congress, vol.1, 404-407 (1987).

# 神経回路網モデルによるファジィ推論の定式化

Formulation of Fuzzy Reasoning by Neural Network

林 勲1

髙木 英行<sup>2</sup>

Isao HAYASHI

Hideyuki TAKAGI

松下電器産業株式会社

情報システム研究所1 中央研究所2

Matsushita Electric Industrial Co., LTD.

Information Systems Research Laboratory

Central Research Laboratories<sup>2</sup>

ABSTRACT

In this paper, we propose Fuzzy Modeling formulated by Neural Network (NN). In Fuzzy Reasoning, the linguistic rules are represented by using propositions "IF x is A and y is B, THEN z is C". In Fuzzy Modeling that has been proposed by M.Sugeno, z = f(x) is used instead of the proposition "z is C". Our method can obtain parameters in this function f(x) and linguistic variables definitively and easily, because NN has non-linearity and self-organization feature. This is a new method combined Fuzzy Reasoning and NN.

#### 1. はじめに

最近,ファジィ推論<sup>1)</sup>が制御分野に応用され,ファジィ制御<sup>2)</sup>として実用化<sup>3)・4)</sup>されている。ファジィ制御とは IF---THEN---形式による,あいまいな自然言語を用いた制御法である。ファジィ制御はシステムが非線形である場合に有効であり,制御規則を自然言語で記述できるので,設計者が熟練者でなくても制御規則の設計が可能である。一方,ファジィ制御のTHENの部分を線形方程式にしたファジィ推論法として菅野らが提案したファジィモデルの大きに大きりがある。菅野らは統計的手法による推論規則の定式化を提案し,オートチューニング可能なファジィモデルの標築に大きく貢献した。しかし,計算アルゴリズムは発見的解法に基づいているため,複雑で,決定すべきパラメータ数も非常に多い。なお、ファジィモデルを得るためのモデリング手法をファジィモデリングと言う。

#### 2. ファジィモデリング

ファジィモデリング<sup>5)・6)</sup>とは、ファジィ推論規則やファジィ制御規則を決定し、システムのファジィモデルを構築することである。ファジィモデリングでは得るべき制御操作量が実数値であるので、次の推論規則を用いる。ただし、ここでは簡単化のために多入力一出力としている。R\*: IF x<sub>1</sub> is A<sub>1</sub> and x<sub>2</sub> is A<sub>2</sub> and x<sub>m</sub> is A<sub>m</sub>.

THEN y\*= ao\*+a₁\*x₁+a₂\*x₂+---+aₙ\*xո, s=1,2,  $\cdots$ , r ここで,R\*はs番目の推論規則を意味し,A₁\*, j=1,2  $\cdots$ , m はファジィ変数¹¹, a₁\*は後件部の線形式の係数,y\*は出力変数である。入力  $x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*$ に対する制御操作量 y\*はy\*の重み付き平均として次のように得られる。

$$y^{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} w^{i} \cdot y^{i}}{\sum_{i=1}^{p} w^{i}}$$
 (2)

ただし、

$$\Psi^* = \mu_{A1}^* (\chi_1^*) \times \mu_{A2}^* (\chi_2^*) \times \cdots \times \mu_{An}^* (\chi_n^*)$$
 (3)

$$y^* = a_0^* + a_1^* x_1^* + a_2^* x_2^* + \cdots + a_m^* x_m^*$$
 (4)

である。ここで, (3)式のw\*は各入力変数の直積空間 E=X<sub>1</sub>・X<sub>2</sub>・ ··· · X<sub>m</sub>でのファジィ数 A\*=(A<sub>1</sub>\*,A<sub>2</sub>\*,···,A<sub>m</sub>\*)に対する入力変数 x<sub>3</sub>\*,x<sub>3</sub>\*€ X<sub>3</sub>のメンバシップ値を表わす。

#### 3. 神経回路網モデル

脳神経系での情報処理機構を数理工学的に解明しようとの試みは、連想記憶や学習機械の研究として古くから行なわれていた<sup>7)・8)</sup>。近年、学習機械パーセプトロンの効果的な学習アルゴリズム backpropagation<sup>9)</sup>が発表され、非線形モデルの同定問題を解くモデルとして各種のパタン分類や推定の問題に適用され<sup>10)・11)</sup>、神経回路網モデルの情報処理能力が再び注目されるに至った。本論文では神

経回路網モデルの非線形問題の推定能力を利用し、ファジィモデリングによる(1)式の推論規則を得るための定式化を 行なう。次に、神経回路網モデルを数理的に説明する。

生物の神経細胞は他の複数の神経細胞からシナプス結合を介して信号を受け取る。これ等の入力信号が閾値以上であれば神経パルスを発火し、以下であれば発火しない。以上の生理学的知見を工学的に表現したモデル例が図1に示す多入力一出力の非線形回路であり、数理モデルとして入力xと出力yの関係を(5)式で表わす。

$$y_i = f(\sum_i \alpha_{ii} x_{ii} + \alpha_0)$$
 (5)

$$f(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)} \tag{6}$$

ここで $\alpha$ はシナブス結合をモデルに反映させた結合強度である。(6) 式に sigmoid関数を用いるのは、2値関数的でかつ backpropagation で要求される微分可能性を満足しているからである。

この神経細胞モデルをネットワーク結合したものが神経回路網モデルである。本論文では backpropagation アルゴリズムで学習する k 層パーセプトロンを神経回路網モデルとして採用して本提案のファジィモデリングを評価する。しかし、本提案の方法は神経回路網モデルを k 層パーセプトロンに限定するものではない。なお、情報処理能力の観点から 4 層以上のモデルにする必要はない<sup>12)</sup>。

本論文で用いる神経回路網モデルを定義しておく。

#### [定義1]

- (a) k層パーセプトロンとは1層の出力層と (k-1)層の中間層を持つモデルである。
- (b) 神経回路網の入出力関係を (7)式で表現する。 y = NN( x ) (7)
- (c) モデルの規模を k 層 [ u o X u 1 X ··· X u k] で 表現する。 u i は各々入力層,中間層,出力層 の神経細胞モデルの数である。
- (d) 入力層と中間層は,上記(c)以外に定数1のユニットをもつ。このユニットは下層の神経細胞モデルからの結合はないが,上層の神経細胞とは結合を持つ。
- (e) 隣接する層の神経細胞モデルは全て結合する。 同一層内や層を飛び超えての結合はない。

(d) は (5)式の α ο を表現するためである。また, (e) は 4. 4章の実験で用いるモデルの説明であり,神経回路網としては本質的ではない。例として,図2に3層[3×2×2×2]パーセプトロン型の神経回路網モデルを示す。図2の場合(7)式は次式で表現される。

 $y = NN(x) = f(\sum_{k=0}^{2} \alpha_{3k} f_k(\sum_{k=0}^{2} \alpha_{21} f_1(\sum_{k=0}^{3} \alpha_{11} x + \alpha_{10}) + \alpha_{20}) + \alpha_{30})$ 

神経回路網モデルの特徴として, 非線形性と学習能力 のために非常によく学習データに合ったモデル同定が可能 である。このため, 学習データが偏ったデータであった場 合, 学習データには大変よく合うが評価データにはあまり 合わないということも有り得る。したがって, 学習データ は偏りなく多く与えることが, 性能のよいモデル同定のポ イントとなる。

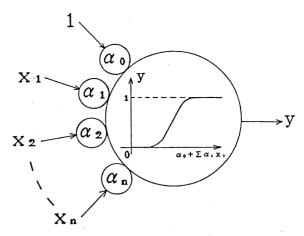


図1 神経細胞の数理モデル

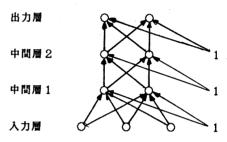


図2 3層パーセプトロン型神経回路網モデルの例

4. 神経回路網モデルによるファジィモデリングの定式化ファジィモデルの定式化とは、(1)式の前件部、および後件部のそれぞれの構造同定を意味する。以下、前件部、および後件部の構造同定について説明する。

#### 4.1 前件部の構造同定

前件部の構造同定とは入力変数の直積空間 Eにおける 推論規則の空間分割、および各ファジィ変数を表わすメン バシップ関数を決定することを意味する。ここでは、この 推論規則による空間分割、およびメンバシップ関数の決定 問題を規則クラスタリングと呼ぶ。例えば、次の推論規則 を用いた規則クラスタリングを考えよう。

R<sup>1</sup>: IF x<sub>1</sub> is Small and x<sub>2</sub> is Small THEN y=x+2
R<sup>2</sup>: IF x<sub>1</sub> is Big and x<sub>2</sub> is Small THEN y=-1/2x+4
R<sup>3</sup>: IF x<sub>2</sub> is Big THEN y=2x+5
規則クラスタリングを図3に示す。各推論規則R<sup>1</sup>, R<sup>2</sup>,

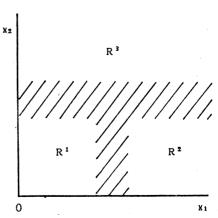


図3 規則クラスタリングの例

R<sup>3</sup>が入力変数の空間分割を表わしているのがわかる。各分割は各推論規則の前件部のファジィ変数によって構成されているので、分割の境界はあいまいに分割されている。

直積空間 Eでの推論規則 R\*,s=1,2, … rの前件部のファジィ数  $A^s=(A_1^*,A_2^*, \dots,A_m^*)$ に対する入力  $x_i^*$ のメンバシップ値, すなわち(3)式の $w^*$ は  $x_i^*$ が  $A^*$ に属する可能性 $^{13}$ を表わすと考えることができる。したがって, 推論規則 R\*が与えられた場合の  $x_i$ の属する可能性を  $\Pi(x_i \mid R^*)$ と表わすと,  $w^*$ は

$$w^* = \prod (x_i | R^*)$$

#### と表現できる。

規則クラスタリングは入力空間 Eでの各R\*のA\*に属する xiを可能性の意味からクラスタリングする問題と考えることができるので、次のように定義する。

#### [定義2]

推論規則R\*が与えられた場合の x<sub>1</sub>の属する可能性 ∏(x<sub>1</sub> | R\*)を次の操作により定義する。

- (1) 入力データ  $x_i$ ,  $i=1,2, \dots$  , nをクラスタリング 手法で $R^1$ ,  $R^2$ ,  $\dots$  ,  $R^r$ にr 分割する。
- (2) 各入力データ xi に対して,

$$\delta_{i}$$
 =  $\begin{cases} 1 & : x_{i} \in R^{\circ} \\ 0 & : x_{i} \in R^{\circ} \end{cases}$ ,  $s=1,2,\cdots,r$  を与える。クラスターR $^{\circ}$ , $s=1,2,\cdots,r$ は Eで 推論規則を  $r$  分割した結果を表わす。

- (3) 神経回路網モデルを用いて、入力層の入力値にxi を割り付け、出力層の出力値にδi。を割り付け て推定値δi。な 求める。
- $(4) \qquad \Pi(x_i | R^*) = \delta_i^*$

定義2から、各推論規則R®のファジィ数A®のメンバシップ値W®が得られる。神経回路網モデルを用いたファジィモデリングでは前件部のファジィ数A®は前件部のファジィ変数の直積133を計算して得るのではなく、 Xiが各R®のA®に属する可能性を考慮したクラスター問題から得られる。したがって、神経回路網モデルによる規則クラスタリングは各前件命題が存在しないので、従来のように推論規則が図3のような矩形状になると言う制約に縛られない。4.2 後件部の構造固定

後件部の構造同定とは、後件部の制御操作量推定式の入力変数の選択、および係数の同定問題をいう。本提案方法では(4)式の線形方程式を非線形方程式に拡張し、神経回路網モデルの入出力関係(7)式を制御操作量推定式とする。入力変数の選択は、評価指標を誤差二乗和とする変数減少法により行なう。また、係数の同定では、(5)式の α」、を学習アルゴリズムで求める。したがって、後件部の入力変数は必ずしも前件部の入力変数とは一致しない。

以上,神経回路網モデルを用いた上記の前件部,および後件部の構造同定問題とは次の推論規則:

 $R^*$ : IF  $x=(x_1,x_2, \dots, x_m)$  is  $A^*$ 

THEN y'= NN(x<sub>1</sub>,x<sub>2</sub>, … ,x<sub>m</sub>) , s=1,2, … ,r の前件部,および後件部の構造同定を意味する。ここで,

神経回路網モデルとして1個の神経細胞モデルを用い(6)式の非線形変換を無くせば  $NN(x)=a_0^*+a_1^*x_1+a_2^*x_2+\dots+a_m^*x_m$ となり、菅野のファジィモデルの後件部と同じになる。

#### 4. 3 神経回路網モデルによるファジィ推論のアルゴリズム

次に、神経回路網モデルを用いたファジィ推論のアルゴリズムを説明しよう。推論モデルおよび、制御操作量は 次の手続きで得られる。

#### [ステップ 1]

観測値 y<sub>i</sub>, i=1,2, …,nに関係する入力変数 x<sub>ii</sub>, j=1, 2, …,kを定める。必要があれば入出力データ(x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>)の正規化を行う。

#### [ステップ 2]

観測値 y ,を出力,各入力変数 x ,, j=1,2, ・・・・,kを入力とする神経回路網モデルを用いて誤差二乗和を評価指標とする変数減少法により,出力層に関連がある入力変数 x ,, j=1,2, ・・・・,m・・・ m≤kのみを選択する。これは外乱となる入力変数を取り除き,従来の相関関係の大きい入力変数を選択することに相当する。

#### [ステップ 3]

入出力データ $\{x_1,y_1\}$ をモデル推定の構造同定用データ(以下,TRDと記す。 $n_1$ 個)と推定モデルの評価用データ $\{y_1\}$ 、CHDと記す。 $n_2$  個)とに分割する。 $n_3$   $n_4$   $n_4$  である。

#### [ステップ 4]

TRDを通常のクラスタリング手法を用いて最適な r 分割を行う。 r 分割された学習データの各組を  $R^*$  , s=1 , 2 ,  $\cdots$  , r ,  $R^*$  の学習データを  $(x_1^*$  ,  $y_1^*$  ) , i=1 , 2 ,  $\cdots$  ,  $(n_t)^*$  とする。ただし, $(n_t)^*$  は各  $R^*$  での TRD のデータ数を示す。ここで m 次元空間の r 分割は制御規則数を r 個にすることになる。

#### [ステップ 5]

前件部構造の同定を行う。 x iを入力層の入力値に割り付け,出力層の出力値として,

$$\mathbf{w}_{i}^{*} = \begin{cases} 1 & :(\mathbf{x}_{i}, \mathbf{y}_{i}) \in \mathbf{R}^{*} \\ 0 & :(\mathbf{x}_{i}, \mathbf{y}_{i}) \notin \mathbf{R}^{*} \end{cases}$$
for i=1, ..., nt, s=1, ..., r

を割り付ける。学習によってwi'を推定する神経回路 網モデルを同定し、各学習データ(xi,yi)の各R\*に 属する度合いwi'を推定する。定義2から、前件部の メンバシップ関数は推定値wi'で表わす。即ち、

$$\mu_{A^*}(x_1,y_1) = \hat{w}_1^*$$
 ,  $i=1,2,\cdots,n_t$  とする。 $\mu_{A^*}(x_1,y_1) > 0$ となる学習データを改めて, $(x_1^*,y_1^*),i=1,2,\cdots,(n_t)^*$ とする。

#### [ステップ 6]

ステップ5で得られた神経回路網モデルにCHDの各評価データ $\{x_i,y_i\}$ ,  $i=1,2,\cdots$ ,  $n_c$ を代入して、CHDのメンバシップ値を求める。

$$\hat{\mathbf{W}}_{i}^{*} = \mu_{A}^{*}(\mathbf{x}_{i}, \mathbf{y}_{i})$$
 ,  $i=1,2, \dots, n_{c}$ 

[ステップ 7]

後件部構造の同定を行う。各制御規則の後件部構造モ

デルを神経回路網モデルの入出力関係(7)式で表わし、TRDの入力値 $x_{i,1}$ , …  $,x_{i,m}$ , i=1,2, …  $,(n_t)$  と出力値 $y_i$  を割り付ける。学習によって制御操作量を推定する神経回路網モデルを同定する。次に、得られた神経回路網モデルにCHDの入力値 $x_{i,1}$ , …  $,x_{i,m}$ , i=1,2, …  $,(n_e)$  を代入し、誤差二乗和 $\theta_m$  を求める。

$$\Theta_{m}^{s} = \sum_{i=1}^{(ho)^{s}} (y_{i}^{s} - y_{i}^{s})^{2}$$

#### [ステップ 8]

変数減少法を用いる。各制御規則の後件部の制御操作量推定式のm個の入力変数の中で、任意の1個の入力変数を取り除き、ステップ7と同様にTRDを用いて後件部毎に神経回路網モデルを同定する。次に、CHDを用いた場合の制御操作量の推定誤差二乗和  $\Theta_{n-1}$  を計算する。

 $\Theta_{m-1}^{p} = \sum_{i=1}^{p} (y_i^* - \bigvee_{j=1}^{p} j^*)^2$  ,  $p=1,2,\cdots$  , m (8) (8)式から,取り除いた入力変数のモデルに対する重要度合いがわかる。即ち,

$$\Theta_{n}^{s} > \Theta_{n-1}^{sp} \tag{9}$$

となる場合には取り除いた入力変数 xºの重要度は低いと考えられるので、 xºを捨てる。

## [ステップ 9]

残りの入力変数の個数をm個としてステップ7と同様の操作を行う。以下、ステップ7~ステップ8を繰り返し、(9)式が全ての入力変数に対して成立しなくなった場合に計算を停止する。Θ\*が最小となるモデルが最適な神経回路網モデルである。

ステップ1~ステップ9により,各制御規則毎の前件 部と後件部が決定され,ファジィモデルの構造同定が終了 する。制御操作量y.\*は以下の式により得られる。

$$y_i^* = \frac{\sum_{s=1}^{r} w_i^* \widetilde{y}_i^*}{\sum_{s=1}^{r} w_i^*}$$
,  $i=1,2, \dots, n_o$  (10)

ただし、 Yi はステップ9で得られた最適な神経回路網モデルにCHDを代入した推定値を示す。

#### 4. 4 数值例

定式化した神経回路網モデルによるファジィモデリングの有用性を示すために、菅野らが提案したファジィモデリングで用いた簡単な数値例<sup>67</sup>を用いてファジィ推論を行う。ファジィ推論の計算過程を以下に述べる。

[ステップ 1, 2, 3]

表1に入出力データを示す。データ番号1-20は構造同定用 (TRD)であり、データ番号21-40は評価用 (CHD)である。 したがって、nt=nc=20,m= となる。 3 層 [3×3×3×1] パーセプトロンで 15000 回学習して入力変数の選択を行なった結果、以下の結果が得られた。

	誤差二乗和
全変数使用した場合	0.0007
X1を取り除いた場合	0.3936
X2を取り除いた場合	0.1482
x3を取り除いた場合	0.0872
xaを取り除いた場合	0.0019

これにより、入力変数 X4 を省いても推定にはほとんど影響がないと判断し、以後の実験では用いない。

#### [ステップ 4]

TRDを通常のクラスタリング手法を用いて分割する。分割された各学習データは次のようになる。

制御規則	学習データ番号
R 1	1,2,3,4,5,11,12,13,14,15
R <sup>2</sup>	6,7,8,9,10,16,17,18,19,20

#### [ステップ 5]

学習データ( $x_1,y_1$ ), $i=1,2,\cdots$ ,200 A に属する度合い  $w_i$ '={0,1}を $w_i$ '  $\in$  [0,1]の値で推定するために 3 層 [3  $\times$   $3 \times 3 \times 2$  ] パーセプトロンを 5000 回学習し,前件部のファジィ数 A を得る。この時の制御規則 R に対する前件部のファジィ数 A を得る。この時の制御規則 R に対する前件部のファジィ数 A を表 A に示す。表 A での学習データ

表1 入力出力データ

	同定用データ						評価	用デ-	- <i>9</i>		
No.	у	X 1	X 2	Хз	X4	No.	у	X 1	X2	Х3	X4
1 2 3 4 5	11.110 8.521 10.190 6.043 5.242	1 1 1 1	3 5 1 3 5	1 2 3 4 5	1 5 5	21 22 23 24 25	9.545 6.043 5.724 11.250 11.110	1 1 1 1	1 3 5 1 3	5 4 3 2 1	1 1 5 5
8 7 8 9 10	19.020 14.150 14.360 27.420 15.390	5 5 5 5 5	1 3 5 1 3	4 3 2 1 2	1 5 5 1	26 27 28 29 30	14.360 19.610 13.650 12.430 19.020	5 5 5 5	5 1 3 5	2 3 4 5 4	1 5 5 1
11 12 13 14 15	5.724 9.766 5.8700 5.406 10.190	1 1 1 1	5 1 3 5	3 4 5 4 3	5 5 1 1 5	31 32 33 34 35	6.380 6.521 16.000 7.219 5.724	1 1 1 1	3 5 1 3 5	3 2 1 2 3	5 5 1 1 5
16 17 18 19 20	15.390 19.680 21.060 14.150 12.680	5 5 5 5	3 5 1 3 5	2 1 2 3 4	5 1 1 5	36 37 38 39 40	19.020 13.390 12.680 19.610 15.390	5 5 5 5	1 3 5 1 3	4 5 4 3 2	5 1 1 5 5

表2 ファジィ数

同知	同定用データ			メンバミ	ノップ値
No.	X 1	X2	Хз	規則 1	規則 2
1 2 3 4 5	1 1 1 1	3 5 1 3 5	1 2 3 4 5	0.9970 0.9972 0.9972 0.9973 0.9974	0.0031 0.0028 0.0028 0.0027 0.0026
6 7 8 9 10	5 5 5 5 5	1 3 5 1 3	4 3 2 1 2	0.0028 0.0028 0.0027 0.0027 0.0027	0.9971 0.9972 0.9972 0.9973 0.9973
11 12 13 14 15	1 1 1 1 1	5 1 3 5	3 4 5 4 3	0.9973 0.9973 0.9974 0.9973 0.9972	0.0028 0.0027 0.0026 0.0027 0.0028
16 17 18 19 20	5 5 5 5 5	3 5 1 3 5	2 1 2 3 4	0.0027 0.0027 0.0027 0.0028 0.0029	0.9973 0.9973 0.9973 0.9972 0.9971

[ステップ 6]

スッテブ5で求められた神経回路網モデルを用いて、CHDがA\*に属する度合いを得る。

#### [ステップ 7]

各制御規則における後件部の制御操作量推定式を同定する。 3層[3×8×8×1]パーセプトロンを 20000回学習した後の日4\*は次のように得られた。

制御規則1	:	0 4 <sup>1</sup>	27.86
制御規則2	:	0 4 2	1.93

#### [ステップ 8,9]

制御規則 $R^*$ の後件部の構造モデルから任意の1個の入力変数を取り除いた場合の $\Theta_3^*$ を求める。3層  $[2\times8\times8\times1]$  パーセプトロンを  $10000\sim20000$ 回学習した結果,制御規則 $R^1$ ,  $R^2$ に対して次の誤差二乗和が得られた。

	規則1:031	規則2: 83 <sup>2</sup>
X1を取り除いた場合	42.84	0.93
X2を取り除いた場合	74.71	119.61
X3を取り除いた場合	55.27	73.28

各制御規則毎にステップ7とステップ8を比較すると 全ての $\Theta_3$ <sup>1</sup> >  $\Theta_4$ <sup>1</sup> (=27.86)

 $x_1$ を取り除いた場合の $\Theta_3^2$   $< \Theta_4^2 (=1.93)$  となっているので、制御規則1 に対してはステップ7の神経回路網モデルを後件部モデルとする。制御規則2 に対しては更に計算を続け、ステップ9の繰り返し計算で終了して、 $(x_2,x_3)$  入力の神経回路網モデルを後件部モデル

とする。得られたファジィモデルは

 $R^1$ : IF  $x=(x_1,x_2,x_3)$  is  $A^1$  THEN  $y^1=NN_1(x_1,x_2,x_3)$   $R^2$ : IF  $x=(x_1,x_2,x_3)$  is  $A^2$  THEN  $y^2=NN_2(x_2,x_3)$  となる。得られた  $R^3$  の規則クラスタリングを $X_2-X_3$ 平面図として図4に示す。また、(10)式の  $y_1^*$ を表3に示す。

#### 5. 考察

次に、本論文で提案されたファジィモデリングとGMDH, および菅野らが提案したファジィモデルとの比較を行う。 モデルの評価指標として、

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{|y_i - y_i|^x}{|y_i|}$$

を用いて, 表4に結果を示す。

表4 ファジィモデルの性能評価

	同定用データ	評価用データ
GMDH	4.7	5.7
菅野モデル1	1.5	2. 1
菅野モデル2	1.1	3.6
本提案モデル	0.47	4.79

アルゴリズムの結果,および表4から次の事が言える。

- 1) 表4のTRDに対する本手法のDはGMDHの4.7, 菅野のファジィモデルの1.5, 1.1と比べて0.47と非常に小さく, モデルが入出力データの関係をよく表現しているのがわかる。これは神経回路網モデルが学習機能に優れている特徴からも理解できる。
- 2) 一方、CHDに対してはGMDHの5.7と比較してD=4.79と小さくなっているが、菅野のファジィモデルよりは値が大きくなっている。この結果はモデルがデータ数の少ないTRDの局所的な特徴までもよく表現し過ぎている

表3 制御操作量の推定結果

	同定用データ				評価用データ				
No.	у	у*	Wi 1	Wi <sup>2</sup>	No.	у	у*	Wi <sup>1</sup>	۷, <sup>2</sup>
1 2 3 4	11.110 6.521 10.190 6.043 5.242	11.136 6.534 10.210 6.140 5.370	0.9970 0.9972 0.9972 0.9973 0.9974	0.0031 0.0028 0.0028 0.0027 0.0026	21 22 23 24 25	9.545 6.043 5.724 11.250 11.110	8.882 6.140 5.712 10.547 11.136	0.9974 0.9973 0.9973 0.9971 0.9970	0.0027 0.0027 0.0028 0.0030 0.0031
6 7 8 9	19.020 14.150 14.360 27.420 15.390	18.995 14.134 14.334 27.373 15.383	0.0028 0.0028 0.0027 0.0027 0.0027	0.9971 0.9972 0.9972 0.9973 0.9973	26 27 28 29 30	14.360 19.610 13.650 12.430 19.020	14.334 19.061 13.918 12.293 18.995	0.0027 0.0028 0.0029 0.0030 0.0028	0.9972 0.9972 0.9971 0.9969 0.9971
11 12 13 14 15	5.724 9.766 5.8700 5.406 10.190	5.712 9.791 5.747 5.450 10.210	0.9973 0.9973 0.9974 0.9973 0.9972	0.0028 0.0027 0.0026 0.0027 0.0028	31 32 33 34 35	6.380 6.521 16.000 7.219 5.724	7.178 6.534 11.239 9.018 5.712	0.9972 0.9972 0.9969 0.9971 0.9973	0.0028 0.0028 0.0032 0.0029 0.0028
16 17 18 19 20	15.390 19.680 21.060 14.150 12.680	15.383 19.652 21.046 14.134 12.672	0.0027 0.0027 0.0027 0.0028 0.0029	0.9973 0.9973 0.9973 0.9972 0.9971	36 37 38 39 40	19.020 13.390 12.680 19.610 15.390	18.995 13.892 12.672 19.061 15.383	0.0028 0.0030 0.0029 0.0028 0.0027	0.9971 0.9970 0.9971 0.9972 0.9973

ために、CHDを十分に表現できないと考えられる。

3) ステップ3)以降で用いた x4を除いたデータはデータ番号3と15のように、重複しているデータが多い。データの個数40個の中で、重複していないデータの数は26個である。神経回路網モデルではデータが多ければ多いほど推定値がよくなるので、仮に、表1が重複していないデータが多いとするとDの値は更によくなると考えられる。

#### 6. おわりに

本論文では、神経回路網モデルを用いて前件部および 後件部の構造同定を行う新しいファジィモデリング手法を 提案した。神経回路網モデルの非線形性および自己組織性 を用いることにより、発見的解法を用いずに推論規則を容 易に得ることができる。評価実験から、本手法は学習デー タへの追随性が非常に良く、複雑なシステムであっても従 来の手法以上に同定性能が高いことが示された。

今後のファジィ推論の展開の一つに自己組織的な概念 の導入がある。本論文はその一方法論を提言したものであ り、より一層の展開を図っていく予定である。

#### 参考文献

1) 水本,"種々のファジィ推論法 -If … then … の場合 -",電子通信学会論文誌, J64-D,5, pp379-386, 1981

- 2) 山崎,菅野,"ファジィ制御",システムと制御,28,7,pp442-446,1984
- 3) 安信,宮本,井原,"予見ファジィ制御方式による列車自 動運転",システムと制御,28,10,pp46-54,1984
- 4) 柳下,伊藤,菅野,"ファジィ理論の浄水場薬品注入制御への応用", システムと制御,28,10, pp597-604, 1984
- 5) 姜,菅野,"ファジィモデリング", 計測自動制御学会論 文集,23,6, pp650-652, 1987
- 6) 菅野道夫,"システムのファジィモデリング", システムと制御チュートリアル講座'87「制御工学へのガイドライン」, pp79-98, 1987
- 7) W.S.McCulloch and W.Pitts,"A Logical Calculus of the Ideas Imminent in Nervous Activity", Bulletin of Mathematical Biophysics, 5, pp115-133, 1943
- 8) 甘利俊一,"神経回路網の数理", 産業図書, 1978
- 9) D.E.Rumelhart et al, "Parallel Distributed Processing", MIT Press, 1986
- 10) 高木,坪香,"ニューラル・ネットを用いた擬似\*ルマント抽出フィルタリング",音響学会講演論文 3-P-11,1988年3月
- 11) 高木,原,"エューラル・ネットを用いたフロソディの制御", 音響 学会講演論文 3-P-12, 1988年3月
- 12) R.P.Lippmann, "An Introduction to Computing with Neural Nets", IEEE ASSP MAGAZINE, Apr. 1987
- 13) D.Dubois and H.Prade, "Fuzzy Sets and Systems; Theory and Applications", Avademic Press, N.Y., 1980

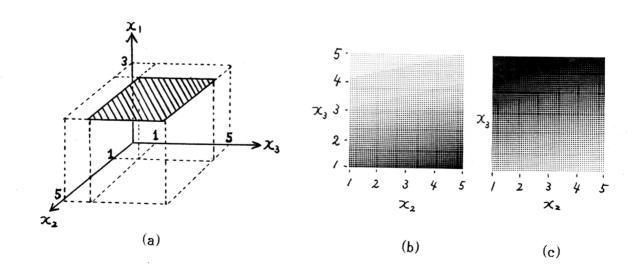


図4 制御規則のメンバシップ関数の超平面

- (a) 入力直積空間E=X<sub>1</sub>×X<sub>2</sub>×X<sub>3</sub>をx<sub>1</sub> = 3で 切り取った時の平面
- (b) 平面(a)での制御規則1のメンバシップ関数
- (c) 平面(a)での制御規則2のメンバシップ関数

メンパシップ値の(0~1)を(淡~濃)に対応させて表示

# 不確実情報処理における ファジィ推論の応用について

---- 事例を中心として ----

FUZZY INFERENCE AND ITS APPLICATIONS
TO UNCERTAIN DATA PROCESSING

# 清家彰敏

Akitoshi SEIKE

関東自動車工業株式会社 教育部

Kanto Autoworks Ltd.

東京職業訓練短期大学校

Tokyo Vocational Training College

#### **ABSTRACT**

Recently, Fuzzy Inference used to apply man-machine interface have been developed. In order to apply Fuzzy Inference for bussiness, it is necessary to make the most of the kowledge relating to Uncertain Data Processing. Such kowledge and Fuzzy Concept have been also regarded as importance in the reseach fields of fuzzy engineering, human comunication and management organization.

In this paper, the necessity of the systematization of the relating to Fuzzy set theory and applications on Uncertain Data Processing is pointed out. The methods of Fuzzy Production Rules and execution is discussed as the starting point of the systematization.

#### 1. はじめに

ファジィ推論の一連の体系が提案され、その論理的基盤が作られつつある。本研究はファジィ理論のビジネスへの応用のために必要となる「不確実情報処理」とファジィ概念を対象とし、ファジィ推論の状況による適用方法の一般化を目標としている。本稿はその一分野である「推論ルールと演算」についての第1報であり、推論ルール数と推論頻度について考察し、ビジネスへの応用のための支援知識づくりを試みる。

#### 2. 不確実情報処理 (Uncertainty Data Processing)

不確実な状況における意思決定は、人的側面が多くなるほど大きくなる。経営における 5つの経営資源(Man Machine Material Method Money)のうち、人的側面による不確実性 の増大が大部分を占めており、特に人間間の関係といった級数的に増大する"組織内の意思決定"において、それの前提となる情報収集、分析において最も顕著である。したがって、大企業である従業員数万人の集団が生み出す情報の"洪水"は、その処理手順、方法 経路が極めてあいまいであり、観察されるデータまたは証拠に付随する不確実さと、表明 された知識に付随する不確実さの双方ともに増大し、論理的問題解決構造を事前に準備して情報処理を行うことが困難になってくる。

手続き型問題解決構造が準備されないとき、非手続き型問題解決構造として関連する経験知識を断片的に集めることが有効であり効率的になってくる。問題に対する経験と問題の複雑さ、多様さが増してくる状況下において、手続き型問題解決構造と非手続き型問題解決構造の有効性、効率、経済性の"変曲点"が存在すると考えられる。

上記に加えて、経営戦略、経営組織における情報処理は状況対応的に問題解決を行わなければならない(1)。これは、問題に大してなんらかの不確実性の"吸収"を行うシステムの必要が常に存在することを示している。情報処理において情報の質的評価と量的評価について考察するならば、経営戦略、経営組織等の不確実性の極端に大きい情報においては情報の質的向上が、その情報に対する加工作業工数の割に、期待しがたいという現状があり、これらの不確実性の大きい情報は、加工作業の内容によっては逆に情報の不確実性が増大した、といった事態さえ考えられる。

#### 3. 不確実性への対応

不確実情報処理において、問題解決における論理化作業の非効率さ、情報の質的向上作業の非効率さが存在するとき、投入努力は以下の2つの作業へ向かうことがより効率的であると思われる。

- 1、非手続き型問題解決構造の存在を前提にして、関連する経験知識を断片的であって も、できうる限り多く準備する努力をする。
- 2、情報の質的向上の努力より、情報の量の確保を計る。あいまいな情報はあいまいであるが故に多くの情報を持っており(2)、そのあいまいさを除くプロセスにおいて大幅な情報落ちをおこすことに留意する。

このような状況下において不確実性とファジィ性をともなう知識を利用する場合の合理的な推論法の開発の試みが行われ、Dempster-Shafer の確率理論のファジィ集合への拡張の試みが行われている。本稿ではこれについては考察せず、不確実情報処理が持つ非論理性(非手続き型問題解決への要請)、情報量の確保への対応という2つの問題の解決策に加える、もう1つの解決策として推論頻度を取り上げる。

# 4. 推論ルールと推論頻度における矛盾

経営戦略、経営組織における意思決定において、推論頻度は大きな問題となる。非論理性、情報量の確保への対応を行い、推論頻度を適正に維持することによって、不確実情報処理の効率を上げることができると考えられる。

# 不確実情報処理

- ①経験知識を断片的に集める。
- ②情報の量的確保
- ③推論頻度

情報の量的確保は「思考 ——>2値化」のステップの途上において、なんらかの加工作業上における工夫によって、"情報落ち"を減らすといった問題である。ファジィ推論とはこの途上で、定性情報の2値化情報への加工を避け、定性情報をあいまいなままで取り扱うという試みであり、不確実情報処理の②情報の量的確保の要請に応えるものである。

このように考察していくと、①、③に関するなんらかの合理化の工夫が必要になる。① と③の成立は双方が矛盾する場合が多いと考えられ、一般に①が多くの経験的知識(推論 ルール)を持つときは、③においてその処理の際多くの工数が必要となり、成立条件は相 反する。この矛盾はマンシステム(経営者による経営戦略、経営組織にともなう意思決定 作業)だけでなく、マシンシステム(ファジィ制御等)においても発生すると思われる。

#### 5、不確実情報処理とファジィ推論について

ファジィ推論の頻度と推論ルール数と推論の効果については相関があると考えられる。制御ルール数が多くなるとその分制御速度は遅くなる。遅くなった結果、制御機会は少なからず失われる。この点についての考察は重要である。ファジィ推論だけに限らず人工知能と呼ばれる範疇の処理系は非手続き型言語を用いる場合が多い。その結果として多くの場合処理速度が犠牲にされてきた。

セメントキルン、水処理等のファジィ制御は時間的規制が少ない。結果として遅い処理 系で十分であった。したがって、逆にいえば、制御ルールは十分に準備されることが可能 であり、有効であると考えられてきた。それに対し。仙台地下鉄のファジィ予見制御はブ レーキの制御ルール数は1桁で、数秒に1回の推論(制御)を行う必要がある。このよう な秒単位の制御の際は、多くの場合制御ルール数を増やすことより、推論(制御)回数を 増加させるほうが効率がよいと考えられる。

人文社会系の多くのファジィ推論のアプリケーション、そのほとんどは不確実情報処理 を前提にしているが、これらの事例は時間的拘束が少ないと一般に考えられている。した がって、時間的拘束の少ない処理系への要請として、推論ルール群の完成度、網羅性等が 期待される。しかし、一般にファジィ推論において推論ルール数の量的増加は推論の効果 の高さに必ずしもつながらないことが経験的によく知られている。

したがって、一概に断定もできないが、推論ルール数と推論の効果における相関より、 推論頻度と推論の効果についての相関が強いと仮定できるならば、推論頻度(推論回数/ 単位時間)を高くすることが推論効率を上げることにつながると考えられる。

#### 6. 事例のフィールドリサーチ

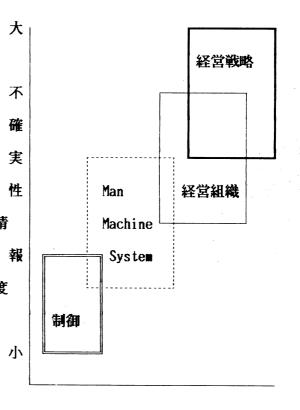
上述の仮定は実務的にはかなり経験的 (事例的) に納得しうるものと思われる。 事例①

「在庫量の決定」におけるファジィ推論では、電子制御教育の実習部品の発注の際、推論ルール数は一定数を越えると、在庫管理に対して在庫量(効果)の減少率が急激情に小さくなり、推論頻度の影響が顕著になってきた。その理由としては推論ルール間度の意味の重複、冗長等が大きいと思われる。

#### 事例②飛行物体の姿勢制御

事例③店舗立地の意思決定

その他、いくつかの事例より、仮定を裏付ける考察結果が見つかり、図1 不確実情報



machine

man

organization

図1 不確実情報処理の概念図

処理の概念図に示すファジィ推論の応用分野である制御から経営戦略までの各事例において、一応のフィールドリサーチができたと考える。

推論ルールはそのターゲットによって必要十分なある規模が存在すると考えるのが妥当である。しかし、その規模まで推論ルールを探査するという考えは実用的ではない。推論ルールの規模はコストと時間で決まり、その規模は必要十分な規模(多くの場合、それは誰にも分からない)よりかなり小さい規模であると考えるのが現実的である。この考え方に立ち、図1の不確実情報度の程度ごとに「制御」「Man Machine System」「経営組織、経営戦略」のそれぞれにモデルをつくり実験的に仮定の検証を試みる。

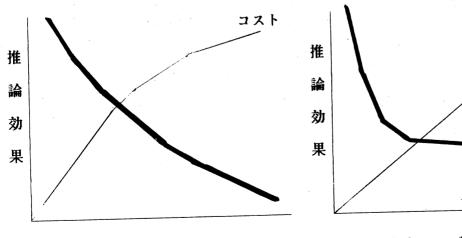
### 7. 推論ルール数と推論頻度と推論効果

モデルをパソコンを中心とした処理系に構築した。下記の不確実情報処理モデルは、制御から経営戦略までの各分野の不確実情報処理の特性を代表するといった段階まで、検討されたものではなく、網羅性については特に問題が多いものである。したがって、今後の考察を待つ必要があるが、傾向だけは判断することができると思われる。

推論効果の基準を何に置くかという問題があるが、制御モデルについては飛行物体の姿勢制御をモデル化したので制御のズレを取り上げ、経営戦略については。販売シェアを取り上げてみた。コストはその作業に係わる作業工数 (人件費) であり、下記に図示したとおり、不確実情報処理の性質ごとに推論ルール数と推論頻度のどちらにコストを投入すれば、推論効果があがるか、の判断の必要が生じると思われる。

非手続き型問題解決構造は断片的知識を集めるため、その際、推論効果の割に、多くの コスト (作業工数)を投入するケースが多い。基準づくりの資料として有効であると思う

# 1) 制御モデル(飛行物体の姿勢制御のモデル化)

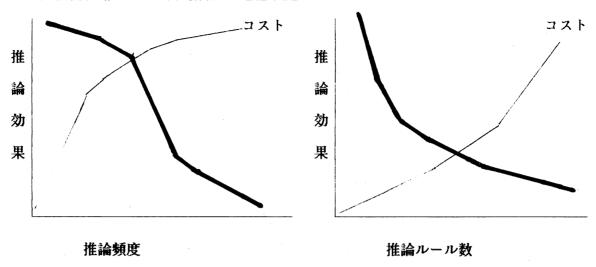


推論頻度

推論ルール数

コスト

#### 2)経営戦略モデル(市場介入の意思決定のモデル化)



なお、Man-Machine Systemモデル(在庫量の決定のモデル化)と経営組織モデルについては、省略した。制御に関してはファジィ変数については入力側2種から3種、出力側1種から2種を用い、メンバーシップ関数は一般的な台形を基本とした。ファジィ推論については直接法である推論の合成則を用い、推論ルール数、推論頻度については数多くのパターンを試みた。飛行に際しての不確実性の発生は乱数を用いた外乱を加えた。この結果をもとに概念図化したのが1)の図である。経営戦略についても同様の作業を行った結果推論頻度への投資は推論ルール数の増加よりも多くの経済効果をファジィ推論の場合に期待できることが予測される。

#### 8. おわりに

推論頻度と推論ルール数とその推論効果について、コストとの関係もふまえて考察した 今後、事例、モデル等の検討をつづけ、ファジィ推論応用の一助としたいと考える。

ファジィ推論の現在におけるもっとも大きな応用分野はファジィ制御であるが、制御の分野は現代制御理論が難解なせいもあって、なかなか技術者を訓練するのが難しい。本来、多くの技術者は論理的思考より散文的な非論理的思考に向いているのではないか、と思われる。その点で、ファジィ制御は"散文的"技術者への教育に適しているものの1つではないかと思う。 参考文献

(1) March, J.G., and Simon, H.A. Organizations, N.Y., John Wiley & Sons, 1958.

(2)浅居他「あいまいシステム理論入門」オーム社 (1978) 等の各種文献を参照した。

(3)拙稿:中間活動と動態的組織「経営と人事管理」No275,動態的組織と情報理論-マーチ・サイモンの不確実性の理解を中心として-「経営と人事管理」No277 日本人事管理協会

# FUZZY 制御によるポンプ浚渫船自動浚渫制御システム Automatic Cutter Suction Dredger Control System by Fuzzy Control

# 五百旗頭 正 Tadashi lokibe

明電舎 技術本部 コンピュータシステム部 Computer System Division, Engineering Operations, Meidensha Corp.

#### ABSTRACT

The automatic control of cutter suction dredger has been seemed difficult because of influences of sea conditions or soil conditions.

Now we developed expert automatic control system of cutter suction dredger by fuzzy control and accomplished good production which is nearly equal to skilled operations.

#### 1. まえがき

ポンプ浚渫船の自動化における研究は、国内および欧米において種々の試みが行なわれているが、自動運転という分野に限って言えば船上の浚渫機器のリモート運転や機器単位の自動運転である。

理想的な自動浚渫システムは、海象条件、土質その他の浚渫に対する外乱条件の変化に対応する熟練したオペレータ並の浚渫運転が行なえるものでなければならない。 この点から見ると従来の自動化に対する研究は充分なものとは言えなかった。

当社は、(財)日本船舶振興会(会長 笹川良一)の補助金を得て(社)日本作業船協会(会長 田口連三)と共同で昭和58年から昭和62年にかけて、ポンプ浚渫船の自動運転システムの開発にとり組んだ。このシステムは、熟練したオペレータ並の揚土量を確保する事を最大の目的としファジィ理論を応用した世界で最初のポンプ浚渫用エキスパート制御システムである。

そして昭和62年11月に鹿児島県志布志湾波見地区の志布志国家石油備蓄基地造成工事現場において、実船による実証運転を行ない好評を得たので、ここに紹介する。

#### 2. システム仕様

本システムは、以下のサブシステムによって構成している。

- (1) 掘パターン自動運転サブシステム
- (2) 揚土量最大制御サブシステム
- (3) 前進動作制御サブシステム
- (4) 制限制御サブシステム
- (5) ロギングサブシステム
- (6) モニタリングサブシステム

#### 2.1 ハードウェア構成

本システムは、システム全体を統括するドレッジコントローラ、熟練したオペレータの運転に関するノウハウを自動制御に生かすファジィコントローラ、そしてポンプ浚渫船との信号の入出力制御および種々のシーケンス制御を行なうシーケンスコントローラによって構成している。

#### 2.2 ファジィ制御により実現している機能

(1) 堀パターン自動運転サブシステム

浚渫作業において一断面における堀削方法および前進量の決定のし方により作業能率に大きな影響を与える。このために、本システムでは熟練したオペレータの運転をまねる「ならい運転」と直接CRTから堀削方法および前進量を入力する「設定による堀パターン運転」の2種の運転を行うことができる。本制御は選択された堀パターンに従ってカッタ位置制御を行う。

また、カッタ位置決めのためのスイングウィンチの制御は、(2) で述べる 揚土量最大制御と密接に関係するので、ファジィ推論によりこれを実現して いる。

#### (2) 揚土量最大制御サブシステム

本制御は、堀削一断面における浚渫作業で単位時間当りの揚土量(流量× 含泥率)をいかに多くするかという事を目的としたものである。

これを熟練したオペレータのノウハウを制御に生かす為にファジィ制御に より実現した。

(1) の堀パターン自動制御サブシステムで述べた様に、スイングウィンチの回転数制御において、本制御と堀パターン制御とは、非常に密接な関連が有る。このために両サブシステムからのスイングウィンチ回転数の推論結果を中間変数(ダイナミックに変化するメンバーシップ関数)を利用し合成して出力している。これによりスイングウィンチ回転数制御は、寄切点近傍では堀パターン自動運転に、それ以外では揚土量最大制御にスムースに移行する事ができる。

#### (3) 前進動作制御サブシステム

前進動作制御は、一断面の堀削終了後、前進動作可能位置までカッタが上昇した後、補助スパッドを打込み運転スパッドを引抜く、運転スパッドがスイング可能位置まで上昇すると前進量に見合った量のスイングを行なう。

スイング完了にて運転スパッドを打込み補助スパッドを引抜く、そしてス イング可能位置まで補助スパッドが上昇すると次の断面の堀削を開始する。

#### 3. 実船運転結果

浚渫現場のうねりは波高  $1.5\sim2$  m周期  $6\sim8$  秒であった。スパッドによる運転が不可能なため本項では、堀パターン自動運転および揚土量最大制御について述べる。

#### 3.1 堀パターン自動運転

堀パターン自動運転では、寄切点での停止精度が良否判定の鍵となる。

- (1) スイング方向については、左スイング右スイング共カッタが寄切点 ±0.2mに入ればスイングウィンチに対し停止指令を出している。第1表を 見ると右寄切点が0.7 m左寄切点が0.2 mのオーバースイングとなっている。この差は、船に対する波の方向およびカッタ回転が右方向であるため と考えられる。両方向ともオーバースイングぎみなのは、スイングOFF 指令を出してからジャイロ変化が 0 になるまでに慣性がまだ有るためと考えられる。
- (2) ラダー方向については、ラダー停止指令は、上昇方向±0.2m、下降方向 ±0.3mという条件が成立した時にラダーウィンチに対しOFFを指令を出 す。第2表を見ると0.0~0.3 m程度となっており、当初予定では、 ±0.1 mであったが、浚渫海域はうねりが高く、供試船そのものが全体的 に昇降させられたためカッター深度が一定せず、データ補正を行なった結 果においてもカッタ深度変化が有ったためと考える。いづれにしても、ス パッド運転ができない海象条件の海域での浚渫作業という事を考慮すると、 堀パターン自動運転は充分に実用に供するものである。

#### 3.2 揚土量最大制御

本研究の最大の目的は「ポンプ浚渫船の自動運転における揚土量最大制御にファジィ理論を応用したエキスパート制御システムがどの程度有効に働くか」ということであった。

ここでは、熟練したオペレータと、2日間の調整後の自動浚渫制御システムとの 比較を行なう。

第3表に自動運転時と、手動運転時の各データの平均値を示す。

これによれば自動運転は、手動運転と比べ一断面浚渫所要時間が約9分長くカッター電流は、約30A、管内濃度が約1%、単位時間当り揚土量が約50m³/hそれぞれ低いことが分かる。

(1) 一断面当りの浚渫所要時間については、堀パターン制御における運転方法 の差が考えられる。中央部にパターン変化の有る場合の運転は、手動の場合 スイングスピードを落とさずにラダー上下操作を行なっているが自動の場合 は、中央部を変曲点と考え、スイングを減速→停止(停止中にラダー上/下 操作)→加速とする制御としたため浚渫時間が延びる原因となった。

また片寄切点付近が既に浚渫されている場合、手動ではカッタ負荷に注目 し、寄切点でなくてもカッタ負荷が①になると堀パターンに拘束されずにラ ダーを下げて逆スイングを行なっている。しかし、自動の場合は堀パターン に忠実に従っているため浚渫時間が延びる原因となった。

- (2) カッタ電流、管内濃度については、実験海域でのうねり等の海象条件を考慮し、前進量、制御目標値とも手動に比べ安全サイドに設定した。例えば、主ポンプ吸入圧力は、自動時 0.5kg/㎡、手動時 0.4kg/㎡、この差により影響が出たものと考える。
- (3) 単位時間当り揚土場については、(1) および(2) の影響によるものであると考えられるが、海象条件、土質が良好な時には供試船の性能限界で浚渫をした場合単位時間当りの揚土量は、約1200m³/hである。この事を考えに入れると自動運転時、1034m³/hは非常に良い結果と考える。

#### 4. あとがき

今まで浚渫の自動化は不可能というのが定説であったが、本システムを導入する事により完全に人出を要さず運転ができ揚土量においても熟練したオペレータ並の生産性を上げることができた。

ファジィ制御は、この熟練したオペレータのノウハウをあいまいな表現のままで制御規則として取扱うことができるため、熟練したオペレータと同様の制御を行なわせることができるという特長をもっている。この方式の採用が今回の自動浚渫制御システムによる成果の大きな要因の一つと考えられる。

お1次 ハインノガ門に対する前岬柏木					
スィング方向	設 定	測定	差		
第1回右寄切点	+ 34 m	-	差 -		
第2回右寄切点	+40 m	+40.7m	差 + 0.7m (over)		
第3回右寄切点	+ 40	+40.7m	差 + 0.7m ( " )		
第1回左寄切点	— 38 m	— 38.2 <b>m</b>	差 - 0.2m ( " )		
第2回左寄切点	— 38 <b>m</b>	-38.2m	差 - 0.2m ( " )		
第3回左寄切点	— 38 m	- 38.2 <b>m</b>	差 - 0.2m ( " )		

第1表 スィング方向に対する制御結果

(注)数値の前の±の記号は堀パターンにおいて中心より左、右の方向を表わす。 左方向:マイナス 右方向:プラス

A A T				~ Ald //m /ala 00
色ノス	ラダ	— H Int I * V	ਜ਼ਾਨਾ .	
第2表		// IPI IC A	., 4	る制御結果

No.	設定深度	測定深度	差
1	21.7 m	_	_
2	22.4 m	22.4 m	± 0.0 m
3	23.5 m	23.6 m	0.1 m
4	24.2 m	24.5 m	0.3 m
5	25.0 m	25.0 m	± 0.0 m
6	25.5 m	25.8 m	0.3 m

第3表 自動運転と手動運転の比較結果(運輸省港湾技術研究所より)

	平均比較	一断面浚渫	管内流速	主ポンプ	カッター	管内濃度	単位時間
11/8	データ	所要時間	V m	負荷	電流	Са	当り揚土
~11/	10 項目	(min' sec")	(m/s)	( — )	( A )	(%)	量 GHS
平均	自値						(m³/h)
手	動	30′ 39 <b>″</b>	4.72	43.24	344.01	14.50	1088
自	動	39′ 08″	4.82	43.01	314.66	13.49	1034

# ファジィ論理による自動車の 速度と操舵の制御

Steering and Speed Controls of an Automobile with a Fuzzy Logic

前田幹夫,村上周太,佐藤武雄 Mikio MAEDA, Shuta MURAKAMI, Takeo SATO

> 九州工業大学工学部 Kyushu Institute of Technology

#### Abstract

An approach, which is based on a fuzzy logic, for a speed and a steering controls of an automobile is proposed. A fuzzy controller for the speed control and the steering control are consisted of two parts which are the speed control rules and the steering control rules. As the information of the inputs to the fuzzy controllers, the distance between the automobile and the edges of a highway road and that between the automobile and the obstacle in front are used.

By the simulations of speed and steering controls, the usefullness of the fuzzy controller is verified.

#### 1. はじめに

近年, 高速道路網が整備されて以来, 自動車の長距離運転は当り前のようになり, 以前より安全にかつ速く目的地に到着できるようになった. しかし, 長取配運転における運転者の負担はまだ大きく, ともすれば大事故も起こしかねな. それ故, 長時間運転におけるドライバーの負担を軽減するため, 著者らは, 動車の速度制御(定速走行, 追従走行) つの研究を行ってきた. だが, 居眠り運転による事故の危険性やドライバーの疲労を軽減するためには, 自動車の規能の制御のアルゴリズムを開発する. この制御方式では, ドライバーの月ウハウをあいまい言語で知識表現した制御ルール, つまり, ファジィ論理をのカウハウをあいまい言語で知識表現した制御、つまり, ファジィ論理御部と規能制御部と撮船制御部と撮船制御部と撮船の入力情報として, 自動車と前方の障害物の間の距離と, 自動車から道路の斜め前方の路肩までの距離などが用いられる. また, 制御装置の出力はキャブレター開度とハンドル角である.

最後に、速度と操舵の制御シミュレーション結果について述べ、速度と操舵のファジィ制御装置の有効性を検討する.

#### 2. 速度と操舵制御系

自動車の速度と操舵のファジィ制御系をFig.1に示す。 図からもわかるように制御系は状況認識部、ファジィ制御装置、知識フィルター(操作量調整装置)、制御対象からなっている。

状況認識部は、レーザーレーダーからの距離情報とカメラからの画像情報を基 に道路の形状認識及び障害物の探知を行いその結果を方向と距離情報としてファ ジィ制御装置に伝える.ファジィ制御装置では、得られた道路情報を基に、かくサブコントローラ、つまり、if~then...形式の速度制御ルールと操舵制御ルールによって自動車の速度と進行方向を制御する.ここで、ファジィ制御装置の入力情報は、自動車から道路の前方の左右の路肩までの距離と自動車の前方の障害物までの距離、自動車の速度、ハンドル角である.この時の自動車の位置と各距離の関係をFig.2に示す。但し、ハンドル角の検出はコーナにおけるハンドルの切り過ぎによるスリップの防止や将来の目的でもある居眠り運転(マニュアル操作時)を防止するためでもある.しかし、現在はスリップ防止ルールのみに用いている.

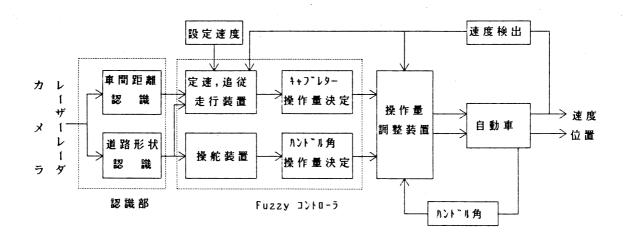


Fig.1 Fuzzy controller for speed and steering.

なお、今回はシミュレーションのみであるので、道路状況認識部では複雑な画像処理などは行わず、Fig.2に示した距離のみを計算している。また、自動車のハンドル角、速度、道路上での位置などは近似的に計算されている。

#### 3. 速度制御ルールと操舵制御ルール

速度と操舵の制御装置は速度制御ルールと操舵制御ルールで構成されている。速度制御ルールは定速走行、追従走行、危険回避走行の三つのサブルールからなっている。これらのルールについては、文献1)に詳しく述べられているので説明を省略する。さて、操舵制御ルールは直進路走行ルールとコーナー(カーブを含む)走行ルールからなる。更にコーナー走行ルールは、自車と前方の障害物(壁あるいは路肩)までの距離によって、直進領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーブ領域におけるルールとカーで

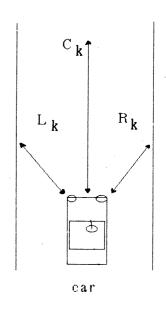


Fig. 2 Distances.

害物がない場合に適用される. そして、緩やかなカーブに対する操舵制御には直 進領域のルールが適用される. 自動車の操舵制御ルールを以下に示す.

#### 直進路走行ルール:

#### カーブ走行ルール:

LCR 4: If 
$$e_k$$
 is  $P_1$ ,  $e_k$ ' is  $P_2$  then  $\Delta u_{Hk}$  is  $P_{u1}$ ,

LCR 5: If  $e_k$  is  $P_1$ ,  $e_k$ ' is  $P_2$  then  $\Delta u_{Hk}$  is  $P_{u2}$ ,

LCR 6: If  $e_k$  is  $P_1$ ,  $e_k$ ' is  $P_2$  then  $P_2$ , then  $P_2$ ,

LCR 7: If  $P_2$  is  $P_3$ ,  $P_4$  is  $P_4$  is  $P_4$  is  $P_4$  is  $P_4$ .

LCR 8: If  $P_4$  is  $P_4$  is  $P_4$  is  $P_4$  then  $P_4$  is  $P_4$  is  $P_4$ .

#### ただし、 時刻 k に対して、

Lk : 左前方路肩まで距離, Rk : 右前方路肩までの距離,

C k: 前方障害物まで距離,

r. : 左路肩までの目標距離, r<sub>R</sub> : 右路肩までの目標距離,

 $e_{ik}$ : 距離偏差,  $\Delta e_{ik}$ : 距離偏差の1 階差分,

Δ<sup>2</sup> e Lk: 距離偏差の2階差分,

erk: 距離偏差, Δerk: 距離偏差の1階差分,

 $\Delta^2 e_{Rk}$ : 距離偏差の2階差分, FLG: フラグ,

Δ U H k : 舵角(操作量), Z : approximately Zero,

Pi, Pui: Positive, Ni, Nui: Negative,

である。ここで、 $LCR1\sim LCR3$ における結論部の操作量  $\Delta$   $u_{Hk}$ の算出式は、then以下の多段ルールを予め手計算で推論した結果である。また、FLGは、右カーブの時は1、左カーブの時は-1 になる。また、操作量のファジィ推論には簡略法1)が用いられる。なお、異常データ処理などの知識フィルターの説明は省略する。

#### 4. シミュレーション

ここでは、カメラやレーザーレーダーからの画像及び距離情報が処理されたものと仮定して、先に述べた自動車から前方の道路上の路肩、障害物までの距離情報を基に、3. で述べた制御ルールを用いて自動車の速度の制御と操舵の制御を行う.

制御対象である自動車のモデルは速度モデルと操舵 - 位置モデルからなる・速度制御モデルは二次遅れ系で近似されている<sup>1)</sup>・自動車の操舵 - 位置モデル<sup>2)</sup>については次に示す・

ただし、 時刻 k に対して、

$$\beta_{f} = \frac{v_{k} \cdot \Delta t \cdot \delta_{k} + \ell_{f}}{\ell} - \delta_{k}, \qquad \beta_{f} = \frac{v_{k} \cdot \Delta t \cdot \delta_{k} - \ell_{f}}{\ell},$$

$$m_{1} = \frac{\ell \cdot \sin(\pi/2 - \delta_{k} + \beta_{f})}{\delta_{k} + \beta_{f} + \beta_{f}}, \qquad m_{2} = \frac{\ell \cdot \cos(\pi/2 - \delta_{k} + \beta_{f})}{\delta_{k} + \beta_{f} + \beta_{f}} - \ell_{f},$$

$$q_{k} = \frac{v_{k} \cdot \Delta t \cdot (\delta_{k} - \beta_{f} + \beta_{f})}{\ell} + \theta_{k}$$

ここで、 $\mathbf{x}_{k}$ ,  $\mathbf{y}_{k}$  は時刻  $\mathbf{k}$  での自動車の位置を表す座標である。そして、 $\mathbf{\theta}_{k}$ ,  $\mathbf{v}_{k}$ ,  $\mathbf{\delta}_{k}$  (= $\mathbf{u}_{Hk}$   $\triangleq \mathbf{u}_{H,k-1}$  +  $\Delta \mathbf{u}_{Hk}$  ),  $\Delta$  t はそれぞれ車両の向き( $\mathbf{y}$  軸に対する角度), 速度、実舵角(操作量)、時間間隔である。また、 $\mathbf{\ell}$  はホイールベースであり、 $\mathbf{\ell}_{r}$ ,  $\mathbf{\ell}_{r}$  は、それぞれ、車両の重心と前輪車軸及び後輪車軸との距離である。時刻  $\mathbf{k}$  において、操舵角  $\mathbf{\delta}_{k}$  と速度  $\mathbf{v}_{k}$ , 車両の向き  $\mathbf{\theta}_{k}$  のとき、上式によって、時刻  $\mathbf{k}$  +  $\mathbf{1}$  での車両の位置が求められる。

速度制御と操舵制御のシミュレーションは 4 種類の道路において行った。 Fig. 3から Fig. 6はその内の 2 種類道路に対する結果である。 ただし、 初期状態では、自車は定速走行状態にあり、自車速度の初期値はすべて  $43.2 \, \text{km/h}$ 、 目標速度はすべて  $60 \, \text{km/h}$ としている。 また、 サンプル時間間隔は  $0.1 \, \text{秒}$ 、 道路幅は約  $10 \, \text{m}$  としている。 シミュレーション結果において、 Fig.  $3 \, \text{とFig.} 5$  は $0.1 \, \text{N}$  において、 Fig.  $0.1 \, \text{N}$  にお

まず、直線におけるシミュレーション結果 (Fig.3,Fig.4)をみてみる。ここでは終始定速走行ルールと直進路走行ルールが使われるが、速度は目標値である $60 \, \text{km/h}$ に速やかに近づいており、キャブレター操作量もほとんど大きな変動がなく、極めて性能が良いといえる。また、ハンドル角も周期的に微調整をしているだけであり、問題はないと思われる。次に、サーキット道路での結果 (Fig.5,Fig.6)をみてみると、ハンドル角が細かく変動してはいるが無難にコーナーをクリアし

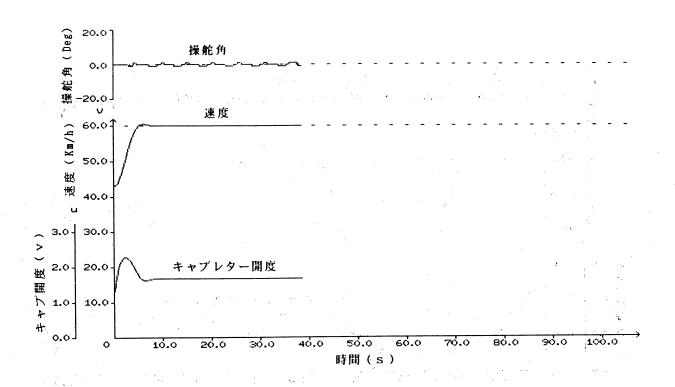


Fig.3 Straight road (a).

て御ナ直度れジ操ド開 不と 御一 で は落はいらるにです がまる はれる で で がよる は で で の 御 御 と で がよる は で か よで や 変 が が よび する は が らる は で か よび か よび する は が らる は で か よび する は が らる は で や 変 知されるか

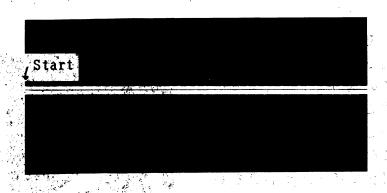


Fig. 4: Straight road (b).

も知れないが、制御性からみでごの方法は有望であることがわかる.

なお、結果としては示さなかったが、他の2種類の道路での制御結果も良好であった。

#### 5. おわりに

長時間走行におけるドライバーの負担を軽減するために、ファジィ論理を応用した自動車の操舵と速度の制御ルール、つまり、高速道路において、一定速度を保ちつつ自動車のハンドル操作を自動運転する制御ルールを構成した。そして、これらの制御ルールからなるファジィ制御装置を用いてシミュレーションを行っ

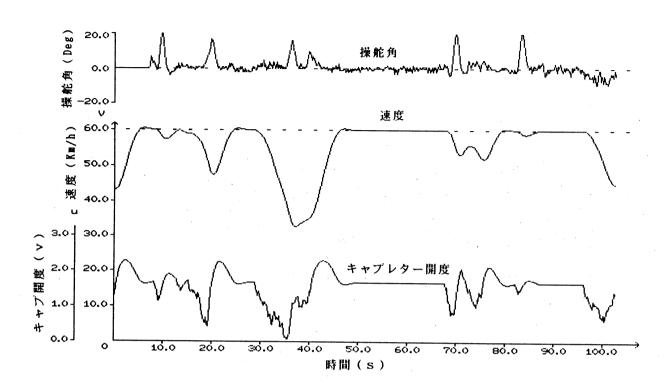
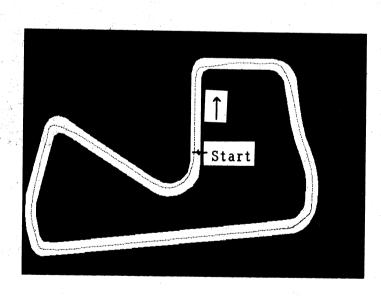


Fig. 5 Circuit road (a).

た. その結果, 走行可能道路幅はまだ大きいものの初めての試みとしては当初の目的を達成できたのではないかと思われる.

この制御方式は、すぐに実用化できるとは言えないが、制御アルゴリズムの改良と、道路認識が高速に行えれば、実用化も可能である.

文献



Circuit road (b).

.

1)前田、村上:ファジィ論理を用いた自動車追従制御、第3回ファジィシステム

Fig.6

2)安部正人: 車両の運動と制御, 共立出版, 1979

シンポジウム講演論文集, 61/66, 1987

# キャッチボールシステムのための 適応ファジィ制御

Adaptive Fuzzy Control for Catch-ball System

竹田浩伸、 石川知良 Hironobu Takeda, Tomoyoshi Ishikawa

# 東京工業大学

Tokyo Institute of Technology

#### Abstract

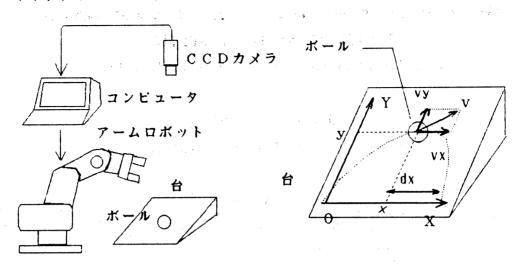
The adaptive fuzzy controller consists of some control rules and some modification rules. Control rules are modified by modification rules which are extracted from human operator's knowledge. The suggested method of adaptive control is applied for modelling skill acquisition of human performance in catch-ball. A catch-ball system is realized in hardware. By repeating catch-ball the system can improve the initial rules.

#### 1. はじめに

コントローラに組み込まれている制御則を制御対象に適合するように修正するとき、ファジィ制御の場合は扱う対象が一般に複雑であり、また制御則が言語表現を用いたルールで表わされているため、オペレータの知識をもとにヒューリスティックに制御則を修正することが多い。そのため自動的に制御則を修正するような適応制御系を設計するとき、従来の適応制御では制御則の評価の基準として何らかの評価関数を用いていたが、ファジィ制御の場合適当な評価関数をみつけることが困難な場合がある。評価関数の代わりにパフォーマンス・インデックスを使用した学習コントローラ [1]の研究もなされているが、筆者らは制御則を修正するときに用いるオペレータの知識をルールのかたちで表現してコントローラに組み込み、適応制御系の設計を試みた。本報告ではその応用例としてキャッチボールシステムを構成して実験した結果について述べる。

このシステムのためのコントローラは、いくつかの制御ルールと制御ルールを修正するためのいくつかのルールにより構成されている。

#### 2. キャッチボールシステム



(1) 医克克克 经经营工程 医皮肤 医皮肤 医皮肤 化二苯甲基

Fig. 1 キャッチボールシステム Fig. 2 ボールのデータ

キャッチボールはFig.2に示すように2次元平面上で行なわれる。システム(Fig.1)はボールの位置を捕らえるCCDカメラ、ボールを受け止めるアームロボット、画像処理とロボットの制御を行なうコンピュータ、ボールおよび傾いた台より構成される。

アームロボットは PTP(point to point)制御であるため、台上を転がるボールの状態からボールの落下地点を推論してその地点に先回りしてハンドを持っていくように命令を出すようにした。推論に用いるデータはボールのY方向の位置 y と X , Y 方向の速度 vx , vy の 3 つである。この 3 つのデータからその地点から落下地点までの距離 dxを推論する。

#### 3. 推論方法

#### 3-1 制御ルール

y, vx, vyの変域を Fig.3に示すように それぞれ3つの区間にファジィ分割する。 つまり入力空間 Y × V X × V Yを27の区間にファジィ分割する。以下のように各ファジィ部分空間に一つのルールを割り当てる。

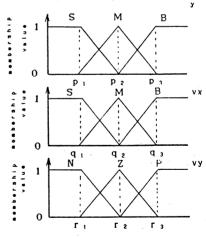


Fig.3 ファジィ分割

 $R_1$ : if y is S  $\wedge$  vx is S  $\wedge$  vy is N then Z is  $Z_1$  $R_2$ : if y is M  $\wedge$  vx is S  $\wedge$  vy is N then Z is  $Z_2$ 

 $\vdots$  (1)

 $R_{27}$ : if y is B  $\wedge$  vx is B  $\wedge$  vy is P then Z is  $Z_{27}$   $\wedge$  は積、 $Z_{1}$  は実数

ただし各あいまいラベルは次に示すとおりである。

S (Small) M (Medium) B (Big) N (Negative) Z (Zero)

P (Positive)

ある入力 (yº, vxº, vyº) に対してルールR の前件部の満たし度合をω とすると、推論値dxは、

$$dx = \sum_{i=1}^{27} \omega_i \cdot Z_i / \sum_{i=1}^{27} \omega_i \qquad (2)$$

で求める。

- 3-2 制御ルールを修正するためのルール
- 。 前件部修正のためのルール

前件部修正の方針: 「なるべく均等に各ルールが使用される」ように入

力空間の分割の仕方を調整する。

各入力変数の変域にFig.4 に示すように 区間をもうける。

#### ルールの例

区間 $b_2$ への入力の回数 $t_2$ が区間 $b_3$ への入力回数 $t_3$ よりも多かったとき、パラメータ $S_2$ から( $S_2$  -  $S_1$ ) /2・ $g_1$  だけ減じる。

ただし $g_1$  は修正ゲインであり、Fig.5 のようにして求められる。

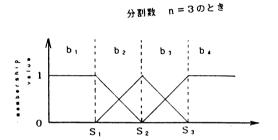


Fig.4 区間の設定

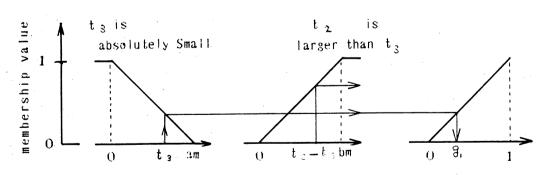


Fig.5 g<sub>1</sub>の求め方

このようなルールがいくつか集まって前件部修正のためのルール群をなす。

。 後件部修正のためのルール

後件部修正の方針 : 「推論値が間違っていたら修正する。」 ある入力 ( $y_a$ ,  $vx_a$ ,  $vy_a$ ) に対してルールR: の前件部の満たし度合を $\omega$ ;、 そのときの推論値を $dx^a$ 、実際のボールの落下地点を $xf^a$ とする。このとき各制 御ルールの後件部の値∑。の修正量△∑。は

$$\Delta Z_i = (xf^0 - dx^0 - x^0) \cdot g_2 \cdot g_3 \qquad (3)$$

 $g_2$ ,  $g_3$ は修正ゲインで、 $g_2$ は式(4)のように、 $g_3$ は Fig.6 のようにして求められる。ただし $x^0$  はボールのx 座標。

$$g_2 = \omega_i / \Sigma \omega_i \qquad (4)$$

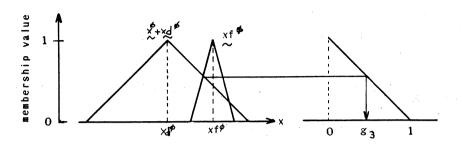


Fig.6 g、の求め方

つまりg₂は推論への貢献度を、g₃は推論値と実際の値の食い違い度を表わす。

#### 4. 実験とその結果

初期ルールを適当に与えて(Fig.8, table 1)、Fig.7 に示す実験のアルゴリズムによりキャッチボールを繰り返した結果をFig.8 とtable 2 に示す。

また実験に際し計算機上でシミュレータを作成し、数人の被験者にディスプレイ上でキャッチボールの試行を行なってもらい、そのデータから同じ構造の制御ルールを作成した。その中の典型的な熟練者と初心者のルールをキャッチボールシステムに組み込んでキャッチボールの試行を繰り返したときの成功率をtable 3 に示す。熟練者のルールの場合と比較してみてもこのシステムにおいて初期ルールは十分に改善されたものと思われる。ただし入力空間の分割数を増やしてルールを増設しても成功率はほとんど変わらなかった。

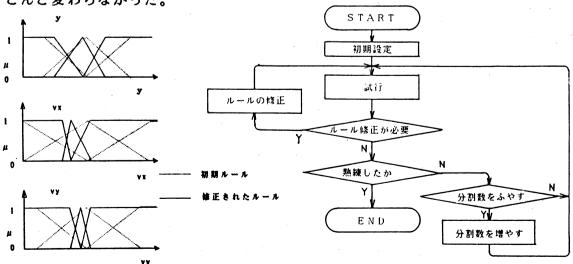


Fig.8 入力空間の分割の変化

Fig.7 実験のアルゴリズム

Table 1 初期ルール

count[0] p 1 = 25 p 2 = 122 p 3 = 219 q1 = 0 q2 = 25 q3 = 50r1 = -80 r2 = 0 r 3 = y is S \ | vy is Z P N vx is 0 75 150 S M 75 150 225 В 150 225 300 y is M **∖** | vy is N 7. P vx is 75 150 225 S 150 225 300 M 375 В 225 300 y is B `z N P \ | vy is vx is 225 300 S 150 225 300 375 M 375 300 450 В

Table 2 修正後のルール

COL	ınt[	100]						
<b>p</b> 1	=	52	p 2	=	118	р3	=	162
q I	=	13	q 2	=	17	<b>q</b> 3	=	25
r	=	-20	r 2	=	-8	r 3	=	8
у	is	s						
	\	vy	is	N		Z	P	· 
vx	is							
	S	l		7		23	4	В
	М	l		23		51	6	5
	В	l		40	:	52	13	0
У	is	м						
•	`		i s	N		Z	F	
v×	i s							
	s			33		63	6	4
	M	1		53		63	7	1
	В	1		57		71	15	3
У	is	В						
	\		is	N		Z	I	•
vx	is							_
	S			60		88	. 10	3
	М	1		79		78	23	
	В			107		79	26	
	_	I		- • .	-			-

ただし、数値はルールの後件部の値を表わす。 単位はカメラ座標系の目盛り数である。

Table 3 成功率

rule		rate o	f succes	3 S
	rule	about	0	*
modified	rule		50~70	<b>X</b>
expert's	rule		40~50	*
amateur's	rule	about	10	*

#### 5. おわりに

本報告では内部構造がはっきりしないシステムを想定し、入力空間を網の目状にファジィ分割し、入力空間すべてを網羅するように制御ルールを作成して修正用ルールで制御ルールを改善するシステムを構成した。修正用ルールは制御ルールに比べてレベルの低い知識、言い替えれば汎用性のある知識である。これはRasmussen のモデル [2]でいうところの知識ペースに近く、比較的抽出し易い知識と思われる。

制御則を修正するための知識の構造を明確にして、より複雑なシステムへ応用する ことが今後の課題である。

#### 参考文献

- [1] 「自動ファジィ・コントローラ」 山崎、菅野 計測自動制御学会論文集、第 20 巻 8 (8/1984) pp 50-56
- [2] 「Skills,rules,and knowledge; Signals,Signs,and Symbols,and
  Other Distinctions in Human Performance Models」
  Jens Rasmussen IEEE TRAN. vol SMC-13, No.3 (5,6/1983) pp 257-266

#### ファジィ制御を用いた

# アーク溶接ロボットの開先幅倣い制御

Oscillation Amplitude Control of Arc Welding Robot using Fuzzy Control

村上周太\* Syuta MURAKAMI 藤村浩史\*\* Hiroshi FUJIMURA 井手栄三\*\* Eizo IDE

\*九州工業大学 工学部

Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology

\*\*三菱重工業(株) 長崎研究所

Nagasaki Technical Institute, Mitsubishi Heavy Industries Ltd.

#### **ABSTRACT**

Robotic welding has been adapted aggressively in many manufacturing industries for the purpose of improving the welding efficiency and liberating operators from a severe working environment. But for the large-size structures like ship hulls and plant equipment, the application is still limited. One of the reasons for this situation is that the arc-welding robots presently in use are not adaptable for multi-pass welding of thick plates whose edges defy accurate preparation.

To resolve the above mentioned problem, the authors develop a fuzzy control system which detects the butt-joint groove width or root gap and controls the oscillation amplitude of welding torch. This fuzzy control system, based on the fuzzy data from the arc sensor previously developed, consists of the fuzzy filter and fuzzy logic controller which determines the turning point of torch oscillation. On the basis of simulation results, its usefullness and feasibility are comfirmed.

# ng ngaga es**まえがき** ngaga esta

アーク溶接ロボットは、過酷な環境下での単調な作業から溶接作業者を解放するのみならず、能率、品質の向上に対しても大きな効果があるために、さまざまな生産分野で積極的に取り入れられ、大きな成果を上げている。この効果は、船舶、各種プラントなど、中・大型構造物の生産においても同様であり、品質の安定化、生産コストの低減などを目的に、溶接工程ロボット化の試みが各所において意欲的に実施されている。

大型構造物の溶接開先はガス切断で加工する場合が多く、高い寸法精度を維持するのは 困難である上、多層溶接中の溶接ひずみが加算されるため、溶接を無人化するためには、 溶接線の変動をロボット自身が検知し、トーチ高さ制御、溶接線倣い制御および開先幅変 動に対応できるオシレーション幅制御技術が不可欠となる.

溶接線センサーの一つであるアークセンサーは、溶接中にチップ・母材間距離を演算し、その変化状況から溶接点近傍の開先形状を推定することによって、高精度なアークセンシングを実現しようとするものである $^{11}$ . しかし、チップ・母材間距離の変化状態を示す  $\theta$  - L パターンはノイズや開先面の溶解、溶融金属の堆積、溶融金属プール表面の振動などにより大きく影響を受けるので、アークセンサの出力に不確実な要因が含まれるのを防ぐことはできない。

そこで、著者らは、上述のトーチ高さ制御および溶接線倣い制御に、ファジィ制御を適用し、その有効性をすでに検討した<sup>2)</sup>.本稿では、母材の開先合せ時の寸法誤差や溶接収

縮変形などにより、開先底面幅が大きく変動する場合に、開先底面幅を検出して溶接トーチのオシレーション幅を制御する、いわゆる開先幅倣い制御系にファジィ制御およびファ ジィフィルタを導入し、その有効性をシミュレーションによって確認する.

# 2. 開先底面幅の検知方法

アークセンサの作動原理は、図1に示すように、溶接中の溶接電流(I)、溶接電圧(V)、ワイヤ送給速度(V)を測定することによって、チップ・母材間距離(I)を演算によって間接的に求めようとするものである。そこで、溶接線の中心から左右に、溶接開先を横断する方向に溶接トーチを振動(オシレート)させ、オシレーション位置( $\theta$ )とチップ・母材間距離(IL)の関係を求めてやれば、開先形状に起因した $\theta$  – ILパターンを得ることができる・

故に、この $\theta$  - Lパターンから開先底面幅を検知することが可能であると思われる。そこで、まず、開先底面幅がテーパ状に変化している開先内を、一定のオシレーション位置ン振幅で溶接を行い、オシレーション位置( $\theta$ )と演算により求められたチップ・母材間距離(L)との関係をオシロスコープで観察した。その結果の一例を図2に示す・図中の $\theta$  - L パターンは、同図中に示したビート断面写真との対応を取るために、L 軸の正負を反転して表示している.

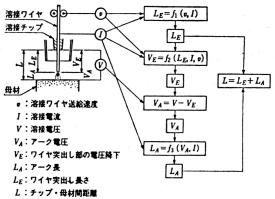


図1 チップ・母材間距離Lの 演算フローチャート

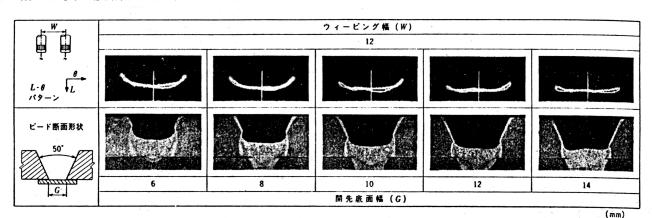


図2 開先内溶接時のθ-Lパターンとビート断面形状

各々の開先底面幅に対する $\theta$  – L パターンを観察すると、いずれもヒステリシスを描いているが、中央部に対して両端がわずかに上昇しているのが認められる。この傾向は、オシレーション振幅が開先底面幅に対して大きくなるほど顕著になっており、逆に開先底面幅よりもオシレーション振幅が小さくなると、 $\theta$  – L パターンは平坦な形状になっている。

一方,ビート断面形状は、オシレーション振幅が過大な場合は、開先壁面が大きく溶け込んでおり、母材希釈率の増大や、次層溶接時の欠陥誘発の点で好ましくない。また、オシレーション振幅が開先底面幅よりも狭くなれば、開先面の溶け込みが不十分になる恐れがある。

このことから、オシレーション振幅は、開先底面幅よりも $1\sim2$  mm広い値が適正と思われる。この適正条件下でも、 $\theta$  – L パターンは、両端部でわずかに上昇しており、この上昇量から開先底面幅を検知することが可能である。

#### 3. 開先幅倣い制御系の構成

開先底面幅が変動している場合の開先幅倣い制御の原理を説明する。図3に母材の開先底面の形状とこれに対応する $\theta$  – Lパターンの一例を示している。溶接トーチの初期高さ $H_{\emptyset}$  (=25mm) とし,まず初めに中心から左側にトーチがオシレートする。開先底面幅以内では,サンプル時刻k におけるチップ・母材間距離 $L_k$ はおおむね平坦であるが,縁部(壁面部)では $L_k$ は減少し始める。

そこで,しきい値<mark>rをつぎのように</mark>設定 する.

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}_{\mathcal{Q}} - \mathbf{k}_{\mathcal{W}} \tag{1}$$
$$\mathbf{k}_{\mathcal{W}} = \mathbf{T}_{\mathcal{W}} \cdot \tan \rho \tag{2}$$

ここで、Twは適正反転条件( $1\sim2$ mm)であり、 $\rho$ は母材の壁面の傾斜角である。チップ・母材間距離 $L_k$ がしきい値 rをこえた時点でオシレーションの向きを反転する。チップ・母材間距離の測定に全くノイズが無ければ、理想的な位置で、トーチを反転させることがであるが、前述のようにチップ・母材間距離はノイズを含んだあいずしまり、なるべく理想反転位置であるため、なるべく理想反転位置であるため、なるべく理想反転位置でチャンプル時刻で反転信号を出すかを決定するのが開先幅倣い制御の目的である。

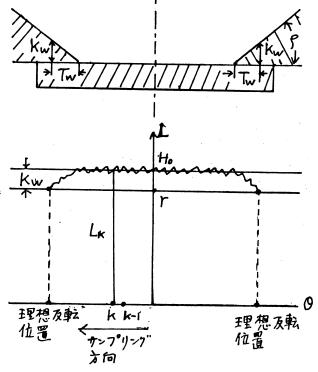


図3 母材開先形状と $\theta$  - Lパターン

#### 4. 開先幅倣い制御系の構成

図4に、開先幅倣い制御系の構成図を示す.以下各部の機能について説明する.

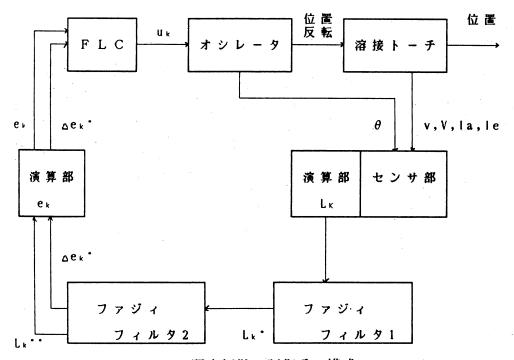


図4 開先幅倣い制御系の構成

<u>溶接トーチ</u>:アーク溶接ロボットには、汎用性があり、自動制御に適している消耗電極 式ガスシールドアーク溶接法を採用している。本溶接技法は、溶接電源、ワイヤ送給系お よび溶接トーチで構成されており、溶接トーチ内のチップから送給されるワイヤと母材と の間にアークを発生させ、シールドガス零囲気下でワイヤと母材の一部が溶融し、溶接ビ ードを形成することによって溶接が進行する。

オシレータ:溶接トーチを、開先を横断する方向に、オシレートさせる機能を持つ.

センサ部:アークセンサは、溶接中の平均電流( $I_a$ )、実効電流( $I_a$ )、溶接電圧(V)およびワイヤ送給速度(V)のデータを基に、チップ・母材間距離(L)を、演算によって間接的に求める機能を持つ $^{11}$ ・オシレーション位置信号( $\theta$ )とともに $\theta$  – L パターンが得られる・

ファジィフィルタ1: サンプル時刻 k におけるセンサ部からの出力であるチップ・母材間距離  $L_k$ のノイズを除去するためのフィルタで、その修正値  $L_k$  は次式で与えられる<sup>2)</sup>・

$$L_{k} = \alpha L_{k} + \beta L_{k-1}$$
 (3)

ここで, $L_{k-1}$ は,時刻k-1における $L_{k-1}$ の修正値で,後述のファジィフィルタ2の出力である.

ファジィフィルタ2:1 サンプルあたりのチップ・母材間距離の変化分 $\Delta$  e  $_{k}$ = L  $_{k}$  – L  $_{$ 

そこで、図5に示すような、"おおよそ 0ぐらい"および"おおよそマイナスtan p ぐらい"のメンバーシップ関数を考える。 ここで、それぞれのメンバーシップ関数は オーバーラップするようにしている。

 $\Delta e_k$ の修正値 $\Delta e_k$ は、 $\Delta e_k$ のメンバーシップ値と、時刻k-1の修正値 $\Delta e_k$ のメンバーシップ値の重みつき平均として、次式で求めることにする.

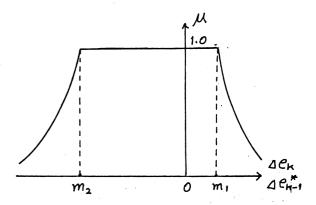


図5 ファジィフィルタ2のメンバシップ関数

$$\Delta e_{k} = \frac{\mu (\Delta e_{k}) \Delta e_{k} + \mu (\Delta e_{k-1}) \Delta e_{k-1}}{\mu (\Delta e_{k}) + \mu (\Delta e_{k-1})}$$
(4)

次に、 $\Delta e_k$ から、次式により、もう一度チップ、母材間距離の修正値 $L_k$ を求め直す。  $L_k = L_{k-1} + \Delta e_k$  (5)

<u>FLC</u>: Fuzzy Logic Controller (FLC)の入力として、 $e_k = L_k^* - r$  および $\Delta e_k^*$ を考える. 言語的制御規則を以下のように構成する.

LCR-1 If  $e_k$  is  $P_1$  ,  $\Delta e_k$  is  $P_2$  then  $u_k$  is ZO LCR-2 If  $e_k$  is  $P_1$  ,  $\Delta e_k$  is  $ZO_2$  then  $u_k$  is SZ

LCR-3 If  $e_k$  is  $P_1$  ,  $\Delta e_k$  is  $N_2$  then  $u_k$  is S LCR-4 If  $e_k$  is  $ZO_1$  ,  $\Delta e_k$  is  $P_2$  then  $u_k$  is SZ LCR-5 If  $e_k$  is  $ZO_1$  ,  $\Delta e_k$  is  $ZO_2$  then  $u_k$  is SZ LCR-6 If  $e_k$  is  $ZO_1$  ,  $\Delta e_k$  is  $N_2$  then  $u_k$  is SZ LCR-7 If  $e_k$  is  $N_1$  ,  $\Delta e_k$  is  $P_2$  then  $u_k$  is SZ LCR-8 If  $e_k$  is  $N_1$  ,  $\Delta e_k$  is  $ZO_2$  then  $u_k$  is ZZ LCR-9 If ZZ is ZZ then ZZ then ZZ is ZZ is ZZ then ZZ is ZZ is ZZ is ZZ then ZZ is Z is

ただし、P.: Positive, N.: Negative, ZO.: Zero, S Z: Small Zero,

S: Small, SB: Small Big, B: Big

後件部の $u_k$ は、溶接トーチが反転すべきかどうかを決める反転操作量であり、[0,1]の値を取る・

これらのルールは、トーチが開先底面部にあれば、トーチが反転する可能性はほとんど 無いように、逆にトーチが壁面部にあり、しきい値に近いところでは反転の可能性が大き くなるように作られている.

図6,7,8に前件部,後件部のメンバーシップ関数を示す。FLCに実際の入力(非ファジィ値)が入ったときの出力(反転操作量)の計算は,直接法によるファジィ推論を用いて行われる。サンプル時刻kにおける反転操作量 $u_k$ の値がある値(例えば0.6)以上になったら,直ちに反転指令を出し,溶接トーチは逆方向にオシレーションの向きを変える。次に,トーチがオシレーション中心に戻ってから再びサンプリングを始め,各サンプル時刻で反転操作量 $u_k$ の値を見て,反転すべきかどうかを決める。

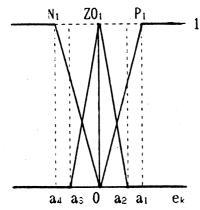


図6 ekのメンバーシップ関数

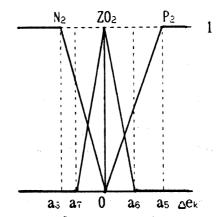
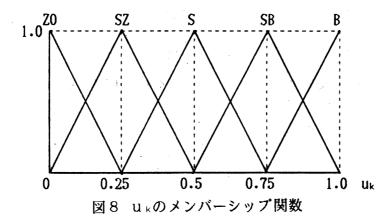


図7 Δ e κのメンバーシップ関数



#### 5. シミュレーション

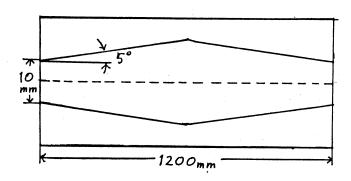
前節で設計したファジィフィルタとFLCの有効性を検討するため、シミュレーションを行う、本シミュレーションでは、溶接動作条件と母材の形状を次のように設定する。

#### (1)溶接動作条件の設定

オシレート速度・・・20 mm/s 溶接速度・・・75 mm/min

#### (2)母材の設定

図9,図10に母材の水平面および断面図を示す.



開先角:60度

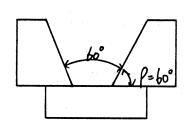


図9 母材の水平面図

図10 母材の断面図

なお、チップ・母材間距離は、実際には、溶接電圧、溶接電流およびワイヤ送給速度を測定して求めるが、本シミュレーションでは、これを幾何学的に求め、これに正規ノイズ(平均0、標準偏差0.3または0.9)を重ね合わせている、Lのサンプリング間隔は8msで行う。

表1,表2に溶接トーチの反転タイミング(ノイズの標準偏差0.3,0.9)を示している.表中のAは従来法(チップ・母材間距離がしきい値より2回続けて小さくなれば反転するという方法),Bはファジィフィルタ1のみとFLC,Cはファジィフィルタ2のみとFLC,Dはファジィフィルタ1,2とFLCを用いた制御方式である。また,表中の $-5\sim +5$  は,理想的な反転位置からのずれを表しており,例えば100サンプリングで反転すべきところを,98サンプリングで反転したとすれば-2,101サンプリングならば+1と表す。各制御方式による1回のシミュレーションにおいて,それぞれの反転タイミングで反転した回数を表にしている。ただし,"欠"とはオシレーション幅が開先底面幅より狭いこと,すなわち,トーチが母材の縁部に達する前に反転することを意味し,これは溶接欠陥を生むことになる。なお,適正反転条件を $1\sim 2$ mmと考えると,これは表中の $0\sim +6$ の間に対応する.

表 1	トー	-チの	反車	ムタイ	(=)	ノグ	()	イズの	り標準	単偏え	훈0.3	)
le e		4	-	0	1	0	1	1 0	0			=

	欠	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	計
A						1	4	9	14	- 5			33
В							10	15	7	. 1			33
С					2	11	10	9	1				33
D								- 2	17	13	1		33

表2 トーチの反転タイミング (ノイズの標準偏差0.9)

30 - 1 / 12 / MAZ 1 < 0										- W	- MID <-	_, 0.0	,
	欠	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	計
A	4		1	1	1	2	2	8	3	3	4	4	33
В	4				3	6	9	5	2	3		1	33
C	10				3	5	6	5	4	3	2		33
D						2	8	10	6	5	2		33

表1は,ノイズの標準偏差が0.3と小さい場合で,この場合には各方法ともおおむね良好な結果を示しているといえる.表2は,ノイズの標準偏差を0.9と大きくした場合で,この場合には,A,B,C,の方法では"欠"が生じ,トーチが母材の縁部に達する前に反転するケースがあることにより,溶接欠陥が生ずる.Dのファジィフィルタ1,ファジィフィルタ2およびFLCによる制御方式では,"欠"が生ずることはなく,トーチの反転タイミングもほとんど適正反転条件内に入っている.以上,シミュレーションを通して,アーク溶接ロボットの開先幅倣い制御では,本研究で提案したファジィフィルタおよびFLCの有効性が確認された.

#### 6. あとがき

本研究の開先幅倣い制御系では、FLCの反転操作量を求める段階で直接法によるファジィ推論を用いている。実際のアーク溶接ロボットに適用するには、サンプリング間隔が8msと短いため、ソフトウェアでの計算処理では時間がかかりすぎるので、FLCの演算過程をハードウェア化する必要がある。直接法によるファジィ推論のハードウェアはすでに開発されているので、今後、実験を試みようと計画している際中である。

#### [参考文献]

- 1) 藤村, 井手ほか: アーク溶接ロボット用溶接線検知センサの開発, 三菱重工技報, Vol.20, No.6, 1/7 (1983)
- 2) S.Murakami etal: Weld-line Tracking Contorol of Arc Welding Robot using Fuzzy Logic Controller, Preprints of Second IFSA Congress, Tokyo, 353/357 (1987)
- 3) 藤村,橋本ほか:知能型自動溶接装置の開発,三菱重工技報,vol.22,No.4,538/542 (1985)

## ファジイ制御に対する改善法(Ⅱ)

Improvement of Fuzzy Controls (II)

#### 水本雅晴

#### Masaharu MIZUMOTO

## 大阪電気通信大学

Osaka Electro-Communication University

As the continuation of the work on the improvements of fuzzy controls in [1], this paper proposes two improvement methods of fuzzy controls: the one is the introduction of new aggregation operators when obtaining a fuzzy set of control action. If averaging operators of arithmetic mean, dual of geometric mean and dual of harmonic mean are used as the aggregation operators, better control results are obtained compared with the case of using max operator as in the ordinal fuzzy controls. The other is concerned with the defuzzifier procedure of obtaining a representative point of a fuzzy set of control actions. Two defuzzifier methods called the height method and the area method can get better control results than the center-of-gravity method used usually in the fuzzy controls.

# 1. はじめに

論文[1,2] では種々のファジイ推論法の下でのファジイ制御を取り上げ、一次遅れの系の声の形を取り上げ、の推論法以外のファジイ制御を取り上げ、の推論法でもスファジイ制御規則を構成として、では、また、ファジイ制御規則を構成するの中を変化と、ファジイ制御の改善法への制御の改善法との市を変化、では、る際に通常の交わりの大きのでは、る際は通常の交わりの大きの方法を統合するとの方法を統合を表して、多く代数積や限界積を使用すると制御結果の改善が得られることも示した。

本論文では、Mamdani の方法に限った場合のファジイ制御に焦点をあて、ファジイ制御の改善法について述べる。まず、各制御規則から得られたファジイ集合を統合する際に、max を用いた結びファジイ集合を統合する際に、max を用いた結びファジイ集合を統合する際に、max を用いた結びファジイ集合を統合する際に、max を用いたもに、算術平均や双対な幾何平均・調和結果の改善が見られるが、を表示されるが、を表示されるが、での場合と表示されるが、これ以外の高さ法、面積法が重心法がも良好な結果を得ることが示された。

#### 2. 多重ファジイ推論

ファジ**イ制御やプロダ**クションルールで使用されている多重ファジイ推論形式

規則n: An and Bn => Cn .

事実: A' and B'.

結論: C'.

を考えてみよう。ここで、Ai, A'は Uでの、Bi, B'は V、Ci, C'は Wでのファジイ集合である。"and"で結ばれた「Ai and Bi」は

$$\mu_{Ai \text{ and } Bi}(u,v) = \mu_{A}(u) \wedge \mu_{B}(v)$$
 (2)

と与えられ、ファジイ規則「Ai and Bi  $\rightarrow$  Ci」は U  $\times$  V  $\times$  W におけるファジイ関係となり、

$$\mu_{Ai \text{ and } Bi \Rightarrow Ci}(u,v,w)$$

= 
$$[\mu_{Ai}(u) \wedge \mu_{Bi}(v)] \rightarrow \mu_{Ci}(w)$$
 (3)

(1)

のように与えられる。

たとえば、Mamdani の方法[3] では

$$a \rightarrow b = a \wedge b$$
 (4)

であり、したがって、「Ai and Bi => Ciı は

μ<sub>Ai and Bi=>Ci</sub>(u,v,w)

 $= \left[ \mu_{Ai}(u) \wedge \mu_{Bi}(v) \right] \wedge \mu_{Ci}(w) \qquad (5)$ 

のように表される。

これより式 (1)の結論 C' は、Mamdani の方法 の場合、"else"は "or"、すなわち結び (U)と解釈 され、次のように与えられる。

= [(A'and B')o(A1 and B1=>C1)] U ... U [(A'and B')o(An and Bn=>Cn)]

$$= C1' \cup \cdots \cup Cn'$$
 (6)

ここで、o は max-min合成を表す。また、各 Ci'(i=1,…,n) は

$$= [A'o(Ai \Rightarrow Ci)] \cap [B'o(Bi \Rightarrow Ci)]$$
 (7)

のようになる。すなわち、Ci'は Ai=>Ci の下でのA'の推論結果とBi=>Ciの下でのB'の推論結果との交わり∩として与えられる。詳しくは

$$\mu_{Ci}$$
, (w) =  $\mu_{(A'and B')o(Ai and Bi=>Ci)}$  (w)

=V {
$$\mu_A$$
'and B'( $u,v$ )  $\wedge \mu_{Ai}$  and  $Bi \Rightarrow Ci$ ( $u,v,w$ )}

= 
$$V$$
 {[ $\mu_A$ ,(u)  $\wedge \mu_B$ ,(v)]

$$u,v \qquad \wedge [\mu_{Ai}(u) \wedge \mu_{Bi}(v) \wedge \mu_{Ci}(w)]$$
 (8)

= 
$$V \{ [\mu_A, (u) \land \mu_{Ai}(u) \land \mu_{Ci}(w)] \land [\mu_B, (v) \land \mu_{Bi}(v) \land \mu_{Ci}(w)] \}$$

= 
$$V_{u} \{ \mu_{A}, (u) \wedge \mu_{Ai}(u) \wedge \mu_{Ci}(w) \}$$
  
  $\wedge V_{v} \{ \mu_{B}, (v) \wedge \mu_{Bi}(v) \wedge \mu_{Ci}(w) \}$ 

= 
$$\mu_{A'o(Ai \Rightarrow Ci)}(w) \wedge \mu_{B'o(Bi \Rightarrow Ci)}(w)$$

となり式(7) が導かれる。なお、途中の式(8) は

$$\mu_{C_i}$$
,(w) = 式(8)

=
$$V \{ \mu_A, (u) \wedge \mu_{Ai}(u) \wedge \mu_B, (u) \wedge \mu_{Bi}(v) \wedge \mu_{Ci}(w) \}$$

$$= V_{\mathbf{u}} \left\{ \mu_{\mathbf{A}}, (\mathbf{u}) \wedge \mu_{\mathbf{A}i}(\mathbf{u}) \right\}$$

$$V_{\Lambda} \{h^{B}, (\Lambda) \vee h^{B}! (\Lambda)\} \vee h^{C}! (M)$$

となることより、式(7) の Ci'(i=1,…,n) は

$$\mu_{Ci}, (w) = (a) \wedge (b) \wedge \mu_{Ci}(w)$$
 (9)

のように簡略化される。ただし、

(a) = 
$$V_{u} \{ \mu_{A}, (u) \wedge \mu_{Ai}(u) \}$$
 (10)

(11) 
$$bi = V_{V} \{ \mu_{R}, (v) \land \mu_{Ri}(v) \}$$

よって、式(1) の最終の結論 C'は、式(6) からも分かるように、Ci'(i=1,…,n) の結び∪をとることにより得られる。すなわち、

$$C' = C1' \cup C2' \cup \cdots \cup Cn'$$
  
 $\mu_{C'}(w)$   
 $= \mu_{C1}(w) \vee \mu_{C2}(w) \vee \cdots \vee \mu_{Cn}(w)$  (12)

ここで、v = max を表す。

次に、A', B'がファジィでなく、確定した値を とる場合、たとえば、A'= u。, B'= v。の場合、

$$\mu_{A}$$
,  $(u_{\circ}) = 1$ ,  $\mu_{A}$ ,  $(u) = 0$   $(u \neq u_{\circ})$ 

$$\mu_{\rm p}$$
,  $(v_{\rm o}) = 1$ ,  $\mu_{\rm p}$ ,  $(v) = 0$   $(v \neq v_{\rm o})$ 

であることに注意すれば、式(10)の(a) , (b)) は

(a) = 
$$V \{0 \land \mu_{Ai}(u)\} \lor [1 \land \mu_{Ai}(u_o)]$$

$$= \mu_{Ai}(u_{\bullet}) \tag{13}$$

$$(bi) = \mu_{Ri}(v_{\bullet})$$

(8) となる。よって、式(7) の Ci'は式(9) より

$$\mu_{Ci}$$
,(w) =  $\mu_{Ai}$ (u<sub>o</sub>) $_{A}$   $\mu_{Bi}$ (v<sub>o</sub>) $_{A}$   $\mu_{Ci}$ (w) (14)

と与えられ、最終的な結論であるファジィ集合C'は式(12)より求められる。

の場合の推論結果 C'の求め方を示すと、図1のようになる。

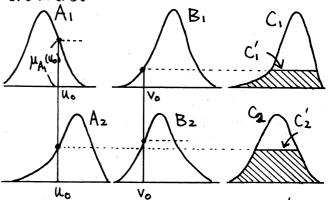
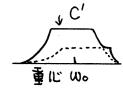


図 1 式(15)の推論結果 C' の求め方



この最終的なファジイ集合 C'の代表値 w。を 求める操作を<u>一点化</u> (defuzzifier)と呼び、その 方法として (i) C'の最大グレードを取る点を w。とする

(ii) C'の重み付き重心を w。とする

$$w_{\circ} = \frac{\sum w_{i} \cdot \mu_{C}, (w_{i})}{\sum \mu_{C}, (w_{i})}$$
 (16)

等がある(詳しくは、第5節参照)。

以上述べてきたファジイ推論法を利用して簡単な一次遅れの系に対するファジイ制御を取り上げてみよう。

#### 3. ファジイ制御

対象とするプラントモデルは時間遅れを有する一次遅れの系で Tdh/dt + h = q、具体的には、 $G(s) = e^{-2s}/(1+20s)$  であるとする。

**編 差: e = (現在値h) - (設定値)** 

偏差の変化分:  $\Delta e = e(k) - e(k-1)$ 

操作の変化分: △q

とする。

山崎ら[4] は一次遅れの系に対するファジイ制御規則を表1のように与えた。この13個の制御規則は e,  $\Delta e$  より $\Delta q$  を評価するもので

e is NB and 
$$\triangle$$
e is Z0  $\Longrightarrow$   $\triangle$ q is PB e is NM and  $\triangle$ e is Z0  $\Longrightarrow$   $\triangle$ q is PM

e is Z0 and  $\triangle$ e is PB =>  $\triangle$ q is NB

を意味する。ここで、NB (負で大)、NM (負で中位)、NS (負で小)、ZO (O位)、PS (正で小)、PM (正で中位)、PB (正で大)は [-6,6] におけるファジイ集合で図2のようであるとする。

偏差e = e。,偏差の変化分 $\Delta$ e =  $\Delta$ e。と確定した値が前提として式(17)に与えられたとき、各制御規則( $i=1,\cdots,13$ )から

表1 ファジイ制御規則

$e^{\Delta e}$	NB	NM	NS	<b>Z</b> 0	PS	PM	PB
NB				PB			
NM				PM			
NS				PS			,
Z0 PS	PB	PM	PS	<b>Z</b> 0	NS	NM	NB
				NS			
PM				NM			
PB				NB			

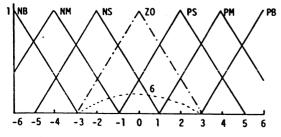


図 2 ファジイ集合(巾₩=6の場合)

 $\mu_{Ci}$ ,  $(\Delta q)$ 

= 
$$\mu_{Ai}(e_{\bullet}) \wedge \mu_{Ri}(\Delta e_{\bullet}) \wedge \mu_{Ci}(\Delta q)$$
 (18)

によって Ci'が得られ(式(14)参照)、式(12)より操作の変化分 $\Delta q$  に対するファジイ集合 C' が求まる。その重み付き重心(16)を求めることにより、実際の操作の変化分 $\Delta q$ 。が決定される。



図3は、ファジイ制御規則を定義しているファ ジイ集合 (図2) の巾W (W=6である) をW= 0.2, 1, 2, 4, 6, 8,10 と変化させた場合に、ど のような制御結果が得られるかを示したものであ る。これより、巾を 0.2, 1 のようにかなり細く した場合、発火する制御規則が極めて少ないため に制御が行われなく、収束しないことがわかる。 (17) 巾を 2, 4 とした場合が一番制御結果がよく、巾 を太く6,8,10としていくとオーバーシュート が大きくなり、収束も遅くなっていく。この原因 として、巾を広くしたために発火する制御規則が 多くなり、操作の反応が鈍くなるためである。こ の傾向は他の実験結果からも観測される。これよ り、ファジイ制御規則を定義するファジイ集合は 適当にオーバーラップしている必要があることが分かる。 ちなみに、最良の制御結果を得ている巾 4のファジイ集合の場合、隣のファジイ集合と高 さ0.5 で交わっていることがわかる。

# 4. ファジイ制御の改善法(種々の統合法による場合)

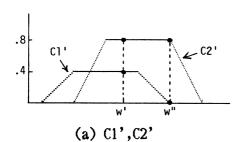
各制御規則から得られたファジイ集合を統合する場合、通常、式(12)の場合のように maxを用いた結びUを使用するが、ここでは、max の代わりに算術平均や双対な幾何平均・調和平均といった平均演算子を用いて統合すると制御結果の改善が見られることを示す。

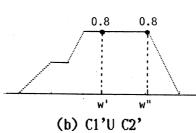
まず、通常のmax を使った結びUの場合を考えてみよう。簡単のために、式(12)の結論C'が

$$C' = C1' \cup C2'$$

のように2つの推論結果 C1',C2'の結びUとして 与えられているものする。

たとえば、図4(a) の C1',C2'の結びUは同図(b) のようになる。ここで、w',w'' での高さは共に同じで 0.8であり、





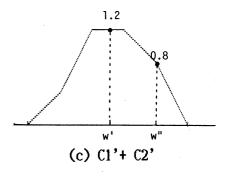


図 4 ファジィ集合 C1',C2'の統合

w'での高さ = 0.4 v 0.8 = 0.8 w"での高さ = 0 v 0.8 = 0.8

より算出される。

ところで、C1'においてw'での高さは0.4 で、w"では 0である。C2'では共に0.8 である。高さを"貢献度"と考えた場合、w'では、0.4 と0.8 の貢献度があるから、w"の0 と0.8 の場合よりも結果的にはw'の方が貢献度が大きいとするのは妥当であろう。このようなことを反映させるには各々の貢献度の足し算を取ることが考えられる(図4(c)参照)。すなわち、

w'の貢献度 = 0.4 + 0.8 = 1.2 w"の貢献度 = 0 + 0.8 = 0.8

とすることにより両者の差を反映させることができる。すなわち、C'は次のように求められる。

$$\mu_{C}$$
,(w) =  $\mu_{C1}$ ,(w) +  $\mu_{C2}$ ,(w)

一般的に、C1',C2',…,Cn'の場合には

$$\mu_{C}$$
,(w) =  $\mu_{C1}$ ,(w) + ··· +  $\mu_{Cn}$ ,(w) (19)

より、C'が求まる。これより、C'の重み付き重心を求めることによりC'の代表値w。が得られる。

ところで、式(16)の重心を求める式において、 $\mu_{C'}$ (w)を定数倍(たとえば、1/n 倍)しても同じ重心w。が得られることがわかる。すなわち、C1', C2',…,Cn'からC'を求めるのに式(19)の代わりに平均を用いてもよいことがわかる。すなわち、

$$\mu_{C}$$
,(w) =  $\frac{\mu_{C1}$ ,(w) + ··· +  $\mu_{Cn}$ ,(w)

$$x \wedge y \le \frac{2}{1/y+1/y} \le \sqrt{xy} \le \frac{x+y}{2}$$
  
【min 】【調和平均】【幾何平均】【算術平均】

$$\leq 1 - \sqrt{(1-x)(1-y)} \leq 1 - \frac{2}{\frac{1}{1} + \frac{1}{1-y}} \leq x \vee y$$
 【双対な  $\frac{1-x}{4} + \frac{1}{1-y}$  幾何平均】【双対な調和平均】【max 】

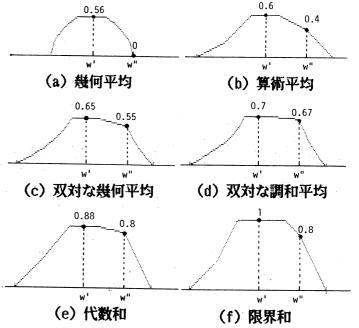


図 5 種々の統合法

これらの演算子を用いて、n個のファジィ集合C1', C2',…,Cn'からC'を統合するとたとえば次のようになる。

$$\mu_{C}$$
, = 1 -  $n\sqrt{(1-\mu_{C1}, \dots (1-\mu_{Cn}, \dots ))}$  【双対な幾何平均】

$$\mu_{\text{C}}$$
, = 1 -  $\frac{n}{\frac{1}{1-\mu_{\text{C1}}}$ , +…+  $\frac{1}{1-\mu_{\text{Cn}}}$ , 【双対な調和平均】

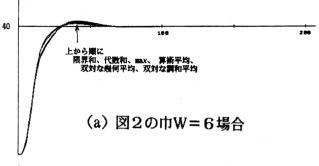
$$\mu_{C}$$
, = 1 - (1- $\mu_{C1}$ ,)····(1- $\mu_{Cn}$ ,) 【代数和】

$$μ_C$$
, = 1  $∧$  ( $μ_{C1}$ ,+ ··· +  $μ_{Cn}$ ,) 【限界積】

【例】図4(a) のファジィ集合 C1',C2'に対して上記の統合法を適用すると図5のようになる。 注:幾何平均や調和平均によっても統合することができる。ただし、2つのファジイ集合が互いに素であれば、統合された結果は空集合となる。

 $C1' \cap C2' = \phi \implies C' = \phi$  となり、いい統合法とはいえない。

以上の各種の統合法の下でのファジイ制御を行ってみると図6のようになる。まず同図(a) は図2のファジイ集合(巾=6)を使用した場合であ



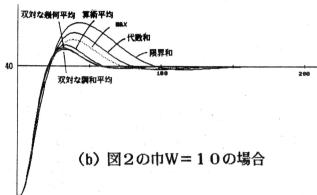


図 6 種々の統合法の下でのファジィ制御

り、結びUの定義方法を変えても制御結果には大 差は見受けられないことがわかる。しかし、ファ ジイ集合の巾を10にした場合には(同図(b))、 平均演算子を用いた場合の方が好結果を得ている ことがわかる。しかし、代数和や限界和を用いた 場合では逆に制御結果は悪くなっていることがう なずける。なお、幾何平均と調和平均を用いた場 合の制御結果は紙面の都合上掲げていないが、収 束しない結果が得られている。

## 5. ファジイ制御の改善法(種々の一点化法 による場合)

先の改善法では、種々の統合法により操作の変化量に対するファジイ集合C'を求め、その重み付き重心を求めることにより実際の操作の変化量とした。

ここでは重み付き重心法以外の種々の"一点化法"(defuzzifier method)による場合の制御結果の比較を行う。

まず、統合されたファジィ集合C'から代表点を 選ぶ一点化法として以下のものがある。

「1」 <u>重み付き重心法</u>: ファジイ集合 C'の重心を代表点w。とする。

$$w_{\circ} = \frac{\sum_{i}^{\Sigma} w_{i} \cdot u_{C}, (w_{i})}{\sum_{i}^{\Sigma} u_{C}, (w_{i})}$$
(22)

「2」<u>最大平均法</u>: ファジイ集合 C'の最大グレ ードを与える要素の平均値を代表点とする[6]。

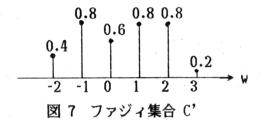
$$w_{o} = \frac{\sum_{j=1}^{m} w_{j}}{m}$$
 (23)

ここで、wi'は最大グレードを与える点であり、 m はその個数を表す。

「3」<u>最大中点法</u>:方法「2」の特別の場合で、最大グレードを与える要素の内、最小の要素 w'と最大の要素w"の中間点を代表値とする[2]。

$$w_{\circ} = \frac{w' + w''}{2} \tag{24}$$

以上3つの一点化法に対しては文献[7] に詳しい検討がなされている。



【例】図7のようなファジィ集合C'に対して上記の一点化法を適用すると次のようになる。

$$w_{\bullet} = \frac{-2x0.4 - 1x0.8 + 0x0.6 + 1x0.8 + 2x0.8 + 3x0.2}{0.4 + 0.8 + 0.6 + 0.8 + 0.8 + 0.2}$$

$$w_0 = (-1 + 2) / 2 = 0.5$$
 <最大中点法>

次に述べる一点化法は、統合されたファジィ集合C'から代表点を求めるものでなく、各制御規則から推論されたファジイ集合 C1',C2',…,Cn'の特性を利用して代表点を求めるものである。

図8は各ファジィ推論規則「Ai and Bi ⇒ Ci」 (i=1,…,n)により推論されたファジィ集合Ci' を表し(式(14)参照)、その高さをhi、面積をSi とする。ただし、高さhiは式(14)より

$$hi = \mu_{Ai}(u_o) \wedge \mu_{Bi}(v_o)$$
 (25)

と与えられる。また、結論部のCiの代表点(たとえば、Ciの中心、Ciの最大グレードを与える点など。方法「1」-「3」参照)をwiとするとつぎのような一点化法が考えられる。なお、面積法はここで新たに提案する方法である。

「4」<u>高さ法</u>:Ciの代表点wiをファジィ集合Ci'の高さhiで荷重平均を取る[6,8]。

$$w_{\circ} = \frac{w1 \cdot h1 + w2 \cdot h2 + \cdots + wn \cdot hn}{h1 + h2 + \cdots + hn}$$
 (26)

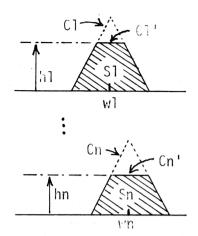


図 8 式(14)による推論結果 Ci'(i=1,…,n)

「5」<u>最大高さ法</u>:高さhi (i=1,…,n) の内で最大の高さ(hj とする) に対する Cj の代表点 wj を代表点とする。

(注)最大の高さが複数個存在する場合、それら に対する代表点の平均をとる。

「6」<u>面積法:Ciの代表点wiをファジィ集合Ci'の面積Siで荷重平</u>均をとる。

$$w_{\circ} = \frac{w1 \cdot S1 + w2 \cdot S2 + \cdots + wn \cdot Sn}{S1 + S2 + \cdots + Sn}$$
 (28)

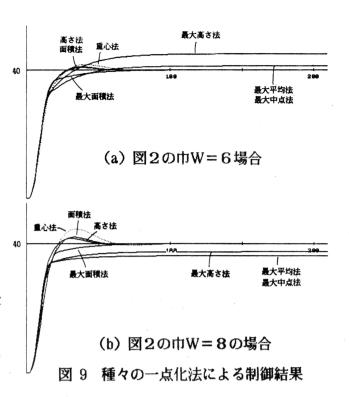
「7」<u>最大面積法</u>:最大面積 Sj に対する Cj の 代表点 wj を代表点とする。

以上7つの一点化法を用いたファジィ制御の比較を行うと図9のような制御結果が得られる。びまた了アジィ集合C'は通常の maxを用いた活のないないないないないないないでは、高さは、面積法ののとは、高さ法、面積法のが結果を得ているといるでは、最大平均法、最大中点を出てがある。最大では大面積法では、最大ではないているだけでの変化分△q。)を決めている傾向があり、きののではは最大の公司に起因している。

#### 6. むすび

本論文および論文[1] で述べてきたファジィ制御の改善法を Mamdaniの方法に限ってまとめてみると以下のようになる。

- (i)各制御規則から推論された複数のファジィ集 合の統合方法(→算術平均演算子がよい)
- (ii) 統合されたファジィ集合の修正(→言語修 飾語 INT, CON を施すとよい)
- (iii)ファジィ集合から代表点を選ぶ一点化法 (→高さ法、面積法がよい)
- (iv) 制御規則を表すファジィ集合(→高さ0.5 で隣のファジィ集合と重なっている)



以上の改善法は、時間遅れを有する一次遅れの系を対象としており、制御規則も表1のものに限定し、またファジィ集合も三角型に限っているため、他の系や他の制御規則に対してもこれらの改善法が有効であるという保証はない。しかし、これらの改善法はファジィ制御器の設計の際に試みる価値は十分にあるものと思える。

## 参考文献

- 1.水本,ファジイ制御の改善法(1),<u>第3回ファジィシステムシンボジウム講演論文集</u>(大阪,6月19-20日),17-22,1987.
- 2.Mizumoto, M., Fuzzy controls under various approximate reasoning methods, <u>Preprints</u> of 2nd IFSA Congress (Tokyo, July 20-25), 143-146, 1987.
- 3. Mamdani, E.H., Applications of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic plant, <u>Proc. of IEEE</u>, <u>121</u>, 1585-1588, 1974.
- 4.山崎・菅野, ファジイ制御, <u>システムと制御</u>, <u>28</u>, 7, 442-446, 1984.
- 5. Mizumoto, M., Pictorial representations of fuzzy connectives (Part I): Cases of t-norms, t-conorms and averaging operators, Fuzzy Sets & Systems (to appear).
- 6.Braae, M.& Rutherford, D.A., Fuzzy relations in a control setting, <u>Kybernetes</u>, 7, 185-188, 1978.
- 7. Yamazaki, T., An Improved Algorithm for a Self-organising Controller, and its Experimental Analysis, Dr. Thesis, University of London, 1982.
- 8.前田,村上,ファジイ論理を用いた自動車追従 制御,第3回ファジィシステムシンボジウム講 演論文集(大阪,6月 19-20日),61-66,1987.

# PIDとFUZZY HYBRID CONTROLLER

市橋秀友 田中英夫
Hidetomo ICHIHASHI and Hideo TANAKA
大阪府立大学工学部
College of Engineering, University of Osaka Prefecture

#### **ABSTRACT**

Though the nonlinear feedback is an advantage of Fuzzy Controller, it is not so easy to see what kind of nonlinear function is obtained by the rules of Fuzzy Controller. This paper aims to illustrate how to simplify the rules and obtain a desired nonlinear function. Some control results by computer simulations of a first order lag system with dead time and an inverted pendulum system are shown.

#### 1. はじめに

ファジィ推論 [1]を用いた制御装置 [2-6]の実用化が産業界に於て進展している。これらのファジィ制御の特徴は、熟練者の経験的知識をファジィ集合を用いて記述した制御ルールとして用いる点にある。従って、現在プロセス制御系に多く用いられているPID制御装置のような線形のフィードバックに限らず、任意の非線形な状態フィードバックを必要とする制御対象に有効であると考えられる。ところが、ファジィ制御に於てどのようにルールを記述すれば、どの様な非線形出力が得られるかは、見通しがつきにくく、パラメータ数も非常に多いためそのチューニングは困難な場合が多い。本研究では、先ず、制御ルールの後件部のファジィ集合を実数値に簡略化してもかなりな範囲の非線形出力が得られることを図的に示す。またPID制御を基本にして、それに非線形性を加えるところにのみルールを適用するPID制御をするにして、それに非線形性を加えるところにのみルールを適用するPID制御をするにあるのででは、先ず、制御のハイブリッド方式を提案する。そしてむだ時間のある一次遅れ系を制御対象とする制御系での定値制御および倒立振子の安定化制御のシミュレーション結果を示す。

## 2、チューニングの容易なファジィ制御器

ファジィ制御では、制御入力から得られる情報、例えば、制御偏差 e 及びその変化率  $\Delta$  e と、制御出力(操作量) u の間の関係を、 I f - - t h e n - - 形式のルール として記述する。即ち、

If e is positive big

and  $\Delta e$  is negative small

then u is positive medium.

などのようなルールを複数用意する。 If --の部分を前件部、 then--の部分を後件部と呼ぶ。 positive big や negative small などは、ルールの記述に用いる入力や出力のファジィ集合(ファジィ数)を表わすラベルである。 実際の制御入力や出力は普通の実数値であることが多いので本研究では、e,  $\Delta$ e, u は、ファジィ数でなく実数値であるとする。

このような制御ルールを用いる推論方式が菅野 [6] によって3つに分類されているが、ここでは、それらのうち M am dan i の方法を基にした推論法と菅野の推論法を用いる。 山崎・菅野 [7] は、制御ルールを表1のように与えている。 e の列と、 $\Delta$  e の行は前件部のラベルであり、 B の内部は対応する後件部 B B のラベルである。 B こで、 B の B で大)、 B の B

Mamdaniの方法Rc [ 1 ] では、上記のルールから得られる結論のファジィ数は、 $\mu$  ( u ) =  $\mu_{PB}$  ( e )  $\Lambda$   $\mu_{NS}$  (  $\Delta$  e )  $\Lambda$   $\mu$  ( u ) (1) となる。ただし $\Lambda$  はm i n i m u m を表わす。ルールは複数あるので、総合した結論T は、u のファジィ数として

 $\mu_T(u) = \mu_1(u) V \mu_2(u) V... V \mu_n(u)$  (2) と求められる。ただし V は m a x i m u m を表わす。またファジィ数 T を確定値にする方法として、重み付き重心を採用すると

$$\mathbf{u} = \frac{\int \mathbf{u} \cdot \mu_{\mathsf{T}} (\mathbf{u}) \, d\mathbf{u}}{(3)}$$

 $\int \mu_{T}(u) du$ 

となる。ここで次の簡略化を行なう。

[簡略化1] 後件部のファジィ数を普通の実数値とする。

この簡略化は、例えば、(1)式の場合に、PM(正で中位)を4とすることで、 メンバーシップ関数  $\mu_{PM}$ (u)は u=4 のとき1 で他は0となる。この簡略化を行な うと(3)式は

$$\mathbf{u} := \frac{\sum_{i=1}^{n} \mu_{i} (\mathbf{f}_{i}) \cdot \mathbf{f}_{i}}{\sum_{i=1}^{n} \mu_{i} (\mathbf{f}_{i})}$$

$$(4)$$

となる。但し $\mathbf{f}$  は後件部の実数値であり、区間 [-6, 6] の間の値である。  $\mu$  は 例えば、  $\mu$  の時 (1) 式から

$$\mu_{PB}$$
 (e)  $\Lambda \mu_{NS}$  ( $\Delta$ e)  $\Lambda$ 1;  $u = f_1$ 

$$\mu_1 (u) = \{0 \}$$
(5)

であり、前件部の適合度合を表わしている。

菅野の推論法では例えば、

If e is positive big

and  $\Delta e$  is negative small

then  $u = f_1(e, \Delta e)$ .

のように、後件部が関数で表わされる。 f 1は普通、線形関数である。上の例ではルールが1個しかないときは、比例要素 e と微分要素 Δ e の線形関数となり位置型の P D 制御器を表現できる。通常は、複数個のルールが与えられるので、総合推論結果は、

$$\mathbf{u} := \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{w}_{i} \cdot \mathbf{f}_{i}}{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{w}_{i}} \tag{6}$$

と求められる。但しwiは例えばwiのとき

$$\mathbf{w}_{1} = \mu_{PB} (\mathbf{e}) \Lambda \mu_{NS} (\Delta \mathbf{e}) \tag{7}$$

であり、確定値eとAeのルール前件部に対する適合度合を示している。

[簡略化2] 菅野の推論法において、後件部の線形関数 f を定数(確定実数値)とする。

この簡略化は、関数  $f_+$  (  $e_+$   $\Delta e_-$ ) を定数項のみにすることで、例えば  $f_+$  = 4 とすることになる。(7)式と(5)式から

$$\mu_{\perp} \left( f_{\perp} \right) = \mathbf{w}_{\perp} \tag{8}$$

であるので、この簡単化を行なうと(4)式と(6)式は等しくなりMamdani方式と 菅野方式は一致する。

山崎らによるファジィ制御では、eや $\Delta e$ 、u、などの変数の値を-6から+6までの値に変換するため、制御器の前後で比例ゲインを必要とするが、簡略化1(または2)では、出力側には不用である。但し、以下で用いるルールテーブル中の値は-6から+6までの値にしてある。簡略化1または2を行なった場合の制御器の出力をPD制御器の出力と共に図2に示す。図2は、比例要素と微分要素の2つからなるPD制御器の出力例であり、eと $\Delta e$ に対応した制御出力uを縦軸にとっている。各変数の変域は区間[-6, 6]としている。簡略化を行なったファジィ制御器で、ルールを表2のように与えると、図2のPD制御器と同じ出力が得られる。

非線形性を持たせるためにルールを表3のように変更すると、出力は図3のようになり、eがNBで $\Delta e$ がPBである近辺で出力を下げ、eがPBで $\Delta e$ がNBの近辺で出力を上げている。このように、表2のルールテーブルを基本に考えてPID制御器に非線形性をもたせることが容易にできる。ファジィ制御の特徴は、2次、3次などの高次関数を用いるよりもずっと簡単に希望する非線形出力を得ることができる点にあると考えられる。

[簡略化4]ルール前件部の適合度合が全てのルールについて低い場合には、PID制御器となるように、ファジィ制御とPID制御のハイブリッド方式にする。

(6) 式に於てPIDの出力をn+1番目のルールとみなして、その適合度合 $W_{n+1}$ を

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{m} \ \mathbf{a} \ \mathbf{x} \ [0, 1 - \sum_{i=1}^{n} \mathbf{w}_{i}]$$
 (9)

と定め、 f n+1を P I D の出力とする。総合推論結果は(6)式による。

以上の簡略化を行い、むだ時間のある一次遅れの系を制御対象とした場合の目標値のステップ状変化に対するインデシアル応答をシミュレーションにより求めた。伝達関数は $G(s) = e^{-Ls}/(1+20s)$  でLはむだ時間である。制御器は速度型とする。速度型PI制御では比例ゲイン、積分項ゲインを用いて $\Delta u$ を求め、ファジィ制御ではルールを用いて $\Delta u$ を求める。ルールは、

If e is PM and  $\Delta e$  is NS

then  $\Delta u$  is 6.

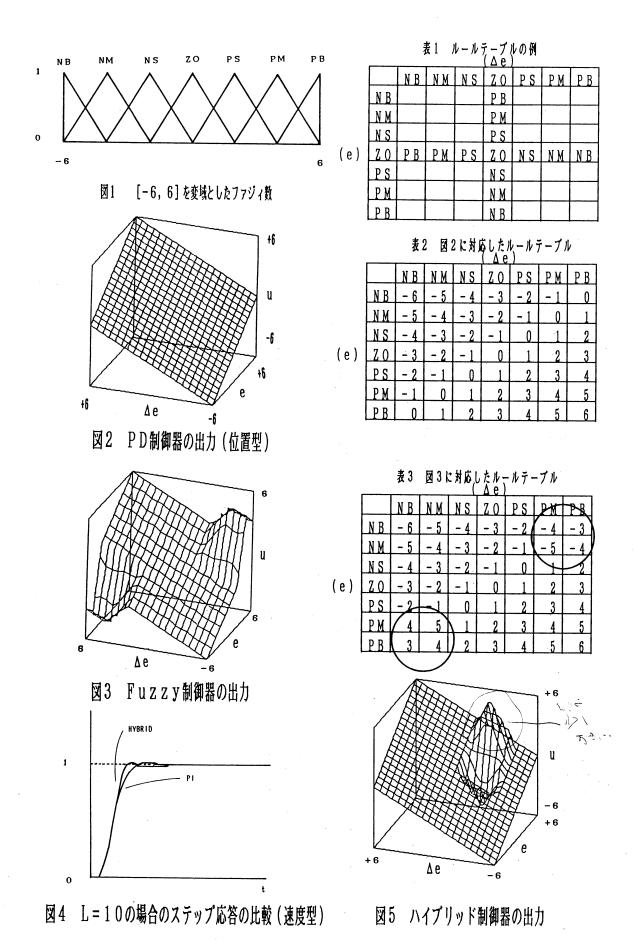
If e is PS and  $\Delta e$  is NS

then  $\Delta u$  is -4.5.

Else

 $\Delta u = 0.05e + 0.84 \Delta e.$ 

と与えた。むだ時間L=10の場合の単位ステップ応答を図4に示す。ルールで、 $\Delta e \acute{n} N B$ のあたりで $e \acute{n} P M$ の時加速し、 $e \acute{n} P S$ となったところで減速させると P I のみの場合に比べてハイブリッド方式の方が、即応性、安定性ともに良好な制御結果が得られた。両者とも行き過ぎ量が2%以内となるように調整した。 $e \& \Delta e$ の値に対応したハイブリッド方式の制御出力を図5に示す。部分的に非線形になっていることがわかる。



-100 -

#### 3. 倒立振子の安定化制御

図6の倒立振子系の数式モデルは、台車の水平方向の位置を y、倒立振子の水平方向の位置を y + L s i n ø,鉛直方向の位置を L c o s ø とすると、倒立振子の重心に関するモーメント、台車および倒立振子に働く鉛直方向および水平方向の力の釣合いから、次のように表わされる。

$$I \frac{d^{2} \phi}{d t^{2}} = V L \sin \phi - H L \cos \phi$$

$$V - m g = m \frac{d^{2}}{d t^{2}} (L \cos \phi)$$

$$H = m \frac{d^{2}}{d t^{2}} (y + L \sin \phi)$$

$$u - H = M \frac{d^{2} y}{d t^{2}}$$
(10)

If  $\phi$  is PB and  $\Delta \phi$  is PB then u is 110 If  $\phi$  is NB and  $\Delta \phi$  is NB then u is -110 If  $\phi$  is ZO and  $\Delta \phi$  is ZO then u = 0.83 $\phi$ +0.02 $\Delta \phi$ +0.8Y+85 $\Delta$ Y.

Else

 $u = 0.83 \phi + 0.02 \Delta \phi + 0.8Y + 38 \Delta Y.$ 

3つ目のルールは系が線形の場合( $\phi = 0$ )に線形の状態フィードバック(例えば最適レギュレータ)を用いることを表している。前から2つのルールは、 $\phi$ が大きすぎて振子が倒れるのを防ぐためのものである。図7と図8にシミュレーションの結果を示す。回転している振子に各々5秒後と6秒後からコントローラを働かせたものである。図9と10は $g = 9.8 \text{m/s}^2$ として下向きの状態から立せたもので $|\phi| > 90$ のときにも簡略化1を行った3つのルール(紙面の都合で省略)を与えている。

#### <参考文献>

- [1]水本:種々のファジィ推論法-If...then...の場合-,電子通信 学会論文誌,J64-D, 5,379/386,1981
- [2] M. Sugeno: An Introductory Survey of Fuzzy Control, Information Science, 36,59/83,1985
- [3] E.H.Mamdani: Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant, Proc. IEEE, 121, 12, 1585/1588, 1974
- [4] 柳下、伊藤、菅野:ファジィ理論の浄水場薬品注入制御への応用、システムと 制御. 28,10,597/604,1984
- [5]安信、宮本、井原 : Fuzzy制御による列車定位置停止制御への応用、システ

ムと制御. 28,10,597/604,1984

- [6]寺野、浅居、菅野、共編 : ファジィシステム入門, オーム社、1987
- [7]山崎、菅野 : ファジィ制御、システムと制御 28,7,442/446,1984
- [8] M.Mizumoto: Fuzyy Control Under Various Approximate Reasoning Methods Preprints of Second IFSA Congress, 143/146, 1987

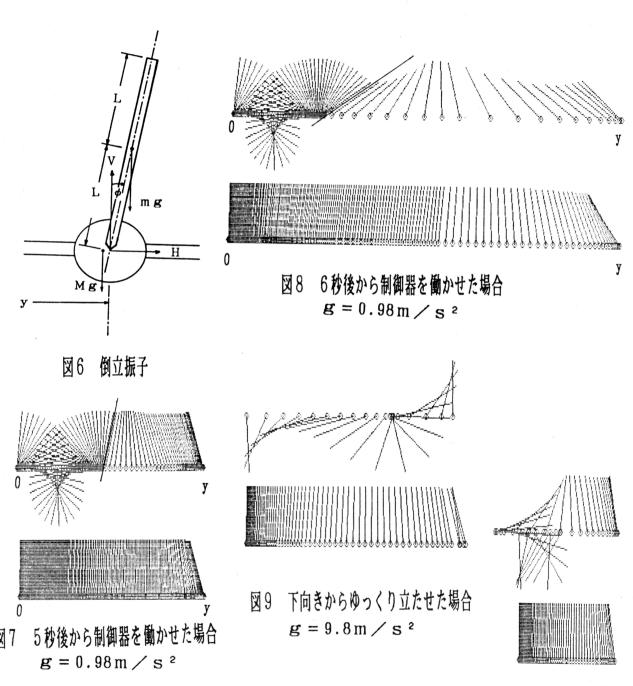


図10 下向きからいきなり立たせた場合  $\mathbf{g} = 9.8 \,\mathrm{m} / \mathrm{s}^2$ 

# ファジィ制御の安定問題

Stability of Fuzzy Control Systems

寺野寿郎増井重弘森史人T. TeranoS. MasuiF. Mori

#### 法政大学 工学部

Faculty of Engineering, Hosei University

#### Abstract

Phase plane is most suitable for analyzing the stability of fuzzy control systems. We consider both the nonlinearity of fuzzy control rules and the dynamics of controlled systems represented by difference equation. A phase plane is divided into some areas where the outputs of controller are expressed with linear functions approximately, and then the stability in each area is checked. As the result, we obtain a map which shows the stability distribution on the phase plane. The examination of the stability, the check of existance of limit cycle, the identification of control rules whith effect on the stability, and the improvement of performance are easily done by inspecting this map. As an example, the stability of fuzzy control of a bulldozer is analyzed.

#### 1.はじめに

ファジィ制御の手本となる人間の制御動作には、フィードバック的なものとフィードフォワード的なものとがあるが、そのうちで安定に関係するのは前者である。フィードバック系では時間遅れが大きく、フィードバックゲインが大きいときに通常不安定となるが、ファジィ制御でもその原則は変わらない。ただし、ファジィ制御のルールは数式で表現すれば非線形なので、非線形安定問題として扱わなければならない。位相面解析はこれに便利な方法であるが、2次遅れ以上の系に使えない点に問題がある。高次遅れ系をむだ時間+1次遅れで近似すれば2次の差分方程式となるので、一応位相面を利用できる形になる。ただ、位相面解析が有効なのは微分方程式で表される連続的な系であって、差分方程式ではない。サンプル値制御の非線形問題は、ほとんど研究されておらず、ここでも近似的な結果を得るのが目的である。

## 2. 制御対象の動特性と線形安定判別

ファジィ制御系は全体として非線形であってもよいが、問題を分かりやすくするため、ここでは制御対象は線形で時間的な遅れがあり、制御ルールは非線形だが遅れはないものとする。 そして非線形な特性をいくつかの部分に分割し、それぞれの部分特性を線形近似する。こうすると分割された内部では制御系は線形となり、いくつかの線形系が集まって全体を構成していることになる。 いまその1つを次のように表す。

$$A_{0}Z_{n+2} + A_{1}Z_{n+1} + A_{2}Z_{n} = 0$$
 (1)

ただし、A: は定数で、n は整数(サンプル時刻)である。 このとき安定条件は次のようになる。

$$A_{\theta} + A_{1} + A_{2} > 0$$
 $A_{\theta} - A_{2} > 0$ 
 $A_{\theta} - A_{1} + A_{2} > 0$ 
(2)

#### 3. ファジィ制御ルール

各制御ルールは位相面上の部分に制御出力を割り付ける役をする。2値論理制御では各部分の境界ははっきりしており、その出力は定数である。従って、境界では出力が不連続になるので境界の部分を一つの狭い区間と考え、きわめてゲインの大きい比例部分として線形近似する必要がある。Fig. 1はそれを示したものである。

ファジィ制御では推論の方法によって出力の形が多少異なるが、2値論理制御に比べるとその変化が滑らかなので、境界のゲインはそれほど大きくならない。言い替えると、ファジィ制御は2値論理制御に比べて無理な動作が少ない。Fig. 2にその1例を示す。ファジィ制御でもMamdani氏の例のように出力を多値にすると、Fig. 3に示すように境界が不連続になるので注意を要する。

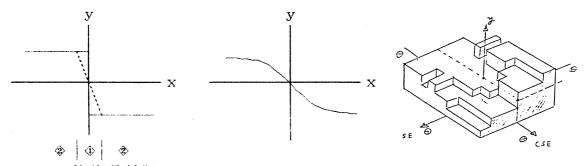


Fig.1 2 値論理制御

Fig.2 Fuzzy制御 Fig.3 Mamdani氏の例

#### 4. マクロ安定判別とリミットサイクル

前節で述べた部分的線形性と(2)式を用いて、各区画における安定判別を行う。これによって全位相面を安定・不安定の領域に分割できる。そしてその配置によって制御系の挙動を次のように大ざっぱに判別することができる。

- (1)全領域が安定ならば系は漸近安定である。
- (2)全領域が不安定ならば系は不安定である。
- (3) 原点が不安定領域にあり、その外側の | Z | の大きいところが安定領域であるならば、安定なリミットサイクルが存在する。
- (4)原点が不安定領域にあり、 | Z' | の大きいところが安定な場合は、不安定部の性質によって系が不安定になったり、安定なリミットサイクルが存在したりする。

(5) 原点が安定領域にあり、その外側を不安定領域が取り巻いているならば、不安定な リミットサイクルが存在する。

#### <u>5. ブルドーザのファジィ制御例</u>

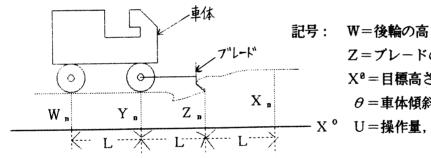
制御対象としてFig. 4 のブルドーザの整地作業のシミュレーションを取り上げた。

ブルドーザの整地作業は、一般に非常に難しく、熟練した操作手が行っているのが現状である。その原因の一つに、ブルドーザーの特性が車体の角度によってブレード高が変わってしまい、かつ高次遅れ系であるためである。このシミュレーションでは、2次の差分方程式に近似して行った。

## 5.1 仮定と記号

仮定: (1) ブレードと前車輪の間隔は前後車輪間隔(L) に等しい。

- (2) 車速は一定で単位時間にしだけ進む(スリップ零)。
- (3) 土移動量はブレードの1つ前の地高だけを変化させる。
- (4) ブレードアームの角度変化は小さい。
- (5)制御は目標地高と、前輪・後輪の高さの差を検知し、ブレード高を 操作することによって行う。
- (6) ブルドーザは無限大の力があるとする。



記号: W=後輪の高さ, Y=前輪の高さ,

Z=ブレードの高さ、X=未整地高さ、

X<sup>8</sup>=目標高さ, H=土移動量,

 $\theta =$  車体傾斜角, L = 車輪間隔,

U=操作量, n=時刻(整数)

Fig.4 制御対象のブルドーザ

#### 5.2 ブルドーザの特性(静的関係)

ブレード高

$$\theta_{n} = (Y_{n} - W_{n}) / L \tag{3}$$

$$Z_{n} = Y_{n} + L \theta_{n} + U_{n} = 2 Y_{n} - W_{n} + U_{n}$$
(4)

土移動量

$$H_n = 0$$
 for  $Z_n > X_n$   
 $H_n = a (X_n - Z_n)$  for  $Z_n < X_n$  :  $a = 1$  (5)

5.3 ブルドーザの特性(動的特性)

ブルドーザ前輪:  $Y_n = Z_{n-1}$  for  $Z_{n-1} < X_{n-1}$ 

$$Y_n = X_{n-1}$$
 for  $Z_{n-1} > X_{n-1}$  (6)

ブルドーザ後輪: 
$$W_n = Y_{n-1}$$
 (7)

未整地高 :  $X_{n+1} = X^{0}_{n+1} + a (X_{n} - Z_{n})$  for  $X_{n} > Z_{n}$ 

$$X_{n+1} = X_{n+1}^{0}$$
 for  $X_{n} < Z_{n}$  (8)

#### 安定判別

(2) 式により(9)式の安定判別を行った。

$$Z_{n+2}-2Z_{n+1}+Z_{n} = 0$$

$$1-2+1=0$$

$$1-1=0$$

$$1+2+1>0$$
(10)

式(11)より分かるように、ブルドーザは、本質的に不安定であり、安定化のためには、制御が必要である。

#### 5.4 ファジィ制御ルール

入力に目標地高から前輪、高輪の高さを検出し、出力はブレード高乙1,+2を上下させる。

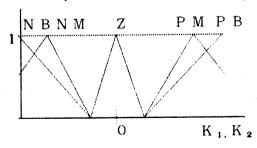
 $K_1$ : 目標地高からの前輪の高さ  $(Z_{n+1})$ 

 $K_2$ : 車体角度  $(Z_{n+1}-Z_n)$ 

ルール

一例として、ブルドーザのシミュレーションに下記のルールとFig. 5 のメンバーシップ関数により、制御を行った。

if  $K_1$  is PB and  $K_2$  is PB then  $U_n$  is NB and  $K_2$  is Z then  $U_n$  is NMif K is PBand  $K_2$  is PB then  $U_n$  is NM is Z if K<sub>1</sub> is Z and K<sub>2</sub> is Z then U<sub>n</sub> is Z if K<sub>1</sub> and  $K_2$  is NB then  $U_n$  is PM is Z if K<sub>1</sub> is NB and  $K_2$  is Z then  $U_n$  is PMif K<sub>1</sub> and K<sub>2</sub> is NB then U<sub>n</sub> is PB if K<sub>1</sub> is NB

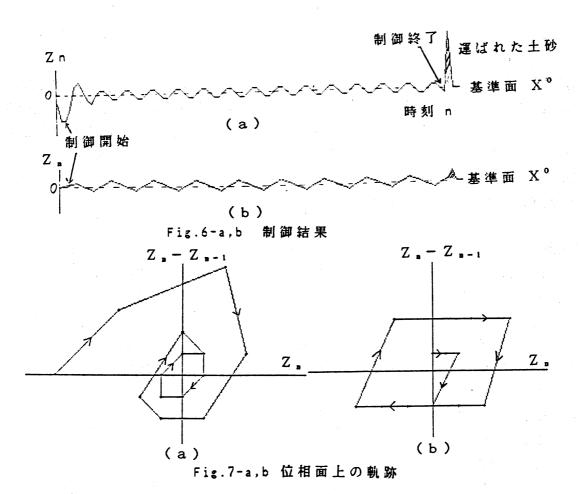


メンバーシップ関数はある程度、 $K_1$ ,  $K_2$ の値が大きい(小さい)とき発散回避を第一とする値に設定した。Fig.5

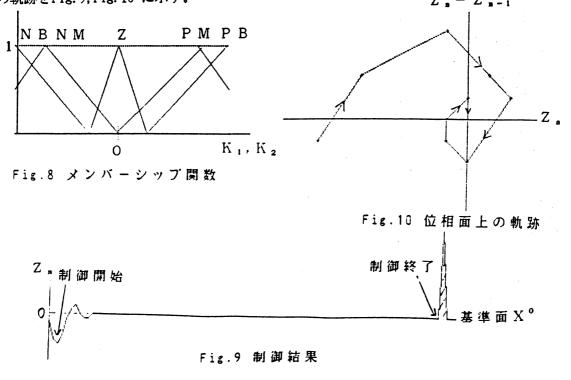
Fig.5 メンバーシップ関数

#### 5.5 位相面解析

上記ルールにより制御すると初期条件によってFig.6-a,b のような結果を示す。又、その位相面上の軌跡をFig.7-a,bに示した。これから分かるように、いずれもリミットサイクルが生じている。



5. 3で述べた特性からわかるように、ブルドーザは本質的に不安定である。5. 4のファジィルールで制御した結果Fig.5 のように、不感帯があるため4で述べた(3)のケースに当り、安定なリミットサイクルが存在することが、位相面解析によって分かる。そこで次に、Fig.5 のメンバーシップ関数をFig.8 のように変え、制御を行った。その制御結果と位相面上の軌跡をFig.9, Fig. 10 に示す。



## 6. 結論

ファジィ制御は論理制御であるから、本質的に非線形である。一方、その安定性を知ることは設計者にとってきわめて重要で、これまでメンバーシップ関数を調節したり、ルールを追加・削減したりして、安定な系を実現することに努力してきたが、理論的な根拠に乏しく試行錯誤の域を出なかった。本研究は位相面解析を利用することによってファジイ制御の安定性をマクロに把握できることを示した。この分析方法によって、どのルールが安定に寄与し、あるいは安定を阻害しているかが明白に分かり、設計が容易になる。さらにこれをブルドーザのファジィ制御に応用して特性改善の指針を示した。

#### 参考文献

1) E.H. Mamdani: Fuzzy Logic Working Group Report 1: Queen Mary College, 1974

2) 寺野:システム工学入門 -あいまいな問題への挑戦- ; 共立出版 '85

3) 寺野, 浅居, 菅野 : ファジィシステム入門 ; オーム社 '87

4) 平井, 池田 : 非線形制御システムの解析 ; オーム社 '86

5)河内、松崎 :ブルドーザによる平面掘削の自動化 ; 日本機械学会論文集

(第3部) 621,878,2:621,52

6) E. I. Jury (森、他訳): サンプル値制御 : 丸善'62

7)越崎、後藤 : レーザによるブルドーザのブレード制御装置

;小松技報 第22巻 第4号 P259-P266

8) 大坪 : ブレードの非線形制御方式 : 小松技報 第22巻 第2

号 '76 P134-P142

# ファジィ状態メモリ回路

fuzzy state memory circuits

白井 雄二 Yuji Shirai 佐々木 守 上野 文男 Mamoru Sasaki Fumio Ueno 井上 高宏 Takahiro Inoue

(八代 高専)

( 熊本大学 工学部

Yatsushiro National College of Technology

Faculty of Engineering, Kumamoto University

#### Abstract

The kind of 64 fuzzy state memorys can be constructed using one of the fuzzy product functions and one of the fuzzy sum functions with 6 on-off switches.

Those many combinations of product functions and sum functions are considered, and it is the simple circuit in current mode that the using bounded product function and bounded sum function.

# 1. まえがき

大小関係のあるファジィ論理演算と6個の0または1が切り替えできるスイッチにより、3つのファジィ入力に対して64通りの状態が記憶できるファジィ状態メモリが構成できる。

本論分では大小関係のあるファジィ論理演算の組合せによる種々の状態メモリについて考察し、その中でMIN、MAXによる状態メモリと限界積、限界和による状態メモリ回路を電流ミラーを用いて構成した。限界積、限界和を用いた回路は非常に回路構成等が簡単になる。

# 2.ファジィ論理関数の大きさ関係

大小関係のファジィ論理演算には、小さい方から積演算では、激烈積(drastic product, DP)、限界積(bounded product, BP)、代数積(algebraic product, AP)、論理積(logical product, MIN)があり、和演算として論理和(logical sum, MAX)、代数和(algebraic sum, AS)、限界和(bounded sum, BS)、激烈和(drastic sum, DS)の計8つの演算がある。これらの2入力変数x、yによる定義は、

激烈積 
$$x (y=1)$$
  
DP(x, y)=xAy={y (x=1)  
O (x, y≠1)

限界積

BP 
$$(x, y) = x \odot y = 0 \lor (x + y - 1)$$
 (2)

代数精

$$AP(x, y) = x \cdot y = xy$$
(3)

論理積

$$M I N (x, y) = x \wedge y$$
 (4)

論理和

$$M A X (x, y) = x \vee y \tag{5}$$

代数和

AS 
$$(x, y) = x + y = x + y - x y$$
 (6)

限界和

$$BS(x, y) = x \oplus y = 1 \wedge (x + y)$$
(7)

激烈和 
$$x (y=0)$$
  
DS(x, y) = x  $\forall$  y = {y (x=0)  
1 (x, y  $\neq$  0)

これらの大きさ関係を式(9)に示す。

$$x \wedge y \leq x \odot y \leq x \cdot y \leq x \vee y \leq x \wedge y \leq x + y \leq x \oplus y \leq x \forall y$$
 (9)

これらの演算の組合せでいろいろな状態が表現できる。これらの演算を組み合わせてある状態を記憶できる回路を構成して状態メモリ回路と呼ぶことにする。

積と和の演算の組合せとしては、 積和と和積がある.

この変数の1つをxとすれば、その変数xと補である(1-x)のどちらかが変数として入ることによっていろいろな状態が構成できる。

前記8つのファジィ論理演算のうち代数積と代数和は乗算を行うために、計算が複雑になるとともに演算時間も遅くなり、2次曲線の関数となる。

また激烈積と激烈和の演算は変数が 0 または 1 の境界のところのみの変化なのであまり価値がない。

そこで利用できる関数は限界積(BP), 論理積(MIN), 論理和(MAX), 限界和(BS)の4つとなり各々の演算による積和と和積の組合せは、8つとなる。

# 3.ファジィ状態メモリ

積演算では最大のMINと和演算では最小のMAXによる演算は、一般的な演算として利用されている。そしてこの2つの演算を用いた状態メモリは立体的に対称的な状態を表現する。

限界積と限界和による状態メモリは、電流モードにおいて和と差が簡単に構成できるため回路構成が非常に簡単になる。そこでこれらの構成として以下の8種類の 構成について検討を行った。

まず積和 (MIN-MAX) による形は,

$$(x \lor y) \land (y \lor z) \land (z \lor x)$$

$$(x \oplus y) \odot (y \oplus z) \odot (z \oplus x)$$

$$(x \lor y) \odot (y \lor z) \odot (z \lor x)$$

$$(x \oplus y) \land (y \oplus z) \land (z \oplus x)$$

$$(10)$$

$$(12)$$

和積(MAX-MIN)による形は、

$$(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$$

$$(x \otimes y) \oplus (y \otimes z) \oplus (z \otimes x)$$

$$(x \wedge y) \oplus (y \wedge z) \oplus (z \wedge x)$$

$$(x \otimes y) \vee (y \otimes z) \vee (z \otimes x)$$

$$(14)$$

$$(15)$$

$$(16)$$

$$(17)$$

これらの変数の位置を区別するために式(10)から式(17)全ての式とも、各々の変数を各式の変数の順番に $x_1$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $x_2$ とする。これらの変数に例えば $x_1$ はxか1-xが代入されることによりいろいろな状態が表現できる。他の変数 $y_1$ ,  $z_1$ ,  $x_2$ ,  $y_2$ ,  $z_2$ についても同様にy, z, xの変数か補である1-y, 1-z, 1-xが代入される。そこで、どの変数を補にするかの位置の区別をするため、本論文では、変数の順番を $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ ,  $x_2$ ,  $y_2$ ,  $z_2$ にして補にする変数のところに1を立て他は0を立てる。

即ち $x_1 = x$  (0),  $y_1 = 1 - y$  (1),  $z_1 = z$  (0),  $x_2 = 1 - x$  (1),

 $y_2 = y$  (0),  $z_2 = z$  (0)とすれば, 0 1 0 1 0 0 (この値が2進数とすれば十進数では20)となり、式(9)は、

$$(x \lor \overline{y}) \land (y \lor z) \land (z \lor \overline{x})$$

$$x_1 \quad y_1 \quad y_2 \quad z_1 \quad z_2 \quad x_2$$
となる. (18)

そこでこの式をMIN-MAX20(MIN-MAXによる状態20)と表記する。そこでこれらの状態は、0000002( $0_{18}$ )から1111112( $63_{18}$ )の合計64種類となり、6個の0か1(変数そのままか、その変数の補)に切り替えられるスイッチがあれば良いことになる。

例として状態26と状態51の各々の出力状態を図1と図2に示す。

# 4. 限界差式

これらの構成を電流モードに適した限界差式を用いて表現する。 まず、xとyの限界差をzとし、

$$z = x \ominus y = \left\{ \begin{array}{ll} x - y & (x > y) \\ 0 & (x \le y) \end{array} \right. \tag{19}$$

2 入力変数 x, y の M I N (∧), M A X (∨), 限界積(B P, ⊙), 限界和(B S, ⊕)を限界差式で表すと,

$$M I N (x, y) = x \ominus (x \ominus y) = y \ominus (y \ominus x)$$
 (20)

$$MAX(x, y) = x + (y \ominus x) = y + (x \ominus y)$$
 (21)

$$BP(x, y) = (x + y) \ominus 1$$
 (22)

$$BS(x, y) = 1 \ominus (1 \ominus (x + y))$$
 (23)

となる。但しM I N E M A X は変数を交換できるので式(21)と式(22)のように2つの式ができる。

3入力変数x, y, zのMIN, MAX, BP, BS, を限界差式で表すと,

$$MIN(x, y, z) = z \ominus (z \ominus (x \ominus (x \ominus y)))$$
 (24)

$$M A X (x, y, z) = z + ((x + (y \ominus x)) \ominus z)$$
 (25)

BP(x, y, z) = 
$$(x + y + z) \ominus 2$$
 (26)

BS 
$$(x, y, z) = 1 \ominus (1 \ominus (x + y + z))$$
 (27)

となる.

2入力変数の時と同様にMIN, MAXは変数の交換ができるので他にも多くの式ができるとともに同じ変数が複数個必要となる.

一方BP, BSはx1~xnのn変数の場合,

BP 
$$(x_1, x_2, \cdot \cdot x_n) = (x_1 + x_2 + \cdot \cdot x_n) \ominus (n-1)$$
 (28)

BS 
$$(x_1, x_2, \cdot \cdot x_n) = 1 \ominus (1 \ominus (x_1 + x_2 + \cdot \cdot x_n))$$
 (29)

となり、BP, BSは変数の数が増えてもBPは和の部分の数が増えると同時に限界差する定数が変数の数 -1となるだけ、BSの式は和の部分の変数の数がふえるだけの非常に簡単な式となり、回路構成もそれと同様に簡単になる。

# 5.ファジィ状態メモリ回路

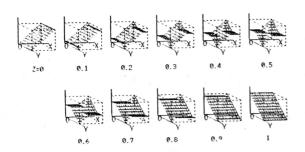
ファジィ状態メモリの実際の回路として式(10)と式(11)について示す。式(10)より

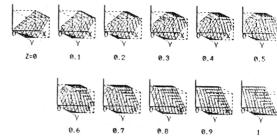
 $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{y}_1) \wedge (\mathbf{y}_2 \vee \mathbf{z}_1) \wedge (\mathbf{z}_2 \vee \mathbf{x}_2)$ 

各々のMAXは、式(21)よりそれぞれ $x_1+(y_1 \ominus x_1)$ 、 $y_2+(z_1 \ominus y_2)$ 、 $z_2+(x_2 \ominus z_2)$ となり、これら3つの値のMINをとるため式(24)に代入すれば

# MIN-MAX26

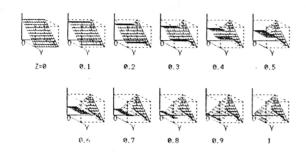
## BP-BS26

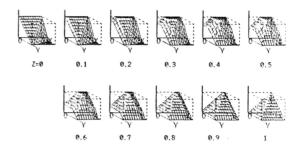




#### MIN-MAX51

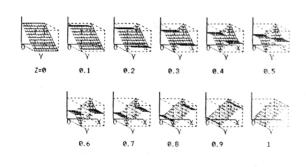
BP-BS51

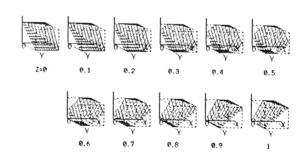




## MAX-MIN26

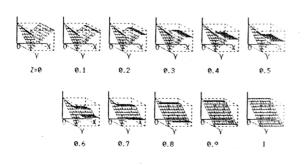
BS-BP26





# MAX-MIN51

BS-BP51



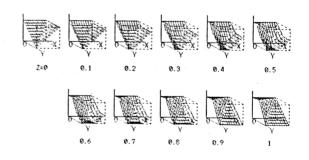
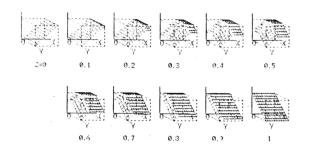
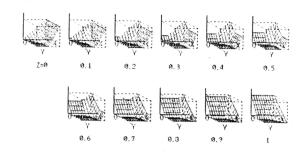


図1 ファジィ状態メモリの図(1)

## BP-MAX26

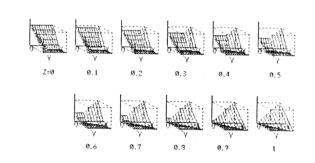




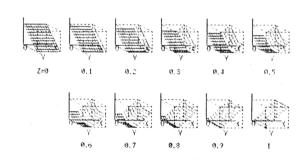
MIN-BS51

Z=0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5

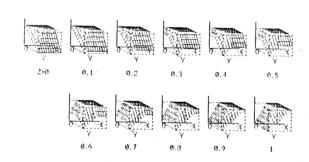
BP-MAX51



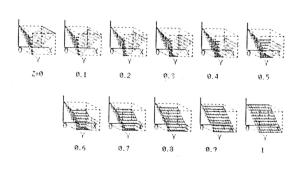
MAX-BP26



BS-MIN26



MAX-BP51



BS-MIN51

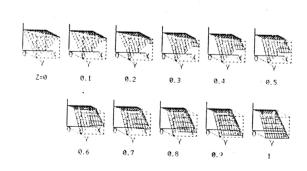


図2 ファジィ状態メモリの図(2)

式(10)の状態メモリの回路が構成できる。 複数の電流はPNPトランジスタアレーにより作る。

一方式(11)より

 $(x_1 \oplus y_1) \odot (y_2 \oplus z_1) \odot (z_2 \oplus x_2)$ を限界差式で書くと式(23)と(26)より、

$$((1 \ominus (1 \ominus (x_1 + y_1))) + (1 \ominus (1 \ominus (y_2 + z_1))) +$$

$$(1 \ominus (1 \ominus (z_2 + x_2)))) \ominus 2$$
 (30)

となる. この式から限界差の性質を利用して式が簡単になり, 以下の式のように簡単な式になる.

$$(1 \ominus ((1 \ominus (x_1 + y_1)) + (1 \ominus (y_2 + z_1)) + (1 \ominus (z_2 + x_2)))$$
(31)

これらの回路を図3と図4に示す.

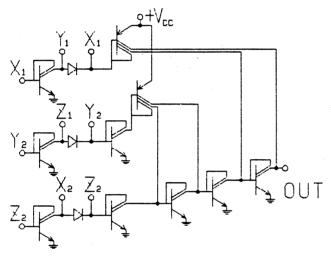


図3 MIN-MAX回路 $(x \lor y) \land (y \lor z) \land (z \lor x)$ 

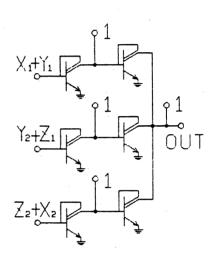


図 4 B P - B S 回路  $(x \oplus y) \odot (y \oplus z) \odot (z \oplus x)$ 

# 6. むすび

積演算と和演算によるファジィ状態メモリを考察してみたが大小関係のある演算 では一般的なMINとMAXによる演算が多彩な状態を記憶できることが分かった。

しかし電流モードによるMIN, MAX演算は、入力電流が複数必要で回路構成が限界積と限界和を用いた回路より複雑となり、入力から出力までに通過するトランジスタの数が多くなり時間遅れが大となる。

一方限界積と限界和を用いた演算は"1"や"0"の状態が多いが回路が簡単になり、時間遅れも少なくなる等の特徴がある。

積和と和積の演算はそれぞれ特徴がありまた、ある条件では同一の状態となるが 6個のスイッチにより64通りの多彩な状態が簡単に構成できる。

#### 文 献

- (1)水本雅晴: "Fuzzy論理とFuzzy推論",数理科学, No. 284, pp. 10-18 FEBRUARY 1987 特集/ファジィ論理と応用
- (2)白井,上野,井上:"電流モードによるファジィ論理のメンバーシップ関数回路の一構成方法",信学論(C),J69-C,9,pp.1200-1206(昭61-09)
- (3) 廣田,小沢,"Min, Max演算によるファジィフリップフロップ回路の実現", 第3回ファジイシステムシンポジウム講演論文集,No.36,pp.223-228 1987

# ディジタル近似による ファジィフリップフロップ

Fuzzy Flip-Flop Circuit

Using Digital Technique

廣田 薫、小沢 和浩・・

Kaoro HIROTA and Kazuhiro OZAWA

- \* 法政大学工学部電気工学科計測制御専攻
- \*\* 法政大学大学院工学研究科電気工学専攻
- \* Dept. of Instrument & Control Eng., College of Eng., Hosei Univ.
- \*\* The Hosei Univ. Grad. School, Eng., Division, Electeic Eng.

#### Abstract

Min Max type fuzzy flip-flop hardware circuit which is an extended form of binary J-K flip-flop is presented using C-MOS digital IC's. In this circuit, the fuzzy information which is expressed by 4bit is processed in parallel. The access time is the same as two periods of the clock pulse. Based on this idea, the possibility of the fuzzy memory modules which can store the membership function information defined on a finite universe of discourse is proposed.

## 1. 序論

近年、ファジィ制御やファジィエキスパートシステム等におけるファジィ情報の高速処理を目的としたファジィコンピュータの実現に向けて、各種ファジィ演算を直接ハードウェアレベルで実行するプロセッサがいくつか提案され既に実現されている<sup>1)</sup> 2)3)、またその記憶素子に関する研究も行なわれている<sup>4)5)6)</sup>。

我々は、以前に二値論理を基に構築された現在の電子計算機の記憶素子のなかで最も基本的な J-K フリップフロップの特性方程式をファジィ論理の基本演算である ファジィ否定、t-norm、s-norm を用いて、二値論理からの拡張を行い、セット型、リセット型ファジィフリップフロップとして定義した $^{5}$  。その中でも特に  $1-\cdot$ 、Min、Max の系により記述されるファジィフリップフロップは、セット型、リセット型が統一され一つの基本方程式として表現されることが証明され、二値J-Kフリップフロップの素直な拡張となっていることも明かとなった。

本研究は、このMin Max型ファジィフリップフロップについて、[0,1]で与えられるファジィ情報を[0000,1111]の16値にディジタル近似し、回路の集積化に備えC-MOS I Cを用いて回路構築を行なったものである。さらに、その応用例としてメンバーシップ

関数の記憶及び反転の動作が実現可能な回路構成についても述べる。

#### 2. MinMax型ファジィフリップフロップの定義

J-Kフリップフロップ回路の出力特性を表す特性方程式(2-1)に二重否定、ド・モルガン律、二重否定、分配律を順次適用すると式(2-2)が得られる。

$$Q(t+1) = J(t) \overline{Q(t)} + \overline{K(t)} Q(t)$$
 (2-1)

$$Q(t+1) = \overline{J(t)} K(t) + \overline{J(t)} \overline{Q(t)} + Q(t) K(t)$$
 (2-2)

さらに、ド・モルガンの法則を適用することによって、

$$Q(t+1) = \{J(t) + \overline{K(t)}\} \{(J(t) + Q(t))\} \{\overline{K(t)} + \overline{Q(t)}\}$$
(2-3)

と変形し、ファジィ否定、t ノルム、s ノルムを用いてファジィへの拡張を行なうと (2-4) 式が得られる。

$$Q(t+1) = \{J(t) \otimes K(t)^{\oplus}\} \oplus \{J(t) \otimes K(t)\} \oplus \{K(t)^{\oplus} \otimes Q(t)^{\oplus}\}$$
 (2-4)

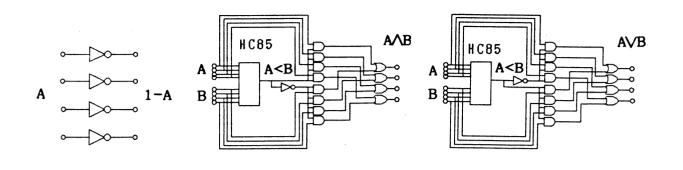
J(t)=0, K(t)=1のリセット入力に対する出力値Q(t+1)=0とJ(t)=1, K(t)=0のセット入力に対する出力値Q(t+1)=1がともに実現され、また、J(t)=0, K(t)=0の入力に対しては、現在の出力値Q(t)を保持し、J(t)=1, K(t)=1の入力に対しては、反転の動作を行うことから、二値J-Kフリップフロップの素直な拡張となっていることが分かる。 ここで、ファジィ否定、t ノルム、s ノルムとして、1からの差、Min、Maxの演算を用いると、式 (2-5)が得られる。

$$Q(t+1) = \{J(t) \lor (1-K(t))\} \land \{J(t) \lor Q(t)\} \land \{(1-K(t)) \lor (1-Q(t))\}$$
(2-5)

これをMin Max型ファジィフリップフロップの定義式とする。この入出力特性については、既に明かにしているで、。

#### 3. ディジタル近似によるファジィゲート

MinMax型ファジィフリップフロップの回路化のため、ファジィ情報の否定演算(1-・)、Min、Max演算を行うファジィゲート素子を考える必要がある。ここでは、演算の高速化を計るため[0、1]で与えられるファジィ情報を[0000,1111]の16値でディジタル近似をして表現することにする。4bitデータのファジィ否定はそのビット毎の補数表現をとれば良い、従ってNOTゲートを4つ用いれば実現可能である。また、Min、Maxゲートについても4bitマグニチュードコンパレータを用いれば容易に実現される。これらのファジィゲート素子を図3.1(a)~(c)に示す。



(a) 1からの差

(b) Minゲート

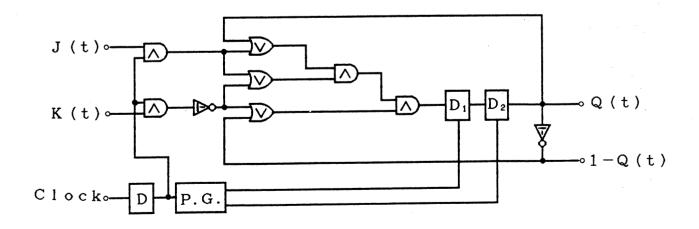
(c) Maxゲート

図 3.1 4 bit表現によるファジィゲート素子

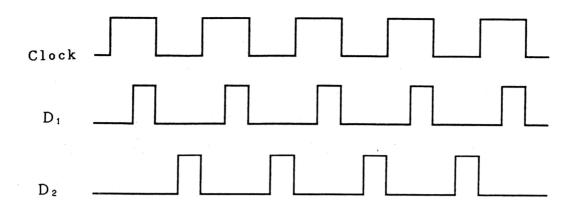
ここで、Min、Maxゲートは基本的には同一の回路構成であり、1つのNOTゲートの位置を変えるだけでMin、Maxのどちらにも使用可能である。このように4bitのデータを並列に同時処理することにより演算の高速化が計られることになる。

## 4. MinMax型ファジィフリップフロップ回路の製作

(2-5)式で与えられるMinMax型ファジィフリップフロップの定義に基ずき、3. で述べたファジィゲート素子を用いると、クロック同期式のMinMax型ファジィフリップフロップ回路が構成される。ファジィゲートレベルでの回路図を図3. 2に示す。クロック端子に入力された信号は分周され、その信号を基にして二つのラッチ回路のタイミング信号が作られる。前段の二つのMinゲートを通して、クロック信号がhigh状態のとき入力値J(t)、K(t)が回路内部に伝えられ、二つ目のラッチ回路に保持されているQ(t)及び1-Q(t)とともに演算を行い、新たな出力値Q(t+1)及び1-Q(t+1)が一つ目のラッチ回路に蓄えられる。その後、この信号が二つ目のラッチ回路に移され次の演算に備える。



(a) ディジタル近似によるファジィゲート素子を用いたMinMax型ファジィフリップ フロップ回路



(b) MinMax型ファジィフリップフロップ回路の動作タイミング

図4.1 ディジタル近似によるファジィフリップフロップ回路

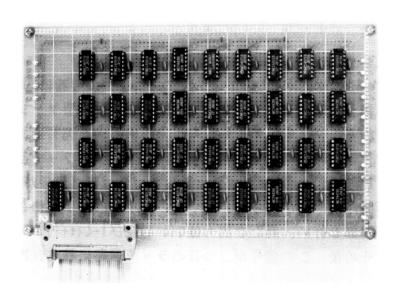
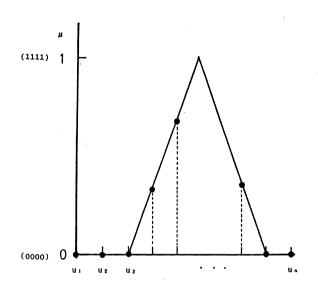


写真4.1 ディジタル近似によるMinMax型ファジィフリップフロップ

5. ファジィフリップフロップを用いたメンバーシップ関数の記憶及び反転出力 ファジィフリップフロップを用いてメンバーシップ関数の記憶及びその出力反転が 可能となる。図5.1にその回路構成を示す。

ここでは、メンバーシップ関数 $\mu$ (u)の全体空間をn値に離散化することにより、n個のファジィフリップフロップで記憶する。K(t)端子、つまりReset入力端子だけhigh状態になると、それまで記憶されていたファジィ情報はすべて消去され新たな情報の書き込みが可能となる。記憶信号がhigh状態のとき、全段n個のMinゲートを通してメンバーシップ値 $\mu$ (u<sub>1</sub>),  $\mu$ (u<sub>2</sub>), · · · · ,  $\mu$ (u<sub>n</sub>)がファジィフリップフロップのJ(t)端子に入力されることになる。このとき、Inverse及びReset入力端子はLow状態である。メンバーシップ関数が一度記憶されるとInverse、Resetの入力信号を同時にhighとすることにより、その反転出力が得られる。



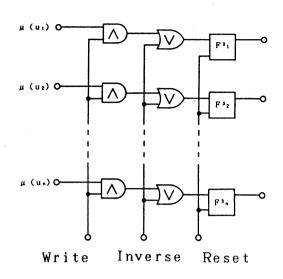


図5.1 メンバーシップ関数の記憶と反転出力

表5.1 メンバーシップ関数の記憶と反転出力回路の制御信号

state terminal	Reset	Write	Inverse
Reset	1	0	1
Write	0	1	0
Inverse	0	0	1

# 6. 結論

二値J-Kフリップフロップのファジィへの拡張として定義されたMin Max型ファジィフリップフロップの特性方程式に基ずき、そのハードウェア化を試みた。 [0,1]のファジィ情報を [0000,1111] の16値にディジタル近似することにより1ファジィディジットの情報の記憶が可能となった。入出力信号の処理は演算の高速化を計るため4bitを並列に行っている。その動特性は理論値を忠実に近似再現している。このMin Max型ファジィフリップフロップの応用例としてメンバーシップ関数の記憶動作さらに、その反転出力が可能であることも示した。

#### 参考文献

1) T. Yamakawa, T. Miki and F. Ueno, The Design and Fabrication of the Current Mode Fuzzy Logic Semi-Custom IC in the Standard CMOS IC Technology, Proc. of ISMVL(IEEE) 1985, pp. 76/82

- 2) T. Yamakawa, High-Speed Fuzzy Controller Hardware System, Proc. of and Fuzzy Systems Symposium (by IFSA Japan Chapter), June, 16-18, 1986 (Tokyo), pp. 122/130
- 3) M. Togai and H. Watanabe, A VLSI Implementation of Fuzzy Inference Engine toward an Expert System on a Chip, Proc. of 2nd Int. Conf. on AI and Applications (IEEE), Dec., 1985, pp. 192/197
- 4) T. Yamakawa and K. Sasaki, Fuzzy Memory Device, Preprints of Second IFSA Congress (Tokyo) 20-25, July, 1987, pp. 551/555
- 5) K. Hirota and K. Ozawa, Concept of Fuzzy Flip-Flop, Preprints of Second IFSA Congress (Tokyo) 20-25, July, 1987, pp. 556/559
- 6) K. Hirota and K. Ozawa, Fuzzy Flip-Flop as a Basis of Fuzzy Memory Modules, Fuzzy Computing (Theory, Hardware and Applications) (M. M. Gupta and T. Yamakawa Ed's) (North-Holland Amsterdam) (to appear)
- 7) K. Hirota and K. Ozawa, Fuzzification of Flip-Flop Based on Various Fuzzy Operations, Bulletin of the College of Engineering, Hosei Univ., No. 23 March, 1987, pp. 69/94
- 8) K. Hirota and K. Ozawa, Concepts of Fuzzy Flip-Flop and Its Hardware Realization Based on Min, Max Operations, Proc. of 21st Annual Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers Nov. 2-4, 1987 Pacific Grove California (to appear from IEEE)
- 9) 山川、白井、井上、上野、ファジィ論理のハードウェア化(基本演算回路) に 関する一考察、電子通信学会論文誌 (C)、Vol. J63-C No. 10, 1980, pp. 720/721

## 機能メモリを用いた ファジィ推論エンジン

FUZZY INFERENCE ENGINE USING FUNCTIONAL MEMORY

佐々木 守 森本 孝司 上野 文男 井上 高宏 白井 雄二 Mamoru Sasaki Takashi Morimoto Fumio Ueno Takahiro Inoue Yuji Shirai ( 熊本大 学 T. 学 ) (八代 高専)

Faculty of Engineering, Kumamoto University
Yatsushiro National
College of Technology

#### Abstract

A fuzzy inference engine using the functional memories is presented. Because many data items require the same kind of operation in the fuzzy inference process, it is advantageous to implement the fuzzy inference engine using the functional memories which can operate that process in parallel. The fuzzy inference engine is suitable for VLSI implementation because of the structural regularity of the functional memories.

#### 1. まえがき

本論文では機能メモリを用いたファジィ推論エンジンを報告する.機能メモリは各記憶素子に同一の論理機能を付加し、情報の記憶だけではなくメモリ上で論理操作を並列に行える.そのため同種の処理を必要とするデータの数が多い場合,その処理を高速に行なうことができる.ファジィ推論ではmax/minなどの論理演算を多くのデータに対して同時に行なうので、機能メモリでファジィ推論エンジンを構成することは有効である.構成された機能メモリは通常のメモリ同様に同一パターンの繰り返しとなるのでVLSIとしての実現に適している.

2. 多変数max/min演算器 まず以下に示すnビット2進数A, Bの比較を考える.

 $A = a_n \quad a_{n-1} \quad \cdots \quad a_2 \quad a_1$  $B = b_n \quad b_{n-1} \quad \cdots \quad b_2 \quad b_1$ 

ただし、 $a_i$ 、 $b_i$  (i=1, 2, · · · , n) はそれぞれi ビット目の値であり、0または1である。

最上位ビット (i = n) からはじめ以下のアルゴリズムで比較できる.

a;>b;の場合 A>B a;<b;の場合 A<B

 $a_i = b_i$ の場合  $a_{i-1}$ ,  $b_{i-1}$ の比較をする.

上で示したようにi+1ビット目で比較できるならばiビット以下の比較は必要ない、そこでi+1ビットからiビットへのメッセージ信号Ga;, Gb;を考える、Ga;, Gb; は以下のようにメッセージを伝える。

 $Ga_i = 1$ ,  $Gb_i = 0$ の場合 A > B

 $Ga_i = 0$ ,  $Gb_i = 1$  の場合 A < B

 $Ga_i = 1$ ,  $Gb_i = 1$  の場合 結果はまだ決まっていない.

ここで2進数C = max(A, B)の各ビット $c_i$ は次のように定まる.

 $c_{i} = (Ga_{i} \cap a_{i}) \cup (Gb_{i} \cap b_{i})$  (1)

またGa;-1, Gb;-1は以下のように定まる.

ただし、 $\cap$  は論理積、 $\cup$  は論理和、 $\overline{\phantom{a}}$  は論理補、初期値 $\cup$   $\overline{\phantom{a}}$  は論理補、初期値 $\cup$   $\overline{\phantom{a}}$  は論理者、初期値 $\cup$   $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  によっていずリズムを多変数の2進数 $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  なった。 $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  によって、 $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  によって、 $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  によって、 $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a}}$  によって、 $\overline{\phantom{a}}$  の  $\overline{\phantom{a$ 

 $Sj = sj_n sj_{n-1} \cdot \cdot \cdot sj_2 sj_1$ 

ただし、sj (i=1, 2, · · · , n) はSj入力のi ビット目の値であり、Oまたは 1 である。

2変数の場合と同様にメッセージ信号Gsj;を用いると2進数C=max(Sj)の各ビ j € M ットc;は次のように定まる.

$$c_{i} = \bigcup (Gsj_{i} \cap sj_{i})$$

$$j \in M$$
(4)

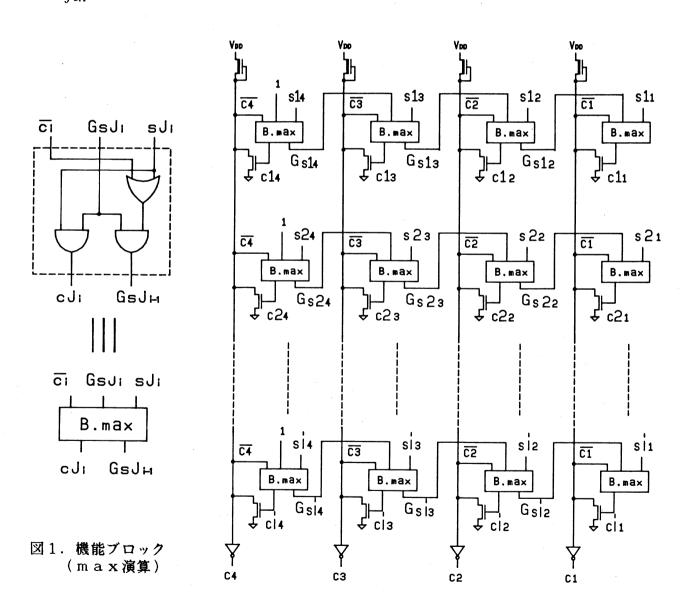


図2. 多変数max演算器

 $CCC_{j} = Gs_{j} \cap S_{j} \setminus CTS$ 

$$c_{i} = \bigcup_{j \in M} c_{ji}$$
 (5)

またGsj;-1は以下のように定まる.

$$G s j_{i-1} = G s j_i \cap (\overline{c_i} \cup s j_i)$$
 (6)

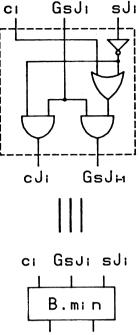
ただし、初期値Gsjn(j $\in$ M)=1.

式(4)(5)(6)に従って Gsj;, sj;, c;, を 入力として cj;, Gsj;-1を出力する機能ブロック(図1 参照)を考える.これからこの機能ブロックを図1に示すよう に略してかく.この機能ブロックを用いて図2のように多変数 max演算器が構成できる. 図2では多変数のNOR回路を NMOS回路で実現している.

同様にして多変数 m i n 演算器が構成できる。その論理式を 以下に示す。

$$c_{i} = \overline{\bigcup_{j \in M} (G s j_{i} \cap \overline{s j_{i}})}$$
 (7)

$$G s j_{i-1} = G s j_{i} \cap (c_{i} \cup \overline{s j_{i}})$$
 (8)



I I cJ: GsJH S3. 機能ブロック

(min演算)

ただし変数の定義はmax演算器の場合と同じであり、C = min(Sj)とする。min演算のための機能  $j \in M$ 

ブロックを図3に示す.この機能ブロックも図3に示すように略してかく.

(9)

3. max-min合成のための機能メモリの構成

max-min合成のための機能メモリの構成を考える。あいまい関係に基づく推論において基本的なものを定式化すると図4のようになる。あいまい関係Rと一般的な合成演算とされるmax-min合成"o"を用いて入出力関係は次のように記述できる $^{(1)}$ .

すなわち, 入力 あいまい関係 出力 
$$y_i = \max \left\{ \min \left( r_{ij}, x_j \right) \right\}$$
  $\stackrel{\times 1}{j \in \mathbb{N}}$   $\stackrel{\circ}{} \rightarrow$   $\stackrel{\circ}{} \rightarrow$ 

 $r_{i} = m i n (r_{ij}, x_{j})$  (11)

 $y = R \circ x$ 

とおくと

 $y_i = \max_{j \in \mathbb{N}} (r_i). \qquad (12)$ 

図4. あいまい関係によるシステム表現

ここでmax-min合成のための機能メモリとは次の動作をするものとする.

(1)あいまい関係を記述する行列Rの各要素 rijを 2 進数として記憶している.

(2)入力ベクトルxが与えられると式(10)に従って出力ベクトルyを計算する(ベクトルx, yの各要素は2進数で表わす).

上記の(1)(2)の動作は通常のメモリと専用マイクロプロセッサで行なうことができる(2). しかしこの場合,その動作は直列処理となり効率的でない.各記憶素子に2節で示したmax演算またはmin演算のための機能ブロックを付加することにより,max-min合成を並列,高速に行なうことが期待できる.図5にmax-min合成のための機能メモリの構成を示す.図5では行列R,ベクトルx,yの各要素は4ビット2進数で表わされている.図5に示される機能メモリの動作を次に説明する.

各ブロックの4ビットの記憶素子には行列Rの各要素がそれぞれ4ビット2進数として格納されている。

① まず格納されている行列Rの要素 $r_{ij}$ と入力ベクトルxの要素 $x_{ij}$ との最小値が2変数 m i n 演算器によって各要素ごと並列に計算される。これは式(1 1 ) で示される  $r_{ij}$  m i n ( $r_{ij}$ ,  $x_{ij}$ ) の計算に対応する。2変数m i n 演算器は2つの機能ブロックと1つのN O R 回路によって構成できる(図 6 参照)。

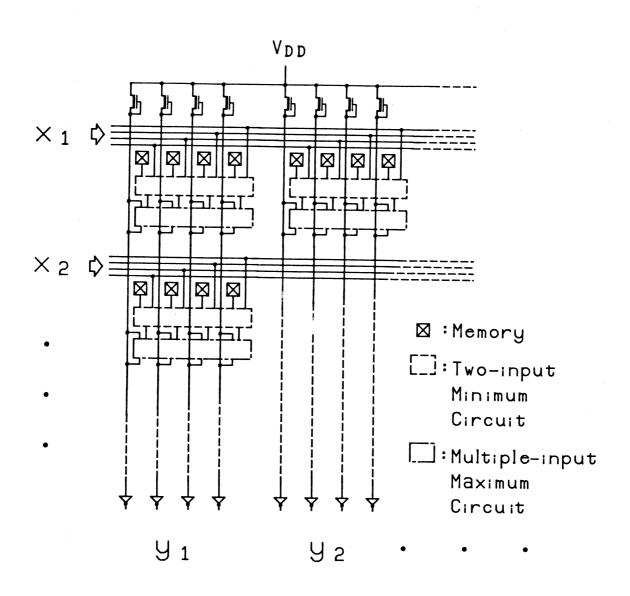


図5. max-min合成のための機能メモリ

② 次に2変数min演算器の出力rik図2に示された多変数max演算器に送られyi=max(ri)が多変数max演算器で並列に計算される。  $i\in\mathbb{N}$ 

#### 4. 考察

提案するmax-min合成の ための機能メモリの動作速度は行 列R, ベクトルx, yの要素を表 わす2進数のビット数に関係する. max/min演算のためのメッ セージ信号は行列、ベクトルの要 素を表わす2進数の上位ビットか ら下位ビットへ順に伝達される. そのためビット数が多くなると最 下位ビットまでの伝達遅延が大き くなり、機能メモリの動作速度は 遅くなる. しかしあいまい行列や ベクトルの要素を表わす2進数の ビット数は4ビット程度で十分と 考えられ(2), メッセージ信号によ る伝達遅延は小さいことが期待さ れる. さらにあいまい行列の大きさ.

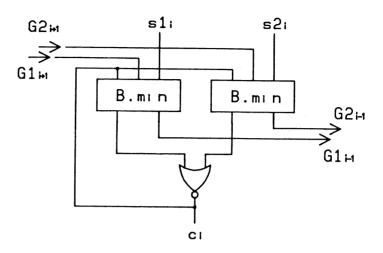


図6. 2変数min演算器

すなわちその要素数は機能メモリによる並列動作のため動作速度に関係しない.

つぎにVLSIとしての実現について考察する。現在、機能メモリの一つである連想メモリは20kビット容量のものがCMOS回路によって実現されている(3)。連想メモリと直接比較できないが、現在のCMOS技術で10kビットの容量をもつmax-min合成のための機能メモリが実現可能とするならば、各要素を4ビット2進数で表わすとその機能メモリによって50×50の要素を持つあいまい行列を処理することができる。また機能メモリは通常のメモリ同様に同一パターンの繰り返しとなるのでVLSIとしての実現に適している。

### 5. むすび

多変数を並列処理できる2進数max/min演算器を提案した。これらの回路を使ったmax-min合成のための機能メモリの構成法を説明した。提案した機能メモリの特長を以下に示す。

- (1)この機能メモリはあいまい関係を用いた推論において一般的な合成演算とされる $\max$   $-\min$  n 合成を並列,高速に行なう。またその動作速度はあいまい行列の要素の数に関係しない。
- (2)機能メモリは通常のメモリ同様に同一パターンの繰り返しとなるのでVLSIとしての実現に適している.
- (3)この機能メモリは実時間ファジィシステムの構成要素として応用が期待できる.

これからの課題はこの機能メモリの詳細なレイアウト設計とこの機能メモリを従属あるいは並列に接続することによる高次ファジィ推論の実現である.

#### 参考文献

- (1)田崎, "ファジィ・エキスパートシステム", 数理科学, 284, pp. 46-54 (昭62-02) (2) M. Togai and S. Chiu, "A fuzzy chip and a fuzzy inference accelerator for real-time approximate reasoning", Proc. 17th IEEE Int. Symp. Multiple-Valued Logic, pp. 25-29 (May 1987)
- (3)小倉, 山田, "20kbCMOS連想メモリLSI", 昭61信学総全大, 477.

再帰型ファジィ推論を用いたオートチューニング・コントローラ An Auto-Tuning Controller Using Recursive Fuzzy Reasoning

# 野本 弘平, 近藤 倫正 Kohei NOMOTO, and Michimasa KONDO

#### 三菱電機㈱ 情報電子研究所

Information Systems and Electronics Development Laboratory
MITSUBISHI ELECTRIC CORPORATION

Abstract We propose recursive fuzzy reasoning and report its application to an auto-tuning controller. The purpose of the recursive fuzzy reasoning is to estimate a constant (or very slowly changing) prarmeter using occasionally detected informations. This algorithm has a learning membership function and the function summarizes the results of past and present reasoning. We have applied the recursive fuzzy reasoning to a PID auto-tuning controller. Real processes are so complicated that tuning technique based on human operator's experience is better than that based on mathematical model. Lastly, we will show an example of computer simulation.

#### 1. はじめに

ファジィ推論は、Mamdani」が実用化の見通しを与えてから適用研究が始まり、現在ではいくつかの製品にその技術が取り入れられている。この推論法の形式は、ファジィ・プロダクション・ルールによる並列前向起したであり<sup>2)</sup>、その特徴は、度合付きで励起したそれぞれのルールの主張の釣合として、全体の結論が決定されることである。これまでの適用対象は制御が中心であり、そこでは、偏差とその変化分などの常に情報を有する量を入力とし、時々刻々変化する操作量を推論していたため、ファジィ推論の特徴は有効に生かされていた。

ここで提案する再帰型ファジィ推論の目的 は、ある対象を監視していて、時折現れる様 々な特性を入力として推論を重ね、一定また は非常にゆっくり変化するパラメータの値を 推定することである。この場合、入力する諸 量に通常は情報が無いため、どのルールもほ とんどの時刻で励起しておらず、従来のファ ジィ推論法は利用できない。再帰型ファジィ 推論は、ファジィ推論の特徴を生かしてこの 目的を達成するために、新たな形式を備えた ものであり、過去の総合推論結果を現在の各 ルールの推論結果と併せて評価する。

この推論法を、PIDコントローラのオートチューニングに適用した。このアルゴリズムはプロセス稼働中に現れる波形を監視するながら推論を重ね、次第に制御パラメータの適切な値を絞っていく。

## 2. 従来のファジィ推論

従来、特に制御分野で用いられてきた標準 的なファジィ推論について説明する。

推論ルール群のうちi番目のものを示す。

ルールは、「もしEがFi で $\Delta E$ がGi ならば、 $\Delta X$ はHi である。」というもので、これを式で書くと次のようになる。

# (E is $F_i$ and $\Delta E$ is $G_i$ )

$$\rightarrow \Delta X \text{ is } H_i \qquad \text{(1)}$$

$$i = 1, 2 \cdots, n$$

ここで、E,  $\Delta E$ は推論入力であり、それぞれ偏差とその変化分、 $\Delta X$ は推論出力であり、操作量の変化分である。Fi, Gi, Hiは、それぞれE,  $\Delta E$ ,  $\Delta X$ の状態を規定するあいまいラベルである。

さらに、ファジィ推論の合成規則として  $\max$ -min 合成を用い、ファジィ含意 ( $\rightarrow$ ) として  $\max$  damidaniのmin 演算を採用することとする。このとき、時刻 t における t 番目のルールによる推論結果 $Hi(t, \Delta X)$  は、次式のようにして求められる。

# $\widetilde{H}_i(t,\Delta X)$

=  $F_i(e(t)) \wedge G_i(\Delta e(t)) \wedge H_i(\Delta X)$  (2) ここで、 $\Lambda \dim in$  演算を意味する。

これら各ルールの推論結果は次式により総合され、総合推論結果 $H(t, \Delta X)$  が得られる。

実際の工業応用では、推論結果である操作

量の変化分はシングルトンであることが要求 されるから、最後に非ファジィ化を行わなけ ればならない。この演算をg(・) と表わす と、結局出力は、次のように決定される。

# 3. 再帰型ファジィ推論

推論ルール群のうち i 番目のものを示す。 ( $P_i$  is  $F_i$  and  $Q_i$  is  $G_i$ )

→ R is 
$$H_i$$
 (5)  $i = 1, 2, \dots, n$ 

ここで、Pi,Qiは推論入力であり、従来の推論法では各ルール共通にE, ΔEを利用していたのに対し、Pi,Qi は一般に各ルールにより異なる。また、E, ΔEが常に状態を表わしている量であったのに対し、Pi,Qi はある現象が検出された場合にのみその情報を提供する特徴量である。Rは推論出力であり、従来の推論法ではΔXは時々刻々変化する量であったのに対し、Rは一定または非常にゆっくり変化する量である。Fi,Gi,Hi はそれぞれPi,Qi,Rの状態を規定するあいまいラベルである。

いま、時刻 t において特徴量 $pi(t) \in Pi$ ,  $qi(t) \in Qi$  を検出した場合、これらの値が Fi, Gi である度合を表わすメンバーシップ 関数をそれぞれFi(p(t)), Gi(q(t)) と書くことにする。同様に、RがHi であるという内容を表現するメンバーシップ関数を Hi(R) と書くことにする。

このとき、i番目のルールによる推論結果 $\widetilde{Hi}(t, R)$  は、次式のようにして求められる。

$$\widetilde{\widetilde{H}}_{i}(t,R)$$

$$= F_i(p_i(t)) \wedge G_i(q_i(t)) \wedge H_i(R) \qquad (6)$$

前述のように、Pi, Qi は普段は情報を持たない量であるから、Fi(p(t)), Gi(q(t))も通常は値が零である。したがってこのとき、i番目のルールは励起しない。そして時折、注目していた現象が現れたときのみ、そのルールはその時刻で励起し、推論の片鱗を残す。しかしながら、この場合、もし(3)式で総合推論結果を定義すると、総てのルールが励起しないときには(4)式の非ファジィ化の解は不定となり、時折どれかひとつのルールが励起したときでも、重心をとること自体無意味である。

提案の再帰型ファジィ推論法は、推定すべきパラメータの値が一定という前堤のもとに、この推論の片鱗を積み重ねる。そのために、前回の総合推論結果を今回に再帰させて、今回の各ルールによる推論と併せて評価することにより、今回の総合推論結果を定義する。

Ĥ(t.R)

 $=\begin{bmatrix} \bigvee_{i=1}^{n} \bigcap_{i=1}^{n} (t,R) \end{bmatrix} \bigvee_{i=1}^{n} \bigcap_{i=1}^{n} \bigcap_{i=1}^{n} \bigvee_{i=1}^{n} \bigcap_{i=1}^{n} \bigcap_{$ 

$$\widehat{H}(t,R) = [\bigvee_{i=1}^{n} \widehat{H}_{i}(t,R)]$$

$$\bigvee [\rho(t) \cdot \widehat{H}(t-1,R)] \quad (8)$$
ここで・は、代数積を表わす。

最後に、非ファジィ化演算を行い、時刻 $^{\land}$ における推定値 $^{\land}$ (t)を得る。

$$\hat{r}(t) = g(\hat{H}(t,R))$$
 (9)

# 4. オートチューニングへの応用

再帰型ファジィ推論をオートチューニング・コントローラに応用して、**熟練**オペレー

タが行う制御パラメータのチューニングを自動化した。

ここで述べるオートチューニングは、次の 二点を条件とした。

- (1) 特別な同定信号を用いず、制御中に自然 に現れる特性に注目しながらチューニング を行う。
- (2) PIDコントローラとして、実際のアルゴリズムを前堤とする。(実際のPIDコントローラには、各種のリミッタや、アンチリセット・ワインドアップと呼ばれる積分制限機能などが備えられており、それ自体かなりの非線形特性を持っている。)

上記(1)の条件から、ファジィ推論の形式としては再帰型ファジィ推論が有効であると考えられる。しかし更に、次に示す2つの考え方の導入が、熟練オペレータのチューニングを実現するためには必要である。

# (1)特徴量の抽出

チューニングの場合には、制御中に現れる値そのものには、あまり意味がない。意味があるのは、波形である。そこで波形認識を行い、制御特性を表わす特徴量を抽出する。この特徴量とは、例えば偏差の振幅比であるが、この値は、偏差が振動していない場合にはそもそも定義されないものである。

#### (2)負論理のファジィ推論

従来のファジィ推論の後件部命題は、「ΔXを中くらいに大きくせよ」というように、肯定的な表現をとっていた。しかしチューニングの経験則は、多くの場合、「今のゲインは少々大きすぎる」という具合に、否定的なものである。この表現によるファジィ推論は、不満足の度合を意味する推論結果のメンバーシップ関数を持つことになる。この推論形式を、負論理のファ

ジィ推論と呼ぶことにする。

オートチューニング・コントローラのブロック線図をFig.1に示す。また、オートチューニング・コントローラに応用した、特徴量の抽出と負論理のファジィ推論を行う再帰型ファジィ推論をFig.2に示す。図中、2本線はファジィ量を示している。

最後に、PI制御のオンライン・チューニングのシミュレーション例をFig.3に示す。この制御対象と、制御パラメータの初期値、時刻2000における値は、次のとおりである。

$$G(S) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2 \zeta T s + 1} \cdot e^{-Ls}$$

 $T=10, \zeta=0.75, L=5$ 

	t = 0	t =2000
K <sub>c</sub>	2.0	1.3
1/T <sub>1</sub>	0.06	0.022

#### 5. おわりに

再帰型ファジィ推論を提案し、オートチューニング・コントローラに適用した例について報告した。そこでは同時に、特徴量の抽出、負論理によるファジィ推論という2つの新しい手法も用いた。この再帰型ファジィ推論によれば、時折検出されるような情報を利用して推論を重ね、全体の結論を導くことができる。このため、ここに述べた応用の他にも多くの用途が考えられる。

#### 参考文献

1)E.H.Mamdani: Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant, Proc.IEE, 121-12, 1585/1588 (1974)

- 2) 広田薫:ファジィ推論,オペレーション ズ・リサーチ、32-9、591/597(1987)
- 3)野本,近藤:ファジィ・オートチューニング・コントローラ,第3回ファジィシステムシンポジウム講演論文集,117/120 (1987)
- 4)野本,近藤,上,本野,小川,岡崎,森, 長田:再帰型ファジィ推論を用いたオート チューニング・コントローラ, 第10回Dynamical System Theory シンポジ ウム,133/138 (1987)
- 5) 森俊吾: 1ループコントローラMACTUS210 シリーズへのファジィ理論の適用,計装, 31-5 (1988)

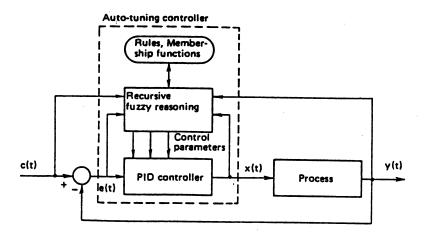


Fig.1 A block diagram of auto-tuning controller

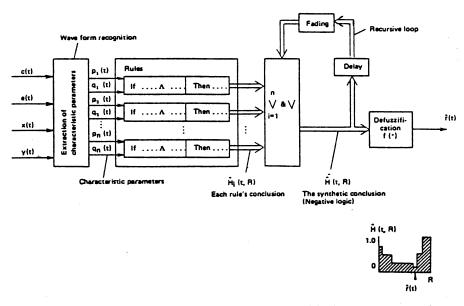


Fig. 2 The recursive fuzzy reasoning applied to auto-tuning

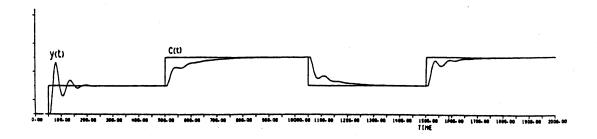


Fig. 3 An example of simulation

# スイッチトキャパシタ回路を用いた ファジィコントローラ

FUZZY CONTROLLER USING SWITCHED CAPACITOR CIRCUITS

佐々木 守 井上 高宏 Mamoru Sasaki Takahiro Inoue ( 熊本大学 工学部 ) 上野 文男 Humio Ueno 白井 雄二 Yuji Shirai (八代 高専)

Faculty of Engineering, Kumamoto University

Yatsushiro National College of Technology

#### Abstract

A fuzzy controller using switched-capacitor (SC) circuits is proposed. Because SC circuits are analog circuits, the fuzzy logical values can be represented with analog quantities directly. In the form of the fuzzy control rules used in the proposed controller, the antecedent parts consist of fuzzy propositions and the consequent parts consist of linear equations representing relations between inputs and an output. The inference speed of the proposed fuzzy controller is faster than the conventional software fuzzy systems and is independent of the number of the control rules, by virtue of the parallel operations.

## 1. まえがき

スイッチトキャパシタ回路の動作はキャパシタ比だけで決まる. また現在のMOS製造技術で高精度のキャパシタ比は比較的容易に実現できる. そのためスイッチトキャパシタ技術はモノリシックアナログ回路を実現する有効な方法の一つになっている.

本論文では、スイッチトキャパシタ(SC)回路を用いたファジィコントローラを提案する。SC回路はアナログ回路であるのでファジィ論理値は直接アナログ量として表わす。提案するコントローラで使われるファジィ規則は前件部がファジィ命題からなり、後件部は入出力関係式からなる。SC回路は積分、差分、加算、乗算などのアナログ演算回路を簡単に構成できるので、ファジィ規則の後件部にはこれらの演算を使った入出力関係式を用いることができる。

本コントローラの推論速度は制御規則の数に依存しない。またソフトウエアで実現されたファジィコントローラと比較して十分速く、実時間処理が期待できる。さらにMOSデジタル回路とSC回路は同一チップに構成できるので本回路をプログラマブル化することは容易である。

#### 2. SCファジィコントローラのための構成要素

この節ではSCファジィコントローラのための二つの構成要素を説明する。一つはメンバーシップ関数回路,もう一つは多入力MIN回路である。二つの回路は両方ともSC回路として組み立てられる。

# 2. 1. メンバーシップ関数回路

メンバーシップ関数回路はコントローラの入力部である。本コントローラで使われるファジィ規則(前件部はファジィ命題、後件部は入出力関係式)に対しては図1に示す台形型のメンバーシップ関数が使われる(1)。図1において、A、B、C、Dはメンバーシップ関数を特性づけるパラメータである。それらのパラメータを変えることで任

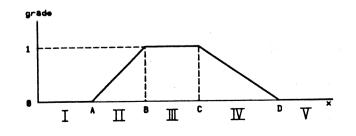


図1. 台形型メンバーシップ関数

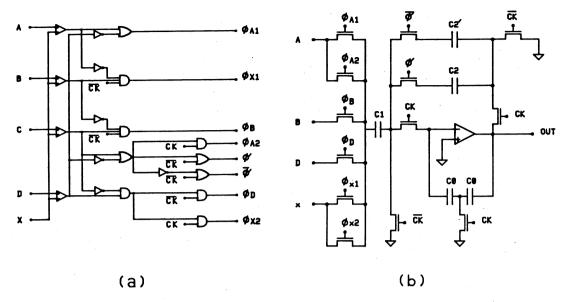


図2. メンバーシップ関数回路

意の台形型メンバーシップ関数が実現できる.

SC回路を使ったメンバーシップ関数回路を図2に示す、図2の回路(a)は論理回路 部である. 入力XとパラメータA、B、C、Dを比較することにより、これらの論理回路 は入力Xが図1で示すどの範囲(I, II, III, IV, V)にあるかを判断する。それからこ れらの論理回路は判断した範囲に対応するスイッチ信号をつくる. これらの信号はシステ ムクロックに同期している、図2の(b)に示されるSC回路はクロックレベルがhighの 時、キャパシタC2またはC2'に電荷を転送することができる。転送される電荷量はク ロックがlowのときC1に蓄えられた電荷とクロックがhighのとき蓄えられる電荷との差に 等しい.メンバーシップ関数回路の出力はクロックがhighのときのC2またはC2'の電 圧として与えられる. クロックがlowのときは、キャパシタCOによって直前のクロックが highのときの出力が保持される。いま入力Xが図1で示されるIの範囲にあるとする。そ の場合、クロックがlowのときC1に $C1 \times A$ の電荷が蓄えられる。またクロックがhighの ときもC1に同じC1×Aの電荷が蓄えられる。 ゆえに、クロックがhighのときのC2へ の電荷の転送はゼロであり、出力もまた O voltである。 XがⅡの範囲にある場合、クロッ クがlowのときC1にC1×Xの電荷が蓄えられる。またクロックがhighのときC1にC1 imesAの電荷が蓄えられる.ゆえに,クロックがhighのときのC2への電荷の転送はC1imes(X-A)であり、出力はC1/C2×(X-A)voltである。 XがⅢの範囲にある場合、 クロックがlowのときC1にC1×Bの電荷が蓄えられる。またクロックがhighのときC1 にC1×Aの電荷が蓄えられる。ゆえに、クロックがhighのときのC2への電荷の転送は C 1×(B-A)であり、出力はC 1/C 2×(B-A) voltである。 XがNの範囲にあ る場合、クロックがlowのときC1にC1×Dの電荷が蓄えられる。またクロックがhighの ときC1にC1×Xの電荷が蓄えられる。この場合、転送される電荷はキャパシタC2' に送られる。ゆえに,C2~への電荷の転送はC1 imes (D-A)であり,出力はC1/C2'×(D-X)voltである. XがVの範囲にある場合はIの範囲にある場合と同様の動 作が行なわれる。SC回路であるため、メンバーシップ関数回路の出力の傾きは回路のキ ャパシタの容量比によって容易に変えることができる。キャパシタC1、C2、C2'の 容量比は次の式によって決めることができる。

$$C 1/C 2 = H/(B-A)$$
 (1)  
 $C 1/C 2' = H/(D-C)$  (2)

ただしHは論理値1に対応した電圧である.

メンバーシップ関数回路を個別部 品によって実験した、その実験で使 ったパラメータを次に示す.

- (1)入力 X は 0 voltから 8 voltまでの 電圧をとる.
- (2)論理値0, 1はそれぞれ0 volt,1 voltに対応する.
- (3)パラメータA, B, C, Dはそれぞれ2volt, 3volt, 5volt, 7voltに対応する.

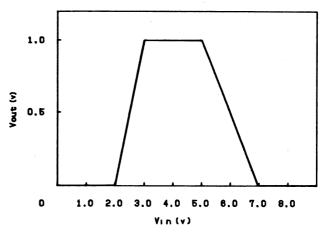


図3. 実験結果(メンバーシップ関数回路)

#### 2. 2. 多入力MAX/MIN回路

SC回路で多入力MIN回路を構成するため、多入力比較器を提案する。多入力比較器とは最大の入力に対応する信号をhighレベルにして、その他の入力に対応する信号をlowレベルにする回路とする。多入力比較器は普通の2入力比較器を拡張することで実現できる。2入力比較器と多入力比較器のブロック図を図4、5にそれぞれ示す。図4、5が示すように、多入力比較器は2入力比較器と比べて次の2点が異なる。

- (1)差動アンプが多入力化されている.
- (2)differential-single-end変換器がない.

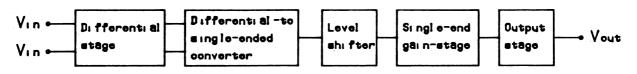


図4. ブロック図(2入力比較器)

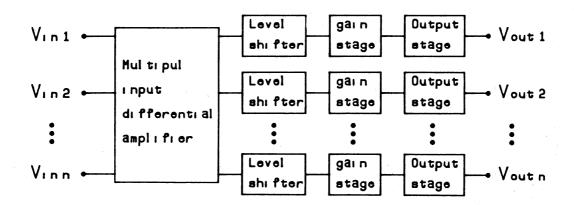


図5. ブロック図(多入力比較器)

普通の2入力比較器では差動アンプの出力はdifferential-single-end変換器に送られる、それから単一出力がレベルシフタに送られる。一方、多入力比較器では多入力化された差動アンプの出力は直接レベルシフタに送られる。また差動アンプより後段の構成ブロックは入力数だけ必要である。3入力比較器の回路図を図6に示す。図6では差動アンプより後段の構成ブロックについては左端の入力に対する回路だけ書いてある。多入力MIN回路は多入力比較器を使って構成できる。その回路図を図7に示す。メンバーシップ関数回路と同様に、図7の回路はサンプルホールド回路によってクロックがhighレベルのとき直

前の出力を保持できる.

3入力MIN回路を個別部品によって実験した。実験した。実験は早年の1、2001tののでは1、5voltの一下では1、5voltの一下では1、2001tので実験が3が3で最近は100kHzとした。実験値と理論値はよく一致している。

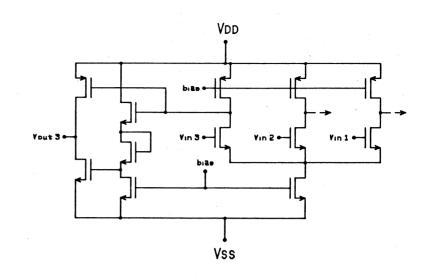


図6. 3入力比較器

Mul ti pl e 5.0 VIDa . Input 4.0 In2 In 1 Comparater VID. 3.0 ø1 2.0 In3 Vin Vout 1.0 0 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0

図7. 多入力MIN回路

図8. 実験結果(多入力MIN回路)

In 1 (V)

#### 3. SCファジィコントローラの構成

提案するSCファジィコントローラの構成を図9に示す。図9において一つのrule-blockは一つの制御ルールに対応する。制御対象の状態に関する情報である入力が各rule-blockに与えられる。そのときrule-blockでは与えられた入力のルールの前件部に対するファジィグレードと後件部で示される関係式の計算を行なう。rule-blockの構成を図10に示す。図10に示すequation circuitは後件部の関係式を計算する。SC回路で積分器、差分器、加算器、乗算器などが構成できるので、equation circuitもまたSC回路で構成できる。すなわち後件部の関係式には上で示したSC回路で構成できる演算を使うことができる。前件部に対するファジィグレードはメンバーシップ関数回路と多入力MIN回路で計算される。ここでメンバーシップ関数回路は前件部で使われるファジィ変数の数だけ必要となる。各ファジィ変数に対応するメンバーシップ関数回路の出力が多入力MIN回路に送られ、その出力が前件部に対するファジグレードとなる。一つの制御ルールの推論結果は前件部に対するファジィグレードとequation circuitの出力(後件部に示される関係式の計算結果)との積で与えられる(図10参照)。

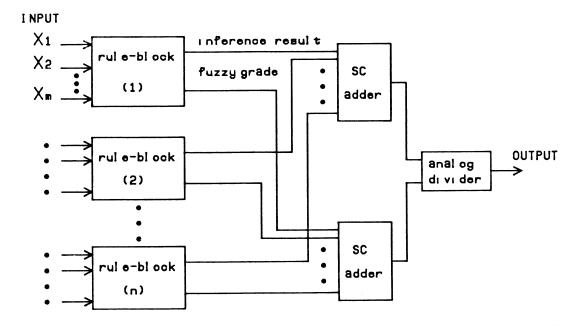


図9. SCファジィコントローラ

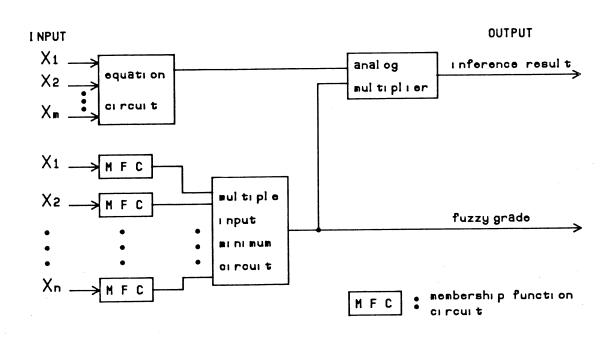


図10. rule-block

すべてのrule-blockの二つの出力(各ルールの推論結果と前件部に対するファジィグレード)はそれぞれ異なるSC加算器へ送られ、すべてのルールの推論結果の和とファジィグレードの和がそれぞれ計算される(図9参照)、二つのSC加算器の出力はアナログ除算器に送られ、(すべてのルールの推論結果の和)/(すべてのルールの前件部に対するファジィグレードの和)が計算される(図9参照)、重み付き平均となる除算器の出力がコントローラの推論結果である。

提案するSCファジィコントローラの推論速度はクロック周波数で決まる。このSCファジィコントローラでは1相クロックが使われる。もし5MHzのクロックが使えるならば、5,000,000Flips(Fuzzy logic inference per second)が期待できる。またrule-

blockによる並列動作のため、その推論速度は制御ルールの数に依存しない、このように提案するコントローラの推論速度はソフトウエアで実現されたファジィコントローラと比較して十分速く、実時間処理が期待できる。

#### 4. むすび

SCファジィコントローラのための二つの構成要素(メンバーシップ関数回路,多入力MIN回路)について詳しく説明した。また個別部品による実験によってこれらの回路の動作を確認した。さらに、これらの回路を使ったSCファジィコントローラの構成法を示した。提案するSCファジィコントローラの特長を以下に示す。

- (1) S C ファジィコントローラの推論速度は並列動作のためソフトウエアで実現されたファジィコントローラと比較して十分速く、さらに制御ルールの数に依存しない.
- (2)本回路はMOS ICとして実現できる。またSC回路で構成されるので正確な動作が行なえる。
- (3) SCファジィコントローラは実時間ファジィシステムや知能ロボットへの応用が期待できる.
- (4) MOSデジタル回路とSC回路は同一のチップに構成できるので本回路をプログラマブル化することは容易である.

今後の課題は重み付き平均を計算するのに適したアナログ乗除算回路の開発である.

#### 参考文献

(1) 菅野, "ファジィ制御", 第2回ファジィシンポジウム予稿集, PP.1-8 (昭61-6)

# 不安定制御系のファジィ制御

Fuzzy Control of An Unstable System

寺野 寿郎 増井 重弘 菅谷 善昌 T.Terano . S.Masui and Y.Sugaya

#### 法政大学工学部

Faculty of Engineering . Hosei University

#### Abstract

This paper deals with a fuzzy controller which consists of control rules based on the behavior of a skilled man during munual control of the double inverted pendulum. A fuzzy controller which is constructed with hierarchical control rules is proposed. By control simulation, the process of automatic control by this model is similar to that of manual control.

#### 1. はじめに

人間はその情報処理があいまいであるにもかかわらず、その制御機能は柔軟性や適応性に優れており、かなり不安定系でも巧妙に手動制御することができる。このような人間の制御機能を抽出しファジィ制御系を設計することも行われている。1)・2)・3)・4)しかし人間の制御機能には検知、操作、特性学習、適応などを含み、きわめて多面的なもので、これらの機能を並列のルールで表現することはむずかしい。本研究では人間の高度な制御機能に、より近いファジィ制御を実現するために階層的な形で制御則を構成し、それを用いて二重倒立振子の安定化を試みた。その結果、人間の制御動作に近い応答を得ることができたので報告する。

#### 2. 手動制御実験

Fig. 1 に制御対象である二重倒立振子のモデルを示す。

ここで $\theta$ は第二振子の第一振子からの角度、 $\gamma$ は第二振子の角度、 $\phi$ は第一振子の角度、Lは振子の長さ、gは重力加速度、Uは制御端の水平位置である。

線形化された動特性からγを制御変数にUを操作変数に選ぶと(1)式をえる。

$$\gamma \cdots - 4 \,\mathrm{A} \,\gamma \cdots + 2 \,\mathrm{A}^2 \,\gamma = 2 \,\mathrm{A} \,\mathrm{U} \cdot \cdot / \,\mathrm{L} \tag{1}$$

- (1)式においてL=40m、 $A=9.8*10^{-3}$  SEC $^{-2}$  に固定されるている。この系はマイコン上にシミュレートされ被験者は第二振子を僅かに傾けた状態から偏差ゼロに安定化するように系の将来情報を利用して操作量U・を操作する。ディスプレイ上に表示する状態変数として次の二通りの表示を行い実験を行った。
- (1)  $\gamma$ 、 $\gamma$ ·、 $\gamma$ ·の現在値及びそれらの将来値を表示する。
- $(2) \theta \times \theta \times \phi \times \phi$  の現在値及びそれらの将来値を表示する。

系の将来値は人間の制御機能を高めることがすでに示されている。5).6)状態変数の表示方法としては時間軸経過表示、操作端としては正負四段階の操作量を出力できるキーを使用した。

手動制御結果の一例をFIG.3に示す。

人間の制御機能は情報の与えられ方により大きく左右されるが、〔1〕の表示方法は対象を安定化させるのは容易であるが、〔2〕の表示方法による手動制御はかなり困難であり対象を安定化させるには適切ではない、しかし制御対象の状態を考慮した人間の制御則を抽出するには適当である。

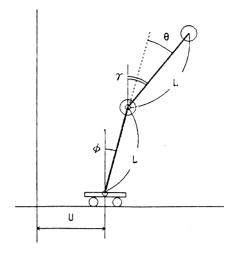


FIG. 1 Double inverted pendulum

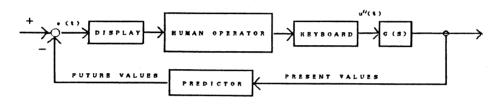


FIG. 2 Block diagram of manual control system

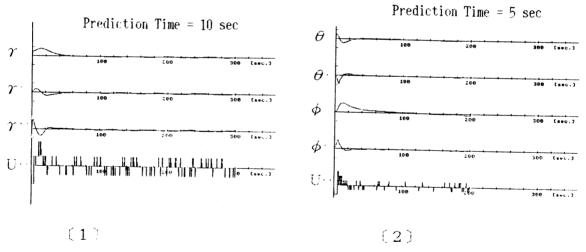


FIG. 3 Subject responses

#### 3. ファジィ制御系

制御結果に基づいて、人間の制御動作から制御対象の定性的状態を考慮し、定性的制御則を抽出し構成したファジィ制御系をFig. 4に示す。TMは不安定な制御対象を安定へ推移させる推移操作モード、SMは安定時の安定操作モードである。このように制御動作を幾つかのモードに分けて考察する試みはなされている。 $^{8)\cdot 9}$  また各CONTROLの添え字は、LはTMモード内で、M、SはSMモード内での制御ルールとし、それぞれ異なる制御を行う。ここで上位ルールは制御対象の状態からそれぞれの操作ルール群を切り換える判断ルール、下位ルールはそれぞれの偏差を制御する操作ルールである。またこのファジィ制御系の $\theta$ 、 $\theta$ 、 $\phi$  、 $\phi$  はすべて現在値を指すものとする。

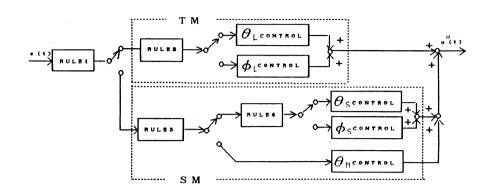


FIG. 4 Block diagram of human operator model

### <u>3-1. 判断ルール 〈 上位ルール〉</u>

Table 1に制御対象の各定性的状態に対する熟練者の操作の一例を示す。ここで〔〕は定性的情報で、その変数の符号だけを意味する。?)

熟練者の操作を\*印の例について調べると、この状態は制御の初期に現れ、まづ〔一〕に次に〔+〕に操作量を加えている。また、\*以外の操作は主に〔θ〕と逆方向に入力されている。

以上によると熟練者が二重倒立振子を制御するには二つの重要な制御則が存在するらしい。

Table 1 Example of performance of skilled operators

(θ)	$(\theta^{\cdot})$	( <b>þ</b> )	( <b>ø</b> ·)		(U··)	
+	+	-	-	+: 0.71%	-: 6.92%	O: 92. 37%
* +	_	+	+	+:11.00%	-: 23. 75 <b>%</b>	O: 65. 25%
_	+	+		+ : 21. 15%	-: 1.08%	0:77.77%
-	_	+	+	+: 22.04%	-: 0.73%	O: 77. 23%
				L		

①、θの安定化制御 ;二本の振子を一本にするような制御。

②、φの安定化制御 ;ほぼ一本になった振子を垂直に立てる制御。

熟練者の制御結果では不安定時から安定への推移操作(TM)で、まず $\theta$ を収束させ( $\theta$ \_CONTROL)、次に $\phi$ を安定にする操作( $\phi$ \_CONTROL)がみられる(RULE 2)。このことは二本の振子を折らないことが二重倒立振子を制御するには先決であることを示している。また両方とも安定な状態(SM)に推移した時、振子を垂直にする操作( $\phi$ \_SCONTROL)をするが、その最中でも $\theta$ がある範囲を越えたら修正する操作( $\theta$ \_CONTROL)をする(RULE 3)。最も安定時には、 $\theta$ を微妙に制御( $\theta$ \_SCONTROL)する(RULE 4)。このように人間は機能の異なった制御を適切に切り換えて操作をしている。

そこでモデルとしては上記の機能の異なる制御則群を切り換えるルール (RULE2~RULE4) が上位のルールとして必要であり階層的なルール構成となる。

RULE2: IF  $\mid \theta \mid > B_1$  AND  $\mid \theta \cdot \mid > B_2$  THEN  $\theta_{\perp}$ CONTROL ELSE  $\phi_{\perp}$ CONTROL RULE3: IF  $\mid \theta \mid > C_1$  AND  $\mid \theta \cdot \mid > C_2$  THEN  $\theta_{\perp}$ CONTROL ELSE RULE4 RULE4: IF  $\mid \phi \mid > D_1$  AND  $\mid \phi \cdot \mid > D_2$  THEN  $\phi_{\perp}$ CONTROL ELSE  $\theta_{\perp}$ CONTROL

ここで $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $D_1$ 、 $D_2$ の値は被験者の応答に合うように設定される。また熟練者は安定状態の操作において、少ない偏差に対しても敏感に読み取り、入力間隔が比較的長めのインパルス状の入力で修正を加えている。そこで推移操作(TM)と安定操作(SM)で若干、判断ルール、操作ルールとメンバーシップ関数の形を変えて認識ゲインを変化させる上位ルールが必要である。これを次に示す。

RULE1: IF  $|\theta| < A_1$  AND  $|\theta \cdot | < A_2$  AND  $|\phi| < A_3$  AND  $|\phi \cdot | < A_4$  THEN SM ELSE TM

ここでA<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub>の値は、被験者の応答に合うように設定される。

#### 3-2. 操作ルール 〈 下位ルール〉

θの安定化制御ルールとφの安定化制御ルールの一例を示す。

入力はそれぞれ $\theta$ 、 $\theta$ ・と $\phi$ 、 $\phi$ ・、出力U・・で構成される。

以下POSITIVEをP、NEGATIVEをN、ZEROをZ、POSITIVE BIGをPB、NEGATIVE BIGをNB、POSITIVE MEDIUMをPM、NEGATIVE MEDIUMをNMと記す。

$\boldsymbol{\theta}$	CONTR	0L				φ.	CONT	ROL			
IF	<i>θ</i> = P	AND	<i>θ</i> ⋅= P	THEN	U··∗N B	IF	φ=P	AND	φ·=P	THEN	$U \cdots = P B$
ΙF	<i>θ</i> = P	AND	θ·=N	THEN	$U \cdot \cdot = N M$	IF	φ=P	AND	$\phi \cdot = N$	THEN	$U \cdots = P M$
IF	$\theta = Z$	AND	$\theta \cdot = Z$	THEN	$U \cdot \cdot = Z$	1 F	φ=Z	AND	$\phi \cdot = Z$	THEN	$U \cdot \cdot = Z$
۱F	<i>θ</i> = N	AND	θ·=P	THEN	$U \cdots = P M$	1 F	φ=N	AND	φ·=P	THEN	$U \cdot \cdot = N M$
ΙF	<i>θ</i> = N	AND	<i>θ</i> ⋅= N	THEN	U · · = P B	1 F	$\phi = N$	AND	φ·=N	THEN	$U \cdots = N B$
θ	s.m CON	TROL				$\phi$	CONT	ROL			
I F	<i>θ</i> = P	AND	<i>θ</i> ⋅= P	THEN	U · · = N	1 F	φ=P	AND	φ·=P	THEN	$U \cdot \cdot \cdot = P$
IF	<i>θ</i> = P	AND	<i>θ</i> ⋅= N	THEN	$U \cdot \cdot = Z$	IF	φ=P	AND	φ · = N	THEN	$U \cdot \cdot = Z$
I F	$\theta = Z$	AND	0 ·= Z	THEN	$U \cdot \cdot = Z$	1 F	φ=Z	AND	φ·=Z	THEN	$U \cdots = Z$
IF	<i>θ</i> = N	AND	<i>θ</i> ⋅= P	THEN	U · · = Z	1 F	φ = N	AND	φ·=P	THEN	$U \cdots = Z$
l F	<i>θ</i> = N	AND	<i>θ</i> ·= N	THEN	U · · = P	IF	φ = N	AND	φ·=N	THEN	$U \cdot \cdot = N$

各操作モードにおいてルールが $\theta$ 制御ルール、 $\phi$ 制御ルールそれぞれ5個づつ計20個存在している。制御ルールの抽出法は位相面で傾向を見る方法も提案されているが、ここでは被験者の制御結果やアンケートにより決定した。一例を示すと、 $\phi$ CONTROLは上位ルールにより $\theta$ 、 $\theta$  はほぼ安定な状態になっているため、単一振子の制御とほぼ同様となり、制御則はオペレーターの単一振子を制御する知識、経験に合うものを採用した。

ルールに基づいたファジィ関係を表現するために、Mamdaniの方法を適用した、ここでU・の出力としてメンバーシップ関数の重心を選んだ。<sup>18)</sup>

Fig. 5 に入力側、及び出力側のメンバーシップ関数を示す。それぞれ $\theta$  CONTROL、 $\phi$  CONTROLでメンバーシップ関数の折点は異なるものである。よって $\theta$ 制御と $\phi$ 制御はルールは類似しているが、それぞれの制御は認識ゲイン、操作ゲインが異なり、モードによっても異なるものであり、異なった性格の制御をそれぞれの場合により行うものとする。

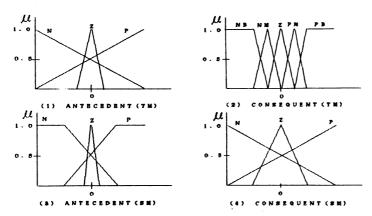


FIG. 5 Membership functions

# 4. ファジィ制御系のシミュレーション検討

シミュレーションによりファジィ制御系の妥当性を検討する。また初期偏差の状態を異なるものにした時の応答についても検討してみた。

## 4-1. シミュレーション結果

ファジィ制御系のパラメーター $A_1$ から $D_2$ までは、被験者の応答と比較しながら設定する。ファジィ制御系の応答をFig. 6に示す。なお制御対象の初期状態はFIG. 7のTYPE I に示すものとする。

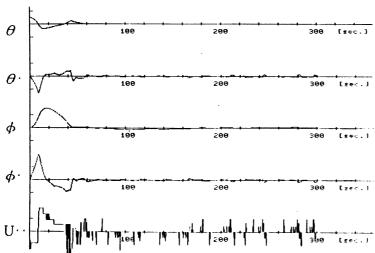


FIG. 6 Fuzzy controller responses

応答波形、入力パターンがFig. 3の熟練者の制御結果とよく一致している事からこのファジィ制御系が熟練者のモデルとして妥当であると言える。

# 4-2. 初期状態が異なるときの応答

制御対象の初期状態をFIG.7に示す状態から自動制御させた。制御結果をFIG.8に示す。

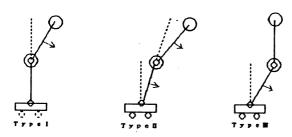
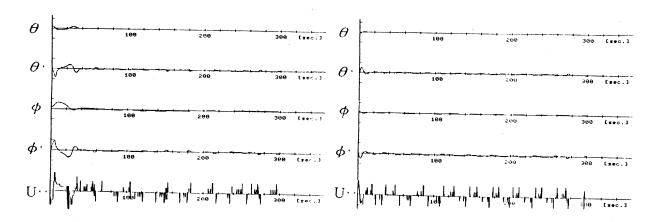


FIG. 7 Initial condition



Туре П

Туре Ш

FIG. 8 Fuzzy controller responses

### 5. 結論

階層的なルール構成のファジィ制御系を提案し、シミュレーション実験により人間の制御動作 を模擬した制御系を実現した。

不安定系のような複雑なシステムを制御するには、制御対象の定性的な特性をよく分析し制御ルールを抽出する必要があり、そのルールの形式は階層的にすることにより、より多くのシステムに応用できると考えられる。しかしながら、この制御系の設計のさいには、数個のパラメーターを適切な値に設定する必要があるが、ルール構成の複雑さに伴い設定は僅かに困難になる。これらを体系的な方法で解決する必要がある。

#### 【参考文献】

- 1) 杉山、松島: 飽和をもつ制御対象に対するFuzzy Modelによる操作者の動作解析、SICE論文 集、20-7、49/54(1984)
- 2) 杉山、松島: 不感帯をもつ制御対象におけるあいまい制御モデルを用いた操作者の特性解析、 SICE論文集、21-5、7/14(1985)
- 3) 寺野、村山、増井、田中: 二重倒立振子のファジィ制御、ファジィシステムシンポジウム論 文集、56/61(1986)
- 4) T. Terano, S. Masui, K. Tanaka and Y. Murayama: Manual Control of an Intrinsically Unstable System and Its Modeling by Fuzzy Logic, Information Sciences (to appear)
- 5) 寺野、村山、増井、田中:不安定系の手動制御とインタフェースによる改善、Human Interface Symposium、143/148(1985)
- 6) T. Terano, S. Masui, K. Tanaka: Manual Control of an Intrinsically Object and Its Improvement by Interface, Automatica (to appear)
- 7) 鷲尾、北村、椙山: 定性推論のファジィ化の試み、第5回知識工学シンポジウム資料、147 /152(1987)
- 8)田村:手動制御における動作モードに関する一考察、SICE論文集、8-4、437/443(1972)
- 9)田口、藤井:対象特性変化時における手動制御動作のモデル、SICE論文集、17-8、62/69 (1981)
- 10)水本:あいまい制御に対する基礎理論、あいまい制御基礎講習会テキスト、17/32(1986)

# 建屋内の機器・配管系の地震による建屋損傷に起因する損傷評価の一方法

#### ---工学的損傷確率と主観的損傷確率の結合

A Procedure for Evaluating the Damage Rate of Indoor Equipment and Pipings under Seismic Condition

#### 柴田 碧

Heki SHIBATA

#### 東京大学生産技術研究所

Institute of Industrial Science, University of Tokyo

#### Abstract

This paper deals with how the scinario for seismic-PRA on in-door components and piping is constructing. In some cases, building failure caused the failure of in-door components and pipings even in nuclear power plants. The flow of estimating failure degree of such components starting from the input ground motions is discussed. A new method to bridge between fuzzy expression and engineering numerical expression is proposed by the author for combining a subjective matter and a objective matter.

#### 1. はじめに

原子力発電所を中心としたいわゆるクリティカル・ファシリティー(重要構造物とも訳されている)の地震時の安全性の確認のため、地震発生からプラントの破局状態に至るまでの経過を追って確率的に評価することが行われている。これは、いわゆる PRA(Probabilistic Risk Assessment)の一部をなすもので、地震時危険度評価(Seismic-PRA)といわれている。このPRAの語は最近ではPSAでよばれることも多いが本質的には全く同じである。この面の研究についてまとめられたものとして文献(1)が挙げられるが、地震によって建屋が破損することと、建屋内の機器・配管系が建屋の損傷によって破損することの関連については十分な研究がなされていない。わが国の重要構造物の建屋は強固に設計・建設されており、このような損傷モードが起こることは非常に稀であると考えられる。しかし、海外の例をみると、たとえばルーマニヤ・バレニシア地震 - 1977のブカレスト周辺の火力発電所(3)の被害例があるのを典型例として数多くあり、またZion発電の解析例などでも建屋の崩壊(プレキャスト・コンクリートの屋根の落下)による機器の損傷を重要な損傷モードとして扱っている。このように世界的にみるる。建屋→機器・配管系への損傷の伝播は無視することのできない損傷の流れである。

著者は、国際原子力機関(IAEA)のために、Seismic-PRAのガイドを作成した。その際この関係が重要度であることに気付き、本報の基礎となることをまとめた。

こ、では、通常の工学的手法で得た客観的な損傷確率と、主観的に判断した建屋の破壊による建屋内機器損傷確率をどのように結合したらよいか、ファジィ的観点から議論した。本報は1987年12月のJCOSSAR<sup>(2)</sup>で危険度解析(PRAまたはPSA)の立場から発表したものを短縮したものである。

#### 2. Seismic PRAのためのシナリオの確立

地震動→建屋応答・損壊→機器・配管系の損傷→同機能損失→系の安全機能損失→災害発生というのが、Seismic PSAの解析の際の損傷流れである。著者は損傷流れ線図(event flow chart)ということで、機器などコンポーネントの段階での損傷経過の問題を扱った<sup>(4)</sup>。しかし、建屋内の機器の損傷が、床面から入る加速度による機器の応答による損傷であるか、建屋の損壊による機器の損傷によるかは、なかなか決め難い。この損傷の関係は一種の遷移行列で表現することができ、さらに地震動からはじまって、建屋の損壊度など、それぞれを行列の積のかたちで表わすことができる。この表現法についても後に論ずるように、いくつかの考え方があるが、こゝではより単純な、本論文でType 1とよぶものを図1に示す(Type 2については省略するが、第5節の考え方を数式の中に入れて表現したものに過ぎない)。

図1の行列などは L: 入力地震動レベル・ベクター、 B: 建屋損傷遷移行列、 D: 建屋損壊(傷) 度ベクター、 M: 機器損壊ベクター、 F: 機器(配管) 系損傷ベクターである。

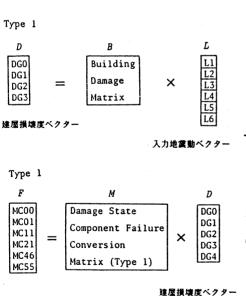


図1 入力地震動ベクターから機器 損傷ベクターまでの行列表示

機器系損傷ベクター

シナリオを構成するには Fよりさらに機器単体 の機能損失、安全系の機能損失と続いて行くが、 Fの内容が決ればそのあとは、ほご確定論的にそ

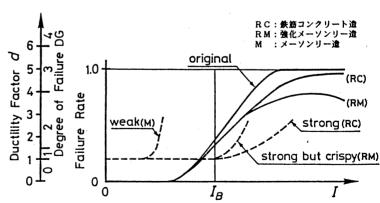


図 2 震度 対 建屋内機器の損傷度曲線、 (弾塑性応答と塑性係数曲線が併記してある)

の経過は追うことができる。しかし Mの内容は先に述べたように定量的に扱える部分と定性的、それも経験面からでしか扱えない部分とがある。これが本報告の一の重点のあるところである(第5節)。

#### 3. 建屋の損壊(傷)度

建屋の損傷もしくは損壊は塑性係数(または塑性率ductility factor) d で一義的に定まるとする。

$$d = D/D_{y} ag{3.1}$$

こ、で p は建屋の代表点の応答変位、 $p_y$  は弾性限変位である。一方損壊度はDGで表わす。これは変数ではなくDGO~DG4までの状態の表示であり、図2左側に示すようなものである。そして、この各状態を惹き起す塑性係数も同図のスケールで示されている。この関係は明確に定まる値ではない。しかし、このように置くことにより、地震の入力レベル、地震波を定めると塑性係数 dを求めることができるので、それによって損壊度をDGO~DG4に定めることができる。

#### 4. 機器の損傷

建屋が健全であるならば、すなわちDGOなら、機器の損壊度は床面の加速度レベルと床応答曲線から求めることができる。さらに建屋が多少損傷を受けDG1、DG2となった場合、一般には床面の加速度レベルがやや低下し、床応答曲線も低振動数側にすこし移った状態になる。建屋の応答は塑性係数々によることがNewmark、Hall (5)らによって示されている。しかし、建物の損傷がDG2以上になると床版や梁からコンクリートの破片が落下したり、二次部材の損傷などで機器が損傷を受けるようになる。また、場合によっては建屋の過大な変形を受けたり、壁のひざでアンカ・ボルトの支持力が低下したりする。これらについては定量的に表現することは困難で、従来の経験で定性的に判断するよりほかはない。また、建屋の過大な相対変形による機器の損傷についても計算は可能である。しかし、一般には、この段階での機器の損傷は偶発的なものが多く、さらにDG3、DG4となるにつれ、いわば建屋に潰されるというかたちで、その確率は高まって行く。

このように客観的・定量的な結果と、主観的・定性的結果とどのように結合するか、次の問題となる。

# 5. 損傷度関数とメンバシップ関数

あいまいさの分野ではメンバシップ関数 μ が用いられる。 これをこゝに適用するなら、機器の損傷度のメンバシップ関数が考えられる。 従来の経験からDG4など建屋の損傷がひどいときの機器の損傷の度合はいくらかになるかを表現する。 機器損傷のメンバシップ関数は

$$\mu(DG) = \mu(I) \tag{5.1}$$

のように地震入力もしくは建屋の損壊度で表現する。一方、定量的な弾塑性応答計算による機器の損傷度は  $\nu(I)$  で表わすことができる。この  $\nu(I)$  は一応、機器の損傷確率であり、損傷度曲線(fragility curve)であると考えてよい(図2

のoriginal曲線)。建屋が弾性であればこのように単純な損傷度曲線そのものであるが、建屋が多少の損傷を受けると、かえって機器への入力が低下して、この入力地震動曲線に対する曲線も変化する。当然のことながら図2の破線のような建屋の損傷特性にも左右される。

#### 6. 損傷度関数とメンバシップ関数の加法

同じように0~1の値をとる両関数は多少その性格を異にするが、ある入力地震動の震度 I に対し、両者の値が得られると、両様の損傷をなんらかのかたちで加え合さなければならない。

この加法の条件としては、次のことを最低限満すことが必要である。加え合した後の関数を  $\alpha(x)$  とすると、

$$i) \quad \mu(x) = 0 \quad \longrightarrow \quad \alpha(x) = \nu(x)$$

$$ii) \quad \nu(x) = 0 \quad \longrightarrow \quad \alpha(x) = \mu(x)$$

$$iii) \quad \mu(x) = 1 \quad \exists \ \ \mathcal{L} \mathcal{U} \quad \nu(x) = 1 \rightarrow \alpha(x) = 1$$

$$(6.1)$$

これを満す加算法としてはいろいろ考えられるが当面次のものを考えた。

$$\mathbf{A}) \quad \alpha(x) = \operatorname{Max}[\mu(x), \ \nu(x)] \tag{6.2}$$

B) 
$$\alpha(x) = \mu(x) + \nu(x) - \mu(x)\nu(x)$$
 (6.3)

C1) 
$$\alpha(x) = \mu(x) + \nu(x) \mid h \mid \quad \alpha(x) \leq 1$$
 (6.4)

(6.5) 
$$\alpha(x) = (\sqrt{\mu(x)} + \sqrt{\nu(x)})^2 | b | \alpha(x) < 1$$

A) は両者の損傷が全く独立で、厳しい方で全体の様子が決まるというものである。 B) は両関数を確率値的に扱っている。この場合も両者は独立であるが、加速度で損傷した機器の上に、コンクリートの破片がさらに落ちるといったことを考えている。 C1)、C2) はとくに強い意味はない。しかしメンバシップ関数自体、強く定められた関数ではないので、このような加法も許されると考えられる。

#### 7. 損傷度関数

機器の損傷度関数は床面の加速度 4元で表わすことができる。

$$\mathbf{v}(I) = f(A_F) \tag{7.1}$$

基本になる損傷度曲線と、建屋の弾塑性応答解析の結果を使って

$$A_{F}(I) = r_{F}(I)A_{G}(I) = r_{F}(S,d)A_{G}(I)$$
 (7.2)

と表現することができる。 $r_F$  は建屋の床面の応答加速度で、建屋の塑性係数 d と地震波 S によって定まる  $A_G(I)$  は震度 I のときの地表面加速度である。式 (7.1) の  $A_F$  に、床面の入力加速度でなく機器の応答加速度を使うという考えもあるが、図2に示したように損傷度曲線は機器固有のものから出発し、震度 I から地表面入力を介して、建屋の弾塑性応答として得られたものを考えている。

#### 8. 建屋の損傷・損壊

いまゝで"損壊(傷)"と記して来たが、DG1,2を損傷、DG3,4を損壊ということを考えて、それ全体を指して使っている。このDG1~DG4は塑性係数 4の関数と

して、弾塑性応答解析で得られた値から定められると考えている。 DG3,4では弾塑性 応答計算値と建屋の自体の挙動とは、もはや一致しないと思われるが、そのような ā が計算で得られるときの建屋の損壊状態が DG3,4となるという意味である。

この建屋の損壊状態を建屋の構造から経験的に追うことを考えてみる。建屋をRC造から各種レベルまでのメーソンリ造まであるとし、その代表的な I と d の関係を模式的に図2に記入してみた。 さらにこれを自動的に経験によりメンバシップ関数を使って選別できるようにしたツリーが図3である。最初に建屋(構造物)STが存在し、その後は構造物の内容で枝分かれをして行き、最後に構造物の施工などの良否、4 段階で枝の下端に記した建屋の脆弱性のメンバシップ関数  $\mu_s$  を得る。この  $\mu_s$  より表1 を使って、実際の地震の震度 I が設計震度  $I_d$  をどの程度超えているかによってDGを決定できる。 "0<<<" などの記号は、その超え方を示している。詳しくは省略するが0>は超えない。0~ はほゞ同程度、0<<<は著しく強い、などを現わしている。建屋に靭性のない場合を"crispy"として別記したが、これを別にするか、またどのように判定するか、図3のツリーの選別と重なってしまう可能性もあり、さらに検討を要する。

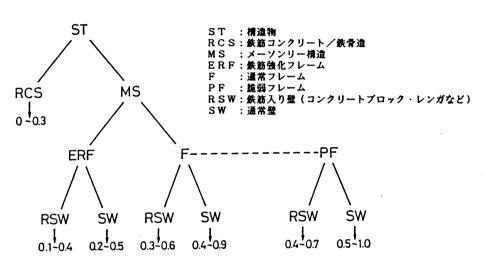


図3 建屋損壊特性メンバシップ関数を得るためのツリー構造

表1 建屋構造と設計震度別、震度 対 損壊(傷)度

	μ <sub>8</sub> = 0	0 >	0	0 <	0 < <	0<<<
と (を (P)	$\mu_{g} = 0.1  0.3$	0>>	0>	0 ~	0 <	0<<
実験度と 設計機関 (I -	μ <sub>s</sub> = 0.4 1.0	0>>>	0>>	0>	0 ~	0 <
実践 二	μ <sub>s</sub> = 0.4 1.0 (Crispy)		0>>	0 ~	0 ≲	0 <
損場	B(傷)度 DG	0	1	2	3	4

μ<sub>8</sub> : 建屋損壊特性 メンバシップ関数

#### 9. まとめ

以上のようにして建屋内機器の損傷を数値計算と経験とを組合せて計算する方法を示した。このうち建屋に関する からDGへの関係は著者がこの分野の専門ではないので、こゝではその考え方を示したということに留め、値の関係はさらに専門家の検討を俟ちたい。

なお、この考え方は著者の属する東京大学生産技術研究所耐震構造研究グループのERS Bull. (6) および中国広州および貴陽で開催された"ファジィ・システムと知識工学に関する国際シンポジュウム"で先行的に示した考え (7) を整理統合した。

なお、メンバシップ関数 と対応する関数 について確率的内容を持たせることについては、さらに検討することが必要であるが、その際にはZadehの論文<sup>(8)</sup>が参考になるものと思われる。

#### 10. 参考文献

- (1) 柴田 碧ほか:原子力発電所の地震時危険度の確率論的評価、原子力学会 誌、Vol. 28, No. I (昭61-1) p. 2.
- (2) 柴田 碧: 建屋内の機器・配管系の損傷を考慮した地震シナリオの構成法、構造物の安全性信頼性に関する国内シンポジュウム (JCOSSAR'87)、講演論文集 (昭62-12) p.311.
- (3) 柴田碧:ルーマニヤ地震(1977年3月4日)の産業施設の被害を中心として、 生産研究、東京大学生産技術研究所刊、Vol. 29、No. 10 (昭52-10)p. 503.
- (4) Shibata, H. ほか: The Damage Assessment of Equipment and Piping Systems under Seismic Condition Emphasized on their Failure Modes, *Proc. of SMiRT-8*, K17/1 (Aug. 1985) p.273.
- (5) Newmark, N.W. and Hall, W.J.: A Rational Approach to Seismic Design Standards for Structures, *Proc. of 5W.C. on Earthq. Eng'g.*, Vol.II (Aug. 1973) p.2266.
- (6) Shibata, H.: Expected Damage States of In-door Component Induced by Building Failure, Bull. of ERS, Inst. of Ind. Sci., Univ. of Tokyo, No.20 (Mar. 1987) p.51.
- (7) Shibata, H.: An Idea to Bridge between Fuzzy Expression and Engineering Numerical Expression, Preprint for Int. Symp. on Fuzzy System and Knowledge Engineering, Guangzhou & Guiyang, P.R.China (July 1987).
- (8) Zadeh, L.A.: Probability Measures of Fuzzy Events, J. of Mathematical Analysis and Application, Vol.23 (1968) p.421.

# 工法選定における例外の表現とその利用

PRACTICAL EXPRESSION FOR EXCEPTION AND ITS UTILIZATION TO CONSTRUCTION METHOD SELECTION

丸山 能生

Yoshio MARUYAMA

(株) 間組 技術研究所

Technical Research Institute of HAZAMA-GUMI, LTD.

#### 高橋 亮一

Ryoichi TAKAHASHI

東京工業大学原子炉工学研究所

Research Laboratory for Nuclear Reactors,
Tokyo Institute of Technology.

#### **ABSTRACT**

There may exist a plausible criticism against the well-defined and rule-based decision-making techniques say that its design may be beyond human knowledge since the exceptional events can be introduced as soon as an improvement has completed to the system. The criticism motivated the authors to introduce the exceptional proposition in the simple-structured construction method selection system. First, a logical form of the exception was derived as conjunction of the dictative functions. Secondly, a cancellation law in the binary logic was fuzzificated in order to define a practical technique to calculate the linguistic truth values appearing in the exception. Finally, the present method applied to the selection of piling works to ascertain whether the exceptional proposition were effective or not in the construction method selection.

#### 1. はじめに

建設工事においてその施工法を決定する場合、いくつかの工法が種々の側面から評価され、それらを総合した評価の高いものが選び出される。この過程に含まれるあいまいさに注目し、あいまいな条件命題と三段論法とで工法選定法を構成することができるい。その中で選定条件と工法の関係は選定条件を前件部、工法を後件部に持つ条件命題で表現され、命題集として蓄積される。

一旦完成した命題集にはそれが十分でない、あるいは見落としが存在するという主張が現われる。すなわち、今完成した命題集には例外が存在するという主張である。本報ではこの主張に現われる例外によって工法選定法を補強することを目的とする。はじめに条件命題に対する例外を定義し、続いてそれを使った工法選定の手順を与える。

### 2. 例外の定義

従来のあいまい論理による工法選定では

「全ての評価項目x: に対して、もしx: が条件sを満たしているならば、使用できる工法y: が一つは存在する。」

という命題を基本としている<sup>1)</sup>。評価項目と工法の集合 X、 Y をそれぞれ、

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}, Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\},$$
 (1)  
とする。  $X \ge Y$ の上にファジィ集合、

p = {使用できる工法},

を与えると、はじめの命題は次の論理式 R:; で表現できる、

$$R_{ij} : \forall_i S_i \rightarrow \exists_j P_j, \quad i=1,\dots,m, \quad j=1,\dots,n,$$
 (3)

ここでSi、Piはそれぞれ次の言語命題である、

$$S_{i} = (x_{i} \ i \ s \ s), P_{j} = (y_{j} \ i \ s \ p).$$
 (4)

(3)式の命題を主張した技術者よりもさらに経験を積んだ技術者は(3)式とは異なる経験則を持っている可能性がある。それは、

「評価項目x: が選定条件sを満たしていても、工法y; が使えない場合がある。なぜならば評価項目x: が条件tを満たしたときは工法y; は使用できないことがあるからである。」

である。これは(3)式に対する例外の存在を主張しており、次の2式から構成 される、

$$N_{ij} : \forall_i S_i \land \neg \exists_j P_j, \qquad (5)$$

$$E_{ij} : \forall_{i} \cdot T_{i} \cdot \wedge \neg \exists_{j} P_{j}, \quad i, i'=1, \cdot \cdot, m, j=1, \cdot \cdot, n.$$
 (6)

ここで(6)式を(3)式の例外と呼ぶことにする。(3)式と(5)式の関係を明らかにするために(5)式を変形する、

$$\forall_i S_i \land \neg \exists_j P_j = \neg (\neg \forall_i S_i \lor \exists_j P_j) = \neg (\forall_i S_i \to \exists_j P_j)$$
. (7) すなわち (5) 式は (3) 式の否定に等しい。次に (5) 式と (6) 式の関係を調べる。十分に経験を積んだ技術者は、

「評価項目 $x_i$ "が条件 t を満たしているならば、評価項目 $x_i$ が条件 s を満たしていても工法 $y_i$  は使用できない。」

という潜在的な命題を持っていると考えられる。これは、

$$(\forall_{i} \cdot T_{i} \cdot \wedge \neg \exists_{j} P_{j}) \rightarrow (\forall_{i} S_{i} \wedge \neg \exists_{j} P_{j}),$$

$$i, i'=1, \dots, m, j=1, \dots, n$$
(8)

と書くことができる。(8)式は(6)式が(5)式の十分条件であることを意味している。すなわち、(6)式は(3)式の否定が真であるための十分条件で

ある。本報では条件命題と例外はそれぞれ(3)式、(6)式の形で表現されているものと仮定する。

#### 3. 工法選定における例外の利用

#### 3-1簡約則

従来の工法選定<sup>1)</sup>ではあいまいな条件命題である(3)式に三段論法肯定式を あてはめ、

$$\underline{P}_{i}\alpha = (\bigwedge_{i=1}^{m} (s_{i+1} + r_{i+j+1} - 1) \vee 0, \quad 1], \qquad (9)$$

で工法y; が選定条件にどの程度適合しているかを推論した。ここで $s_{i1}$ 、 $r_{ij1}$ は命題 $S_i$ 、 $R_{ij}$ の言語的真理値 $S_i$ 、 $R_{ij}$ の $\alpha$  ーカットを求め、その下限を取ったものである。また $R_{ij}$ はtrueに近いものを仮定している。

(9)式では使用できる工法の数が絞れなかったとき、あるいは(9)式で包含していない選定条件が現われたときに例外が活用される。(6)式は基本的にA \ B の形をしている。2値論理の推論形式の一つである簡約則は、

$$\frac{A, B}{B} \tag{10}$$

と書き、AとBの連言からBを推論すると読む。 A、 Bをあいまいな命題に拡張し、 A、 B、  $A \land B$ の言語的真理値をそれぞれ $\underline{A}$ 、  $\underline{B}$ 、  $\underline{E}$ 、 その $\alpha$  - カットを、  $\underline{A}$   $\alpha$  =  $(a_1, a_u)$  ,  $\underline{B}$   $\alpha$  =  $(b_1, b_u)$  ,  $\underline{E}$   $\alpha$  =  $(e_1, e_u)$  , (11) と書けば、

$$(e_1, e_u) = (a_1 \wedge b_1, a_u \wedge b_u),$$
 (12)

である。 E, Aを与えてB $\alpha$  = ( $b_1$ 、 $b_u$ )を求めると、

$$b_{k} = \begin{cases} e_{k}, & a_{k} > e_{k}, \\ (e_{k}, 1], & a_{k} = e_{k}, \\ \phi, & a_{k} < e_{k}, (k=1,u), \end{cases}$$
 (13)

であり、 $\phi$ は空集合である。工法選定に簡約則を用いるときは $A \wedge B$ がtrueに近い場合だけを考えれば十分であるため、この条件を加えると(13)式は次式となる、

$$b_{u} = \begin{cases} 1, & a_{u} = 1, \\ \phi, & a_{u} < 1, \end{cases}$$
 (14)

b = 
$$\begin{cases} e_1, & a_1 > e_1, & a_u = 1, \\ (e_1, 1], & a_1 = e_1, & a_u = 1, \\ \phi, & \text{L} \exists \bigcup M. \end{cases}$$
 (15)

#### 3-2 例外に関する算法

(6)式に(13)、(14)式を当てはめると次式となる、

$$\neg p_{ju} = \begin{cases} 1, & t_{iu} = 1, \\ \phi, & t_{iu} < 1, \end{cases}$$
 (16)

$$\neg p_{j1} = 
 \begin{cases}
 e_{ij1}, & t_{i1} > e_{ij1}, t_{iu} = 1, \\
 (e_{ij1}, 1], & t_{i1} = e_{ij1}, t_{iu} = 1, \\
 \phi, & \text{上記以外,}
 \end{cases}$$

 $i=1, \cdot \cdot \cdot, m, j=1, \cdot \cdot, n,$ 

ここで(6)式をE;; と名付け、

$$\underline{T_{i}} \alpha = (t_{i1}, t_{iu}), \underline{\neg P_{j}} \alpha = (\neg p_{j1}, \neg p_{ju}), \qquad (18)$$

$$\underline{E_{ij}} \alpha = (e_{ij1}, 1],$$

とした。(16)、(17)式が例外による工法の評価である。

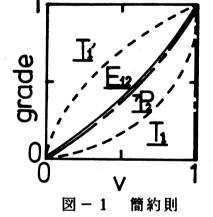
例題として命題「評価項目 $x_1$  が条件 t を満たしたときに工法 $y_2$  が使えない場合がある。」を考える。この命題を(6)式に従って論理式で表現すると、

$$E_{12} : T_1 \wedge \neg P_2,$$
 (19)

である。(16)、(17)式をE12に当てはめると「P2 は次式で推論される、

$$\frac{\neg P_2}{\alpha} = \begin{cases} (e_{121}, 1], t_{1u}=1, t_{11} \ge e_{121}, \\ \phi, & \text{上記以外.} \end{cases}$$
 (20)

図-1に示したように $T_1$  の言語的真理値が $E_{12}$ よりもcompletely trueに近い場合に限って $\frac{1}{2}$   $\alpha$  は  $(e_{121}, 1]$  と推論される。すなわち実線で示した $E_{12}$ に対して点線 $T_1$  が入力されたときは一点鎖線 $T_2$  が推論されるが、点線 $T_1$  が入力されると $E_{12}$ よりunknown に近いために $T_2$   $\alpha = \emptyset$  となる。



# 4. 例 題

設計者が地盤条件や環境条件等から杭工法を決定する状況を想定する。ここでは例題のため代表的な場所打ち杭であるベノト工法、リバース工法、アースドリル工法及び深礎を選定の対象とする。ファジィ論理による選定を始めるには評価項目を決定し、(3)式の命題Rijを作らなければならない。ここでは図-2(a)の評価構造で示したように「施工深度」、「中間層の硬さ」、「地下水水位」の三項目で評価を始めたものとする。しかし選定作業を繰り返すうちに、これらの項目を満足する工法でも「支持層の硬さ」や「被圧地下水水頭」の状態によっては使用できない場合があるという主張が現れ、それらに関する情報を例外とし

てひとまずEiiに蓄積したものとする。すなわち、条件命題による評価構造の他に図-2(b)の例外による評価構造ができている場合とする。

付表-1、2にはこの様な過程を 経てできあがったR;j、E;jの真理 値を示した。例えば、

"「施工深度が2~15mならばアースドリル工法が使用できる。」の真理値はtrue."、

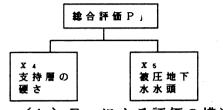
"「支持層の硬さが N 値で100 以上のときはベノト工法が使用できない場合がある。」

の真理値はrather true."、 等である。

るの耐いである。 るの耐いではないでで通いでで通いででのはいる。 でのではいる。 でのはいかでのはいる。 でのはいかでのでででででででいる。 でのはいる。 でのは、 でいる。 でいる。



(a) Riiによる評価の構造



(b)E;による評価の構造

図-2 杭工法選定の評価構造

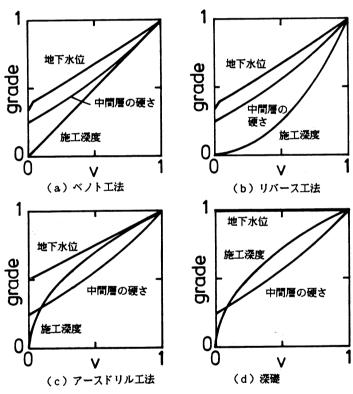
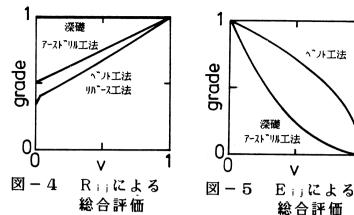


図-3 Rijによる項目別の評価結果

められ、図-3のようになる。(9)式の総合評価によってP<sub>j</sub>(j=1,・・,4)の真理値を求めると図-4である。すなわちこの入力条件下では深礎を除く3工法が使用できそうである。また適している度合もほぼ同じである。これらの工法から実際に適用するものを決定すれば工法選定は終了である。

ここでふと他の条件が気にかかり、支持層と被圧地下水について調べてみると 支持層の硬さが N 値に換算して120、 被圧地下水は存在しないことが分かったも のとする。この状況を例外で評価する。付表 - 2に従って入力すると支持層の硬さは「N>100」が"completely true"、被圧地下水水頭は「なし」が"completely true"である。この入力と付表 - 2から(16)、(17)式の推論を実行すると



 $\Box$   $P_{j}$ ( $j=1,\dots,4$ ) の真理値が求められる。その結果支持層の硬さが問題であり、アースドリル工法と深礎の $\Box$   $P_{j}$  は"very true"、 ベノト工法は"rather true" となる。これを $D_{j}$  に換算すると図-5のように「アースドリル工法、深礎が使用できる。」の真理値は"very false",「ベノト工法が使用できる。」は"rather false"である。条件命題による評価(図-4)と例外による評価(図-5)を合わせると、結局使用できる工法は「リバース工法」に絞られる。これが条件命題と例外を組み合わせた工法選定の結果である。

## 5. 結 論

条件命題に対する例外を定義した。また、2値論理の簡約則をあいまいな命題 に拡張し、例外を使った工法選定の算法を与えた。

杭工法を選定する例題により、例外による工法選定法が従来の条件命題による 選定法を補強し得ることが分かった。今後は例外に蓄積された情報を条件命題の 評価構造に組み込む論理を明らかにする必要がある。

#### 参考文献

[1]丸山、高橋:あいまい推論の工法選定への応用、日本建築学会電子計算機利用 シンポジウム論文集、2-2(1987).

付録

バ 卜工法 スドリ スエ法 ル 工法 施工深度(m) 2~15 0 0 15~25 **o** | 0 | 0 0 Δ Δ 25~40 0 40~55 Δ 0 55~70 0

付表 - 1

R;jの真理値

普	通	0	0	0	0
軟	इइ	0	0	Δ	Δ
		0	0	0	0
	い	10			
也下水	水位				
地下水高		0	0	0	

付表-2 Eijの真理値

支持層の硬さ (N値)	ベノト工法	リバース工法	アースドリル工法	深礎
50から100				Δ
100以上	Δ		0	0

被圧地下水水頭

2m以下 △ △ ◎

2m以上 ◎ ◎ ◎ ◎

◎:very true ○ :true △:rather true なし:unknown

# ファジィ集合を利用した土構造物内の浸透流の逆解析

Inverse Analysis of Seepage through Earth Structures using Fuzzy Sets

大野 研 Ken Ohno

# 三重大学生物資源学部 Faculty of Bioresources Science, Mie University

ABSTRACT: The method whitch identify coefficients of permeability of existing fill-type dams based on observed data (pore puressure, seepage discharge, reservoir level) is developed. Observed data have many sources of error (ex. mistaking obserbation of human, trouble of measuring instrument). Moreover, convincing coefficient of permeability is estimated by design coefficient of permeability and control coefficient of permeability at construction. So, fuzzy sets are used.

#### 1. まえがき

そこで土構造物全体の遮水効果を代表すると思われる透水係数を求めるために, 既存土構造物の観測データ(間隙水圧、漏水量、貯水位)を基にした逆解析の方 法を開発した. 既存土構造物全体の遮水効果を代表する透水係数と土構造物建設 前や建設中に実験で求めた透水係数の関係が解れば、今後の土構造物の建設に有 効だと思われるからである. それらの観測データには、人間の読み取り間違い、 計測機器の故障などファジィ集合で表すべき誤差が多く含まれている. また先に 述べたように、既存土構造物の設計透水係数・施工時の透水性管理値などが解っ ていることが多い. したがって、ファジィ集合の利用を考えた.

YEHによる地下水変数の逆問題のレビュー<sup>1)</sup>によると、透水係数、透水量係数、 貯留係数などを逆同定するにために種々の方法が使われている。NEUMANによると それらの手法は、直接法(方程式の逆定式化による方法)と間接法(出力結果の エラーを基準とする方法)に分類される。間接法の利点は、限られた観測から逆 問題の定式化を実行することができ、複雑な境界条件に対応できる事である。一 般に間接法の多くは、観測値と計算値の間の"ノルム"を最小にする基準を持っ ている.

さきに、我々はファジィ集合を利用した浸透流のFEMによる順解析を提案した $^2$ )が、今回は間接法を用いたファジィ集合を利用した定常浸透流のFEMによる逆解析法を述べる。

#### 2. 定式化

逆解析を行う前の設計透水係数と施工管理透水係数から予想される確からしい透水係数の常用対数を、ファジイ集合 K<sub>1</sub>、 K<sub>2</sub>、 · · · 等と定義する. そして、この逆同定問題を次式で示す多目的非線形計画問題で定義することにする.

$$\begin{aligned} & \min f_{1}\left(k_{1},\ k_{2}\cdot\cdot\right) = \text{ABS}\left(\Phi_{\text{1cal}}\left(k_{1},\ k_{2},\ \cdot\cdot\right) - \Phi_{\text{1mea}}\right) \\ & \min f_{2}\left(k_{1},\ k_{2}\cdot\cdot\right) = \text{ABS}\left(\Phi_{\text{2cal}}\left(k_{1},\ k_{2},\ \cdot\cdot\right) - \Phi_{\text{2mea}}\right) \\ & \cdot\cdot\cdot\cdot \\ & \min f_{n}\left(k_{1},\ k_{2}\cdot\cdot\right) = \text{ABS}\left(Q_{\text{cal}}\left(k_{1},\ k_{2},\ \cdot\cdot\right) - Q_{\text{mea}}\right) \\ & \text{subject to} \end{aligned}$$

Φ, Qの添字は測定点,

ここで, $\Phi_{\text{oal}}$ は計算ポテンシャル, $\Phi_{\text{mea}}$ は測定ポテンシャル, $Q_{\text{oal}}$ は計算流量, $Q_{\text{mea}}$ は測定流量, $K_{\text{m}}\alpha$ は材料 mの確からしい透水係数の常用対数の $\alpha$  レベル集合である(ただし,ファジィ集合 K はファジィ集合の標準的な関数である  $\Pi$  関数を用いて  $K=\Pi$  ( $\log_{10} k$ ; b, c) と表されていることにする.ここで,b, c は任意の変数である).

また、Kの $\alpha$ レベル集合はKが $\Pi$  関数で表されており、CONVEX集合であることが明白なので、

$$K\alpha = U$$
 (sup k U inf k)
$$\beta \quad \log_{10} k \in K\alpha \quad \log_{10} k \in K\alpha$$
(2)

ただし、  $\beta \in \{x \mid 1 \ge x \ge \alpha, x は 実数\}$ 

とも定義される. これを,

$$K\alpha = \bigcup (\sup_{\beta \in K} k \cup \inf_{\alpha \in K} k)$$

$$\beta \cdot \log_{10} k \in K\alpha \quad \log_{10} k \in K\alpha$$
(3)

ただし、  $\beta$  '  $\boldsymbol{\epsilon}$  {  $\mathbf{x} \mid 1 \ge \mathbf{x} \ge \alpha$  ,  $\beta$  ' / 0 . 1 は整数 }

と近似することにする。 すると、(1)式の制約条件のなかで、目的関数fiが取りうる値のベクトルFの全組合せを計算することが出来る。

さて、多目的非線形計画法ではすべての目的関数の値を、完全に最小にするわけにはいかない、適当な基準が必要である。そこでその基準として、ファジイ積分を用い総合判断値をだすことにする.

ここでは、 $\lambda$ を 0 としたときのファジィ測度 g  $\lambda$  = g を各測定値の重視度とする・また、h 関数は各測定値と計算値の一致度として、次式で定義する・

ここで, 添字iは測定点を表す.

この結果,ファジィ積分の答えは,測定値と計算値の総合的な一致度ということになる.この一致度の一番大きなケースが,上記多目的非線形計画問題の答えである.ここで,最初に $\alpha$  レベル集合を離散的に近似したことから,逆同定された透水係数 $r_n$ ((2)式或は(3)式によれば,これはいずれかの $\alpha$ の値の

sup k か inf kに一致しているはずである。そこで、そのα値をlog<sub>10</sub>k EKα log<sub>10</sub>k EKα

γとおく)の常用対数は、次式で定義されるファジィ集合 R<sub>m</sub>の代表値であると考えることにする。

 $IF r_m = sup$ logiok EK m 7  $R_m = \Pi$  (log<sub>10</sub> k; max (log<sub>10</sub>  $r_m$  - sup log<sub>10</sub> s log<sub>10</sub>s **ξ**K<sub>m</sub>(γ<sub>-0.1)</sub> , sup  $log_{10}s - log_{10}r_m$ ) log105 (K m ( 7 + 0.1) (10),  $log_{10}r_m$  ) If  $r_m = \inf k$ log<sub>10</sub>k €K<sub>m</sub>γ  $R_m = \Pi$  (log<sub>10</sub>k; max(log<sub>10</sub> rm - inf log<sub>10</sub>s  $\log_{10} s \in K_{m}(\gamma_{-0.1})$ , inf  $log_{10}s - log_{10}r_m$ ) log105 (Km(Y+0.1) (10)',  $log_{10}r_m$ )

ここで,添字mは材料の種類を表す.

#### 3. 解析例

解水夕度水のの各、ら水は位常をので2間流解位とて各こ貯非消機ので2間流解位とて各こ貯非消機ので2間流解位とて各こ貯非消機ので20元間流解位とて各こ貯非消機ので20元間流解位とて各こ貯非消機ので20元間流解位とて各こ貯非消機ので20元間流解位とて各こ貯非消機ので20元間流解位とて各こ貯非消機

の異常の発見にも役立つ. FIG.1 に回帰の一例を示す.

FIG. 2 にダムの標準断面図と埋設計器 の位置を示す. 貯水

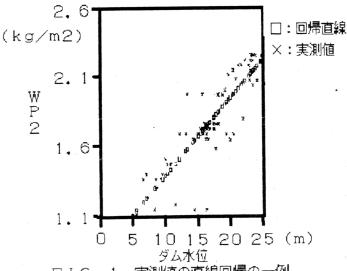


FIG. 1 実測値の直線回帰の一例



FIG. 2 ダムの標準断面図と埋設計器の位置

位が16.2mの時のデータをもとに、逆解析を行った、シェル部の設計透水係数は

5.0 + 10-5 cm/sec, 施工管理時 の透水係数の平均が3,0\*10-4 cm/sec, コア部の設計透水係 数は1.0\*10-6 cm/sec, 施工管 理時の透水係数の平均が4.1\*  $10^{-5}$  cm/secとわかっている. そこで、シェル部の確からし い透水係数の常用対数の集合  $\mathcal{E} K_{SHELL} = \Pi \left( \log_{10} k ; 1 \right)$ log<sub>10</sub>(5.0\*10<sup>-5</sup>)), コア部の 確からしい透水係数の常用対 数の集合を $K_{CORE} = \Pi$  (  $\log_{10} k$ ; 2,  $\log_{10} (1.0*10^{-6})$ ))とした(ドレーンの透水係 数は、5,0\*10<sup>-4</sup>cm/secに固定 した).解析の結果得られた 透水係数の帰属度1のものは, シェル部で2.99\*10-4cm/sec, コア部で2.33\*10<sup>-5</sup>cm/secであ った. 両者とも設計値と施工 管理値の間にある。この透水 係数を用いて計算した水圧( 水頭表示)と測定水圧の比較 をFIG.3に、計算した流量と 測定流量の比較をFIG.4に示 す.

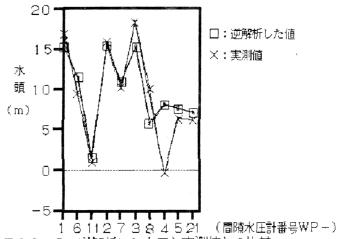
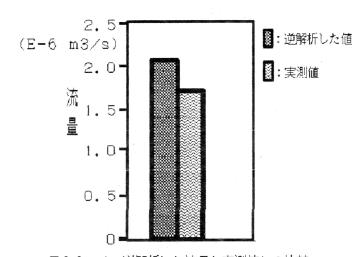


FIG. 3 逆解析した水圧と実測値との比較



F1G.4 逆解析した流量と実測値との比較

#### 4. おわりに

ファジイ集合を利用した定常浸透流の逆同定手法を示した.この手法には、次に示す3つの利点がある.

- 1)総合判断にファジィ集合を用いていることから、データの各種ノイズに影響されることが少ない(ロバスト性がある).
- 2)同じく総合判断にファジィ集合を用いていることから、性質の異なる測定値(今回の場合は水圧と流量)を総合して逆同定ができる。
- 3)設計透水係数,施工管理値などの既に蓄積した当該土構造物の透水係数に関するデータおよび透水係数に関する技術者の知識を逆同定解析に生かすことができる.

この3つの利点は、現実的な逆同定には非常に有効であると思われる. さらなる手法の改良、手法の検証を今後行っていきたい.

#### 参考文献

- 1) W. W. YEH, REVIEW OF PARAMETER IDENTIFICATION PROCEDURES IN GROUNDWATER HYDROLOGY: THE INVERSE PROBLEM, WATER RESOURCES RESEARCH, VOL. 22, NO. 2
- 2)大野研,土構造物内の浸透流解析についてのファジィ理論の応用,第3回ファジィシステムシンポジウム講演論文集,pp249-254,1987

# コンクリート構造物の耐久性評価へのファジィ理論の応用

京都大学工学部 古田 均 鹿島建設 (株) 尾崎 美伸京都大学工学部 白石 成人

## 1. まえがき

現在、橋梁構造物の維持補修にかかる費用が、建設費と比較して無視できない額になっていることを考えると、新しい橋梁の建設だけでなく、維持補修業務の合理化が必要不可欠なものとなっている。ところが、維持補修業務は個々の構造物の構造特性や使用環境などの特殊性から画一的に行うことができず、技術者の経験、判断に委ねられている部分が多くある。このことは、従来維持補修に関する研究がいわゆる学問的な視点から捉えられていなかったことにも起因して、一般的な補修基準が未だ確立されれていないことにも通じる。

適切な維持補修を行うには、構造物あるいは部材の損傷・劣化機構を明らかにし、その将来予測を的確に行う必要がある。本研究では、鉄筋コンクリート(RC)構造物を対象に、経時的変化を考慮した信頼性解析を行い、その余寿命推定を行うことを目的としている。従来RC構造物はメインテナンスフリーといわれ、ある程度損傷を許容する形で供用されてきた。ところが、最近では腐食や美観などの点から、維持補修の重要性が再認識されてきている。このような観点からは、維持補修は破壊を対象とするものではなく、使用限界を考慮したものでなければならない。

R C部材の場合、定量化が比較的容易であることから、損傷(使用限界)の評価尺度としてひび割れに関する諸量が用いられることが多い。しかし、その値自身は定量的であっても、そのメカニズムの複雑さ、荷重との関係などより、ひび割れ使用限界の設定には不確定な要因が数多く存在する。本研究では、従来確定量として扱われてきた損傷評価尺度を拡張して、広がりのある値すなわちファジィ数として定義することによって、より現実的な限界状態の設定法を提案し、RC構造物の強度劣化の経時的変化の信頼性解析への導入法について考究する。

# 2. 抵抗強度の経時的変化を考慮した信頼性解析

本研究では、ひび割れ幅を用いて使

用限界を規定する。一般によく用いら 表-1 許容ひび割れ幅とかぶりの関係れているコンクリート示方書 $^{1}$ )によると、

鋼材の腐食に対する許容ひびわれ幅Waは、かぶりcを用いて次式で与えられる。

 $Wa = K \cdot c \tag{1}$ 

環境条件	K
一般の環境	0.005
腐食性環境	0.004
特に厳しい腐食性環境	0.0035

ここで、係数Kの値を表-1に示す。こ

れらの値は過去の実例に基づいたものと思われ、阪神高速道路公団点検標準<sup>2)</sup>にもこれらに近い値が示されていることから、本研究では式(1)を用いて使用限界状態を表現する。このとき、ある時刻 t でのひび割れ幅W(t)が以下の関係を満たせば、使用限界は満足されていることになる。

$$W(t) - Wa < 0 \tag{2}$$

さてここで問題となるのは、いかにしてW(t)を求めるかということである。本研究では、W(t)を最大ひび割れ幅で定義する。最大ひび割れ幅は最大ひび割れ間隔 1 maxの発生箇所で生じると考えられ、次式で求められる<sup>3)</sup>。

$$W(t) = (\sigma s / E s - \sigma t / E s \cdot p - \varepsilon c - \varepsilon \phi) \cdot 1 \max$$
 (3)

$$1 \text{ max} = k \cdot 4 \cdot c / 1.45 \cdot (1 + 0.18 \text{ e s} / c)$$
 (4)

ここで、 $\sigma$  tはひび割れ間の付着による鉄筋応力の減少量を有効断面積 A sの平均引っ張り応力に換算したものである。また、p、e sはそれぞれ鉄筋比、鉄筋の純間隔であり、 $\epsilon$  cは荷重によって生じたコンクリート表面のひずみで、 $\epsilon$   $\phi$  は乾燥収縮・クリープによって生じた鉄筋とコンクリートの間の弾性ひずみ差である。いま、 $\epsilon$   $\phi$  を次式で与える $^{4)}$ 。

$$\varepsilon \phi = - (\sigma \csc / E c + \omega \infty / \phi \infty) \cdot 1/\alpha s \cdot (1 - \exp (\alpha s \cdot \phi (t)))$$
 (5)

ただし、 $\sigma$  csgは引っ張り鉄筋の重心におけるコンクリート死荷重応力、 $\omega$   $\infty$  は収縮率の最終値、 $\phi$   $\infty$  はクリープ係数の最終値、 $\phi$  (t)は時刻 t におけるクリープ係数、また  $\alpha$  sは影響係数で以下の式で定義される。

$$\alpha s = n \cdot A s / A i \cdot (1 + S^2 / P i^2)$$
 (6)

ただし、Ai、Pi、Sはそれぞれ、換算断面についての断面積、換算断面についての回転半径、コンクリートと鉄筋の重心間の距離である。

また、 φ(t)と φ ∞ には以下の式を用いる <sup>5)</sup> 。

$$\phi(t) = a \ b / (1.5 + 1.75t)$$
 (7)

$$\phi = 4 a b \qquad (a, b: \pm 2b) \tag{8}$$

以上に示した抵抗強度決定に用いる理論式の係数や値そのものの中には、過去の実例や実験により求まるものがある。しかしながら、実験データが不十分のものや、工学的判断により決定されているものも多くある。本研究では、これらの

値に含まれる不確定性を考慮するために、各々の値をファジィ数として定義する ことによって広がりを与えて、各係数の曖昧さを抵抗関数に反映さすことを試み る。

ここでは荷重は正規確率過程と仮定し、時間とともに変化する抵抗関数 R(t)を超過する確率を求めるのに以下の近似式を用いる<sup>6)</sup>。

$$Pf(T) < 2 \int h(t) dt + 2P[S(0)>R(0)]$$
 (9)

# 3. 数值計算例

本研究では簡単のため、単鉄筋長方形断面を有する単純梁を対象として計算を 行う。ここで実際の橋梁について考えてみると、このような梁が単独で荷重を支 持するような構造はほとんどみられないが、床版などと合成構造を構成する場合 に、このような仮定に近い状況を考えることができる。また、単純梁以外の構造 系を持つ場合でも、拘束条件等による収縮の影響を加味すれば、応用問題として 意味あるものと考えることができよう。

表 - 2 1 maxに関する係数 k4

k 4
5.4
6.48
6.48

表 - 3 収縮の最終値ω∞

構造形及び材質	ω ∞
ラーメン	15x10 <sup>-5</sup>
アーチ (鉄筋量0.5%以下)	15x10 <sup>-5</sup>
アーチ (鉄筋量0.1%~0.5%)	20x10 <sup>-5</sup>
無筋コンクリート	25x10 <sup>-5</sup>

表 - 4 φ(t)を決定する係数a,b

断面の大きさ	a
 普通	1.0
最小寸法0.75mm以上	0.9
最小寸法1.50mm以上	0.8

環境条件	b
乾燥	1.00
戸外	0.75
湿潤	0.50
水中	0.25

本研究では、このような工学的判断を基に決定されている係数をファジィ数として表現し、各係数のあいまいさを抵抗関数に反映さすことを考える。ここでは計算を簡単にするために、メンバーシップ関数は左右対称な三角形分布形状の関数を用いる。表-1から表-4を参考にして、各係数を次のように仮定する。

$$k4 = (5.4, 0.05, 0.05)$$
 (10)

$$K = (0.005, 0.0001, 0.0001) \tag{11}$$

$$\omega = (0.00015, 0.0005, 0.0005) \tag{12}$$

$$\mathbf{a} = (1.0, 0.1, 0.1) \tag{13}$$

$$b = (0.75, 0.25, 0.25) \tag{14}$$

ここで、中央値m、左右の広がりCL、CRとして、MえばA=(m,CL,CR) という形で表している $^{7}$ )。

式(9)により破壊確率を算定するには、荷重 S(t)の標準偏差  $\sigma$  1 と荷重の導関数 S(t)の標準偏差  $\sigma$  2 を決定しなければならない。ここでは  $\sigma$  1 は変動係数 V = 0. 2 とおき、 V =  $\sigma$  1 / S より計算する。ここで S は荷重 S(t) の期待値である。  $\sigma$  2 は、荷重の自己相関関数  $\kappa$   $S(\tau)$  を  $\tau$  = 0 において 2 回微分した値として与えられる。 参考文献 8 によると、自動車や風荷重のように再現性が強く長期変動する荷重の場合、  $\kappa$   $S(\tau)$  を、

$$\kappa S(\tau) = \sigma 1^2 \exp(-\alpha \tau^2), \qquad \alpha > 0 \tag{15}$$

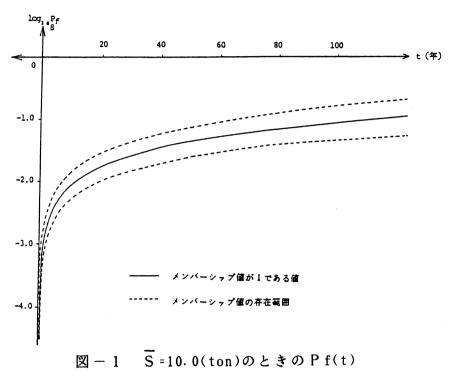
とおくことができる。この仮定により、

$$\sigma 2^2 = -2 \alpha \sigma 1^2 \tag{16}$$

となる。本数値計算例では、このように自己相関関数を仮定し、 $\overline{S}$ によって $\sigma 1$ 、 $\sigma 2$ を決定する。ここで、 $\overline{S}$ =10.0(ton)、 $\overline{S}$ =9.0(ton)の場合について数値積分法を用いて破壊確率を求める。その結果を図-1、2に示す。図-1の数値計算結果をみると、抵抗関数の影響によって、破壊確率が時間と共に増加していることが分かる。また、Pfのファジィ数としての広がりを考えると、時間とともに広がりも増加し、Pfの曖昧さと時間との関係が明らかになっている。

次に、破壊確率の許容値 P faを設定することにより、寿命推定を行うことを試みる。まず、単純に P f(t)の中央値が P faに達する時点を寿命と考えると、 グラフより表 -5 で示す値が推定される。ここで P f(t)がファジィ数であることを利用して寿命 T もファジィ数で表現することを試みると、 図 -2 のように P f(t)の

メンバーシップ値が0になる間の区間として、寿命下が表現される。しかし、Pf(t)のメンバーシップ値が0に非常に近いところは、維持補修にそれほど有用な情報を与えないと考えられ、あまり意味がないと思われる。そこでメンバーシップ値がある値  $\mu$  ( $0 < \mu < 1$ ) 以上となるような t の区間を寿命として表すことを考える。この考え方を用いると、 $\mu$ の値に工学者の判断を導入することが出来る。



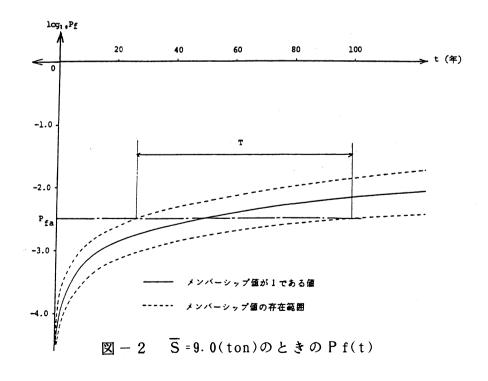


表-5 許容破壊確率と寿命(概値)

Pfa	S=9.0(ton)	S=10.0(ton)
10-2	100年以上	12年
10-2.5	50年	5年
10-3	16年	2年

# 4. 結論およびあとがき

本研究では、コンクリート梁の信頼性解析に注目し、抵抗強度の経時的変化の導入法について研究を行った。ひび割れに関する種々の理論式をファジィ理論を用いて定義し、ひび割れ幅をファジィ数として表現することを試みた。このようにすると、不規則関数論によって計算された破壊確率や寿命が、ある程度幅を持った値として表現することができ、使用者の判断を取り入れることによって、柔軟な維持管理計画策定が可能になると思われる。

# 参考文献

- 1)土木学会編: 昭和61年度制定コンクリート標準示方書、1986.
- 2)阪神高速道路公団:道路橋構造物の点検標準、1985.
- 3)角田与史雄:鉄筋コンクリートの最大ひび割れ幅、コンクリートジャーナル, Vol. 8, No. 9, 1970.
- 4)横道英雄: コンクリート橋、技法堂、1962.
- 5) 岡田、明石、神山、児玉: 土木材料学 (新訂版)、国民科学社、1982.
- 6) J. Yao and M. Shinozuka: On the Two-Sided Time-Dependent Barrier Problem, J. of Sound and Vib., 6, 1967.
- 7)D. Dubois and H. Prade: Fuzzy Real Algebra: Some Results, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 2, 1978.
- 8)白木渡: 不規則関数に基づく構造物および構造部材の信頼性解析に関する基礎 的研究、名古屋大学博士論文、1980.

# ファジィ事例学習に基づく制御戦略知識の生成

Acquisition of Heuristically-Skilled Knowledge for Control by Fuzzy Learning from Training Instances

○椹木 哲夫\* 松尾 真人\*\* 片井 修\* 岩井 壮介\* T. SAWARAGI\*, M. MATSUO\*\*, O. KATAI\* and S. IWAI\*

## \* 京都大学工学部 \*\*NTT(#)

\* Faculty of Engineering, Kyoto University \*\* NTT Corp.

Abstract: To acquire experts' control skills, the computer system should be provided with their problem-solving strategies and domain-specific knowledge that are utilized in the operators' cognitive process. This paper presents an algorithm for acquiring experts' skills from their operation histories. It interprets the operation histories in an interactive way, and selectively extracts the operations that reflect operators' strategic control skills. Those operations are generalized based on a deformation theory and added to the existing knowledge.

## 1. はじめに

近年、熟練オペレータの柔軟かつ適応的な制御を実現するべく、オペレータの有している経験則や知識をシステム内に備え、この知識とセンサー等から随時入力される現状況を表す信号とを照合することによって制御入力を決定していく knowledge-based control の研究が盛んに進められてきている。しかし、現在までのアプローチは、オペレータの経験則に基づいているとはいうものの、より深層での問題解決戦略や認知処理の実際とはかなり隔たりが大きい。特に、技能・スキルと呼ばれるレベルの知識は、大局的な制御戦略を反映しながら、経験により決まった順序で半自動的に実行されるような複数操作系列のチャンク化(ルーチン化)されたものであるが、このような知識の獲得は、オペレータの既有知識やその背後で働いている認知処理のメカニズムを導入することにより初めて達成されるものである。

本研究では、複雑な動特性を有する制御対象を操作する熟練オペレータの操作履歴、即ち制御操作 系列を事例として与えたもとで、事例からのスキル獲得を自動化するための学習システムについて報 告する。

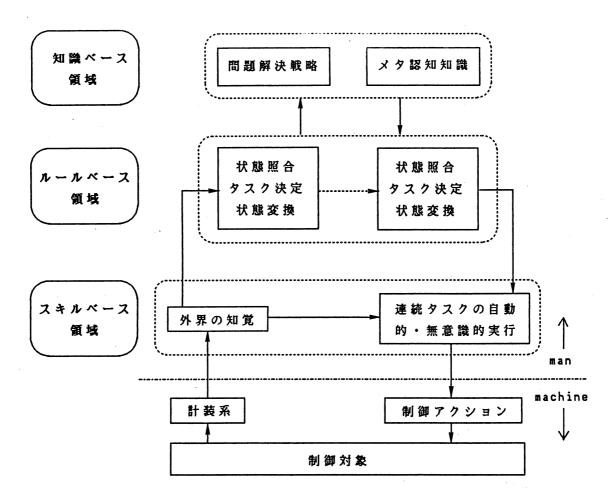


Fig. 1 Rusmussen's cognitive process model of operators

#### 2. オペレータの認知行動

J. Rasmussen は、原子炉等のプラントを対象とするプロセスコントロールにおいて、熟練オペレータがプラント計装から情報を受け取り、最終的にプラントの制御操作として出力する間に行う認知処理について詳しい解析を行っている<sup>1)2)</sup>。そこでの情報処理機構は、Fig.1 に示すように、スキル・ルール・知識ベース領域の3段階に識別される。即ち、熟練オペレータの行為特性は、原則としてif-then 形式のルールに基づく pattern-directed なものであるが、それと同時に、これらルールの一定順序の繰り返し適用が習慣化・ルーチン化され、 下位レベルの スキルベース領域へと漸次委任が行われる。これにより、ルール探索のための意識的な注意や情報処理の負荷が低減され、効率の高い制御を実現している。また、現状況と直接照合するルールが存在しない場合でも、上位レベルの知識ベース領域を参照することにより、対象システムの深層モデルや、知識の取扱を一般的に規定したメタ知識を言及することにより、ルールの獲得・修正を柔軟かつ適応的に行っている。

これらの知識のうち、上位のものほど、問題対象にとらわれない task-independent な知識であり、発語思考分析(protocol analysis) やインタビュー等を通して、言語表現したり手続き的に記述することが比較的容易な知識である。しかしその反面、この知識を即座に制御対象に対して適用するためには、さまざまな情報の変換や適用可能ルールの探索の組合せ的爆発の問題の解決が要請されるが、通常このような操作は、熟練オペレータの内的な認知処理に委ねられるため、操作履歴等からこのような知識の働いている部分を例証することは容易なことではない。

一方、領域に固有な下位の知識は、オペレータが経験や勘にまかせて習慣化して無意識的に適用しているものであることから、知識の内容を言語等により明示することが困難なものであり、むしろ「実際にやってみせる」ことによって初めて示すことができるような操作的 (operational) な知識で、オペレータの操作履歴等に implicit に表出されたものである。 そして operational であるが故に、知識を直接制御対象に適用でき、学習による効率向上に即座に結び付く知識ということができる。

# 3. 学習システムの基本アーキテクチャー

以上の議論に基づき、本研究では、熟練オペレータの操作履歴を事例として与え、予めシステム内に用意されたルール・知識ベース領域の知識に基づいてスキルベース領域レベルでの知識獲得を自動化するための学習システムについて報告する。ただしここでの学習は、ロボットの教示学習やならい制御のように、与えられた事例を丸暗記的・猿真似的に精度高く模倣することが目的ではない。オペレータの既有知識や問題解決戦略が反映されたスキルは、一般に与えられた事例のすべてに現れているわけではなく、その中の一部にしか表出していないものであることから、このような部分を事例の中から選択的に抽出し、類似の状況にも適用可能な知識として一般化することが本研究での主目的である。

本研究で用いた制御対象としては、下式でモデル化されるような定速度で航行する大型タンカーを シミュレータに組み込み、キー操作によって船の方向を変え、ディスプレイ上に描かれたいくつかの ゲート (軌門)を順番に通過させるために、直進もしくは左右方向への舵取とその操作持続時間を決 定することである<sup>4)</sup>。船のもつ慣性とキー操作ー船の挙動に時間遅れを生じることから、ある程度の 経験と問題解決戦略が必要とされる制御タスクである。

 $T \dot{\omega}(t) + \omega(t) = u(t), \quad \omega(0) = \omega o$  $\theta(t) = \int_{-\infty}^{t} \omega(t) dt + \theta(0), \quad \theta(0) = \theta o$ 

 $\dot{x}(t) = V \sin \theta(t), x(0) = xo$ 

 $\dot{y}(t) = V\cos\theta(t), y(0) = y_0$ 

 $\omega(t)$ :角速度  $\theta(t)$ :方向角 x(t)・y(t):船の位置座標 u(t):操舵角

T:時定数(一定) V:船の速度(一定)

Fig.2 に、本研究で提唱する学習システムのアーキテクチャー、並びにFig.1 との対応関係を示す。同図の問題解決過程には、熟練オペレータの手続き的な制御戦略のプロセスがアルゴリズム化されている。これには、目標指向的なプロセス、即ち最終目標達成のための下位目標を自律的かつ内部発生的に生成するプロセス(副目標戦略)、ならびにこのような目標設定にともなう大局的かつ粗いプランのもとで、とるべき操作のタイミングを測り(位置戦略)、予測される船の挙動と目標との比較評価により操作を微調整しながら(相殺戦略)、局所的なプラン生成を並行して行うプロセスが含まれている。

問題解決知識としては、どのような状態のもとでどのような操作をとればどのような状態が得られるかといった操縦行為と船の挙動の間の因果関係を規定した知識《状態変換則》と、これらの知識を 獲得・修正するために許容される手続きを規定したメタ認知的知識《知識修正則》が用意されている。 このような問題領域固有性の各々異なる問題解決プロセスと知識を基盤に、学習システム自身が、学

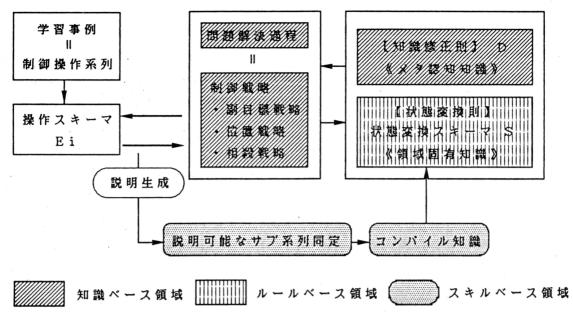


Fig. 2 An overview of skill-acquisition system

習材料との相互交渉によって、事例の中からまとまりのある解釈を構成し、このような理解を通じて、 学習事例から得られた知識と既有知識を融合することにより新たな知識を生成獲得していくものであ る。

# 4. 説明に基づく学習プロセス

## 4-1 状態変換則の生成

学習システムは制御戦略知識の獲得に先立ち、シミュレータに、ランダムに発生した操舵方向(左・右・直進)・操作量・持続時間からなる制御操作を入力することにより、以下に示すような、[初期状態:制御入力→終了状態] からなる状態変換スキーマ Si(εS)を次々に生成する。

Sj: [初期状態 I\_St;(I\_Dir, I\_Rot, I\_GDir, I\_GRot, I\_Dst, I\_TShape): 制御入力 Op\_In;(OpDir, OpQty, OpDur)

終了状態 F St;(F Dir, F Rot, F\_GDir, F\_GRot, F\_Dst, F\_TShape)]

ここで状態を記述する各属性値は、Fig.3 に示すように、シミュレータから得られる船の絶対座標による入力情報を、船の現在位置から次ゲートへの相対的な方向・距離、その時点での航跡の形状等、オペレータが実際に船を操る場合の目的指向的な内的表現(メンタルに捉えている問題空間記述)に変換したものである。即ち、船の進行方向(Dir)・回転方向(Rot)・ゲートへの方向(GDir)・進行方向からゲート方向への回転角(GRot)・ゲートまでの距離(Dst)・軌跡形状(TShape)で、 制御入力は、 舵取の方向 (OpDir)・量 (OpQty)・次の方向変更までの直進時間 (OpDur) により表現している。

生成されたスキーマのうち、互いに類似する状態と操作を有するものは、属性値が区間値として一般化され、同一の状態変換則としてカテゴライズされている。

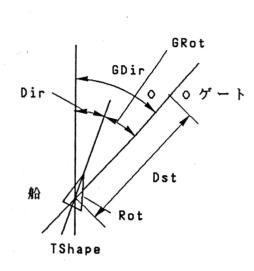


Fig. 3 State representation

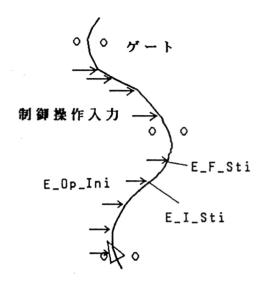


Fig. 4 Operation histories

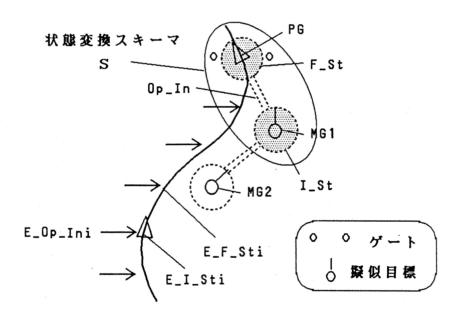


Fig. 5 Setting subgoals (mental gates)

# 4-2 学習事例の表現

システムは、この状態変換の知識 S と知識修正則ならびに制御戦略を反映した問題解決アルゴリズムに基づいて、熟練オペレータにより与えられた制御事例に対する説明づけを行う。Fig.4 に示すような熟練オペレータの操作履歴としての事例は、まず、時系列データとして入力された後、各制御操作  $E_0p_1$  に 毎に、以下のような操作スキーマ Ei ( $i=1,\dots,n$ ) に変換される。

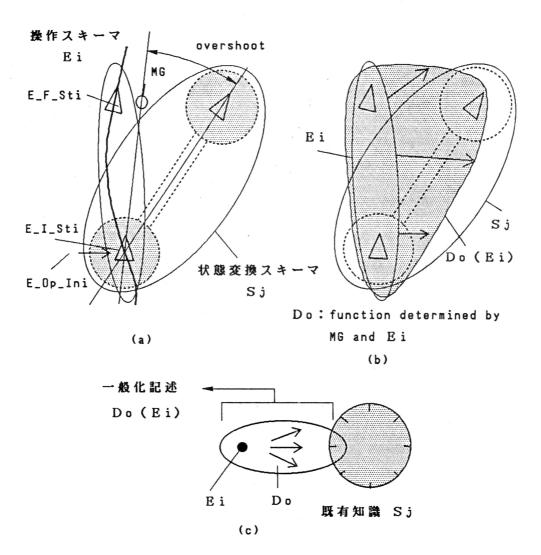


Fig. 6 Generalizing E i by deforming it to fit to thexisting knowledge

Ei: [初期状態 E\_I\_Sti(E\_I\_Dir, E\_I\_Rot, E\_I\_GDir, E\_I\_GRot, E\_I\_Dst, E\_I\_Tshape): 制御入力 E\_Op\_Ini(E\_OpDir, E\_OpQty, E\_OpDur)

終了状態 E\_F\_St;(E\_F\_Dir, E\_F\_Rot, E\_F\_GDir, E\_F\_GRot, E\_F\_Dst, E\_F\_Tshape)]

## 4-3 既有知識による説明生成プロセス

説明プロセスは、第i操作スキーマ Ei について、操作入力時の状態( $E_I_St_i$ )を初期状態、次ゲートでの通過方向(ゲート配置から決定される)( $PG_Dir$ )を終了状態に有するような状態変換スキーマ $S_J(\varepsilon S)$  が存在するか否かを調べ、とられた操作  $E_0p_In_i$  が既有のスキーマに表現された操作  $Op_In_i$  と整合する(前者の各属性値が後者の区間属性値に含まれる)場合には説明を成功する。失敗した場合システムは、ゲート通過状態を終了状態としてもつような状態変換スキーマを検索し、

そのスキーマの初期状態を擬似目標 (MG1) ―― 外部から与えられた通過すべき目標 (ゲート)とは異なるが、オペレータ内部で、その目標達成のために通過しなければならない地点として認識されている中間目標――として設定する。この擬似目標はFig.5 に示すように、さらに再帰的に設定される (MGj, j=1,…,k) 《副目標戦略》。

次にシステムは、再近隣の擬似目標(MGk)を終了状態、E\_I\_Sti を初期状態とし、E\_Op\_Ini と整合する状態変換スキーマを検索にいくが、通常はダイレクトに照合するスキーマは存在せず、 Fig.6 に示すように、初期状態・操作入力・終了状態のうち部分的にのみ照合できるようなものが存在する。この場合、システムは操作スキーマEi に対し、知識修正則を用いて許容される操作スキーマの変形を試みる。このような修正則としては、初期状態に対する変形 (Ds) と制御操作に対する変形 (Do)の2種類を用意している。

例えばDo は、Fig.6(a) に示すように、初期状態が照合する Sj のような状態変換スキーマが存在するものの、これをそのまま適用したのでは、同図に示すように、overshootingしてしまうような場合である。このような場合、オペレータは、適用しようとする自らの制御入力の結果を予め予測し、目標と比較評価したうえで自らの操作を調整している《相殺戦略》。そこでシステムは、Ei に対して、擬似目標と Sj から決定される overshoot 分に見合った制御操作を外挿により修正し、それに対応する終了状態に修正した操作スキーマDo (Ei) (Fig.6(b)) を生成、この修正された操作スキーマが、Sj と整合する場合には、オペレータの操作E\_Op\_Ini は、既有の状態変換則 Sj とメタ知識Do を用い、擬似目標を通過するべく、応答遅れを予測してとられた操作《位置戦略》として説明づけられたものとみなし、この際既有知識に照合させるべく行った外挿分を一般化して保存する (Fig.6(c))。逆に変形を許容しても既有知識とのオーバーラップが見いだせない場合には、説明不可とみなす。このプロセスを、次の操作スキーマ Ei+1 に対しても再帰的に実行する。

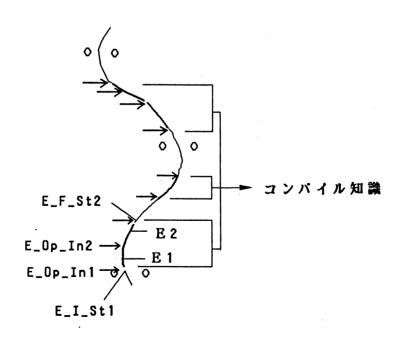


Fig. 7 Compiled knowledge of a sequence of operartions

#### 4-4 コンパイル知識の生成

以上の結果、Fig.7 に示すように、熟練オペレータによる制御操作系列の中から既有知識により説明づけられるサプ系列、説明づけられない部分が認識される。この前者の部分的に連続した操作系列を、制御戦略知識が背後に働いた常套的な一連の手続き知識として、[初期状態、制御操作系列、終了状態]の形でコンパイルする。この知識は、前プロセスにおいて、認識された際の修正則による変形を施した知識として表現されており、きたるべき類似の新たな状況下でも適用可能なように一般化がなされている。この知識は、状態変換則の知識に付加され、以下の別の事例の説明づけが、随時更新された知識に基づいてなされることになる。

# 5. むすび

以上本論文では、制御戦略知識を獲得するべく、説明に基づく事例からの学習アルゴリズム<sup>3)</sup>を提唱した。学習に用いられる既有知識は、その量・構造ともに固定的なものではなく、常に動的に更新を受けるものである。即ち、最初は初期的な既有知識(状態変換則)を出発点として、これに基づいて抽出されるスキルは信頼性の乏しいものであるが、このようにして獲得されたスキルがルールとして既有知識に付加され、フィードバックされることにより、新たな事例の処理がより確度の高いものになっていく。このように一つ一つ与えられる事例がボトムアップに知識の全体構造を形づくっていく一方で、この全体構造が各事例からのスキルの獲得に際して、説明づけられる部分を選択的に決定していき、最終的に信頼性の高いスキルを自己組織していくというホロニック・ループの考え方は、学習システムを構築していく上で、不可欠な要素である<sup>5)</sup>。

現在、学習効果を実証するべく、与える事例の数を増やすに従って、そこで獲得された知識に基づく制御結果がどのように向上していくかについて、また与えられるゲート配置を事例学習時のものから変化させた場合にどれほどの適応性を呈するかについて、シミュレーションによる比較検討を行っている。

# 【参考文献】

- 1) Rasmussen, J.: Skills, rules, knowledge: signals, signs, symbols and other distinctions in human performance models, <u>IEEE Trans. of Syst. Man and Cybern.</u>, <u>SMC-12</u>, 127 (1983)
- 2) Rasmussen, J.: Models of Mental Strategies in Process Plant Diagnosis, in Rasmussen, J. and Rouse, W. (Eds.); <u>Human Detection and Diagnosis of System Failures</u>, New York, Plenum, 241-258 (1981)
- 3) Mitchell, T.M.et al.: Explanation-based generalization: a unifying view, <u>Machine</u> <u>Learning</u>, 1, 1, 47-80 (1986)
- 4) Anzai, Y.: Cognitive Control of Real-Time Event-Driven Systems, <u>Cognitive Science</u>, 8, 221-254 (1984)
- 5) 清水,山口:大脳の情報処理とそのバイオコンピュータへの応用,<u>生体の科学,37,</u>26-40 (1986)

# 知識表現における 不確実性の評価の性質について SOME PROPERTIES OF FUZZY EVALUATION IN KNOWLEDGE REPRESENTATION

廣田 薫 , 渡辺 彰彦 \*\* Kaoru HIROTA and Akihiko WATANABE

\* 法政大学工学部電気工学科計測制御専攻
Dept. of Instrument & Control. Eng., College of Eng., HOSEI Univ.
\*\* 法政大学大学院工学研究科システム工学専攻
The HOSEI Univ. Grad. School, Eng. Division, System Eng.

#### ABSTRACT

Results of fuzzy evaluation are reexamined concerning uncertain knowledge representation using the notion of type-1 fuzzy sets, interval valued fuzzy sets and extended fuzzy expression which was introduced by one of the authors in 1975. The notion of extended fuzzy sets is introduced based on extended fuzzy expression of probabilistic sets. The investigation shows that the extended fuzzy expression is given by a linguistic evaluation.

## 1. はじめに

知識に含まれるあいまいさは、ファジィ論理によって扱うことができる。ファジィ論理では、真理値がファジィ集合のメンバーシップ関数として表される。しかし、メンバーシップ関数の決定には困難さを伴う。システム構築時にはメンバーシップ関数値の割り当てよりもむしろ、調整の方に困難さを伴い、これがひとつのブレークスルーとなっている。

我々は、既に確率集合論の拡張ファジィ表現<sup>1)2)</sup>と区間値メンバーシップ関数によって定義される拡張ファジィ集合によるあいまいな知識の表現、処理手法を提案した<sup>3)</sup>。拡張ファジィ表現では、メンバーシップ関数によって評価(真理値)のグレードが示され、ベイグネス関数によってその評価値の不確実性が表される。そして、拡張ファジィ表現による評価値は、ベイグネス関数によってある区間値を持ち区間値メンバーシップ関数で表されていると見なすことができる。本研究は、拡張ファジィ表現を言語値で与えることを目的とする。そこで、あいまいな評価値の性質をアンケート調査によって調べた。

## 2. 拡張ファジィ表現と拡張ファジィ集合

確率集合は、人間の意思決定等における一つの評価基準構造モデルであり、ファジィネス、個性と主観、知識の進展と学習といった問題を扱う理論である。この評価値の表現方法が、拡張ファジィ表現である。拡張ファジィ表現では、メンバーシップ関数が評価のグレードを示し、ベイグネス関数がその評価値の不確実性を表す。そして拡張ファジィ表現による評価は、ベイグネス関数によってある区間値を持っ

ているとみなすことができる。拡張ファジィ集合は、拡張ファジィ表現により、評価の最大の可能性を示す上限メンバーシップ関数と、評価の必然性を示す下限メンバーシップ関数との区間値メンバーシップ関数によって定義される。

拡張ファジィ集合は拡張ファジィ表現によって定義される。扱う対象全体をXとしX上の拡張ファジィ集合をAとすると拡張ファジィ集合Aは、要素 x ∈ X の属性 A らしさを示すメンバーシップ関数 m<sub>a</sub>と、属性A らしさの評価に含まれる知識の不確実性を示すベイグネス関数 V<sub>a</sub>よって定義される。

$$\begin{array}{cccc}
m_{\theta} \colon X & \longrightarrow & [0, 1] \\
& & & & & \downarrow \\
& x & \longmapsto & m_{\theta}(x)
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
v_{\theta} \colon X & \longrightarrow & [0, 1] \\
& & & \downarrow \\
& & & \downarrow \\
& x & \longmapsto & v_{\theta}(x)
\end{array}$$

$$(1)$$

ところでファジィ集合のメンバーシップ関数は、ある属性を持つグレード、真理値とみなすことができる。真理値となる数値を割り当てることは、人間にとって非常に困難である。割り当てる数値自身にあいまいさが含まれてしまうからである。そこでメンバーシップ関数を区間値で定義し、区間値メンバーシップ関数によって定義されるファジィ集合を区間値ファジィ集合と呼ぶことにする。拡張ファジィ集合は、区間値ファジィ集合の一つである。この区間値で重要な情報を持つものは、属性Aを持つ最大の可能性と最小の必然性である。拡張ファジィ集合のメンバーシップ関数の区間を、拡張ファジィ表現に基づいて、可能性を示す上限メンバーシップ関数 Да式(3)と必然性を示す下限メンバーシップ関数 Да式(4)で定義する。

$$\overline{\mu}_{A}(\mathbf{x}) = m_{A}(\mathbf{x}) + (1 - m_{A}(\mathbf{x})) \cdot \mathbf{v}_{A}(\mathbf{x})$$

$$\underline{\mu}_{A}(\mathbf{x}) = m_{A}(\mathbf{x}) - m_{A}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_{A}(\mathbf{x})$$
(3)

すなわち拡張ファジィ集合は、

 $\mu_a \leq \mu_a \leq \overline{\mu}_a$  (5) なる区間値メンバーシップ関数によって定義されたファジィ集合となり、区間の幅が評価の不確実性を示す。またこれは通常のファジィ集合は、上限メンバーシップ関数と下限メンバーシップ関数とが一致し、

 $\mu_{\rm A} = \mu_{\rm A} = \overline{\mu}_{\rm A}$  (6) が成立する場合であり、拡張ファジィ集合の特別な場合と考えられる。また拡張ファジィ集合は、Turksenらの区間値ファジィ集合 $^{4}$ としても解釈可能である。

以上のように人間が下す評価値を不確実性も考慮して扱うことが可能になった。しかし属性を持つグレードや不確実性のグレードを、実数区間 [0,1]の無限多値の中から割り当てることの本質的な困難さは変わらない。そこで、Human Computer Interaction を持つシステムでは、これらのグレードを、

表1 拡張ファジィ表現における 言語的評価値でと数値的評 価値 t との対応

membership	τ	t
Completely	False	0
More or Less	False	0.25
Don't Know		0.5
More or Less	True	0.75
Completely	True	1

vaguness $ au$	t
Clearly Roughly	0 0.5
Vague	1

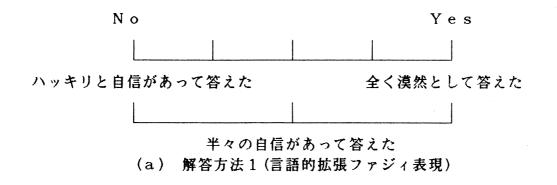
言語値で与えるべきである。すなわち、言語値で表現された情報を数値化されたいくつかの状態に、システム側で表現し直す。便宜的にメンバーシップ関数を5値、ベイグネス関数を3値で表1のように表すことを試みる。また実際に人間が持つ評価の区間値と比較を行うためにアンケート調査を行う。

# 3. 調査方法と結果の考察

人間の主観的評価の調査を図1のように3通りの方法で21人の学生に行った。解答方法の相互干渉を防ぐために調査を行う期間を最低1日は空けて、一人の被験者に対し1回につき一通りの解答方法で3回行った。また同一被験者に対し複数回の調査を行うため、1回の負担を少なくして問題数を11とした。問題の内容を図2に示す。問題はすべてファジィ理論の教科書、解説書などによくでてくるものを選んだ。特に問題4~6、問題7~9は不確実性(randomness)とファジィ性(fuzziness)の問題、問題10~11は情報の不完全性の問題を扱った。

言語的拡張ファジィ表現のメンバーシップ関数とベイグネス関数の関係は図3のようになった。当然の結果であるが、言語的メンバーシップ関数がDK (Don't Know=0.5) に近いときほど言語的ベイグネス関数はV (Vague=1) になる。

つぎに問題毎の3通りの解答方法の比較を行う。図4は、横軸が各被験者を表している。縦軸は、解答方法3の評価値を中心にしたメンバーシップ関数値を示して



\_\_\_\_点から\_\_\_\_点の範囲 \_\_\_\_点 (b) 解答方法 2 (区間値ファジィ集合) (c) 解答方法 3 (ファジィ集合) 図1 主観的評価の解答方法

問題1 貴方は「身長168cmの男性は背が高い」と思いますか。

問題2 貴方は「身長170cmの男性は背が高い」と思いますか。

問題3 貴方は「身長173cmの男性は背が高い」と思いますか。

問題4 貴方は新宿を歩いています。「美しい女性に出会える」と思いますか。

問題5 貴方は渋谷を歩いています。「美しい女性に出会える」と思いますか。

問題6 貴方は六本木を歩いています。「美しい女性に出会える」と思いますか。

問題7 貴方は石原真理子を見かけました。「美しい女性に出会った」と思いますか。

問題8 貴方は大原麗子を見かけました。「美しい女性に出会った」と思いますか。

問題9 貴方は沢口靖子を見かけました。「美しい女性に出会った」と思いますか。

問題10貴方は「新宿駅はターミナル駅として乗り換えがしやすい」と思いますか。

問題11貴方は「新宿駅はターミナル駅として乗り換えがしにくい」と思いますか。

図2 主観的評価調査の問題

いる。外枠の実線が属性値空間(実数値 [0,1])を、内枠の点線が言語的拡張ファジィ表現から拡張ファジィ集合に変換した区間を示す。また中央の太線が解答方法2で与えた上限と下限の区間値メンバーシップ関数を示す。解答方法3の数値的メンバーシップ関数は、ほぼ解答方法2の区間値メンバーシップ関数の区間内の値となっているといえる。しかし区間内の上限近くの値や下限近くの値、また中央付近の値と、その時々によって数値的メンバーシップ関数はバラバラな値を取る。

また不確実性を持つ事象とファジィ性を持つ事象との比較では、ファジィ性を持つ事象では知識の学習や進展といった人間の内部からの影響等により、必ずしも数値的メンバーシップ関数が区間値メンバーシップ関数内の値を取るとはいえない。エキスパートシステム構築の知識獲得の場面では、領域専門家(domain expert)は知識の学習を終了しており、進展といった要素は、ほぼ含まれないと考えられる。この意味からファジィ性を持つ事象の結果は、学習終了者のみを考察すればよいだろう。

解答方法1の拡張ファジィ集合による評価値と解答方法2の区間値メンバーシップ関数による評価値との比較では、拡張ファジィ集合が区間値を包含し過ぎているといえる。すなわち過剰な可能性と、過小な必然性を与えている。言語的ベイグネス関数の区間値の分割が3値であること、また言語的ベイグネス関数と数値的ベイグネス関数との対応関係の不便さから生じていると考えられる。さらに図5からわかるように言語的ベイグネス関数と区間値の幅との関係は、個人によって違う。言語的ベイグネス関数と数値的ベイグネス関数との対応関係は人間の個性を考慮に入れる必要があるようである。例えば、予め領域専門家の個性、感性を、いくつかのサンプル知識により与えておき、それを基に領域専門家毎に対応表を作成することでこの問題は解決する。

最後に情報の不完全性の問題である。拡張ファジィ集合の区間値は、可能性と必然性によって規定されるとした。可能性や必然性という概念は、知識のあいまいさをファジィ集合と同様に扱うDempster – Shafer理論<sup>5)6)</sup>にも導入されている。D

- S理論では、単一命題Aの真理値に関する可能性を可能性関数(Pls)によって、必然性を確信 Uague 関数(Bel)によって与え、情報の不完全性を、

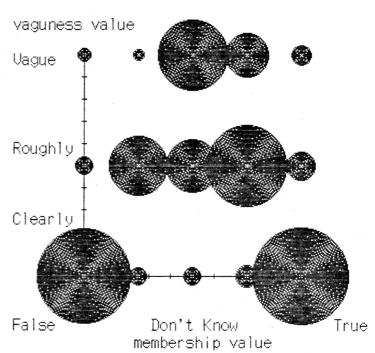
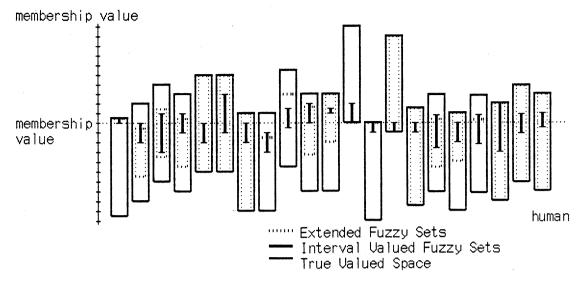
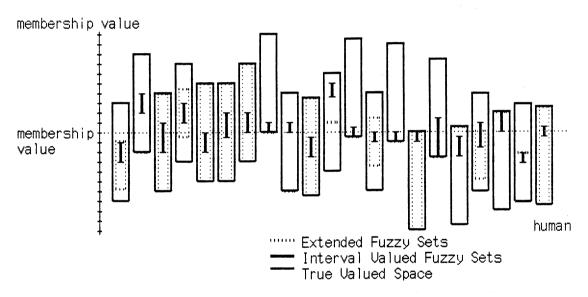


図3 言語的拡張ファジィ表現のメンバーシップ 関数とベイグネス関数との関係



(a)不確実性を持つ問題の解答(問題 6)



(b)ファジィ性を持つ問題の解答(問題7)

# 図4 解答結果の一例

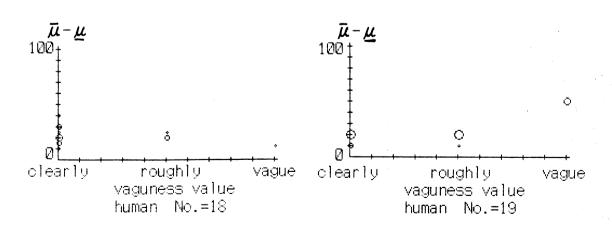


図5 言語的ベイグネス関数と評価値の幅との関係

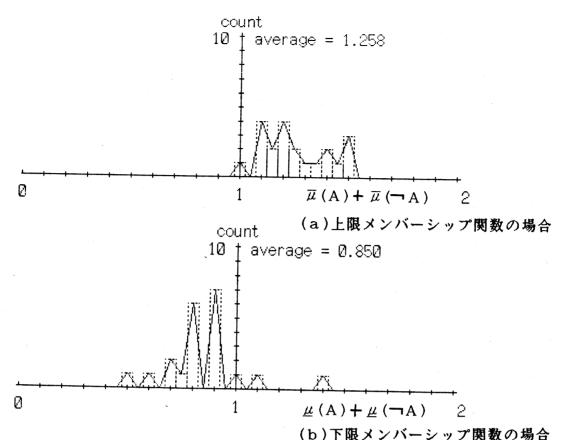


図6 D-S理論 情報の不完全性との対応関係

# 5. おわりに

人間の評価基準構造を考慮した拡張ファジィ表現を、言語的メンバーシップ関数と言語的ベイグネス関数で表すことを目的とした調査をおこなった。言語的ベイグネス関数と数値的ベイグネス関数との対応関係は、領域専門家の個性を考慮に入れる必要性があることがわかった。また拡張ファジィ集合がD-S理論の可能性関数、確信関数として解釈可能である一因を調べることができた。

## 参考文献

- 1)K. Hirota: "Extnded Fuzzy Expression of Probabilistic Sets" in Advances in Fuzzy Set Theory & Applications (edited by M. M. Gupta et al.), North-Holland Publ. Co., pp. 201/214, 1979
- 2)K. Hirota et al.: A New Data-Input Method Based on the Concept of Extended Fuzzy Expression & Subjective Entropy of Probabilistic Sets, in Apprications of Fuzzy Set thory in Human Factors (edited by W. Karwowski & A. Mital), Elsevier Science Publishers B. V., pp. 87/100, Amsterdam, 1986
- 3) 廣田, 渡辺: 拡張ファジィ表現による知識ベースの構築, 第7回知識工学シンポジウム資料, pp.89/94,1988
- 4) I. B. Turksen: Interval Valued Fuzzy Sets based on Normal Forms, Fuzzy Sets & Systems, 20, 2, pp. 191/210, 1986
- 5)G. Shafer: A Mathematical Theory of Evidence, Princeton Univ. Press, 1976
- 6)舘, 廣田: Dempster-Shafer理論によるファジィ論理演算, 第7回知識工学シンポジウム資料, pp.83/88, 1988

# ルールの条件部に動的な重み付けが可能な ファジィ制御用シミュレータ

Fuzzy Controller with Dynamically Weighted Conditions in Rules

馬野元秀<sup>1</sup> 江澤義典<sup>2</sup> 久保井不二男<sup>2</sup> Notohide Umano<sup>1</sup> Yoshinori Ezawa<sup>2</sup> Fujio Kuboi<sup>2</sup>

> 1:大阪大学 大型計算機センター Computation Center, Osaka University

> 2: 関西大学 工学部 管理工学科
> Department of Industrial Engineering
> Faculty of Engineering
> Kansai University

#### **Abstract**

In fuzzy control, it is often the case where the conditions in rules have their own importance. We, therefore, introduce the weight values to conditions in rules. But it is very difficult to express their appropriate weight values by fixed numerical values. So we propose the weight values expressed by rules such as "If e is positive big then the weight value of e is large" and "If  $\Delta$ e is about zero then the weight value of  $\Delta$ e is small". In the execution, we determine first the weight values from current values of variables by fuzzy control method, and second the consequence values by fuzzy control with weighted conditions. The weight values are dynamically changed in the process of control. The general-purpose fuzzy controller with dynamically weighted conditions is implemented in muLisp-86 on MS-DOS on NEC's PC-9801 personal computers.

#### 1.はじめに

ファジィ集合の概念[1]を用いた 制御方式は、 E.H. Mamdani がスチームエンジン実験装置の制御[2]に適用したのが始まりで、 それ以来、さかんに研究され、最近では、実用化されるシステムも出てきている[3]、[4]。

ファジィ制御では、オペレータの経験的な 制御知識をファジィ集合を含むルールの形で 記述し、ファジィ推論により制御動作を決定 する[5]。ファジィ制御用ルールの各条件は、同じ重要さでないことが多い。これは、ルールの条件に重みを付けることができるようになれば解決できるが、ほとんどのファジィ制御用シミュレータには、この機能が取り入れられていない。しかし、固定的な重みを用いるだけでは、システムをうまく制御するのは難しく、重みを各変数の値に応じて、動的に変える必要がある。そこで、この重みを、例

えば、「もし変数 E が大きければ E に関する重みを大きくせよ」などのようなファジィ制御用ルールにより決定する方法を考えた。

そして、この考えに基づいて、ルールにより動的に重み付けが可能なファジィ制御用シミュレータを PC-9801 シリーズ上の muLisp-86 (MS-DOS 上) により作成した。

# 2. 本シミュレータの概要

本シミュレータはファジィ制御の研究・教育用のシステムであるので、基本的な方針を 次のように設定した。

- (1) 本質的でない制限はできるだけつけない。
- (2) 結果は図で表示する。
- (3) できるだけいろいろな方法を組み込む。 ただし、普通のことは最小限の記述で実行で きるようにする。
- (4) 代替案があるときには、標準的なものを 組み込み、必要ならば別のものに変更できる ようにする。
- (5) ファジィ集合は、できるだけ関数のままで取り扱う。

そして、具体的には次のような機能をもっ ている。

- (1) ルールの条件部と結論部にそれぞれ任意 個の変数がとれる(当然か?)。
- (2) 制御の様子をグラフィック画面で見ることができる。いまのところ、ある変数の時間 的変化 と 2 変数間の関係を表示することが できる。
- (3) ファジィ集合を Lisp の関数として定義できる。ただし、いくつかの形の決まった関数は前もって定義してあるので、これに適当なパラメタを与えることにより、ファジィ集合を簡単に定義できる。

- (4) 結合語「かつ (and)」や「または (or)」で 結ばれたファジィ集合および修飾語「とても (very)」や「多少 (more-or-less)」で修飾され たファジィ集合を使える。ユーザが結合語や 修飾語を追加することも可能である。
- (5) ルールの条件に次の3種類の重みを付けることができる。
- ① 特定のルールの特定の変数に対する重み
- ②-1 すべてのルールの特定の変数に対する 重み
- ②-2 重み用ルールによるすべてのルールの 特定の変数に対する動的な重み ただし、①は②に優先する。
- (6) ルールの結論に次の2種類の処理を行なうことができる。
- ① 特定のルールの特定の変数に重みを付ける。
- ② マッチしたすべてのルールの結論を結合 したファジィ集合に対して、演算を行な う[6]。
- (7) 次のファジィ推論用の演算を自由に定義することができる。
- ① (5)の重みによる、各条件の一致度 に対 する重み付け
  - funcl:デフォールトは \* (かけ算)
- ② 各条件から得られる①の結果の結合
  - func2:min
- ③ 条件部の一致度(②の結果) による結論 のファジィ集合に対する重み付け
  - func3:\*
- ④ (6)の②による、③の結果 に対する重み付け func4:\*
- ⑤ ④の結果の結合 func5: max普通のファジィ制御[5]の場合には、②、③、⑤ しか用いられていない。

これらを組み合わせることにより、さまざまな状況に応じた実行法を選択することができる。

# 3. 本シミュレータの実行例

本節では、本シミュレータの実行例について例を用いて述べよう。まず、普通のファジィ制御の例として、文献[5] の例を少し変形したものを記述してみよう。

# [例1] 普通のファジィ制御

図1のルール表で表わされるファジィ制御 を考えよう。各制御変数におけるファジィ集 合は図2のように定義されているとする。

これは、本シミュレータで記述すると、

(rules					; ,	ルール	の記	述
(r1	if	(e	ZO)	(de	NB)	then	(du	PB))
(r2	if	(e	ZO)	(de	NM)	then	(du	PM()
(r3	if	(e	ZO)	(de	NS)	then	(du	PS))
(r4	if	(e	ZO)	(de	PB)	then	(du	NB))
(r5	if	(e	ZO)	(de	PM)	then	(du	NM))
(r6	if	(e	ZO)	(de	PS)	then	(du	NS))
(r7	if	(e	Z0)	(de	ZO)	then	(du	ZO))

de	NB	NM	NS	ZO	PS	P <b>M</b>	PB
NB				PB			
NM				P <b>M</b>			
NS				PS			
ZO	PB	B PM PS 2	<b>Z</b> 0	NS	NM	NB	
PS				NS			
PM				NM			
PB				NB			

e:偏差 de:偏差の変化率 制御出力 du:操作の変化分

図1. 制御ルール表[5]

```
(r8 if (e NB) (de ZO) then (du PB))
 (r9 if (e NM) (de ZO) then (du PM))
 (rl0 if (e NS) (de ZO) then (du PS))
 (rll if (e PB) (de ZO) then (du NB))
 (r12 if (e PM) (de Z0) then (du NM))
  (r13 if (e PS) (de ZO) then (du NS))
  )
(fset
                ; ファジィ集合の定義
 (e (NB (trz -42 -21))
     (NM (tr -49 -28 -7))
     (NS (tr -35 -14 7))
     (ZO (tr -21 0 21))
     (PS (tr -7 14 35))
     (PM (tr 7 28 49))
      (PB (trs 21 42)))
  (de (NB (trz -6 -3))
      (NM (tr -7 -4 -1))
      (NS (tr -5 -2 1))
      (20 (tr -3 0 4))
      (PS (tr -1 2 5))
      (PM (tr 1 4 7))
      (PB (trs 3 6)))
  (du (NB (trz -18 -9))
      (NM (tr -21 -12 -3))
      (NS (tr -15 -6 3))
      (Z0 (tr -9 0 9))
      (PS (tr -3 6 15))
      (PM (tr 3 12 21))
      (PB (trs 9 18))) )
(limit (e -42 42)
                         ;変数の範囲
          (de -6 6) (du -18 18 1))
```

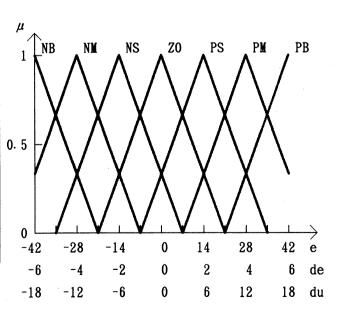


図2. 各制御変数におけるファジィ集合

(g-printl'e) ; eの時間変化の表示 (g-print2'e'de) ; eとdeの関係の表示 (model 3 20'(e de du)) ; 1次遅れの系となる。ここで、; から後はコメントである。 以下は上の記述に対する説明である。

- (1) ルールの記述:いまは変数の出現順序が すべて同じであったが、ルールごとに異なっ ていてもよい。
- (2) ファジィ集合の定義:同じファジィ集合名を異なる変数で使ってもよい。また、2 次関数に基づいた z、p、s という関数もある。さらに、異なる変数に対して、まったく同じファジィ集合を定義する場合には、変数をまとめて書くことも可能である。
- (3) 変数の範囲の設定:結論部の変数には、 重心計算時の離散化に必要な刻みも指定する (重心計算時まで、関数のままで 取り扱って いる)。
- (4) 表示: ある変数の時間的変化と 2 変数間の関係の表示は、別画面を利用して、同時に行なってしまうので、表示終了後に、関数showにより画面を切り換えて 見ることができる。
- (5) 制御対象の記述:1 次遅れの系だけを組 み込んである。3 と 20 は、それぞれ、むだ 時間と時定数を表わす。

以上のものは、ファイルに入れておき、関数 load により読み込むのが普通である。 そして、(start)と入力すると、制御回数と 条件部の変数の初期値をきいてくるので、

制御回数=100 E=-35 DE=0

と入力すると、図3と図4が得られる。 この場合の実行法は次のようになる[5]。 ルール, における条件部の変数 e と de の ファジィ集合のメンバシップ関数を、それぞれ、 $\mu_{e}(\bullet)$  と  $\mu_{de}(\bullet)$  とし、結論部の変数 du の ファジィ集合の メンバシップ関数 を  $\mu_{du}(\bullet)$  とする。いま、条件部の変数の初期 値  $e_{e}$  と  $de_{e}$  が与えられると、 条件部との 一致度を

$$c_i = \mu_e(e_\theta) \wedge \mu_{de}(de_\theta)$$
 (1) で求め、これを結論部に適用し、

 $F_i = \{c_i * \mu_{du}(x) / x : x \in U_{du}\}$  (2) というファジィ集合を得る。そして、各ルールから得られた  $F_i$  の和集合、

$$F = \bigcup_{i=1}^{n} F_{i}$$
 (3)

を求め、これの重心の値を制御値とする。

# [例2]条件を結合する関数の変更

例1においては、各条件の一致度から条件 部全体の一致度を計算するのに、 式(1)のよ うにΛを用いた。本シミュレータでは、この 関数を func2 として一般化しており、 簡単

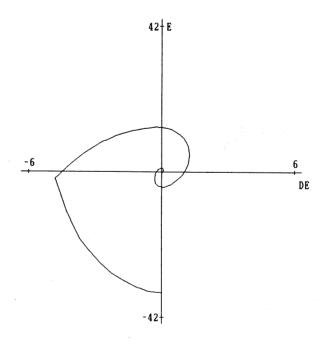


図4.変数 e と de の関係の表示

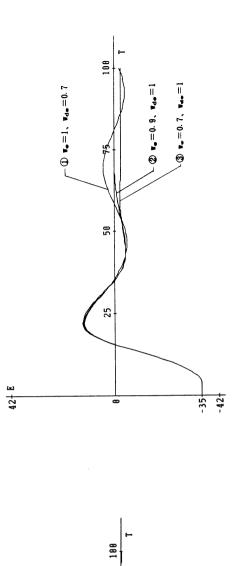


図6.条件に対する重み付け

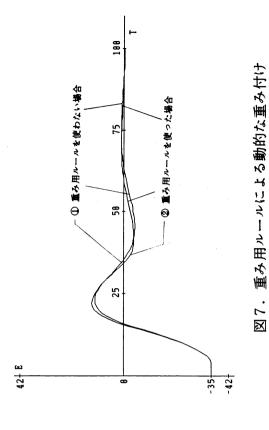


図5.条件を結合する関数の変更

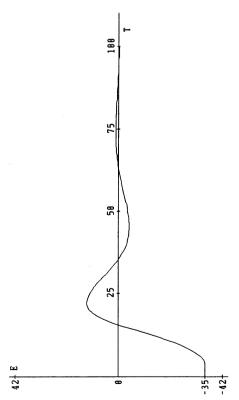


図3.変数 e の時間変化

に別の関数に変更することができる(デフォールトは minである)。例えば、

(func2 '\*)

と入力すると、これ以降の func2 を \* にかえることができる。例 1 に対して、func2 をかけ算 \* と 限界積 0 V (x + y - 1) にかえた場合の実行結果を図 5 に示す。

## [例3]条件に対する重み付け

すべてのルールの特定の条件に重みを付けることができる。本シミュレータでは、

 $(weight (e w_e) (de w_{de}))$ 

のようにすればよい。これにより、式(1)が

 $c_1 = w_e * \mu_e(e_e) \wedge w_{de} * \mu_{de}(de_e)$  (4) のようになる。このかけ算 \* が funcl に対応している。例1に対して、

(weight (e 1) (de 0.7)) (weight (e 0.9) (de 1))

(weight (e 0.7) (de 1))

の場合の実行結果を図6に示す。

## [例4] 重み用ルールによる動的な重み付け

例3では、各変数の重みは固定的であったが、重みを変数の値に応じて変更したいことも多い。そこで、重みをルールで書けるようにした。例えば、e と de に対する重み(本シミュレータでは、w.e、w.de のように表わす)を決めるルールを、例えば、次のように与える。

# (w. rules

 $(\mathbf{w}. \mathbf{r}1 \quad \text{if (e NB) then } (\mathbf{w}. \mathbf{e L}))$ 

 $(\mathbf{w}. \mathbf{r}2 \quad \text{if (e NM) then } (\mathbf{w}. \mathbf{e L}))$ 

(w. r3 if (e Z0) then (w. e S))

(w.r4 if (e PM) then (w.e L))

(w.r5 if (e PB) then (w.e L))

(w. r6 if (de NB) then (w. de L))

(w.r7 if (de NM) then (w.de L))

(w. r8 if (de Z0) then (w. de S))

(w.r9 if (de PM) then (w.de L))

(w. r10 if (de PB) then (w. de L)))

(fset ((w.e w.de) (S (trz 0 0.3)) (M (tr 0.2 0.5 0.8)) (L (trs 0.7 1))))

(limit (w. e 0 1 0.1) (w. de 0 1 0.1))

すると、式(4)を計算する前に、 重み用ルールにより、 We と Wde の値を 決めてからdu を求めるルールを適用する。 例1に対して、この重み用ルールを追加して実行した結果を図7に示す。

## 4. おわりに

以上、本シミュレータの機能について、例を用いて述べた。条件の重み付けとそれをルールにより動的に決定できるのが、本システムの特徴である。いずれも特定の制御(例1)に対しては、一応の改善がみられた。しかし、重み用ルールの作り方、固定的および動的な重み付けの一般的な考察などは今後の問題である。

#### [参考文献]

- L. A. Zadeh (1965) : "Fuzzy Sets," Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353.
- 2. E. H. Mamdani (1974): "Applications of Fuzzy Algorithms for Control of a Simple Dynamic Plant," Proc. of IEEE, Vol. 121, pp. 1585-1588.
- 3. M. Sugeno (ed.) (1985): Industrial Applications of Fuzzy Control, 269p., North-Holland (Amsterdam, the Netherlands).
- 4. 稲葉、浅見 (1987): 「実用期に入った ファジィ理論」、日経エレクトロニクス、 1987年7月27日号(No. 426)、pp. 129-152。
- 5. 山崎、菅野 (1984): 「ファジィ制御」、 システムと制御、Vol. 28、pp. 442-446。
- 6. 水本 (1987): 「ファジィ制御に対する 改善法」、 第3回ファジィ システム シ ンポジウム講演論文集、pp.153-158。

# 証券投資

# エキスパート・システム

Expert System for Investment

金子 文司 Bunji Kaneko 山一證券 (株) Yamaichi Securities Co.,Ltd. 菅野 道夫 Michio Sugeno 東京工業大学 Tokyo Institute of Technology

# Abstract

This paper discusses 'Integrative Expert System (IES)' developed by using fuzzy logic. The system deals with 65 industries and all the stocks in the Tokyo Stock Exchange first listed, and advises its users to buy and/or sell stocks based on experts-rules.

The characters of this system are following:

- ① One stock belongs to some industries, and each weight of some industries is decided by sales breakdown.
- ② When we decide the rules, we set some levels (macro, industries, micro, individual), and make prediction based on these levels.
- We assume some grade numbers of buy/sell signals and the volume by each set of industries-stocks.
- Fuzzy reasoning is made by Max-Min method and the volume is determined by gravity method.

# 1. 証券業界を取り巻く環境

証券という言葉にあまりなじみのない人も多いと思われるので、はじめに、証券業務 について簡単に述べる。

1-1. 証券市場の役割

証券市場は、発行市場と流通市場に分類される。 発行市場……企業が資金調達のため、株式・社債 を発行する。

流通市場……投資家が企業へ投資するため、株式・社債の売買を行う。

最近の傾向として、企業の資金調達手段が多様化し、また投資家の投資意欲も旺盛なため、証券市場は活発化していると言える。

1-2. 取り扱い業務

証券会社が取り扱う業務は、以下の4種類にまとめられる。

引受け業務··········有価証券の発行者に代り、広(Underwriter) 〈一般の投資家に投資を勧め、

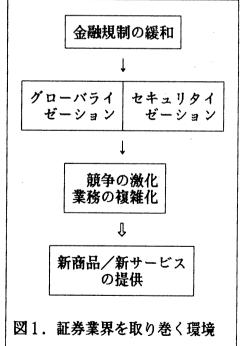
資金を集める。 売りさばき業務……新たに発行される有価証券を (Distributor) 顧客に販売し、手数料収入を

得る。 仲立ち業務……投資家の有価証券売買を取引 (Broker) 所へ仲介する。

(Broker) 所へ仲介する。 自己売買業務……自ら市場で売り手、買い手と (Dealer) なり、有価証券の売買を行う

(Dealer) なり、有価証券の売買を行う。 1-3. 金融規制の緩和

いわゆる経済の安定成長のもとに、金融規制の緩和と、それに伴う金利の自由化が一段と進んでいる。その結果として、銀行窓口での国債販売にみられるように、証券・銀行、あるいは、損保といったところでの業際区分が不明確となり、企業間競争を一層厳しいものにしている。



1-4. グローバライゼーション (国際化)

競争の激化にあわせて、各社とも、東京・ニューヨーク・ロンドンを中心とした海外拠 点を拡充し、為替や資金の24時間ディーリング体制を整えている。例えば、ソニーの株 式は、世界18ヵ国の取引所に上場されており、1日中、どこかの取引所で取引されてい るという現状が生れている。

1-5. セキュリタイゼーション(証券化)

もともと、証券は自由金利商品であったわけだが、企業の資金調達手段の多様化と、投 資家の選好商品の多様化は、取り扱い証券の種類と量を急速に増大させている。

1-6. 新商品、新サービスの提供

こうした一連の業界動向は、企業間競争の激化と、業務の複雑化に一段と拍車をかけて おり、各社とも、大規模システムの構築による業務の効率化、新商品・新サービスの開発 による他社との差別化を強力に推進している。

2. エキスパート・システムへのアプローチ

新しい商品、新しいサービスへの必要性が強く認識されるにしたがい、それを実現する アプローチの一つとして、エキスパート・システムが注目されるようになった。 2-1. 知識の共有化

証券業界においては、古くから、投資顧問と言われるコンサルテーション・サービスが 定着している。また、ディラーたちは、毎日、その専門的な知識を駆使して、市場での取 引業務を行っている。

こうした専門家たちの知識の多くは、個人ベースで蓄積した経験や勘によるものである が、それらの一部は、時間の経過とともに昇華され、今や常識となっているものも少なく ない。専門的な知識そのものが、サービス資産となり、知識の共有ということがシステマ ティックにできれば、サービスの効率化、サービスの質的向上を期待することができる。 2-2. ルール表現

もちろん、知識は生き物であり、成長することが期待されるから、知識の追加・修正は 簡単に行えなければならない。また、専門家1人1人の個性、あるいは、固有の知識と いったものも、ある程度反映できる余地を残さなければならない。

こうしたことを考慮すると、ルールはなるべく簡単な表現形式で、しかも、なるべく相 互独立に記述できることが望ましいと言える。

3. デシジョン・サポート・システムの目的 1970年代から、大手金融機関を中心に、 デシジョン・サポート・システム (DSS) の構築が本格的に始められている。このシス テムの主たる目的は、大規模なデータベース に蓄積されたデータを検索・加工し、それぞ れの管理レベルに応じた意思決定に役立つ資 料をインタラクティブに提供しよう、と言う ものである。一般に、意思決定のプロセスは、 データの収集と分析作業を通して、客観的な 現状把握を行い、そこから予想される事態と、 目標との差異を見極めることにより、目標に 近づくために取るべき最善の方策を選択する、 という順序で行われる。

3-1. 計数処理の役割

主として、現状把握の段階では、数値化され ている大量のデータに対する加工処理のウェイ

・いまどこにいるのか----- 現状把握

・どこに行こうとしているのか

計数処理

分析・予測

・どこに行きたいのか-----目標管理

・いま何をなすべきか…… 意思決定 知識情報処理

現状把握→予測→目標設定→意思決定 図2. デシジョンサポートシステム

トが著しく髙い。特に、証券・金融機関では、オンライン・システムで発生するトランザ クションデータが、処理対象として重要な役割を果たすことが多い。しかし、この部分で は、コンピュータを利用することで、大量のデータをデータベース上に、どう表現すれば 効率的な処理ができるか、という問題を除けば、それほど大きな問題はない。また、分析 ・予測の段階では、各種の〇・Rモデルや計量経済モデルが,既にプログラム化されてい るので、それらにデータをあてはめる、という形で処理される。この場合には、プログラ ムから出力される結果の評価や、はじめに設定した仮説の有効性が問題となる。

3-2. 知識情報処理の役割

大量のデータに対する加工処理の結果は、意思決定者によって、抽象化された世界の事 象として理解され、判断の材料となる。

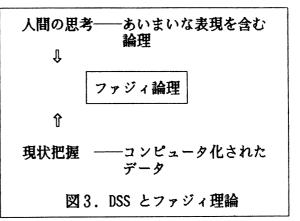
したがって、意思決定のプロセスが進むと、それにあわせて、システムが行う処理の中 心も従来のデータ処理から、知識の表現とそれに基づく推論に移ると言える。

これまでのDSSは、ややもすると計数処理に大きなウエイトを置くため、意思決定者が現実に抱える問題には、十分答えられないということがあった。

3-3. DSSとファジィ理論

意思決定者が、計数処理の結果から、その 意味を汲み取り、最終的な判断を下すまでの プロセスでは、常識とか、個人の経験や勘か ら創り出された判断規則との、照合という操 作が施される。

ここで使われる判断規制の多くには、その意味に"あいまいさ"を含むという特徴がある。したがって、"あいまいさを含む意味の定量化"を行おうとするファジィ理論は、より高度なDSSを構築するための強力なトゥールとなりうる。



# 4. IESの概要

今回開発したシステムは、IES (Integrative Expert System)と呼ばれるもので、山一證券㈱が長年にわたって培った証券投資のノウハウと、多数のアナリストによって収集された最新の企業情報を集約して、利用者にタイムリーな証券投資情報を提供しようとするものである。

4-1. アラーム・システム

TESの基本的な機能は、アラーム・システムと言われ、市場に変化の兆しが見えたときに、設定されているモデルに基づいて、売買行動の信号(アラーム)を出す。

現在、考えられているモデルの種類は以下のとうりである。

日本株式現物モデル

日本株式先物モデル

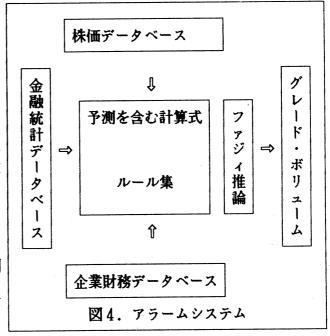
日本債券現物モデル

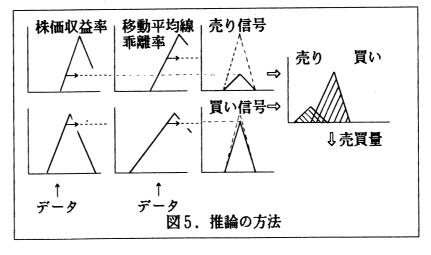
日本債券先物モデル

米国株式現物モデル

米国債券現物モデル

および、上記モデルの混合型。





次に、売買信号の各グレード値は、業種-銘柄の組合せごとに推定されるので、構成比による加重平均をとり、銘柄ごとのグレード値とする。 最後に、売買信号の各グレード値で、それぞれのメンバーシップ関数を切断してできる

面積の重心を、その面積比で加重平均し、売買量(ボリューム)を推定する。 4-3. 結果の表示

推定された結果は、銘柄ごとに棒グラフで表示する。グレード値とボリュームの棒グラ フは、始めに、アラームを出す閾値を用意しておき、その値を超えるケースのみ表示する。 詳細棒グラフは、ある業種の、ある銘柄のグレード値を推定したルールの、適合度を表示 する。このグラフは、その銘柄のグレード値がどのルー

ルにより決定付けられていたかを見るのに役立つ。

4-4. ルール管理

データベースに蓄えられたデータから、その変化を読 み取り、銘柄ごとの売買信号として出力するためには、 前もって、どういう場合にどういう信号を出すか、とい う判断基準をルール化しておかなければならない。この ルール集が、証券投資の専門家のノウハウを集約したも のであり、IESの場合、社内のルール検討委員会で決 められる。最終的に、ルールはif~then~の形で記述さ れ、主として、if部でデータの変化を、then部でそのと きに出す売買信号を表現する。

- ・四間浦篁
- ・ラグ関数
- ・移動平均関数
- ・ボラティリティ関数
- ・サイコロジカル関数
- ・指数平滑予測
- ・カルマンフィルター予測 etc.

図6. データ加工

一般的に、ルールのif部に表れる変数は、データベース上のデータそのものではないか ら、各種のデータ加工についても同時に指示しておく。

IESでは、データ加工の機能として、通常の四則演算以外に、ラグ関数、移動平均関 数、ボラティリティ関数といった、システム固有の関数がある。 4-5. ルールのレベル

モデルの構造に応じて、登録されるルールにも、4つのレベルが設定されており、それ ぞれ独立に管理される。

マクロルールは、経済全体の動向が、業種や銘柄の選択に与える基準を表わし、物価と か金利動向といった変数を用いて記述される。

業種ルールは、1つ1つの経済指標が、個々の業種選択に与える基準を表わし、例えば 住宅着工床面積伸率を見て、住建材という業種を選択するか、どうかを決める。

ミクロルールは、業種を離れて、個々の銘柄選択に与える基準を表わし、移動平均線乖 離率とかボラティリティといった変数を用いて記述される。

個人ルールは、個人の投資行動に関する基準とか、社内外での投資規制といったものを 表わす。

4-6. レベル・ウエイト

推論は各レベルごとに独立して行われるが、 その結果として決められる売買信号のグレード 値は、各レベルごとに設定されているレベル・ ウェイトで加重平均し、合成される。このレベ ル・ウェイトは、個人の相場観を表現しており 、例えば、業種相場ならミクロルールを重視す る、あるいは、金融相場ならマクロルールを重 視する、といった具合に設定される。

4-7. ルール管理の出力

ルール管理では、ルールを登録すること以外 に、1つの売買信号に注目して、登録されてい るルールの整合性をチェックしたり(ルールの 構造分析)、ルールを変更することで売買信号 が受ける影響度をチェックする(ルールの感度 分析)ことができる。

# ルール記述変数

マクロルール:物価、為替、金利動向、

株価インデックス、etc

業種ルール : 百貨店売上髙伸率、

住宅着工床面積伸率etc

ミクロルール:75日移動平均線乖離率

ボラティリティ、α値、

β値、etc

個人ルール :社内外投資規制、etc

レベル・ウェイト

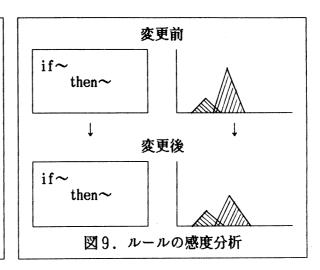
業績相場:ミクロルール重視

金融相場:マクロルール重視

etc.

図7. ルールのレベル

株式 → 買いマクロでは、
もし、金利が上昇から下降なら、
株式は買いである
業種では、
もし、百貨店売上高伸率が高いなら、
株式は買いである
ミクロでは、
もし、移動平均線乖離率が高いなら、
株式は買いである
etc



# 4-8. データ管理

現在、データベース上には、金融統計データ、企業財務データ、株価データ等があり、 日々、その内容は更新されている。IESでは、常にデータベースにアクセスし、最新の データをコピーし、それをグラフ表示することができる。また、IESでは、実績データ 以上に、予想データが重要な役割を果たす。その主要なものは、企業の予想財務データで、 予想収益とか予想配当といった項目があり、企業担当のアナリストにより収集されるデー タを、企業モデルに入力し、スプレッド・シート方式で展開する。

4-9. ユーザ管理

システムでは、システム利用者に対し、ユーザ識別名を割当る。このユーザ識別名のもとに、ユーザに関する、すべての属性データを管理すると同時に、ユーザが利用できる機能や、参照できるデータの種類に制限を設け、セキュリティの管理をする。

個人ポートフォリオ情報は、ユーザ属性の中で最も重要なデータである。現時点での、 ポートフォリオ構成表と、システム利用開始時からの全取引データが、システム下に管理 される。

この他に、ユーザのシステム利用ヒストリーも管理されるが、これはアカウンティングの面で必要となっている。

4-10. システム運用への応用

アラーム・システムは、リアルタイムに変化するデータから、銘柄ごとの売買信号を出力する機能であった。この機能を定期的に利用することにより、個人の資産(ポートルと別に、システム運用することができる。そのために、アラーム・システムのルールはが用意される。このルールには、現在のポートとにおいる。システム運用のルール集が用意される。このルールには、現在のポートでが記述においる。システム運用の機能と表裏一体の関係にあるのが、パフォーにされている。ここでは、システム効果を測定するために、過去のある時点にさかの証的、現である。ここでは、システム効果を測定するために、過去のある時点にさかの証明で、2つの投資行動をシミュレーションにより、比較である。例えば、ある銘柄を売買していたとしたら、実際の投資行動を上回る収益が得られていただろうか、といったことについて検討する。

4-11. 分析機能

ルールは生き物であり、常に新しいルールに置換えられねばならない。IESでは、最新のデータに照して、ルールの検討を行うための道具立てとして、証券投資固有の機能を含めた各種の分析機能を用意している。

テクニカル分析、ファンダメンタル分析、統計分析では、つねに最新のデータを用いて 分析でき、その結果を必要に応じてシステム内部に保存し、ルール定義で利用することが できる。

〔参考文献〕 D. E. フィッシャー、R. J. ジョーダン著、津村英文監訳 「証券分析とポートフォリオ管理」 白桃書房 1987年

# Dempster-Shafer理論を適用した エキスパートシステム

Expert System using Dempster-Shafer Theory

松田 透 · 矢野 隆則 · 荒井 良徳\*
Toru MATSUDA, Takanori YANO, Yoshinori ARAI

㈱リコー 中央研究所 知能工学研究センター A.I. Center, R&D Center, RICOH Co. Ltd.

#### abstract

A tool for constructing an expert system (Shell-R\_My) based on Dempster-Shafer Theory was made. The inference engine of Shell-R\_My does evidential reasoning. Hierarchical and evidential reasoning that is a sort of backward one is proposed. Two applications were implemented on Mr. Mytool II using Shell-R\_My.

#### 1. はじめに

Dempster-Shafer理論による証拠推論はその有効性が期待されるにも拘わらず、Dempster-Shafer理論の複雑さ、計算量の多さ、パラメータ設定の困難さ、及び証拠推論自体の応用可能性等が問題となりあまり積極的には用いられてこなかった。

ここでは、Dempster-Shafer理論の応用可能性を探る事を第一の目的とし、Dempster-Shafer理論の合成則に基づく証拠推論を用いたエキスパートシステム構築用ツール $Shell-R_My$ を構築したので、その概要とアプリケーションについて紹介をする。

## 2. Dempster-Shafer理論

主観的に基づく不確実さの尺度(測度)を表現するのに、主観確率では無知量を表す事が困難であり不十分である。これに対し、1967年にDempsterは上界・下界確率(upper & lower probability)の対を用いる新しい考え方2)を提示した。Shafer3)は1976年に主観的な意味を付与する為に、Dempster理論を洗練させ、basic probability (基本確率)を通じて上・下界確率をplausibility (有望度、以下尤度と呼ぶ)とbelief (credibility) function (確信度、以下確度と呼ぶ)と言い換えて定義した。Dempster-Shafer理論における不確実さのモデルは、その特殊ケースとして主観確率によるモデルを含み、証拠の度合い(ある証拠に基づく、ある「主張」の真偽に関する信用の度合い)を表すのに適している。

Dempster-Shafer理論ではある「主張」の真偽に関する信用を、「真であると確信する度合い(Degree of Credibility)」、「偽であると確信する度合い(Degree of Dubiety)」、「真偽が不明な度合い(Degree of Ignorance)」に分割し、最初と最後の和(真である+不明な度合い)を尤もらしい度合い(Degree of Plausibility)、後2者の和(真偽不明+偽であると確信)を信頼の欠如の度合い(Degree of lack of belief)とした(図1参照)。

図1 Dempster-Shafer理論における信用の意味付け

$$\frac{m (\Theta) = 0.1}{m (\{a, b\})} = 0.5 \frac{m}{m} (\{c, d, e\}) = 0.1$$

$$\frac{m (\{a, b\})}{a} = 0.5 \frac{m}{m} (\{c, d, e\}) = 0.1$$

図2 Dempster-Shafer理論における基本確率割り当て

Dempster-Shafer理論に於ける基本確率は、 Θを全体集合とすると次の様に定義される.

$$m: 2^{\Theta} \to [0, 1]$$
 (1)  
 $m(\phi) = 0$  (2)  
 $\sum_{F \in \Theta} m(F) = 1$  (3)

この基本確率m (Fi) は、部分集合Fiに閉じ込められているが、Fi内の各点に自由に動ける半可動確率質量(semi-mobile probability mass)としてとらえられる(図2参照). 例えば、部分集合Fi  $\{a, b\}$  に割り当てられる基本確率m (Fi) (=0.5とする) は、aとりに制限されているということが分るのみで、aに0.1でりに0.4なのかaに0.5でりに0.0なのか全く分らない。もしこの基本確率が、それぞれの要素に対してのみ割り当てられている場合は、従来の確率と全く同じになる。また、全体集合にも基本確率が割り当てられる(m( $\Theta$ ))事も有るが、この場合無知の程度と考える事ができる。

確度(下界確率, belief, credibility function) 及び尤度(上界確率, plausibility) は、この基本確率を基にして、次の様に定義される。

$$C r (F_i) = \sum_{F_j \subset F_i} m (F_j)$$
 (4)

$$P \mid (F_i) = \sum_{F_i \cap F_i \neq \phi} m (F_i)$$
 (5)

複数の独立した証拠を統合して求められる新たな証拠の度合いは、Dempster-Shafer理論では基本確率を基にして次の様な合成則( $m'=m_1\oplus m_2$ )によって求められる。

$$m'(F) = \frac{F_{i} \cap F_{j} = F^{m_{1}}(F_{i}) m_{2}(F_{j})}{1 - \sum_{F_{i} \cap F_{i} = \phi} m_{F_{i}}(F_{i}) m_{2}(F_{j})}$$
(6)

この結合則は、証拠を複数集めてある主張の真偽の度合いを求める事を意味し、たとえわずかな証拠でも多数集める事により本来の真偽を求める事が可能となり、証拠に基づく推論が可能となる.

## 3. エキスパートシステム構築用ツールの概要

エキスパートシステム構築用ツール Shell-R\_Myは、知識エディタ系と実行系からなる。知識エディタ系では目的とするエキスパートシステムの知識を入力する事を目的とし、実行系では入力した知識を基に、ユーザと対話を行ないながら推論をして行く事を目的としている。実行系で利用可能な推論方式は、Dempster-Shafer理論の合成則に基づく証拠推論のみであり、ユーザはその質問回答により証拠を集めて、用意された候補の信用付けをおこない、最終的にどの候補が最も信用されるかを結論とする。本セクションでは実行における機能を中心に知識表現に関しても簡単に述べる。

# 3.1 実行制御

Dempster-Shafer理論の合成則による証拠推論では、通常は、わかっているだけの(複数の)証拠を一度に合成する方法を取るが、 $Shell-R_My$ では、有効そうな証拠を一つずつ集めて行き、その都度合成して更に証拠が必要かを判断していくという方法を取っている(図3参照)。またここでは、証拠を、質問とそれに対する回答の対として扱っており、その回答を得る為には、ユーザに直接質問するか、またはその回答を推論対象として下層での同様の証拠推論(3.2階層的証拠推論参照)を行なう。

通常の証拠の集め方

Shell-R Myでの証拠の集め方

図3 証拠の集め方

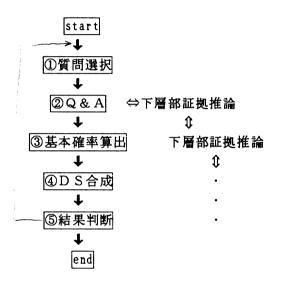


図4 Shell-R\_Myの実行時の流れ

具体的には、図4に示すように①効率良く推論を進めそうな質問を、エディタにより入力した全ての質問から選択する、②ユーザにその質問をして回答を得る、③エディタにより入力した知識とその回答を基に、Dempster-Shaferの合成計算の基となる基本確率の割り当てを行なうか、④今までの基本確率と求まった基本確率をDempster-Shaferの合成則により合成する。⑤合成結果を見て証拠が充分に揃ったかを判断する、という手順を踏み、もし⑤において充分でないと判断されたらば①へ戻り、充分と判断されるまで繰り返される。

但し、②において必要とされる場合、下層部での 同様な証拠推論がなされる。この階層的に行なわれ る証拠推論に関しては、次節で詳細を述べる。

この実行時の流れにおける個々の内容を簡単に説明する.

①質問選択では、有効そうな質問かを判断するのにファジィ事象のエントロピー<sup>6)</sup>を拡張した形の次式(7)によって有力候補を有効に分割できそうな質問(つまりこのエントロピーが最大になる質問)を選択する.

$$H(q) = -\sum_{i} p_{2i} \log p_{1i}$$
 (7)

ここで p 1 i は情報量を算出する為, p 2 i は期待値を算出する為の係数として用いる確率であるという観点から.

$$p_{1i} = \sum_{x} p(x) \pi_{i}(x) + (1 - \max_{p(x) > 0} x \pi_{i}(x)) \cdot \sum_{\pi_{i}(x) > 0} p(x)$$
(8)

$$p_{2}i = \sum_{X} (p(x) \cdot \pi_{i}(x) / \sum_{J} \pi_{j}(x))$$
 (9)

とした。但し、pは確率であり集合Fの元の個数を|F|として次式により求め、 $\pi_i(x)$ は質問 qに対する回答がiで有った場合の候補xに対する可能性の度合いである。

$$p(x) = \sum_{F \ni x} m(F) / |F| \qquad (10)$$

また実際には,全ての候補に対して考慮するのではなく、尤度をあるファジィ集合のメンバシップ値とみなして、そのαカットに制限した。これは処理速度を上げ、非有力候補を明確に区別する質問よりも、有力候補を区別する質問を重視することも可能となる。またしきい値αを上げれることにより、危険ではあるが、候補をかなり絞る事ができる。

②Q&Aでは、①で選択した有効そうな質問をユーザに提示し、その答を得る。

③基本確率の算出では、あらかじめ用意しておいた(知識エディタにより入力した)知識データに基づいて基本確率の割り当てを行なう。知識データは主に、質問とある特定の回答に対する候補の期待を表す質問ー候補表(表1)と、答とその期待から可能性分布を導きだす為の可能性導出表(表2)(原則的には一つの質問に対して一つの可能性導出表が必要)と呼ぶ二種類の表から成る。基本確率を求めるには、まずこの二つの表から可能性分布のデータ表(表3)を作る。実際には可能性分布のデータを全ての回答に対して用意しておけば良いが、表が大きくなりデータの作成の効率が悪くなる等の支障が生じる。

そこで質問に対して、各候補がどの程度ある特定の回答を期待するかをまとめて候補-質問表に記述する. 更にその期待と全ての回答との関係を可能性導出表にまとめる. 例えば、yes,noの二種類の回答が用意されている質問に対して、ある候補がyesを強く期待するとする. もし実際にyesが答えられたとしたらばその候補の可能性は充分で可能性測度は1.0と言えるし、もしnoと答えられたならばその候補の可能性はほとんどなく0.0に近いと言えるであろう.

このような知識表現を用いる事により、わかりやすく簡単に知識を記述する事ができる.また実

際には、回答数や期待を表すデータ段階 等は同じ場合が多くなってくるし、更に は期待と回答との関係をも同じになる質に 合多い.よって、理論的には一つの質問 に対し一つの可能性導出表が必要ではる が、実際にはそんなに必要ではなな り効率良く全ての知識を記述する事も可 能となる.

具体的に得られた回答とこれら二種の 表から基本確率に変換するには、まず質 問一候補表から注目している質問のそれ ぞれの候補の期待を表すデータを引いて くる.そして可能性導出表から、ユーザ からの実際に得られた回答と期待度とす ある.次にその各候補に対して与えられた

候	カ	ア	モ	ア	ハ	ツ	コ	コ	カ	ナ	ゴ
	モ	リ	グ	ル	リ	パ	ウ	ア	ン	7	リリ
補	ノ	ク	ラ	マ	ネ	イ	モ	ラ	ガ	ケ	ラ
	ハ	1		ジ	ズ		リ		ル	モ	
質問	シ			П	3					1	
肉食	0	0	0	0	Δ	Δ	X	*	*	*	*
水中生活	0	×	*	×	*	*	*	*	*	×	X
体に模様	×	0	*	*	*	*	X	*	*	*	*
人間より強い	*	*	*	*	*	*	*	*	Δ	*	0
家畜ペット	*	*	*	×	X	*	X	*	*	*	*
人間より大	*	Δ	*	×	*	*	*	*	Δ	*	0
牙有り	*	*	X	×	×	×	×	×	×	×	0
(6) 14 (4,4)	7	7	> =	4	7				/7/	-	

○ (◎) は (かなり) そうである [yesを (強く) 期待] △はどちらとも言えない

× (\*) は (全く) そうでない [noを (強く) 期待]

表1 質問-候補表の例

可能性測度が基本確率割り当てを行なうかわけであるが、まず可能性測度の大きい順に候補を並べ変える。そして最大の可能性測度が1になるように正規化をする(ここでは可能性0の物を除き全体を引上げる方法を用いた)。図5の例のように、可能性測度が1である候補の部分集合に次に大きい可能性測度との差を基本確率として割り当てる。更に、そこまでの部分集合(この場合最大と次)の基本確

率	بح	し	て	,	次	に	大	き	い	(	ح	の	場	合	3
番	目	に	大	き	い	)	可	能	性	測	度	ح	の	差る	\$
割	ŋ	当	て	る		ح	の	ょ	う	に	し	て	,	次	4
ح	某	本	確	率	を	割	ŋ	垱	て	7	い	<			

④ D S 合成では、今までに得られている基本確率と、今求めた新情報 (証拠)による基本確率を D S の合成則に基づき合成をする。

⑤結果判断では、更に新しい情報 (証拠)が必要かどうかを判断する。 これは Shell-R\_Myでは分かる証 拠全てを一度に合成するのではなく、 一つずつ(合成)推論して行くから

	0	0	Δ	X	. *	
уes				0.01		
nо	0.00	0.20	0.90	0.99	1.00	
				0.90		
unknown	0.90	0.95	1,00	0.95	0.90	

表2 可能性導出表の例

候補	カモノハシ	アリクイ	モグラ	アルマジロ	ハリネズミ	ツパイ	コウモリ	コアラ	カンガルー	ナマケモノ	ゴリラ
yes	1.0	1.0	1.0	. 99	.6	. 6	.01	0.0	0.0	0.0	0.0
пo	0.0	0.0	0.0	. 2	.9	. 9	.99	1.0	1.0	1.0	1.0
either	.01	. 01	.01	. 95	1.0	1.0	. 9	.01	.01	.01	.01
unknown	. 9	. 9	.9	. 95	1.0	1.0	. 95	. 9	. 9	.9	. 9
質問「肉食」の全回答に対する可能性分布データ											

表3 可能性分布のデータ表の例

であり、ある候補の確度がかなり大きくなれば、そこで証拠集めを中止して推論を終了する。もし、ここでまだ候補を特定できず、充分な証拠か集っていないと判断されれば、①から同様に繰り返す。但し、全ての質問をし終わってしまったなら終了する.

#### 3.2 階層的推論

前節で述べたように、充分な証拠が集るまで質問・回答による証拠集めを繰り返して推論をして行くが、もし、質問回答に於いてユーザが「わからない」と答えた場合を考えて見よう、例えば、質問が「Aです

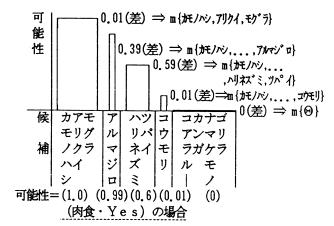


図5 可能性測度から基本確率を求める例

かBですか」の時、ユーザが「わからない」を答えたとする。「わからない」もなんらかの情報を持つが、通常有力な証拠となる事は少ない。もし、AかBかを決定する事が、かなり重要となりそうであった場合、なんとかしてそれを決定してやりたい。ここで「AかBかを決定する」問題解決は、今まで述べてきた証拠推論による問題解決と同様である事に注目されたい。

つまり、事実がAかBかを決定するのに、直接ユーザが答えられない場合は、幾つかの質問回答により、AもしくはBを信用する証拠を集めて結果を得れば良い。本Shell-R\_Myは、用意した候補の中からどれが最も信用できるかを選択して行く物であり、これは直接ユーザが答えられないから、支持する証拠を集めて推論して行く訳である。これと同様に、質問中、ユーザが答えられない、もしくは直接答えさせたくないような場合、その質問の回答を候補として新たな推論により決定をし、それをその質問の回答とする。この推論中更に下位の推論をする事も当然可能で、この階層的推論は一種の後ろ向き推論と言える。

#### 4. エキスパートシステムの構築例と運用結果

本Shell-R\_Myのマシン動作環境は、現在リコー製の16ビットパソコンMrマイツールIIの上で稼働する。エディタ及び実行系の作成言語は、C言語及びアセンブラであり、アセンブラは画面表示やキーボード、マウス操作等のハードに依存する部分に用いているのみである。

本Shell-R\_Myを使用し、実際に二種類のアプリケーションを構築した。

その一つは動物当てシステムであり、ユーザが思い浮かべたほ乳類(システムは100種類のほ乳類のデータを持っている)を質問回答(システムが持っている質問数は59個である)最大10回までで当てるシステムである(このシステムは1987年5月のデータショウで出展をした。ただしこの時のマシン環境はAT&T製のUNIXマシン3B2をホストとして、リコー製パソコンTS5を端末としていた。現在はMrマイツールⅡ上でも稼働している)。

もう一つは経営診断システムであり、中小企業の経営者を想定ユーザとし、経営者が漠然と感じている問題点を抽出するシステムである。ほとんどの経営者は問題点を複数感じていたり、漠然としか感じていなかったりする。そこでこのシステムは、まずどのような点に注目し、経営戦略の方向を持って行ったら良いのかを指摘するシステムである。経営者は少なくとも直感的に個々の事実に関しては、正確ではなくとも何となく感じ取っている物であり、そのような事実を基に実は何が問題なのかを選出する事を可能とする。

動物当てシステムにおいては、候補が明確であり、証拠とする為の質問も独立になりやすく、百科事典から知識を抽出すれば良いので、構築作業は比較的楽であった。Dempster-Shaferの証拠を扱う理論の適用例としては、良い題材と言えるであろう。しかし、知識としてのあいまいさはそんなに多くはなく、候補の回答期待度は、どちらかというとはっきりしてしまい、あいまいさが扱えるという利点を充分に活用できない質問も少なくはない。

経営診断エキスパートシステムは、長年この種の実務に当ってきた経営コンサルタントを交えて

ブレーンストーミングを中心として知識の獲得を行なったが、本 Shell-R\_My は推論方法として証拠推論しか持ち合せておらず、専門家の思考過程とは必ずしも一致するわけではなかったので、証拠推論を行なう為に必要となる知識を集めるのがやや困難であった。また、専門家は質問の流れを比較的重要視して相談者の内面奥深くから引き出そうとしているようであった。それに対し、Shell-R\_My ではエントロピーによる質問選択により、最初は大まかな一般的質問から始まり、段々と細部に関する質問が選択されるので、内容までは感知できないが、多少なりともスムーズな流れになっていると言える(理論的には個々の質問は独立であり順番は無関係である)。しかし、人間の内面から知識を引出すというテクニックは、人間ならではの物であると言わざるを得ない。

また、少ない候補のみを対象にした質問が多くなってしまう事も問題であった。つまり、幾つかの候補に対してのみ強い期待(もしくは期待せず)のみが有り、その他はわからない場合(これはより直接的な質問に相当)である。例えば、候補が $a \sim z$ まで有るとした場合、候補a, b はある特定の質問に対して、ye s を強く期待し、 $c \sim z$  は無関係(特にどれも希望しない、いわゆる無関係)となった場合、この質問はあまり役に立たない質問となってしまう。実際には、ye s を期待する候補とno を期待する候補の両方が存在していた方が差がつくのでより有益な質問と言える。

#### 5. おわりに

Dempster-Shafer理論を適用したエキスパートシステム構築用ツール Shell-R\_Myを作成し、これにより実際のアプリケーションをも構築した。ユーザへの質問回答を証拠として集めて行きながら候補を特定していくこのツールは、知識の記述のしやすさを考慮した独自の知識表現を採用している。

通常計算量の多さが問題になるが、16ビットパソコン上で稼働するこのシステムでは、候補の数が200程度であれば、充分に使用可能であることもわかった。

しかし、記述する知識が膨大となった場合、知識の獲得・整理の作業はかなりの物となってしまい、分かりやすく表現しやすい知識表現を用いたにもかかわらず、その作業は複雑で混乱を起こしやすい物となる事が予想される。

不確実さを積極的に扱う事の可能なエキスパートシステムを構築する際に、Dempster-Shafer理論に基づく証拠推論は有効ではある事はわかったが、これだけでは不十分で通常のプロダクションシステム等との共存等が今後の課題である。

#### 謝辞

本研究を始めるにあったて有益な助言をして頂いた東大生産研石塚満教授に深謝致します。また、本研究の機会を与えて下さった㈱リコーの尾上所長、森所長を始め、様々な面に渡り協力頂いた岡本明室長、岡本Rを中心とした旧451研の皆様及び、プログラム作成の協力をして戴いた㈱ISPの方々、アプリケーション作成の協力をして戴いた㈱ITEXの方々及び経営診断の専門家として知識投入していた抱いた㈱コムエンジニアリング研究所の大山先生に深く感謝致します。

# 参考文献

- 1) Zadeh: Fuzzy Sets, Inform. Contr., 8, pp. 338/353, 1965
- 2) Dempster: Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping, Annals of Math. Statistics, 38, pp.325/339, 1967
- 3) Shafer: A Mathmatics Theory of Evidence, Princeton Univ. Press, 1976
- 4) Lowrance and Garvey: Evidential reasoning, Int. Conf. on Cybernetics and Society, pp.6/9, 1982
- 5) Prade: A Computational Approach to Approximate and Plausible Reasoning with Applications to Expert Systems, IEEE PAMI-7, NO.3, pp. 260/283, 1985
- 6) 水本: Fuzzy代数とその応用、数理科学、Vol. 82-126, 1970-1973

# Dempster-shafer理論によるファジイ推論

Fuzzy inference in the framework of the Dempster-Shafer Theory

舘 正道 X 廣田 薫 \* \*

Masamichi Tachi, Kaoru Hirota

# \* 日本鋼管株式会社 AI研究チーム

AI Research Project Team, Nippon Kokan K.K.

# XX 法政大学工学部

College of Engneering, Hosei University

ABSTRACT - We examined fuzzy logic in the framework of the Dempster -Shafer(D-S) Theory. As the result, we led algebraic sum and algebraic product as fuzzy operations for intersection and union, respectively and min, max operations as a special case. Moreover, we present the combination scheme for fuzzy inference rules.

# 1. まえがき

知識をコンピュータで扱うことを考える上で、あいまいさは極めて重要な概念である。不確実性(randamness)、ファジ付性(vagueness)、不完全性(ignorance)など知識の中には様々なあいまいさが存在し、これらに対し種々の測度が研究、提案されている[3]。これら測度を大別すると、客観的観測に基く測度である確率と主観的観測に基く測度である可能性理論(ファジイ理論)や Dempster-Shafer理論等に分けることが出来る。

Shafer理論等に分けることが出来る。 特に、ファジイ理論は"主観的あいまい数 量概念"をメンバーシップ関数の導入により 柔軟に表現できるため広く知識システムへの 応用が試みられている。

しかしながら、各基本論理演算に対して Min ,Maxをはじめ多くの演算方法が提案、使用されているなど、論理演算においては主観的あいまい数量の取扱いが理論的に確立されているとはいえない。

本稿では、D-S理論のフレームにおいてファジイ論理・推論の理論的裏付けを試みた。

#### 2. ファジイ理論とD-S理論

扱うべき全対象をXとし、FをX上のファジイ集合とする。要素 $x \in X$ のFへの帰属度は、可能性理論(Zadeh [8])においては、

$$\mu_{\mathsf{F}} : \mathsf{X} \to [0, 1] \tag{1}$$

なるメンバーシップ関数で定義される。例えば、Xを果物の全集合、F1,F2をそれぞれ `大きい´、`甘い´という果物に対するフ ァジイ集合とすると、ある果物 x の大きさ、 甘さは、 メート。 (x)、 メート₂ (x)として定義できる。

ファジ $\{$ 集合Fは対象Xの有する属性であり、この属性の全集合を $\mathbb{F}=\{F_1,F_2,F_3,\dots,F_n\}$ とすると、ある属性  $F_i\in\mathbb{F}$ に対して、メンバーシップ関数  $\mathcal{H}_F$  が定義される。 また、メンバーシップ関数値  $\mathcal{H}_F$  (x)は、要素  $x\in X$  が $F_i$  に属するグレードを表し、極めて主観的に決定される。一般的に、  $\mathcal{H}_F$  (x)は確率値ではない。

このような主観値を数学的に取り扱う理論 としてDempster-Shafer理論[5]がある。例えば、ある単一命題(singleton set) Aの真偽 に関して、確率では

$$P(A) + P(\neg A) = 1$$
 (12)

と完全な情報を要求するのに対して、D-S 理論では確信関数(Bel)の導入により、情報 の不完全性を以下のように受け入れている。

Bel(A) + Bel(
$$\neg A$$
)  $\leq 1$  (13)

また、Belと一対一対応関係のある可能性関数(Pls)により、(13)は(15)のように表すことができる。

$$Pls(\neg A) = 1 - Bel(A)$$
 (14)

$$Pls(A) + Pls(\neg A) \ge 1 \quad (15)$$

図 -1に示すように、これら関数値の間には以下のような順序関係がある。

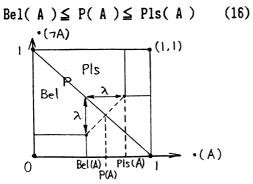


図 -1 確信関数、確率、可能性関数 の順序関係

従って、 $\lambda$ =Pls(A)-Bel(A)とすると、 $\lambda$ は情報の不完全度を表すパラメータとなり、 $\lambda$ = 0 の時、情報は完全で確率情報となり、 $\lambda$ = 1の時、無情報を意味する。

= 100 時、無情報を息味する。 また、 $\Theta$ を起こりうるすべての異なる命題の 集合とすると、 $\Theta$ は識別の枠組み(frame of discernment)と称される。(図-1において は、 $\Theta$ ={A, ¬A})

Bel,Pls 関数は、以下のようにして得ることができる。

For any  $F \subset \Theta$ ,

Bel(F) = 
$$\Sigma$$
 m(f)  
f  $\subset$  F  
Pls(F) =  $\Sigma$  m(f)  
f  $\cap$  F  $\neq$   $\phi$  (17)

ここで、関数mは、基本確率(basic probability assignment)と称され、以下の条件を満足するように定義されている。

$$m: 2^{\Theta} \to [0, 1]$$
 (18)

$$\sum_{\mathbf{f} \subset \Theta} \mathbf{m}(\mathbf{f}) = 1 \tag{19}$$

$$m(\phi) = 0 \tag{20}$$

いま、 $m_1$ , $m_2$ が各々独立に得られたとする。これらは、Dempsterの結合則を用いて以下のように統合化される。

$$m_{1} \oplus m_{2} (F) = \sum_{\substack{\sum m_{1} (f_{k}) \cdot m_{2} (f_{l}) \\ 1 - \sum m_{1} (f_{k}) \cdot m_{2} (f_{l})}} (21)$$

$$f_{k} \cap f_{l} = \emptyset$$

- 3. D-S理論によるファジ(論理演算
- 3.1 D-S理論によるメンバーシップ 関数の解釈

以下にメンバーシップ関数をD-S理論のフ

レームで捉えることを試みる。

例えば、対象Xを背広の集合とし、相互に独立した属性として「色調」、、サイズ」に注目する。それぞれでファジ(集合  $F_1$ :"ブルー系"、 $F_2$ :"グレー系"、及び  $F_3$ :"太め"、 $F_4$ :"中くらい"、が定義されているとする。すなわち、

$$F = \{ F_1, F_2, F_3, F_4 \}$$
 (22)

ここで、対象  $x (\in X)$  を固定して、 $F_1$ : "ブルー系"、 $F_3$ : "太め"、などの各ファジィ集合のラベル  $F \subset \{F_1\}$  の意味を考察してみよう。各ラベルの意味には一般的には複雑な様相が含まれており、本論文では形式的にいくつかの基本的な意味要素 (e) が統合されて個々のラベル概念を形成しているものと考えることにする。すなわち、この例では、

$$F_1 = \{ e_{ij} \}$$
,  $i=1,2,3,\cdots$ ,  $j=1,2,3$   
 $F_2 = \{ e_{ij} \}$ ,  $i=1,2,3,\cdots$ ,  $j=3,4,5$   
 $F_3 = \{ e_{ij} \}$ ,  $i=1,2,3$ ,  $j=1,2,3,\cdots$   
 $F_4 = \{ e_{ij} \}$ ,  $i=2,3,4$ ,  $j=1,2,3,\cdots$ 

と考えることにする。すると、

$$F_1 \cap F_2$$
 (ブルーグレー系)  
=  $\{e_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3,\cdots,j=3$   
 $F_1 \cap F_3$  (ブルー系で太め)  
=  $\{e_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3,j=1,2,3$ 

等が導出されることになる(図-2)。

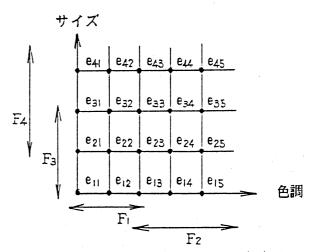


図-2 ファジイ集合のラベルの意味づけ

このようにファジ ${$ 4集合のラベルFは、相互に独立で排他な意味要素 e により構成されている集合 $\Theta$ の部分集合と見なすことができ、ラベル集合F は $\Theta$ の中集合 $2^{\bullet}$  の一部分となる。すなわち、

$$F \subset \Theta = \{e_1, e_2, e_3, \cdots, e_m\}$$

$$F \subset 2^{\bullet}$$
(23)

ここで、⊖はD-S理論における識別の枠組み(Frame of Discernment)となる。

以上の準備を整えた上で主観値  $\mu_F(x)$  を、xを観測した結果 xか $F_i$ である。"と確信する度合  $Bel_x(F_i)$ として定義する。

# [定義-1]

$$\mu_{F_i}(x) = \text{Bel}_{\chi}(F_i) = \sum_{\mathbf{m}_{\chi}} \mathbf{m}_{\chi}(f)$$

$$f \subset F_i$$
, for all  $x \in X$ ,  $F_i \in F$  (24)

# 3.2 ファジイ論理演算における上下限値

[定義-1]により基本論理演算における上 下限値を導くことができる。

# [ 定理-1]

For all 
$$F_i \in \mathbb{F}$$
,  
 $\mu_{F_i}(\mathbf{x}) = \text{Bel}_{\mathcal{X}}(F_i) = \sum_{\mathbf{f} \subset F_i} \mathbf{m}_{\mathcal{X}}(\mathbf{f})$ 

 $\Rightarrow$ 

1) NOT 
$$(\neg F_i)$$
  
0  $\leq \mu \neg F_i \leq 1 - \mu F_i$  (25)

- 2) AND (F<sub>1</sub> ∩F<sub>1</sub>) PF<sub>1</sub> A PF<sub>2</sub> ≦ PF<sub>1</sub> ∩F<sub>3</sub> ≦ PF<sub>4</sub> ∧ PF<sub>4</sub> (26) ここで、A は激烈積を表す。
- 3) OR  $(F_i \cup F_j)$  $\mu_{F_i} \lor \mu_{F_i} \le \mu_{F_i \cup F_i} \le 1$  (27)
- 4) inclusion  $F_i \subset F_j$  $F_i \subset F_j \Rightarrow \mu_{F_i} \leq \mu_{F_j}$  (28)

[定理-1]の上下限値は、メンバーシップ 関数値を、D-S理論のBel値(下界確率) で解釈([定義-1])した結果を示したもの であるが、同様にPls値(上界確率)で解釈 した場合を以下に示す。

# [定義-2]

$$\mu_{F_i}(x) = \operatorname{Pls}_{\chi}(F_i) = \sum_{f \cap F_i \neq \emptyset} m_{\chi}(f)$$
for all  $x \in X$ ,  $F_i \in F$  (29)

# [定理-2]

For all 
$$F_{i} \in \mathbb{F}$$
,  
 $\mathcal{H}_{F_{i}}(x) = \operatorname{Pls}_{X}(F_{i}) = \sum_{\mathbf{f} \cap F_{i} \neq \emptyset} \mathbf{m}_{X}(\mathbf{f})$ 

 $\Rightarrow$ 

1) NOT 
$$(\neg F_1)$$
  
 $1 - \mu_{F_1} \leq \mu_{F_1} \leq 1$  (30)

- 2) AND (F<sub>1</sub> ∩F<sub>1</sub> ) 0 ≤ μ<sub>F1</sub> ∩F1 ≤ μ<sub>F1</sub> ∧ μ<sub>F1</sub> (31)
- 3) OR (F<sub>1</sub> ∪F<sub>1</sub>) μ<sub>E</sub> ∨ μ<sub>E</sub> ≦ μ<sub>E</sub> ∪ E ≦ μ<sub>E</sub> ♥ μ<sub>E</sub> (32) ここで、♥は激烈和を表す。

4) inclusion 
$$F_i \subset F_j$$
  
 $F_i \subset F_j \Rightarrow \mu_{F_i} \leq \mu_{F_j}$  (33)

以上から、メンバーシップ関数が確信的主観値(Bel)で定義されている場合と、可能的主観値(Pls)で定義されている場合で、論理演算の結果が否定(μー、)に関しては1-μーの値を境に分かれるが、AND,OR に関しては以下の範囲に集約できることがわかる。

AND:  $0 \le \mu_{\text{E}} \cap_{\text{E}} \le \text{Min}\{\mu_{\text{E}}, \mu_{\text{E}}\}$  (34)

尚、[定理-1]、[定理-2]の証明は[7]に 示す。

# 3.3 D-S理論によるファジイ論理演算則

一般に、メンバーシップ関数  $\mu_i$  は、 $F_i$  の真部分集合  $f \subset F_i$  (例えば、 $f = F_i$  へ  $F_j$  )に対する帰属度に関しては何等情報を有していないと考えられる。すなわち、

$$\mathbf{m}(\mathbf{f})=0$$
 , for all  $\mathbf{f} \subset \mathbf{F}_i$  ,  $\mathbf{f} \neq \mathbf{F}_i$  . (36)

従って、[定理-1]の前提において

$$\mu_{F_i}(x) = Bel_{\infty}(F_i) = m_{\infty}(F_i)$$
 (37)

と汎用性を失うことなく仮定することができる。 また、ファジイ集合は相互に独立に定義されるものとするが、特殊な場合として、メンバーシップ関数間に包含関係がある場合にのみ、それらに従属関係を許す。この結果、代数積和 及び、その特殊ケースとして、Min,Max 演算則が導かれる。

#### [定理-3]

For all 
$$F_i \in \mathbb{F}$$
,  
 $\mu_{F_i}(x) = \text{Bel}_{x}(F_i) = m_{x}(F_i)$ 

⇒

1) AND  $(F_{\downarrow} \cap F_{\downarrow})$ 

もし、Fi⊂Fiかつ、Fi,Fiが従属なら ば、

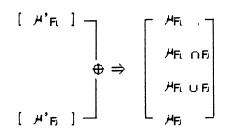
2) OR  $(F_i \cup F_j)$ (40)ガ<sup>\*</sup>R U B = MR + MB = MR ・ MB

もし、Fi⊂Fiかつ、Fi,Fiが従属なら ば、

以上の結果は、D-S結合則(21)を適用して 導くことができる。証明は[7]に示す。

尚、この結合演算はもとのメンバーシップ 関数 Hri, Hri の値自身に影響を与えない。

すなわち、D-S結合則は、AFI, AFI の 二つの独立した情報から HELDEI, HELDE に関する新しい情報を抽出することを可能に する。図-3にこの概念を示す。



サ は D-S結合演算を示す。

D-S結合則による新ファジィ 図-3 情報の抽出

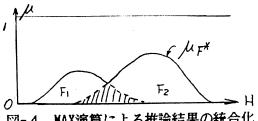
[定理-3]では二項演算則の場合を示したが、 本則は、一般的多項演算に容易に拡張できる。 結果については紙面の都合上省略する。

# 4. ファジイ・プロダクションルール

ファジイ・プロダクションルールにおいて、 複数のファジ(結論、例えばF1,F2 が同時 に推論された場合、一般的には MAX演算則に よる統合化が行われる。

 $\mathcal{H}_{\mathsf{F}}^{\mathsf{X}} = \mathsf{Max} \left\{ \mathcal{H}_{\mathsf{F}_{\mathsf{L}}}, \mathcal{H}_{\mathsf{F}_{\mathsf{R}}} \right\}$ この方法で得られる結果のファジイ集合下は、 F1, F2共通部分におけるメンバーシップ関 数の形状(図-4 点線部)に影響されない。 このことは、F1,F2共通部分の情報(図-4 斜線部)を切り捨てることに相当する。この ようなファジイ推論は、もともとあいまいな知 識をあいまいに処理しても充分ロバスト性が あるという好ましい面と反面、あいまい処理 を繰り返すうちにあいまいさの爆発が生じ、

結果の信頼性が失われる危険性をはらんでい る。このような観点から、あいまいさを扱う にも数学的理論の裏付けが重要となっている。



MAX海算による推論結果の統合化 図-4

# 4.1 D-S理論によるプロダクションル

プロダクションルールにおいて、複数のル ールから同時に同一仮説が推論された場合、 総合的にその仮説に対する確信度は強調され る。以下の二つのルールにおいて、このこと を具体的に示す。

KB= 
$$\begin{bmatrix} IF & E1 & THEN & \{h1\}, C(h_1) \\ IF & E2 & THEN & \{h1\}, C(h_2) \end{bmatrix}$$
 (42)

ここで、Ei (i=1,2 ) は、各々独立な事象で ある。また、C(hi): [0,1] はEiが成立した 場合の仮説 {h1} に対する確信度を表し,以下 のように定義される。

{ C(hi)=1, {h1} の成立を確信する。 C(hi)=0, {h1} の成立に関して全く不明。

C(hi)をD-S理論のフレームで解釈すると、

$$C(hi) = Bel_{E_i}(\{h_1\}),$$

$$1-C(hi) = Bel_{E_i}(\{\Theta\})$$
(43)

従って、生起事象 E={E1,E2}のもとで の { h1} に関するルールはD-S結合則(21) を適用して以下のように統合化される。

 $KB = [IF \times THEN \{h1\}, C(h_1)]$ 

$$\begin{array}{c} \text{ZZC}, \\ \text{C(h}_1) = \text{Bel}_{E_1} \oplus \text{Bel}_{E_2}(\{h_1\}) \\ = 1 - (1 - \text{C(h}_1))(1 - \text{C(h}_2)) \\ = \text{C(h}_1) + \text{C(h}_2) - \text{C(h}_1)\text{C(h}_2) \end{array} \tag{45}$$

この結果はMYCINE[6]の結合則に一致する。 つぎにこのフレームでファジイ・プロダク ションルールを解釈することを試みる。

# 4.2 D-S理論によるファジイプロダク ションルール

以下のようなファジイプロダクションルー ルについて考える。

ここで、Fはファジイ集合で仮説集合H上に そのメンバーシップ関数が定義されているも のとする。すなわち、

$$\mu_F(h_i) \ge 0$$
, for all  $h_i \in H$ 

このルールの解釈として、ファジイ集合Fに含まれる各々の仮説に対する確信の度合をFのメンバーシップ関数値で与えると考えると、以下のように分解できる。

KB=[ IF E THEN F ]

= [IF E THEN  $\{h_i\}$ ,  $\mu_F$   $(h_i)$  $\}_{i=1}^n$  (47)

このように、メンバーシップ関数値  $\mu_F$  ( $h_{L}$ ) を確信度として解釈することにより、(43)に対応して、

$$\mu_{\mathsf{F}} (\mathsf{h}_{\mathsf{L}}) = \mathsf{Bel}_{\mathsf{E}} (\{\mathsf{h}_{\mathsf{L}}\})$$
 (48)

いま、F1, F2をHの上で定義されたファジ ${$ 集合とし、事象  $E = {E1, E2}$  が生起し以下の二つのファジ ${}$ ルールが適用された場合について考える。

$$KB = \begin{bmatrix} IF & E1 & THEN & F1 \\ IF & E2 & THEN & F2 \end{bmatrix}$$
 (49)

(47)により分解すると、

KB= 
$$\begin{bmatrix} \text{IF E1 THEN } \{\text{hi}\}, \mu_{\text{F}_1}(\text{h}_1)\}_{i=1}^{K} \\ \text{IF E2 THEN } \{\text{hi}\}, \mu_{\text{F2}}(\text{h}_1)\}_{i=1}^{M} \end{bmatrix}$$
(50)

ルールの順序を仮説単位に入れ換えると、

KB= 
$$\begin{bmatrix} \text{IF E1 THEN } \{\text{hi}\}, \mu_{F_1}(\text{hi}) \end{bmatrix}_{i=1}^{n}$$
 (51)

(44),(48)により、(51)の[]内ルールを統合化 すると、

KB= [IF 
$$\times$$
 THEN {hi},  $\mu_{F^*}(h_i)$ ] $_{i=1}^n$ 
= [IF  $\times$  THEN  $F^*$ ] (52)

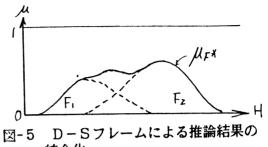
ここで、

$$E = \{E1, E2\}$$

(46)

$$\mu_{F^{*}}(h_{i})$$
=  $Bel_{E_{1}} \oplus Bel_{E_{2}}(\{h_{i}\})$ 
=  $1 - (1 - \mu_{F_{1}}(h_{i}))(1 - \mu_{F_{2}}(h_{i}))$  (53)

D-Sフレームによる推論結果の統合化例を 図-4に対応して図-5に示す。



統合化

一般に、m個のファジイルールが同時に適用 された場合の統合化は以下のようになる。

$$KB = \begin{bmatrix} IF & E1 & THEN & F1 \\ IF & E2 & THEN & F2 \\ \vdots \\ IF & E_m & THEN & F_m \end{bmatrix}$$

$$= [IF & E & THEN & \{h_i\}, \not \vdash_{i=1}^{m} \}$$

$$= [IF & E & THEN & F^*] \qquad (54)$$

ここで、

$$E = \{E1, E2, \dots, E_m\}$$

$$\mu_{F^*}(h_i)$$

$$= Bel_{E_1} \oplus Bel_{E_2} \oplus \dots \oplus Bel_{E_m}(\{h_i\})$$

$$= 1 - \prod_{i=1}^{m} (1 - \mu_{F_i}(h_i)) \qquad (55)$$

# 5. むすび

ファジイ論理演算をD-S理論のフレームで捉えることにより、結果として代数積、和、及びその特殊な場合として、Min,Max演算則を導くことができた。また、このフレームによる推論ルールの競合、協調に関する処理方法を提案した。

# 参考文献

- [1] Dubois, D. and Prade, H.: "Necessity Measures and Resolution Principle", IEEE Tran. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol.smc-17, No.3, pp. 474 478, 1987.
- [2] 石塚:"Dempster-Shafer理論とそのファ ジ(集合への拡張",ファジ(システム入門 (オーム社),pp.239 - 243.
- [3] Klir, J.G. and Higashi, M.: "The Use of Uncertainty Measures in Systems Science", Preprints of Second IFSA Congress, Vol. 1, pp. 94-97, 1987.
- [4] Negoita, C.V.: "Expert Systems and Fuzzy Systems", The Benjamin/Cummings Publ., 1985.
- [5] Shafer,G.: "A Mathematical Theory of Evidence", Princeton Univ. Press ,1976.
- [6] Shortliffe, E.H., and Buchanan, B.G., " A Model of Inexact Reasoning in Medicine", Mathematical Biosciences, Vol 23, pp.351-379, 1975.
- [7] 舘、廣田: "Dempster-shafer理論による ファジイ論理演算 ",弟7回知識工学シン ポジウム資料,pp.83-88,1988.
- [8] Zadeh, L.A.: "Fuzzy Set as a Basis of a Theory of Possibility", Fuzzy Sets and Systems, North-Holland Publ. Vol.1, No.1, pp. 3 - 28, 1978.

# 論理演算子のファジィ化

Fuzzification of Logical Operators

村井哲也<sup>1)</sup> 宮腰政明<sup>2)</sup> 新保 勝<sup>2)</sup> T. MURAI M. MIYAKOSHI M. SHIMBO

- 1) 札幌医科大学衛生短期大学部 School of Allied Health Professions Sapporo Medical College
- 2) 北海道大学工学部 Hokkaido University

Abstract: This paper gives the fuzzification of logical operators using probability-like functions. We obtain fuzzy logical operators, that is, logical operators with a parameter in the interval (0,1]. The fuzzification enables us to treat quantifiers, conjunction, disjunction as well as modal concepts in a more sophisticated framework.

Keywords: logic, fuzzification, fuzzy logical operators

# 1. まえがき

双対な関係にある論理演算子の組は記号 論理において基本的である:

- (a)  $\bigwedge \{P_i\}_{i \in I} \leftrightarrow \sim \bigvee \sim \{P_i\}_{i \in I},$  $(\sim \{P_i\}_{i \in I} = \{\sim P_i\}_{i \in I})$
- (a)  $\forall x P(x) \leftrightarrow \sim \exists x \sim P(x)$ ,
- (c)  $\Box P \leftrightarrow \sim \Diamond \sim P$ .

これら論理演算子は人間にとり厳密すぎる 場合がある. 例えば, 文献検索[1]におい てブール質問式

 $q = \wedge \{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6\}$   $(=k_1 \wedge k_2 \wedge k_3 \wedge k_4 \wedge k_5 \wedge k_6)$  に対し、質問中の6つの索引語 $k_1$ 、・・・、 $k_6$  のうち5項目まで扱っている文献は6項目 どれひとつ扱っていない文献と同じ扱いを受ける(すなわち、検索されない). しかし、検索システムの利用者にとって前者が後者にくらべ格段に魅力的なのは明らかである.

本稿では双対な関係にある論理演算子を 意味論の立場から統一的にファジィ化する ことで、より人間的な論理演算子の一定式 化を行い、いま述べた問題への対処を試み る.以下では二値論理を基礎に論理演算子のファジィ化を論じる.

# 2. 様相演算子のファジィ化

まず,様相演算子□, ◇のファジィ化を 考察する.様相命題論理のクリプキ・モデ

(W, L, v)

を仮定する.ここで

W:可能世界の集合(1≦|W|<∞),

L:可能世界間の関係(到達可能関係),

v:付値(v(P,w)∈{0,1})

である. 簡単のため、関係しは同値関係とし、あらゆる世界からすべての世界に到達可能とする. 尚、|・|は集合の濃度を表す.

ファジィ化にはWのべき集合P(W)を定 義域とし,次の性質を満たす関数 f が必要 である:

 $f : P(W) \to [0, 1].$ 

ただし、X,Y∈P(W)の時

 $(f1) X = W \iff f(X) = 1$ ,

 $(f2) X = \phi \iff f(X) = 0$ .

$$(f3) X \cap Y = \emptyset$$

 $\Longrightarrow f(X \cup Y) = f(X) + f(Y)$ . これは公理論的確率の条件に更にやや制限を加えたものである。例えば、 $X \subseteq W$ に対

$$f(X) = \frac{|X|}{|W|}$$

は(f1)~(f3)を満たす. 実際には, 命題 P に対し集合

 $W_{P} = \{ \dot{\mathbf{w}} \in W \mid \mathbf{v} (P, \mathbf{w}) = 1 \}$ 

を構成し、関数値 f (Wp)を利用する.

通常の様相演算子を含む論理式の真理値 は関数 f の α 切断で表現できる.

# 【命題1】

- (1)  $v(\square P, w) = f_{\overline{1}}(W_P),$
- (2)  $v(\Diamond P, w) = f_{\Omega}(W_{P}).$

#### ここで

$$f_{\overline{1}}(W_{P}) = \begin{cases} 1 & (f(W_{P}) = 1) \\ 0 & (f(W_{P}) < 1), \end{cases}$$

$$f_{\emptyset}(W_{P}) = \begin{cases} 1 & (f(W_{P}) > 0) \\ 0 & (f(W_{P}) = 0). \end{cases}$$

#### [証明]

- $(1) v(\square P, w) = 1$
- → すべてのw ∈ Wに対し

$$v(P, w) = 1$$

- $\iff$  W<sub>P</sub> = W
- $\iff$  f (W<sub>P</sub>)=1
- $\iff$   $f_{\overline{1}}(W_P)=1.$
- $(2) v(\Diamond P, w) = 1$
- ⇒ あるw ∈ Wに対し

$$\mathbf{v}(P,\mathbf{w})=1$$

- $\iff$  W<sub>P</sub>  $\neq \phi$
- $\iff$  f (W<sub>P</sub>)>0
- $\iff$  f<sub>0</sub>(W<sub>P</sub>)=1.

命題1から様相演算子の一つのファジィ 化が可能となる.

# 【定義1】ファジィ様相演算子

(1)  $v(\square_{\alpha}P, w) = f_{\overline{\alpha}}(W_p),$ 

 $(\alpha \in (0,1]),$ 

(2)  $v(\Diamond_{\alpha}P, \mathbf{w}) = f_{1-\alpha}(Wp),$ 

 $(\alpha \in (0,1]).$ 

#### ここで

$$f_{\overline{\alpha}}(Wp) = \begin{cases} 1 & (f(Wp) \ge \alpha) \\ 0 & (f(Wp) < \alpha), \end{cases}$$

$$f_{1-\alpha}(Wp) = \begin{cases} 1 & (f(Wp) > 1-\alpha) \\ 0 & (f(Wp) \le 1-\alpha). \end{cases}$$

定義1のファジィ様相演算子はα=1の時,明らかに通常の様相演算子に還元する.パラメタαが1に近いほど,より厳密な論理演算子になる.

# 【命顧2】

- $(1) \square P \leftrightarrow \square_1 P,$
- $(2) \diamondsuit P \leftrightarrow \diamondsuit_1 P. \blacksquare$

更に,次の重要な性質を満たす.

# 【命題3】

 $\square_{\alpha} P \leftrightarrow \sim \Diamond_{\alpha} \sim P.$ 

[証明]  $v(\square_{\alpha}P, w)=1$ 

 $\iff$  f (Wp) $\geq \alpha$ 

 $\iff$  1 - f (W~p) $\geq \alpha$ 

 $\iff$  f (W<sub>~</sub>p) $\leq 1 - \alpha$ 

 $\iff$   $v(\diamondsuit_{\alpha} \sim P, w) = 0$ 

 $\Leftrightarrow$   $\mathbf{v}(\sim \lozenge_{\alpha} \sim P, \mathbf{w}) = 1. \blacksquare$ 

その他成り立つ性質を挙げる. 証明は略す.

# 【命題4】

- (1)  $\alpha \ge \beta \Longrightarrow \square_{\alpha} P \to \square_{\beta} P$ , 特に,  $\square P \to \square_{\beta} P$ ,
- (2)  $\alpha \leq \beta \implies \Diamond_{\alpha} P \rightarrow \Diamond_{\beta} P$ , 特に,  $\Diamond_{\alpha} P \rightarrow \Diamond_{\beta} P$ ,
- (3)  $\diamondsuit_{1-\alpha}P \rightarrow \square_{\alpha}P$ .

#### 【命題5】

 $\alpha + \beta > 1 \Longrightarrow$ 

$$\Box_{\beta}(P \to Q) \to (\Box_{\alpha}P \to \Box_{\alpha+\beta-1}Q),$$
特に 
$$\Box(P \to Q) \to (\Box_{\alpha}P \to \Box_{\alpha}Q),$$

$$\Box_{\beta}(P \to Q) \to (\Box P \to \Box_{\beta}Q).$$

# 【命題6】

- $(1) \square_{\alpha}(P \wedge Q) \rightarrow \square_{\alpha}P \wedge \square_{\alpha}Q,$
- $(2) \sim \Diamond_{\alpha}(P \vee Q) \rightarrow \sim \Diamond_{\alpha}P \wedge \sim \Diamond_{\alpha}Q$
- $(3) \diamondsuit_{\alpha} P \lor \diamondsuit_{\beta} Q \rightarrow \diamondsuit_{\min(\alpha,\beta)} (P \lor Q),$
- $(4) \square_{\alpha} P \vee \square_{\beta} Q \rightarrow \square_{\max(\alpha,\beta)} (P \vee Q),$
- $(5) \diamondsuit_{\alpha}(P \land Q) \rightarrow \diamondsuit_{\alpha}P \land \diamondsuit_{\alpha}Q. \blacksquare$

# 3. 量化子のファジィ化

量化子♥、∃のファジィ化は様相演算子のファジィ化における可能世界の集合Wを個体の集合Dに置き換えて行えばよい。ただし、

# $1 \le |D| < \infty$

とする. Dのべき集合 P(D)を定義域とし, (f1)~(f3)の性質を満たす (ただし, Wを Dに置き換えて) 関数 f を一つ定める:

 $f : P(D) \to [0, 1].$ 

例えば、X⊆Dに対し

$$f(X) = \frac{|X|}{|D|}.$$

実際には,素式P(x)に対し集合

 $D_{P(x)} = \{u \in D \mid v(P(u))=1\}$ を構成し,値  $f(D_{P(x)})$ を利用する. vは付値である.

命題1と同様の結果が成り立つ.

# 【命題7】

- $(1) v(\forall x P(x)) = f_{\overline{1}}(D_{P(x)}),$
- $(2) \mathbf{v}(\mathbf{H} \mathbf{x} \mathbf{P}(\mathbf{x})) = \mathbf{f}_{\mathbf{0}}(\mathbf{D}_{\mathbf{P}(\mathbf{x})}).$

ここで

$$\begin{split} f_{\overline{1}}(D_{P(x)}) &= \left\{ \begin{array}{l} 1 & (f(D_{P(x)}) = 1) \\ 0 & (f(D_{P(x)}) < 1), \\ f_{\emptyset}(D_{P(x)}) &= \left\{ \begin{array}{l} 1 & (f(D_{P(x)}) < 0) \\ 0 & (f(D_{P(x)}) = 0). \end{array} \right. \end{split}$$

命題7は量化子の一つのファジィ化を導く.

【定義2】ファジィ量化子

$$(1) \mathbf{v} (\forall_{\alpha} \mathbf{x} \mathbf{P}(\mathbf{x}), \mathbf{w}) = \mathbf{f}_{\overline{\alpha}} (\mathbf{D}_{\mathbf{P}(\mathbf{x})}),$$

$$(\alpha \in (0, 1]),$$

(2) 
$$v(\exists_{\alpha} x P(x), w) = f_{1-\alpha}(D_{P(x)}),$$
  
(\alpha \in (0, 1]).

ここで

$$f_{\overline{\alpha}}(D_{P(x)}) = \begin{cases} 1 & (f(D_{P(x)}) \ge \alpha) \\ 0 & (f(D_{P(x)}) < \alpha), \end{cases}$$

$$f_{1-\alpha}(D_{P(x)}) = \begin{cases} 1 & (f(D_{P(x)}) > 1-\alpha) \\ 0 & (f(D_{P(x)}) \le 1-\alpha). \end{cases}$$

定義2のファジィ量化子は $\alpha=1$ の時,明らかに通常の量化子に還元する.

#### 【命題8】

- (1)  $\forall x P(x) \leftrightarrow \forall_1 x P(x)$ ,
- (2) 日 $\times$  P(x)  $\leftrightarrow$  日 $_1$   $\times$  P(x). **■** また,次の性質を満たす.

# 【命題9】

$$\forall_{\alpha} x P(x) \leftrightarrow \sim \exists_{\alpha} x \sim P(x)$$
.

# 4. 連言・選言のファジィ化

有限個の命題の連言  $\Lambda \{P_i\}_{i=1}$  , 選言  $V \{P_i\}_{i=1}$  のファジィ化も全く同様である. ここで  $\{P_i\}_{i=1}$  は論理式の集合, I は添数集合である  $(2 \leq |I| < \infty)$ . I を定義域とし,  $(f1) \sim (f3)$  の性質を満たす(ただし,Wを I に置き換えて)関数 f を一つ定める:

 $f : P(1) \to [0,1].$ 

例えば、X⊆Iに対し

$$f(X) = \frac{|X|}{|X|}.$$

実際には、命題の集合 $\{P_i\}_{i \in I}$ に対し集合  $D_{(P_i)} = \{i \in I \mid v(P_i)=1\}$ 

を構成し、値 f (D<sub>(Pi)</sub>)を利用する.

命題1と同様の結果が成り立つ.

# 【命題10】

- (1)  $v(\Lambda\{P_i\}_{i \in I}) = f_{\overline{1}}(D_{\{P_i\}}),$
- (2)  $v(V{P_i}_{i \in I}) = f_0(D_{P_i}).$

ここで

$$f_{\overline{1}}(D_{\{P_i\}}) = \begin{cases} 1 & (f(D_{\{P_i\}}) = 1) \\ 0 & (f(D_{\{P_i\}}) < 1), \end{cases}$$

$$f_{\emptyset}(D_{\{P_i\}}) = \begin{cases} 1 & (f(D_{\{P_i\}}) > 0) \\ 0 & (f(D_{\{P_i\}}) = 0). \end{cases}$$

命題10から連言・選言の一つのファジィ 化が可能となる。

【定義3】ファジィ連言・ファジィ選言

- (1)  $\mathbf{v}(\Lambda_{\alpha}\{P_i\}_{i\in I}) = \mathbf{f}_{\overline{\alpha}}(D_{\{P_i\}}),$  $(\alpha \in (0,1]),$
- (2)  $\mathbf{v}(V_{\alpha}\{P_i\}_{i \in I}) = f_{1-\alpha}(D_{\{P_i\}}),$  $(\alpha \in (0,1]).$

ここで

$$f_{\overline{\alpha}}(D_{\{P\}\}}) = \begin{cases} 1 & (f(D_{\{P\}\}}) \ge \alpha) \\ 0 & (f(D_{\{P\}\}}) < \alpha), \end{cases}$$

$$f_{1-\alpha}(D_{\{P\}\}}) = \begin{cases} 1 & (f(D_{\{P\}\}}) > 1-\alpha) \\ 0 & (f(D_{\{P\}\}}) \le 1-\alpha). \end{cases}$$

定義3のファジィ連言・ファジィ選言はα =1の時,明らかに通常の連言・選言に還 元する.

# 【命題11】

- $(1) \Lambda\{P_i\}_{i \in I} \leftrightarrow \Lambda_1\{P_i\}_{i \in I},$
- (2) V{P<sub>i</sub>}<sub>i∈I</sub> ↔ V<sub>1</sub>{P<sub>i</sub>}<sub>i∈I</sub>. 同様に, 次の性質を満たす.

# 【命題12】

$$\wedge_{\alpha} \{P_i\}_{i \in I} \leftrightarrow \sim \vee_{\alpha} \sim \{P_i\}_{i \in I}. \blacksquare$$

# 5. 文献検索への応用

ファジィ連言・選言の文献検索での利用について述べる。表1の文献と索引付けのもとでの、次の各質問に対する検索結果を表2に示す。

 $q_1 = \bigwedge \{ k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6 \},$ 

 $q_2 = \Lambda_{0.8} \{ k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6 \},$ 

 $q_3 = \Lambda_{0.5} \{ k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6 \},$ 

 $q_4 = \bigwedge_{0.1} \{ k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6 \}.$ 

様相演算子のパラメタが1に満たない時, 厳密には連言の条件を満たさない文献をも 検索することを表2は示す.従って,本稿 で定義したファジィ連言はまえがきで述べ た問題に対する一つの解答となる.

尚,ファジィ様相演算子の文献検索への応用は文献[3]で論じた.

表1. 索引付け

		索引語 k <sub>1</sub> k <sub>2</sub> k <sub>3</sub> k <sub>4</sub> k <sub>5</sub> k <sub>6</sub>					
文献	d <sub>1</sub> d <sub>2</sub> d <sub>3</sub> d <sub>4</sub> d <sub>5</sub>	1 0 0 0	1 1 0 0 0	1 1 0 0 0	1 1 1 0 0	1 1 1 0 0	1 1 1 1 0

表2. 検索結果

		d <sub>1</sub>	文 d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	献 d <sub>4</sub>	<b>d</b> <sub>5</sub>
質	q <sub>1</sub> q <sub>2</sub>	1	0	0	0	0
問	Q 3 Q 4	1	1 1	1 1	0	0

# 6. 関数 f の条件について

ファジィ化のために導入した関数 f の条件を弱いものに置き換えた場合の結果について様相演算子に関し述べる.

まず,条件(f1),(f2)を通常の確率のもの に置き換える:

(f1)'  $X = W \implies f(X) = 1$ ,

(f2)'  $X = \phi \implies f(X) = 0$ .

この時、Wの真部分集合W'で

f(W') = 1

なるものが存在する可能性があるため, 命 題 1 は成立せず

 $v(\square P, \mathbf{w}) = 1 \implies f(W_p) = 1$  $f(W_p) > 0 \implies v(\lozenge P, \mathbf{w}) = 1$ のみ成り立つ.

【注意】命題 P が無意味になる世界が存在する時、このタイプの関数が利用できる. W-W'に属する世界では命題 P が無意味になる場合を想定すれば定義 1 は有効である. Wp=Wでなくても

v(□P,w)=1 であるとみなせるからである. ■ 次に,条件(f3)から導かれる f(X)+f(\overline{X})=1

を

 $f(X) + f(\overline{X}) \ge 1$ 

に置き換えると命題3の双対性を示す同値 式は成立せず

 $\sim \Diamond_{a} \sim P \rightarrow \Box_{a} P$ 

およびその対偶

 $\sim \square_{\alpha} \sim P \rightarrow \Diamond_{\alpha} P$ 

の2つの含意式が成り立つ.また,

 $f(X) + f(\overline{X}) \leq 1$ 

に置き換えると

 $\square_{\alpha} P \rightarrow \sim \Diamond_{\alpha} \sim P,$ 

 $\Diamond_{\alpha}P \rightarrow \sim \Box_{\alpha} \sim P$ となる.

# 7. あとがき

本稿で論じた論理演算子のファジィ化を タイプ1と呼ぶ、演算子のパラメタαを更 にファジィ化すればタイプ2ファジィ(ま たは言語的)論理演算子を得る、多値論理 への拡張も可能である、以上に関し様相演 算子については既に文献[2]で報告した、 本稿で論じた三組のファジィ論理演算子を あわせ持つ様相述語論理の意味論的構成に 関し検討中である。

#### 文 献

- [1] T. Radecki, Foundations of Fuzzy
  Information Retrieval.
  In J. Kacprzyk and R. R. Yager(eds.),
  Management Decision Support Systems Using Fuzzy Sets and Possibility Theory, Verlag TUV Rheinland GmbH, Köln, 1985, pp. 70-82.
- [2] T. Murai, M. Miyakoshi and M. Shimbo, Fuzzifications of Modal Operators from the Standpoint of Fuzzy Semantics. Preprints of Second IFSA Congress, 1987, pp. 130-133.
- [3] T. Murai, M. Miyakoshi and M. Shimbo, A Fuzzy Document Retrieval Method Based on Two-Valued Indexing Fuzzy Sets and Systems, to appear.

# ファジィ推論における入力推移 に関する考察

A Consideration of the Input Movement for Fuzzy Reasoning

宮 小元 , 奥田 徹示 , 浅居 喜代治 Xiaoyuan GONG, Tetsuji OKUDA, Kiyoji ASAI

# 大阪工業大学

Osaka Institute of Technology

## **ABSTRACT**

In this paper, we deal with the analytical experiment of fuzzy reasoning methods for the case that the actual fuzzy inputs have a small gap of the location for the standard fuzzy input. In particular, we propose the FUZZY-BOX-PLOT(FBP) methods in order to investigate the property of fuzzy reasoning methods for the movement of fuzzy inputs. Using the FBP methods, we will be able to analyze the property of a series of fuzzy reasoning methods from the unified viewpoint.

# 1. まえがき

最近ファジィ推論法が数多く提案され、多くの研究がなされている。特に、いろいろな入力や使用する合成法などによる推論方式の特性が調べられ、水本[1]によって整理されている。一般にファジィ推論を研究する場合、入力のファジィ集合が若干変化したとき、コンピュータがうまく対応できるかどうかについて検討することが重要な課題であるように考えられる。すなわち、ファジィ推論では、少しぐらいの入力の変化に対しては人間の場合と同じようにコンピュータにおいても柔軟にほぼ妥当と考えられるような推論結果が計算できることが重要である。そこで、本研究ではファジィ入力が概念的に若干のずれを示す場合に、ファジィ推論方式が妥当と思われるように作動するかどうかというような観点から検討する。

ここでは、特に入力が推移した場合について検討する。すなわち、入力の変化として、ファジィ集合の位置(ファジィ集合の中心)がずれた場合についての特性について調べる。また、分析するための手法として、現在アメリカのデータ解析学派の代表として知られているテューキー[2]の用いたボックス・プロットと同じような手法として、ファジィ・ボックス・プロット(FBP)を提案する。なお、このFBPは、単にファジィ推論の分析だけではなく、一般にファジィ集合演算の特性を分析する場合にも役立つものと思われる。

## 2. ファジィ・ボックス・プロット

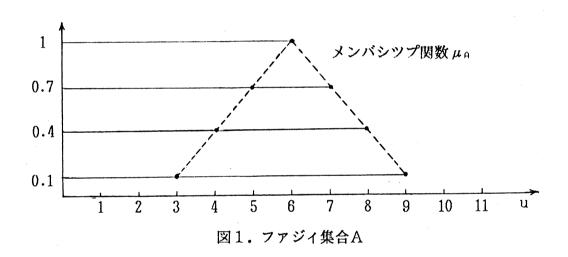
さて、本論文で使用するファジィ・ボックス・プロット(FBP)の概念について説明する、これはファジィ集合のメンバシップ関数を平面的に表現して、ファジ

ィ集合の直感的理解を容易にしようとするものである.

たとえば、図1のようなファジィ集合を考える. このファジィ集合を適当なしき い値により次のように解釈することにする.

[メンバシップ値(しきい値)]	[解釈]		[表示]
1	ファジィ集合の位置	:(L)	77777
0.7 以上	ファジィ集合の意味		
	のある範囲	:(MR)	
0.4 以上	ファジィ集合の範囲	:(R)	<del></del>
0.1 以上	ファジィ集合の限界	:(ER)	F <sub>1</sub>

これらの表示法を用いて、図1のファジィ集合を表現すれば図2のようになる. なお、このようなファジィ・ボックス・プロットを用いる場合、しきい値をいくら にとるかは使用状況によって適当に設定すればよい.



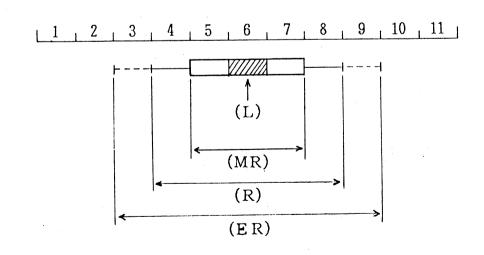


図2. ファジィ・ボックス・プロット

# 3. ファジィ推移入力に対する分析

さて、前節で提案したFBPを用いてファジィ入力が推移したときの各種ファジィ推論方式の特性について分析する。ここでは、ファジィ入力をA、ファジィ出力(推論結果)をBで表わす。推論形式はファジィ関係を用いるザデー流のものを考える。 "もしAならばB"の前提から得られるファジィ関係R=(A $\rightarrow$ B)をある定められた含意公式より求め、このファジィ関係Rを用いて、ある定められた合成規則のもとでの若干変化したファジィ入力A'に対する推論結果B'

$$B' = A' *R = A' * (A \rightarrow B)$$
 (1) について分析する、分析の対象は水本[1]によって分類されているものをそのまま用いることにする、参考までにそれらを表 1 に再記しておく、

表1. 各種ファジィ推論 ------

推論名		含意公式
Zadeh	Ra	$a \rightarrow b=1 \wedge (1-a+b)$
Zadeh	Rm	$a \rightarrow b = (a \land b) \lor (1-a)$
Mamdani	Rc	a→b=a∧b
	Rs	$\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{b} = \begin{cases} 1; & \mathbf{a} \leq \mathbf{b} \\ 0; & \mathbf{a} > \mathbf{b} \end{cases}$
	Rg	$a \rightarrow b = \begin{cases} 1; & a \leq b \\ b; & a > b \end{cases}$
	Rb	$a \rightarrow b = (1-a) \lor b$
	Rd	$a \rightarrow b = \begin{cases} 1 & ; a \leq b \\ b/a; a > b \end{cases}$

# 合成規則は

$$\mu_{\mathsf{B}} \cdot (\mathsf{v}) = \bigvee_{\mathsf{u}} \{ \mu_{\mathsf{A}} \cdot (\mathsf{u}) * \mu_{\mathsf{A} \rightarrow \mathsf{B}} (\mathsf{u}, \mathsf{v}) \}$$
 (2)

# で定義し、3種類の規則

$$MAX-MIN :x*y=x\wedge y (3)$$

$$MAX-GENKAISEKI : x*y=0 \lor (x+y-1)$$
 (4)

MAX-GEKIRETUSEKI :
$$x*y=\begin{cases} x; & y=1 \\ y; & x=1 \\ 0; & x,y<1 \end{cases}$$
 (5)

# を考える.

ここで用いるファジィ入力A, ファジィ出力Bおよび推移入力A-2,・・・・,A2は $U = \{1,2,\dots,20\}$ として、次のようなU上のファジィ集合である。

A=.1/3+.4/4+.7/5+1/6+.7/7+.4/8+.1/9

B=.1/12+.4/13+.7/14+1/15+.7/16+.4/17+.1/18

 $A_{-2} = .1/1 + .4/2 + .7/3 + 1/4 + .7/5 + .4/6 + .1/7$ 

 $A_{-1} = .1/2 + .4/3 + .7/4 + 1/5 + .7/6 + .4/7 + .1/8$ 

 $A_0 = .1/3 + .4/4 + .7/5 + 1/6 + .7/7 + .4/8 + .1/9$ 

 $A_1 = .1/4 + .4/5 + .7/6 + 1/7 + .7/8 + .4/9 + .1/10$ 

 $A_2 = .1/5 + .4/6 + .7/7 + 1/8 + .7/9 + .4/10 + .1/11$ 

そして, 推移入力Akに対する推論結果をBkとする.

実験結果の一部をFBPを用いて図3に示しておく、まず、(Ra、MAX-MIN)の推論結果についてであるが、出力B-2からB2は入力A=A®を左に2ポイントずらしたA2まで変化させた場合の推論結果である。これから分かることは、入力を左あるいは右のいずれにずらした場合でも、推論結果は左右対称に1ポイントずつ位置の範囲が拡大して行くことである。このことは、入力がずれたことは検知できるが、ずれた方向についてはなんら検知できす、また入力がずれることによって推論結果が次第にあいまいになって行くことを示している。B-2などでは意味のある範囲が全領域に拡大してしまい、入力の若干のずれに対する推論結果としてはやや不適当な感じがする。なお、いまの場合入力の左右のずれに対して推論結果は左右対称形となって現われているが、7通りの含意公式と3通りの合成規則とのすべての組み合わせ21通りに対する実験結果はすべて同様の結果となり、入力の左右へのずれの方向が推論結果に反映するものは皆無であった。

次に、(Rm、MAX-GENKAISEKI)の推論結果を分析してみる. この場合は、位置を示す範囲が消失してしまい、2ポイントずれてしまうと推論結果としての意味のある範囲も消失してしまう. したがって、入力のずれに対して推論結果として意味を持つものは1ポイントずれた入力までである.

さらに、(Rc, MAX-GEKIRETUSEKI)の推論結果は次のように解釈できる。図から分かるように、Mamdaniの方法は入力がずれた場合でも推論結果としてのファジィ集合の限界が拡大しないのが一つの特徴となっている。このことは、Mamdaniの方法はかなりの実用性を示唆すると思われる反面、推論結果としてのファジィ集合を限定しすぎる感も強い。

以上のように、いろいろな観点からの分析が考えられるが、全体を通しての3通 りの分析例を表2~表4に示しておく.

ここでは分析例の一部について報告しているが、ここで提案したFBPを用いれば、さらにさまざまな状況のもとでのファジィ推論の特性をある程度統一のとれた形で分析して行くことが可能であると思われる.

# 参考文献

- 1. 水本: 最近のファジィ理論,情報処理, Vol.29, No.1, 11-22, 1988
- 2. Tukey, J. W.: Exploratory Data Analysis, Addison-Wesley, 1977

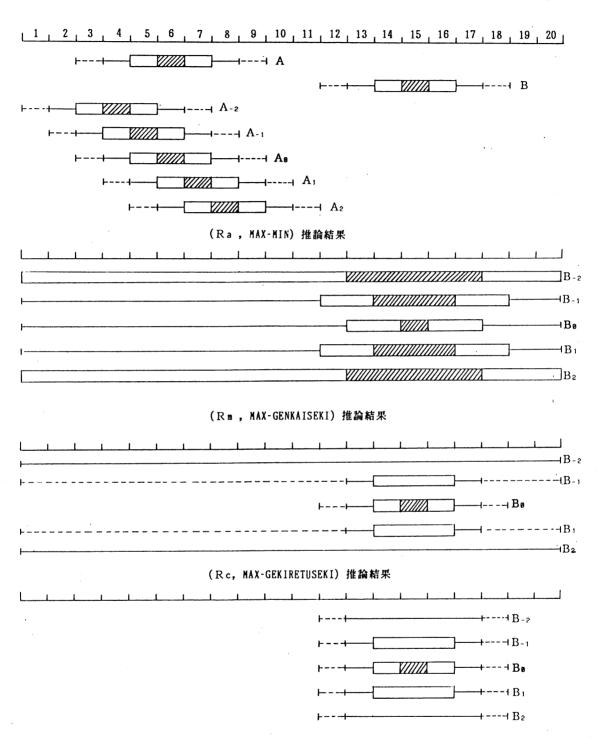


図3. FBPによる分析結果の一例

表2 FBPによる分析(No.1)

	MAX-MIN	MAX-GENKAISEKI	MAX-GEKIRETUSEKI
	B-2 B-1 B0 B1 B2	B-2 B-1 Bø B1 B2	B-2 B-1 Bø B1 B2
Ra Rm Rc Rs Rs Rg Rb	0 0 0 0 0 0 × × × × × × × 0 0 0 0 0 0 0		

○:位置を示す範囲が1ポイントずつ拡大する

×:位置を示す範囲がなくなる; ⊗:位置を示す範囲がまったくずれない

表3 FBPによる分析 (No. 2)

	MAX-MIN	MAX-GENKAISEKI	MAX-GEKIRETUSEKI
	B-2 B-1 Bø B1 B2	B-2 B-1 Bø B1 B2	B-2 B-1 Bø B1 B2
Ra Rm Rc Rs Rs Rg Rb Rd	X 0 0 0 X X 0 0 0 X 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 X 0 0 0 X 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

○:意味のある範囲が全体に拡大しない

×:意味のある範囲が全体に拡大する; <br/>
⊗:意味のある範囲がなくなる

表4 FBPによる分析(No.3)

	MAX-MIN	MAX-GENKAISEKI	MAX-GEKIRETUSEKI
	B-2 B-1 B0 B1 B2	B-2 B-1 Bø B1 B2	B-2 B-1 Bø B1 B2
Ra Rm Rc Rs Rs Rg Rb	X X X X X X X X X X O O O O O X O O O X X X X X X X O O O X	X O O O X X O O O X O O O O X X O O O X X O O O X X O O O X	X 0 0 0 X X 0 0 0 X 0 0 0 0 0 X 0 0 0 X X 0 0 0 X X 0 0 0 X

○:範囲が全体に広がらない

×:範囲が全体に広がる

# ファジィ・インターバル論理の提案

# ~より柔軟な知識表現の試み~

Proposal on Fuzzy Interval Logic

~An attempt to represent knowledge more flexibly~

# 菊池 浩明,

向殿 政男

Hiroaki Kikuchi,

Masao Mukaidono

明治大学・工学部 Faculty of Engineering Meiji University

#### Abstract

In fuzzy logic, if its truth value takes of the closed interval [0, 1] as an extension of multiple-valued logic, it should be considered that the value means only degrees of truth without unknown. Here, we claim that a degree of truth and unknown should be distinguished strictly. Especially, a degree of unknown is an important and necessary factor in the fuzzy inference.

It's well known that the concept of the linguistic truth value can represent knowledge information more flexibly. The linguistic truth value is very effective concept to represent a degree of unknown. In this paper, we propose a concept of the interval truth value, which corresponds to a special case of the linguistic truth value. The fuzzy interval logic is a logical system which deals with the interval truth value. We will make it clear and show one of the methods for treating a degree of unknown by introducing the interval truth value.

#### SO 背景

我々の日常の論理構造を取り扱う理論に命題論理がある。ここでいう命題とは我々が普段用いている自然言語で記述される文であり、命題論理では、この命題という概念を用いて日常の論理構造を形式化して取り扱う。しかし命題論理で取り扱うことのできる命題は、真か偽かのみの解釈に制約されている。それは、一種の近似であり、その表現力にも限界があるだろう。

我々の日常の論理構造をより厳密に形式化するには、命題論理だけでは不十分であり、これを補うために命題論理を基礎として拡張したさまざまな論理体系(\*)が提案されている。論理関係をより柔軟にする自由変項の概念を導入した述語論理、可能性、必然性を考慮した様相論理、高階論理などがよく知られている。

本稿は、それらの論理体系のうちあいまいさを取り扱うことのできるファジィ論理(2)に注目して、これに未知量、矛盾量を導入する試みである。未知・矛盾量を表すものとして区間真理値という概念を用い、これらの情報と真偽との関係を明かにしていく、ファジィ・インターバル論理とは、真理値として区間真理値を取る命題の論理体系である。

#### § 1 標準型

区間真理値はその命題の真偽の度合を表すものであり、 同時に未知量についての情報をも表している。真偽のみし か意味を持たなかった多値論理的ファジィ論理に未知量を 導入する手法について、次のI関数を定義することから論 じていこう.

#### 定義 I関数

xを変数, Tn,Tp及びTr,Ambをパラメーターとする I(x; Tn, Tp) = 1  $Tn \le x \le Tp$ 

= 0 x < Tn, Tp < x

#### 定義 R関数

 $R(x ; Tr, Amb) = 1 Tr - \frac{Amb}{2} \le x \le Tr + \frac{Amb}{2}$  $= 0 x < Tr - \frac{Amb}{2}, Tr + \frac{Amb}{2} < x$ 

これは共に、右図で示されるようなパラメータによって一意的に表される一つの閉区間(Interval)を表す関数である.

これら二つの関数 が同一の閉区間を表 しているとき, 両関 数のパラメータの間 に次の関係がある.

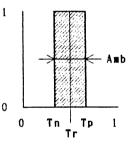


図1 I関数, R関数

#### (I関数からR関数への変換式)

$$Amb = Tp - Tn, \quad Tr = \frac{Tp + Tn}{2} \quad (1)$$

(R関数からI関数への変換式)

$$\operatorname{Tn} = \operatorname{Tr} - \frac{\operatorname{Amb}}{2}$$
,  $\operatorname{Tp} = \operatorname{Tr} + \frac{\operatorname{Amb}}{2}$  (2)

xの定義域[0,1]において、パラメータに次の条件がある時それぞれの関数を要素とする集合は等しく、これをUとし次に定義する。

#### 定義 U

 $\mathbf{U} \triangleq \{ \mathbf{I}(\mathbf{x}; \mathsf{Tn}, \mathsf{Tp}) \mid \mathsf{Tn} \leq \mathsf{Tp} \}, \quad \mathsf{\sharp} \mathcal{L}$   $\mathbf{U} \triangleq \{ \mathbf{R}(\mathbf{x}; \mathsf{Tr}, \mathsf{Amb}) \mid \mathsf{Amb} \leq 1 - 2 \times |\mathsf{Tr} - 0.5| \}$ 

この時,条件 Tn≦Tp,または Amb≦1-2×|Tr-0.5| を凸集合条件と呼ぶ.

Uは閉区間[0,1]上の任意の閉区間からなる集合に一致する.

ファジィ・インターバル論理において、命題はこのUの 任意の元を取るものとする。命題PがUのある元を取ると き、その元をPの区間真理値と呼び、T(P)と表す。T (P)と、その与え方を次に定義する。

#### 定義 区間値標準型

命題Pの区間真理値T(P)がI(x;Tn,Tp)である時, Tnを必然性真理値(Necessity truth value), Tpを可能性真理値(Possibility truth value)と呼び, T(P)=[Tn,Tp] と表す.

#### 定義 代表值標準型

または、T(P)がR(x;Tr,Amb)である時, Trを代表真理値(Representative truth value), Ambをあいまい度(Ambiguity)と呼び,

T(P)=[Tr/Amb] と表す.

以後の議論では便宜上これら二つの標準型を使い分ける が,両者が与える領域は常に同一のUであり,変換式(1), (2)でいつでも互いに変換可能である.

図からも明らかなように, 区間値標準型は区間の下限 (Tn)と上限(Tp)から、代表値標準型は区間の中心値(Tr)と 区間幅(Amb)からUの元を一意的に定めるものである。

(例1) 区間値標準型を代表値標準型に変換する.

T(A) = [0.2, 0.6]

 $= \left[ \frac{0.2+0.6}{2} \right] \left[ 0.6-0.2 \right]$ 

さて、このようにして区間真理値が割り当てられた命題 が意味するものは何であろうか?

まず、未知量が本質的に持つ性質を考えよう。ここで取 り扱う未知量のモデルとして日常生活における未知量を考 えるならば、我々の主観により、真偽量との間に次のよう な関係を要請する.

- 1. 明確に真、偽である命題には未知量は存在しない。
- 2. 真偽のどちらとも言えず、しかも未知量を持たない 命題が存在する.
- 3. 未知量が大きくなればなるほど、真偽の度合はつか なくなっていく.
- 4. 最も未知な命題とは、真の可能性も、偽の可能性も 最大となるような命題である.

以上を考えると、代表値標準型におけるAmbが未知の度合 を表すという解釈が自然である. 例えば, 区間幅, すなわ ちAmbか0である区間真理値を持つ命題には明確に真[1,1]な ものから明確に偽[0,0]なものまでが存在することから、要 請1,2を満たしている。また、R関数による凸集合条件 がそのTrにおけるAmbの最大値を制限した様に、未知量が大 きい命題ほど真偽の値の取り得る範囲、すなわちIrの下限 と上限が狭められるので、要請3にもかなっている。そし て真偽の度合がまったくつかなくなる未知量が最大の区間 真理値は要請4で言うところの[0,1]に相当する.

(例2)

Tr=0.8 である区間真理値では Amb ≦ 0.4 である. Amb=0.4である区間真理値では 0.2 ≦ Tr ≦0.8である.

U上の境界に位置する特殊な区間真理値を次に定義する. 定義

> Amb = Oで与えられるTをsingleton(単一)と呼ぶ 最大のTrを持つsingleton[1,1]を S1 最小のTrを持つsingleton[0,0]を SO で表す. Tr = 0.5で与えられるTを center(中心)と呼ぶ 最大のAmbを持つcenter[0,1]を Ug で表す.

ここで、未知、真偽の情報が存在するU空間をハッセ図 で表現してみよう. ハッセ図は代数系をより視覚的に訴え て表現する手法であり、ここではこれを無限濃度に拡張し てU全体を表す.

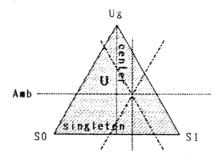


図3 無限濃度のハッセ図 U

U上の任意の元は図の斜線上で一つの点として存在する. 図の縦軸と横軸はそれぞれAmbとTrを刻む座標軸となる. 代表値標準型において、要素Tr,Ambが与えられればTが一 意的に定まることが確認できる. 一方, 区間値標準型につ いては、図で示すような傾いた座標軸が存在する。また、 それぞれの座標軸を交換するだけで、標準型の変換式を用 いることなくTp,Tn,Tr,Ambの各要素を知ることができる. また、代表値標準型における凸集合条件であるAmbの上限も このハッセ図から明らかである.

#### 言語真理値

真,偽,そのあいだの値だけでは表現しきれない我々の 日常の命題を取り扱えるものとして、Zadehの提案し た言語真理値(3)の概念がある。そこでは、命題の真理値と して[0,1]上のファジィ集合(言語真理値と呼ぶ)が用いら れている.

区間真理値はI関数で特性づけられる非ファジィ集合で あるので, 明らかにこの言語真理値の特殊な場合に含まれ る. そこで, ここでは言語真理値の観点からファジィ・イ ンターバル論理を眺め、その論理系の位置づけを明確にす る.

#### 定義 区間真理値条件

言語真理値Fが次の条件を満たすとき、FはUの元である。

- (1) 所属度関数 µFの値は {0,1} の2値である  $\mu F(x) \in \{0, 1\}, x \in [0,1]$
- (2)正規であること

 $\sup_{\mathbf{x} \in [0,1]} \mu_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = 1$ 

(3) 凸集合であること

 $\inf_{\mathbf{x} \in [a, b]} \mu_{\mathbf{x}} F(\mathbf{x}) \ge \min(\mu_{\mathbf{x}} F(\mathbf{a}), \mu_{\mathbf{x}} F(\mathbf{b}))$ 

(2)の式は言い替えるならば、区間真理値として空集 合を認めないことを意味している.

凸集合とは、定義域上の任意の区間[a,b]について(3) の式を満足するようなファジィ集合であり、これはファジ ィ集合の台集合(0以上の所属度を持つ要素の集合)が常に 連続であることを規定している.

区間真理値はAmb=0であるとき数値真理値となるので、 明らかに(多値論理的)ファジィ論理を特殊な場合として 包含している、これらの関係を図4にまとめる、



図4 言語真理値的解釈

#### § 2 順序関係

ファジィ・インターバル論理における順序関係として、次の2種類を定義する.

# 定義 あいまいさの(半)順序関係

命題A,Bにそれぞれ[TnA,TpA],[TnB,TpB]が与えられていて,

- (1) TnA  $\leq$  TnB, TpB  $\leq$  TpA である時, AはBよりあいまいな関係にあり  $A \succeq B$  または  $B \preceq A$  と表す.
- (2) (1) でないA,Bについては,

あいまいさについて比較不能である.

#### 定義 真偽の(半)順序関係

- (1) TnA ≥ TnB, TpA ≥ TpB である時, AはBより真な関係にあり A □ B または B □ A と表す.
- (2)(1)でないA,Bについては,真偽について比較不能である.

ただし,条件式は各パラメータを数値とみなした算術的な大小関係を意味しているものとする.また,あいまいさの順序関係にあるA,Bを特に次のように呼ぶ.

#### 定義 Refinement, Coarseness

A ≼ B となる, BをAの Coarseness (粗野)

A ≥ B となる, BをAの Refinement (精錬)と呼ぶ

この定義から、二つの区間真理値が常に真偽、あいまいさどちらかの順序関係にあることがいえる。すなわち、ある一つの区間真理値について、Tn,Tpの軸で分割される次の二つの領域が存在する。

- (1) あいまいさの順序関係が成立する領域
- (2) 真偽の順序関係が成立する領域

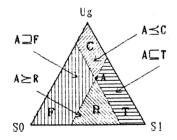


図5 順序関係

図より明らかなように、Refinement (Coaseness)の領域 (図のR(C))はあいまいさの順序関係についての下界 (上界)を、同様に、more True (more False)の領域(図のT(F))は真偽についての上界(下界)をそれぞれ意味している。

これらの順序関係の基本的な性質を次に示す。 但しここで、区間真理値が等しいことをx=yで表す。

- 1°反射律  $x \supseteq x, x \ge x$
- 2°非対称律  $x \supseteq y$ ,  $x \sqsubseteq y$  ならば, x = y
  - $x \ge y$ ,  $x \le y$   $x \le y$   $x \le y$
- 3°推移律  $x \sqsubseteq y$ ,  $y \sqsubseteq z$  ならば,  $x \sqsubseteq z$ 
  - $x \leq y$ ,  $y \leq z$   $a \leq b$ ,  $x \leq z$
- 4°Ambを等しくする区間真理値は真偽の順序関係にある.
- 5°Trを等しくするものはあいまいさの順序関係にある.

#### § 3 論理演算

真偽に関する順序関係より、二つの区間真理値の最小上界、最大下界を与える論理演算として論理和、論理積が次のように定義できる。同様にして、あいまいさの順序関係についてあいまい和、あいまい積の演算を定義する。

なお,ここでは特に断わらない場合, A,B,X,Y等のリテラルを区間真理値を取る命題変項として取り扱う.

#### 定義 ∨, ∧, ∀, ⋏

A = [TnA, TpA], B = [TnB, TpA] とする.

#### 論理和

 $\mathbb{T}(A \vee B) \triangleq [\max(TnA, TnB), \max(TpA, TpB)]$ 

# 論理積

 $T(A \land B) \triangleq [min(TnA, TnB), min(TpA, TpB)]$ 

あいまい和

T (A∨B) ≙[min(TnA, TnB), max(TpA, TpB)] あいまい積

TnA≤TpB かつ TnB≤TpAであるA,Bについて, T (A $\wedge$ B)  $\triangleq$ [max(TnA, TnB), min(TpA, TpB)]

ここで,あいまい積についてTnA≦TpB かつ TnB≦TpA という定義域条件があることに注意しなくてはならない。 そこで,あいまい積不能であるこの状態を次に定義して,

特殊なものとして取り扱う.

#### 定義 人不能

TnA > TpB または TnB > TpA であるようなA,Bはあいまい積不能であり、これを  $A \land B = \emptyset$  と表す.

#### (例4) 真偽の順序関係にあるとき

A = [0.2, 0.7]			
B = [0.4, 0.9]	•		
$A \lor B = [0.4.0.9] = B$			_
$A \land B = [0.2, 0.7] = A$			_
$A \vee B = [0.2, 0.9]$	-		
$A \wedge B = [0.4.0.7]$	-		_
	0	0.5	1

#### (例5) あいまいさの順序関係にあるとき

A = [0.2, 0.9]	
B = [0.4, 0.7]	******
$A \lor B = [0.4, 0.9]$	
$A \land B = [0.2, 0.7]$	
$A \vee B = [0.2, 0.9] = A$	
$A \wedge B = [0.4, 0.7] = B$	
	0 0.5 1

これらの例をそれぞれハッセ図で表現すると図6のよう にまとめられる。

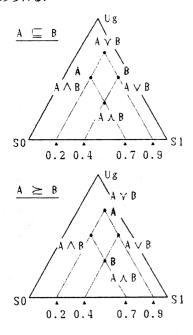


図6 ハッセ図における論理演算

これらより明らかなように、 $\vee$ 、 $\wedge$ はUに閉じた演算である。Uの任意の2元から下限、上限に相当する論理演算が可能であることから、束の公理により区間真理値の $\vee$ 、 $\wedge$ に関する論理系は少なくとも束を成していることがいえる。しかし、 $\vee$ 、 $\wedge$ に関しては  $A \land B = \emptyset$  がある限り束ですらない。

それでは、 $A \land B = \emptyset$ とは何を意味するのであろうか?これを明らかにするために、まず論理演算のもつ意味について考えてみよう。

∨, ^は通常の命題論理でいうところの「かつ」,「または」に相当している. あいまいさを含んだ命題としてA「若い」とB「かわいい」を考えてみると,論理演算∨, ^は A∨B「若いかかわいい」, A^B「若くてかわいい」という合成命題の区間真理値を求めることに一致する.

T(A) = [0.8,1] = [0.9/0.2] (確かに とても若い), T(B) = [0.5,0.9] = [0.7/0.4] (おそらく たた若い)

という真偽と未知量を含んだ解釈をすると,

T(A∨B)=[0.8,1] (確かに とても若いかかわいい) T(A∧B)=[0.5,9] (おそらく なや若くてかわいい)

となり, 感覚的にも自然である.

この解釈に従って考えるならば、AYBは「若いといえるか、かわいいといえるか」という可能性的な合成命題、AABは「若いといえて、かわいいといえる」といった必然的な合成命題に相当しているといえるだろう。ここで、Ugは「まったくわからん!」という解釈と考えられ、この解釈には真偽の情報は存在しない。よって、Ugの反対であるAYB=②とは「まったくいえない!」という矛盾を表す解釈と考えるのが自然であろう。

そこで、矛盾量を取り扱うことを可能とするように区間 真理値を拡張してみよう。

#### § 4 矛盾領域

定義から具体的にいうならば、 $A \land B = \emptyset$  とは凸集合条件  $Tn \leq Tp$  を満足しないもの、すなわち、

Tn > Tp, Amb = Tp - Tn < 0 あいまい度Ambが負であるような区間真理値である. Uにこの負のあいまい度を持つものを加えて次に定義する.

# 定義 拡張区間真理値

次で示す定義域[0,1]であるようなI\*関数の集合を拡張区間真理値集合U\*とする.

 $I*(x;Tn,Tp) = 1 Tn \le x \le Tp$  = 0 x < Tn,Tp < x  $= 1-Tn+Tp Tp \le x \le Tn$ 

U\*は次の3つの領域からなる.

Amb > 0:未知領域U(unknown)Amb = 0: 既知領域S(singleton)Amb < 0</td>: 矛盾領域C(contradiction)

Cの要素はその高さが1でないようなファジィ集合とみなせる。これをU\*のハッセ図と重ねて次に示す。

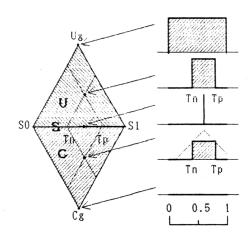


図7 拡張区間真理値空間

以後の議論はU\*上で行う.

論理和と論理積,あいまい和とあいまい積がそれぞれ相補の関係になるように真偽量と未知量に関する2種類の否定を次のように定義できる.

#### 定義

A=[TnA,TpA]とする. そのAの論理否定, あいまい否定を それぞれ ¬A, ¬A で表し, 次式で定める.

> $\mathbb{T}(\neg A) \triangleq [1 - \text{TpA}, 1 - \text{TnA}]$  $\mathbb{T}(\neg A) \triangleq [\text{TpA}, \text{TnA}]$

これらをハッセ図上で考えるならば、それぞれ centerと singletonについての線対称で得られる区間真理値を意味している.

また、論理和、積、否定の論理演算についていえば、これは関数として多値論理的ファジィ論理の演算を用いて拡張原理(4)で求めた結果と一致している.

#### § 5 性質

ここでは、これまでに述べてきた順序関係や論理演算に 関するいくつかの性質を論じる。また、それらの性質を通 じて、ファジィ・インターバル論理を代数系としてみたと きのその位置づけを明らかにする.

なお、特に断わりがない場合、x,y,z等のリテラルを区間 真理値を取る論理変数とする.

#### 基本性質

まず、論理演算(∨、∧、¬)の基本性質として、任意 のx.y.zについて成立する次の等式が挙げられる。

- 1°べき等律 x∨x=x, x∧x=x
- 2°交換律 x∨y=y∨x, x∧y=y∧x
- 3°結合律
- $(x \lor y) \lor z = x \lor (y \lor z)$
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$
- 4°吸収律
- $x \lor (x \land y) = x$

 $\neg \neg x = x$ 

- $x \land (x \lor y) = x$
- 5°分配律
- $x \lor (y \land z) = (x \land y) \lor (x \land y)$
- $x \land (y \lor z) = (x \lor y) \land (x \lor y)$
- 6°復帰律
- 7°最大元
- $x \lor S1 = S1, x \land S1 = x$
- 8°最小元
- $x \lor S0 = x$ ,  $x \land S0 = S0$
- 9°ドモルガン律
  - $\neg (x \lor y) = \neg x \land \neg y$
  - $\neg (x \land y) = \neg x \lor \neg y$

x なお、これに  $y \rightarrow y$  、 $x \rightarrow \lambda$  、 $y \rightarrow z$  という置き換 えを行えばあいまい演算(Y,人,つ)についても同様に、  $1^{\circ} \sim 9^{\circ}$  が成立する. 但し、そのときの最大元と最小元 は Ug[0,1]と Cg[1,0]となる.

ここで注意しなければならないのは、ファジィ論理では 成立することが知られているクリーネ律が必ずしも成立し ないことである。そこで、ファジィ・インターバル論理に おけるクリーネ律は次のような条件付きのものになる.

#### 10°クリーネ律Ⅱ

 $(x \lor \neg x) \lor (y \land \neg y) = x \lor \neg x$  $(x \lor \neg x) \land (y \land \neg y) = y \land \neg y$ 

しかし、代数系を考えるならばこれは一般的ではないので、 ドモルガン律までを満たすドモルガン代数であるといえる。 しかも、論理演算、あいまい演算についてそれぞれドモ ルガン代数を成していることは興味深い.

# 否定に関する性質

11°論理否定に関する性質

任意のxとその論理否定「xは 常におなじAmbをもつ.

 $Amb(x) = Amb(\neg x)$ 

常に真偽の順序関係にある.

x ⊒ ¬x または x ⊑ ¬x

12° あいまい否定に関する性質

任意のxとそのあいまい否定¬xは 常におなじTrをもつ.

 $Tr(x) = Tr(\neg x)$ 

常にあいまいさの順序関係にある.  $x \ge \neg x$  または  $x \le \neg x$ 

順序関係と論理、あいまい演算に関する性質

13°x ⊒ y である時,

 $x \lor y = x, x \land y = y$ 

14°x ≥ y である時.

 $x \lor y = x$ ,  $x \land y = y$ 

15°x ⊒ y である時,

 $x \supseteq x \lor y \supseteq y$ ,

х⊋х∧у⊋у

 $16^{\circ} x \geq y$  である時,

 $x \geq x \vee y \geq y$ ,

 $x \geq x \land y \geq y$ 

13°14°は定義より明らかである.

15°16°はハッセ図から容易に証明できる。

# あいまい演算と論理演算の間の性質

それぞれの順序関係について次の単調性がある。

18。真偽量の単調性

論理多項式fが論理演算からなるとき

 $x_i \supseteq y_i \quad i=1,\dots,n$  &sit,

 $f(x_1,\dots,x_n)\supseteq f(y_1,\dots,y_n)$  raso.

19° 未知矛盾量の単調性

論理多項式fがあいまい演算からなるとき

 $x_i \geq y_i$   $i=1,\dots,n$  f

 $f(x_1,\dots,x_n) \geq f(y_1,\dots,y_n)$  ration of  $(x_1,\dots,x_n)$ 

2種類の演算の間の吸収律は一般には成立せず、次に挙 げるような不等式となる. ここで簡略のため, x⊇≥y が x⊇y かつ x≥y を意味するものとする.

20°

- $(x \lor y) \lor x \supseteq \succeq x$ ,  $(x \lor y) \lor x \supseteq \succeq x$
- $(x \lor y) \land x \supseteq \leq x, (x \land y) \land x \supseteq \leq x$
- $(x \land y) \lor x \sqsubseteq \succeq x, (x \lor y) \land x \sqsubseteq \succeq x$
- $(x \land y) \land x \sqsubseteq \leq x, (x \land y) \land x \sqsubseteq \leq x$

吸収律同様、あいまい演算と論理演算の結合律も次のよ うな不等式で表される。

21°

- $(x \lor y) \lor z \supseteq \leq x \lor (y \lor z)$
- $(x \lor y) \land z \subseteq \leq x \lor (y \land z)$
- $(x \wedge y) \vee z \subseteq x \wedge (y \vee z)$
- $(x \wedge y) \wedge z \supseteq x \wedge (y \wedge z)$

各式は区間値標準型における要素 In. Tpについて展開す ることで証明できる. なお, 分配律に関しては一般に不等 式にすらならない.

また、任意のx,yについて成立する次の等式がある. 22°

 $(x \lor y) \lor (x \land y) = x \lor y$ 

 $(x \lor y) \land (x \land y) = x \land y$ 

23°

 $(x \lor y) \lor (x \land y) = x \lor y$ 

 $(x \lor y) \land (x \land y) = x \land y$ 

証明は、x,yが真偽の順序関係にあるときと、あいまいさ の順序関係にあるときの2通りについて調べばよい.

#### § 6 応用

#### 区間真理値を用いたあいまい知識表現

人の持つ知識の様に、本質的にあいまいさが避けられない情報がある。真偽と未知と矛盾の情報を持つ区間真理値は、それらのあいまいな情報を計算機上に表現する有効な手段となりうるだろう。ここで扱うあいまいな情報には次のようなものがある。

- 1. 人間の持つ知識
- 2. 言語の持つあいまいさ
- 3. 不正確な知識
- 4. 不確実な情報
- 5. 柔軟なパターン表現
- 6. 統計的な情報

主に人間の持つあいまいさである1~3を区間真理値で十分に表現できれば、マンマシーンインターフェイスはより円滑なものになるだろう。これはエキスパートシステム等の応用(5)にとっても重要な要素である。

4~6は、ファジィリレーショナルデータベース<sup>(6)</sup>やパターン認識において必要な情報であり、これを柔軟に表現することで、システムをより人間的に構築できる。

また,区間真理値は2つのパラメータだけで一意的に決定できるので計算機での実現が容易であるという利点がある。

#### あいまい演算を用いた未知量の取り扱い

推論にとって未知量は必然的な情報である。未知量を取り扱う方法としてここではあいまい演算を提案する。 あいまい推論を大きく次の3つに分類する。

- 1. あいまいな情報の(厳密な)推論
- 2. (厳密な情報の) あいまいな推論
- 3. あいまいな情報に対してあいまいに行う推論

1はパターン認識やエキスパートシステムなどの分野で行われるもので、我々の感覚にあった推論法として、あいまい積演算が考えられる.逆に、あいまい和は2の推論のタイプに一致する.ここで、あいまい演算の結果の未知量は推論の確信度、入力データの矛盾度、信頼度等として解釈できる.

ファジィエキスパートシステム,ファジィProlog (\*\*),ファジィ制御(\*5)で求めるものは3のタイプの推論方法である。これに関しては、適切な手法を現在検討中であるが、あいまい論理演算がこれを実現する有効な手段であろうだろうことが予想される。

論理演算,あいまい演算ともmax,minのみで構成できるので,回路や計算機で容易に構成できる。しかも,交換律を満たしているので,データベースのような統計的な情報や,制御システムにおける多入力等をそれらの順序に依存しないで演算が可能である。

#### 87 結論

未知と矛盾の度合を表す区間真理値の概念を導入したファジィ・インターバル論理を提案した。基本的な順序関係と論理演算を定義し、いくつかの性質を示すことでその論理体系を明らかにした。

更に、未知矛盾に関する順序関係からあいまい演算を定 義し、未知、矛盾量を取り扱う一つの方法を示した。

また,区間真理値の空間をハッセ図に表現することで, 真偽と未知についてのあいまいさの構造を明確にした.

#### 論理系について

特殊な場合として、多値論理的ファジィ論理を含む、 数値真理値はsingltoneで表される。 そのとき V ^ つはファジィ論理の論理演算と一致する。 言語真理値の特殊な場合に含まれる。 多値的ファジィ論理と言語真理値の 中間に存在する論理体系である。

#### 代数系について

U\*は論理演算とあいまい演算について, それぞれ ドモルガン代数となっている. ファジィ論理で成立していたクリーネ律は成立しない.

#### 未知量について

U上の元は未知量を含んでいる。 未知量は真偽量とは完全に独立でなく, §5で示したいくつかの関係がある。

#### 矛盾量について

C上の元は矛盾量を含んでいる. 矛盾量は未知量とっで反転できる相補的な情報である. 言語真理値的解釈をすれば、高さが1でないものをいう.

#### 言語真理値について

言語真理値のうち区間真理値となるものの性質を示した。 全体集合は最大の未知量を 空集合は最大の矛盾量を表す。 言語真理値の面積,高さをそれぞれ

未知量、矛盾量のモデルとして解釈した。

ファジィ・インターバル論理を更に言語真理値の論理系 にまで拡張して、そこに自然な意味を導入する試みと、実 際にこれを用いた実用的な応用を開発することが今後の研 究の方針である。

# 参考文献

- (1)長尾 真・淵 一博: "論理と意味",岩波書店(1983) (2)L.A.Zadeh: "Fuzzy sets", Inf. and Control, 8, PP. 338-353(1965)
- (3)L.A.Zadeh:"The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning (I); (II); (III)", Inf. and Science, 8, PP. 199-249; 8, PP. 301-357; 9,43-80(1975)
- (4)水本雅晴: "ファジィ理論とその応用",サイエンス社 (1988)
- (5)特集"ファジィ理論と応用",数理科学,No.284(1987) (6)Maria Zemankova-Leech, Abraham Kandel: "FUZZY RELATIONAL DATA BASES", Verlag TÜV Rheinland GmbH (1984) (邦訳あり"ファジィ・リレーショナル・データ ベース",啓学出版(1987))
- (7)M.Mukaidono, Z.Shen and L.Ding: "Fuzzy prolog", Preprints of Second IFSA Congress, Vol.2(1987)

# 第 2 室



# 人間の信頼性評価

Human Reliability Assessment

# 鬼沢 武久

Takehisa ONISAWA

# 熊本大学 工学部

Faculty of Engineering Kumamoto University

#### **ABSTRACT**

This paper presents a method to represent human reliability in terms of the error possibility which is a fuzzy set of [0, 1]. This method considers not only the error rate but also many factors, e.g., task conditions, stress level, aptitude, etc. These factors affect human performance.

Based on the qualitative expression concerned with human reliability the error possibility is obtained by fuzzy reasoning on the assumption that the basic error rate is given.

As an illustrative example the wrong selection from a functionally grouped set of manual controls is considered. It is shown that the error possibility obtained by the present method represents well human reliability.

#### 1. はじめに

システムが高度に自動化されてもなんらかの形で人間はシステムに介入している。機械の信頼性は著しく向上している反面,人間の信頼性は以前とそれほど変わっておらず,いまやマン・マシンシステムの信頼性は人間の信頼性によって決まるといっても過言ではない。そのためシステム全体の信頼性は人間の信頼性抜きにしては考えられない。人間の犯す過誤を機械の故障と同様なものとみなし,人間の信頼性を確率で表現することが行われている。しかし,人間の過誤に関する統計のまた。人間のとる行動は,環境,適性,心理状態など様々な要因の影響を受け複雑である。これらの影響を過誤率で表現するには,基本的な過誤率にある倍率をかけることによって修正したり,新たに過誤率を推定したりしている。しかし、こういった修正も専門家の経験,知識をもとにして行われている。このように人間の信頼性は主観的なあいまいさが伴う概念といる。信頼性やリスク解析にファジィ理論が応用された研究もいくつか見られる。

本論文では、人間の信頼性をerror possibility を使って表現することを前提としている。しかしこれまでのerror possibility は過誤率だけをもとにして表されているが、上述したように人間の信頼性に影響を与える要因はたくさんある。そのためそういった要因をも考慮したerror possibility の表現が必要である。そこで本論文では、作業の基本的過誤率が与えられて、作業能率に影響を与える要因を考

慮したときの人間の信頼性を, error possibility で表現する。

# 2. 各種要因を考慮した人間の信頼性評価 2.1 Error Possibility

error possibility を

$$E(x) = \frac{1}{1 + 20 \times |x - x_0|^m}$$
 (1)

ただし, $x \le x_0$ のとき $m=m_L$ , $x \ge x_0$ のとき $m=m_U$ である。 をメンバーシップ関数としてもつファジィ集合で表現する $_{9}$ )従来,パラメータ $x_0$ ,mを過誤率の三項組  $[P_L$ , $P_M$ , $P_U$ ] から求めている。 $P_M$ , $P_L$ , $P_U$  はそれぞれ過誤率の最良の推定値,下限値,上限値である。  $x_0$  は次式で求めている。

$$x_0 = f(P_M)$$

$$= \frac{1}{1 + (K \times l \circ g(1/P_M))^3}, P_M \neq 0 \qquad (2)$$

ただし、Kは定数、f(0)=0とする。 定数Kは主観的な安全基準を表しており、これをもとにして人間の信頼性を評価して 1 の 1 Table 1 Classification of  $x_0$ 

Class	Bounds of x <sub>0</sub>				
C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9	1.0 0.9 - 1.0 (0.95) 0.7 - 0.9 (0.8) 0.5 - 0.7 (0.6) 0.3 - 0.5 (0.4) 0.2 - 0.3 (0.25) 0.1 - 0.2 (0.15) 0.05 - 0.1 (0.075) 0.0 - 0.05(0.025) 0.0				

まとめて記し

Table 2 Parameter m (I)

クラスC <sub>1</sub> ,	Class		m <sub>L</sub> ,	<sup>m</sup> U	
C <sub>10</sub> は全く	Class	· n <u>&lt;</u> 3	3 < n <u>&lt;</u> 5	5 < n ≤ 10	10 < n
あなけれて ない ここ い ない ない ここ い る。	C <sub>2</sub> C <sub>3</sub> C <sub>4</sub> C <sub>5</sub> C <sub>6</sub> C <sub>7</sub> C <sub>8</sub> C <sub>9</sub>	2.7, 2.7 1.3, 3.1 1.9, 2.6 2.0, 2.0 1.6, 1.5 1.1, 1.2 0.8, 0.9 0.5, 0.7	3.3, 3.3 1.7, 3.8 2.4, 3.3 2.5, 2.5 1.9, 1.9 1.4, 1.5 1.0, 1.1 0.6, 0.8	4.0, 4.0 2.0, 4.6 2.9, 3.9 3.0, 3.0 2.3, 2.3 1.7, 1.8 1.1, 1.4 0.7, 1.0	4.7, 4.7 2.3, 5.4 3.4, 4.6 3.5, 3.5 2.7, 2.7 1.9, 2.1 1.3, 1.6 0.9, 1.2

 $K = 1/\log(1/5 \times 10^{-3})$ 

# 各種要因を考慮したerror possibility の表現

マイコンを用いた簡単な作業実験でも人間はいろんな要因の影響を受けている。 原子力発電所などの大規模・複雑なシステムでの作業ではもっと条くの要因の影響 を受けていることが予想される。そこでここでは、作業実験結果 をもとに作業環 境や機器の使いやすさを含めた作業状況、ストレスレベル、適性といった要因を考 慮し、人間の信頼性を以下のように定性的に表現する。

作業状況がよければ、信頼性は高い。 作業状況が悪ければ、信頼性は低い。

(3)

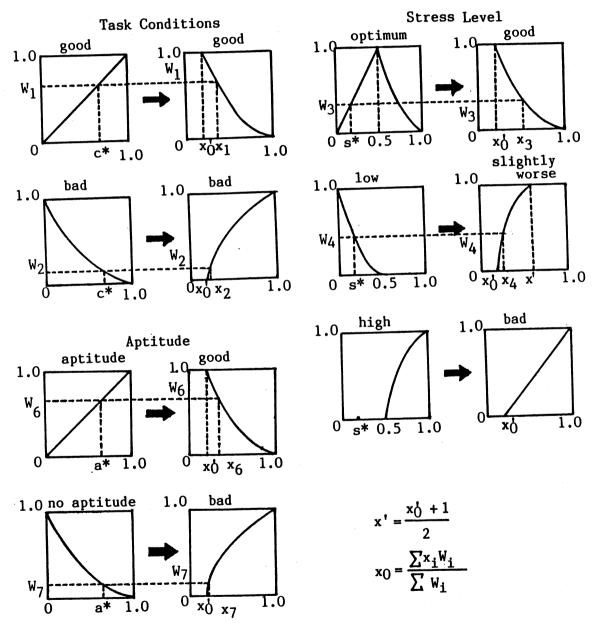


Fig. 1 Estimation of Human Reliability by Fuzzy Reasoning

ストレスレベルが低ければ、信頼性はやや低い。 ストレスレベルが適度であれば、信頼性は高い。 (4) ストレスレベルが高ければ、信頼性は低い。

適性があれば、信頼性は高い。 適性がなければ、信頼性は低い。

(5)

- (1)式のパラメータ $x_0$ , mを以下の手順で求める。ただし、基本的な過誤率の三項組は与えられているものとする。
- $(A) \times_{O}$  は上記の定性的評価をもとにして求める。
- (3)( $\check{4}$ )(5)式の定性的評価をFig. 1 に示したファジィ集合で表現する。ここで, $x'_0$  は基本的な過誤率から(2)式で求める。作業状況の評価が  $c^*$ ,作業時におけるストレスレベルの評価が  $s^*$ ,作業員の適性の評価が  $a^*$  のときに, $x_0$  をファジィ推論によって求める。その計算手順はFig. 1 に示してある。

Table 3 Parameter m (II)

Class	m <sub>L</sub>						
Class	N <u>&lt;</u> 3	3 < N <u>&lt;</u> 5	5 < N <u>&lt;</u> 10	10 < N			
C <sub>2</sub> C <sub>3</sub>		3 < n <u> </u>		1 ≤ 3 1 ≤ 3			
C <sub>2</sub> C <sub>3</sub> C <sub>4</sub> C <sub>5</sub>		$egin{array}{c} \mathtt{m}_{L} & \mathtt{in} \\ \mathtt{m}_{L} & \mathtt{in} \end{array}$	n <u> </u>				
C <sub>6</sub> C <sub>7</sub> C <sub>8</sub> C <sub>9</sub>	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$						
Class		m <sub>U</sub>					
Class	N <u> </u>	3 < N <u>&lt;</u> 5	5 < N <u>&lt;</u> 10	10 < N			
C <sub>2</sub> C <sub>3</sub>	m <sub>U</sub> in the second of the seco	m <sub>U</sub> in 10 <n m<sub>U</sub> in 10<n< td=""></n<></n 					
	m <sub>U</sub> in n≤3 m <sub>U</sub> in n≤3	m <sub>U</sub> in 3 <n≤5 m<sub>U</sub> in 3<n≤5< th=""><th>m<sub>U</sub> in 5<n≤10 m<sub>U</sub> in 5<n≤10< th=""><th>m<sub>U</sub> in 10<n m<sub>U</sub> in 10<n< th=""></n<></n </th></n≤10<></n≤10 </th></n≤5<></n≤5 	m <sub>U</sub> in 5 <n≤10 m<sub>U</sub> in 5<n≤10< th=""><th>m<sub>U</sub> in 10<n m<sub>U</sub> in 10<n< th=""></n<></n </th></n≤10<></n≤10 	m <sub>U</sub> in 10 <n m<sub>U</sub> in 10<n< th=""></n<></n 			
C <sub>5</sub> C <sub>5</sub> C <sub>6</sub> C <sub>7</sub> C <sub>8</sub> C <sub>9</sub>	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$						

- (B) mは以下の手順で求める。

- (A) の手順で得られた $x_{Q}$ を $x_{Q}$ とする。
  i) (2) 式を使って, $x_{Q}$ = f (P\*) を満たすP\*を求める。
  ii) N=P\*/P<sub>M</sub>を求める。ただし,P<sub>M</sub>は既に与えられている過誤率の最良 の推定値である。
- i i i)  $x'_{\Omega} = f$  ( $P_{M}$ ) が属するクラスとNの範囲によって、Table 3のように mを定める。

# 2.3 例

1人の作業員が手動制御装置を操作する作業を考える。この制御装置は機能別に グループ分けされているとする。この作業で考えられるエラーは、①制御装置の誤 選択②誤操作③不注意な接触により生じる意図しない操作である。ここでは特に、 $_{1}$ ①のエラーを考える。①のエラーの過誤率は $_{1}$ [ $_{2}$ ]、 $_{3}$ 10 、 $_{4}$ 10 、 $_{5}$ と推定されている。2)また、安全基準を表す(2)式のパラメータは K は  $K=1/log(1/5\times10^{-3})$ とする。Fig. 2 に各要因の評価から推定さ れたerror possibility の例を示す。それぞれ、(1)は各要因が最良と評価され た場合のerror possibility , (2) はそれ以外の場合のerror possibility であ る。Fig. 2(a)は,

適性はあるが、作 業状況が最悪でス トレスレベルも非 常に高いと評価さ れたときに推定さ h 3 error possibilityである。こ の状態は緊急事態 発生時を想定した ものである。緊急 事態が発生すれば 作業状況は悪くな り、作業員の緊張 度は極度に高まる からである。ただ

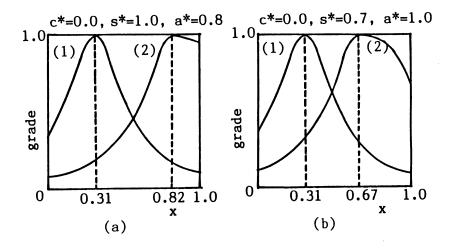


Fig. 2 Examples of Error Possibility Estimated by Many Factors

し、常時適性のある作業員を配置しているものとしている。このerror possibility は(1)と比べてもわかるように、緊急事態発生前から作業していた人間が緊急事 態に直面した場合,エラーを犯す可能性がいかに高いかを示している。Fig. 2(b) は、Fig. 2(a)の場合と比べて、適性については最適の人間を、ストレスレベルに ついてはすこし低い場合を想定している。ただし、作業状況は最悪としている。こ れは、緊急事態発生前から作業していた人間ではなく、その部署の責任者などが助 けにきた場合を想定している。このような人間は、緊急事態発生前から作業してい た人間と比べると、ストレスレベルは低いと推測できる。Fig. 2(b)の(2)は

Fig. 2(a)の(2) と比べると、エラーの可能性がやや少くなっていることがわかる。これは、事故の当事者よりは、第三者的立場の人の方がエラーを犯しやすくないことを示している。しかしFig. 2(b)で(1)(2)を比べると、やはり(2)の方がエラーを犯す可能性が高いことがわかる。

## 3. おわりに

本論文では、人間の信頼性は過誤率で表現するよりerror possibility というファジィ集合で表現するのが適当であるとの前提にたっている。しかし、人間の信頼性はいろんな要因の影響を受けやすいことから、error possibility で表現するには、過誤率ばかりでなくそれらの要因も考慮する必要がある。そこで本論文では作業状況、ストレスレベル、適性という要因を考慮した人間の信頼性の定性的な表現をファジィ集合で表し、各種要因の評価からファジィ推論を使ってerror possibilityを求める方法について述べた。そして、各要因の評価から推定されたerror possibility は、緊急事態発生時に予測される人間の信頼性などをよく表現していることがわかった。

今後の課題としては、ここで述べた人間の信頼性評価システムを拡張するとともに、マン・マシンシステム全体の信頼性評価の解析に応用していくことが考えられる。

# 参考文献

- 1)永峯正義:ゼロの確率を求めて-原因別 航空事故史、べりかん社、1987
- 2) A.D.Swain and H.E.Guttmann: Handbook of Human Reliability with Emphasis on Nuclear Power Plant Applications, NUREG/CR-1278(2nd draft), October, 1980
- 3) G.Apostolakis: On the Assessment of Human Error Rates Using Operational Experience, Reliability Engineering, Vol. 22, 93/105, 1985
- 4) 寺野寿郎, 増井重弘, 村山雄二郎, 秋山登: ファジィ集合を用いた人間の信頼性の構造モデル, 計測自動制御学会論文集, Vol. 23, No. 1, 60/65, 1987
- 5) W.Karwowski and A.Mital Eds.: Applications of Fuzzy Set Theory in Human Factors, Elsevier, 1986
- 6) J.Watada, K.S.Fu and J.T.P.Yao: Linguistic Assessment of Structural Damage, Technical Report, Purdue Univ. CE-STR-84-30, 1984
- 7) 西村昭,藤井学,宮本文穂,小笠勝:構造物の健全度診断へのファジー集合論の適用に関する基礎的研究,土木学会論文集,第380号/I-7,365/374,1987 8)K.J.Schmucker: Fuzzy Sets, Natural Language Computations, and Risk
- Analysis, Computer Science Press. 1984
- 9) T.Unisawa: An Approach to Human Reliability in Man-Machine System Using Error Possibility, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 27, No. 2, 1988 (to appear) 10)鬼沢武久:人間の信頼性とあいまいさ,第13回計測自動制御学会システムシンポジウム講演論文集,5/10,1987

# カラー印刷画像の主観評価について A study on subjective evaluations of color printing images

田中 和彦\*

管野 道夫\*\*

Kazuhiko Tanaka

Michio Sugeno

\* 大日本印刷株式会社 画像研究所

DaiNippon Printing Co., Ltd.

\*\*東京工業大学 総合理工学研究科

Tokyo Institute of Technology

Evaluations of color printing, which, traditionally, have been evaluated subjectively, have scarcely been the object of scientific research, since they derive from fuzziness of human senses.

In this this study, we gathered data of subjective evaluations from several people and analysed them by factor analysis. As a consequence, we have found that there are three principal factors in the evaluations of color printing images.

Moreover, we have applied the model of fuzzy mesure and fuzzy integral to the result in order to make a mathematical model, adopting a method of relaxation operations as an identification method of a complicated and practical fuzzy integral evaluation model.

# 1. はじめに

カラー印刷画像の評価は通常人間による主観評価によって行われる。オリジナル画像(写真原稿)に忠実に複製された再現画像(印刷物、校正刷り)が必ずしも好ましいと評価されるとは限らず、極めて主観的でとらえどころのない評価プロセスである。

本研究では人間がカラー印刷物を評価する際のふるまいを調べ数量的な評価モデルの構築を試みた。まず数人の被験者の主観評価データを集め、これを因子分析した結果、印刷画像の評価において3つの主要因子があることがわかった。次にこの結果にファジイ測度・積分のモデルを摘要した。ファジイ積分の一形式であるChoquet積分を使った単純な評価モデルの同定手順について、さらに複雑でより現実的なファジイ積分評価モデルの弛緩法的な同定アルゴリズムについて後半で述べる。

# 2. 印刷カラー画像の主観評価データの収集

人がカラー印刷物を好ましいかそうでないか、その度合いを総合的に評価する時、それがよく使われる表現(立体感がある/ない、コントラストがある/ない など)で言い表される部分的な評価とどのような関係にあるか調べるために次のようにして主観評価のデータを集めた。

#### ◇被験者

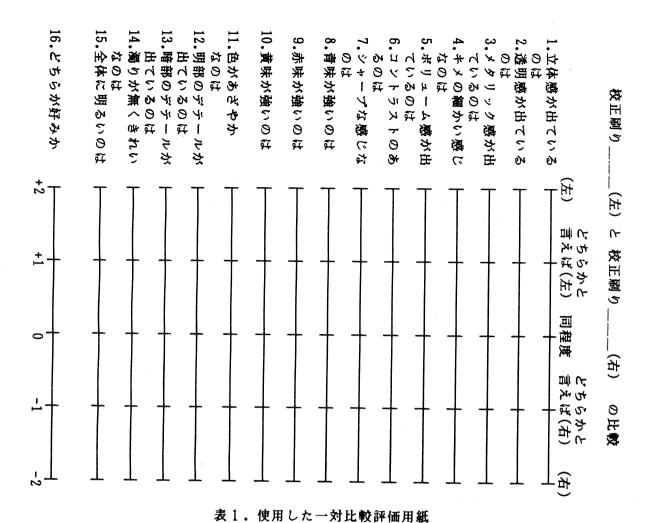
研究所の所員 7名 に協力してもらった。

# ◇テスト試料の作成

印刷原稿4種(静物2種、人物2種)をそれぞれ製版用スキャナで色分解する。校正機で校正刷りを作成する代わりに昇華転写プリンタにて出力したものを校正刷りとして用いた。このときスキャナにおける分解条件を適当に変化させて微妙に変化した出力画像(校正刷)を作成した。各原稿につき校正刷りを 6、4、5、5種類用意した。

#### ◇テスト方法

通常このようなデータを集める時は評定尺度法により各試料ごとに5~7段階の点数をつけて行うことが多いが、本研究では試料間の差がわずかであることが多いため同一原稿のグループごとに校正刷りを一対比較することにより各試料(校正刷)の各部分評価項目の評価点を得た。この時用いた評価用紙を表1.に示した。



# ROTATED FACTOR MATRIX ( 4 FACTORS)

2. 3.	立体感 透明感 がある がある がある がある がある がある がある がある がある がある	.74998 .21037 14265 .02056 .87958	51367 83463 12086 40787 .06078	.01859 .09731 .83571 .75141 06407	12555 14157 12021 .05090 19624	
7. 8. 9.	コントラスト シャープさ 青味が強い 赤味が強い 黄味が強い	.82205 .50481 17877 .74076 .58857		12933 .13028 .02073 .15436 00776	14731 .20734 .86580 10562 71396	
12. 13. 14.	あざやかさ 明部のデイテール 暗部のデイテール 濁りなくきれい 全体に明るい	.74629 .37875 11397 .23220 .01855	43571 .15110 50342 79572 78579	.17642 .57723 .13149 .20052 09903	15980 .25087 01098 25179 46396	表 2 。
	累積寄与率	.38632	.56217	.68225	.75651	及 2 · 因子分析結果

# 3. 因子分析とその結果

人がカラー印刷画像を評価する時の潜在因子を調べるために因子分析を行った。原稿G1,G2,G3,G4の評価データをすべて合わせて因子分析したところ、各因子に相関の高い評価項目は

- ◇第1因子 --- 立体感、ボリューム感、コントラスト、赤み、あざやかさ
- ◇第2因子 --- 透明感、シャープさ、濁りなくきれい、全体の明るさ
- ◇第3因子 --- メタリック感/肌がざらつかない、明部のディテール、キメ細かさ

となった。(表2.) この結果から各因子軸を次のように解釈した。すなわち、

- ◇第1因子 --- 空間的、物理的表現の因子(P因子)
- ◇第2因子 --- 透明感、シャープさ、見た目のきれいさの因子 (T因子)
- ◇第3因子 --- 絵の中心対象の質感表現の因子(Q因子)

因子分析の結果よりファジイ測度、ファジイ積分を使用した主観評価のモデルとして図1. のようなものを考えることができる。ここで $G_P$ ,  $G_T$ ,  $G_G$ は各々最下層の部分評価からファジイ積分によってP, T, Q因子についての評価点を与えるファジイ測度、 $G_X$ はP, T, Q因子についての評価点からファジイ積分によって総合評価を与えるファジイ測度を表す。

これらの各ファジイ**測度を被験者ごとに求めれば各被験者の評価のやりかた、その相違を数** 量的に明らかにすることができる。

本研究ではファジイ積分としてChoquetの積分を用いた。

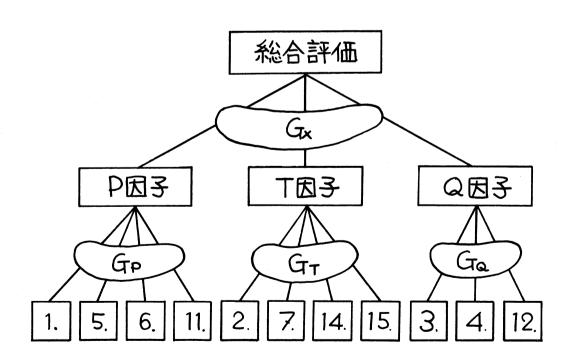


図1. 好ましいカラー印刷再現画像についての主観評価モデル 最下層の番号は表2.の部分評価項目の番号に一致

- 4. Choquetの積分を使った主観評価モデルについて
- 4.1 Choquetの積分 (Sugeno, Murofushi[2])

# ◆定義

可測空間(X, K)上のファジイ測度μ:K→[0、1]、可測関数h:K→[0、∞)

について

(c)  $\int h d\mu = \int_0^\infty \mu (\{x \mid h(x) \ge a\}) da$ 

単関数の場合

(c)  $\int h d\mu = \sum_{i=1}^{n} (a_i - a_{i-1}) \mu (A_i)$ 

ただし  $A_{i} = \{x \mid h(x) \ge a_{i}\}$ ),  $a_{0} = 0$ 

# ◆性質

- ◇ すべてのファジイ測度について定義可能
- ◇ Lebesgue積分の自然な拡張であり、加法的測度の場合は積分値が一致する
- 4.2 Choquetの積分を使った主観評価モデル
- ◆ 評価項目を $s_1$ 、 $s_2$ 、 $s_3$ 、 $K = \{s_1$ 、 $s_2$ 、 $s_3\}$  とし、 $h: K \to [0$ 、 $\infty$ )を各項目の評価を決める関数とすると  $h(s_1) = a_1 \le h(s_2) = a_2 \le h(s_3) = a_3$  の場合

(c) 
$$\int h d\mu = a_1 \mu (K) + (a_2 - a_1) \mu (\{s_2, s_3\}) + (a_3 - a_2) \mu (\{s_3\})$$

である。この値が実際の総体評価Eに近いようにファジイ測度 $\mu$ を定めればこれが主観評価のモデルとなる。

◆ 3節の因子分析の結果から  $s_1, s_2, s_3$  をそれぞれP, T, Q因子とし  $h: K \rightarrow [0, \infty)$  を各因子の評価点を与える関数とし 最適なファジイ測度g を求めれば良い。

# 5. ファジイ測度の同定手順

単純なモデルでファジイ測度 $\mu$ を同定する手順を説明する。求めるベきファジイ測度を  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_p)^T \in \mathbb{R}^p$ とベクトル表記する。ただし $p = 7 \cdot \mathbf{x}_7 = \mu$  ( $\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}_1 = \mu(\{\mathbf{s}_1\}) \cdot \mathbf{x}_2 = \mu(\{\mathbf{s}_2\}) \cdot \mathbf{x}_3 = \mu(\{\mathbf{s}_3\}) \cdot \mathbf{x}_4 = \mu(\{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2\}), \mathbf{x}_5 = \mu$  ( $\{\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3\}$ )  $\cdot \mathbf{x}_6 = \mu$  ( $\{\mathbf{s}_3, \mathbf{s}_1\}$ ) である。

数多くの主観評価テストを行い部分評価  $a_{13}=h$   $(s_1)_3$ 、 $a_{23}=h$   $(s_2)_3$ 、 $a_{33}=h$   $(s_3)_3$ 、 総体評価 $E_3$  および $a_{13}$ 、 $a_{23}$ 、 $a_{33}$ から計算したChoquet積分値  $C(x_1)_3$ があるとする。  $(C_3=C(x_1)_3 dx_3 o1$ 次式)

f (x) = 
$$\sum_{j=1}^{n}$$
 (E<sub>j</sub>-C<sub>j</sub>)<sup>2</sup> -- (式1)

を制約条件(式2)のもとで最小にする xx が求めるファジイ測度である。

 $X_1 \leq X_4, X_1 \leq X_5, X_2 \leq X_4, X_2 \leq X_6, X_3 \leq X_5, X_3 \leq X_6,$ 

 $x_4 \le x_7$ 、 $x_5 \le x_7$ 、 $x_6 \le x_7$ 、 $0 \le x_1$  (i = 1, 2, ..., 7) -- (式2) (式2) はファジイ測度の定義にある単調性を保つために必要である。 (式1) を展開すると $p \times p$ の対称行列 D、p次元ベクトル C を使って

$$\mathbf{A} \times + \mathbf{b} \ge \mathbf{O} \times \times \ge \mathbf{O}$$
  $-- (\mathbf{x}4)$ 

線形制約条件(式4)のもとで目的関数(式3)を最小化する問題は2次計画問題として知られている。また $x^TDx$ は $\Sigma C_s^2$ の項に相当しているのでいかなる  $x \in R^T$  についても非負である。すなわち行列Dは非負定値である。Dが非負定値のとき  $x \in R^T$  が2次計画問題の最小解であるための必要十分条件は、ある  $x \in R^T$  が存在して

 $D \times -A^{\dagger}u + c \ge 0, \times \ge 0,$ 

 $\mathbf{A} \times + \mathbf{b} \ge 0, \mathbf{u} \ge 0,$ 

 $\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(\mathbf{D} \mathbf{x} - \mathbf{A}^{\mathsf{T}} \mathbf{u} + \mathbf{c}) = \mathbf{0}$ 

 $\mathbf{u}^{\mathsf{T}}(\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{b})=\mathbf{0}$ 

--(式5)

が成立することである。(式5)は線形相補性問題に帰着されLemke法というアルゴリズムに より解くことができる。(小島[3]) 本研究ではこのLemke法のアルゴリズムをFORTRAN プログラムで実現しこれを用いてファジイ測度の同定を行った。

## 5. 実際の評価モデルの同定

図1.のような2階層の評価モデルを考える場合は中間ブロックでの評価点が得られていなければ前節の結果を利用出来ない。このような場合に中間ブロックの評価点を推定しながら評価モデルを同定してゆく次のような弛緩法的な同定アルゴリズムを考案した。(弛緩法については Rosenfeld [4]を参考にした。)

各サンプルデータの各ブロック評価値 $_1P$ 、 $_1T$ 、 $_1Q$ をラベル付けすべき対象と考える。 この場合ラベルとは各ブロックの評価値そのものであるが離散的な数値をとるものとする。すなわち、 $\Lambda=\{0,1,2,\ldots,10\}$ 。あるサンプルデータのPブロックの評価点 $_1P$ があるラベル入をとる確率を示すラベリングベクトルを $_1PP$ ( $_1PP$ )とする。 同様に $_1TP$ 、 $_1PP$ 0とる。

- STEP1.ラベリングベクトル $_1$ PP,  $_1$ TP,  $_1$ QPを適当に初期化する。これにもとずき仮のブロック値 $_1$ P $_{\text{tmp}}$ ,  $_1$ T $_{\text{tmp}}$ ,  $_1$ Q $_{\text{tmp}}$ を決める。(実験では期待値をとった)  $_0$   $\to$  K
- STEP2. 仮のブロック値とサンプル i の各観測データより前節に示した計算手順によりブロック ごとのファジイ測度  $G_P$ ,  $G_{\pi}$ ,  $G_Q$ ,  $G_X$ を求めこれをモデル  $M^K$ とする。
- STEP3.  $_{1}P=\lambda$ ,  $_{1}T=\lambda'$  のモデルM\*におけるcompatibility  $_{1}COM_{PT}(\lambda,\lambda')$  を求める。compatibilityは  $_{1}P=\lambda$ ,  $_{1}T=\lambda'$ ,  $_{1}Q=Q_{tmp}$ としたときモデルM\*により推定された総合評価値が実際のそれと合致している程度を表し、 $_{1}D=\lambda$  の間の実数値をとる。同様にして  $_{1}P=\lambda$ ,  $_{1}T=_{1}T_{tmp}$ ,  $_{1}Q=\lambda'$  のモデM\*における compatibility  $_{1}COM_{PQ}(\lambda,\lambda')$ ,  $_{1}P=P_{tmp}$ ,  $_{1}T=\lambda$ ,  $_{1}Q=\lambda'$ のモデルM\*におけるcompatibility  $_{1}COM_{PQ}(\lambda,\lambda')$  を求める。
- STEP4.compatibilityにもとずきラベルベクトル $_1$ PP、 $_1$ TP,  $_1$ QPの変更量を決める。compatibility の大きい (小さい) ラベルはラベル確率が増える (減る) ようにする。例えばPブロックについて $_1$ P= $\lambda$ である確率の変更量  $_1\Delta$ PP( $\lambda$ ) は次で求める。 $_1\Delta$ PP( $\lambda$ ) =  $(1/2)*\Sigma_k$ [ $_1$ COM $_{PT}$ ( $\lambda$ , k)  $*_1$ TP(k)] +
- (1/2)\*∑x [1COMpq(λ,k)\*1QP(k)]
  STEP5.ラベルベクトル1PP、1TP,1QPを更新する。そして更新されたラベリングベクルから新しい仮のブロック値1Ptmp,1Ttmp,1Qtmpを決める。
  K+1→KとしてSTEP2.へ

表3. は、あらかじめ  $G_x$ 、 $G_p$ 、 $G_r$ 、 $G_q$  を定めて人工的に作成した300個のサンプルデータ(1サンプルデータは $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$ 、 $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$ 、総合評価値Eから成る)を上記アルゴリズムで作成したプログラムに与えてみた結果である。仮のブロック値  $_1P_{tmp}$  の初期値は $_1P_1$ ,  $_1P_2$ 、 $_1P_3$  の最大値最小値の平均とした。T, Qについても同様。実験例ではK=30で繰り返しを止めた。

K=1とK=30の結果を比較すると、まずモデル $M^*$ による推定総合評価値の精度が約3倍良くなっている。同定されたファジイ測度の数値をみるとまず $G_x$ はかなり真の値に近ずいている。 $G_P$ ,  $G_T$ ,  $G_0$ についてはK=1では平均化した値だが、K=30では測度の値が突出しているものはその傾向がよく現れていると言える。

```
FUZZY MEASURES GX, GP, GT, GQ USED TO GENERATE 300 ARTIFICIAL DATA
              0.4000 0.3000 0.7000
                                       0.6000
                                               0.4000
       0.2000
  GX
                               0.4000
                                       0.5000
                                               0.7000
                                                       1.0000
       0.2000
                       0.5000
  GP
               0.1000
                       0.4000
                               0.3000
                                       0.8000
                                               0.6000
                                                       1.0000
  GT
        0.1000
               0.3000
                               0.9000
                                       0.6000
                                               0.3000
                                                       1.0000
       0.2000
               0.2000
                       0.2000
  GQ
K = 1
        TDENTIFIED FUZZY MEASURES GX.GP.GT.GO ARE AS FOLLOWS
                               0.6044
                                       0.5997
                                               0.3946
               0.4475 0.3401
                                                       0.8714
        0.2463
  GX
        0.5063
               0.5024
                       0.5106
                               0.5127
                                       0.5369
                                               0.5106
                                                       0.9616
   GP
  GT
        0.4949
               0.5034
                       0.4920
                               0.5135
                                       0.5305
                                               0.5107
                                                       0.9695
                                       0.5311
                               0.4984
                                               0.5145
   GQ
        0.4984
               0.4984
                       0.5145
                                                       0.9712
K = 30
        IDENTIFIED FUZZY MEASURES GX,GP,GT,GQ ARE AS FOLLOWS
        0.2175
                       0.3872
                                                       1.1744
               0.4001
                               0.7672
                                       0.7150
                                               0.5003
   GX
                                0.3484
   GP
        0.2418
               0.1883
                       0.4131
                                       0.4154
                                                0.4528
                                                       0.9119
                        0.3022
                               0.2490
                                       0.6071
                                                0.4511
   GT
        0.0654
               0.2490
                                                       0.9202
                               0.5782
   GO
        0.2902
               0.2600
                       0.2580
                                       0.4891
                                               0.2902
                                                       0.7824
                                                K = 1
                                                                K = 30
|推定総合評価値-真の総合評価値|
                                  の平均
                                                0.5867
                                                                0.1892
 同定された測度の値自体の真の値とのズレの平均
                                                0.1564
                                                                0.0991
```

表 3. 同定プログラムによる実験例

#### 6. おわりに

#### 本研究では

- (1)カラー印刷画像を主観評価する際の3つの主要因子を抽出した。
- (2) Choque t 積分を用いた単純な評価モデルのファジイ測度同定手順を示した。
- (3) 2階層の実際的な評価モデルを同定する弛緩法的なアルゴリズムについて述べた。

評価モデルを線形なモデルではなくファジイ測度、ファジイ積分モデルで表現しようとするのは、その方が解釈のしやすいモデルを作れるからである。同様に因子分析の結果から2階層のファジイ積分モデルを考えるのは、よりいっそうトランスペアレントな評価モデルを構築するためである。Choquet積分は計算がしやすいので、このようなファジイ測度の応用研究の発展が期待できる。

ここで述べたカラー画像の主観評価モデルはサンプル数、被験者数ともに少なくまだ実際に活用できるものではない。評価データの取りかたにも改善の余地があろう。しかしこれまで全く手のつけられなかった問題を数量的に取り扱うひとつの糸口をつかむことはできた。

#### 7. 参考文献

- [1] Onisawa, Sugeno, Nishiwaki, Kawai and Harima, Fuzzy measure analysis of public attitude towards the use of nuclear energy, Fuzzy Sets and Systems 20(1986)259-289
- [2] Sugeno and Murofushi, Choquet's integral as an integral form for a general class of fuzzy measures, IFSA'87 proceeding 408-411
- [3] 小島:講座数理計画法9. 相補性と不動点、産業図書 1981
- [4] A.Rosenfeld, R.A. Hummel and S.W. Zucker, Scene labeling by relaxation operations, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics Vol. SMC-6 No.6 June 1976

# 意識調査にかかわるデータ解析のための*p*-ファジイ 測度とその応用〜ファジイ積分による評価〜

Development of P-Fuzzy Measure for Data Analysis on Consciousness Survey and its Application ; Evaluation Based upon Fuzzy Integral

## 北垣郁雄

Ikuo KITAGAKI

雇用促進事業団・職業訓練研究センター

Res. & Develop. Inst. of Vocation. Train., Employ. Promot. Corp.

In a consciousness survey, we prepare many questionnaires by ordinal scale and let many subjects answer them. When fuzzy integral is performed using the data for obtaining the evaluation value, it is necessary to fix an importance function which presents the importance of questionnaires, in advance. This paper discusses  $\beta$ -fuzzy measure as an importance function regarding the relation between questionnaires. And as an application, we discuss a consciousness survey on CAI as an educational system forwarded to university students and the administration of fuzzy integral above.

#### 1. はじめに

何らかの技術開発を行った場合、その利用者に関連の意識調査を行い、有効性などを評価することがあるが、本報告では、ファジイ積分に基づいた一つの評価モデルについて論ずる。

そもそもファジイ積分とは、工学的応用面からすれば、ある一つの評価概念に対する総合評価値の一算出法である。そして、多数のアンケート項目の回答データからファジイ積分を用いて所望の総合評価値を求める場合、アンケート項目群の重要度をあらわすいわば重要度関数を定めておくことが必要である。従前の研究からすると、この設定方法には、次の2種類がある。

- i)数理モデルを用いるーーネーファジイ測度<sup>1)</sup>、Plausibility測度とBelief測度<sup>2)</sup>
- ii) シミュレーションによる一一回答者に、個々の項目への回答のほか、便宜的に当該の評価概念に対する総合評価値も記入させ、この情報を用いて重要度関数を定める $^{3)}$ 。
- ii) の例として、鬼沢による"核エネルギー"の意識調査 $^{4)}$ があげられる。個々の項目のほかにこれに対する総合評価値も回答させており、データ依存型の解析モデルといえる。一方、i)の $\lambda$ -ファジイ測度ではのちの(9) に示すように、各項目の重要度とパラメータ $\lambda$ を定めれば、重要度関数を求めることができる。ここに、 $\lambda$  (>-1) は、結果的には項目間の連関の状態を表すパラメータといえるが、どの項目間かにかかわらず特定の値に固定しなければならない。一方、Plausibility測度とBelief測度の場合は、基本確率なる量を定めておく必要があり、その設定方法がいま一つ難題である。

本報告でのべるローファジイ測度は、各項目の重要度のほかに、回答データから算出された項目間相関係 数を用いて、これを定める。したがって、これもある意味ではデータ依存型モデルといえる。2つの項目に 関連が深いかどうかを定性的に考えた場合、これはその組合せによって異なるのがふつうであるから、項目 間の連関の情報を加味したファジイ測度は、実用に資する測度モデルの開発という意味から、一検討対象と なろう。

後述から明らかなように、ファジイ積分ではmin 演算とmax 演算を基本としているが、人間がある単体を (日常的行為として)評価する際の"演算"の方法と類似するところが多分にあるようにも思われる。

## 2. ファジイ測度とファジイ積分

集合Xで、その部分集合の全体を $\Upsilon$ としたとき、 $\Upsilon$ から[0, 1]への集合関数gが次の性質をもつとき、 gはファジイ測度と呼ばれる。

9:竹→[0,1]

1) 
$$g(\phi) = 0$$
,  $g(X) = 1$  (有界性)

ジイ積分を構成する場合は  $\S(A)$   $(A \in \Upsilon)$  の値が構成要素の順序に依存しないよう考慮しなければならな い(一義性)。

次に、2)の不等式に関連し、加法性に関して次のように場合分けできる。 つまり、 $A \cap B = \phi$  として、

$$g(AUB) \ge g(A) + g(B)$$
 (優加法的)   
  $g(AUB) \le g(A) + g(B)$  (劣加法的)

りて、1)~3)に次の4)が加わるとgは確率測度となる。

4)  $A_1B \in \mathcal{I}$ ,  $A_0B = \emptyset$  o  $E \ni \mathcal{A}(A \cup B) = \mathcal{J}(A) + \mathcal{J}(B)$ (加法的) さて、 $heX \rightarrow Lo$ 、1] なる関数  $L(x)(x \in X)$ として、hoファジィ積分は次式で定義される。

$$A = \int_{X} h(x)^{\circ} g(\cdot) = \sup_{A \in \mathcal{T}} \left[ \min_{A \in \mathcal{T}} h(x) \wedge g(A) \right]$$

$$A \in \mathcal{T} \quad \text{xe } A$$

$$A \in \mathcal{T} \quad \text$$

$$A = \int_{X} h(x) \cdot g(\cdot) = \bigvee_{i=1}^{n} \left[ h(x_i) \wedge g(X_i) \right]$$
(2)

$$X_{i} = \{\chi_{1}, \dots, \chi_{i}\}$$

$$Table 2$$

$$(3)$$

# 3. *p*-ファジイ測度<sup>5)</sup>とその性質

ある意識調査を行うため、それにかかわるアンケート項目 (((しょ)~い)を列挙したとする。そして、項 目 $x_i$ の主観的重要度をg((1/i))または単に $g^i(0 \le g^i \le 1)$ と表記する。いま例として、 $17(\{ \ge \{ x_i, x_i \} \}$ の主観的重要度を比較したとすると、一般に次式が成り立つ。

g(1x1)) < g((x1, x1))

(4)

。このとき、(犬」)に対して(犬ィ)を加えることによって、その重要度がどの程度増加するかを定性的に考察すると、これらの項目が内容的にどの程度類似するかに依存する。簡単な例をあげれば、(犬ィ)が (犬₁)とほぼ同じ内容で若干の文章表現の違いだけであれば、(lie score のような特殊な用途を除けば) "増加分"は零に近いが、ことなった角度からの発問であれば、"増加分"もそれなりに大きい。

 $g_{p}(g_{i},g_{j},p_{i},j),i\neq j$   $\sum_{K=1}^{n} \left\{g_{k}^{K}(1-|p_{k},j|)\right\} \bigvee_{j=1}^{n} g_{p}(X_{i}^{j})\}$  (5)

(5) 式で、Kは前節の1) (有界性) の右式を満たすための定数である。また、X<sub>4</sub> は、項目集合X<sub>4</sub> から項目気をとり除いた集合を表す。

さて、(5) 式中、( ) 内の第1項は、項目集合 $X_i$ 、の重要度を基本的には各項目の重要度の総和として求めるものの、項目 $\chi_{\ell}$ の寄与分を残りの項目の中で内容的に最も類似する項目との比較において定めるという事柄を反映させたモデルである。但し、 $g^j(j+\ell)$  の値が相対的に小さいような項目と比較することは実質的に意味が少ないと思われるので、 $\bigwedge$  の演算では、 $g^{\ell}$  と $g^j$  なる条件を付加している。また、 $g^{\ell}$  と $g^j$  なるjが存在しないときやi=1のときは、 $\bigwedge=1$ とする。

次に第2項は、 $X_{i}$  ( $\hat{j}=1,\cdots,\lambda$ )の重要度の最大値を示し、結果的には、 $X_{i}$  におけるすべての部分集合に対する重要度の最大値を表す。これを付加することによって、 $\int_{I} E$  に単調性を持たせることができる。(第1項のみでは、たとえば、 $\{X_{i},X_{i}\}$  なる集合で、 $\int_{I} e^{2} 2 (X_{i},X_{i}) = 0$ となってしまう)

以下、引の若干の性質をまとめておく。

i)
$$\mathfrak{g}_{\ell}$$
は、明らかに単調性を満たす。つまり、 $\mathfrak{g}_{\ell}(X_{\mathfrak{C}}) \leq \mathfrak{g}_{\ell}(X_{\mathfrak{C}'})$  (6)

ii) $g_p$  は劣加法的である。すなわち、A、BcX、AnB= $\phi$ として、

$$g_{\mathcal{P}}(A \cup B) \leq g_{\mathcal{P}}(A) + g_{\mathcal{P}}(B) \tag{7}$$

[証明](5)式の()内で

a. (第1項)≥(第2項) b. (第1項)<(第2項)

の2つの場合に分ける。a.では、人の演算範囲に関し、半順序関係にある2つの集合で"大きくない"ほうの集合の演算結果がより大きな値をとる(または同じ)という事実を利用すればよい。いっぽう、b.では、数学的帰納法を用いればよい。以下略。■

iii) 🖣 はPlausibility測度的である。つまり、A(cX)の補集合をAとして、

$$g_{\rho}(A) + g(A) \ge 1 \tag{8}$$

[証明] ii) でB=Aとすれば、明らか。■

iV)そのほか、gでは、前述のシミュレーション方式で項目群の重要度の設定に必要とする総合評価値を回答者に書かせる必要がない。

図1(a)に示した4つの項目で、表記の $f^{\prime}$ と $|\mathcal{H}_{i,j}|$ に対しては、 $f_{P}$ は(b) のようになる。(b) は有向グラフとして示されているが、これは半順序関係を表す。この例から $f_{P}$ の単調性と劣加法性が読みとれよう。

一方、既述のネーファジイ測度  $g_{\lambda}$  は次式で定義される。

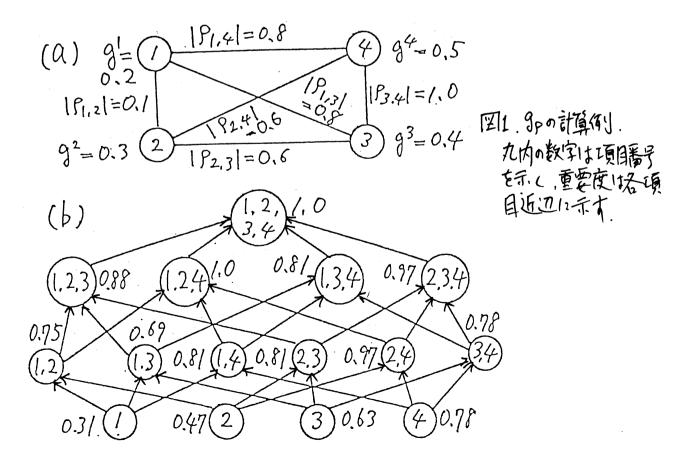
$$g_{\lambda}(X_{c}) = \frac{1}{\Lambda} \left\{ \prod_{i} (1+\lambda g_{i}) - 1 \right\}$$
 ,  $-1 < \lambda < \omega$  (9)  
特に、ANB=中に対しては、  $g_{\lambda}(A \cup B) = g_{\lambda}(A) + g_{\lambda}(B) + \lambda g_{\lambda}(A) g_{\lambda}(B)$  (10)  
と表現される。 $\rho - 2\pi \Im A$ 測度をこれと比較すると、 $\lambda < 0$ なるモデルと対応づけられよう。

## 4. 応用例

大学生に対し、CAIという一教育システムの導入に「積極的か消極的か」を調査した。すべてCAIの未経験者であるので、漠然としたイメージ調査といってよい。そして、その結果をファジイ積分でデータ解析した。ただし、ファジイ積分とは既述のように評価値の一算出法であり、それ自体は評価概念の探索に資するものではない。そこで、通常の多変量解析も併用することとした。すなわち、全回答データを多変量解析を用いて有意味とされる成分をいくつかとりだし、各成分に評価概念の意味づけを行うとともにそれに寄与する項目を抽出し、そののち、それぞれの評価概念について別個にファジイ積分を適用することとした。以下に、その手順を示す。

1. アンケートの作成ーー表1に、そのアンケートの項目の一部を示す。これは、「CAIによる授業を受けたと仮定して、各自の意思・行動などにどのような変化があると思うか」を主観的に回答させようというものである。すべて7段階評価(1~7)で、1が「可能性がほとんどないと思う」、7が「同じく非常に高いと思う」となっている。

2. アンケートの実施ーー私立大学生(社会科学系)59名に対して中学数学(図形の面積)の事例でCAI



の進行状況や形態の説明を行い、そこで受けたイメージのもとにアンケート回答を依頼した。

# <u>3. pijの算出</u>--(略)

- 4. 評価概念の抽出とg'の付与--その手順を簡単にのべておく。ここでは、主成分分析を用いてデータ解析を行い、固有値などから3つの主成分を有意味と判断した。いま、そのうちの-つを $\xi$ とし、それに対応する固有ベクトル成分を $\xi$  と表すことにする。まず、 $\xi$  にかかわる項目の重要度は $\xi$  と表すことにする。まず、 $\xi$  にかかわる項目の重要度は $\xi$  となるものについては、 $\xi$  の評価概念の意味づけを容易にするため、ある値 $\xi$  を設定して、 $\xi$  となるものについては、 $\xi$  このとし、その項目は考慮しないことにした。ここでは、 $\xi$  の となったもののすべてである。これから、 $\xi$  は "やる気"と意味づけされる。
- 5. 評価値の算出——成分  $\mathbb{Z}_{1}$ に関し、表 1 中 に示されたアンケート回答データに対する解析結果を、図 2 に示す。図中、太い丸印が評価値を示している。その評価値を (X) と表記すると、(X) = 0.76 と求められる。と求められる。図の縦軸に関してであるが、(X) が「やる気が全くない」で、(X) が「同じく極めて大きい」と解釈されよう。

図中には、 $\lambda$ -ファジイ測度を用いたときの重要度関数  $g_{\lambda}$ もあわせて示している。この調査の例では、 $g_{\rho}$  を  $g_{\lambda}$  と対応させると、 $\lambda$ =-0.5 $\sim$  0.0にあてはまると言えそうである。

# 表 / アンケートと各項目の重要度など

項目 ====================================	===== 重要度g; 	回答例
X/ 自主的に、この方式で予習・復習する	0.29	6
x <sub>2</sub> 他の学生と、この学習方式そのものについての議論が多くなる	0.15	6
× <sub>3</sub> この方式で授業を進め、教官がその進行を補佐するような授業 形式を希望するようになる	0.29	6
X <sub>4</sub> 一つのおもしろい体験をしたと感ずる	0.15	7
× 5 自分のペースで勉強ができることに満足する	0.27	5
× <sub>6</sub> その教官が、この学習方式の効果的な活用方法について研究するようになる	0.17	5
×7 近代的な講義室だと感じる	0.16	6

### 5. おわりに

項目間の連関を重視した測度モデルの一つとしてρーファジイ測度を提案し、その性質と適用例を述べた。ファジイ積分は、評価概念のもつファジイネスを考慮して評価値の算出を行うものであるが、回答値やアンケート作成者が定める主観的重要度も、厳密な数値ではあり得ない。したがって、これらもファジイ数としてとり扱う方が合理的なモデルといえ、今後の一つの理論的課題となろう。最後に、CAIのアンケート調査にあたっては、立教大学社会学部池田央教授の多大なお世話をいただいた。ここに感謝の意を表したい。

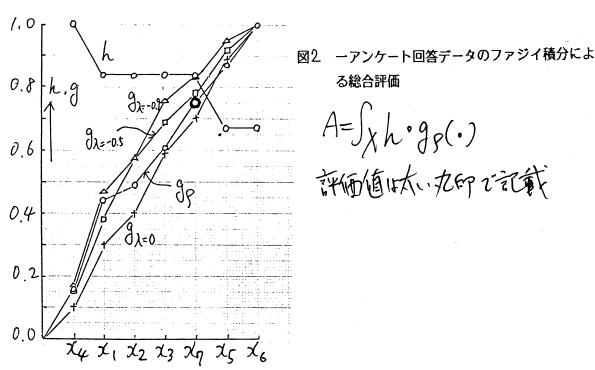
(注)より一般化したA-ファジイ測度モデルは、(12)を満たす類似度関数Rを用いて(11)式で表される。

$$g(X_i) = \frac{1}{K} \left\{ \left\{ \sum_{k=1}^{L} g^{k} R(P_{R,j} | 1 \le j \le i, j \ne R) \right\} \bigvee \left\{ \bigvee g_{P}(X_i^{\overline{j}}) \right\} \right\}$$
  
 $z = k, \forall k, \forall j \in J_{L,T}$ 
(11)

$$\frac{\partial R}{\partial |P_{R,j}|} \leq 0 \quad , \quad 0 \leq R \leq 1 \quad , \quad (R \neq j)$$
882 of (12)

- 1) 菅野道夫: Fuzzy 測度とFuzzy 積分、計測自動制御学会論文集、8-2, pp. 218-226, 1972
- 2) Shafer G.: A Mathematical Theory of Evidence, Princeton University Press (1976)
- 3) Ishii K. & Sugeno M.: A Model of Human Evaluation Processing Using Fuzzy Measures, Inte'l J. of Man-Machine Studies, 22, 1, pp. 19-38, 1985
- 4) 鬼沢武久: ファジイ測度解析、数理科学、1987, 2, pp. 26-34
- 5)北垣郁雄:意識調査にかかわるデータ解析のためのo-ファジイ測度について、信学論(A) 、掲載予定

# "やる気" Z<sub>1</sub>



# あいまいな症状に対するセット・カバー論的故障診断

A Set-Cover Theoretic Diagnosis Based on Fuzzy Symptoms

石渕久生 市橋秀友 田中英夫 H.I SHI BUCHI H.I CHIHASHI H.T ANAKA

大阪府立大学 Univ. of Osaka Prefecture

In this paper a set-cover theoretic diagnosis model proposed by Reggia et al. is extended to allow a partial occurrence of symptoms. In the set-cover theoretic model, each cause has an associated set of possible manifestations which is represented by the possible causal relation. We define the necessary causal relation in addition, and propose the method of constructing the Belief function on the flame of diagnosis hypothses based on the partial occurrence of symptoms.

#### 1. はじめに

故障診断に対するエキスパート・システムの多くは、MYCYNをはじめとして"if A then B"形式の知識にもとづくものが多い[1]。また、この形式によるファジィ診断には、命題A、Bをファジィ集合で与え、症状パターンと前件部Aとの適合度により診断を行うものがある[2]。

これに対し、Reggia等[3]により提案されたセット・カバー論的診断モデルは、 "原因 (病気) c; は結果 (症状) e;を引き起こすことがある"という可能的因果関係にもとづくものであり、複数の原因が同時に存在するような場合に対する診断を目的にしたものである。

本研究では、Reggia 等のモデルをもとに、症状に対するあいまいな情報を取り扱うことができる診断モデルを提案する。

まず、2章においてReggia 等による診断モデルを説明し、新たに必然的因果関係を定義する。必然的因果関係は、"原因(病気)c;は常に結果(症状)e;を引き起こす"という知識を表わすものであり、この因果関係により症状が起きていないという情報を診断に利用することが可能になる。

次に、3章においてあいまいな症状に対する診断問題を定義する。そして、個々の症状に対するあいまいな情報をDempster-Shafer 理論における証拠と考えることにより、複数の原因の組合せである診断仮説とでのBel関数を導出する。このBel関数により、診断仮説にたいする上界および下界確率とともに個々の原因の存在に対する上界および下界確率が求められる。

- 2. セット・カバー理論にもとづく診断モデル
- 2. 1 Reggia等のモデル[3-5]

Reggia等[3]により提案されたセット・カバー論的 診断モデルは、複数の原因が同時に存在するような場合を対象とした故障診断に理論的な基礎を与えようと いう最近の試みである。このモデルは、GSCモデル (Generalized Set-Covering Model) あるいは Parsimonious Covering モデルと呼ばれ、4つの要素C,E,R\*,E\*から構成されている。

ここに、C:原因(病気)の集合

 $C = \{c_1, c_2, \cdots, c_m\}$ 

E: 結果(症状)の集合

 $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_n\}$ 

R\*: C×E上の可能的因果関係

E': 診断対象(患者)において発生している 結果(症状)の集合 (E'⊂E)

このことから、診断問題は、 $P = \langle C, E, R^*, E^* \rangle$ と表現される。

関係R・は、次のように定義された可能的因果関係を表わしている。

[定義1]  $\langle c_i, e_i \rangle \in \mathbb{R}^*$ 

1

"disorder c; may cause manifestation e; "

診断問題は、この可能的因果関係を用いて症状E\*を引き起こしている原因の集合を推論する問題である。 可能的因果関係R\*により次の2つの関数が定義される。

[定義2]

effects'(
$$c_i$$
) = { $e_j$  |  $\langle c_i, e_j \rangle \in \mathbb{R}^*$ } (1)

causes'(
$$e_i$$
) = { $c_i$  |  $\langle c_i, e_j \rangle \in \mathbb{R}^*$ } (2)

ここで、effects (c<sub>i</sub>)は原因c<sub>i</sub>により引き起こされる可能性のある結果の集合であり、逆にcauses (e<sub>i</sub>)

は結果e;を引き起こす可能性のある原因の集合である。 これらの関数により、症状E・のカバーと言う概念 が次のように定義される。

#### [定義3]

診断仮説 $\theta$  ( $\theta$  $\subset$ C) が次の条件を満たすとき、 $\theta$  は症状 $E^+$  のカバーと言う。

effects 
$$(\theta) = \bigcup_{c_i \in \theta} effects (c_i) \supset E$$
 (3)

可能的因果関係R・の定義より、次の定理は明らかである。

#### [定理1]

次の2つの条件は同値である。

(I) effects 
$$(\theta) \supset E^*$$
 (4)

(II)  $\theta \cap \text{causes}^*(e_i) \neq \phi$  for all  $e_i \in E^*$ 

(5)

#### [定理2]

 $E_1$ ,  $E_2$  に対するカバーの集合を $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$  とする。このとき、 $E_1$   $\subset$   $E_2$  ならば、 $\Theta_1$   $\supset$   $\Theta_2$  となる。 [定理3]

 $C \times E \perp 0$ 2つの可能的因果関係 $R_1$ ,  $R_2$ にもとづくE のカバーの集合を $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ とする。このとき、 $R_1$   $\subset R_2$  ならば、 $\Theta_1$   $\subset \Theta_2$  となる。

定理2は発生している症状が多いほど対応するカバーの数が少なくなることを示しており、定理3は可能的因果関係が広く与えられているほどカバーの数が多くなることを示している。

いま、可能的因果関係R・と患者において発生している症状の集合 $E^+$ が図1のように与えられたとしよう。

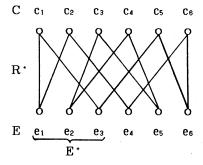


図1 可能的因果関係R:と症状E\*

この例では、 $E^+$  のカバーつまり定理1 の条件を満たす診断仮説は、 $\{c_1, c_3\}$ ,  $\{c_1, c_4\}$ ,  $\{c_2, c_3, c_5\}$  など多数存在する。

このような簡単な例からも明らかなように、一般に E・のカバーは多数存在する。そこで、Reggia等[3] は、E・のカバーのなかで濃度最小のものを解とする 診断モデルを提案した。このモデルの性質については、Reggia等[4]により詳しく調べられている。また、

Peng等[5]は、診断問題の解の基準として、濃度最小という基準のほかに、非冗長性(irredundancy)、関連性(relevancy) という基準の妥当性について確率を用いて論じている。

Reggia 等により提案されたセット・カバー論的診断モデルは、より一般的にいえば、E・のカバーのなかで parsimonious 基準 (濃度最小、非冗長性、あるいは関連性)を満たす診断仮説を求める問題であるといえる。

#### 2.2 必然的因果関係の導入と診断モデル

原因c;と結果e;との因果関係を表わすものとして、ここで新たに、必然的因果関係R.を次のように定義する。

[定義4] 
$$\langle c_i, e_j \rangle \in R$$
.

↑ ↓

"disorder c; always causes manifestation e;"

この定義より明らかなように、必然的因果関係R・と可能的因果関係R・の間には、R・ $\subset R$ ・の関係がある。

また前節と同様に、この必然的因果関係R・により 次の2つの関数が定義される。

#### [定義5]

effects.
$$(c_i) = \{e_j \mid \langle c_i, e_j \rangle \in \mathbb{R}.\}$$
 (6)

causes.
$$(e_i) = \{c_i \mid \langle c_i, e_i \rangle \in \mathbb{R}.\}$$
 (7)

ここで、effects・ $(c_i)$ は原因 $c_i$ により必ず引き起こされる結果の集合であり、逆にcauses・ $(e_i)$  は結果 $e_i$ を必ず引き起こす原因の集合である。

いま、必然的因果関係R. が図2に示すように与え られているとしよう。

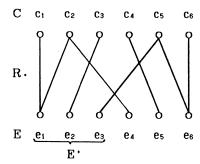


図2 必然的因果関係R.

例えば $\{c_1,c_4\}$  という診断仮説について考えると、原因 $c_4$ により必ず引き起こされる結果 $e_5$ が発生していないので、この診断仮説は $E^+$  に対する診断としては適当でないことがわかる。

この例からも明らかなように、診断仮説 $\theta$ は次の条件を満たさなければならない。

effects.
$$(\theta) = \bigcup_{c_i \in \theta} effects.(c_i) \subset E^*$$
 (8)

必然的因果関係R · の定義より、次の定理は明らかである。

#### [定理4]

次の3つの条件は、同値である。

(III) effects 
$$(\theta) \subset E^+$$
 (9)

$$(\mathbb{N})\theta\subset\mathbb{C}'=\{c_i\mid \text{effects.}(c_i)\cap(\mathbb{E}-\mathbb{E}^+)=\emptyset\}$$

(10)

(V)
$$\theta \cap \text{causes.}(e_i) = \phi \text{ for all } e_i \in E - E^+$$
(11)

#### [定理5]

 $E_1$ ,  $E_2$  に対し、定理4の条件を満たす診断仮説  $\theta$ の集合を $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$  とする。このとき $E_1$   $\subset E_2$  ならば、 $\Theta_1$   $\subset \Theta_2$  である。

#### [定理6]

 $C \times E \pm 0.2$ つの必然的因果関係 $R_1$ ・, $R_2$ ・に対し、定理4の条件を満たす診断仮説 $\theta$ の集合を $\Theta_1$ ・, $\Theta_2$ ・とする。このとき、 $R_1$ ・ $CR_2$ ・ならば、 $\Theta_1$ ・D02・となる。

定理4の条件(N)は、診断仮説のが部分集合C'のベキ集合であることを示している。また、定理5は発生している症状が多いほど定理4の条件を満たす診断仮説の数が多くなることを示しており、定理6は必然的因果関係が広く与えられているほど定理4の条件を満たす診断仮説の数が少なくなることを示している。

定理1と定理4の条件から、症状 $E^+$ に対する診断仮説 $\theta$ が満たさなければならない条件は次のようになる。

effects・( $\theta$ )  $\subset$  E<sup>+</sup>  $\subset$  effects・( $\theta$ ) (12) このことから、2つの因果関係にもとづく診断問題が 次のように定義される。

### [定義6]

可能的因果関係と必然的因果関係にもとづく診断問題は、 $P = \langle C, E, R, R, E' \rangle$  と表現され、(12)式の条件を満たす診断仮説 $\theta$ を求める問題である。

図1と図2に示す例題では、この条件を満たす $E^*$ のカバーは $\{c_1,c_3\}$ のみであるので、症状 $E^*$ の原因は $\{c_1,c_3\}$ であると診断される。

#### 3. 症状があいまいな場合に対する診断モデル

前節における診断モデルでは、診断対象(患者)に おいて発生している症状の集合E・は明確に与えられ ていた。本章では、発生している症状があいまいであ る場合に対し、前節のモデルを応用した診断モデルを 提案する。

#### 3.1 あいまいな症状に対する診断問題

ここでは、"症状e₁は少し発生している", "症状e₂はほとんど発生してない", "症状e₃は発生しているかどうかわからない"といったあいまいな情報にもとづく診断問題を考える。

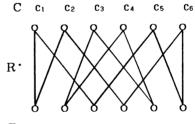
このような症状に対するあいまいな情報を管、管という2つのファジィ集合で表現する。管は、症状が発生している度合を表わすファジィ集合で、症状e;の発生が明らかなときe;に対するメンバーシップ値1をとるとする。一方、管は、症状が発生していない度合を表わすファジィ集合で、症状e;が発生していないことが明らかなときe;に対するメンバーシップ値1をとるとする。

また、ファジィ集合 $\widetilde{\mathbf{e}}$ ,  $\widetilde{\mathbf{e}}$ は、そのメンバーシップ 関数 $\mu_{\widetilde{\mathbf{e}}}$ ( $\mathbf{e}_i$ ),  $\mu_{\widetilde{\mathbf{e}}}$ ( $\mathbf{e}_i$ )のあいだに次の関係が成り立 つように定められるとする。

 $\mu_{\mathfrak{S}^*}(e_i) + \mu_{\mathfrak{S}^*}(e_i) \le 1$  for all  $e_i \in E$  (13) 症状 $e_i$ に対して、2つのファジィ集合のメンバーシップ値がともに0であるときは、症状 $e_i$ の発生について完全に無知であることを表わしている。

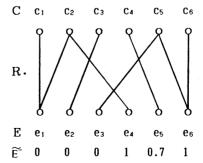
このときの診断問題は、患者の症状に対するあいまいな情報管と管から、可能的因果関係R・と必然的因果関係R・を用いて原因の集合を推論する問題となる。

このような診断問題を $\widetilde{p} = \langle C, E, R^*, R_*, \widetilde{e}^*, \widetilde{e}^* \rangle$ と表現し、その例を図3に示す。



E  $e_1$   $e_2$   $e_3$   $e_4$   $e_5$   $e_6$   $\widehat{E}^4$  1 0.8 0.6 0 0 0

(a) 可能的因果関係R・と音のメンバーシップ値



(b) 必然的因果関係R.と音のメンバーシップ値 図3 あいまいな症状に対する診断問題の例

この例では、症状の発生に対するファジィ集合管と症状が発生していないことに対するファジィ集合管は、次のように与えられている。

 $\widetilde{E}^4 = \{1/e_1, 0.8/e_2, 0.6/e_3, 0/e_4, 0/e_5, 0/e_6\}$  $\widetilde{E}^2 = \{0/e_1, 0/e_2, 0/e_3, 1/e_4, 0.7/e_5, 1/e_6\}$ 

症状e<sub>1</sub>は明らかに発生しており、e<sub>2</sub>、e<sub>3</sub>は発生しているようだが明かではない。また、症状e<sub>4</sub>、e<sub>6</sub>は明らかに発生しておらず、e<sub>5</sub>は発生していないようだが明かではない。

#### 3.2 診断問題の縮小

複数の原因が同時に発生することを考慮した診断問題では、集合Cに含まれる原因の数に対し、考えられる診断仮説(原因の組合せ)の数は指数関数的に増加する。このような組合せの爆発を避けるために、まずセット・カバー論的診断モデルを用いて考慮すべき診断仮説の数を減少させることにする。

2.1 節で示したように、症状 $E^+$  の発生が明らかであれば、診断仮説 $\theta$  は定理1 の条件を満たさなければならなかった。同様に考えると、ファジィ集合 $\widehat{E}^+$ のメンバーシップ値が1 であるレベル集合を $\widehat{E}^+$   $\alpha=1$  とすると、診断仮説 $\theta$  は次の条件を満たさなければならない。

(VI) effects 
$$(\theta) \supset \widetilde{E}^{\dagger}_{\alpha=1}$$
 (14)

(VII) 
$$\theta \cap \text{causes}^{\bullet}(e_i) \neq \phi$$
 for all  $e_i \in \widehat{E}^{\bullet}_{\alpha=1}$  (15)

定理1に示すように、この2つの条件は同値である。また、2.2 節で示したように、症状 $E-E^+$ が発生していないことが明かであれば、診断仮説 $\theta$ は定理4の条件を満たさなければならなかった。同様に考えると、ファジィ集合 $\Theta$ のメンバーシップ値が1である

ると、ファシィ果合E のメンハーシップ値が1 じめる レベル集合を $\widetilde{\mathbf{E}}' \alpha = 1$  とすると、診断仮説 $\theta$  は次の条件 を満たさなければならない。

(VIII) effects. 
$$(\theta) \subset E - \widetilde{E}_{\alpha=1}^{-}$$
 (16)

(IX) 
$$\theta \subset C' = \{c_i \mid \text{effects.}(c_i) \cap \widetilde{E}_{\alpha=1} = \emptyset\}$$

(17)

$$(X)\theta \cap \text{causes.}(e_i) = \phi \text{ for all } e_i \in \widetilde{E}_{\alpha=1}$$

$$(18)$$

定理4と同様にこの3つの条件は同値である。

このように診断問題戸に対する診断仮説は、上の条件(VI)-(X)を満たさなければならない。従って、診断問題戸に対してはこの条件を満たす診断仮説のみを考慮すればよいことになる。

## [定義6]

条件(VI)-(X)を満たす診断仮説 $\theta$ の集合を集合 $\Theta$ とする。

2章で示した諸定理により、この集合⊕に含まれる 診断仮説に対して次の性質が得られる。

- (1) 定理2より: 集合 $\widetilde{E}_{\alpha=1}$  に含まれる症状が多くなるほど集合 $\Theta$ に含まれる診断仮説の数は少なくなる。
- (2) 定理3より:可能的因果関係R:が包含の意味で 小さいほど集合Θに含まれる診断仮説の数は少なくな る。
- (3) 定理5より:集合 $\widetilde{\epsilon}'_{\alpha=1}$  に含まれる症状が多くなるほど集合 $\Theta$ に含まれる診断仮説の数は少なくなる。
- (4) 定理6より:必然的因果関係R.が包含の意味で 大きいほど集合⊕に含まれる診断仮説の数は少なくな る。

式(13)により、集合 $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha=1}$ と集合 $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha=1}$ は交わらないので、上の性質(1)、(3)から和集合( $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha=1}\cup\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha=1}$ )が全体集合Eに近いほど考慮すべき診断仮説の数が少なくなることがわかる。また、必然的因果関係R・と可能的因果関係R・に対し $\mathbf{R}$ ・であるので、性質(2)、(4)から $\mathbf{R}$ ・がR・に近いほど考慮すべき診断仮説の数が少なくなることがわかる。つまり、発生している症状に対しても因果関係に対しても、あいまいさが少ないほど考慮すべき診断仮説の数が少なくなる。

さらに、条件(IX)より、集合 $\Theta$ は集合C'のベキ集合の部分集合であることがわかる。

診断仮説としてのベキ集合は、K leer [6] 等が行っているように、階層的表現を用いると視覚的に理解しやすい。例えば、図3の例題では、 $C'=\{c_1,c_3,c_4\}$ となるので、C'のベキ集合は図4のように表現され、集合 $\Theta$  は曲線Lより上の部分となる。

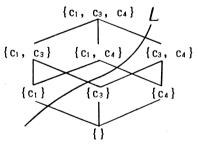


図4 ベキ集合の階層的表現

#### 3.3 あいまいな症状による基本確率の導出

ここでは、患者において発生している個々のあいまいな症状を、Dempster-Shafer 理論における証拠とみなすことにより、診断仮説集合の上でのBel関数を導出する方法を示す。

#### 3. 3. 1 Dempster-Shafer 理論

Dempster[7]は、主観にかかわる不確実性を扱うために、下界および上界確率 (lower and upper probability) という考え方を提案した。Shafer[10] はこの考え方を発展させ、基本確率 (basic probability)

を用いて、下界および上界確率を定義した。

基本確率m(A)は、部分集合Aに閉じこめられては いるがそのなかでは自由に動けるものであると考えら れ、部分集合内のどの要素であるかについては無知で あるということを表現している。この基本確率m(Λ) は、[0,1]の値をとり、次の条件を満たす。

$$m(\phi) = 0 \tag{19}$$

$$\sum_{\mathbf{A} \subset \Theta} \mathbf{m}(\mathbf{A}) = 1 \tag{20}$$

この基本確率を用いて、下界確率P·(A)および上 界確率P'(A)が、それぞれ次のように定義される。 [定義7]

$$P.(A) = \sum_{A_i \subset A} m(A_i) \qquad (21)$$

$$P \cdot (A) = 1 - P \cdot (\bar{A})$$
 (22)

ただし、AはAの補集合である。

また、独立な証拠から推論された基本確率を統合す る方法は、Dempsterの結合規則[7]として、与えられ ている。m1, m2を独立な証拠にもとづいて得られた 基本確率とすると、新たな基本確率mが次式により得 られる。

 $m(A) = m_1 \oplus m_2$ 

$$= \frac{\sum_{A_{i} \cap A_{j} = A} m_{1}(A_{i}) m_{2}(A_{j})}{1 - \sum_{A_{i} \cap A_{j} = \phi} m_{1}(A_{i}) m_{2}(A_{j})}$$
 (23)

#### 3.3.2 あいまいな症状にもとづく基本確率

簡単のため症状e;に対するファジィ集合音, 音のメ ンバーシップ値をそれぞれs;\*,s;~とする。つまり、 

定理1の条件(II)より、もし症状e;が発生していれ ば、causes・(e;) に含まれる原因のなかで少なくとも 1つは存在していなければならない。このことから、 症状e;の発生している度合s; tは、 "causes (e;)のな かの少なくとも1つの原因は存在している"という命 題を度合s; で支持する証拠と考えることができる。

診断仮説の集合⊙のなかでこの命題と対応している 診断仮説の集合A; は、次のようになる。

 $A_i^+ = \{\theta \mid \theta \cap \text{causes}^+(e_i) \neq \phi, \theta \in \Theta\}$  (24) このことから、症状e;の発生している度合s; は、 部分集合A: \*を支持する度合と考えられ、次のような 基本確率が得られる。

(1)A; ≠ ⊕のとき

$$\mathbf{m}_{i}^{+}(\mathbf{A}) = \begin{cases} 0, & \mathbf{A} \neq \mathbf{A}_{i}^{+}, \ \Theta \\ \mathbf{s}_{i}^{+}, & \mathbf{A} = \mathbf{A}_{i}^{+} \end{cases} (25)$$

$$\mathbf{A}_{i}^{+} = \Theta \mathcal{O} \mathcal{E}$$

(2)
$$A_{j}^{+} = \Theta$$
のとき
$$m_{j}^{+}(A) = \begin{cases} 0 & , & A \neq \Theta \\ 1 & , & A = \Theta \end{cases}$$
 (26)

図3の例題では、症状e2が度合0.8 で発生している という情報から、causes\*(e2)= {c3,c4} であるので 図5のような基本確率m2\*が得られる。

部分集合  $\{\theta_2, \theta_3, \theta_4\}$  に与えられた基本確率 0.8 は、部分集合内に閉じこめられてはいるがそのな かを自由に動くことができる。これは、症状e2の発生 は、診断仮説 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_4$  を0.8 で支持しているが、 そのなかのどれであるかについては何も支持していな いことに対応している。

一方、定理4の条件(V)より、もし症状e;が発生し ていなければ、causes (e;) に含まれる原因はすべて 存在していないということがわかる。このことから、 症状e;の発生していない度合s; は、 "causes (e;)に 含まれる原因はすべて存在していない"という命題を 度合s; で支持する証拠と考えることができる。

診断仮説の集合Θのなかでこの命題と対応している 診断仮説の集合A: は、次のようになる。

 $A_i = \{\theta \mid \theta \cap \text{causes.}(e_i) = \phi, \theta \in \Theta\}$  (27) このことから、症状e;が発生していない度合s; は、 診断仮説の集合A」を支持する度合と考えられ、次の ような基本確率が得られる。

(1)A; ≠ Oのとき

$$m_{j}^{-}(A) = \begin{cases} 0 & , & A \neq A_{j}^{-}, \Theta \\ s_{j}^{-}, & A = A_{j}^{-} \end{cases} (28)$$

$$1 - s_{j}^{-}, & A = \Theta$$

$$(2) A_{j}^{-} = \Theta \mathcal{O} \succeq \mathfrak{F}$$

$$m_{j}^{-}(A) = \begin{cases} 0, & A \neq \Theta \\ 1, & A = \Theta \end{cases} \qquad (29)$$

例えば図3の例題では、causes・(es)={c4} である ので、症状esが発生していない度合が0.7 であるとい う情報から、図6のような基本確率m5-が得られる。

#### 3.3.3 基本確率の結合

これまでに得られた基本確率を、Dempster の結合 規則で結合することにより、あいまいな症状管, 産に もとづく基本確率mが得られる。この基本確率mは、

形式的には、次のように書くことができる。

 $m = m_1^+ \oplus \cdots \oplus m_n^+ \oplus m_1^- \oplus \cdots \oplus m_n^-$  (30) ただし、nは因果関係が定義されている症状の集合 E の濃度 (要素の数) である。

上式では、形式的には2n個の基本確率を結合するようになっているが、実際の計算は見かけよりもずっと簡単になる。なぜなら、すでにセット・カバー論的な考え方を用いて問題を縮小しているので、その中の多くの基本確率は式(26)あるいは式(29)のようなものとなり、この形式の基本確率は、vacuous belief functionと呼ばれるBel関数を構成するものであり、式(30)の計算には何の影響も与えないからである。

例えば、図3の例題では形式的には12個の基本確率を結合しなければならないが、実際には、m2<sup>+</sup>とm5<sup>-</sup>のみを結合することにより基本確率mが、図7のように得られる。

 $\{c_1\}$   $\{c_1,c_3\}$   $\{c_1,c_4\}$   $\{c_1,c_3,c_4\}$ 

図7 最終的な基本確率

図7より、それぞれの診断仮説に対する上界および 下界確率が次のように求められる。ただし[ ,]は、 [下界確率,上界確率]を表わす。

$$\theta_1$$
: [0, 0.2],  $\theta_2$ : [0.56, 1]  
 $\theta_3$ : [0, 0.3],  $\theta_4$ : [0, 0.3]

このことから、診断仮説 $\theta_2$  が最も確率が高いことがわかる。

また、基本確率mにより、個々の原因の存在に対する上界および下界確率も求めることができる。原因 $c_i$ の存在について、 "原因 $c_i$ は存在する"という命題に対応する診断仮説の集合 $B_i$ は、次のようになる。

 $B_i = \{\theta \mid c_i \in \theta, \ \theta \in \Theta\}$  (31) 従って、原因 $c_i$ の存在に対する上界および下界確率は、 次のようになる。

P・(原因c<sub>i</sub>が存在する) = P・(B<sub>i</sub>) (32)

P. (原因c; が存在する) = P.(B;) (33)

図3の例題では、原因 $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$ ,  $c_5$ ,  $c_6$ それぞれの存在に対する上界および下界確率が次のように求められる。

$$c_1: [1, 1]$$
  $c_2: [0, 0]$   $c_3: [0.56, 1]$   $c_4: [0, 0.3]$   $c_5: [0, 0]$   $c_6: [0, 0]$ 

このことから、原因c<sub>1</sub>が存在しているのは明らかであり、原因c<sub>2</sub>が存在している確率は高く、原因c<sub>4</sub>が存

在している確率は低く、さらに原因c₂, c₅, c₅は明らかに存在していないということがわかる。

#### 4. おわりに

本件究では、次のことを行った。

- (1) Reggia 等により提案されたセット・カバー論的 診断問題に対し、新たに"原因c; は常に結果e; を引き 起こす"という必然的因果関係を導入した診断モデル を提案した。
- (2) あいまいな症状にもとづく診断問題の設定を行った。
- (3) あいまいな症状にもとづく診断問題に対し、個々のあいまいな症状をDempster-Shafer 理論における証拠とみなすことにより、複数の原因の集合である診断仮説上でのBel関数を求める方法を提案した。さらに、このBel関数により、診断仮説に対する上界および下界確率とともに個々の原因の存在に対する上界および下界確率を求めることができることを示した。

#### 参考文献

- [1] Harmon, P. and King, D.: Expert Systems, John Wiley & Sons, Inc., (1985), 諏訪基(監訳):「エキスパートシステムズ」, サイエンス社, (1986)
- [2]寺野,浅居,管野:「ファジィシステム入門」、オーム社,(1987)
- [3] Reggia, J.A., Nau, D.S. and Wang, P.Y.: "Diagnostic Expert System based on a Set-Covering Model", Int. J. Man-Machine Studies, pp.437-460, vol.19 (1983)
- [4] Reggia, J.A., Nau, D.S. and Wang, P.Y.:

  "A Formal Model of Diagnostic Inference",
  Information Science, pp.227-285, vol.37(1985)

  [5] Peng, Y. and Reggia, J.A.: "A Probabilistis Causal Model for Diagnostic Problem
  Solving Part. I", IEEE Trans. Syst.
  Man. Cybern., pp.146-162, vol. SMC-17

  (1987)
- [6] Kleer, J. and Williams, B.C.: Diagnosing Multipule Faults, Artificial Intelligence, pp. 97-130, vol. 32 (1987)
- [7] Dempster, A.P.: "Upper and Lower Probabilities induced by a Multivalued Mapping",
  Ann. Math. Statist., pp. 325-339, vol. 38 (1967)
  [8] Shafer, G.: A Mathematical Theory of Evidence, Princeton Univ. Press (1976)

# ファジィパラメータを含む 多目的線形計画問題に対する 実行可能性とパレート最適性

FEASIBILITY AND PARETO OPTIMALITY

FOR MULTIOBJECTIVE LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS WITH FUZZY PARAMETERS

## 坂和正敏

矢野均

Masatoshi SAKAWA

Hitoshi YANO

岩手大学工学部情報工学科

香川大学経済学部管理科学科

Faculty of Engineering, Iwate Univ. College of Economics, Kagawa Univ.

#### **ABSTRACT**

In this paper, we focus on multiobjective linear programming problems with fuzzy parameters and extend the ordinary feasibility and Pareto optimality concepts based on the concepts of possibility and necessity for fuzzy numbers. Using the four indices for ranking two fuzzy numbers, four types of feasibility and/or Pareto optimality are defined, which are very weak, medium weak, medium strong and very strong ones. These concepts can be viewed as quite generalized versions of the well-known feasibility and Pareto optimality concepts, and the relationships between them are examined in detail by putting special emphasis on generating aspect on the basis of the simplex method of linear programming.

## 1. まえがき

本稿では、ファジィ係数を含む多目的線形計画問題に対して、ファジィ数間の大小関係を統合的に取り扱うために近年 Dubois [1] により提案された4種類の指標に対応する、 $\alpha$ 実行可能性と $\beta$ パレート最適性の概念を新たに定義する。また、提案した $\alpha$ 実行可能性と $\beta$ パレート最適性を同時に考慮した $(\alpha,\beta)$ パレート最適解の概念を導入し、坂和・矢野[2]により提案された $\alpha$ -パレート最適解の概念との関係も明らかにする。

### 2. ファジィ数間の大小関係

2つのファジィ数 m, n の大小関係を定義するために Dubois [1]は、それぞ

れのメンバシップ関数 $\mu_{\tilde{a}}(u)$ ,  $\mu_{\tilde{a}}(v)$ により、次の4種類の指標を導入した。

$$Pos(\tilde{n} \ge \tilde{n}) = \sup\{ \min(\mu_{\tilde{n}}(u), \mu_{\tilde{n}}(v)) \mid u \ge v \}$$
 (1)

$$\operatorname{Pos}(\widetilde{\mathfrak{m}} > \widetilde{\mathfrak{n}}) = \sup_{\mathsf{u}} \{ \inf_{\mathsf{v}} \{ \min(\mu_{\widetilde{\mathfrak{m}}}(\mathsf{u}), \mu_{\widetilde{\mathfrak{n}}}(\mathsf{v})) \mid \mathsf{u} \leq \mathsf{v} \} \}$$
 (2)

$$\operatorname{Nes}(\widetilde{\mathbf{m}} \geq \widetilde{\mathbf{n}}) = \inf_{\mathbf{u}} \{ \sup_{\mathbf{v}} \{ \max_{\mathbf{u}} (1 - \mu_{\widetilde{\mathbf{m}}}(\mathbf{u}), \mu_{\widetilde{\mathbf{n}}}(\mathbf{v})) \mid \mathbf{u} \geq \mathbf{v} \} \}$$
 (3)

$$\operatorname{Nes}(\widetilde{\mathfrak{m}} > \widetilde{\mathfrak{n}}) = \inf \{ \max (1 - \mu_{\widetilde{\mathfrak{m}}}(\mathfrak{u}), 1 - \mu_{\widetilde{\mathfrak{n}}}(\mathfrak{v})) \mid \mathfrak{u} \leq \mathfrak{v} \}$$
 (4)

ここで、これらの指標はそれぞれ、『 $\tilde{m}$ が $\tilde{n}$ 以上である可能性の度合い』、『 $\tilde{m}$ が $\tilde{n}$ より大きい可能性の度合い』、『 $\tilde{m}$ が $\tilde{n}$ 以上である必然性の度合い』、『 $\tilde{m}$ が $\tilde{n}$ より大きい必然性の度合い』を表すと解釈できる。

## 3. ファジィパラメータを含む多目的線形計画問題

本稿では、ファジィパラメータを含む多目的線形計画問題

$$\min \tilde{C}x$$
 subject to  $x \in \tilde{X} = \{x \ge 0 \mid \tilde{A}x \le \tilde{b}\}$  (5) に対するファジィパラメータを考慮した統一的なアプローチを試みる。ここで、 $\tilde{C}$ ,  $\tilde{A}$  はそれぞれ(i,j)要素がファジィ数  $\tilde{C}_{i,j}$ ,  $\tilde{a}_{i,j}$ で表される (kxn), (mxn) 行列で、その行ベクトルを、 $\tilde{C}_{i}$ ,  $i=1$ , …,k,  $\tilde{a}_{j}$ ,  $j=1$ , …, m で表す。また、 $\tilde{b}$  は第i成分がファジィ数  $\tilde{b}_{i}$  の m次元列ベクトルで、 $x$  は n次元列ベクトルである。

このようなファジィパラメータを含む多目的線形計画問題を、通常の多目的計画問題の一般化とみなして取り扱うためには、

- (1) ファジィパラメータを含む制約式  $\tilde{a}_j x \leq \tilde{b}_j$ ,  $j=1,\ldots,m$  をどのように 定義すればよいか?
- (2) 従来の多目的計画問題におけるパレート最適性に対応して、 $\tilde{C}x \le \tilde{C}x$ ・なる  $x \in X$  が存在しないような  $x^* \in X$  をどのように定義すればよいか? という2つの大きな問題点がある。このような問題点に対処するため、本稿では、2節で示した Duboisの 4つの指標に基づいて、対応する実行可能性とパレート最適性の定義を行う。

### 4. α 実行可能性

ファジィ制約集合

になる。

$$\tilde{\chi} = \{x \ge 0 \mid \tilde{a}_j x \le \tilde{b}_j, j=1,\dots,m\}$$
 (6) の実行可能性に関して、Dubois [1] の導入した4つの指標に基づいて、それぞれの対応する定義を、ファジィ数の $\alpha$ レベル集合を導入して行うと、次のよう

【定義 1】  $(\alpha - VWF)$ ,  $(\alpha - MWF)$ ,  $(\alpha - MSF)$ ,  $(\alpha - VSP)$ 

ファジィ制約集合 X に対して、

(I)  $x \in E^n$  が  $\alpha$  -Very Weak Feasible ( $\alpha$  -VWF)であるとは、

$$x \in \chi_{UWF}(\alpha) = \{ x \ge 0 \mid Pos(\tilde{a}_j x \le \tilde{b}_j) \ge \alpha, j=1,...,m \}$$
 (7)

(II)  $x \in E^n$  がα-Medium Weak Feasible (α-MWF)であるとは、

$$x \in X_{MWF}(\alpha) = \{ x \ge 0 \mid Pos(\tilde{a}_j x < \tilde{b}_j) \ge \alpha, j=1,...,m \}$$
 (8)

(Ⅲ) x∈E<sup>n</sup> がα-Medium Strong Feasible (α-MSF)であるとは、

$$x \in X_{MSF}(\alpha) = \{ x \ge 0 \mid Nes(\tilde{a}_j x \le \tilde{b}_j) \ge \alpha, j=1,...,m \}$$
 (9)

(IV)  $x \in E^n$  が  $\alpha$  -Very Strong Feasible  $(\alpha$  -VSF)であるとは、

$$x \in \chi_{USF}(\alpha) = \{ x \ge 0 \mid Nes(\tilde{a}_j x < \tilde{b}_j) \ge \alpha, j=1,...,m \}$$
 (10)

この時、ファジィ数のベクトル  $\overset{\sim}{a_i}$ ,ファジィ数  $\overset{\sim}{b_i}$  の $\alpha$ レベル集合を

便宜上、[ $a_{j\alpha}^{\dagger}$ ,  $a_{j\alpha}^{R}$ ], [ $b_{j\alpha}^{\dagger}$ ,  $b_{j\alpha}^{R}$ ] で表せば、次の定理が得られる。

# 【定理1】

$$(I) \quad \chi_{\cup WF}(\alpha) = \{x \ge 0 \mid a_{j\alpha}^L x \le b_{j\alpha}^R, j=1,...,m\}$$

$$(11)$$

$$(\Pi) \quad \chi_{MWF}(\alpha) = \{ x \ge 0 \mid a_{j(1-\alpha)}^{R} x \le b_{j\alpha}^{R}, j=1,...,m \}$$
 (12)

$$(\mathbf{III}) \quad \chi_{\mathsf{MSF}}(\alpha) = \{ x \ge 0 \mid \mathbf{a}_{j\alpha}^{\mathsf{L}} \mathbf{x} \le \mathbf{b}_{j(1-\alpha)}^{\mathsf{L}}, \ \mathbf{j=1,...,m} \}$$
 (13)

(IV) 
$$\chi_{USF}(\alpha) = \{x \ge 0 \mid a_{j(1-\alpha)}^R x \le b_{j(1-\alpha)}^L, j=1,...,m\}$$
 (14)

さらに、ファジィ制約集合  $\widetilde{X}$  に対する これらの4種類の $\alpha$ 実行可能性の間には、次の性質が成立することが示される。

## 【性質1】

$$X_{MWF}(\alpha) \cup X_{MSF}(\alpha) \subset X_{UWF}(\alpha)$$
 (15)

$$\chi_{USF}(\alpha) \subset \chi_{MWF}(\alpha) \cap \chi_{MSF}(\alpha)$$
 (16)

## 5. βパレート最適性

ファジィ係数を含むベクトル値関数 Čx を与えられた非ファジィな制約集合

X 上で同時に最小化するという次の問題を考える。

min  $\tilde{C}x$  subject to  $x \in X$  (17)

このような問題に対して、ファジィ数の大小関係に関する4種類の指標に基づいて、 $\beta$ に依存した次のような4種類のパレート最適性を定義することができる。ここで不等号  $\le$  は k個の制約式のうち少なくとも1つは等号を含まないことを意味する。

【定義2】( $\beta$ -VWP),( $\beta$ -MWP),( $\beta$ -MSP),( $\beta$ -VSP) 問題(17)に対して

- (I)  $Pos(\tilde{c}_i x \ge \tilde{c}_i x^*) \le \beta$ ,  $i = 1, \dots, k$  (18) なる  $x \in X$  が存在しないとき  $x^* \in X$  を $\beta$ -Very Weak Pareto optimal ( $\beta$ -VWP)であるという。
- (II)  $Pos(\tilde{c}_i x > \tilde{c}_i x^*) \le \beta$ ,  $i = 1, \dots, k$  (19) なる  $x \in X$  が存在しないとき  $x^* \in X$  を $\beta$ -Medium Weak Pareto optimal ( $\beta$ -MWP)であるという。
- (Ⅲ) Nes( $\tilde{c}_i x \leq \tilde{c}_i x^*$ )  $\geq \beta$ ,  $i = 1, \dots, k$  (20) なる  $x \in X$  が存在しないとき  $x^* \in X$  を $\beta$ -Medium Strong Pareto optimal ( $\beta$ -MSP)であるという。
- (IV) Nes( $\tilde{c}_i x < \tilde{c}_i x^*$ )  $\geq \beta$ ,  $i = 1, \dots, k$  (21) なる  $x \in X$  が存在しないとき  $x^* \in X$  を $\beta$ -Very Strong Pareto optimal ( $\beta$ -MSP)であるという。

この時、ファジィ数のベクトル  $\tilde{c}_i$  の $\beta$ レベル集合を便宜上[ $c_{i,B}^{\dagger}$ ,  $c_{i,B}^{\dagger}$ ] で表せば、次の定理が得られる。

#### 【定理2】

(I)  $x^*$  が  $\beta$  -VWP であるための必要十分条件は

$$c_{i}^{R} ax \leq c_{i}^{L} ax^{*}, \quad i=1,\ldots,k$$
 (22)

を満たす  $x \in X$  が存在しないことである。

 $(\Pi) x^*$  が $\beta$ -MWP であるための必要十分条件は

$$c_{i,\beta}^{R}x \leq c_{i,(1-\beta)}^{R}x^{*}, \quad i=1,\ldots,k$$
 (23)

を満たす  $x \in X$  が存在しないことである。

(Ⅲ) x\* が β-MSP であるための必要十分条件は

$$c_{iBX}^{\dagger} \leq c_{i(1-B)X}^{\dagger}, \quad i=1,\ldots,k$$
 (24)  
を満たす  $x \in X$  が存在しないことである。

## (IV) $x^*$ が $\beta$ -VSP であるための必要十分条件は

$$c_{i(1-\beta)}^{R} x \leq c_{i(1-\beta)}^{L} x^{*}, \quad i=1,...,k$$
 (25)

を満たす  $x \in X$  が存在しないことである。

 $\beta$ -VWP,  $\beta$ -MWP,  $\beta$ -MSP,  $\beta$ -VSP の集合をそれぞれ  $X_{UWP}(\beta)$ ,  $X_{MWP}(\beta)$ ,  $X_{MSP}(\beta)$ ,  $X_{USP}(\beta)$  で表すと、次の2つの性質が導かれる。

## 【性質2】

$$X_{UWP}(\beta) \supset X_{MWP}(\beta) \cup X_{USP}(\beta) \quad (0 \le \beta \le 0.5)$$
 (26)

$$\chi_{USP}(\beta) \supset \chi_{MSP}(\beta) \cup \chi_{UWP}(\beta) \quad (0.5 \le \beta \le 1) \quad (27)$$

## 【性質3】

0 ≦β1<β2≦1の時、次の関係が成立する。

$$X_{UWP}(\beta_1) \supset X_{UWP}(\beta_2), X_{MWP}(\beta_1) \supset X_{MWP}(\beta_2),$$
 (28)

$$\chi_{MSP}(\beta_1) \subset \chi_{MSP}(\beta_2), \chi_{USP}(\beta_1) \subset \chi_{USP}(\beta_2).$$
 (29)

ここで、 $\beta$ をパレート最適性の度合いを表していると解釈すれば、性質3より、 $\beta$ を大きくすればするほど解集合が小さくなるという  $\beta$ -VWPあるいは  $\beta$ -MWPが  $\beta$ -パレート最適性の定義としてはより適切であるといえる。 また、 $\beta$ -VWPと  $\beta$ -VSP は、相互補間的であるので、いずれか一方を求めればよいことがわかるが、 $\beta$ -MWPと  $\beta$ -MSP は、それぞれ閉区間 [0,0.5], [0.5,1] の間でしか存在しないという問題点があるので、ファジィパラメータを目的関数に含む多目的線形計画問題(17)に対する新しいパレート最適解の定義としては、 $\beta$ -VWP が最も適切であると思われる。

# 6. $(\alpha,\beta)$ -パレート最適解

これまで導入してきた、 $\alpha$ 実行可能性と、 $\beta$ パレート最適性の概念を用いて、ファジィ係数を含む多目的線形計画問題(17)に対する様々なパレート最適解を定義することができるが、ここでは特に、 $\beta$ -パレート最適性の定義としては最も適切であると思われる $\beta$ -VWPに対応する、 $\alpha$ -VWFを用いた( $\alpha$ , $\beta$ )-パレート最適解を次のように定義する。

### 【定義4】 $((\alpha,\beta)-VWP)$

問題(5)に対して、制約集合 Xυw F(α) 上で

 $Pos(\tilde{c}_{i}x \geq \tilde{c}_{i}x^{*}) \leq \beta, i = 1, \dots, k$ 

なる x が存在しないとき  $x^*$  を $(\alpha,\beta)$ -Very Weak Pareto optimal solution  $((\alpha,\beta)$ -VWP)という。

定義4の $(\alpha,\beta)$ -VWP の集合  $X_{UW}(\alpha,\beta)$ と、制約集合  $X_{UWF}(\alpha)$ での従来の多目的線形計画問題

min 
$$Cx$$
 subject to  $x \in X_{UWF}(\alpha)$ 

のパレート最適解の集合  $X^{\mathbb{C}}(C)$  との間には次の関係が成立することが示される。 【定理3】

(30)

$$X_{\cup W}(\alpha, \beta) \supset \bigcup_{C \in [C_{A}^{L}, C_{A}^{R}]} X_{\alpha}^{P}(C)$$
(31)

ここで、  $C_a$  と  $C_a$  は、(i,j) 要素がそれぞれ  $\tilde{C}$  の(i,j)要素  $\tilde{C}_{i,j}$  の  $\beta$  レベル 集合の下限と上限の値になるような (kxn) 行列である。

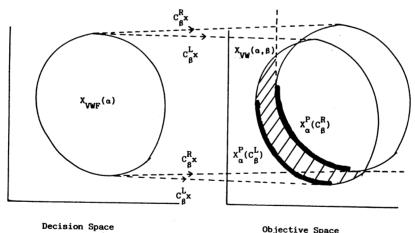
定理3より、 $(\alpha,\beta)$ -VWPの集合 $X_{UW}(\alpha,\beta)$ は、次の2つの問題のパレート最適解の集合  $X_{\alpha}^{P}(C_{\alpha}^{L})$ 、 $X_{\alpha}^{P}(C_{\alpha}^{R})$ を含んでいることに注意しよう。

min 
$$C_{AX}^{L}$$
 subject to  $x \in X_{UWF}(\alpha)$  (32)

min 
$$C_{AX}^{R}$$
 subject to  $x \in X_{UWF}(\alpha)$  (33)

問題(32)、(33)のパレート最適解の集合は、 $X_{UW}(\alpha,\beta)$  のうちで、それぞれ、最も楽観的に考えた場合の解集合と最も悲観的に考えた場合の解集合であると考えられ、しかも、線形計画法に基づき容易に求めることができる。 図 1 に、

 $X_{UW}(\alpha,\beta)$ の例を示す。ここで、 $X_{\alpha}(C_{A}^{L})$ で、 $\beta=\alpha$  とおいた解集合は、坂和・矢野[2] により提案された  $\alpha$ -パレート最適解の集合と一致することがわかる。



 $\boxtimes$  1 ( $\alpha$ ,  $\beta$ )-Very Weak Pareto optimal solutions :  $X_{UW}(\alpha$ ,  $\beta$ )

## 参考文献

- [1] D.Dubois: "Linear Programming with Fuzzy Data" Analysis of Fuzzy Information, Vol.3, (Ed. by J.C. Bezdek) CRC Press, pp. 241-263 (1987).
- [2] M.Sakawa and H.Yano: "Interactive Decision Making for Multiobjective Linear Programming Problems with Fuzzy Parameters", Large-Scale Modelling and Interactive Decision Analysis, (Eds. by G.Fandel et al.) Springer-Verlag, pp.88-96 (1986).

## 区間線形モデルによる判別分析

DISCRIMINANT ANALYSIS BY INTERVAL LINEAR MODELS

## 田中 英夫 石渕 久生

H.TANAKA

H.ISHIBUCHI

## 大阪府立大学

University of Osaka Prefecture

#### **ABSTRACT**

This paper proposes a new method for cluster analysis by interval linear models, given interval data from two clusters. Interval data may be obtained from several experiments or expertise. The conventional cluster analysis has not dealt with interval data. Our method resorts to linear programming so that it is easy to introduce expert knowledge to our formulation as constraint conditions.

#### 1. はじめに

本論文の特徴は区間データに対する2群の判別分析であり、手法が線形計画法によっていることである。区間データは多数回の観測による最大値と最小値から得られるか、または専門家のばく然とした知識を区間表現したものである。通常の判別分析は区間データを取扱っていないが、将来、専門家の知識表現として区間が用いられるであろう。区間データを取扱うので区間線形システムを用いて判別分析を行う。区間線形システムとは区間入力を区間出力に線形変換するシステムであり区間演算によって定義されている。

いま、専門家によって2群に分けられた区間データの観測値を $R^1$ 上で2群に分ける。ような区間線形システムの係数を求めることがここでの問題である、通常のデータに対して F.Ned and G.Fred [1]が行ったのと同様に $R^1$ 上での2群の距離を導入し、判別分析を線形計画問題に帰着させる。ただし、専門家はある程度判別問題について知識があり、区間線形システムの係数の正負は分かっていると仮定している。

#### 2. 区間線形モデルによる問題の設定

区間データを中心と幅とによって

$$X_{i,j} = (x_{i,j}, d_{i,j})$$
 ,  $i=1,\dots,N$ ,  $j=1,\dots,n$  (2. 1) と表わす。ここで、 $N$  はサンプル数であり $n$  は変数の個数である。区間 $X_{i,j}$ の上限値は $x_{i,j} + d_{i,j}$ であり、下限値は $x_{i,j} - d_{i,j}$ である。いま、判別のための区間線形システム[2]を

$$Y_{i} = \sum_{j=1}^{n} k_{i} X_{ij}$$
  $i=1,...,N$  (2. 2)

とすると、

$$Y_{i} = (\sum_{j} k_{j} x_{ij}, \sum_{j} |k_{j}| d_{ij}), i=1,...,N$$
 (2. 3)

となる。ただし、k゚は通常の係数である。

さて、区間 $A_1$ =( $a_1$ ,  $c_1$ ),  $A_2$ =( $a_2$ ,  $c_2$ )の包含と大小関係を次のように定義する。

(i) 
$$A_1 \subset A_2$$
  $a_1 + c_2 < a_2 + c_2$ ,  $a_2 - c_2 < a_1 - c_1$  (2.4)  
(ii)  $A_1 < A_2$   $a_1 + c_1 < a_2 - c_2$  (2.5)  
(iii)  $A_1 \lesssim A_2$   $a_1 + c_1 - r < a_2 - c_2$  (2.6)

いま専門家によって次のようにデータが2群(+,-)に分けられているとする。

サンフ°ル番号	診断	<i>X</i> <sub>1</sub>	Χn	ベクトル表現
1		$(x^{+}_{11}, d^{+}_{11})$	 $(x^{+}_{1n}, d^{+}_{1n})$	(½ <sup>†</sup> 1,d  <sup>†</sup> 1)
	+			
N <sub>1</sub>		•		
1		$(x_{11},d_{11})$	 $(x^{-}_{1n}, d^{-}_{1n})$	(½-1,d-1)
N 2				

与えられた区間データを区間線形システムによってR<sup>1</sup>上にそれぞれ次のように変換されるとする。

$$Y^{+}_{j} = \sum k_{i} X^{+}_{ji}$$
 (+のデータに対して)  
 $Y^{-}_{j} = \sum k_{i} X^{-}_{ji}$  (-のデータに対して) (2.7)

このとき、+のデータに対して常に

$$Y^{+} = (\alpha_{1}, c_{1}) \supset Y^{+}_{j}, j=1,...,N_{1}$$
 (2.8)

また一のデータに対して常に

$$Y^{-} = (\alpha_2, c_2) \supset Y^{-}_{j}, j=1,...,N_2$$
 (2. 9)

となる区間 Y+, Y-を設定する。また

$$Y^{-} \lesssim_{r} Y^{+} \tag{2. 10}$$

と仮定し、kiの正負は概知であるとする。

次のような基準を設定する。

- (i) Y+とY-との幅の合計は小さい程よい。
- (ii)Y⁻とY⁺とは区間としてはなれている方がよい。 すなわち r は小さい程よい。
- (iii)  $Y^+$ 」は $Y^+$ に $Y^-$ 」は $Y^-$ にそれぞれ近い程よい。すなわち、 $Y^+ \supset Y^+$ 」,

 $Y^- \supset Y^-$ ;の拘束条件を満たし、 $Y^+$ ;、 $Y^-$ ;の幅が大きい程よい。

ここでの問題は拘束条件(2.8)~(2.10)を満たし、(i)~(iii)の性質を満たす $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n)$  と  $\mathbf{Y}^+$ ,  $\mathbf{Y}^-$ とを決めることである。

## 3. 定式化

拘束条件(2.8)~(2.19)は次のように表わされる。

ただし、 $|\mathbf{k}| = (|\mathbf{k}_1|, ..., |\mathbf{k}_n|)$ である。

またよを一意に決定するために次の拘束条件

$$\sum |k_i| = 1 \tag{3.4}$$

を導入する。

評価規準(i)~(iii)から次の評価関数を考える。

$$\max_{\{k,\alpha,c\}} \beta_1 \left( \sum_{j=1}^{N_1} |k| dl^+_j + \sum_{j=1}^{N_2} |k| dl^-_j \right) - \beta_2 \left( c_1 + c_2 \right) - \beta_3 r \quad (3.5)$$

ただし、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$ は重みである。

いま $k_1$ の正負が事前に規定されているので、拘束条件(3.1)~(3.4)および評価関数(3.5)の絶対値を取り省くことができ、したがって、(3.1)~(3.5)は線形計画問題として解くことができる。

4. 数值例

ここでは2つの数値例による判別分析の結果を述べる。

[数値例1]表1のデータを取り扱う。  $\beta_1 = 1$ 、  $\beta_2 = 1$ 、  $\beta_3 = 1$  とし、

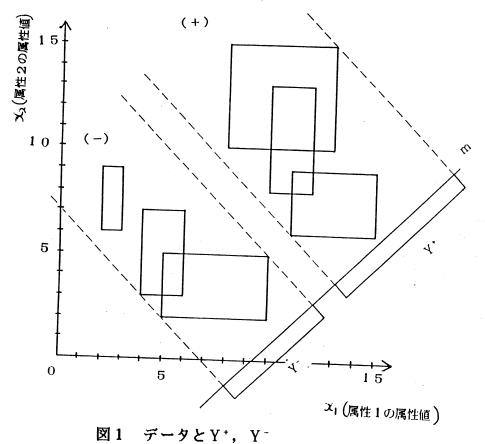
サンプル番号	群	属性1の属性値	属性2の属性値		
1 2 3	(+)	$\{ \begin{array}{cccc} \{11. & 0, & 1. & 0 \\ 13. & 0, & 2. & 0 \\ 10. & 5, & 2. & 5 \} \end{array} $	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		
4 5 6	(-)	$\left\{\begin{array}{cccc} 5. & 0, & 1. & 0 \\ 7. & 5, & 2. & 5 \\ 2. & 5, & 0. & 5 \end{array}\right\}$	$\left\{\begin{array}{cccc} 5. & 0, & 2. & 0 \\ 3. & 5, & 1. & 5 \\ 7. & 5, & 1. & 5 \end{array}\right\}$		

表1 データ構造

 $Y^- \lesssim_r Y^+$ とし、 $k_1 \ge 0$ ,  $k_2 \ge 0$ とする。このとき、最適解は

$$\begin{array}{l}
k = \begin{pmatrix} 0. & 5 \\ Y = \begin{pmatrix} 1.1 & 2.5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, & 0. & 5 \end{pmatrix}, & Y = (5. 50, 2. 00)
\end{array}$$

となった。このときのデータと $Y^+$ ,  $Y^-$ とを図1に示す。r < 0となるので、 $Y^+$ と $Y^-$ との区間が分離していることがわかる。



-256-

[数値例2]表2のデータを取り扱う(図2参照)。数値例1と同じ条件で最適解は次のように得られた。

$$\begin{array}{l} k = \begin{pmatrix} 0. & 3214, & 0. & 6786 \\ Y = \begin{pmatrix} 15. & 0179, & 6. & 9107 \\ 4. & 8214 \end{pmatrix}, & Y = \begin{pmatrix} 7. & 9643, & 4. & 9643 \end{pmatrix}$$

表2 データ構造

X2 ) / HA				
サンプル番号	群	属性1の属性値	属性2の属性値	
1 2 3 4 5 6 7 8	(+)	\(\begin{array}{cccc} 4. & 0, & 2. & 0 \\ 9. & 0, & 2. & 0 \\ 12. & 0, & 2. & 0 \\ 16. & 0, & 2. & 0 \\ 19. & 0, & 1. & 0 \\ 23. & 0, & 2. & 0 \\ (23. & 0, & 1. & 0 \\ 24. & 0, & 2. & 0 \end{array}\)	(13. 0, 2. 0) (18. 0, 1. 0) (15. 0, 1. 0) (11. 0, 2. 0) (17. 0, 2. 0) (4. 0, 2. 0) (12. 0, 2. 0) (18. 0, 2. 0)	
9 1 0 1 1 1 2 1 3 1 4 1 5 1 6	(-)	$ \left\{ \begin{array}{c} 4. & 0, & 1. & 0 \\ 5. & 0, & 2. & 0 \\ 9. & 0, & 2. & 0 \\ 10. & 0, & 1. & 0 \\ 10. & 0, & 2. & 0 \\ 13. & 0, & 1. & 0 \\ 15. & 0, & 2. & 0 \\ 19. & 0, & 1. & 0 \end{array} \right. $	$ \begin{cases} 1 & 1. & 0, & 2. & 0 \\ 4. & 0, & 1. & 0 \\ 7. & 0, & 1. & 0 \\ 3. & 0, & 1. & 0 \\ 1 & 2. & 0, & 1. & 0 \\ 3. & 0, & 2. & 0 \\ 9. & 0, & 2. & 0 \\ 6. & 0, & 2. & 0 \end{cases} $	

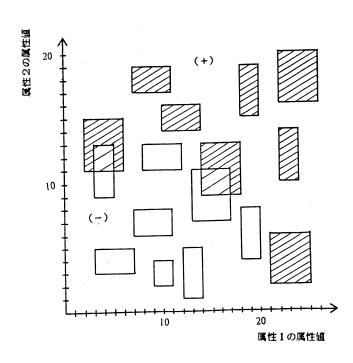


図2 表2のデータ

r>0であるので区間  $Y^+$ と  $Y^-$ とは交わっていることを示している。  $R^1$ 上に移されたデータと  $Y^+$ と  $Y^-$ とを図 3に示す。

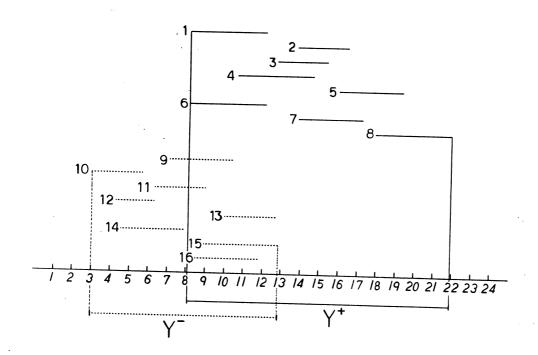


図3 R1上に移されたデータと Y+と Y-

### 参考文献

- [1] F.Ned and G.Fred: Simple but Powerful Goal Programming Models for Discriminant Problem, European J. of Operational Research, Vol.7, PP.44-60(1982).
- [2] 田中・林・和多田:区間回帰分析、第3回ファジィシンポジウム講演論文集、 PP.9-12(1987).

# ファジィ線形回帰モデルと 大型小売店販売額予測問題への応用

FUZZY LINEAR REGRESSION MODEL AND ITS APPLICATION
TO THE PREDICTION PROBLEM OF SALES OF LARGE SCALE RETAIL STORES

# 坂和正敏

矢野均

Masatoshi SAKAWA

Hitoshi YANO

岩手大学工学部情報工学科

香川大学経済学部管理科学科

Faculty of Engineering, Iwate Univ. College of Economics, Kagawa Univ.

#### **ABSTRACT**

In this paper, to cope with the fuzzy environment where human subjective estimation is influential in the regression models, fuzzy linear regression models are introduced via the concepts of possibility and necessity. Using the three indices for the equalities between two fuzzy numbers, three types formulations are defined for dealing with fuzzy data. As an obvious advantage of these three formulations, it is shown that all of the formulated problems can be reduced to linear programming ones. Furthermore, it is also shown that trade-off rates information between the degree of the fuzziness of the model and the fuzzy threshold for the three indices is easily obtainable through the simplex multipliers. Finally, an application of the proposed models is demonstrated.

## 1. はじめに

経済・社会・環境システムなどの大規模かつ複雑なシステムには、一般に、人間が構成要素として含まれる。従って、取り扱うデータには、しばしば人間の主観的判断のあいまい性が反映されているため、システム全体を明確な数式モデルとして表現することは困難であるものと思われる。

本稿では、近年 Dubois [1] により提案されたファジィ数間の等号関係を表す 3種類の指標に基づいて、ファジィ線形回帰モデルを求めるための3種類の線形計画問題の定式化を試みるとともに、これらの定式化は、これまでのファジィデータに対する3つの定式化 [6] の若干の拡張とみなせることを示す。また、定式化された3種類の問題の特別な場合として、通常のデータに対するファジィ線形回帰モデルを求めるための線形計画問題の定式化も行う。さらに、定式化

された 3種類の線形計画問題を解くことにより得られるファジィ線形回帰モデルの妥当性および有効性を検討するために、大型小売店販売額予測問題[7]への適用を試みる。

## 2. ファジィ数間の等号関係

Dobo is [1]は、閉区間に対する等号関係の拡張として、2つのファジィ数  $\tilde{n}$ , の等号関係に関する次の3種類の指標を、それぞれのメンバーシップ関数  $\mu_{\tilde{n}}(u)$ ,  $\mu_{\tilde{n}}(u)$  を用いて定義した。

$$Pos(\widetilde{m}=\widetilde{n}) = \sup_{u \in \mathbb{R}^1} \min \left( \mu_{\widetilde{m}}(u), \mu_{\widetilde{n}}(u) \right)$$
 (1)

Nes(
$$\widetilde{\mathfrak{m}}\subset\widetilde{\mathfrak{n}}$$
) =  $\inf_{u\in\mathbb{R}^1}\max (1-\mu_{\widetilde{\mathfrak{m}}}(u),\mu_{\widetilde{\mathfrak{n}}}(u))$  (2)

$$Nes(\widetilde{m} \supset \widetilde{n}) = \inf_{u \in \mathbb{R}^1} \max \left( \mu_{\widetilde{m}}(u), 1 - \mu_{\widetilde{n}}(u) \right)$$
 (3)

(1)-(3)はそれぞれ『 $\widetilde{\mathbf{n}}$  が  $\widetilde{\mathbf{n}}$  と等しい可能性の度合い』,『 $\widetilde{\mathbf{n}}$  が  $\widetilde{\mathbf{n}}$  に含まれる必然性の度合い』,『 $\widetilde{\mathbf{n}}$  が  $\widetilde{\mathbf{n}}$  を含む必然性の度合い』を表すものと解釈できる。

#### 3. ファジィ線形回帰モデルの定式化

一般に、ファジィ線形回帰モデルにおいては、モデルによる推定値とデータとのずれは、入出力関係を表すシステム構造自体のあいまい性に依存しているものと仮定されており、形式的には係数にあいまい性を含むモデルとして、次のように表現することができる。

$$\tilde{y} = \tilde{a}x$$
,  $\tilde{a} = (\tilde{a}_{\theta}, \tilde{a}_{1}, \dots, \tilde{a}_{n})$ ,  $x = (1, x_{1}, \dots, x_{n})^{\mathsf{T}}$  (4)  
ここで、 $\tilde{y}$ ,  $\tilde{a}_{j}$ ,  $j = 0, 1, \dots, n$  は、それぞれファジィ数を表す。

本稿では、このようなファジィ数間の等号関係を、Dubois [1] の 3種類の指標に基づいて定義することにより得られる 3種類の問題の定式化に対応する、ファジィ線形回帰モデルを求めることを試みる。

問題を明確に規定するため、式(4)の左辺のファジィ出力データ  $\tilde{y}_i$ ,  $i=1,\ldots$ , k と右辺のファジィパラメータ  $\tilde{a}_i$ ,  $j=0,1,\ldots,n$  のメンバシップ関数は、それぞれ次式により与えられるものとする。

$$\mu_{\bar{y}_{i}}^{\sim}(y_{i}) = \begin{cases} L((y_{i}-y_{i})/e_{i}^{L}), y_{i} \leq y_{i}, e_{i}^{L} > 0 \\ 1, & y_{i} \leq y_{i} \leq \bar{y}_{i} \end{cases}$$

$$L((\bar{y}_{i}-y_{i})/e_{i}^{R}), y_{i} \geq \bar{y}_{i}, e_{i}^{R} > 0$$

$$L((\bar{a}_{j}-\bar{a}_{j})/c_{j}^{L}), a_{j} \leq \bar{a}_{j}, c_{j}^{L} > 0$$

$$(5)$$

$$\mu_{\bar{a}_{j}}(a_{j}) = \begin{cases} 1, & a_{j} \leq \bar{a}_{j} \\ L((a_{j} - \bar{a}_{j})/c_{j}^{R}), & a_{j} \geq \bar{a}_{j}, & c_{j}^{R} > 0 \end{cases}$$
(6)

式(5),(6)で定義されるファジィ数  $\tilde{\mathbf{y}}_i$ , $\tilde{\mathbf{a}}_i$ は、 しばしば次のように表される [2]。

$$\tilde{y}_{i} = (y_{i}, \bar{y}_{i}, e_{i}^{L}, e_{i}^{R})_{L}, i=1,...,k$$
 (7)

$$\tilde{a}_{j} = (a_{j}, \bar{a}_{j}, c_{j}^{L}, c_{j}^{R})_{L}, j = 0, 1, ..., n$$
 (8)

簡単のためファジィ数 ã;を構成要素とするファジィパラメータベクトル ãを

$$\tilde{\mathbf{a}} = (\mathbf{a}, \bar{\mathbf{a}}, \mathbf{c}^{\mathsf{L}}, \mathbf{c}^{\mathsf{R}})_{\mathsf{L}} \tag{9}$$

で表すことにする。ここで

$$a = (a_0, a_1, ..., a_n), \bar{a} = (\bar{a}_0, \bar{a}_1, ..., \bar{a}_n)$$
 (10)

$$c^{L} = (c_{\theta}^{L}, c_{1}^{L}, \dots, c_{n}^{L}), c^{R} = (c_{\theta}^{R}, c_{1}^{R}, \dots, c_{n}^{R})$$
 (11)

さらに、n 次元入力データ  $x_i$ ,  $i=1,\ldots,k$  は、事前に与えられていることから、一般性を失うことなく、次のように仮定できる。

$$x_{i,j} \ge 0, i=1,...,k, j \in J^{\dagger}$$
 (12)

$$x_{i,j} < 0, i=1,...,k, j \in J_i^-$$
 (13)

この時、ファジィ数間の演算規則[2]から次式が成立する。

$$\tilde{a}x_{i} = \sum_{j=0}^{n} \tilde{a}_{j}x_{ij} = (p(x_{i}), \bar{p}(x_{i}), q^{L}(x_{i}), q^{R}(x_{i}))$$
 (14)

ここで

$$p(x_i) = \sum_{j \in J_i^+} a_j x_{ij} + \sum_{j \in J_i^-} \bar{a}_j x_{ij}, \quad \bar{p}(x_i) = \sum_{j \in J_i^+} \bar{a}_j x_{ij} + \sum_{j \in J_i^-} a_j x_{ij} \quad (15)$$

$$q^{L}(x_{i}) = \sum_{j \in J_{i}^{+}} c_{j}^{L} x_{ij} - \sum_{j \in J_{i}^{-}} c_{j}^{R} x_{ij}, \quad q^{R}(x_{i}) = \sum_{j \in J_{i}^{+}} c_{j}^{R} x_{ij} - \sum_{j \in J_{i}^{-}} c_{j}^{L} x_{ij}$$
(16)

指標(1)-(3)に対応して、ファジィ線形回帰モデル  $\tilde{a}x$ : とファジィ出力データ  $\tilde{y}$ : の間の等号関係に関する次の定理が導かれる。

### 【定理1】

(I)  $Pos(\tilde{y}_i = \tilde{a}x_i) \ge \alpha$ 

$$\leftrightarrow -\overline{y}_i + p(x_i) \leq L^{-1}(\alpha) e_i^R + L^{-1}(\alpha) q^L(x_i)$$
 (17)

$$y_i - \bar{p}(x_i) \le L^{-1}(\alpha) e_i^L + L^{-1}(\alpha) q^R(x_i)$$
 (18)

(II) Nes( $\tilde{y}_i \subset \tilde{a}x_i$ )  $\geq \alpha$ 

$$\leftrightarrow -y_i + p(x_i) \leq -L^{-1}(1-\alpha)e_i + L^{-1}(\alpha)q^{\perp}(x_i)$$
 (19)

$$\bar{y}_{i} - \bar{p}(x_{i}) \leq -L^{-1}(1-\alpha)e_{i}^{R} + L^{-1}(\alpha)q^{R}(x_{i})$$
 (20)

 $(\mathbf{III}) \quad \operatorname{Nes}(\widetilde{\mathbf{y}}_i \supset \widetilde{\mathbf{a}} x_i) \geq \alpha$ 

$$\leftrightarrow \qquad y_i - p(x_i) \le L^{-1}(\alpha) e_i^{\perp} - L^{-1}(1 - \alpha) q^{\perp}(x_i)$$
 (21)

$$-\bar{y}_{i} + \bar{p}(x_{i}) \leq L^{-1}(\alpha) e_{i}^{R} - L^{-1}(1 - \alpha) q^{R}(x_{i})$$
 (22)

ここで、制約集合(I)-( $\Pi$ )は、それぞれ、『 $\tilde{y}_i$  が  $\tilde{a}x_i$  と等しい可能性、 $\tilde{y}_i$  が  $\tilde{a}x_i$  に含まれる必然性、 $\tilde{y}_i$  が  $\tilde{a}x_i$  を含む必然性の度合いが、それぞれ、 $\alpha$  以上であるような、ファジィパラメータベクトル  $\tilde{a}$  を構成するベクトル  $\tilde{a}$ ,

-a, c<sup>L</sup>, c<sup>R</sup> の集合』であると解釈できる。

さて、通常の線形回帰モデルのパラメータは、たとえば、

$$\min_{\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{n+1}} \sum_{i=1}^{k} |y_i - ax_i|, \qquad (23)$$

すなわち

min 
$$\sum_{i=1}^{k} z_i$$

subject to 
$$-y_i + ax_i \le z_i$$
,  $i=1,...,k$  (24)  
 $y_i - ax_i \le z_i$ ,  $i=1,...,k$ 

を解くことにより求められることに注意しよう。そこで、問題(24)の制約式と定理 1 の(I)-(I)との対応関係を考慮すれば、指標(I)-(I)に対応して、ファジィ線形回帰モデルを求めるための問題  $P_1(\alpha)$ - $P_3(\alpha)$ を、それぞれ、次のように構成することができる。

 $P_1(\alpha)$  min  $J(a,\bar{a},c^L,c^R)$ 

subject to 
$$Pos(\tilde{y}_i = \tilde{a}x_i) \ge \alpha$$
,  $i=1,...,k$ ,  $c^L$ ,  $c^R \ge 0$ 

 $P_2(\alpha)$  min  $J(a, \bar{a}, c^L, c^R)$ 

subject to Nes(
$$\tilde{y}_i \subset \tilde{a}x_i$$
)  $\geq \alpha$ , i=1,...,k,  $c^L$ ,  $c^R \geq 0$ 

 $P_3(\alpha)$  max  $J(a,\bar{a},c^L,c^R)$ 

subject to 
$$\operatorname{Nes}(\tilde{y}_i \supset \tilde{a}x_i) \ge \alpha$$
,  $i=1,\ldots,k$ ,  $c$ ,  $c$   $\ge 0$ 

$$J(a,a,c^{L},c^{R}) = \sum_{i=1}^{k} \{q^{L}(x_{i})+q^{R}(x_{i}) + (p(x_{i})-p(x_{i}))\}$$
 (25)

はファジィ線形回帰モデル ãx のあいまい度を表す関数である。

このように定式化された問題  $P_1(\alpha)$ - $P_3(\alpha)$ は、明らかに線形計画問題[3]であり、線形計画法により容易に解くことができる。ここで、 $P_1(\alpha)$ - $P_3(\alpha)$ において、決定変数は  $x_{i,j}$ ではなく、 $a_{j,j}$ , $a_{j,j}$ , $c_{j,j}$ , $c_{j,j$ 

さらに、通常の数はファジィ数の特別な場合であることを考慮して、

$$y_i = y_i = \bar{y}_i, e_i^L = e_i^R = 0, i=1,...,k$$
 (26)

$$a = (a_0, a_1, ..., a_n), a_j = \bar{a}_j, j=0,...,n$$
 (27)

とおいて、定理 1 の(I),(II)に代入すれば、 $P_1(\alpha)$ ,  $P_2(\alpha)$  の特別な場合として、通常の出力データに対するファジィ線形回帰モデルを求める問題 $P_4(\alpha)$ を次のように定式化できる。

 $P_4(\alpha)$  min  $J(a,a,c^L,c^R)$ 

subject to 
$$-y_i + ax_i \le L^{-1}(\alpha)q^L(x_i)$$
,  $i=1,...,k$   
 $y_i - ax_i \le L^{-1}(\alpha)q^R(x_i)$ ,  $i=1,...,k$ ,  $c^L$ ,  $c^R \ge 0$ 

 $P_4(\alpha)$  は、田中らの提案した通常のデータに対する可能性線形回帰モデルを求めるための問題[5]の若干の一般化になっていることがわかる。

 $P_i(\alpha)$ の最適解における目的関数値を $J_i(\alpha)$ , i=1,2,3,4 とすれば、 $J_1(\alpha) \le J_2(\alpha)$  が成立し、通常のデータに対しては  $J_1(\alpha) \le J_4(\alpha) \le J_2(\alpha)$  が成立することが示される。

また、モデルとデータの間の適合度を表すと考えられる $\alpha$ の値と、ファジィ線形回帰モデル  $\tilde{a}x$  のあいまい度を示す  $J_i(\alpha)$ , i=1,2,3,4 との関係は、感度解析[4]の立場から考察すれば、次の定理に与えられる。

#### 【定理2】

 $P_1(\alpha)$ -  $P_3(\alpha)$ は、それぞれ、一意的な最適解( $a,\bar{a},c^{\perp},c^{R}$ )をもち、非退化条件を満たしていると仮定する。この時、 $P_1(\alpha)$ - $P_3(\alpha)$  の最適解において、

それぞれ、次の関係が成立する。

$$\frac{\partial J_{1}(\alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{\partial L^{-1}(\alpha)}{\partial \alpha} \sum_{i=1}^{k} \left\{ \pi_{i}^{1}(e_{i}^{R}+q^{L}(x_{i})) + \lambda_{i}^{1}(e_{i}^{L}+q^{R}(x_{i})) \right\}$$
(28)
$$\frac{\partial J_{2}(\alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial L^{-1}(1-\alpha)}{\partial \alpha} \sum_{i=1}^{k} \left\{ \pi_{i}^{2}e_{i}^{L} + \lambda_{i}^{2}e_{i}^{R} \right\}$$

$$-\frac{\partial L^{-1}(\alpha)}{\partial \alpha} \sum_{i=1}^{k} \left\{ \pi_{i}^{2}q^{L}(x_{i}) + \lambda_{i}^{2}q^{R}(x_{i}) \right\}$$
(29)
$$\frac{\partial J_{3}(\alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{\partial L^{-1}(\alpha)}{\partial \alpha} \sum_{i=1}^{k} \left\{ \pi_{i}^{3}e_{i}^{L} + \lambda_{i}^{3}e_{i}^{R} \right\}$$

$$\frac{\partial L^{-1}(1-\alpha)}{\partial \alpha} \sum_{i=1}^{k} \left\{ \pi_{i}^{3}q^{L}(x_{i}) + \lambda_{i}^{3}q^{R}(x_{i}) \right\}$$
(30)

ここで、 $\pi$ ,  $\lambda$ ,  $i=1,\ldots,k$ ,  $\ell=1,2,3$  はそれぞれ制約式(17)-(22)に対応するシンプレックス乗数を表す。

和多田ら [7] は、田中らの提案した MIN 問題に基づいて、ファジィ時系列モデルを構成し、1973年から1976年にかけての大型小売店の販売額の分析を行った。 これに対して、本稿では、定式化した3種類の問題 $P_1(\alpha)$ - $P_3(\alpha)$ に基づいて、1982年から1985年の間の大型小売店の販売額を分析し、将来の予測を行ったが、この応用例については、紙面の都合上、当日述べることにする。

#### 参考文献

- [1] D. Dubois: "Linear Programming with Fuzzy Data" Analysis of FUzzy Information, Vol.3, (Ed. by J. C. Bezdek) CRC Press, pp. 241-263 (1987).
- [2] D. Dubois and H. Prade: Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press (1980).
- [3] 坂和正敏:線形システムの最適化(一目的から多目的へ),森北出版 1984年.
- [4] 坂和正敏: 非線形システムの最適化(一目的から多目的へ), 森北出版 1986年.
- [5] 田中・上嶋・浅居: "ファジィ関数による線形回帰モデル"、日本オペレーションリサーチ学会論文誌、25, pp.162-173 (1982年).
- [6] 田中・和多田・林:ファジィ線形回帰分析の3つの定式化、計測自動制御学会論文集,22,pp.1051-1057 (1986年)
- [7] 和多田・田中・横山・浅居: ファジィ時系列モデルとその予測問題への応用 日本経営工学会誌,34 pp.180-186 (1983年).

# ファジイクラスタリングを応用した教材分析

Instructional Analysis Applying Fuzzy Clustering

勝又保雄\*,山下 元 \*\*, 津田 栄 \*\*\*
Yasuo KATSUMATA\*, Hajime YAMASHITA\*\* and Ei TSUDA\*\*\*
\* 目黒高校, \*\* 早稲田大学, \*\*\* 国学院高校

#### Abstract

We often represent the inexact phenomena regarding mental process and cognition as fuzzy graph  $S_s$ . In order to clarify the cluster of the concept for a instructional matter, we should analyze and classify the structure of the graph  $S=(s_{ij})$ .

For this analysis, we define the similarity index  $s_{ij}$  between the instructional node i and j based on the test data, and construct the partition tree by using the reachability matrix  $\hat{S}$  of the fuzzy graph S.

Furthermore, we define the relation index  $t_{AB}$  from the cluster A to B, which enable us to make the ordering between the clusters.

We have applied this clustering and ordering analysis and obtained a lot of interesting results concerning Mathematics.

In this paper, we discuss the analysis method and present the case study of its application in Mathematics.

## 1. はじめに

ファジイ理論は,人間の行動,認識などに関する確定しにくい情報(ファジイ情報)を解析 し,意志決定を行う理論で,近年,教育,心理などにも応用されるようになった。

実際,項目の類似性や順序性をファジイグラフで表し,分割樹形図による分析を行えば,大域的な関係が明確になる。

本稿では、テストやアンケートのデータを用いて、項目、被験者の類似性、順序性の分析法 および数学教材の事例研究について述べる。

#### 2. 関連係数,類似係数

命題 x, yの真理集合を X, Y,

$$n(X \cap Y) = a, n(X \cap \overline{Y}) = b$$

$$n(\overline{X} \cap Y) = c, n(\overline{X} \cap \overline{Y}) = d$$

$$a + b + c + d = n$$

とする。

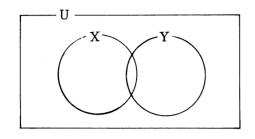


図 2.1 真理集合

x y	1	0	計
1	a	b	a + b
0	С	d	c + d
計	a + c	b + d	n

図 2.2 クロス集計表

命題  $y \to x$  は c=0 のとき真であり、命題 x と命題 y は b=c=0 のとき同値である。 命題  $y \to x$  が真であるファジイネスを  $f(y \to x)$  で表すと、命題  $y \to x$  と対偶命題  $\overline{x} \to \overline{y}$  のファジイネスは、

$$f(y \rightarrow x) = \frac{a}{a+c}, f(\overline{x} \rightarrow \overline{y}) = \frac{d}{c+d}$$

となり、異なった値を示す。ここで、命題xが命題yの前提 $(x \rightarrow y)$ であることのファジイネス $f_{xy}$ (関連係数)を次のように定義する。

定義 2.1  $f_{xy} = \lambda f(y \Rightarrow x) + \mu f(\overline{x} \Rightarrow \overline{y}), \lambda + \mu = 1$ 

$$=\lambda \frac{a}{a+c} + \mu \frac{d}{c+d}$$

ここで,加重平均を考慮し,

$$\lambda = \frac{a + c}{(a + c) + (c + d)}$$

とすると,

$$t_{xy} = \frac{a + d}{(a + c) + (c + d)} \in [0, 1]$$

ただし, b = n のときは  $f_{xy} = 1$  とする。

次に、命題xとyが同値であるファジイネスsxy (類似係数)を次のように定義する。

定義 2.2 
$$s_{xy} = \alpha t_{xy} + \beta t_{yx}$$
 ( $\alpha + \beta = 1$ )

ここで,加重平均を考慮し,

$$\alpha = \frac{(a+c)+(c+d)}{\{(a+c)+(c+d)\}+\{(a+b)+(b+d)\}}$$

とすると,

$$s_{xy} = \frac{a+d}{n} \in (0, 1)$$

これは、一致係数(柳井[1])ともよばれるもので、一般に 1 から距離  $d_{xy}=(b+c)/n$ をひいたもので定義される。

類似係数 s<sub>xy</sub> , 関連係数 t<sub>xy</sub> , 相関係数  $\phi_{xy}$  は次の性質をもつ。

定理 1 
$$s_{xy} = 1 \iff x = y$$
 (真偽が一致)

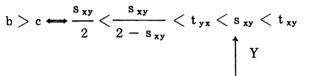
定理 2  $s_{xy} = s_{yx}$ 

定理 3 
$$s_{xz} + s_{yz} - 1 \le s_{xy} \le 1 - |s_{xz} - s_{yz}|$$

定理 4 
$$s_{xy} > 0.5$$
,  $a \land d > b \land c \Rightarrow \phi_{xy} > 0$   
-  $d_{xy} / (1 + s_{xy}) \le \phi_{xy} \le s_{xy} / (1 + d_{xy})$   
 $\phi_{xy} \sim 2 s_{xy} - 1$ 

定理 5 
$$1/t_{xy} + 1/t_{yx} = 2/s_{xy}$$

定理6



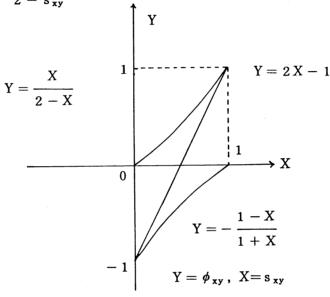


図 2.3 øとsの関係

これらの性質を用いることによって,項目の類別や順序づけが可能になる。

### 3. クラスタリング分析

2値のベクトル (n人の被験者による項目の 2値データ)を  $x=(x_k)$ ,  $y=(y_k)$ ,  $1 \le k$   $\le n$  とすると,このクロス集計表は図 2.2 と一致する。

ここで,類似係数行列  $S=(s_{xy})$ は,項目 x と y の間に類似のファジイ度  $s_{xy}$  (定義2.2)をもつファジイ行列 S (図 3.1 )は,ファジイグラフとして表すと,図 3.2 のようになる。

$$\mathfrak{S} = \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0.7 & 0.6 & 0.4 \\ 0.7 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.6 & 0.3 & 1 & 0.8 \\ 0.4 & 0.3 & 0.8 & 1 \end{array}\right)$$

図 3.1 ファジイ行列 S

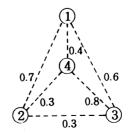


図3.2 ファジイグラフS

ファジィ行列 S の推移包(可達行列) S は,反射律(定理 1 ),対称律(定理 2 ),推移律 (max - min 推移律)をみたすので,行列 S で与えられる関係 R は,ファジィ同値関係 (西田[2], 投居[3], 寺野[4])となる。

さらに、ファジィ行列🕏のα-カット行列を

$$\hat{S}^{\alpha} = (\hat{s}_{xy}^{\alpha}), \hat{s}_{xy}^{\alpha} = \begin{cases} 1 & (\hat{s}_{xy}^{\lambda} \ge \alpha) \\ 0 & (\hat{s}_{xy}^{\lambda} < \alpha) \end{cases}$$

で表すと,行列☆αで与えられる関係 Rαは同値関係となる。

したがって、ファジイ商集合  $X/R_{\alpha}$ は、 $\alpha$ 以上の類似度をもつベクトル(項目)を 1 つのクラスター(同値類)としており、 $\alpha$  を変化させることにより、図 3.4 のような分割樹形図(Partition Tree)が得られる。

分割樹形図により、ベクトル(項目)のクラスターの分岐する過程が分析され、大域的な類別が可能になる。

0.6 0.6 0.8 1 1 2 3 4 X/R<sub>0.8</sub> X/R<sub>0.7</sub>

図 3.3 推移包贷

図 3.4 分割樹形図

#### 4. クラスターの関連分析

分割樹形図による分析によって得られたクラスター間の関連を、 $t_{xy}$ を用いて分析する。関連係数行列  $T=(t_{xy})$ は、項目 x と y の間の関連のファジイ度  $t_{xy}$ (定義 2.1)をもつファジイ行列  $T=(t_{xy})$  と考えられる。ファジイ行列 T(図 4.1)は、ファジイグラフとして表すと、図 4.2 のようになる。

$$\underline{T} = \begin{pmatrix}
1 & 0.78 & 1.00 & 1.00 \\
0.64 & 1 & 0.43 & 0.60 \\
0.43 & 0.23 & 1 & 1.00 \\
0.25 & 0.20 & 0.67 & 1
\end{pmatrix}$$

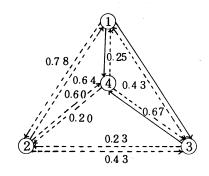


図 4.1 ファジイ行列 T

図 4.2 ファジイグラフ T

クラスター  $A = \{ a_1, a_2, ..., a_m \}$  から  $B = \{ b_1, b_2, ...b_n \}$  への関連係数  $T_{AB}$  は、  $a_i$ 

 $\in$  Aから $b_j$   $\in$  Bへの関連係数  $t_{a_ib_j}$  の平均値で測定される。

定義 4.1 
$$t_{AB} = \frac{\sum_{i,j} t_{a_i} t_{b_j}}{m \times n} \in [0, 1]$$

ただし、A = Bであれば  $t_{AB} \leq 1$ とする。

ファジイ商集合  $X/R_{\alpha}=\{c_i\}$ のクラスター関連係数行列を  $T_{\alpha}=(t_{c_ic_j}^{\alpha})$  とする。このとき,分割樹形図で分岐しているクラスター  $c_i$  と  $c_j$  の間に係数  $t_{c_ic_j}^{\alpha} \lor t_{c_ic_j}^{\alpha}$  を,逐次,記入すれば,通常,関連係数付き分割樹形図が作成され,クラスターの順序性が分析できる。

図 3.4 の分割樹形図に関して, $X/R_{0.6}$ , $X/R_{0.7}$ , $X/R_{0.8}$ , $X/R_{1.0}$  に対応する $\mathcal{X}_{0.6}$ , $\mathcal{X}_{0.7}$ , $\mathcal{X}_{0.8}$ , $\mathcal{X}_{1.0}$  が得られる。次にこれらを用いて,関連係数付きの分割樹形図が形成される。

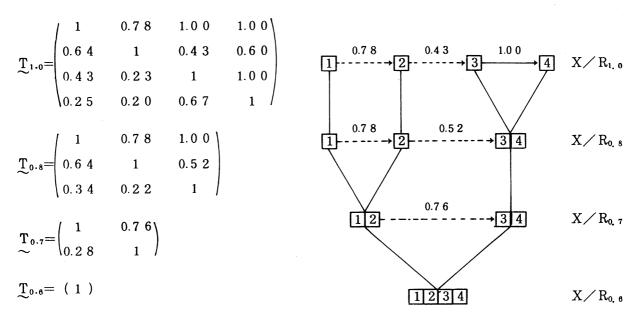


図 4.3 関連係数付き分割樹形図

## 5. 事例研究

ファジイクラスターの分析を用いた「順列」の教材分析について報告する。順序の授業を実施したあとで、下記の問題でテストを行なった。

テスト問題

問題の内容 用いる公式
(1) 重複順列  $(n^r)$ (2) 円順列 ((n-1)!)(3) 数珠順列  $\left(\frac{(n-1)!}{2}\right)$ (4) 同じ文字を含む順列  $\left(\frac{n!}{p!q!r!\cdots}\right)$ 平均点は,それぞれ $(1)\frac{37}{46}$ , $(2)\frac{36}{46}$ , $(3)\frac{23}{46}$ , $(4)\frac{30}{46}$ である。

テストデータから、図 5.1 の類似構造グラフ $\mathbb S$ 、図 5.2 の $\mathbb S$ 、分割樹形図、図 5.3 の $\mathbb T$ 、 $\mathbb T_{\alpha}$  および関連係数付き分割樹形図が得られる。

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0.7 & 6 & 0.6 & 1 & 0.5 & 4 \\ 0.7 & 6 & 1 & 0.7 & 2 & 0.6 & 1 \\ 0.6 & 1 & 0.7 & 2 & 1 & 0.5 & 4 \\ 0.5 & 4 & 0.6 & 1 & 0.5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

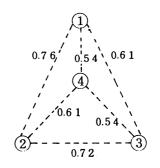


図 5.1 類似構造グラフ

$$\widehat{\mathbb{S}} = \begin{pmatrix} 1 & 0.76 & 0.72 & 0.61 \\ 0.76 & 1 & 0.72 & 0.61 \\ 0.72 & 0.72 & 1 & 0.61 \\ 0.61 & 0.61 & 0.61 & 1 \end{pmatrix}$$

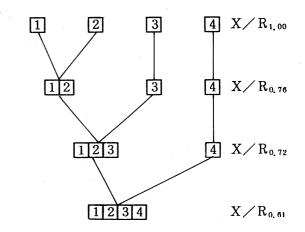


図 5.2 分割樹形図

$$\underline{T}_{1.0} = \begin{pmatrix}
1 & 0.78 & 0.65 & 0.64 \\
0.74 & 1 & 1.00 & 0.70 \\
0.47 & 0.56 & 1 & 0.57 \\
0.47 & 0.54 & 0.64 & 1
\end{pmatrix}$$

$$\underline{T}_{0.76} = \begin{pmatrix}
1 & 0.83 & 0.67 \\
0.52 & 1 & 0.57 \\
0.51 & 0.64 & 1
\end{pmatrix}$$

$$\underline{T}_{0.72} = \begin{pmatrix}
1 & 0.64 \\
0.55 & 1
\end{pmatrix}$$

$$\underline{T}_{0.61} = (1)$$

図 5.3 関連係数付き分割樹形図

考察

(1) ③, ④はレベル 0.76 以上では、③が上位項目となっているが、レベル 0.72 では、④が上位項目である。これは、下位項目である①、②と③が同じクラスターに属することが原因で

- あり、社会現象一般によく見られることでもある。
  - (2) レベル 1.00 で、 $2 \xrightarrow{1.00}$  ③から③は完全に②の上位項目であることが確認できる。
- (3) レベル 0.76 で,すべて単独のクラスターに分岐することから、各項目の独立性が高いと考えられる。

以上の結果から、教授順序として、 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$   $\rightarrow 4$  が妥当であることが検証された。

#### 4. おわりに

ファジイ情報分析の尺度として,類似係数,関連係数付き分割樹形図を提案した。

関連係数付き分割樹形図により、テストやアンケート項目の類別と順序づけが同時に分析される。

本稿では、クラスター分析(津田[11],[13])の拡張として,順序性をもつ類別法を論じた。なお、項目の順序性分析については、山下の近似三値法(山下[6],[8],[9]),μ(片連結度)ーカット法(勝又[12],山下[14])などのオーダリング分析が考察,開発されており,教材分析に有効な結果が得られている。

#### 参考文献

- [1] 柳井,岩坪:複雑さに挑む科学,構談社,1976.
- [2] 西田, 竹田:ファジイ集合とその応用, 森北出版, 1978.
- 〔3〕 浅居,ネゴイタ:あいまいシステム理論入門,オーム社,1978.
- [4] 寺野,浅井,菅野:ファジイシステム入門,オーム社, 1987.
- [5] 洲之内,山下,祝原,森岡:教材の構造解析,科学教育研究 Vol. 11 Ma 1, 1987.
- [6] 山下,洲之内,滝沢,祝原:Approximate Expression of a Fuzzy Graph and its Application 22nd ETIC, 1987.
- [7] 山下, 森岡: On the Global Structure of a Fuzzy Graph, Analysis of Fuzzy Information, CRC Press, Florida, 1988.
- [8] 山下,勝又,津田:ファジイグラフの近似システムと応用,ファジイシステムシンポ ジウム S5,1987
- [9] 勝又, 津田, 山下: ファジイグラフの近似グラフと応用, 日本数学教育学会論会, B 7, 1987.
- [10] 山下,勝又,津田:ファジイグラフの近似と応用,日本数学会大会,1988.
- [11] 津田,勝又,山下:テストのファジイクラスター分析,日本数学会大会,1988.
- [12] 勝又, 準田, 山下, 竹谷: Computer-Assisted Approximate Ordering of a Fuzzy Graph, 5th I.C.T.E., 1988.
- [13] 津田,勝又,山下: Instructional Cluster Analysis Applying Fuzzy Graph, 23rd ETIC, 1988.
- [14] 山下: Fuzzy Clustering and Ordering in Instructional Analysis, 7th NAFI-PS, 1988(to appear).

# ファジイ I S M における相互連関行列 の効率的生成アルゴリズム

AN EFFICIENT ALGORITHM FOR GENERATING THE INTERCONNECTION MATRIX OF FUZZY ISM

# 大内 東、加地郁夫

Azuma OHUCHI and Ikuo KAJI

# 北海道大学工学部情報工学科

Department of Information Engineering, Faculty of Engineering, Hokkaido University

## **ABSTRACT**

ISM (Interpretive Structural Modeling) proposed by J.N.Warfield is an interactive computer-aided method by which, through binary resonses of a panel, it is possible to impart a relational structure to complex systems. Warfield's method bas been extended by Ragade to the case when the panel's answers are graded, i.e., R is a fuzzy reflexive and max-min transitive relation. In this paper, the second phase of the embedding process of the fuzzy ISM in which a reachability matrix of an interconnection matrix is developed to aid the solution process is considered. It is proved that the complete implication matrix is obtained by squaring the adjacency implication matrix. Then a procedure for calculating the complete implication matrix in  $O((st)^3)$  is presented, where s and t are the number of element of two known submatrices.

## 1. はじめに

ISM (Interpretive Structural Modeling) は、システム要素間の関係に注目し、システム構造を明確にする構造モデリングの代表的手法の一つである。

[11 [2] ISMではシステム構成要素集合とその上の反射的かつ推移的二項関係(擬順序)に着目し、要素対の相互関係から全体の構造を把握しようとする。
従来のISMでは、「要素 s i は要素 s i と R の関係にあるか?」というコンピュータからの質問に対して、「Yes」または「No」で答え、システム構造を2値行列で表現していた。しかし、実際の応用において、「Yes」または「No」で答えるのではなく、関係の強さを考慮したい場合や、はっきりと「Yes」または「No」で答えることができない場合も多い。

Ragade [4] は、この点に関してISMを拡張し、要素間の2項関係の有無をファジイ化したファジイISMを提案している。本研究は、ファジイISMにおいて重要な相互連関行列について考察したものである。すなわち、基本相互連関行列を既知の要素で表現し、その推移的閉包である完全相互連関行列を陽に求め、この結果を使って完全相互連関行列を生成する効率的アルゴリズムを

# 提案する。

# 2. 諸定義

- $\cdot S = \{s_1, s_2, \cdot \cdot \cdot s_n\}$  : システム要素集合.
- ・N=システム要素集合Sに対応する添字集合。
- ・ファジイ行列M:関係Rの強さの度合を表わす数値を要素とする行列; s i、 s jに対して、 $0 \le m_{1,1} \le 1$ 。
- ・ファジイ行列Mに対して反射性、推移性を次のように定義する。

反射性: m; i = 1 、for all i。

推移性: mij=mex [min (mik, mkj)] for all i,j,k.

ファジイ行列A、Bに対して次の演算を定義する。

•	a; · b pq = min [a; , b pq]	(1a)
•	$a_{ij} + b_{pq} = \max [a_{ij}, b_{pq}]$	(1b)
•	$(AB)_{ij} = \max [\min (a_{ik}, b_{kj})]$	(1c)
•	$(A + B)_{ij} = \max [a_{ij}, b_{ij}]$	(1d)
•	ファジイ行列がファジイ可到達行列であるための条件は	
	M = M + I ,	(2a)
	$M^2 = M_{\bullet}$	(2b)

# 3.ファジイISM過程

ファジイISM過程は具象化、構造化、描画の3つの過程からなる。

## (1) 具象化過程

ひとつの要素を選び、その要素と他のすべての要素との一対比較をおこなって、ファジイ可到達行列を求める。

#### (2)構造化過程

ファジイ可到達行列をレベル集合Rによって分解した後(ファジイ可到達行列を2値行列に変換)、同値類分割、パート分割、レベル分割、をおこなう。

## (3) 描画過程

構造化の結果を階層グラフで表現する。

# 4. ファジイ具象化

ファジイ可到達行列を対話的に作成する具象化過程は2つのフェイズに分けて行なう。

# 4.1 第1フェイズ

「要素 $s_i$ は要素 $s_j$ とRの関係にあるか?」という質問に対して、関係の強さの度合いを、 $m_{ij}$  ( $0 \le m_{ij} \le 1$ ) の値としてモデル生成者が入力する。この結果システム要素集合を次の4つの部分集合に分割する。(図1)

上位集合 :		L (si	) =	$\{ s_{j}; m_{ij} > 0 \}$	(3a)
下位集合:	]	D (si	) =	$\{ s_{ij}; m_{ij} = 0, m_{ii} > 0 \}$	(3b)
強連結集合:	. ]	F (si	) =	$\{ s_{ij}; m_{i\cdot j} > 0, m_{j\cdot i} > 0 \}$	(3c)
無関係集合:	,	V (s <sub>i</sub>	) =	$\{ s_j; m_{ij} = m_{ji} = 0 \}$	(3d)
このような家	\$字红	集合の分	割以	こ対応し、Mを図2のようにプロ	ック化する。

知のファジィ可到達行列(正方行列でそれぞれs次、t次の行列)X, Y は未知の行列(それぞれsxt、txs)である。

Mは可到達行列でなければならないので、部分行列A、B、X、Yは以下の条件を満たさなければならない。

$$A^2 + XY = A (5a)$$

$$YA + BY = Y \tag{5b}$$

$$AX + XB = X (5c)$$

$$YX + B^2 = B \tag{5d}$$

今の場合、X = 0となるので(5)式は以下のようになる。

$$A^2 = A \tag{6a}$$

$$B^{2} = B \tag{6b}$$

$$YA + BY = Y \tag{6c}$$

(6a)、(6b)はA、Bが可到達行列であることから恒等的に成立する。よって、(6c)式を満たすようにYを決定することが必要である。

行列Yの第i行をRiと書き、ベクトルZを

$$z = (R1, R2, \cdot \cdot \cdot, Rs) T \tag{7}$$

と定義し、(6c)を行列形式で表現すると次のように書ける。

$$z = P z \tag{8}$$

ある $Z_1$ の値が決定したとき、 $Z_3$ 、i=jは(8)式を満たすように決らなければならない。 $Z_3$ の範囲が決ると、 $Z_k$ の範囲が決る。以下同様に、他のZの要素の範囲が決定できる。 $Z_1$ が他のすべての未知要素に及ぼす影響は、Pの推移的閉包Qを求めることにより明らかになる。[4] Pの推移的閉包をQとすると(9)式となる。

$$z = Q z \tag{9}$$

以下でQを陽に求める。

「補助定理1]

行列Pの添字R、R、の部分ブロックはP・・・」は次ぎのように表現できる。

$$P^{i,j} = \delta(i,j) A^{T} + \overline{\delta}(i,j) b_{ij} I$$
 (10)

(証明)実際に計算すればよい。

[定理1]

Pの推移的閉包をQとする。

$$Q = P^2 \tag{11}$$

(証明)  $P^2 \triangleright P^3$ を実際に計算し、比較すると $P^2 = P^3$ がいえる。

[系1]

$$Q^{i,j} = \delta (i, j) A^{T} + \overline{\delta} (i, j) b_{ij} A^{T}$$
 (12)

(証明) 定理1の証明の過程から導かれる。

5.2 完全相互連関行列の生成アルゴリズム

定理1と系1の結果を利用して、Qを生成するアルゴリズムを構成することができる。

{完全相互連関行列の計算アルゴリズム}

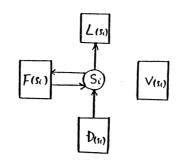


図 1. 有向グラフにおける  $Si \in L(si)$ . F(si). D(si) および V(si)の位置づけ

		L(s	()	•		
		L-F	F(Sc)	Si	V(sc)	D(sc)
L(s;){	L-F	ML F,1-F	0	0	0	0
(	Foo	MF.1-F	Mff	RF	0	0
	Si	Pe-F	PF	1	0	0
	V(Sε)	MyLF	0	0	Mvv	0
	D(si)	Мь	L	R.	Mov	Мьь

田2、アジイ可到達行列の分割

図2においてMは、(1)質問の答えから直接埋る部分、(2) Mの推移性から埋る部分、(3) いずれでもない部分、に分けられる。

(1)はf:行とk:列である。(2)のうち、値が0と確定する部分と仮に値を決めておく部分がる。後者は、 $M_{F, L-F}$ 、 $M_{FF}$ 、 $M_{D, L}$ である。(3)の部分は $M_{L-F, L-F}$ 、 $M_{VV}$ 、 $M_{DD}$ 、 $M_{V, L-F}$ 、 $M_{DV}$ である。

# 4.2 第2フェーズ

次章で述べる相互結合理論により、 $M_{V,L-F}$ 、 $M_{DV}$  のとりうる値の範囲を限定でする。

# 5. 相互結合理論

# 5.1 完全相互連関行列

 $M_{V, L-F}$ 、 $M_{DV}$  の値の範囲を決める具象化過程のフェーズ 2 は次のように一般化して考えることができる。

$$M = \begin{bmatrix} A & X \\ Y & B \end{bmatrix} \tag{4}$$

(4)式ににおいて、行列Mはファジイ可到達行列であることが要請されるとする。また、行列A、B、X、Yは求めようとするMの部分行列で、A、Bは既

- 1.行列Aの転置行列ATを求める:
- 2.行列Bの対角要素にATを代入する;
- 3.行列Bの非対角要素には、その要素とATとの積を代入する;

Ragadeの方法では $P^{k-1}=P^k=P^{k+1}$ (k < s t)となるまでPの冪乗を計算し、加える計算を行なうので、計算量はO((s t)  $^3$ )である。また、Pの推移的閉包を一般化VarshallのPルゴリズムにより計算することもできる。このときの計算量もO((s t)  $^3$ ) である。一方、提案したPルゴリズムではO((s t)  $^2$ ) で計算できる。

# 5.3 未知数の値の決定

(9)式を成分で書く。

$$z_i = (q_{ik} z_k) \tag{13}$$

(13)式から、 $z_1$ の値によって次ぎのようにして  $z_k$ の取り得る値の範囲が決る。  $q_{1k}$  、k=1 , . . , c-1 (c=st)を大きい順に並べる。

$$1 \ge q_{ik_1} \ge q_{ik_2} \ge \dots \ge q_{ik_{c-1}} \ge 0 \tag{14}$$

- 1. if  $z_i > q_{ik_1}$ , then  $z_{k_j}$ , j = 1, . . . , c 1 は任意.
- 2. if  $q_{ik_1} \ge z_i \ge q_{ik_2}$ , then  $z_i \ge z_{k_1}$ 、かつ $z_{k_j}$ ,  $j = 2, \ldots$ , c-1は任意.
- 3. if  $q_{ik_2} \ge z_i \ge q_{ik_3}$ , then  $z_i \ge z_{k_1}$ 、 $z_i \ge z_{k_2}$ 、かつ $z_{k_j}$ , j = 3, . . . , c-1 は任意.

## 6. おわりに

ファジイISMにおける具象化過程の第2フェーズについて考察した。このフェーズが2つのファジイサブシステムの結合問題において、X=0の特別な場合であることを示し、完全相互連関行列Qが基本相互連関行列Pの2乗で計算できることを証明し、この結果を利用して、QをO((st)²)で計算するアルゴリズムを提案した。

現在、X=0の場合についてPやQがどのようになるかを研究中である。

# 参考文献

[1]J.N.Warfield, "Societal Systems; Planning, Policy and Complexity. New York: Wiley, 1976.

[2]J.N.Warfield, "Implication Structures for System Interconnection Matrices", IEEE Trans.Syst., Man, Cybern., vol.SMC-6, pp18-24, 1976.

[3]A.Ohuchi, et.al., "A Theorem and A Procedure for The Complete Implication Matrix of System Interconnection Matrices", IEEE Trans.Syst., Man, Cybern., vol.SMC-14, pp545-550, 1984.

[4]R.K.Ragade,"Interpretive Structural Modeling", J. of Cybern., Vol.6, pp. 189-211, 1976.

# Fuzzy理論による簡単な構造化の応用例 -教育への応用を例に-

An Application of Simple Structuring Uzing Fuzzy Theory
- An Example of the Application to Education -

# 松原 勇

# Isamu MATSUBARA

# 金沢経済大学

Kanazawa College of Economics

#### ABSTRACT

It had been used ISM method by which the graph theory was used to the analysis of a structure. The impossibility however had been caused in the application of two values theoretical analysis to the vague relationship. Then, fuzzy theory was applied to the path of the relational structure graph by the learning elements. So the author try to make improvement on ISM method using fuzzy theory.

# 1. まえがき

最近になって、人間のあいまいさを考慮に入れた応用システムにファジィ (Fuzzy) 理論を用いることが盛んに行われるようになった。ファジィ理論はザデー (L. A. Zadeh) によって1965年に提唱され  $^{(1)}$  、現在では自動制御、エキスパートシステム、ロボットといった各分野に応用  $^{(2)}$  されている。一方、学習要素間の構造の分析についての手法が佐藤 (ISM法)  $^{(3)}$  や竹谷 (IRS法)  $^{(4)}$  によって提唱され、それらの応用例や改良も数多く報告されている。また、筆者も学習要素間の構造や結びつきから指導順序を決定して一応の成果  $^{(5)}$  をおさめたが、人間のあいまいな対応や学習要素間のあいまいな関係についての吟味はあまりされていなかった。そのため、学習要素間の関連についてもファジィグラフを用いたFSM (Fuzzy Structural Modeling)法  $^{(6)}$  が考案されている。また、ファジィ理論の教育への応用についても同様な手法を用いていくつかの報告  $^{(7)$  、 $^{(8)}$  、 $^{(9)}$  がある。

本稿では、2.に授業における意思決定の過程についてファジィ理論を導入する必要性を述べ、3.で授業設計への応用の一例を提案し、4.でその簡単な試作システムと使用例を紹介することにする.

# 2. 授業における意思決定の過程

授業において大きな問題から小さな問題まで個人あるいはクラス全体として、いたるところで常に意思決定をしなくてはいけない。授業の成果は教師が決定した意思の総合的な結果といえよう。その決定がよかったかどうかは卒業さらには数年後をまたねばならないことが多いが、とにかくその時にできるだけ良いと思われる決定をせねばならない。監督の決定が間違ったがために敗戦となる野球の試合もよくあるのと同様に教師の決定がまずかったためによい結果をのこせない場合も多い。そのために授業及び日常の指導においても絶えず何らかの意思決定に迫ら

れている。日常生活における個人の意思決定では、その結果の社会的な影響はそれほど大きくない。しかし、授業 における教師の意思決定が生徒に与える影響は極めて重要である。

決定に当たって、とりうる手のことを代替え案というが、それがただ一つであれば全く選択の自由はない. しかし現実には一般に多くの代替え案が考えられ、その時に必ず意思決定の問題がおこる. しかし、環境条件(教えなければならない内容や教えるのに与えられた時間等の環境)が悪くなればなるほど代替え案の個数は限られてきて、そのうちで最善の手を選んだとしても、その結果はたいしてよくならない. 従って意思決定の時期は極めて重要である. 特に、授業は何段階にもわたる多段決定の問題なので、最初の決定に失敗すれば、それが最後まで命取りになりかねない、そのため、授業の前にあらかじめ全体を見通して考えておくのがダイナミックな考え方である.

意思決定を必要とする時,個々の環境や条件が確実にわかっていることはめったにない.多くの不確定要素が介在している.そのことは,ある一つの決定を行ったとしても,その結果が一通りに決まるとは限らないことを示している.しかし,どのようになるかがわからなければ全く意思決定ができないかというとそうではない.起こりうる種々の可能な結果がわかっていればよい.この不確定要素は過去のデータ(テストの結果 $^{(4)}$ やアンケートの結果 $^{(7)}$ )から,人間の平均的な合理的行動というものが与えられていれば,それを環境条件として取り扱っていくことも可能であるが,一般にはそのような情報が予め与えられていることはきわめてまれなことであるので,教師の経験などといったものから出発するあいまいな(ファジィ的な)環境条件を考えることになる.

また、決定に当たっては何を目標にするかという目標の設定がまず必要である。場合と状況に応じて、最も適切な目標を設定せねばならない。しかし、目標が「・・・大学合格、共通一次・・・点」といった数量化した形で与えられることは好ましいとはいえない。また教育の理想というものは考えられても、現実の目標となれば、それを確定的に与えることは困難なことが多い。そこで目標としてもファジィなものを考えていく必要が生じてくる。

授業を一つのシステムととらえた場合のモデルは多くの変数によって特徴づけられるが、その変数には、教師の制御しうる変数と、制御できない環境条件とみなすべき変数とがある。教師のとりうる行動は、教師自身の制御しうる変数をどのような値に定めるかということである。環境条件が一定であれば、教師の行動によって、その結果が確定する。しかし人間を相手にする授業の場合はそうでなく、制御できない変数によって、教師が同じ行動をとっても種々の結果が起きる。そのとき、教師にできるのは教師自身の制御しうる変数、例えば教材の選択、教える順序の工夫、時間配分や重点の置き方の工夫等を、教える内容や対象に対して最も効果が上がるように授業の前に整理しておくことであろう (10) 。もちろん実際の授業の場での生徒への対応やマインドな面も重要である。以降では授業前の教材の分析を中心に、ファジィ理論を用いた授業設計の一考察について述べることにする。

#### 3. 教材解析への応用例

## 3.1 教材解析をする前に

今回はある一つの授業における学習要素を一つの集合Sとみなし、その学習要素間のあいまいなつながりをファジィグラフで表わすことにする。ファジィグラフは集合Sの要素(ここでは学習要素)と、その要素の $S_i$  のあとに $S_j$  を教えた方がよいというあいまいな 2 項関係に関する帰属度行列(y ンバーシップ関数) $F_{ij}$ で示すことができる。これらの要素及び帰属度行列を授業後のテストの結果やアンケートによって定める方法  $^{(7)}$  が提案されているが、授業を設計しようとする時に、テストやアンケートでのデータが揃っていることは期待できず、また仮にあったとしてもテストの問題やアンケートの内容及び対象がこれから行おうとしている授業内容及び対象とすべて一致していることも少ないので、結局は教師の経験による主観に頼らなくてはいけない場合が多い。そこで、ここでは教師の経験等による主観で処理する場合について述べることにする(もちろん客観的データがある場合も同様な応用が可能である)。主観といっても教師の独断と偏見を意味するものではなく、授業での教材及び教える対象につ

いてできるだけ正確に把握した上での知識や経験である.

#### 3.2 学習要素間の関係の入力

まず学習要素を決める(要素数をNとする). この学習要素を抽出することも教師の主観の入ったあいまいな作業であるが、これは抽出する学習要素が教師によって異なるだけで、学習要素自身のファジィ性は小さいので、今回は一般の集合と同じように扱った.

続いて、入力した学習要素の間のあいまいな前後関係を図 $A \cdot 1$ のような5つをめあすに入力する。その際、人間の感覚を考えて5段階としたが、 $1 \sim 5$ の整数を入力する必要はなく、 $1 \succeq 2$ の間だと思えば1.5を入力することもできる。そのときの入力値をxとすると、帰属度は(x-1)/4とした。

#### 3.3 学習要素の関連構造の分析

FSM法<sup>(6)</sup> ではハイアラキー行列を抽出してファジィグラフを処理していくが、今回は学習要素間の関連構造を示し、指導順序を決めるために帰属度行列を接続行列のように用いてフールクスのアルゴリズム<sup>(11)</sup>と同様な手法で全体の教材構造を分析する。

まず、帰属度のあいまい和Vを帰属度の最大値で、また帰属度のあいまい積へを帰属度の最小値で定義し、これらのあいまい和とあいまい積を用いた行列のあいまい積(つまり行と列の対応要素の最小の最大をとる)を定義する。式で示すと、

$$F_{ij} \vee F_{kl} \vee \cdots = \max(F_{ij}, F_{kl}, \cdots)$$
 (1)

$$F_{ij} \wedge F_{kl} \cdot \cdot \cdot \cdot = \min(F_{ij}, F_{kl}, \cdot \cdot \cdot)$$
 (2)

$$(AB)_{ij} = max(min(A_{ik}, B_{kj}))$$
(3)

こうして計算された帰属度行列のn乗の要素は各要素間のパスの長さがnのあいまいな関係を表わすことが知られている $^{(12)}$ . さらに、 $I \vee F$ の行列を導入する(I は単位行列). 一般に、

$$(I \vee F)^{k} = I \vee F \vee F^{2} \vee \cdots \vee F^{k} \qquad (\because F \vee F = F)$$
(4)

である。ここで、 $\mathbf{k}=\mathbf{N}-1$ とすればこのグラフのすべての路のあいまいさを表わすことができる。実際に行列の積を $\mathbf{N}-1$ 回とるのは不合理なので、 $I \lor F$ の帰属度行列を二乗していき、

$$(I \lor F)^{2^{K-1}} \neq (I \lor F)^{2^K} = (I \lor F)^{2^{K+1}} = A$$
 (5)

と行列が変わらなくなったらやめる(この場合は行列要素が単調増加なので $S_k=\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N((I\vee F)^{2^k})_{ij}$ が変わらなくなったらやめる)ことにより計算時間を短縮した。こうしてできた行列Aを可到達帰属度行列と呼ぶことにする。この行列は要素間のあいまいな構造を表わすものであり,グラフ理論の可到達行列に対応する。

# 3.4 指導順序の叩き台の決定方法

まず、ファジィグラフの構造と順序性を調べるために、しきい値  $\lambda$  (0.5程度)を定めて可到達帰属度行列の要素が  $\lambda$  以上の場合は 1、  $\lambda$  未満の場合は 0 として仮に可到達行列を作成し、従来のグラフと同様に扱う。可到達行列を行要素の和の大きい順に並べ変えた行列を最終行列と呼ぶことにする。また、全体の構造を表わすのに必要でないパスを省いて見やすくしたものをグラフのパターンと呼ぶことにする。

こうして作成されたグラフが直線的なパターンになれば容易に指導順序が定まる. しかし, たいていの場合3.4.1 ~3.4.3のグラフのパターン(5), (13) またはそれらの混合型になるので、それぞれのパターンごとに処理する.

# 3.4.1 独立パターンの対策

まず実際にいくつかの例を処理してみると、独立したグラフがあらわれて、それぞれの独立なグラフ間の順序が全くつけられないため支障がでくることがある。その場合、行列Aから可到達行列を作成するときのしきい値 λを小さくしてパスの数(可到達行列の要素が1となるところ)を増やして再度実行する。この手法により独立なグラフの出現がかなり緩和される。パスの数は可到達帰属度行列の要素の組み合わせの約半数にパスが存在する程度が

よいようである。それでも独立なグラフが残った場合は、各独立グラフのパスの帰属度の和が大きい方が、まとまった学習要素の集合であるので先に教えることにする。

#### 3.4.2 グループパターンの処理

グラフが強連結などにより、いくつかのグループ (同値類) になった場合は、まず前述とは逆にしきい値 λの値を大きくして、適正なグラフにする。それでも残ったものは、その前後の要素との関係を調べ、その関係があいまいでないものを優先させる。

具体的には、同値類内で同値類とn(まずn=1とする)だけ後の要素との関係を調べていきパスのあいまいでない方(つまり $F_{ij}$ の大きい方)を後にし、またnだけ先の要素との関係を同様に調べ、パスのあいまいでない方を先にする。同値類内の要素の中で、先の要素との関係が同じでかつ後の要素との関係も同じものがあった場合、またはどれか1つが先の要素も後の要素とも関係が同じになった場合は、nを順次大きくして計算する。

# 3.4.3 分岐パターンの処理

枝分かれがある場合は、前後の要素との関係があいまいでないパスの多い方が主路と考えられ、その主路から先に教えるべきと考えられる。具体的には、帰属度行列要素の行方向の和と列方向の和の和(パスの数と同等)、 $C_i = \sum_{k=1}^N F_{ik} + \sum_{k=1}^N F_{ki}$ を計算し、大きい方がほかの要素との関係が多いので先に行うことにする。

# 3.4.4 パスの長さが2以上の関係の吟味

 $3.4.2\sim3.4.3$ で順序が決まらない場合は帰属度行列のn乗は各要素間のバスの長さがnのあいまいな関係を表わすので、帰属度行列の2乗で3.4.2や3.4.3と同じ処理を行い、それでも順序が決まらない場合はさらに、Fを乗じて $F^3$ 、 $F^4$ ・・・ $F^N$ の行列を用いて調べる。

# 3.5 すでに教えた学習要素がある場合

前項までの手法で授業全体の構造を把握して教える順序を決めていたとしても、実際の授業では種々の要因で教える順序が変更になってしまう場合がある。その場合は全体の教材構造も見直さないと後の学習要素と既に教えてしまった学習要素のつながりに矛盾が生じる場合があるので、既に教えてしまった学習要素を固定して(帰属度行列の要素も0.0と1.0のみとして)3.2のデータ入力から行う。

また、授業後のテストやアンケートの結果があればそれから帰属度行列を作成し $^{(3)}$ 、教師の描いていたものと比べたり $^{(14)}$ 、次回の指導に役立てたりすることも可能である。

# 4. 試作システム及び実行結果について

3.で述べた手法のプログラムをパソコン上のBASICで試作してみた。その実行の様子は付録に示しておくことにして、ここでは簡単に試作システムの説明と実行結果の例を示すことにする。

#### 4.1 試作システムについて

プログラムを実行すると学習要素を順次入力する画面が始まる。ここでの学習要素の入力は日本語でも英語でもよい、入力が終了したら、空白を入力すると3.2で説明したように前後関係を入力する画面が出るので5段階程度で値を入力する。前後関係の入力が終了すると帰属度行列を作成し、3.3で説明したアルゴリズムで可到達帰属度行列を作成する。さらに、しきい値 λを使用して作成した可到達行列(これから ISM 数材構造化法を使用することも可能である)を3.4の手法で行列を並べ変える。最後に教える順序の叩き台を示すが、これ以外の表示や分析は現在検討中である。

# 4.2 実行例について

今回はFORTRAN77の文法の授業の10個の学習要素を例に処理してみた(詳しい様子は付録を参照). このときのデータは著者の授業での経験によるものである. まず, 入力された学習要素は次の10個である.

①入出力文 ②四則演算 ③判断文 ④複素数 ⑤配列

⑥組み込み関数 ⑦副プログラム ⑧データの型 ⑨DO文 ⑩書式形式

全体の構造は付録の図A・3の行列からわかるように図A・4の右図のようになり、その指導順序は®データの型→②四則演算→①入出力文→**①書**式形式→③判断文→9DO文→®組み込み関数→5配列→40複素数→7回プログラムとなった。なお、同じ処理をグラフ理論のみのシステムで行うと行列の要素が10と10みのために①入出力文と10書式形式の順序がきめられなかった。

# 5. むすび

今回提案したファジィ理論を用いた授業設計は、入力するデータを教師の主観で簡単に入力できるので、テストやアンケートといった準備がなくても可能であり、また学期の途中でも利用できる。一方、テストやアンケートから帰属度行列が与えられる場合にも応用できるので、授業設計に有効であろう。また、3.で述べた手法は、

- (1)あいまいでない関係の多いものを優先する
- (2)同値類内の学習要素は、その前後の学習要素と結びつきがあいまいでないものを優先する
- (3)分岐がある場合は、ほかの学習要素とのあいまいでない関係が多いものから先に行う

という3つの仮定の上に処理する手法であるので、これらの仮定を変えればその手法を変える必要がある.

さらに、ベテラン教師によって入力されたデータや、授業後のテストやアンケートによって得られたデータを、 学習要素と帰属度行列の形で保存し、データベース化しておけば、他の教師の参考となるであろう。今回の報告で の応用例は、ファジィ理論の応用のほんの一例であるが、今後教育といったあいまいな事象の研究にこのようなファジィ理論の応用がますます多方面で試みられ、成果を上げることが期待される。

## 参考文献

- (1) L. A. Zadeh: "Fuzzy Sets", Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353 (1965)
- (2) 例えば: "特集ファジィ理論と応用", 数理科学, No. 284(1987-02)
- (3) 佐藤隆博: "ISM法による学習要素の階層的構造の決定", 教育工学雑誌, 4, pp. 6-16(1979-04)
- (4) 竹谷 誠:"IRSテスト構造グラフの構成と活用法",教育工学雑誌,5,pp.93-103(1980-10)
- (5) 松原 勇: "グラフ理論を用いた授業設計支援システムに関する一考察", 信学論 (A), J69-A, 9, pp. 1043-1049 (1986-09)
- (6) 田崎栄一郎: "あいまい理論による社会システムの構造化",数理科学, No. 191, pp. 54-66(1979-05)
- (7) 竹谷 誠:"評定尺度データの意味構造分析 (Ⅱ)",信学技報,ET86-4,pp. 43-48(1986-07)
- (8) 洲之内, 他: "教材の構造解析", 科学教育研究, Vol. 11, No. 1, pp. 185-194 (1987-03)
- (9) 北垣郁雄: "FSM法による学習要素構造の同定", 信学技報, ET80-9, pp. 11-16(1980-12)
- (10) 佐藤隆博: "教育情報工学のすすめ", 日本電気文化センター(1987-05)
- (11) A. カフマン, 鈴木, 宮本共訳: "現代数学小辞典", 明治図書, pp. 247-315(1971)
- (12) 西田, 竹田: "ファジィ集合とその応用", 森北出版, pp. 58-85 (1978-11)
- (13) 松原 勇:"ファジィ理論を用いた教材分析",信学技報,ET87-3, pp. 61-66(1987-06)
- (14) 加藤, 他: "生徒が描いた学習要素の関連構造図の分析",信学技報,ET86-3, pp. 41-48 (1986-06)
- (15) 寺野, 他 共編:"ファジィシステム入門", オーム社(1987-04)
- (16) 浅井, 他 編著:"ファジィシステム理論入門", オーム社(1987-11)
- (17) 水本雅晴:"ファジィ理論とその応用", サイエンス社(1988-02)

以降に今回の試作システムをFORTRAN77の文法の指導を例に試用している様子を示す。

図A・1が学習要素の入力の様子及び前後関係のデータの入力の様子である。このようにデータの入力は比較的 容易である. 図A・2が帰属度行列及び可到達帰属度行列の表示である. かなりの行列要素が変化して. 隠れたパ スがあらわれている、図A・3が可到達行列の表示と並べ変えの様子である。グラフ理論の場合と同様な処理のよ うであるが,内部での計算は0.0~1.0の実数で行っている.図A・4の左が教える順序の叩き台の表示である.ま た, そのグラフパターンは図A・4の右のようになる.

```
学習要素名を入れて下さい.
空白を入力すると終了します.
                                            入力された帰属度行列
  学習要素名? 入出力文
                                             1.00 0.25 0.00 0.75 0.75 0.75 1.00 0.00 0.50 1.00
 2 学習要素名? 四則演算
                                             0.75 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 0.00 1.00 0.75
 3 学習要素名? 判断文
                                             0.\ 25\ 0.\ 00\ 1.\ 00\ 0.\ 75\ 0.\ 75\ 0.\ 75\ 1.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 75\ 0.\ 25
   学習要素名? 複素數
                                             0. \ 00 \ 0. \ 00 \ 0. \ 00 \ 1. \ 00 \ 0. \ 25 \ 0. \ 25 \ 0. \ 75 \ 0. \ 00 \ 0. \ 25 \ 0. \ 25
   学習要素名? 配列
                                             0.\ 25\ 0.\ 00\ 0.\ 25\ 0.\ 50\ 1.\ 00\ 0.\ 25\ 0.\ 75\ 0.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 25
   学習要素名? 組込み関数
                                             0.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 25\ 0.\ 25\ 0.\ 50\ 1.\ 00\ 1.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 25\ 0.\ 00
7 学習要素名? 副プログラム
8 学習要素名? データの型
9 学習要素名? D O 文
                                             0.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 25\ 0.\ 25\ 0.\ 00\ 1.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 00
                                             学習要素名? 書式形式学習要素名?
                                             0. 25 0. 00 0. 25 0. 75 1. 00 0. 75 0. 75 0. 00 1. 00 0. 25
 10
                                             0.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 75\ 0.\ 75\ 0.\ 75\ 1.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 75\ 1.\ 00
判断文は下記の学習要素の前に行うべきか?
                                            可到達帰属度行列
前に行うべきではないならば
行うことも有り得るならば
                                             1.00 0.25 0.25 0.75 0.75 0.75 1.00 0.00 0.75 1.00
行うかも知れないならば
                                             0.75 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 0.00 1.00 0.75
できるだけ前に行うべきならば
必ず前に行うべきならば
                                             0. 25 - 0. 25 1. 00 0. 75 0. 75 0. 75 1. 00 0. 00 0. 75 0. 25
                               5
                                             0. 25 0. 25 0. 25 1. 00 0. 25 0. 25 0. 75 0. 00 0. 25 0. 25
をそれぞれ入力してください.
                                             0. 25 0. 25 0. 25 0. 50 1. 00 0. 25 0. 75 0. 00 0. 25 0. 25
入出力文?2
                                             0. 25 0. 25 0. 25 0. 50 0. 50 1. 00 1. 00 0. 00 0. 25 0. 25
四則滴值? 1
                                            0. 25 0. 25 0. 25 0. 25 0. 25 0. 25 1. 00 0. 00 0. 25 0. 25
複素数? 4
                                            配列
                                            0.\ 25\ 0.\ 25\ 0.\ 25\ 0.\ 75\ 1.\ 00\ 0.\ 75\ 0.\ 75\ 0.\ 00\ 1.\ 00\ 0.\ 25
組込み関数?4
                                            0.\ 25\ 0.\ 25\ 0.\ 25\ 0.\ 75\ 0.\ 75\ 0.\ 75\ 1.\ 00\ 0.\ 00\ 0.\ 75\ 1.\ 00
副プログラム?
データの型? 1
             5
D O 文? 4
                                            図A・2 帰属度行列と可到達帰属度行列
書式形式? 2
```

図A・1 学習要素名及び前後関係のデータ Fig. A·1 Data of learning elements and order.

```
可到達行列(入二 .5 )
                                    教える順序の叩き台
0
  n
                 0
0
  n
     n
          0
            O
                 0
                   0
                                     1
                                        番目の項目
                                                    データの型
n
  n
     n
       1
          1
            0
                 0
                      0
                   0
                                    2
                                        番目の項目
O
  O
     Ω
       1
          1
                 0
                   0
                                                     四則演算
0
  0
     0
       0
          O
            O
               1
                 0
                   n
                      0
                                    3
                                        番目の項目
                                                     入出力文
1
       1
          1
            1
                 1
                   1
                      1
                                     4
                                        番目の項目
0
  0
     0
                                                     書式形式
                 0
       1
          1
            1
               1
                   1
                      0
0
  0
     0
       1
                                    5
                                        番目の項目
                                                     判断文
                                        番目の項目
                                    6
                                                     DO文
並べ換えた行列
                                        番目の項目
                                    7
                                                     組込み関数
                                    R
                                        番目の項目
                                                     配列
                                    9
                                        番目の項目
                                                     複素数
n
  n
       0
                                    10
                                                     副プログラム
                                         番目の項目
O
  n
     n
          n
            1
0
                                   0k
  0
     0
       0
          1
            1
               -1
                    1
0
  0
     0
       0
          Ω
            1
               1
                 1
                    1
0
  n
     0
       Ω
          O
            n
               1
                 1
                   1
                      1
0
  0
     0
       0
          0
            0
               0
                 1
                   1
                      1
0
  0
     0
       0
          0
            O
               Ω
                 O
                   1
                      1
     0
       0
               Ω
                 O
```

図A・3 可到達行列と最終行列 Fig. A·3 Reachability and final matrix

図A・4 指導順序の叩き台及びグラフパターン Fig. A·4 Trial lesson order and graph pattern.

Fig. A·2 Membership and reachability membership matrix

# ファジイグラフの核と連結度との 関係について

On the relation between the kernel and connective degree of a fuzzy graph

# 森岡正臣

Masaomi MORIOKA

# 宮城教育大学 教育学部

Department of Mathematics, Miyagi University of Education

#### **ABSTRACT**

We could extend the concept of the kernel of a directed graph to that of a fuzzy graph. We could not only understand that some properties of the kernel in the directed graph are held in the fuzzy graph, but also find some new properties of the kernel in the fuzzy graph. Particularly, it is very interesting to investigate the mathematical relation between the kernel and connective degree of a fuzzy graph.

In this paper, we present a new representation of the connective degree by the kernel of a fuzzy graph.

# 1. はじめに

一般に、Directed graph (有向グラフ) の集合は、強連結グラフの集合 $G_s$ 、片連結グラフの集合 $G_s$ 、 お連結グラフの集合 $G_s$  に分けられる。

# Def. 1

- (a) Digraph が強連結であるとは、任意の二点間に双方からwalkが存在すること。
- (b) Digraph が片連結であるとは、任意の二点間に、少なくとも一方からwalkが存在すること。
- (c) Digraph が弱連結であるとは、任意の二点間に、semi-walk が存在すること。

#### Def. 2

Digraph の点i がDivergent Kernel (発散核)であるとは、i から他の全ての点に到達できるwalkが存在することであり、逆に、i がConvergent Kernel (集中核)であるとは、他の全ての点からi に到達できるwalkが存在することである。

従来のグラフ理論によれば、次の結果が知られている。

# Th. 1

- (a) Digraph G が強連結⇔G がspanning closed walkをもつ。
- (b) Digraph G が片連結⇔G がspanning walk をもつ。
- (c) Digraph G が弱連結⇔G がspanning semi-walkをもつ。

ただし、G のspanning walk とは、G の全ての点を通る歩道のことである。

これは、Digraph の連結性の必要十分条件であるから、今後はこの定理をDigraph の連結性の定義とみなしていくことにする。

これらの定義や定理をもとにFuzzy graph の連結性について考察していく。

2. Fuzzy graph の連結性とkernelに関する諸定義

Fuzzy graph  $F = (f_{ij})$  の連結性の定義は【1】により、次式で与えられている。

## Def. 3

Gs, G2, G1に対するFの連結度を次式で定義する。

$$m_{G_3}(\underbrace{F}) = \bigwedge_{i,j} \widehat{f}_{i,j} \qquad \cdots \qquad (1)$$

$$m_{G_2}(\underbrace{F}) = \bigwedge_{i,j} (\widehat{f}_{i,j} \vee \widehat{f}_{j,i}) \qquad \cdots \qquad (2)$$

$$m_{G_i}(\underbrace{F}) = \bigwedge_{i,j} (\widehat{f}_{i,j} \vee \widehat{f}_{j,i}) \qquad \cdots \qquad (3)$$

ただし、 $\widehat{F}=(\widehat{f}_{i,j})$  は $\widehat{F}=(\widehat{f}_{i,j})$  のmax-min transitiveをとったものであり、 $\wedge$ はmin 、 $\vee$ はmax を表わすものとする。

この定義はDigraph の連結性の定義Def.1 を自然な形でFuzzy graph 上に拡張したものであるといえる。ところで、連結性の定義としてTh.1を採用すれば、それをFuzzy graph 上に拡張すると次のようになる。

# Def. 4

Fuzzy graph 上の点を i<sub>1</sub> i<sub>2</sub>・・・i<sub>n-1</sub> i<sub>n</sub> とする。 ( i<sub>p</sub> ≠ i<sub>q</sub> )

$$m_{a_{3}}(\widetilde{F}) = \bigvee_{i_{1}\cdots i_{m}} (\widehat{f}_{i_{1}i_{2}}\wedge \widehat{f}_{i_{2}i_{3}}\wedge \cdots \wedge \widehat{f}_{i_{m-1}i_{m}}\wedge \widehat{f}_{i_{m}i_{1}}) \cdot \cdot \cdot (4)$$

$$m_{a_{3}}(\widetilde{F}) = \bigvee_{i_{1}\cdots i_{m}} (\widehat{f}_{i_{1}i_{2}}\wedge \widehat{f}_{i_{2}i_{3}}\wedge \cdots \wedge \widehat{f}_{i_{m-1}i_{m}}) \cdot \cdot \cdot (5)$$

$$m_{G_{i}}(F) = \bigvee_{i_{m-i}} \{\widehat{f}_{i_{1}i_{2}} \vee \widehat{f}_{i_{2}i_{3}} \wedge \cdots \wedge (\widehat{f}_{i_{m-i}n} \vee f_{i_{m}i_{m}})\} \cdots (6)$$

Digraph の連結性とspanning walk の存在が必要十分であるというTh. 1を考えれば Def. 1 を拡張したDef. 3 とTh. 1を拡張したDef. 4 は同値であることは、ほとんどあきらかであろう。

次に、Def. 2 のKernelの概念をFuzzy graph 上に拡張する。

# Def. 5

Fuzzy graph  $\xi = (\hat{f}_{ij})$  、  $\xi = (\hat{f}_{ij})$  、  $\xi = (\hat{f}_{ij})$  と  $\xi = (\hat{f}_{ij})$  と  $\xi = (\hat{f}_{ij})$  と

(a) 点i のdegree of divergent kernel D(i) を

$$D(i) = \bigwedge_{i} \widehat{f}_{i,j} \cdot \cdot \cdot (7)$$

点i のdegree of convergent kernel C(i)を

$$C(i) = \bigwedge_{i} \widehat{f}_{i} \cdot \cdot \cdot (8)$$

で定義する。

(b) Fuzzy graph Fの点を $I = \{i_1 i_2 \cdot \cdot \cdot i_{n-1} i_n \}$  とする。 ( $i_p \neq i_q$ )

点ikのpartial degree of divergent kernelを

$$\mathbb{D}_{i_{1}i_{2}\dots i_{k-1}}(i_{k}) = \wedge \widehat{f}_{i_{k} i_{1}\dots i_{k-1}} \cdots (9)$$

$$1 \in \widetilde{I} \setminus \{i_{1}\dots i_{k-1}\}$$

点ikのpartial degree of convergent kernel を

$$C_{i_{N}i_{N-1}\cdots i_{N+1}}(i_{k}) = \bigwedge \widehat{f}_{1} \quad i_{k} \quad \cdots \quad (1 \ 0)$$

$$1 \in I \setminus \{i_{k+1}\cdots i_{n}\}$$

で定義する。

## Remark. 1

- D(i) {C(i)} の値はそれぞれ $\hat{F}=(\hat{f}_{i,j})$  のi 行 {j列} の要素の最小値である。また
- (9)、(10)の定義で $1 \in I \setminus \{i_1 \ i_2 \ \cdot \cdot \cdot i_{k-1}\}$ 、 $1 \in I \setminus \{i_{k+1} \cdot \cdot \cdot \cdot i_{n-1}\}$
- in} を1 ∈ I とすれば (7)、 (8) が得られる。
- 3. Fuzzy graph の核と連結度との数学的関係

Fuzzy graph の連結度は、これらの定義で与えられるFuzzy graph のkernelを用いて表現できることを示す。

# Prop. 1

Fuzzy graph  $F = (f_{ij})$  F

$$m_{G_3} \left( \begin{array}{c} F \end{array} \right) = \bigwedge_i D(i) \left( = D(1) \wedge C(1) \right) \cdot \cdot \cdot \left( \begin{array}{c} 1 \end{array} \right)$$

が成立する。

証明

Def.3 とDef.5 からほとんど明らか。

# Prop. 2

Fuzzy graph  $F = (f_{ij})$  k

$$m_{G_2}(\widetilde{F}) = \bigvee_{i_1 \cdots i_{n-1}} \{D(i_1) \wedge D_{i_1}(i_2) \wedge \cdots \wedge D_{i_{1} \cdots i_{n-2}}(i_{n-1}) \} \cdots (12)$$
z

が成立する。

# 証明

まず、次の不等式が成立することを示す。

$$\begin{array}{lll} \mathbb{D}(i_{1}) & \wedge \mathbb{D}_{i_{1}}(\ i_{2}) & \wedge \cdot \cdot \cdot \wedge \mathbb{D}_{i_{1}\cdots i_{n-2}}(\ i_{n-1}) \geq & \widehat{f}_{i_{1}i_{2}} \wedge & \widehat{f}_{i_{2}i_{3}} \wedge \cdots \wedge & \widehat{f}_{i_{n-1}i_{n}} \cdot \cdot \cdot & (*) \\ & & [ \ (*) \ \mathcal{O}  \ \mathcal{E} \mathcal{D} ] = & \widehat{f}_{i_{1}i_{2}} \wedge & \widehat{f}_{i_{1}i_{3}} \wedge \cdots \cdots \wedge & \widehat{f}_{i_{1}i_{n}} \\ & & \wedge & \widehat{f}_{i_{2}i_{3}} \wedge \cdots \cdots \wedge & \widehat{f}_{i_{2}i_{n}} \\ & & \wedge & \widehat{f}_{i_{3}i_{4}} \wedge \cdots \wedge & \widehat{f}_{i_{2}i_{n}} \\ & & & \ddots \\ & & & \wedge & \widehat{f}_{i_{n-1}i_{n}} & \cdots & (**) \end{array}$$

これより、(\*)の逆向きの不等式が成立していることは明らか。

ところで、Fのtransitivityにより

を得るから、

$$\hat{f}_{i_1 i_2} \wedge \hat{f}_{i_1 i_3} \wedge \cdots \wedge \hat{f}_{i_n i_n} \geq \hat{f}_{i_1 i_n} \wedge \hat{f}_{i_2 i_3} \wedge \cdots \wedge \hat{f}_{i_{n-1} i_n}$$

同様にして、順次

$$\hat{f}_{i_{2}i_{3}} \wedge \hat{f}_{i_{2}i_{4}} \wedge \cdots \wedge \hat{f}_{i_{2}i_{n}} \hat{f}_{i_{2}i_{4}} \wedge \cdots \wedge \hat{f}_{i_{n-1}i_{n}}$$

$$\hat{f}_{i_{3}i_{4}} \wedge \hat{f}_{i_{3}i_{5}} \wedge \cdots \wedge \hat{f}_{i_{n-1}i_{n-1}} \hat{f}_{i_{n-1}i_{n}}$$

$$\hat{f}_{i_{n-1}i_{n}} \wedge \hat{f}_{i_{n-1}i_{n}} \geq \hat{f}_{i_{n-1}i_{n-1}} \wedge \hat{f}_{i_{n-1}i_{n}}$$

$$\hat{f}_{i_{n-1}i_{n-1}} \wedge \hat{f}_{i_{n-1}i_{n-1}} \wedge \hat{f}_{i_{n-1}i_{n-1}} \wedge \hat{f}_{i_{n-1}i_{n}}$$

が得られる。これらを、(\*\*)に代入すれば(\*)を得る。従って、

$$D(i_1) \wedge D_{i_1}(i_2) \wedge \cdots \wedge D_{i_1\cdots i_{n-2}}(i_{n-1}) = \widehat{f}_{i_1i_2} \wedge \widehat{f}_{i_2i_3} \wedge \cdots \wedge \widehat{f}_{i_{n-1}i_n}$$
 が成立することがわかる。あとは、Def. 4 の(5)から明らかである。 証明終

## Remark. 2

 $(1\ 2)$  は $m_{G_2}$ ( $\Sigma$ )の度合でspanning walk  $i_1 \rightarrow i_2 \rightarrow \cdots \rightarrow i_{n-1} \rightarrow i_n$ が存在することを意味している。

Prop. 2と同様に、 $m_{\mathfrak{G}_{\mathfrak{q}}}$  (  $\underline{F}$  ) もkernelによって表現することができるが、式が煩雑になるだけで、あまり感心したものとは思えない。実際、もっとすっきりした表現がある。  $m_{\mathfrak{G}_{\mathfrak{q}}}$  (  $\underline{F}$  ) のkernelによる表現は $m_{\mathfrak{G}_{\mathfrak{q}}}$  (  $\underline{F}$  ) のそれと本質的に同じである。すなわち、 kernelを $\underline{F}$ 上ではなく、 $\underline{F}$  ∨ $\underline{F}$  ´上で定義し直せば次の結果は明らかである。(ただし、 $\underline{F}$  ´は $\underline{F}$  の転置行列を表わす。)

# Prop. 3

 $F \lor F$  ′ に対するdegree of divergent kernel D ′ (i) を

$$D'(i) = \bigwedge_{i} (\widehat{f}_{i,i} \vee \widehat{f}_{j,i}) \qquad \cdots \qquad (13)$$

で定義すると、

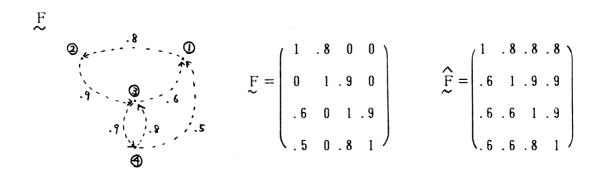
が成立する。

# Remark. 3

divergent kernel と convergent kernel の定義は双対的であるから、(1 1)、(1 2)、(1 4) はいずれもconvergent kernel だけでも表現できる。

#### 4. 簡単な例

Fuzzy graph の連結度の定義Def. 3 では $m_{G_1}(F)$  の値を得られるだけであったが、新しい定義Def. 4 に基づくProp. 1, 2, 3を利用すれば、 $m_{G_1}(F)$  の度合をもつすべてのwalkまで抽出することができるようになる。



$$D(1) = .8$$
  $D(2) = D(3) = D(4) = .6$   $cap > 0$ 

$$m_{G_3}(E) = AD(i) = .6$$

 $m_{G_2}(E)$  を(12)によって求める際、 $m_{G_2}(E)$   $\geq m_{G_3}(E)$  に注意すれば、 $i_1=1$  でなくてはならない。なぜなら、2.3.4 をそれぞれ始点とするすべてのspanning walkは明らかに .6 以下の度合でしか存在していないから。このとき、

$$D_1(2) = .9 D_1(3) = .6 D_1(4) = .6$$

を得るが、上と同様の理由によって、i2=2となる。さらにこのとき、

$$D_{12}(3) = .9 D_{12}(4) = .8$$

であるから、結局

$$D(1) \wedge D_1(2) \wedge D_{12}(3) = D(1) \wedge D_1(2) \wedge D_{12}(4) = .8 = m_{G_2}(E)$$

を得る。

このとき、確かに .8 の度合でspanning walk  $1\to 2\to 3\to 4$  ,  $1\to 2\to 4\to 3$  が存在している。

## 5. おわりに

筆者はこれまで教育工学関係の研究として、教材の階層構造を検証する手法の開発に携わってきた。そこで、Fuzzy 理論を応用した分析法 (FRS 分析と呼んでいる)を開発し、数学教材に対する事例分析を行なってきた。 (【2】) FRS 分析とは、数学的にいうと Fuzzy graph (relation)をcrisp な部分とfuzzy な部分で近似する方法である。

今後は、新しく得られたこれらの結果をFRS 分析に取り込むことで、より詳細な教材の構造を解析していきたい。また、古典的なGraph 理論にある様々の概念をFuzzy graph 上に拡張することも考えている。

本研究は文部省科学研究費:奨励研究A の補助を受けて行なったものである。

# [参考文献]

- 【1】西田、竹田:ファシイ 集合とその応用、森北出版、1978
- [2] Yamashita, Morioka:On the global structure of a fuzzy graph, The Analysis of Fuzzy Information Vol.1 167  $\sim$  176, CRC Press, 1987

# 主観評定における確信度の利用についての一考察

Confidence in Subjective Ratings

垣原 睦治 平塚 誠一 飯野 正民 平林 扶佐子 Mutsuharu Kakihara Seiichi Hiratsuka Masatami lino Fusako Hirabayashi

# 日本電気株式会社 NEC Corporation

# Abstruct

This study aimed to investigate the reliability of the degree of self-confidence in subjective ratings. An experiment of ratings on features and impressions of physique was made by using the mark sheet consisted of feature and impression items with the degree of self-confidence. The results were summarized as follows. (1) There was a correlation between subjective ratings and self-confidence. (2) There was a tendency that the degree of self-confidence in subjective ratings depended on an individual character.

## 1. はじめに

情報の信頼性を測る手段として、確信度(自信の度合)を用いる場合がある。例えば、 試験問題の解答(多枝選択等)に、解答者の自信の度合を加味し、解答者の真の実力を測 ろうとする際に用いられたり<sup>(1)</sup>、データベース検索時の項目(検索キー)の重み付け等に 用いられることがある。

このような場面で確信度を利用する際の基礎的な問題として、確信度による情報の信頼 性表現の正確性がある。情報の信頼性を確信度が正確に表現していなければ、確信度の利 用による効果は満足なものにはならないと考えられる。

本論文は、主観的な情報である評定値の信頼性を、確信度によって評価する可能性について実験した結果を述べたものである。

今回、実験の評定対象として、人の体格を用いた。我々は、日常、相手にある人のイメージを伝達する際、人の体格を主観的に表現し、人を識別するための情報として用いている。従って、人の体格を評定することには比較的慣れていると考えられ、評定実験の結果の信頼性も高いと考えられるため、体格を実験の評定対象として選択した。

## 2. 実験

## (1) 評定項目

体格の形態及び印象について、評定項目を13種選択した。項目は、顔の大きさ、胸の厚さ、腕の太さ、脚の形、背の高さ、太り具合い、姿勢の良さ等に関するものである。

この各々の項目は、例えば、太り具合いについては「太った-痩せた」のように、それ

ぞれ相反する形容語を対にし、7段階尺度で表している。

また、個々の項目には、確信度を表すために3段階の尺度を付けている。構成した評定 尺度の例を図1に示す。

# (2) 被験者

被験者は、30人(男性:25人 女性:5人)で、年齢は、21才から39才(平均:26.4才)である。

# (3) 刺激

年齢、体重、身長がばらつくように、成人男子10人を選択し、正面と真横について全身像を写真撮影した。この10人分の全身写真を刺激として用いた。

# (4) 評定方法

刺激として用いる写真をA4サイズに引き伸ばし、アルバムに入れる。被験者には、このアルバムと評定用紙を渡す。被験者は、アルバム中の正面と真横の写真の人物の体格を見て、評定用紙に記入された7段階の評定尺度で体格を評定する。さらに、1項目の評定が終了するごとに評定時の自信の度合を3段階の確信度の尺度を用いて記入する。写真1枚について、全ての項目を評定する時間は約3分である。

# 3. 結果

# (1) 確信度と評定値の関連性

実験で得られた評定値を、写真ごとに個々の項目について集計し、その分布を調べると、 一般に図2のようになる。

この図2に見られるように、分布が片方の極に偏るにつれて、確信度の分布に偏りが生じるか否かを調査した。具体的には、確信度と評定値の相関係数を求め、この相関係数と評定分布全体の偏りを示す平均評定値(評定分布の平均値)との相関を調べた。

この結果を図3に示す。平均評定値が尺度の中心付近にある評定分布には、確信度の偏りは見られない(確信度と評定値には相関がない)。しかし、平均評定値が尺度の片方の極に偏るにつれて、図3に示したように、評定分布に確信度の偏りが生じてくることがわかる(確信度と評定値の間に相関が現れる)。

## (2) 確信度の利用頻度

被験者が評定実験を通して、確信度をどのように利用したかを調べるために確信度の利用頻度を調べた。縦軸に確信度1の利用頻度、横軸に確信度2の利用頻度を割り当てたときの被験者の実験全体を通した確信度の利用状況を示した分布図を図4に示す。今回の実験では、確信度3の利用頻度が低かったため、確信度3については示していない。

この被験者ごとの利用頻度を見ても、被験者によってかなり確信度の使い方が異なって いることがわかる。

# (3) 被験者が使用した評定値の標準偏差と確信度の利用頻度

評定実験を通して、被験者が使用した評定値の分布状況(標準偏差で代表する)と確信 度の利用状況との間の関連性を調べた。

縦軸に確信度1の利用頻度、横軸に被験者ごとの評定値の標準偏差を割り当てたときの

被験者の分布を図5(a) に示す。また、縦軸に確信度2を割り当てたときの分布を図5(b) に示す。

図5(a) から図5(b) の標準偏差をみると、被験者によって評定にかなりのばらつきがあることがわかる。また、このばらつきを示す標準偏差が大きい被験者ほど確信度1を多く使い、標準偏差が小さい被験者になるにつれて確信度2を多く使う傾向がうかがえる。

10枚の写真を2人の被験者に見せ、ある項目について評定させた場合の評定分布を図6に示す。標準偏差が大きい被験者は、図6(a)に例示するように、評定尺度全体を使用し、確信度1を多く用いて評定する。標準偏差が小さい被験者は、図6(b)に例示するように、評定尺度の中心付近を主に用いて、確信度2を多用して評定する。したがって、(1)で調べた確信度の偏りが生じる傾向は、評定の標準偏差が大きい被験者が確信度1を多用することによって、また、評定の標準偏差が小さい被験者が確信度2を多用することによって生じる傾向である可能性がある。

項目別に、個人別の評定の標準偏差と確信度の利用頻度の相関を求めた。確信度3については、利用頻度が少ないため検討の対象外とした。確信度1について、相関が高い項目 (無相関の検定(t検定)で両側確率p<0.05となる項目)は、全項目の53.8%(7項目)であった。また、確信度2については、全項目の61.5%(8項目)であった。

# 4. 考察

実験結果を要約すると次のようになる。

- (1) 3. (1) で述べたように、平均評定値が尺度の片方の極に偏るとき、確信度 1をつける人は評定値を極寄りに、確信度2をつける人は評定値を尺度の中央付 近につける傾向がある。
- (2) 体格の写真を見ながら評定した場合、確信度の使い方は、3. (2) で述べたように、被験者によってかなりのばらつごがある。
- (3) 3. (3)より、確信度の使い方は、被験者の評定値の付け方(評定値のばらつき方)と関連があるように思われる。
- (2)から、写真を見ながら評定した場合、確信態の付け方は、被験者によってかなりのばらつきがあるが、(3)の結果も考慮すると、確信度の使い方は被験者の個性に依存しているように思われる。
- (1)の結果によると、顕著な特徴を持つ人物の体格を評定したとき、確信度2を付けた人は尺度の中心付近に評定値をつける傾向があるため、確信度2が付けられた評定値は、比較的信頼性が低いと考えることもできる。しかし、確信度の付け方は、被験者の個性に依存している可能性があると思われるため、確信度を用いて評定値の信頼性を評価することは困難であると思われる。

#### 5. おわりに

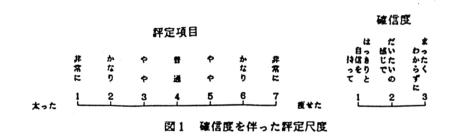
主観的な情報の信頼性を確信度によって評価する可能性について,基礎的な調査を行った。体格の評定実験を通して、確信度の利用を調査した結果、確信度の使い方は個人によってかなりのばらつきがあり、評定者の個性に依存している可能性があることがわかった。 今回の実験は、体格の形態や印象について、体格の写真を見ながら評定を行ったもので ある。体格の形態や印象等は、身長や年齢のように客観的尺度が明確に定義できない曖昧 な対象である。従って、客観的尺度が定義できる対象については、別途検討が必要である。

また、評定対象を見ながらではなく、一度記憶して評定を行う場合、評定対象の曖昧さだけではなく、記憶の確かさも確信度の使い方に影響を及ぼすと考えられる。この場合、記憶の確かさが、主として確信度の使い方に影響を与えるならば、記憶の正確性を確信度によって測ることが可能となろう。

主観的な情報の信頼性を確信度等の尺度を用いて測ることを検討する際は、情報の対象の性質や、曖昧さの起因、情報を発する際の状況(記憶、環境等)を考慮して検討を行う必要があると思われる。

# 参考文献

(1) 立田, 三重野, ソフトウェア技術者のための適正検査の評価, 第3回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 185-188, 1987,6,1



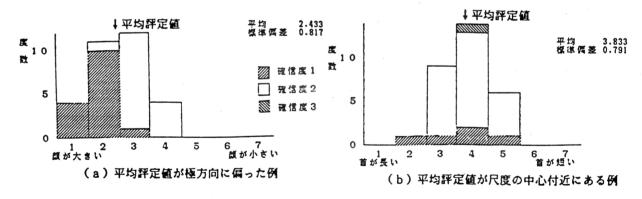


図2 評定分布例(確信度別)

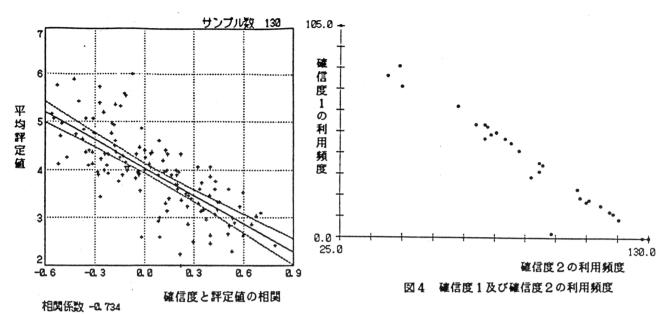
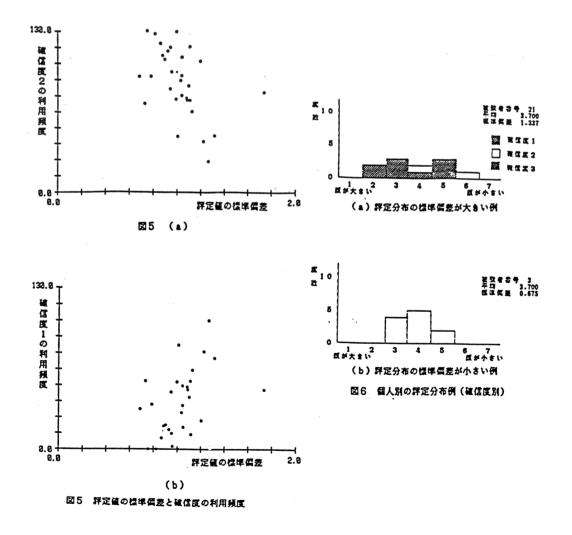


図3 確信度と評定値の相関係数と 平均評定値の関連性



# 真偽判断におけるあいまいさとその表現

Representation of uncertainty in truthness judgments

# 中村和男 Kazuo Nakamura

# 製品科学研究所 Industrial Products Research Institute

#### ABSTRACT

On the basis of observed evidences and/or his(her) knowledge, man judges the truthness of his(her) confronting propsitions. However, those judgments are frequently not so clear that the truthness can be represented by binary values. Here addressing to predicative descriptions and implications the cognized grades of truthness are discussed from the point of confidence, ignorance, support, and so on. Then their logical representations are proposed by introducing concept of interval valued grades of truthness.

# 1. はじめに

日常の命題表現に対する真偽判断においては、明確な判断を下すことが困難なことも多い。 これは定性的には、命題 "xはAである" が真であるか偽であるか断定しきれない、迷う、 確信が持てないといった状況に対応しており、その背景として

「対象" x"自体の認知が不明確」,「述語"A"自体の認知が不明確」なることがある。さらにその不明確さは、。知識における不十分さ、信頼性の不足、。与情報における多義性,不十分さ・不明瞭さ、。複雑さのゆえの理解の困難さ、。観測される事象におけるゆらぎなどによっている。

ここでは、これらによる真偽判断の内的状態を、可知 – 不可知、支持 – 不支持の程度と解釈し、[0,1]における区間値真理度を導入すると共に、あいまいな集合に対してもファジィ集合におけるメンバーシップ値の拡張として、区間値メンバーシップ度を導入する。さらに、この考えに基づいて、命題の結合、含意に対する意味や表現を検討する。

## 2. 命題表現に対する真偽判断のあいまいさ

# 2.1 真偽判断におけるあいまいさの様相

いま,命題 "xはAである" をA(x)と表すことにし,A(x)に対する真偽判断において確信をもって真か偽かを判断できない状況を考える.ここで二つの例を取り上げる.

<例1>「アポガドは野菜である」

<例2>「πは数列"012345"を含む」

これらにおいて対象の"アボガド"," $\pi$ "および述語の"野菜である","数列"012345"を含む"は、いずれもその意味がほぼ一意に了解できるものであり、その真偽度においては同程度に感ずる人がいることはありうるであろう。しかし、これらの間ではそのあいまいさの質に違いがあるように思われる。すなわち、

<例 1>: "野菜である"という述語が,日常的用法では典型性によって認識される概念であって,アボガドの"野菜らしさ"と"果物らしさ"とが"野菜であること"を肯定あるいは否定しようとする気持ちの強度(?)の統合としてあいまいな真偽判断が生成されるのに対し,<例 2>: " $\pi$ "なる概念は明確に認識されているものの,その具体的数列については3.1415

92…という頭の部分のみを知識として知っているだけで、その後続の中にこの部分列が出現するかしないかは不可知であって、真偽両方の可能性があることは否定できない。

これらは、命題の真偽判断には少なくとも、支持-不支持の拮抗、可知-不可知の配分の相があることを示しているといえよう[3]。 これらの2相の間の関連性を考えると、

< M1 > では、命題は全く可知であって不可知性はないが、真か偽かについての支持<math>-不支持の意識が錯綜している場合であり、

<例2>では、真か偽かのどちらかであることは分かっていても、真偽のどちらであるかは全く不可知であって、支持あるいは不支持の信念のようなものは全くもちえない、

#### と解釈できる。

そこで、人は命題の真偽判断において、可知であるか不可知であるかの二つの状態への気持ちの配分を行い、可知の気持ちの部分をさらに真であることを支持する信念の部分と偽であることを支持する信念の部分とに配分すると考える。

# 2.2 真偽判断のあいまいさの区間値真理度表現

いま命題A(x)に対する真偽判断において、人が判断したい根源カテゴリは

T:真 と F:偽

であるが、実際は、T, Fに加えて"TかFか不可知"も選択対象になり、これら三つの選択肢に対し支持の度合を配分すると考える(Lakoff,1988[2]). すなわち、Dempster & Shafer (D &S)[1]のBasic Probability Assignmentの考え方を用い、この支持度合を表す測度を導入する.

[定義1]  $\Theta = \{T, F\}$  としたとき  $2^{\Theta} = \{T\}$  ,  $\{F\}$  ,  $\{T, F\}$  であっ

て、 $m:2^{\Theta} \rightarrow [0,1]$  が次の条件を満たすとき、mを基礎真偽支持配分(BTA)と呼ぶ。 条件 (C1)  $m(\phi)=0$  (1)

(C1) 
$$m(\phi) = 0$$
 (1)  
(C2)  $m(\{T\}) + m(\{T, F\}) + m(\{F\}) = 1$  (2)

ここで、 $m({T,F})$ は、TかFか不可知"を支持する度合を表している。

<例1>については、たとえば、アボガドが野菜であることを支持する度合が 0.7、果物であること( $\sim$ 野菜でない)を支持する度合が 0.3としたとき、

 $m(\{T\}) = 0.7, m(\{T, F\}) = 0.0, m(\{F\}) = 0.3,$ 

<例2>については, $\pi$ が"012345"なる数列を含んでいるか全く不可知であれば,

 $m({T}) = 0.0, m({T, F}) = 1.0, m({F}) = 0.0$  となる.

これを基礎に、D&S の下界確率、上界確率に対応して下限支持度、上限支持度を定義する。 [定義2] Q ⊂ Θ としたとき、Qに対する下限支持度は

$$L(Q) = \Sigma_{R \subset Q} m(R), \qquad (3)$$

Qに対する上限支持度は、

$$U(Q) = \sum_{R \cap Q \neq \phi} m(R)$$
 (4)

で定義される.

すなわち、具体的には次のようになる。

L ( {T}) = 
$$\sum_{R \subset \{T\}} m$$
 ({R}) = m ({T}) (5)

$$L (\{F\}) = \sum_{R \subset \{F\}} m (\{R\}) = m (\{F\})$$
 (6)

L ( {T, F} ) =  $\Sigma_{R \subset \{T,F\}} m$  ( {R} )

$$= m (\{T\}) + m (\{T, F\}) + m (\{F\})$$
 (7)

$$U(\{T\}) = \sum_{R \cap \{T\} \neq \phi} m(\{R\}) = m(\{T\}) + m(\{T, F\})$$
 (8)

$$U (\{F\}) = \sum_{R \cap \{F\} \neq \emptyset} m (\{R\}) = m (\{F\}) + m (\{T, F\})$$
 (9)

 $U (\{T, F\}) = \sum_{R \cap \{T, F\} \neq \phi} m (\{R\})$ 

$$= m (\{T\}) + m (\{F\}) + m (\{T, F\})$$
 (10)

ここで,L(Q)とU(Q)の意味合いを考えてみる。その命題の真偽判断がQであることを確信をもって支持できる度合がL(Q)で,Qであるかもしれないと感じられる度合がU(Q)である。すなわち,L(Q)はQであることを必然的に支持できる度合,あるいは,最も悲観的にみてQであることを支持できる度合である。これに対し,U(Q)はQであることを可能的に支持できる度合,あるいは,最も楽観的にみてQであることを必然的に支持できる度合とも解釈できる。

したがって、以下の性質が成り立つ、

[性質1]任意のR ⊂Θに対し、

$$0 \le L (R) \le U (R) \le 1. \tag{11}$$

[性質2]

$$L({T})+L({F}) \le 1 \le U({T})+U({F}).$$
 (12) [件質3]

$$L(\{T\}) + U(\{F\}) = U(\{T\}) + L(\{F\}) = 1.$$
 (13)

性質1で、特にm( $\{T, U\}$ )=0の場合には、L(R)=U(R)となる。 <例1>: "アボガドは野菜である"ことについて、

- "真"であることは、必然的にも可能的にも 0.7の支持度をもち、
- "偽"であることは、必然的にも可能的にも 0.3の支持度をもち、

両者の和は 1.0となっている.

<例2>: " $\pi$ が数列"012345"をもつ"ことについて,

- "真"であることは、必然的には全く支持できず、可能的には 1.0の支持度、
- "偽"であることも、必然的には全く支持できず、可能的には 1.0の支持度となる.

以上の考え方を踏まえると、命題A(x)に対する真理度表現として、[0,1]上の区間 値真理度

 $[L(\{T\}), U(\{T\})]$ 

を導入できる。命題の真偽判断について通常[0,1]上のある一つの値として真理度の表出をする場合には,人はその主観によって上記区間値真理度の間の値を応答するであろう。これを, $\lambda \in [0,1]$ なる $\lambda$ を用いて,

$$\lambda \cdot L \left( \left\{ T \right\} \right) + \left( 1 - \lambda \right) \cdot U \left( \left\{ T \right\} \right) \tag{14}$$

で表すと、 λが 0 に近づくと楽観的、 1 に近づくと悲観的な判断となる。

ここで、命題A(x)に対するあいまい真偽判断の区間値真理度をxに対する述語Aと等価なファジィ集合(やはDAで表す)の区間値メンバーシップ度とみなし、

$$\mu_{A}(x) = [\mu_{A*}(x), \mu_{A}^{*}(x)] = [L(\{T\}), U(\{T\})]$$
 (15)

と考えることができる. たとえば,

A="年寄り"とする. 年齢はそのを緊空間として支配的であるのであるのであるのであるのであるのであるとした時、他の体力や容貌クーがあって、年齢Xだけでは年寄りらしさに関与するでは年齢Xだけのではながあり、区間値がある、(Fig. 1)

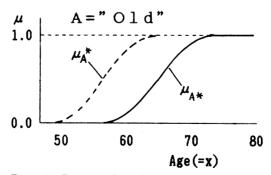


Fig. 1 Interval valued membership function.

- 3. 命題の否定および結合に対するあいまい真偽表現
- 3.1 否定命題のあいまい真偽表現

命題A(x)のBTAが[m({T}), m({T, F}), m({F})]のとき、これを簡単化のために[a(x),  $\widetilde{a}$ (x),  $\overline{a}$ (x)]と表す、このとき、命題A(x)の否定  $\neg A(x)$ のBTA[ $\neg a(x)$ ,  $\neg \widetilde{a}$ (x),  $\neg \overline{a}$ (x),  $\neg \overline{a}$ (x)

 $\neg a(x) = \overline{a}(x), \quad \neg \widetilde{a}(x) = \widetilde{a}(x), \quad \neg \overline{a}(x) = a(x)$  (16)  $\forall x \in \mathbb{Z}$ 

<例1>: "アボガドは野菜でない"のBTAは、[0.3, 0.0, 0.7],

<例2>: " $\pi$ が数列"012345"をもたない "のBTAは、[0.0, 1.0, 0.0]となる。

# 3.2 結合命題のあいまい真偽表現

"A(x) and B(y)" をA $\land$ B(x, y) と表し、 そのBTAa $\land$ b(x, y) は、A(x), B(y) のBTAa(x), b(y) とどう対応付られるだろうか。たとえば、< $\emptyset$ 3>A(x): "夫は年寄りである", B(y): "妻は健康である", B'(x): "妻は若い"として、それらのBTAが

a(x) = [0.7, 0.1, 0.2], b(y) = b'(y) = [0.5, 0.2, 0.3]

で与えられたとき、 $a \wedge b (x, y)$ ,  $a \wedge b'(x, y)$ はどう表現できるだろうか、いま、 $a \wedge b (x, y) = f (a (x), b (y))$  (17)

なる対応 f を導入したとき、f は次の性質を満たすべきであろう.

[性質4] (boundary condition)

命題A(x), B(y)において,

 $\cdot \mathbf{a} (\mathbf{x}) = [1,0,0]$  のとき, 任意の $\mathbf{b} (\mathbf{y})$  に対し,

$$f([1,0,0], b(x)) = b(y),$$
 (18)

 $\cdot \mathbf{a} (\mathbf{x}) = [0,1,0]$  のとき、任意の $\mathbf{b} (\mathbf{y})$  に対し、

$$f([0,1,0], b(x)) = [0,b(y) + \widetilde{b}(y), \overline{b}(y)]$$
 (19)

 $\cdot \mathbf{a}(\mathbf{x}) = [0,0,1]$  のとき、任意の**b**(y)に対し、

$$f([0,0,1], b(x)) = [0, 0, 1].$$
 (20)

[性質5] (monotonisity)

命題A(x), A'(x), B(y), B'(y)において,

 $\cdot a(x) \le a'(x)$ ,  $b(y) \le b'(y)$   $x \in \mathcal{U}$ ,

$$f(a(x), b(y)) \le f(a'(x), b'(y)),$$
 (21)

 $\cdot \bar{a}(x) \ge \bar{a}'(x), \bar{b}(y) \ge \bar{b}'(y)$  \$\,\text{\$\beta\$}\$

$$f(a(x), b(y)) \ge f(a'(x), b'(y)).$$
 (22)

[性質6] (symmetry)

命題A(x), B(y)において,

$$f(a(x), b(y)) = f(b(y), a(x)).$$
 (23)

[性質7] (associativity)

命題A(x), B(y), C(z)において,

$$f(a(x), f(b(y), c(z)))$$
  
=  $f(f(a(x), b(y)), c(z)).$  (24)

これらは、BTAにおいて不可知性のない場合にはt-normの性質と一致する。 これらを満たす典型的なfとして三つのタイプを以下に示す。

論理積: (命題A(x),B(y)が相補的な場合)

$$a \wedge b (x, y) = min \{a(x), b(y)\},$$
 (25)

 $a \wedge b (x, y) = 1 - min \{a(x), b(y)\}$ 

$$-\max \{\overline{a}(x), \overline{b}(y)\},$$
 (26)

 $\overline{a \wedge b} (x, y) = \max \{ \overline{a} (x), \overline{b} (y) \}.$  (27)

代數積: (命題A(x), B(y)が独立な場合)

$$a \wedge b (x, y) = a (x) \cdot b (y), \qquad (28)$$

 $\widetilde{a \wedge b}$  (x, y) = 1 - a (x) · b (y)

$$-\overline{a}(x) - \overline{b}(y) + \overline{a}(x) \cdot \overline{b}(x),$$
 (29)

$$\overline{a \wedge b} (x, y) = \overline{a} (x) + \overline{b} (y) - \overline{a} (x) \cdot \overline{b} (x).$$
 (30)

限界積: (命題A(x), B(y)が相反的な場合)

$$a \wedge b (x, y) = max \{a(x) + b(y) - 1, 0\}$$
 (31)

 $\widetilde{a \wedge b}$  (x, y) = 1 - max {a(x) + b(y) - 1, 0}

$$-\min \left\{ \overline{a}(x) + \overline{b}(y), 1 \right\} \tag{32}$$

$$\overline{a \wedge b} (x, y) = \min \{ \overline{a} (x) + \overline{b} (y), 1 \}.$$
 (33)

<例3>:上記各タイプの表現を適用すると、

相補タイプ  $a \wedge b (x, y) = a \wedge b' (x, y) = [0.5, 0.2, 0.3]$ 

独立タイプ  $a \wedge b (x, y) = a \wedge b'(x, y) = [0.35, 0.21, 0.44]$ 

相反タイプ  $a \wedge b (x, y) = a \wedge b' (x, y) = [0.2, 0.3, 0.5]$ 

となり、 $A \land B$  (x, y) については相補または独立タイプが自然であろうが、 $A \land B$  (x, y) については、両立しにくいという気持ちから相反タイプが自然かも知れない。

以上の議論において、 $A \land B \in A \lor B$ に、 $a(x) \in \overline{a(x)}$ に、 $b(x) \in \overline{b(x)}$ に、

 $a \land b (x, y) & \overline{a \lor b} (x, y)$ に、 $a \land b (x, y) & \overline{a \lor b} (x, y)$ に、 $a \land b (x, y) & \overline{a \lor b} (x, y)$ に置き換えると、orによる結合命題の表現が得られる。

# 4. 含意におけるあいまい真偽判断

# 4. 1 日常的用法としての含意

"もしもA(x)ならばB(y)である"( $A(x) \rightarrow B(y)$ )なる表現が日常的な用法においてどのような意味をもっているであろうか。2. で導入した可知性,支持性の程度を考慮して検討する。通常のクリスプな真偽の論理的扱いでは,"A(x)が偽か,B(y)が真である"すなわち,"A(x)が真であってかつB(y)が偽であることはない"とされる。さらに,これにクリスプであっても様相性を導入すると,より日常的用法に近づき,"A(x)が真であってかつB(y)が偽であることは不可能である"とされる。

さて、A(x) が偽であるときのB(y) の意味を考える。確かに、"xが70才以上ならば年金が受け取れる"という表現は正しく、70才未満の場合年金を受け取れる場合もそうでない場合もある。すなわち、B(y) は真偽いずれも可能であることを意味する。

さらに、 $A(x) \rightarrow B(y)$ の日常的用法では、経験や知識の範囲で、"月が傘をかぶれば、翌日の天気は雨である"というような表現をする。ここには種々のあいまいさの様相が現れている。傘をかぶる、あるいは雨とはどの程度まで含んでいるのか不明確であり、あるいはこの前件、後件からなる含意表現自体の真偽のあいまいさは、100%正しいという確信がなくても日常的には用いられることを示している。

ここで含意表現自体の真偽についてもう少し考えてみよう。"  $[A(x) \rightarrow B(y)]$  は偽である"とは、A(x) が真のときB(y) が偽であることが不可能ではなくなり、なおかつ B(y) が真であることも可能であることを意味しており、これと類似しているが、"  $[A(x) \rightarrow B(y)]$  (は真)である"では、A(x) が真のときB(y) が偽であって、真であることは不可能となり意味が異なる。また、"  $[A(x) \rightarrow B(y)]$  は真偽について不可知である"とは、A(x) が真のとき、B(y) の真偽は全く不可知となり、"  $[A(x) \rightarrow B(y)]$  は偽である"と等価とみられる。

# 4.2 あいまい含意の表現

含意表現自体の真偽に関するBTAを $c = [c, \tilde{c}, \bar{c}]$ とし、 $[A(x) \rightarrow B(y)]$ 

with c と等価な含意の意味のBTAを $r(x, y) = [r(x, y), \widetilde{r}(x, y), \overline{r}(x, y)]$  とおくと、つぎのような性質を満たすべきものと考える。

[性質8] c = [1, 0, 0] の場合,

・ $\mathbf{a}$  (x) = [1, 0, 0], 任意の $\mathbf{b}$  (y)に対して,

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{b}(\mathbf{y}), \tag{34}$$

 $\cdot \mathbf{a} (\mathbf{x}) = [0, 1, 0]$ , 任意の $\mathbf{b} (\mathbf{y})$ に対して,

$$r(x, y) = [0, 1, 0],$$
 (35)

・ $\mathbf{a}(\mathbf{x}) = [0, 0, 1]$ , 任意の $\mathbf{b}(\mathbf{y})$  に対して,

$$r(x, y) = [0, 1, 0].$$
 (36)

[性質9] c = [0, 1, 0] の場合,

任意のa (x), b (y) に対して,

$$r(x, y) = [0, 1, 0].$$
 (37)

[性質10] c = [0, 0, 1] の場合,

任意のa(x), b(y)に対して,

$$r(x, y) = [0, 1, 0].$$
 (38)

[性質11]  $[A(x) \rightarrow B(y)]$  with c において,

(a) A(x) についてのBTAがa(x), a'(x) で与えられている場合があり、B(y) についてのBTAがb(y) で与えられているとき、これらに対応したr(x,y), r'(x,y)は、 $a(x) \leq a'(x)$  とすると、

 $r(x, y) \le r'(x, y), \widetilde{r}(x, y) \ge \widetilde{r}'(x, y),$ 

$$\overline{r}(x, y) \leq \overline{r}'(x, y). \tag{39}$$

(b) A(x) についてのBTAがa(x) で与えられ,B(y) についてのBTAがb(y),b'(y) で与えられている場合があるとき,これらに対応したr(x,y),r'(x,y)は,

$$b(y) \le b'(y) \ge t^3 \ge r'(x, y) \le r'(x, y)$$
 (40)

$$\widetilde{b}(y) \leq \widetilde{b}'(y)$$
 とすると、 $\widetilde{r}(x, y) \leq \widetilde{r}'(x, y)$  (41)

・
$$\overline{b}$$
 (y)  $\leq \overline{b}$ ' (y) とすると、 $\overline{r}$  (x, y)  $\leq \overline{r}$ ' (x, y) (42)

[性質12] A(x), B(y) に対するBTAをa(x), b(y) とし,

 $[A(x) \rightarrow B(y)]$  に対するBTAがc, c の場合があり、これらに対応したr(x, y), r (x, y)は、 $c \le c$  とすると

 $r(x, y) \leq r'(x, y), \widetilde{r}(x, y) \geq \widetilde{r}'(x, y)$ 

$$\overline{r}(x, y) \leq \overline{r}'(x, y). \tag{43}$$

以上のような性質を満たす $\mathbf{r}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \boldsymbol{\rho}(\mathbf{a}(\mathbf{x}), \mathbf{b}(\mathbf{y}), \mathbf{c})$ なる対応 $\boldsymbol{\rho}$ の具体的形態としては、例えば、つぎの表現がある。

$$r(x, y) = min \{a(x), b(y), c\}$$
 (44)

$$\tilde{r}(x, y) = \max \{ (1-a(x)), (1-b(y), (1-c) \}$$

$$-\min \{ a(x), b(y), c \}$$
(45)

$$\overline{r}(x, y) = \min\{a(x), \overline{b}(y), c\}$$
 (46)

## [参考文献]

[1] Shafer: A Mathematical Theory of Evidence, Princeton Univ. Press,

1976. [2] Dubois & Prade: Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, 1980. [3] 須賀哲夫:知覚と論理、東京大学出版会、1980.

# ファジィ推論からみた多肢選択テスト

ーファジィ・ルールの基礎的研究ー

FUZZY INFERENCE IN THE MULTIPLE-CHOICE QUESTION TEST
-STUDY ON THE PINCIPLES OF FUZZY RULES-

# 有田清三郎\*, 斎藤泰一\*\*

Seizaburo ARITA\* and Taiichi SAITO\*\*

\*川崎医科大学 数学 \*\*川崎医科大学 薬理学
\*Dept. of Mathematics and \*\*Pharmacology, Kawasaki Medical School

#### ABSTRACT

In the Multiple-Choice Question's test, examinees can choose the right answer with certainty not only by their complete knowledge, but also by their partial knowledge. The aim of this paper is to study the relationship between the intrinsic fuzzy information of the MCQ tests and scoreswhich the examinees got by partial knowledge.

The fuzzy information must have a solid core even though it has fuzzy fringe. These rules can be applied to the fuzzy computer.

#### 1. はじめに

多肢選択テスト(Multiple-Choice Questions, 以下MCQと略す)は医師国家 試験をはじめ、歯科医師、看護婦、臨床検査技師、栄養士、リハビリテーショ ン技師(OT, PT)等の国家試験、公務員採用資格試験、共通1次テストな ど、広い分野にわたって実施されている。

MCQでは5肢択一式、2連式、3連式、複合連式、Kタイプなどの種々の形式があるが、5肢択一式では5つの選択肢が与えられ、その中に1個の正選択肢がかくされている。したがって、受験者は何も知らなくても偶然に(確率1/5 で)正解を言い当てることができる。これが従来から指摘されてきた「あて推量」(厳重には正答率の1/5 のあて推量)である。MCQではあて推量で得点を増加することができる。

これに対して、我々はこのあて推量とは別の、MCQ特有の得点に影響を与える因子を発見した。すなわち

- (1) 与えられた選択肢のうち、特定の1肢または2肢を知っていれば、確 実に正答ができる。(正答ターミナル)
- (2) 与えられた選択肢の中には、正答に寄与しない選択肢が存在する場合 がある。 (不用肢)
- (3) 与えられた選択肢のうち、特定の1肢または2肢に難問を設置すれば、 受験者はもはやあて推量なしでは正答できない。 (禁止肢)

本稿では、MCQテストのうち、最もシンプルな形式の2肢選択一型について、完全な情報と不完全なあいまい情報による知識と得点の関係を求め、この結果を基にしてファジィ推論におけるルールの持つ特性を理論的面から明らかにする。

# 2. 2肢択一問題におけるファジィ情報

多肢選択テストのうち、最も基本的な形式である2肢択一問題について、受験者の不完全情報による正誤答について、数学モデルを構成して検討する。

2 肢択一問題について次のような仮定をおく。

(仮定1) 第1肢を正選択肢 (○)、第2肢を不正選択肢 (×) とする。

(仮定 2) 知識の状態は正しい知識、誤った知識、不明 (?) 及びあいまいな知識とする。あいまいな知識には正しい知識と誤った知識の 2 つの場合があるものとする。

(仮定3) 受験者は各間に対して必ず解答する。

(仮定 4) 判定できないときはランダム・ゲス (当て推量) を行う。

(仮定5) あいまいな段階での判定では確信度が高い方を選択する。

これらの仮定の下に、受験者の知識と正・誤答の関係は次の図のようになる。

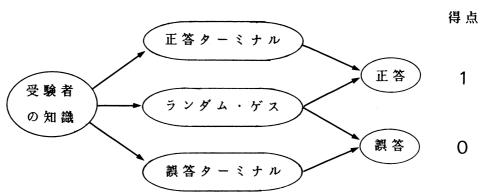


図1 受験者の知識の状態と正・誤答との関係

図1における「正答ターミナル」はそれだけの知識で必ず正答できる知識の 状態(例えば知識「〇?」)、「誤答ターミナル」はそれだけの知識で必ず誤 答する知識の状態(例えば知識「×?」)を意味する。

このとき、知識の状態による得点表は次のようになる。

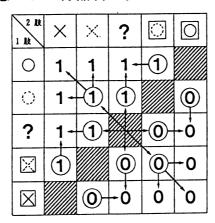


表 1 2 肢択一問題での不完全情報と得点

表1で①, X はあいまいな知識、□印は誤判断を表わす。また○印はあいましいな知識を伴った場合の(仮定 5)による判定を、**////**/ 印はランダム・ゲスを表わす。

受験者の正、不正判定方式には Modell: (仮定5) のようにどちらかに判定してしまう方式 ((0,1) 決定)や Modell: あいまい情報による判定を顧慮した重みづけ判定方式などがあるが、さらにあいまい情報がもつ固有の判定方式 Modell: 選択肢の相互の判断の組合せから、判断の途中で、あいまい情報による選択肢の判定を正から不正(またはその逆)に反転させる方式(相対判定)がある。

表1での知識の状態①, ⑥はあいまい情報による判断の不安定さを示し、受験者の得点は正答から誤答(あるいはその逆)へと、移行する。表での←→印はあいまい知識によるターミナル移行への可能性を示している。

# 3. 多肢選択問題のファジィ・ルールへの応用

我々はすでに一真偽式、多真偽式の学習過程(多肢選択問題)における知識と意志決定の関係から、ファジィ・ルールの特性に対応する法則性を発見した。これは多肢選択問題では正答に到達するための最低必要な選択肢の組合せ(正答ターミナルと名付けた)があり、それだけで確実に正答に達することができる(ファジィ推論ルールの核に当たる)。この核は複数個あるが、すべての選択肢を知っている場合はこの核をすべて包含している。一つの核以外のことを知っていれば、その解答をする場合にお互いに補償、代償をすることになり、

確信度が高まる。誤った情報を正しいと信じた場合にも、常に誤答に陥るとは限らず、補償、代償作用が働いたり、誤った情報や外乱を伴うあいまい情報に対しては頑強なルール(二重チェック性)を保持していることを見いだした。これは医師国家試験などが、一連、二連、三連、複合連といった形式の多肢選択問題が多用されていることから見いだしたルールであるが、これらは新しいファジィ理論の応用面で一つの道を開くものであろう。

すなわち、ファジィ推論においてファジィ・ルールは次のような特性を持つ ものと思われる。

- (1) 各ルールは少なくとも根幹となる法則 (ルールの核) を含んでいる。 これは多肢選択問題では正答ターミナルに当る。
- (2) ルールの全体は核の全体を包含する。
- (3) ルール間に補償、代償作用がある。
- (4) あいまい情報には、誤った情報や外乱を伴う場合のための頑強なルール (二重チェック制) を保持している。

我々は多肢選択問題を媒体として、あいまい情報による推論にも核となるルールがあること、誤った情報が補償され、外乱にも耐えうる頑強なルールを保持していることなどを見い出した。これはファジィ理論のルールが持つべき特性そのものと考えられる。これらのファジィ・ルールの満たすべき特性はロバストで安全なファジィ・コンピュータのための理論的な解を与えることになると思われる。

# 文 献

- 1) 斎藤泰一・有田清三郎・那須郁夫(1981):多肢選択問題は果たして客観的 評価法といえるか、医学教育13,251-255
- 2) 有田清三郎·斎藤泰一・那須郁夫(1982):多肢選択テストの部分的知識による得点増加を評価するための数学モデル、行動計量学会、10、53-66
- 3) 那須郁夫・有田清三郎・斎藤泰一(1983):多肢選択テストの形式が受験者の得点に及ぼす影響――受験モデルによるコンピュータシミュレーション, 医学教育14,410-418
- 4) 斎藤泰一・有田清三郎・那須郁夫(1983):現行医師・歯科医師国家試験問題の形式は能力評価に適さない、医学教育14、405-409
- 5) 有田清三郎・斎藤泰一・那須郁夫(1984):多肢選択テストにおいて受験者 の誤った知識が得点に及ぼす影響,医学教育15,51-53

- 6)日本医学教育学会学部教育委員会編(1982):医学教育マニュアル4,評価と試験,篠原出版,68-93
- 7) 斎藤泰一・有田清三郎・那須郁夫(1984):多肢選択テストが医学教育に及 ばす影響, 医学教育振興財団助成報告書
- 8) 斎藤泰一・有田清三郎・那須郁夫(1985): 多肢選択テストにおける出題者 の錯覚, 医学のあゆみ, 135, 107-110
- 9) Taiichi Saito, Seizaburo Arita and Ikuo Nasu (1986): Untoward effects on the evalution of examinees caused by the format of Multiple-Choice Questions, Proc. of the 2nd Japan-China Symposium on Statistics: 220-223
- 10) Seizaburo Arita, Taiichi Saito and Ikuo Nasu (1986): Score Distribution of Examinees with Partial Knowledge by the Test of Multiple -Choice Questions, Proc. of the 2nd Japan-China Symposium on Statistics: 5-8
- 11)有田清三郎・斎藤泰一(1987):MCQテストの特性,川崎医学会誌,教養編,No.13,61-68
- 12)山川烈:ファジィの世界, CAD. Vol.1, No.4, 1-5

ファジィ集合に基づくデータベースの索引語関係の生成と情報検索への応用 Generation of Descriptor Relations of a Database Based on Fuzzy Sets and Application to Information Retrieval

# 三宅輝久、宮本定明、中山和彦

Teruhisa Miyake, Sadaaki Miyamoto, Kazuhiko Nakayama

#### 筑波大学電子・情報工学系

Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba

#### ABSTRACT

This paper is concerned with a method of generation of fuzzy relations of database descriptors and its application to a fuzzy association retrieval. The relations called here fuzzy pseudothesaurus are generated by co-occurrences of descriptors over a set of documents. The fuzzy association retrieval is implemented as a extended feature of a conventional retrieval system. Algorithms of fuzzy retrieval for large-scale bibliographic database are developed.

# 1. はじめに

近年、情報検索が広く行われるようになり、その重要性が認められるに従い、検索の効率化のために様々な研究が行われてきた。これらは、データベースマシンをはじめとする計算機システムやDBMS自体についての研究と、Saltonらの SMARTシステム(1971)に見られるような索引やシソーラスの自動生成等、検索のためのデータの組織化の研究に分けることができるであろう。前者が従来からの工学的な手法で扱いうるのに対して、後者はデータの持つ意味や関連性のあいまいさを含む対象を取り扱うことに適している。本論文では、文献データベースの用語間の関係について集合論的なシソーラスのモデルを仮定し、そのモデルにおける概念の集合を文献の集合に置き換えたものにファジイ集合演算を適用することによって、シソーラスに類似したデータ構造(ファジイ擬似シソーラス)を生成する方法と、それを文献データベースに適用して得られた結果について報告する。また、ファジイ擬似シソーラスのモデルを一般化して引用索引に対しても同様の関係が導かれること、データベースの索引語について生成された関係を用いて、大規模な文献データベースにおけるファジイ連合検索の実現が可能であることを示す。

#### 2,シソーラスのモデル

データベースの用語の集合を A、個々の用語を  $a_i$ , i=1,2,...m とする。また、Uを各用語に対応する概念を全て含む概念の集合とする。 いま、シソーラス中の用語の関係の内BT (Broader Term), NT (Narrower Term), RT (Related Term)の 3 種の関係のみを考える。BT, NTは、2 つの用語の概念上の包含性を示し、RTは類似性を示している。これらの関係を A 上で定義され、Uのファジイ集合を値としてとる関数 h を用いて定義する。関数 h  $(a_i)$  は、用語  $a_i$  の概念内容を表す集合関数であると考える。

(1) 用語  $a_i \geq a_j (i \neq j)$ の概念上の類似性の測度として、以下のものを考える。

$$S(a_i, a_j) = \frac{|h(a_i) \cap h(a_i)|}{|h(a_i) \cup h(a_j)|}$$

このSを、aiとaiの概念の類似性を示すfuzzy RTと定義する。

# (2) 同様に、概念上の包括性の測度として、以下のものを考える。

$$T(a_i, a_j) = \frac{\left|h(a_i) \cap h(a_j)\right|}{\left|h(a_j)\right|}$$

+(a)= R(a) are 10

このTを、ajの概念がaiの概念に含まれる度合い、即ちfuzzy NTと定義する。また、 fuzzy BTは、Tの逆関係を用いて定義できるので、以下では考えない。

#### 3. ファジイ擬似シソーラスの生成

実際に概念の集合を取り扱うことは困難であるため、他の取扱い可能な集合で置き換えることを考える。概念が似ている場合は2つの用語は同一文献中に出現することが多いと考えれば、概念の集合を文献の集合に置き換え、概念の類似性を用語の同一文献への共出現頻度とみなすことができる。文献の集合をB、個々の文献をbx, k=1, 2, . . nとし、文献bxにおける用語aiの出現頻度をcixとする。

このとき、関数hを次のように定義してやれば、メンバシップ関数の条件をみたす。

$$h(a_i) = \Sigma(c_{ik}/M)/b_k$$
 (ただし、M は十分大きい正の数)

これによって、測度S, Tをcixから計算することができるので、用語間の関係fuzzy NT, fuzzy RTを定義することができる。(1)及び(2)によってS, Tを計算した結果は正数 Mの値によらないので Mを定める必要はない。この関係は、概念の集合の代わりに文献集合を用いているため本来のシソーラスとは異なったものとなる。そこでこれをファジイ擬似シソーラスと呼ぶことにする。

#### 4. 文献データベースでの例

図書館情報学に関するデータベースであるLISA (Library and Information Science Abstracts) から約6000件を抽出し、そのディスクリプタ43000 語からファジイ擬似シソーラスを生成した。文献数、用語数が多い場合は、出現頻度 $c_{ik}$ は巨大な行列となるので $c_{ik}$ を求めてからS,Tを計算することは、記憶容量の点で不利である。用語の共出現頻度は、文献毎に独立して計算できるから、文献毎の共出現頻度を計算し、それを用語のアルファベット順にソートし、まとめることによって用語の対毎にS,Tを求めることができる。また、求められたS,Tの大きさの順にソートし、一定以下の値のものを省けば従来のシソーラスに似た形式のものを得ることもできる。 (Miyamoto et al., 1983)

#### 5. 引用索引におけるファジイ関係

文献には、その研究に関係する文献が参考文献という形で引用されている。特定の研究について、どの研究結果が受け継がれているかを、この引用関係をたどることによって調べることができる。(Garfield, 1979) そこで、文献間の相互の関係を引用関係を用いることによって表現できれば、研究間の関係を調べる上で有効であろう。ファジイ擬似シソーラスの考え方を応用することによって、文献間の関係をシソーラスに似た形式で生成することができる。

文献の集合をBとし、その個々の文献の研究内容の集合をD、引用されている文献の集合をEとすると、ファジイ擬似シソーラスの場合と同様に、B上で定義されDのファジイ集合に値をとる関数 h を用いて S , T を定義できる。

$$S(b_i, b_j) = \frac{\left|h(b_i) \cap h(b_j)\right|}{\left|h(b_i) \cup h(b_j)\right|}$$

$$T(b_i, b_j) = \frac{\left|h(b_i) \cap h(b_j)\right|}{\left|h(b_j)\right|}$$

文献の研究内容が類似している場合には引用している文献も類似していると仮定すれば 文献内容の集合 D を引用されている文献の集合 E に置き換え、共引用頻度を用いて B 中の 文献相互のファジイ関係を求めることができる。

このように、データ単位(文献、用語等)に対する何らかの計算しうる情報(共出現頻度、共引用頻度、共被引用頻度等)があれば、以上の方法でデータ単位間のファジイ関係を求めることができる。

# 6.ファジイ連合検索

実用的な検索システムにおいて、上のように生成されたファジイ擬似シソーラスや引用索引によるファジイ関係等を用いるには、2通りの方法がある。まず、ファジイ擬似シソーラスにα-cut を適用し、値の大きな部分のみを通常の形式のシソーラスとして生成し標準的なシソーラスとして使用する方法である。あるいは、ファジイ擬似シソーラスを直接用いて連合検索を行う場合には通常の検索システムの拡張機能として実現することになる。

後の場合には、検索の手順は、以下のようになる。

#### (通常の検索)

```
>FINIT
*** FUZZY ASSOCIATION SEARCH STARTED ***
>FSEARCH
               CHILDREN
*** RESULT
                    TERM(S)
                    GRADE 0
GRADE 1
GRADE 2
GRADE 3
                                     34 DOCUMENT (S
91 DOCUMENT (S
63 DOCUMENT (S
71 DOCUMENT (S
                                          DOCUMENT (S)
                                   259 DOCUMENT(S)
                     TOTAL
>FSAVE CHILDREN
*** FUZZY SET (
>FSEARCH ADMIN
                          CHILDREN ) SAVED ***
               ADMINISTRATION
T: TERM(S) = 18
*** RESULT
                     GRADE
                                          DOCUMENT (S)
                                          DOCUMENT (S
DOCUMENT (S
                    GRADE 1
GRADE 2
GRADE 3
                                   48
56
196
                                         DOCUMENT (S
DOCUMENT (S
                     TOTAL
>FCOMBINE CHILDREN AND
                     GRADE O
                                          DOCUMENT
                                         DOCUMENT (S)
DOCUMENT (S)
                    GRADE 1
GRADE 2
GRADE 3
                                     26 DOCUMENT (S)
31 DOCUMENT (S)
93 DOCUMENT (S)
>FOUTPUT
*** DOCUMENT (GRADE 0) OUTPUT ***
#001 OF 011 / S=1.000
IDNO 81/2216
           VÂN VLÏET, VERGINIA
THE FAULT LIES NOT IN OUR STARS -CHILDREN'S LIBRARIAN AS MANAGER
           CAN. LIBR. J.
37 (5) OCT 80, 327-329. 11 REFS
B
LG
           ADMINISTRATIVE STAFF. ROLE OF CHILDREN'S LIBRARIAN
```

#002 OF 011 / S=1.000

IDNO 81/2217

>FEND (通常の検索)

ファジイ連合検索のコマンドとして、以下のものを考える。

ファジイ連合検索の開始

**FSEARCH** ファジイ連合検索の実行

FSAVE 結果の保存

FCOMBINE ファジイ集合演算(論理和、論理積)

FOUTPUT 結果の出力

FEND ファジイ連合検索の終了

例えば、FSEARCH では、以下の処理を行う。

- (1) 指定されたキーワードで、索引語ファイルを検索し、関係するfuzzy RTの用語と Sの値の組を取り出す。
- (2) RTでデータベースを順次検索し、ヒットした文献にはfuzzy RTに対応したSの 値を与える。
- (3) 各RTでヒットした文献の集合間でファジイ論理和をとる。このために、Miyamoto, Nakayama (1986)のソーティングに基づくアルゴリズムを用いる。

#### 7. おわりに

ここで報告したファジイ擬似シソーラスの生成方法によれば、従来は多くの人手と時間 を要するために作成が難しかったシソーラスに代わって、より簡単にシソーラスに似たデ ータ構造を作ることが可能となる。これには、従来のシソーラスとは異なった部分がある が、それは用語の共出現頻度が概念の類似性や包括性に正確には対応していないことによ る。しかし、これは一方では対象としたデータベースの用語の性質を反映したものとなっ ているため、理解して用いれば有効に利用することができる。

また、ここで提案したファジイ連合検索の方法は、従来の文献毎の重み付けキーワード を用いる方法等と比べて容易に大規模なデータベースに適用することができ、より現実的 な方法ということができる。

#### 参考文献

Garfield, E. (1979), Citation Indexing - Its Theory and Application in Science, Technology and Humanities. Wiley, New York Miyamoto, S., Miyake, T. and Nakayama, K. (1983), Generation of a pseudothesaurus

for information retrieval based on cooccurrences and fuzzy set operations, IEEE Trans., System, Man and Cybern., 13(1), 62-70
Miyamoto, S. and Nakayama, K. (1986), Fuzzy information retrieval based on fuzzy psuedothesaurus, IEEE Trans., System, Man and Cybern., 16(2), 279-282
Salton G. (ed.) (1971), The SMART Retrieval System, Experiments in Automatic Document Processing. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ

# ファジィ理論の対話型システムにおける 日本語処理への適用

An Application of Fuzzy Theory to Japanese Language Processing in an Interactive System

前田 博 Hiroshi MAEDA 村上 周太 Syuta MURAKAMI

九州工業大学 工学部 Faculty of Engineering, Kyusyu Institute of Technology

#### Abstract

This paper presents an interactive fuzzy decision making support system mainly based on natural language dialogue. It is an essential problem for natural language processing that non-existing words in dictionaries, that is unregistered words, appear. The algorithm of a processing for unregistered words is developed by fuzzy theory approach: partial matching, fuzzy thesaurus, fuzzy reasoning, and t-conorm.

# 1. はじめに

あいまいな環境下の多目的意思決定問題に対する規範的意思決定手法として、筆者等は対話型ファジィ意思決定手法」を開発した。その後、本手法を学生の就職先選択問題に適用し、学生の就職ガイダンスを目的とする対話型ファジィ意思決定支援システムとしてパーソナルコンピュータ上に実現を進めてきた?。そこでは、予備知識を持たない一般のユーザーを対象とするため、日本語による自然言語対話方式を中心とした対話システムの開発を目指しており、今回ある程度実用できるシステムが得られたので、対話システムの自然言語処理を中心に報告したい。

ところで、自然言語処理は、種々の大規模な辞書を用意すればかなりの事ができる状況になってきている。しかし、辞書にない入力語、すなわち未登録語の出現は自然言語処理に取って本質的な問題であり、それに対する有効な処理方法は未だ確立されていない。さらに、対話システムとしての応答性を考慮すれば、辞書の大規模化は避けねばならず、未登録語の出現類度は高くなる。本システムの自然言語処理では、辞書をできる限り小さくすると共に、未登録語の出現に対して安易にユーザーに再登録を促すのではなく、可能な限りシステム内で対処すると言う立場から、その処理法についてファジィ理論を適用したアルゴリズムを開発している。

# 2. 対話型ファジィ意思決定支援システムの概要

対話型ファジィ意思決定支援システムの概要を図1に示す。波線より右側が意思決定者(DM)の操作内容、左側がシステムの処理内容である。まず、(1)DMは意思決定のための目的、すなわち評価基準を制約のない自然言語でシステムに入力する。これに対して、(a)システムは入力文から目的の概念を代表するであろうキーワード

(名詞)を抽出し、システム内にアプ リオリに保持している目的(見出し語 と呼ぶ)の中から、キーワードと最も 関連の深いものを選定する。次に、(b) システム内にやはりアプリオリに保持 している見出し語間の空間的、時間的 関係から、選定した見出し語間の階層 構造を複数自動生成する。(2)DMは 生成された階層構造の中から自分自身 の考えに合致するものを選択する。こ れが終ると、(c)システムはDMの選 好構造を同定するための質問を提示し、 (3)D M が 回答する。(d)システムは回 答結果について選好構造の無矛盾性を チェックし、必要ならば再質問をする。 (e) 無矛盾な回答結果を得たのち、非線 形最小2乗法を適用して選好構造モデル を同定する。(4)DMが代替案を入力す ると、(f)システムは全ての代替案につ

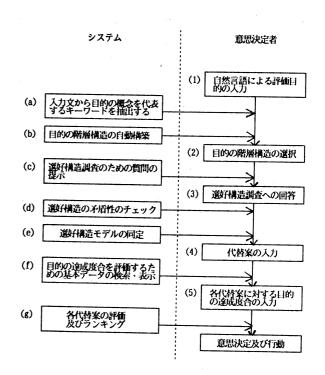


図1 対話システムの概要

いて目的の評価に必要な基本データをデータベースから検索し提示する。(5)DMはそれらのデータを参照しながら、各目的の達成度合を代替案毎に入力する。最後に、(g)システムはファジィ意思決定手法<sup>1)</sup>に従って各代替案の評価を与えランキングし、DMはこの結果を参考に決定を下すか、あるいは適宜フィードバックする。

# 3. システムの自然言語対話処理

#### 3.1 不要語除去を中心にしたキーワード抽出

DMが入力する自然言語は、パーソナルコンピュータ上の日本語処理機能を用いた漢字仮名混じり文であるとする。入力文から所定のキーワードを抽出するには、形態素解析、構文解析、意味解析という一連の自然言語処理手順によって可能である。しかし、これらの処理を種々の辞書を駆使して厳密に行うことは、対話の応答性を考えると必ずしも得策とは言えない。そこで、用意する辞書をできる限り少なくし、以下のような不要語除去を中心とした処理手順によりキーワードを抽出する。

- Step 1)字種の変わり目、すなわち平仮名から非平仮名及び記号類の所で入力文字列を分割し、文節構成語を認定する。
- Step 2)文節の最後に指示代名詞があれば除去し、さらに文節の最後の語が格助詞「の」ならばそれを除去し次の文節と連結する。
- Step 3)各文節に接続詞または接続助詞があればそれらに付随している語を抽出し、 その語に対してStep 6)を行う。
- Step 4)各文節に対して、文節の最後の語が主語の文節を作る助詞ならば、それに付随する語を抽出し、その語に対してStep 6)を行う。それらの助詞がなければStep 5)を行う。
- Step 5)各文節の最後の語が主語を作る助詞以外の格助詞及び副助詞ならば、その助詞に付随する語を抽出し、Step 6)を行う。
- Step 6)不要語があればそれらを除去し、残った語をキーワードとする。

# 以上の手順で必要とする辞書は

- (1)指示代名詞: この、あの、その、どの
- (2)接続詞: そして、および、また、それから、もしくは、あるいは、しかし、し かも
- (3)接続助詞: と、や、か、やら
- (4)主語に付随する格助詞:が、は、も、など、さえ、まで、こそ
- (5) その他の格助詞: に、を、へ、で、よい、から、ほど、だけ
- (6)不要語:会社、企業、私、自分、僕、俺、社員、職員の6種類である。

以上のアルゴリズムを用いてキーワード抽出実験を行った。昭和62年度九州工業大学工学部の3、4年次生70名に、就職先を決める際の評価の基準を、全く予断を与えず自由に記述させた。その中から日本語文として不適切なものを除いた165例について本アルゴリズムを適用した所、160例について適切なキーワードが抽出できた。失敗に終った例は、(a)主語に付随する格助詞以外の格助詞を含んだ名詞句、(b)文章と名詞句が結合した不完全な重文、の二つのパターンであり、これは文章と名詞句とを区別するルールを加えることで解決できる。

#### 3.2 シソーラス

```
システムは、ある意思決定問題(ここでは就職先選択問題)に関する一般的な評価
目的をアプリオリに設定し蓄積している。この形式は、図2に示すような評価目的の
概念のラベルである見出し語
                     見出し語1 (登録語1.1, 登録語1.2, ……………)
と、その同義語を登録語とし
                     見出し語2(登録語2.1, 登録語2.2, ……………)
てもったシソーラス辞書であ
                     見出し語3 (登録語3.1, 登録語3.2, ……………)
                     見出し語4(登録語4.1, 登録語4.2, ……………)
る。登録語はその多義性から
複数の見出し語と関連する。
                                 シソーラスの構造
例えば、図3の就職先選択問
                             図 2
             見出し語
                          分類語
題に対するシソー
             収入
                  (収入,給料,報酬,賃金,サラリー,賞与,ボーナス,手当,待遇,初任給)
ラスの中で、将来
             昇進
                  (昇進, 地位, 課長, 部長, 出世)
性、安定性、業績
             勤務地
                  (勤務地,場所,地域,位置,地元,転勤,事業所,交通,九州,本社,研究所,工場,東京都)
             国際性
                  (国際性,海外,外国,世界,輸出,多国籍,外資,留学)
などの見出し語に
             休暇
                  (休暇,休日,休み,有給,週休二日)
                  (福利厚生,施設,設備,社宅,寮,労働組合,住宅)
含まれる登録語は
             福利厚生
                  (業種,業務,事業,種類,分野,業界,仕事,一流企業,一部上場)
             業種
互いに意味的関連
             特徵
                  (特徴,主力製品,業界地位,イメージ,技術力,伝統,社風,シェア,知名度)
がある。そこで、
                  (歷史, 履歷, 沿革, 設立, 創立, 伝統)
             歴史
                  (将来性,成長性,斜陽,発展,進歩,有望,前途,今後,先行き)
             将来性
見出し語を文献、
                  (安定性,安全,健全,倒産,危険,安心度)
             安定性
```

のシソーラスモデ 研修 (研修・社員教育) ルが適用できて、 図3 就職先選択問題に対するシソーラス 登録語間の意味的関連度が次のように求められる。

見出し語iと登録語jとの間の意味的関連度r(i,j)を与えると、Dubois and Prade<sup>4</sup>の包含関係から、登録語i,j間の類似関係RS(i,j)は

(採用,採用実績,先輩,出身校,試験)

$$R S (i,j) = \sum_{k=1}^{N} (r(k,i) \Lambda r(k,j)) / \sum_{k=1}^{N} (r(k,i) V r(k,j))$$
 (1)

(業績,実績,利益,売上,赤字,無配,収益,収支,経営状態)

(規模,スケール,資本,従業員数,大きさ,男,女)

で与えられる。

登録語を索引語と

見なせば、宮本等3)

業績

規模

採用

# 3.3 マッチング

DMの入力文から抽出したキーワードがどの見出し語と最も関連しているかを探るために、キーワードと見出し語内の登録語とが一致するかどうか調べる処理がマッチングである。キーワードがシソーラスに含まれている場合を完全マッチングという。完全マッチングしない場合は、キーワードが登録語として存在しない未登録語となっている。

漢字は一文字単位でもある程度の意味を持つ特徴があるので、キーワードを文字単位に分割し、文字単位のマッチング(これを部分マッチングと言う)を試みることが考えられる。これによって有意な情報が得られれば、一つの語に語が付随してできる多くの合成語を登録語から省略できる可能性があり、シソーラス辞書を大幅に縮小することが期待できる。

キーワードの文字数を $L_k$ 、キーワードに部分マッチングした登録語Wの文字数を $L_w$ 、連続して部分マッチングした文字数を $L_m$ とすると、部分マッチングによるキーワードと登録語との関連度R(w)を

$$R(w) = \min \left( L_m / L_k, L_m / L_w \right) \tag{2}$$

によって定義する。これは、字面に関する表面的関連度である。例えば、キーワード:将来有望、登録語:将来性とすると、R(w) = mini(2/4,2/3) = 0.5となる。

登録語の集合をWとし、R(w)を

$$R(w): W \rightarrow [0, 1] \tag{3}$$

なるメンバーシップ関数と見なせば、ファジィ集合

$$A = \{ \mu_{A} (W_{i}) / W_{i} \} = \{ R(W_{i}) / W_{i} \}, \quad i = 1 \sim N$$
(4)

は、キーワードと登録語との表面的関連を表すと考えられる。

# 3.4 ファジィ推論による意味的関連性の推定

部分マッチングは、あくまで字面の表面的な関連性のみを問題にするもので、字面の異なる同義語あるいは類似語については無力である。例えば、見出し語「特徴」の中の登録語「業界地位」は、視点によっては見出し語「将来性」と関連を持つと言えるので、「業界地位」と「将来性」は字面の異なる類似語である。これら二つの間の関連性は部分マッチング情報からはなんら出てこない。

そこで、(1)式で与えられた登録語間の意味的関連性を

$$RS: [W \times W] \rightarrow [0, 1]$$
 (5)

なるファジィ関係と捉え、(4)式のファジィ集合AとRSとの合成則によるファジィ推論を導入する。推論結果から出てくるファジィ集合Bは、キーワードと登録語間の表面的関連性に意味的関連性を加味したものを表すと考えられる。これは一般に

$$B = A \circ R S, \quad \mu_B (W_i) = \nabla (\mu_A(W_j) \triangle R S(j,i))$$
 (6)

と書かれ、▲、▼はそれぞれ t-norm、 t-conormを表す。この時、登録語間の関連度を序数として取り扱う場合は、▲: minimum、▼: maximumオペレータを用い、基数として取り扱う場合は、▲: product、▼: probabilistic sumオペレータを用いている。

# 3.5 見出し語の選択

キーワードと全ての登録語間の表面的意味的関連度は(6)式のファジィ集合 B で与えられる。 B を見出し語単位で分割し、見出し語 c に対するファジィ集合 B 。を作る。 B 。の要素は見出し語 c 内の登録語である。 キーワードと各見出し語との関連度は、 B 。のメンバーシップ値の大きさを評価することで得られる。 この評価には t -

conormが適用でき、見出し語cとの関連度S。'は

$$S_{\circ}' = 1 - \prod_{i=1}^{n_{\circ}} (1 - \mu_{B_{\circ}}(W_{i}))$$
 (7)

で定義できる。ここで、 n。は見出し語 c 内の登録語数である。しかし、 S。'は登録 語数を多くすればいくらでも大きくできるので、このままでは不都合である。そこで、 登録語数で正規化するための幾何平均操作を行った

$$S_{\circ} = 1 - \left\{ \prod_{i=1}^{n} (1 - \mu_{B_{\circ}}(W_{i})) \right\}^{1/n_{\circ}}$$
 (8) 表 1 見出し語と基本データの対応表

によって、キーワードと登録語との関連度の大きさを評価する。

キーワードとシステム内の見出し語との対応が確定すると、図1に示した幾つの基が話の後、システムは代替案に関するステムは代替案に関する表示する。データを検索表示する。データで表1に示するで大きでである。これらは各見出し語と2段階の優先度合で対応付けられ、優先度合毎に検索され画面上に表示される。

# 4. 対話事例

自然言語対話事例として2例を考えてみよう。

- (1)給料は17万程度欲しい。(2)会社の 安定と事業内容。
- Step 1)から以下の様に文節語が認定される。
  - (1)給料は/17万程度欲しい。(2)会社 の/安定と/事業内容。
- Step 2)、Step 3)は例(2)のみ対象となり,
  - (2')会社安定と事業内容(「の」の除去と連結)、
- (2")安定、事業内容(「と」に付随する 語と不要語「会社」の除去)を得る。 Step 4)から、例(1)のキーワードは「給料」

Step 4)から、例(1)のキーワードは「給料」 が抽出される。

見出し語 収 利厚 徴 務 戦 地 基本データ 初任給 1 當与 1 諸手当 平均給与 1 本社 1 支社 営業所 1 1 工場 研究所 2 出張所 週休二日制 1 長期休暇 1 有給休暇 施設 1 **従業員数** 1 1 平均年齡 平均勤続年数 設立年 社長略歴 1 1 事業内容 1 1 資本金 1 1 売上高 1 経常利益 売上構成 輸出依存率 2 2 自己資本比率 2 借入金 2 2 株式 2 1 企業イメージ 昇進度 研修制度 試験科目 採用実績 2 転勤・転属 留学制度

以上から、キーワードは「給料」、「安定」、 「事業内容」となる。マッチング処理により、(注) 表中の数字は、データ検索時の優先順位を表す。

「給料」は完全マッチングし、見出し語「収入」が確定するが、他は部分マッチング処理、ファジィ推論が適用される。この結果の一部を図4に示す。見出し語とキーワードとの関連度の評価(表2)から、見出し語「安定性」が確定される。基本データ検索・表示の例を見出し語「収入」について、図5に示している。

表2 見出し語の関連度の評価

見出し語	登録語									
5	<b>\</b>									
将来性	(将来性,成長性,斜陽,発展,進歩,有望,前途,今後,先行き)									
部分マッチ結果	0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0									
ファジイ推論結	果 45, 36, 62, 25, 25, 25, 25, 25, 25									
	(安定性,安全,健全,倒産,危険,安心度)									
部分マッチ結果	66, 50, 0, 0, 35									
ファジイ推論結	果 66, 66, 66, 50, 50, 66									
業績	(業績,実績,利益,売上,赤字,無配,収益,収支,経営状態)									
部分マッチ結果										
ファジイ推論結	果 54, 37, 37, 25, 0, 0, 18, 0, 50									
>	S									

見出し語	関連度					
収入	0					
爿 進	0					
勤務地	0					
国際性	0. 0725					
体 暇	O					
福利厚生	0					
業種	0. 0732					
特 徴	0. 0 5 1 7					
歴 史	0					
捋 米 性	0. 3 3 9 8					
安定性	0. 6 1 3 3					
業績	0. 2738					
規 模	0					
採 川	0					
研 修	0					

図4 ファジィ推論の結果

会 社 名 新日鐵 (株)

初任給 (61年4月実績)

学部卒 15万2千円

修士卒 17万8千円

賞 与 年2回(6月, 12月)

諸 手 当 超過勤務手当,深夜手当等

平均給与 30万8千円

図5 「収入」に関する基本データ検索の例

# 6. おわりに

本論で提案した自然言語処理アルゴリズムによって、構文解析用辞書やシソーラス辞書を大幅に縮小でき、NEC PC-9801VX (ラムディスク付き)上での対話応答性も問題なく得られた。3章で指摘したキーワード抽出ルールの付加によって現事例での自然言語文はカバーできるが、さらに実績を積み重ねていく必要があろう。また、就職ガイダンスシステムとしては、就職先が全く白紙状態の学生に対して、幾つかの希望条件から企業候補を生成する機能が望まれる。これは、同様な自然言語対話によるファジィデータベースが適用できると考えられる。

# 参考文献

- 1)前田博、村上周太: ファジィ結合演算による選好表現を用いた多目的問題のファジィ意思決定手法、計測自動制御学会論文集、23、5、97-104、1987
- 2)前田博、村上周太:ファジィ・シソーラスによる日本語処理を用いた対話型ファジィ意思決定手法、第3回ファジィシステムシンポ講演論文集、205-210、1987
- 3)S.Miyamoto,T.Miyake and K.Nakayama: Generation of a Pseudothesaurus for Information Retrieval Based on Coocurrences and Fuzzy Set Operations, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol.SMC-13,no.1,66-70,1983
- 4)D.Dubois and H. Prade: Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, 1980

# ファジィPrologにおける 真理値,導出確信度及びルールの重みについて On Truth Value, Confidence of Resolvent and Weight of Rule in Fuzzy Prolog

丁利亜 沈祖梁 向殿政男 Liya Ding, Zuliang Shen & Masao Mukaidono

明治大学·工学部

Faculty of Engineering, Meiji University

# 提 要

ファジィ導出原理[1]に基づいて試作されたファジィPrologには以下の考え方が導入されている。すなわち、

- 1. 各変数の値によって決められる述語のファジィ真理値と確信度
- 2. ファジィ導出原理で得られるファジィ導出確信度
- 3. 前提と結論のそれぞれの確信度を繋げる規則の重み

の三つのレベルの値が導入されている[2,3]。

本論文では、上記の三レベルの値の関係について述べると共に、ファジィ正論理と負論理の考え方を導入することにより、ファジィ集合に基づいた推論を解決するための一つ方法を提案している。

推論方法には、今までに、数多くあることが知られている。代表的なのは、論理推論、ファジィ論理推論、ファジィマッチング、plausible推論などがある。試作されたファジィProlog[4,5]における推論法は、その中の一つであるファジィ論理推論に対応している。

キーワード: ファジィProlog,ファジィ導出原理,ファジィ論理推論,ファジィ正論理,ファジィ負論理。

# 1. INTRODUCTION

There are lots of uncertain inference methods, e.g. the fuzzy logic inference, the fuzzy matching, the plausible reasoning, etc. Recently, several works have been done toward realization of "fuzzy prolog". There are three kinds of way for building fuzzy prolog. One way advances along the pattern matching method. Its typical example is M. Umano's FS-PROLOG<sup>[6]</sup> and T. P. Martin, J. F. Baldwin & B. W. Pilsworth's FPROLOG INTERPRETER<sup>[7]</sup>. Another way is according to the logical theory whose typical example is M. Ishizuka and N. Kanai's PROLOG-ELF<sup>[8]</sup>.

Because the PROLOG-ELF depends on Lee's theory<sup>[9]</sup>, the truth values of all variables in PPROLOG-ELF have to be limited in the half closed interval (0.5, 1], and their mechanism for evaluating a truth value of conclusion from the truth values of premises were simple and tight.

Therefore, we choose the third way, that is, by the fuzzy resolution principle, to extend the prolog in binary logic into the fuzzy prolog in fuzzy logic. The kind of fuzzy prolog can be divided three levels of values. The first is that the fuzzy truth values or confidences of predicates depended on each several values of individual variables. The second is that the confidence of resolvents depended on the fuzzy resolution principle. And the third is that the weights of the rules related to each several confidences of premise and conclusion.

This paper will continue the researches of [1,2,3,4,5] to discuss the relationships of the three levels of values in detail and solve the logic inferential problem of fuzzy set by introducing the concepts of fuzzy positive logic and fuzzy negative logic, or solve the simple fuzzy logic inference problems by using some special unification predicates. And by some postulations, the theorems and properties of the weight will be proved.

# 2. Fuzzy Truth Value in Positive and Negative Fuzzy Logic

Fuzzy logic can be defined as an algebraic system < [0, 1],  $\land$ ,  $\lor$ ,  $\overset{\checkmark}{}$  >, where the closed interval [0, 1] is a set of truth values (in this paper, the logical truth value is from the concept of multiple-valued logic, but it can be easily extended into the linguistical truth value for the fuzzy semantics set from Zadeh) and where logical operations AND( $\land$ ), OR( $\lor$ ) and NOT( $\overset{\checkmark}{}$ ) are defined as follows:

$$A \wedge B = \min(A, B), \tag{2.1}$$

$$A \lor B = \max(A, B), \tag{2.2}$$

Definition 2.1: Fuzzy formulas are defined recursively as follows:

- 1. A variable  $x_i$  is a fuzzy formula.
- 2. If F is a fuzzy formula, then F is a fuzzy formula.
- 3. If F and G are fuzzy formula, then  $F \land G$  and  $F \lor G$  are fuzzy formulas.
- 4. The above are the only fuzzy formulas.

Definition 2.2: A variable  $x_i$  (i = 1, ..., n) or its negation  $x_i$  is said to be a *literal*, and x and  $x_i$  are said to be complements of each other or a pair of complementary variable. A *phrase* is a conjunction of one or more literals, or is a formula consisting of AND ( $\wedge$ ) of some literals. A *clause* is a disjunction of literals, or is a formula consisting of OR ( $\vee$ ) of some literals.

When it is convenient, we shall regard a set of literals as synonymous with a clause. For instance,  $\{x_1, x_2, x_3\} = x_1 \lor x_2 \lor x_3$ . A clause consisting of n literals is called an *n*-literal clause. A one-literal clause is called a *unit clause*. When a clause contains no literal, we call it the *empty clause*. Since the empty clause has no literal that can be satisfied by an interpretation, the empty clause is always false. We customarily denote it by [], and T([]]  $\equiv 0$  for all interpretations. A set S of clauses is regarded as a conjunction of all clauses in S, where every variable in S is considered governed by a universal quantifier.

Giving an interpretation I, the truth value of a clause C is determined uniquely by substituting a value of the closed interval [0, 1] determined by the interpretation I for each variable of the clause. That is, an interpretation I is mapping from each variable to the set of the truth values [0, 1]. We will write the truth value of a clause C under a given interpretation I as  $T_I(C)$ . For a set S of clauses, we will write similarly the truth value of S under a given interpretation I as  $T_I(S)$ , where if  $S = \{C_1, ..., C_n\}$ , then  $T_I(S)$  means

$$T_{I}(S) = T_{I}(C_{1} \wedge ... \wedge C_{n}) = \min(T_{I}(C_{1}), ..., T_{I}(C_{n})).$$
 (2.4)

Definition 2.3: An interpretation I is said to satisfy a formula S if  $T_I(S) \ge 0.5$ . An interpretation I is said to falsify S if  $T_I(S) \le 0.5$ .

According to the above definition, if  $T_I(S) = 0.5$ , then I both satisfies and falsifies S. In other words, that is, in the set of truth value [0, 1], it is considered that 0 and 1 have different definite informations and that ambiguity reaches its maximum at 0.5. So, the truth value 0.5 is said to be a *meaningless point* in our fuzzy inference. Thereby, we can introduce the following partially ordered relation ( » ) to the set [0, 1], which designates some kinds of ambiguity.

Definition 2.4: Let a, b be elements of V = [0, 1]. Then, a » b if and only if  $0.5 \ge a \ge b$  or  $0.5 \le a \le b$  (Fig. 2.1).

When a » b holds, the ambiguity of a is larger than or equal to the ambiguity of b.



Fig 2.1 A partially ordered relation about ambiguity

If binary logic is used in a problem-solving system, in general, for finding the affirmative results, one stores a statement A instead of Å, if the truth value of A is 1. (If the truth value of a statement A is 0, one simply stores Å). That means all literals in this representation have to be equal to 1, or in other words, they are all in *positive logic*. In the kind of systems, the negative results 'no' is used to means "not as far as I know". It is important to remember that 'no' is not the same as "definitely not". Clearly, if we hope to find the negative results for "definitely not", then it is necessary to store a statement A instead Å, if the truth value of A is 0, (if the truth value of a statement A is 1, one simply stores Å), that means all literals in this representation have to be equal to 0, or in other words, they are all in *negative logic*.

By the same way, in fuzzy logic, we should store a statement A, instead of  $\check{A}$ , if the truth value of A is greater than or equal to that of  $\check{A}$ . That is, we store A if  $T(A) \ge 1 - T(A)$ . In this case,  $T(A) \ge 0.5$ . Obviously, all literals in this representation have to be larger than or equal to 0.5, or said that they are all in *fuzzy positive logic*. Conversely, they will be said to be in *fuzzy negative logic*.

Definition 2.5: Let a be a element of V = [0, 1]. Then,  $c_a \in [-1, 1]$ , the confidence of a as follows:

$$c_a = (a - 0.5) \times 2$$
 and the absolute value |  $c_a$  | will designate the non-ambiguity of a. (2.5)

Where, if  $c_a > 0$  then  $a \in (0.5, 1]$  which can be said to be represented in *fuzzy positive* logic, if  $c_a < 0$  then  $a \in [0, 0.5)$  which can be said to be represented in *fuzzy negative logic*, and if  $c_a = 0$  then a = 0.5 which means the ambiguity reaches maximum and the absolute value of confidence reaches minimum. In general, the third case is meaningless for inference, but the other cases are said to be significant.

If the confidence of any literal of a formula is positive, the formula is said to be in fuzzy positive logic. If the confidence of any literal of a formula is negative, it is said to be in fuzzy negative logic. If the confidence of some literals of a formula are in positive and some others are in negative, it will be said to be represented by fuzzy set. If the fuzzy set is used for representation, then when the absolute value of confidence of resolvent reaches minimum, it means the result to answer "not as far as I know", otherwise, it means the result to answer "definitely yes" with its absolute value of confidence when the confidence is in positive, or "definitely not" with its absolute value of confidence when the confidence is in negative.

Obviously, for the partially ordered relation > about the ambiguity, the elements between [0, 0.5) and (0.5, 1] are not comparable each other. But the absolute values of their confidences are comparable, because in the two half-intervals, one is more ambiguous when it is more near 0.5.

# 3. Confidence of Resolvent on Fuzzy Resolution Principle

Resolution principle based upon reductio ad absurdum was discovered by J. Alan Robinson<sup>[10]</sup>. Dependent on introducing the concepts of incomplete contradictory, contradictory degree, fuzzy resolvent and confidence of resolvent, the completeness of the fuzzy resolution principle can be prove in fuzzy positive logic<sup>[1]</sup>. By same way, it is easily to use the fuzzy resolution principle in fuzzy negative logic and fuzzy set inference.

In fuzzy logic, the complementary laws  $(T(x) \lor T(x) \equiv 1, T(x) \land T(x) \equiv 0$  for all interpretations) do not hold. Thus, a clause in which  $x_i$  and  $x_i$  are involved simultaneously is significant in fuzzy logic. Hereafter, we will call such as clause a *complementary clause*.

Definition 3.1: Let a pair of complementary variables  $x_i$  and  $\check{x_i}$  be under a given interpretation I. Then  $x_i \wedge \check{x_i}$  is said to be a *contradiction* under a given interpretation I. If  $T_I(x_i \wedge \check{x_i}) = 0$ , then it is said to be *complete contradictory*. If  $T_I(x_i \wedge \check{x_i}) = 0.5$ , then it is said to be *non-contradictory*. If  $T_I(x_i \wedge \check{x_i}) \in (0, 0.5)$ , then it is said to be *incomplete contradictory*.

Definition 3.2: Let the *contradictory degree* of a contradiction  $x_i \wedge \tilde{x}_i$  be

$$\mathbf{cd}(\mathbf{x}_i) = \max(\mathbf{T}_{\mathbf{I}}(\mathbf{x}_i), \mathbf{T}_{\mathbf{I}}(\mathbf{x}_i)) - \min(\mathbf{T}_{\mathbf{I}}(\mathbf{x}_i), \mathbf{T}_{\mathbf{I}}(\mathbf{x}_i)) \text{ or } (3.1)$$

$$\mathbf{cd}(\mathbf{x}_{i}) = |\mathbf{c}_{\mathbf{x}i}| = |\mathbf{c}_{\mathbf{x}i}| \tag{3.2}$$

under a given interpretation I. Where,  $\mathbf{c}_{xi}$  and  $\mathbf{c}_{xi}$  are the confidence of  $x_i$  and  $\mathbf{x}_i$ , respectively, and it is evident that  $\mathbf{cd}(x_i) \in [0, 1]$  is held for all interpretations. It is important that the formula (3.2) shows us the relationship between the concepts of contradictory degree and confidence.

Obviously, a contradiction is complete contradictory (or non-contradictory) for all interpretations if and only if its contradictory degree is equal to 1 (or 0) for all interpretations. For this reason, when we discuss a contradiction in binary logic, the concept of contradictory degree can be neglected since it is always complete contradictory; and when we discuss a contradiction in fuzzy logic, if its contradictory degree is equal to 0, it will be meaningless for refutational inference because it is non-contradictory.

Definition 3.3: Consider two clauses  $C_1$ ,  $C_2$ ,

$$C_1 = x_i \lor L_1, C_2 = x_i \lor L_2$$
 (3.3)

where  $L_1$  and  $L_2$  do not contain the literal  $x_i$  or  $x_i$  as a factor and have no pair of complementary variables. Then, the clause  $L_1 \vee L_2$  is said to be a *resolvent* of  $C_1$  and  $C_2$  whose *keyword* is  $x_i$  and the contradictory degree of the keyword is  $cd(x_i)$ . A resolvent of  $C_1$  and  $C_2$  is written as  $R(C_1, C_2)$ , and a *fuzzy resolvent* of  $C_1$  and  $C_2$  is written as  $R(C_1, C_2)$ , where  $cd = cd(x_i)$  is the contradictory degree of the keyword or is said to be the *confidence of resolvent* of  $R(C_1, C_2)$ .

It is evident that the following well-known inference rules, such as modus ponens, modus tollens, disjunctive syllogism, hypothetical syllogism, constructive dilemma and destructive dilemma, etc., are all special cases of the fuzzy inference (Definition 3.3) which derives the fuzzy resolvent R( $C_1$ ,  $C_2$ )<sub>cd</sub> from two predecessor clauses under the definition of the implication " $\rightarrow$ " as

$$A \to B = \check{A} \lor B. \tag{3.4}$$

Let S be a set of clauses. Then, the set which consists of S and all fuzzy resolvents derived from any pair of clauses of S and which is denoted as

$$R^{1}(S)_{cd}$$
 (3.5)

is called the first class fuzzy resolution set of S, where  $cd^1$  is said to be the first class confidence of resolvent and  $cd^1 = cd^1$ , where  $cd^1$  is the minimal confidence of resolvents of  $R^1$ , that is,  $cd^1 = min(cd^1, cd^1, ..., cd^m)$ . The n-th class resolution set of S, denoted as

$$R^{n}(S)_{cdn}$$
 (3.6)

is defined as

$$R^{0}(S)_{cd} = S$$
 (3.7)

$$R^{n}(S)_{cd^{n}} = R^{1}(R^{n-1}(S)_{cd^{n-1}})_{cd^{1}}$$
 (3.8)

where the 0-th class confidence of resolvents  $\mathbf{cd}^0 = 1$ , and the n-th class confidence of resolvents  $\mathbf{cd}^n = \min(\mathbf{cd}1, ..., \mathbf{cd}n)$ .

When applying positive logic to problem-solving systems, because it often is based upon the so-called reductio ad absurdum, we have to prove the unsatisfiability of a formula[10,11].

Definition 3.4: A formula is said to be *unsatisfiable* if and only if it is falsified by all its interpretations.

Theorem 3.1( Completeness of the Fuzzy Resolution Principle)<sup>[1]</sup>: A set S of fuzzy clauses is unsatisfiable if and only if there is a deduction of the empty clause [] with its confidence of resolvent  $\mathbf{cd} \neq 0$  from S.

By Theorem 3.1, we know that if the meaningless point T(S) = 0.5 is omitted, then the fuzzy refutational procedure, which is based upon the fuzzy resolution principle, is complete.

It is evident that in fuzzy set inference, the premise and the conclusion can be in fuzzy positive logic and fuzzy negative logic, respectively.

In general, we hope to have a mixed truth value of a consequence C by its truth value T(C) and its confidence of resolvent cd, so we introduce two concepts defined as follows.

Definition 3.5: Let a consequence C have its confidence  $c_C$  and its confidence of resolvent c. Then:

$$\operatorname{cr}(C) = \operatorname{c}_C \times \operatorname{c}, \quad \operatorname{cr}(C) \in [-1, 1]$$
 (3.9)

is called the confidence of the resolved consequence C, and:

$$MT(C) = cr(C) \times 0.5 + 0.5, \quad MT(C) \in [0, 1]$$
 (3.10)

is called the mixed truth value of the consequence C.

Obviously, the resolution principle in binary logic is a special case ( $\mathbf{cd}^n \equiv 1$ ) of the fuzzy resolution principle.

In order to change a predicate into a proposition, each individual variable of the predicate must be *bound*; this may be done in two ways. The first way to bind an individual variable is by assigning a value to it. The second method of binding individual variable is by *quantification* of the variable. The most common forms of quantification are *universal* and *existential*.

By the approaches of substitution and unification of binary logic<sup>[12]</sup>, we can easily extend the fuzzy resolution principle into first-order logic.

# 4. The Weight of Rule

According to the fuzzy resolution principle, we can design a fuzzy prolog system for proving some theorems, but when a problem is needed to solve, the truth value of conclusion will need to be calculated. However unfortunately, in fuzzy logic, generally, the truth value T(P) and T(Q) are incompatible for calculating the truth value of rule  $P \rightarrow Q$ , so that the truth value T(Q) (or T(P)) cannot be always calculated by the known truth values  $T(P \rightarrow Q)$  and T(P) (or T(Q)). Of course, this depends on the definition of  $T(P \rightarrow Q)$  which defined from the values T(P) and T(Q). For instance, because the truth value  $T(P \rightarrow Q)$  is interpreted as T(P) (or T(Q)) in our fuzzy logic, if  $T(P \rightarrow Q)$  < T(P) (or  $T(P \rightarrow Q)$ ) < T(Q) then the truth value T(Q) (or T(P)) cannot be calculated.

However, by another level, that is, using the statistical method, a fuzzy rule  $P \rightarrow Q$  can be looked on an experience of experts which has a weight to identify the trustworthy degree and importance of the rule or the possibility of that a fuzzy conclusion will occur if a fuzzy premise happens.

By this reason, we prefer the relationship such as the weight of rule, which means some kind of probabilistic relationship between the confidences of the premise and conclusion. Obviously, as in probability theory, when the premise and conclusion are independent, the probability of rule  $Pr(P \rightarrow Q) = Pr(P) \times Pr(Q)$ , we can define the definition of weight of rule by simulating the probability theory in fuzzy prolog as follows.

Definition 4.1: Let  $P \to Q$  be a rule, where T(P),  $T(Q) \in [0, 1]$  are premise and conclusion, and the confidences  $c_Q$ ,  $c_P \in [-1, 1]$ , respectively. Then,  $w_{P \to Q} \in [-1, 1]$ , the weight of the rule  $P \to Q$  as following:

$$\mathbf{w}_{\mathbf{P}\to\mathbf{Q}} = \mathbf{c}_{\mathbf{Q}} \times \mathbf{c}_{\mathbf{P}}.\tag{4.1}$$

By the weight of rule, the fuzzy prolog is not only for proving the theorems, but also for solving the problems.

It is different form probability theory that by Definition 4.1, if  $\mathbf{w}_{P \to Q} \in (0, 1]$ , then T(P) and T(Q) are in the same half intervals, that is T(P) and T(Q) are both in positive logic or both in negative logic, and if  $\mathbf{w}_{P \to Q} \in [-1, 0]$ , then T(P) and T(Q) are in the opposite half intervals, that is, T(P) is in negative logic and T(Q) is in positive logic, or T(P) is in positive logic and T(Q) is in negative logic.

Theorem 4.1:[3] A rule  $P \to Q$  is significant if and only if  $|c_P| \ge |w_{P \to Q}| > 0$  and  $|c_Q| \ge |w_{P \to Q}| > 0$ .

It shows that a weight of any rule doesn't only identify the trustworthy degree and the importance of the rule or the possibility of that a fuzzy conclusion will occur if a fuzzy

premise happens but also causes the confidence of the premise and the conclusion of the rule to be limited larger than or equal to the weight. Theorem 4.1 means that if the absolute value of confidence of premise or conclusion is less than the absolute value of weight of a rule then they will be meaningless for fuzzy inference by the rule.

There are some other interesting properties about the weight of rule.

Property 4.1: If  $\mathbf{w}_{P\to Q} < 0$  then the truth values of premise P and conclusion Q are in the different half-intervals [0, 0.5) and (0.5, 1], respectively.

Property 4.2: If  $\mathbf{w}_{P\to Q} > 0$  then the truth values of premise P and conclusion Q are all in the half-interval [0, 0.5) or (0.5, 1].

Property 4.3: If  $\mathbf{w}' = \mathbf{w}_{P \to Q} \times 0.5 + 0.5$ , then  $\mathbf{w}' \Leftrightarrow T((P \to Q) \land (Q \to P))$  when  $\mathbf{w}'$ , T(P) and  $T(Q) \in \{0, 0.5, 1\}$ .

Property 4.4: Let  $\mathbf{tp} = \sqrt{\mid \mathbf{w}_{P \to Q} \mid} \in [0, 1]$  be called *turning point* of a rule  $P \to Q$ . If  $\mid \mathbf{c}_P \mid \in [\mid \mathbf{w}_{P \to Q} \mid, \mathbf{tp}\mid]$ , then  $\mid \mathbf{c}_Q \mid \in [\mathbf{tp}, 1]$ , else if  $\mid \mathbf{c}_P \mid \in [\mathbf{tp}, 1]$ , then  $\mid \mathbf{c}_Q \mid \in [\mid \mathbf{w}_{P \to Q} \mid, \mathbf{tp}\mid]$ .

By Property 4.4, we can find that tp, the square root of the absolute value of weight of a rule  $P \rightarrow Q$ , is a *turning point* for fuzzy inference. If the absolute value of confidence of premise of the rule is larger than the turning point tp, then the conclusion is more ambiguous than the premise. But if the absolute value of confidence of premise of the rule is less than the turning point tp and larger than the absolute value of weight, then the conclusion is more confident than the premise. Of course, when the absolute value of confidence of premise is equal to the turning point tp, the confidences or ambiguities of the premise and conclusion are same.

Usually, the weight of rule can be in a closed interval [a, b] defined as follows.

Definition 4.2: Let  $|a| \le |w_{P \to Q}| \le |b|$ , where a,  $b \in [-1, 0)$  or a,  $b \in (0, 1]$ , and they are called the *floor* and the *ceiling* of  $w_{P \to Q}$ , respectively. Suppose  $c_P(or c_Q)$  have been known, if  $|b| \le |c_P|(or |c_Q|)$  then

$$\mathbf{w}_{\mathbf{P}\to\mathbf{Q}}=\mathbf{b},\tag{4.2}$$

if  $|a| \le |c_P|$  (or  $|c_O|$ )  $\le |b|$  then

$$\mathbf{w}_{P \to Q} = (\mathbf{a} \div |\mathbf{a}|) \times |\mathbf{c}_{P}| \quad (\text{or } (\mathbf{a} \div |\mathbf{a}|) \times |\mathbf{c}_{Q}|), \tag{4.3}$$

but if  $|c_P|$  (or  $|c_Q|$ ) < |a| then, according to Theorem 4.1, the rule  $P \to Q$  is meaningless for this assignment T(P) (or T(Q)).

Clearly, the ceiling and floor of  $\mathbf{w}_{P\to Q}$  designate the possible maximal and minimal trustworthy degree and importance of a rule  $P\to Q$  or the possibility of that a fuzzy conclusion Q will occur if a fuzzy premise P happens in the rule, respectively. So they will be more useful for inference than only having one value of  $\mathbf{w}_{P\to Q}$ .

As we known, when there is a rule  $P \to Q$  and T(P),  $T(Q) \in [0, 1]$ , it is represented by fuzzy set. But if we hope to let the fuzzy inference be only in fuzzy positive or negative logic, we have to introduce two special predicates which are called *unification of positive logic*, unification of negative logic and noted by the symbol "^+" and "^-", respectively. The predicates "^+" or "^-" will cause the fuzzy inference meaningful if and only if all predicates before it are in (0.5, 1] or [0, 0.5), respectively.

Theorem 4.2:<sup>[3]</sup> If the truth value of P (or Q) has been known and  $|\mathbf{w}_{floor}| \le |\mathbf{c}_P|$  (or  $|\mathbf{c}_Q|$ )  $\le |\mathbf{w}_{ceiling}|$ , then the truth value of Q (or P) will be only equal to 1 (when  $\mathbf{c}_P$  (or  $\mathbf{c}_Q$ ) > 0), or 0 (when  $\mathbf{c}_P$  (or  $\mathbf{c}_Q$ ) < 0).

It shows that if a known premise P (or conclusion Q) will cause  $|\mathbf{w}_{floor}| \le |\mathbf{c}_{P}|$  (or  $|\mathbf{c}_{Q}|) \le |\mathbf{w}_{ceiling}|$ , then this confidence of resolvent is only dependent on the known premise P (or conclusion Q). Obviously, if  $|\mathbf{c}_{P}|$  (or  $|\mathbf{c}_{Q}|$ )  $\ge |\mathbf{w}_{ceiling}|$ , then this confidence of resolvent is dependent on the formula  $\mathbf{w}_{ceiling} \div \mathbf{c}_{P}$  (or  $\mathbf{c}_{Q}$ ).

Definition 4.3:<sup>[13]</sup> Let P be an element of V = [0, 1]. For a certain constant a such that  $0 < a \le 0.5$ , a quantized value  $\overline{P}^a$  of P by a is defined as following:

If 
$$a \le P \le 1 - a$$
, then  $\overline{P}^a = 0.5$ ,

If 
$$0 \le P < a$$
, then  $\overline{P}^a = 0$ , and If  $1 - a < P \le 1$ , then  $\overline{P}^a = 1$ .

Property 4.5: If  $a = \mathbf{w}_{floor} \le \mathbf{w}_{P \to Q} \le \mathbf{w}_{ceiling} \equiv 1$ , then  $Q = \overline{P}^a$ . If  $-a = \mathbf{w}_{floor} \ge \mathbf{w}_{P \to Q} \ge \mathbf{w}_{ceiling} \equiv -1$ , then  $Q = 1 - \overline{P}^a$ . Where a > 0.

# 5. The Relationships among the Three Levels of Values

When we pay deep research for the relationships among the three levels of values of fuzzy prolog, we will find the three levels of values of fuzzy prolog as a whole.

Theorem 5.1: Suppose there be a rule  $P := Q \{ w \}$ . If  $| c_P |$  is any value of the closed interval  $[ | w |, t_P ]$  then

$$|\operatorname{cr}(Q)| \equiv |\operatorname{w}|,$$
 (5.1)

where,  $\mathbf{tp} = \sqrt{|\mathbf{w}|}$  is so-called turning point.

It shows that if any absolute value of confidence of premise for a rule  $P \to Q$  with the weight  $\mathbf{w}_{P \to Q}$  is belong to the closed interval  $[ \mid \mathbf{w}_{P \to Q} \mid, \mathbf{t}_{P \to Q} \mid]$ , then the absolute value of confidence of the resolved consequence  $\mathbf{cr}$  will be only dependent on the absolute value of weight  $\mathbf{w}$ . In other words, we can say that the consequence has same confident or ambiguous for any absolute value of confidence of premise in the closed interval  $[\mid \mathbf{w}_{P \to Q} \mid, \mathbf{t}_{P \to Q} \mid]$ .

Theorem 5.2: Suppose there be a rule  $p(X) := q(X) \{ w \}$  and the facts p(a), p(b). If  $|cp_{(a)}| \ge |cp_{(b)}|$  and they are both belong to the closed interval [tp, 1], then  $|cr(q(a))| \le |cr(q(b))|$ , where, the tp is the turning point of the rule.

It show that if any absolute value of confidence of premise for a rule  $P \to Q$  with the weight  $\mathbf{w}_{P \to Q}$  is belong to the closed interval [  $\mathbf{t}_{P \to Q}$ , 1 ] then when the absolute value of confidence of premise is larger or said it is more confident, the absolute value of confidence of the consequence will be less or more ambiguous.

With Theorem 5.1 and 5.2, the relationships among the  $c_P$ , the  $w_{floor}$ , the  $w_{ceiling}$ , the  $t_P$  of  $w_{ceiling}$ , the  $c_Q$  and the  $c_P$  (Q) about a rule  $P \rightarrow Q$  can be illustrated as Fig 5.1.

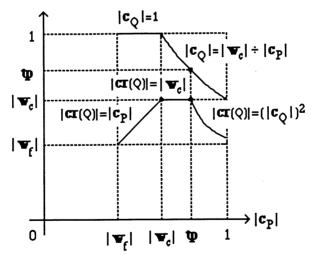


Fig 5.1. The relationships among the three levels of values

Obviously, suppose there be n rules have same premise P, e.g. P  $\rightarrow$  Q<sub>1</sub> { w1<sub>floor</sub>, w1<sub>ceiling</sub> }, P  $\rightarrow$  Q<sub>2</sub> { w2<sub>floor</sub>, w2<sub>ceiling</sub> }, ..., P  $\rightarrow$  Q<sub>n</sub> { wn<sub>floor</sub>, wn<sub>ceiling</sub> }, when we hope the best resolved consequence to be obtained by these rules, we can look for which rule has largest | w<sub>ceiling</sub> | and can let | c<sub>P</sub> | E [ | w<sub>ceiling</sub> |, tp ], where tp =  $\sqrt{|w_{ceiling}|}$ , if there is the kind of rule, the resolved consequence will be most confident. But by other rules, the resolved consequences will be more ambiguous. Therefore, dependent on Theorem 5.1 and 5.2, and Fig 5.1, it is possible to find some kind of fuzzy inferential strategy for obtaining the most confident resolved consequence.

5.2, and Fig 5.1, it is possible to find some kind of fuzzy inferential strategy for obtaining the most confident resolved consequence.

# 6. Conclusion

In this paper, the results are a fuzzy prolog can be constructed by three levels of values and the three levels of values are as a whole for inference. By the theorems and properties given out in this paper, the fuzzy prolog can do fuzzy positive logical inference, fuzzy negative logical inference or fuzzy set inference easily.

In this paper, a kind of definition for the so-called weight of rule has been given and interpreted as on kind of simulation of conditional probability. Maybe there are some better definitions for the weight, but up to now, we have not find the kind of definitions for the weight, therefore, now, the definition of weight in this paper is still best for the fuzzy prolog system. If some self-learning approaches to be found, we can by some know premises and conclusions of a rule for choosing a experimental weight for the rule and adjusting it in the practical situation.

The detail about how to criticize the definitions about the implication "→" of a rule and the definitions about the weight of a rule will be discussed by other papers.

# REFERENCES

Z. Shen, L. Ding & M. Mukaidono, Fuzzy Resolution Principle, Proceedings of 18th [1] International Symposium on Multiple-valued Logic, 5(1988).

[2] M. Mukaidono, Z. Shen & L. Ding, Fuzzy Prolog, Preprints of the 2nd IFSA

Congress, 7(1987).

- [3] Z. Shen, L. Ding & M. Mukaidono, A Theoretical Framework of Fuzzy Prolog Machine, Fuzzy Computer, Edit by M. M. Gupta & T. Yamakawa, North Holland, Amsterdam, 1988.
- Z. Shen, L. Ding & M. Mukaidono, Demonstration on the Fuzzy Prolog System, [4] Preprints of the 2nd IFSA Congress, 7(1987).
- M. Mukaidono, Z. Shen & L. Ding, Fuzzy Prolog Manuals, Mukaidono Laboratory, [5] Faculty of Engineering, Meiji University, 1987.
- [6] M. Umano, Establishing a Prolog by the Concept of Fuzzy Set, 31st National Congress of the Information Processing Society of Japan, (Japanese), 9M-4(1985).
- T. P. Martin, J. F. Baldwin & B. W. Pilsworth, The Implementation of FPROLOG [7] A Fuzzy Prolog Interpreter, Fuzzy Sets and System 23(1987)119-129.
- N. Kanai & M. Ishizuka, PROLOG-ELF Incorporating Fuzzy Logic, Transitions of [8] Information Processing Society of Japan (Japanese), Vol. 27, No. 4, 4(1986).
- [9] R. C. T. Lee, Fuzzy Logic and the Resolution Principle, J. ACM, 19, 1, pp. 109-119(1972).
- [ 10 ] J. A. Robinson, A Machine Oriented Logic Based on the Resolution Principle, J. ACM, 12, 1, pp. 23-41(1965).
- [11] N. J. Nilsson, Problem Solving Methods in Artificial Intelligence, McGraw-Hill, New York(1971).
- [12] C. L. Chang, R. C. T. Lee, Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving, Section 5.3, 5.4, pp. 74-80, Academic Press, New York and London(1973).
- [13] M. Mukaidono, On some Properties of a Quantization in Fuzzy Logic, Proceedings of International Symposium on Multiple-valued Logic, pp. 103-106(1977).

# ファジィ関係方程式の解集合を変えない係数行列について II Sets of Solution-Set-Equivalent Coefficient Matrices of Fuzzy Relation Equations

宮腰政明 新保 勝 Masaaki MIYAKOSHI Masaru SHIMBO

北海道大学 工学部 Faculty of Engineering, Hokkaido University

#### **ABSTRACT**

A set of coefficient matrices of which fuzzy relation equations give the solution-sets equivalent to that of a fuzzy relation equation is considered. The equipollency of the cardinal numbers of solution sets of fuzzy relation equations for two constant vectors with the equal partition on the index set is also shown.

# 1. まえがき

与えられた定数ベクトル $b = [b_j]$  (1  $\ge b_1 \ge b_2 \ge \cdots \ge b_m > 0$ ) と係数行列  $A = [a_{ij}]$  ( $i = 1, \cdots, n$ ;  $j = 1, \cdots, m$ ) に関するファジィ関係方程式 (以下、方程式)

$$\mathbf{x} \circ \mathbf{A} = \mathbf{b}$$
 但し、 $\mathbf{x} \triangleq [\mathbf{x}_t]$  (1)

を考える。ここでは、解集合(式(1)を満足するベクトルxの全体)と同じ解集合を与える方程式x。 A=bの係数行列Aが満足すべき条件を示し、解集合を変えない係数行列の性質を明らかにする。更に、同じ次数(n, m)で、 $J extstyle \{1, \dots, m\}$ 上の同値関係

 $j_1$  (b)  $j_2 \longleftrightarrow b_{i_1} = b_{i_2}$  (2) による商集合 J/ (b) =  $\{J_{(1)}$  ,  $J_{(2)}$  , . . . ,  $J_{(K)}$  が同じである定数ベクトルをもつすべての方程式の相異なる空でない解集合の数は同じであることを示す。

# 2.解集合の特徴づけ

二つの方程式の解集合が等しいための条件は

最大解が等しく、極小解の集合が等しい (3) ことである。シンプル方程式の極小解を特徴づけるものは方程式の特性行列の 保守路などが知られている。しかし、これらは一般の方程式の極小解を特徴づ けるものとしては不十分であり、本稿では修正された保守路を用いる。また、 最大解に対する特性行列も導入して、最大解と極小解の特性行列による条件

(3)を表す定理1を得る。

# <u>2.1. 方程式の連立方程式系への分解</u>

方程式(1)を式(2)の同値関係にもとづき

\*  $\bullet$   $A_{(t)} = b_{(t)}$  (t = 1, . . . , K) (4) なる連立系に分解する。但し、 $A_{(t)}$ ,  $b_{(t)}$  は A, b の J J (b) に対応した部分行列、部分ペクトルであり、各 $b_{(t)}$  の要素はすべて同じ値(フラット)である。式(1)の極小解の集合を $\mathcal{X}^{\bullet}$ 、連立系(4)の各方程式における最大解、解集合、極小解の集合を各々 $\mathcal{Y}^{\bullet}$ に)、 $\mathcal{X}^{\bullet}$ (t) とすると

$$\mathbf{g} = \bigwedge_{\mathbf{t}=\mathbf{1},K} \mathbf{g}_{\mathbf{t}}$$
, 但し、 $\mathbf{g} = [\mathbf{g}_{\hat{\mathbf{s}}}]$ 、 $\mathbf{g}_{\hat{\mathbf{t}}} \triangleq ((\mathbf{A} \otimes \mathbf{b}^{\mathbf{1}})^{-\mathbf{1}})_{\hat{\mathbf{L}}}$    
  $\mathcal{X} = \bigcap_{\mathbf{t}=\mathbf{1},K} \mathcal{X}_{\mathbf{t}\mathbf{t}}$ ,  $\mathcal{X}^{0} = (\bigvee_{\mathbf{t}=\mathbf{1},K} (\mathcal{X}^{0}_{\mathbf{t}\mathbf{t}}) \cap [\mathbf{0},\mathbf{1}]))^{0}$   $\mathcal{X}^{0} = (\bigvee_{\mathbf{t}=\mathbf{1},K} (\mathcal{X}^{0}_{\mathbf{t}\mathbf{t}}) \cap [\mathbf{0},\mathbf{1}])^{0}$ 

2.2. 最大解の特性行列

定義1:最大解の特性行列 D (A, lb)

但し、di,, di,はD(A,Ib), D(A,Ib)の第i行ベクトル、0), 0)はmー、IJはIー次の 零行ベクトルを表す。

相題 2. 1  $A_1 \otimes |b^{-1}| = A_2 \otimes |b^{-1} \longleftrightarrow \hat{D}(A_i,b) \stackrel{?}{=} \hat{D}(A_b,b)$ 但し、  $\hat{D}(A_i,b) \Leftrightarrow \hat{D}(A_i,b) \stackrel{?}{=} \hat{D}(A_b,b)$  は (1)  $\hat{D}(A_i,b) \Leftrightarrow \hat{D}(A_i,b) \Leftrightarrow \hat{D}($ 

2.3. 極小解の特性行列

定義2:極小解の特性行列C(A, b)、C(A, b)の路と関数を

$$C(A, b) = [c_{ij}]$$

$$a_i; \ge b_i$$
 かつ  $g_i; \ge b_i$  のとき、  $c_i; \triangleq 1$  その他のとき、  $c_i; \triangleq 0$ 

と定義する。このとき、C (A, b) を方程式 (1) の極小解の特性行列と

$$C_i \triangleq \{i \mid c_i = 1\}$$
 に対し、 $\ell = \ell(C(A, b)) \triangleq \prod_{j=1,m} C_j$  と定義し、 $\ell$ 

の要素をC(A,b)の路と云う。

する。

$$\xi$$
 (p)  $_{i}$   $\stackrel{\triangle}{=}$   $V$  (b; | i; = i } {j | i\_{j} = i } ‡  $\phi$  のとき  $\xi$  (p)  $_{i}$   $\stackrel{\triangle}{=}$  0 {j | i; = i } =  $\phi$  のとき 但し、p = [i, i, i, . . . , i, i, ] 、i;  $\xi$  I

<u>補題2.2</u>

$$\widehat{D}(A, b) = [\widehat{D}(A_{ap}, b_{tp}), \widehat{D}(A_{2p}, b_{ap}, \dots, \widehat{D}(A_{pp}, b_{pp})]$$
 $\mathcal{C}(C(A_{tt}), b_{tt})) (g) = \mathcal{C}(C(A, b)_{(t)}) (t=1, \dots, K)$ 
但し、 $C(A, b)_{(t)}$  は $J/(b)$  に対応した $C(A, b)$  の部分行列、 $\mathcal{C}(C(A_{tt}), b_{tt}) (g) \triangleq \{q \mid q \in \mathcal{C}(C(A_{tt}), b_{tt}))$  かつ  $\xi(q) \leq g\}$ 

# 2.4. C (A, lb) の保守路の集合と極小解の集合

定義3:C (A, b) の保守路

W(C(A,b))=∏.C(C(A,b)m)の要素」p=(p<sup>(i)</sup>, p<sup>(i)</sup>,..., jp<sup>(i)</sup>)が次の条件を満たすときp

- をC (A, lb) の保守路と いう。 イ) <sup>a</sup>qe C(C(A,b)e) ( U to b) (q) )なる t に対して p(t) ≜ max (q | 上の条件を満足する q )
- ロ) \*q e C(C(A, |b) (b) ({q} U (p) + φ) なる t に対して
  p = 半順序集合(({q} U (p) + φ) + q e C(C(A, |b) (b))), ≤)の極小元に対応する q
- C (A, b) の保守路の全体をW (C (A, b)) で表す。

補題2.3  

$$\mathcal{E}^{\circ} = \xi (\widehat{\mathbb{W}} (C(A, b)))$$

# 2.5. 解集合の同等性の条件

定義4: 光(n, m) と见(n, m; J/(b)) 光(n, m) ≜各列に少なくとも一つの'1'をもつ(n, m)次のB行列

(その値が1または0だけの行列)の全体

Q(n, m; J/(lb)) ≜各行に高々一つの非零ブロック (J/(lb)) に 対応した少なくとも一つの'1'をもつ部分行 ベクトル)をもつ(n,m)次のB行列の全体。 但し、全行が非零ブロックをもつとき必ず Jus に対応した非零ブロックをもつものとする。

定義5: J / (Jb) による了上の同値類  $J \triangleq I^m$ ,  $p = [i_1, i_2, \dots, i_m]$ ,  $i \in \{p\} \triangleq \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ 

,...,  $i_m$  ) に対し、 $J_p$  (i)  $\triangleq$  (j |  $i_j$  = i } とするとき、  $P_{i} \stackrel{\text{ff}}{=} P_{2} \longleftrightarrow i) \qquad \{P_{i}\} \stackrel{\text{ff}}{=} \{P_{2}\}$ ii) i 6 {p<sub>i</sub>} に対しmin J<sub>p<sub>i</sub></sub>(i) f J<sub>chi</sub>), min J<sub>p<sub>i</sub></sub>(i) f J<sub>chi</sub>) とするとき、t, = t2

意 による J 上の商集合をJ/も  $(I_{(1)}, I_{(2)}, \dots, I_{(L)}) とする。$ 

極小解の集合の同値性を保証するものとして、了 上の同値関係高が必要とな る。

定義6: 光 (n、m) 上の同値関係 🕠  $H_{i_0}H_2 \longleftrightarrow \{I_{i_0}\}I_{i_0} \in \mathcal{J}/\overline{t_0}, かつ I_{i_0}\cap \widehat{W}(H_i) \neq \emptyset\} = \{I_{i_0}\}I_{i_0} \in \mathcal{J}/\overline{t_0}, かつ I_{i_0}\cap \widehat{W}(H_2) \neq \emptyset\}$ Hを含む同値類を  $\mathcal{H}(H)$  とかく。

# 定理1

二つの方程式

 $X \circ A_1 = Jb$  (解集合光) と  $X \circ A_2 = Jb$  (解集合光) に対し、  $\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_2 \longleftrightarrow \widehat{D}(A_1, Jb) = \widehat{D}(A_2, Jb)$ かつ C (A, )b) (lo) C (A, )b)

3. 解集合を変えない係数行列

定義7:  $D = [d_1, d_2, \ldots, d_r] \in \mathbb{Q}$  (n, m) と両立するB行列 $H = [h_i]$  ]

- i) H&&(n, m)
- ii) H≥D
- iii)  $d_i \neq 0$   $(d_i^{(t_i)} \neq 0)^{(t_i)}$  のとき、 $t < t_i$  と  $t \neq 0$  (t) に対し、 $h_{ij} = 0$

なるHをDと両立するという。Dと両立するHe H(n, m)の全体を **H**(D)とかく。

D & Q (n, m) と H & X (n, m) に対し、次の条件を満足する行列 A\*= [a\*i,] を考える。

条件(5)を満足する係数行列の全体を C\*(D, H) とかく。

D 6 L (n, m)、H 6 L (D) と A 6 C (D, H) に対し

- i)  $\widehat{D}(A^*, b) = D$
- ii)  $(A^* Q) b^{-1} \rightarrow A^* = b$
- iii) H = C (A, b)
- iV) もしC € H(n, m) かつH € H(D, C) (≜ H(D) ∩ H(C)) ならばC (A, b) = H = C

<u>定理 2</u> 方程式 (1) に関し、H ∈ 光(D (A, lb), C (A, lb)) と A\* ∈ C(D (A, lb), H) に対し、方程式 x • A\* = b の解集合 元は空で はなく、元\* = 元である。

補題3.2

 $D \in \mathcal{H}(n, m)$ 、 $C \in \mathcal{H}(n, m)$  かつ  $\mathcal{H}(D, C)$  もøに対し

- i) H<sub>1</sub> , H<sub>2</sub> 6 光(D, C) で、H<sub>1</sub> ‡ H<sub>2</sub> ならば、 ぴ(D, H<sub>1</sub> ) ハ ぴ(D, H<sub>2</sub> ) = ø
- ii) H∈ K(D, C) に対し、 C(D, H) はV、Λ に関して 東となる。

定理3

方程式(1)の解集合と同じ解集合を与える係数行列の全体の集合を**Q**とすれば

$$\mathcal{J} = \bigcup_{\substack{D \in \mathcal{D}(A,b) \\ D \in \mathcal{Q}(n,m)}} \mathcal{J}^{\dagger}(D,H) \mid H \in \mathcal{H}(D,C(A,b)) \neq \emptyset \}$$
(6)

となる。

定義8:  $D \in \mathcal{R}$  (n, m)  $E \mapsto \mathcal{R}(n, m)$  に対するパターンP (D, H) P(D, H) = [p; ] は + = - \*の四つの記号を値としてもつ行列で、各要素の値は次の様に定義される。

" =任意"のとき p; ="\*"
" > b; "のとき p; ="+"
" = b; "のとき p; ="="
" < b; "のとき p; ="-"

従って、 $\mathcal{O}^{\mathsf{t}}(\mathsf{D},\mathsf{H})$ には一つのパターン $\mathsf{P}(\mathsf{D},\mathsf{H})$ が対応する。

# 4. 解集合の同等性

 $\beta_{m}$ = { $b \mid 1 \ge b_{i} \ge b_{2} \ge \cdots \ge b_{m} > 0$ } とする。  $J / (|b_{i}|) = J / (|b_{2}|)$  なる定数ベクトル $b_{i}$  、 $|b_{2} \in \beta_{m}$  に対する二つの 方程式

 $x \circ A_1 = |b_1|$  と  $x \circ A_2 = |b_2|$  の係数行列 $A_1$  ,  $A_2$  を解集合が存在する範囲で任意に変えたときに生じる相異なる解集合の個数は等しいことが定理 3 の結果から導かれる。

ここでは、方程式の全体を考えるので (A, b), (b)等の引数をつけて 記号を表現する。

スプラス。 D (A, b) ≜方程式×。A=bの最大解(A⊗ b) の特性行列

C(A, b) = "における極小解の集合の特性行列

**笼(A, )b) ≜方程式 x 。 A = )b の解集合** 

**【()b) ≜ 光(A, b) キφなる係数行列の全体** 

£(b) \( \frac{1}{2} \) \( \frac{1} \) \( \frac{1}{2} \) \( \frac{1}{2} \) \( \frac^

# 定義9: Q(b) 上の同値関係≈

 $A_1$  ,  $A_2 \in \mathcal{A}(b)$  に対し、  $A_1 \approx A_2 \longleftrightarrow \mathcal{X}(A_1 , b) = \mathcal{X}(A_2 , b)$ 

# 補題4.1

- i) 任意のbe βm に対して、 乙(b) ‡ Q
- ii) 九()b) /z と 光()b) は同等である。

 $A \in \mathcal{A}(J_b)$  に対し、Aを含む  $\mathcal{A}(J_b)$  / の同値類を  $[A,J_b]$  とすれば、式(6)は

$$[A,b] = \bigcup \{ \mathcal{C}^{\star}(D,H) \mid H \in \mathcal{H}(D,C(A,b)) + \emptyset \}$$

$$D_{b}^{-}(A,b)$$

$$D_{c}\mathcal{U}(n,m)$$
(7)

と表わされる。

定義10: Q()b₁) /≈ から Q(b₂) /≈ への写像F

**∮([A , )b])を[A , )b]**に対応したパターンの集合とするとき、 写像F: **♂()b₁)** /≈ → **♂()b₂)** /≈

を、もし、  $\oint([A_1, b_1]) = \oint([A_2, b_2])$  ならば、 $F([A_1, b_1]) = [A_2, b_2]$  と定義する。

# 補題4.2

Fは全単射である。

定理4

 $J/(Jb_1) = J/(Jb_2)$  なる任意のJ(J) なる任意のJ(J) J(J) J

# 参考文献

- 1) Sanchez, E.: Information and Control, 30, 38-48(1976).
- 2) Higashi, M. and G.J. Klir: Fuzzy Sets and Systems, 13,65-82 (1984).
- 3)Wang P., S.Sessa, A.di Nola and W.Pedrycz: BUSEFAL 18,67-74(1984).
- 4) Miyakoshi, M. and M. Shimbo: Fuzzy Sets and Systems , 19,37-46(1986).
- 5) Miyakoshi, N. and M. Shimbo: ibid., 21, 59-83(1987).

# 拡張されたファジィ集合について ON EXTENDED FUZZY SETS

# 高木敏幸

中西祥八郎

Toshiyuki TAKAGI and Shohachiro NAKANISHI 東海大学 工学部

Faculty of Engineering, TOKAI University

#### **ABSTRACT**

Fuzzy sets are extensively applied to the various fields such as a engineering method, and economical fields. It may be happen to apply the fuzzy sets belong to more fuzzier problem in these fields. In this case, it is the need to represent fuzzier objects which can not be described by ordinary fuzzy sets. Type n fuzzy sets and level m fuzzy sets are introduced as the concepts to represent the fuzzier objects in fuzzy set theory, and these sets are powerful tool to describe them. The authors propose the extended fuzzy sets which are characterized by the combinations of the type 2 and leve 1 m fuzzy sets. Finally, it is shown that the extended fuzzy sets satisfy the fundamental algebraic properties under the operations proposed in this paper.

# 1. はじめに

て以来多くの分野で用いられその有用性が確か いさの意味を表すターム u をメンバーシップ関 められ、積極的に応用されている。これらの応 数に導入して $\mu$ ( $x \mid u$ )のように表す。例え 用で用いられているほとんどのファジィ集合は ば、「大きい」というあいまいさを表すメンバ 通常のファジィ集合である。しかし、現実の世 ーシップ関数の場合にはμ(x | 大きい)のよう 界にはさまざまなあいまいさがあり、その中にに記述する。 は通常のファジィ集合で表されるようなあいま いさに比べてよりあいまいなものも数多く存在 の同値関係の集合とする。この同値関係を用い する。このようなよりあいまいな対象を表現す てつぎのような商集合U:2 る方法としてタイプ2ファジィ集合やレベルM ファジィ集合がある。本稿ではこれらのファジ ィ集合を組み合わせた拡張ファジィ集合の代数 的性質について述べる。

# 2. 多値ファジィ集合(1)

Xを普遍集合としその要素をxとする。通常 のファジィ集合はつぎのようなメンバーシップ 関数μによって特性づけられる。

$$\mu: X \rightarrow [1, 0]$$

通常ファジィ集合を取り扱うとき、そのファジ ィ集合はなんらかのあいまいな概念を表していのように構成する。 る。本稿では多数のあいまいな概念を一度に取 つぎに、多値ファジィ集合およびレベルMフ

り扱うので各メンバーシップ関数がどの曖昧性 ファジィ集合がL.A. Zadehによって導入され を表しているのかを明確にするために、あいま

Tをタームの普遍集合とし、{ρ:¹}をT上

$$U_{i}^{2} = T/\rho_{i}^{1} = \{u_{i}^{1}\}$$

を構成することができる。この商集合のことを ここではレベル2の商集合と呼ぶことにする。

T<sup>2</sup>をレベル2の商集合全体からなる集合とし、 {p;²}をT²上の同値関係の集合とすると、レ ベル3の商集合U<sup>3</sup>をつぎのように構成するこ とができる。

 $U_{i}^{3} = T^{2}/\rho_{i}^{2} = \{u_{ij}^{2}\}$ このような手続きを繰り返してレベルMの商集 合℧∶⋒を

 $U_i^m = T^{m-1} / \rho_i^{m-1} = \{u_{ij}^{m-1}\}$ 

アジィ集合を規定するために一般的多値ファジ ィ集合を導入する。一般的多値ファジィ集合は つぎのようなメンバーシップ関数Fによって特 性づけられる集合である。

$$\begin{split} F\left(x\mid\Lambda\right) &= \{\#_{1}\left(x\mid u_{i,j}^{m-1}\right), \ldots, \#_{i}\left(x\mid u_{j,s}^{m-1}\right), \ldots, \#_{n}\left(x\mid u_{k,t}^{m-1}\right)\}, \\ &= u_{j,s}^{m-1}, \ldots, \#_{n}\left(x\mid u_{k,t}^{m-1}\right)\}, \\ &\#_{i}\in\Lambda, u_{i,j}^{m-1}\in U_{i,m}, u_{j,s}^{m-1}\in U_{j,m}, \\ &u_{k,t}^{m-1}\in U_{k,m}, \forall x\in X, \end{split}$$

ァジィ集合、レベルMファジィ集合等任意のフ で任意の多値メンバーシップ関数は、反射律 アジィ集合のメンバーシップ関数を表しており、推移律、べき等律、交換律、結合律、分配律、 u;; "⁻¹、 u;s "⁻¹および ukt "⁻¹ 等は任意の商集 復帰律、ド・モルガンの法則、定数法則等をを 合の要素を表している。

レベルMの多値ファジィ集合を導入するにあ たり、まず初めにレベル2の多値ファジィ集合 3. レベル M 集合(2) ように導入する。

$$M^{2}(x \mid U^{2}) = F(x \mid \Omega^{2}) \mid U^{2}$$

$$= \{\mu_{1}(x \mid u_{1}^{1}), \dots, \mu_{n}(x \mid u_{n}^{1})\}$$

$$= \{\mu_{i}(x \mid u_{i}^{1})\},$$

$$u_{i}^{1} \in U^{2}, \quad U^{2} \in T^{2}, \quad \forall x \in X$$

$$\Omega^{2} = \{\mathbf{通常のファジィ集合の}$$

$$\times \times \mathcal{N}^{-2} = \mathcal{V}^{-2}$$

すなわち、レベル2の多値ファジィ集合は通常 のファジィ集合をレベル 2の商集合で制限した この $\mathfrak{M}^2$   $(x \mid U^2)$  は、前章の $M^2$   $(x \mid U^2)$ と同じ ものとして構成されている。レベル3の多値フ ベル3の商集合で制限してつくることができる。2によって特性づけられる集合である。 この手続きを繰り返して、レベルMの多値ファ ジィ集合のメンバーシップ関数をつぎのように 帰納的に構成することができる。

 $M^m(x \mid U^m) = F(x \mid \Omega^m) \mid \{M_1^{m-1}(x \mid u_1^{m-1})\}$  ここで、 $\mathfrak{M}^2(x \mid U^2)$ は、レベル2の多値ファジ  $u^{m-1} \in U^m$ ,  $U^m \in T^m$ ,  $\forall x \in X$ ,

プ関数}

の様に定義する。

$$M^{m}(x | U^{m}) \otimes N^{m}(x | V^{m})$$
 $= S(M^{m}, N^{m}) = \{s_{i,j}(M^{m}, N^{m})\}$   $N^{m}(x | U^{m}) \otimes N^{m}(x | V^{m})$   $\vdots$   $T(M^{m}, N^{m}) = \{t_{i,j}(M^{m}, N^{m})\}$  ただし、 $S(M^{m}, N^{m})$ 、 $T(M^{m}, N^{m})$ の $(i, j)$ の成分は次のように定義されている。

$$S_{+,i}(M^{\bullet},N^{\bullet}) = \begin{cases} M_{+}^{\bullet-1}(x \mid u_{+}^{\bullet-1}) \ominus N_{+}^{\bullet-1}(x \mid v_{+}^{\bullet-1}) & U^{\bullet} \neq V^{\bullet} \\ M_{+}^{\bullet-1}(x \mid u_{+}^{\bullet-1}) \ominus N_{+}^{\bullet-1}(x \mid v_{+}^{\bullet-1}) & u_{+}^{\bullet-1} = v_{+}^{\bullet-1} \\ \emptyset & u_{+}^{\bullet-1} \neq v_{+}^{\bullet-1} \end{cases} \quad U^{\bullet} = V^{\bullet}$$

$$T_{+,i}(M^{\bullet},N^{\bullet}) = \begin{cases} M_{+}^{\bullet-1}(x \mid u_{+}^{\bullet-1}) \ominus N_{+}^{\bullet-1}(x \mid v_{+}^{\bullet-1}) & u_{+}^{\bullet-1} = v_{+}^{\bullet-1} \\ M_{+}^{\bullet-1}(x \mid u_{+}^{\bullet-1}) \ominus N_{+}^{\bullet-1}(x \mid v_{+}^{\bullet-1}) & u_{+}^{\bullet-1} = v_{+}^{\bullet-1} \end{cases} \quad U^{\bullet} \neq V^{\bullet}$$

AとBとCを多値ファジィ集合としそれぞれ Λ = {# | 任意のメンバーシップ関数} の多値メンバーシップ関数をM™(x)、N™(x)、 ここに、#: は通常のファジィ集合、タイプNフ K ™(x) とする。♡、♡、♡、Φの演算子のもと 満たす。

を先の一般的多値ファジィ集合を用いてつぎの レベル2ファジィ集合を導入する前にもう一度 レベル2の多値ファジィ集合を導入する。レベ ル2多値ファジィ集合は次の様なレベル2多値 メンバーシップ関数によって特性づけられる。

$$\widetilde{m}^{2}(x \mid U^{2}) = F(x \mid \Gamma^{2}) 
= \{\widetilde{m}_{i}^{1}(x \mid u_{i}^{1})\} = \{\mu(x \mid u_{i}^{1})\} 
u_{i}^{1} \in U^{2}, \ \widetilde{m}_{i}^{1} \in \Gamma^{2}, \ \forall x \in X$$

Γ<sup>2</sup>={任意の普通のファジィ集合のメンバー : シップ関数}

であるが、ここでは죠2の記号を用いることにす ァジィ集合はレベル2の多値ファジィ集合をレ る。この´´m²(x | U²)を用いて 次の様な関数m

$$f^{1}: P(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) \rightarrow [0, 1]$$

$$\mathfrak{M}^{2}(x \mid U^{2}) = f^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) / \widetilde{\mathfrak{M}}^{2}(x \mid U^{2})$$

$$= f^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) / {\{\widetilde{\mathfrak{M}}_{i}^{1}(x \mid u_{i}^{1})\}}$$

ィ集合を表しており  $f^{1}(\tilde{\mathfrak{m}}^{2})$ は、 $\tilde{\mathfrak{m}}^{2}(x \mid U^{2})$ の  $\Omega^{m}$ ={任意のレベルM-1多値メンバーシッグレードを示している。ただし $P(\cdot)$ は、・の べき集合を表している。この定義で f ¹(´´ஹ²) = レベル M の 多値 ファジィ 集合の 和、 積を次 1 ならば、 m² (x | U²) は、 m² (x | U²) を 意 味する。

> 一般にこのような手続きを繰り返してレベル Mファジィ集合のメンバーシップ関数を次のよ うに帰納的に構成することができる。

$$f^{m-1}: P(\widehat{\mathfrak{M}}^{m}) \rightarrow [0, 1]$$

$$\mathfrak{M}^{m}(x \mid U^{m-1}) = f^{m-1}(\widehat{\mathfrak{M}}^{m}) / \widehat{\mathfrak{M}}(x \mid U^{m})$$

$$= f^{m-1}(\widehat{\mathfrak{M}}^{m}) / {\{\widehat{\mathfrak{M}}_{i}|_{i=1}^{m-1}(x \mid u_{i}|_{i=1}^{m-1})\}}$$

Aを任意のレベルMファジィ集合とし、その の様に表す。 メンバーシップ関数をm\*(x | U\*) とする。こ の時Aの補集合は次の様にそのメンバーシップ 関数の否定で定義される。

 $A^c \Leftrightarrow \square \mathfrak{M}^m(x \mid U^m) = 1 \square \mathfrak{M}^m(x \mid U^m)$  $= (1 - f^{m-1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^m)) / (1 \ominus \widetilde{\mathfrak{M}}^m(x \mid U^m))$  $= (1 - f^{m-1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^m)) / \{(1 \ominus \widetilde{\mathfrak{M}}_i^{m-1}(x | u_i^{m-1}))\}$ AとBを任意のレベルMファジィ集合とし、そ のメンバーシップ関数を各々mm(x | Um) およ  $U_n^m(x \mid V^m)$  とする。もし $u_n^m(x \mid U^m)$ が $v_n^m$ (x | V<sup>m</sup>)より劣勢(n<sup>m</sup>(x | V<sup>m</sup>)が nn<sup>m</sup>(x | U<sup>m</sup>) より優勢)ならばAはBに含まれると言う。即 ち、

 $A \subseteq B \iff \mathfrak{M}^{m}(x \mid U^{m}) \boxtimes \mathfrak{R}^{m}(x \mid V^{m})$ 

間の和と積に関する演算を導入する。

 $\mathfrak{M}^{m}(x \mid U^{m}) \boxtimes \mathfrak{R}^{m}(x \mid V^{m})$ 

 $f^{m-1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^m)/\widetilde{\mathfrak{M}}^m(x\mid U^m)$ 

 $\square g^{m-1}(\widetilde{\mathfrak{R}}^m)/\widetilde{\mathfrak{R}}^m(x \mid V^m)$ 

 $= (f^{m-1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^m) \vee g^{m-1}(\widetilde{\mathfrak{N}}^m))$ 

 $\mathfrak{M}^{\mathfrak{m}}(x \mid U^{\mathfrak{m}}) \boxtimes \mathfrak{N}^{\mathfrak{m}}(x \mid V^{\mathfrak{m}})$ 

 $f^{m-1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^m)/\widetilde{\mathfrak{M}}^m(x\mid U^m)$ 

 $\triangle g^{m-1}(\widetilde{\mathfrak{N}}^m)/\widetilde{\mathfrak{N}}^m(x \mid V^m)$ 

 $= f^{m-1}(\widehat{\mathfrak{M}}^m) \wedge g^{m-1}(\widehat{\mathfrak{N}}^m)$ 

 $/\widetilde{\mathfrak{M}}^{\mathsf{m}}(\mathsf{x} \mid \mathsf{U}^{\mathsf{m}}) \otimes \widetilde{\mathfrak{R}}^{\mathsf{m}}(\mathsf{x} \mid \mathsf{V}^{\mathsf{m}})$ 

これらの演算を用いてレベルMファジィ集合 間の和と積を導入する。

 $A \cup B = C \iff \mathfrak{M}^{m}(x \mid U^{m}) \boxtimes \mathfrak{R}^{m}(x \mid V^{m})$ 

 $A \cap B = D \iff \mathfrak{M}^m(x \mid U^m) \boxtimes \mathfrak{R}^m(x \mid V^m)$ 

これらの定義および演算を用いることにより レベルMファジィ集合は、多値ファジィ集合同 様に反射律、推移律、べき等律、交換律、結合 律、分配律、復帰律、ド・モルガンの法則、定 数法則等を満たす。

# 4. タイプ2ファジィ集合(3)

Xにおけるタイプ2ファジィ集合Aは、

 $\mu_{A}: X \rightarrow [0, 1]^{[0,1]}$ 

なるファジィメンバーシップ関数 μα によって 特性づけられる。値 μa(x)は、ファジィグレー ドと呼ばれ、区間[0,1](またはその部分集 合)におけるファジィ集合である。区間 [0, 1]  $g^{1}(\tilde{\mathfrak{N}}^{2}) \parallel (\Sigma q_{st}(\beta_{st}(\tilde{\mathfrak{N}}^{2})) / \beta_{st}(\tilde{\mathfrak{N}}^{2}))$ 

$$\mu_{B}(x) = \sum_{i} f(u_{i}) / u_{i}$$
  
$$\mu_{B}(x) = \sum_{i} g(v_{i}) / v_{i}$$

$$u_i, v_j \in [0, 1]$$

1)和: AUB 
$$\Leftrightarrow \mu_A _B(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

$$= \Sigma \ f \ (u_i) \diagup u_i \smile \Sigma \ g \ (v_j) \diagup v_j$$

$$= \sum (f(u_i) \wedge g(v_j)) / (u_i \vee v_j)$$

2)交わり: 
$$A \cap B \Leftrightarrow \mu_A \mid_B (x) = \mu_A (x) \wedge \mu_B (x)$$

$$= \sum (f(u_i) \wedge g(v_j)) / (u_i \wedge v_j)$$

3)補集合: 
$$A^c \leftrightarrow \mu_A(x) = \exists \mu_A(x)$$

$$= \sum f(u_i) / (1 - u_i)$$

これらの演算のもとで タイプ2ファジィ集 合が、正規ファジィグレードである時、反射律、 推移律、べき等律、交換律、結合律、吸収律、 レベルMファジィ集合のメンバーシップ関数 分配律、復帰律、ド・モルガンの法則、定数法 則等を満たす。

# 5. 拡張されたファジィ集合

本稿では、タイプ2ファジィ集合、多値ファ ジィ集合およびレベルMファジィ集合の組み合 /(´´ω̄ "(x | U ") ⊗ ´Ω " (x | V ")) せとして、拡張されたファジィ集合を導入し、 さらに、これらを分類、整理することで、より 複雑なあいまい性に対し適切に対応できるよう にする。また、この分類方法はあいまい化の度 合を基準として決められている。

# CLASS 1

(1) タイプ 2 ファジィ集合のレベル 2 ファジィ

タイプ2ファジィ集合のレベル2ファジィ集 合Aは、次のようなメンバーシップ関数によっ て特性づけられる集合である。

$$f^1 : P(\widetilde{\mathfrak{M}}^2) \rightarrow [0, 1]$$

$$p_{ij} : X \rightarrow [0, 1]$$

 $\gamma(x) =$ 

 $f^{\perp}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) \parallel (\Sigma \mathfrak{p}_{i,j}(\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2})) / \alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}))$ ここで、記号 || はグレードとファジィグレード を区別するために導入する。また、タイプ2フ ァジィ集合のレベル2ファジィ集合Bのメンバ ーシップ関数を、

$$g^1 : P(\tilde{\mathfrak{R}}^2) \rightarrow [0, 1]$$

$$q_{st}: X \rightarrow [0, 1]$$

 $\delta(\mathbf{x}) =$ 

におけるファジィグレードμα(x), με(x) を次 と表すとタイプ2ファジィ集合のレベル2ファ

ジィ集合A. Bに対する演算は、以下のように なる。

a) 和: A∪B ↔

 $\gamma(x) \boxtimes \delta(x) =$ 

 $f^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) \parallel (\Sigma p_{ij}(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2})) / \alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}))$ 

 $\square g^1(\widetilde{\mathfrak{R}}^2) \parallel (\Sigma q_{st}(\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{R}}^2)) / \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{R}}^2))$ 

 $\bar{g} = (f^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) \vee g^{1}(\widetilde{\mathfrak{N}}^{2}))$ 

 $\| (\sum (p_{i,j}(\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) \wedge q_{st}(\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^2))) \|$ 

 $/(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2) \vee \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{R}}^2)))$ 

b) 交わり: A∩B ⇔

 $\gamma(x) \boxtimes \delta(x)$ 

 $= f^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) \parallel (\Sigma p_{ij}(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2})) / \alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}))$ 

 $\boxtimes g^1(\widetilde{\mathfrak{N}}^2) \parallel (\Sigma q_{st} (\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^2)) / \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^2))$ 

 $= (f^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) \wedge g^{1}(\widetilde{\mathfrak{R}}^{2}))$ 

 $\| (\sum (p_{ij}(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) \wedge q_{st}(\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^2))) \|$ 

 $/(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2) \wedge \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^2)))$ 

c) 補集合: A<sup>c</sup> ↔

 $\exists \gamma(x)$ 

 $= \Box (f^1(\widetilde{\mathfrak{M}}^2))$ 

 $\| (\sum p_{i,j} (\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) / \alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) \|$ 

 $= (1 - f^1(\widetilde{\mathfrak{M}}^2))$ 

 $\| (\sum_{\mathbf{p}_{i,j}} (\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^2)) / (1 - \alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^2))) \|$ 

(2)レベル2ファジィ集合のタイプ2ファジィ ァジィ集合Bのメンバーシップ関数を、

# 集合

レベル2ファジィ集合のタイプ2ファジィ集 合Aは、次のようなメンバーシップ関数によっ て特徴づけられる集合である。

h :  $P(\widetilde{\mathfrak{M}}^2) \rightarrow [0, 1]^{[0,1]}$ 

 $P(\tilde{\mathbf{m}}^2) \rightarrow [0, 1]$ 

 $\varepsilon (x) = \sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) / u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)$ 

レベル2ファジィ集合のタイプ2ファジィ集合 下のようになる。 Bのメンバーシップ関数を、

 $k : P(\widetilde{\mathfrak{M}}^2) \rightarrow [0, 1]^{[0,1]}$ 

 $v_n : P(\widetilde{\mathfrak{m}}^2) \rightarrow [0, 1]$ 

 $\zeta(x) = \sum k(v_n(\widetilde{x}^2)) / v_n(\widetilde{x}^2)$ 

と表すとレベル2ファジィ集合のタイプ2ファ ジィ集合A、Bに対する演算は、以下のように なる。

a) 和: AUB ⇔

 $\varepsilon$  (x)  $\square \zeta$  (x)

 $= (\sum h (u_{m}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2})) / u_{m}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}))$ 

 $\square \left( \sum k(v_n(\widetilde{\mathfrak{R}}^2)) / v_n(\widetilde{\mathfrak{R}}^2) \right)$ 

 $= \sum \left( h\left( u_{m}\left( \widetilde{\mathfrak{R}}^{2}\right) \right) \wedge k\left( v_{n}\left( \widetilde{\mathfrak{R}}^{2}\right) \right) \right)$ 

 $/(\mathbf{u}_{\mathsf{m}}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) \vee \mathbf{v}_{\mathsf{n}}(\widetilde{\mathfrak{R}}^{2}))$ 

b) 交わり: A ∩ B ⇔

 $\varepsilon(x) \square \zeta(x)$ 

 $= (\sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) / u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^2))$ 

 $\square \left( \sum k \left( v_n \left( \widetilde{\mathfrak{R}}^2 \right) \right) / v_n \left( \widetilde{\mathfrak{R}}^2 \right) \right)$ 

 $= \sum \left( h\left( u_{m}\left(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}\right)\right) \wedge k\left( v_{n}\left(\widetilde{\mathfrak{N}}^{2}\right)\right) \right)$ 

 $/(\mathbf{u}_{m}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2})\wedge\mathbf{v}_{n}(\widetilde{\mathfrak{N}}^{2}))$ 

c) 補集合: A<sup>c</sup> ⇔

 $\exists \varepsilon (x)$ 

 $= \Box \left( \sum h \left( u_m \left( \widetilde{\mathfrak{M}}^2 \right) \right) / u_m \left( \widetilde{\mathfrak{M}}^2 \right) \right)$ 

 $= \sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) / (1 - u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^2))$ 

CLASS 2

(3) タイプ 2 ファジィ集合のタイプ 2・レベル 2ファジィ集合

タイプ2ファジィ集合のタイプ2・レベル2 ファジィ集合Aは、次のようなメンバーシップ 関数によって特性づけられる集合である。

> $\rightarrow [0, 1]$  $p_{i,j}$  : X

 $P(\widetilde{\mathfrak{m}}^2) \rightarrow [0, 1]^{[0,1]}$ 

 $P(\widetilde{\mathfrak{m}}^2) \rightarrow [0, 1]$ 

 $\eta(x) = (\sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) / u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^2))$ 

 $\|\sum p_{ij}(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2))/\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)$ 

タイプ2ファジィ集合のタイプ2・レベル2フ

 $\rightarrow [0, 1]$  $q_{st}$ : X

 $k : P(\widetilde{\mathfrak{m}}^2) \rightarrow [0, 1]^{[0,1]}$ 

 $P(\tilde{\mathfrak{m}}^2) \rightarrow [0, 1]$ Vn:

 $\theta(x) = (\sum k(v_n(\widetilde{\mathfrak{R}}^2)) / v_n(\widetilde{\mathfrak{R}}^2))$ 

 $\| (\sum q_{st} (\beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{R}}^2)) / \beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{R}}^2) \|$ 

と表すとレベル2ファジィ集合のタイプ2・レ ベル2ファジィ集合A、Bに対する演算は、以

a) 和: AUB ↔

 $n(x) \boxtimes \theta(x)$ 

 $= \sum h (\mathbf{u}_{m} (\widetilde{\mathbf{m}}^{2}) / \mathbf{u}_{m} (\widetilde{\mathbf{m}}^{2}))$ 

 $\|(\sum_{\mathbf{p}_{i,j}}(\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^2))/\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^2))\|$ 

 $\| (\sum q_{st} (\beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{R}}^2)) / \beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{R}}^2)) \|$ 

 $= (\sum (h(\mathbf{u}_{m}(\widetilde{\mathbf{m}}^{2})) \wedge k(\mathbf{v}_{n}(\widetilde{\mathbf{n}}^{2})))$ 

 $/(\mathbf{u}_{\mathsf{m}}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2}) \vee \mathbf{v}_{\mathsf{n}}(\widetilde{\mathfrak{R}}^{2})))$ 

 $\parallel (\sum (p_{ij}(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) \wedge q_{st}(\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^2)))$  $/(\alpha_{i,i}(\widetilde{\mathfrak{R}}^2) \vee \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{R}}^2)))$ 

b) 交わり: A∩B ⇔

 $\eta(x) \boxtimes \theta(x)$ 

 $= \sum h(\mathbf{u}_{\mathsf{m}}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2})) / \mathbf{u}_{\mathsf{m}}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{2})$ 

 $\|\sum_{\mathbf{p}_{i,j}}(\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^2))/\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^2))$ 

 $\Delta \Sigma k(v_n(\tilde{\mathfrak{R}}^2))/v_n(\tilde{\mathfrak{R}}^2)$ 

 $\| \sum q_{st} (\beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{R}}^2)) / \beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{R}}^2) \|$ 

 $= (\Sigma (h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) \wedge k(v_n(\widetilde{\mathfrak{N}}^2)))$ 

$$/(\mathbf{u}_{\mathsf{m}}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2) \wedge \mathbf{v}_{\mathsf{n}}(\widetilde{\mathfrak{N}}^2))$$

 $\| (\sum (p_{ij} (\alpha_{ij} (\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) \wedge q_{st} (\beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{N}}^2))) \|$ 

$$/(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2) \wedge \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^2))$$

c) 補集合: A<sup>c</sup> ⇔

 $\exists \eta(x)$ 

 $= \overline{\mathbf{u}} \left( \left( \sum \mathbf{h} \left( \mathbf{u}_{m} \left( \widetilde{\mathbf{m}}^{2} \right) \right) / \mathbf{u}_{m} \left( \widetilde{\mathbf{m}}^{2} \right) \right) \right)$ 

 $\| (\sum p_{ij}(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) / \alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^2)) \|$ 

 $= \sum \left( h \left( u_m \left( \widetilde{\mathfrak{M}}^2 \right) \right) \right) / \left( 1 - u_m \left( \widetilde{\mathfrak{M}}^2 \right) \right) \right)$ 

 $\| \sum (\mathbf{p}_{i,j}(\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^2)) / (1 - \alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^2))) \|$ 

(4) タイプ2ファジィ集合のレベル3ファジィ

# 集合

合Aは、次のようなメンバーシップ関数によっ て特性づけられる集合である。

$$f^{1} : P(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3})$$

$$\rightarrow$$
 [0, 1]

$$p_{i,j}$$
 :  $X$ 

$$\rightarrow$$
 [0, 1]

 $\gamma(\chi) =$ 

 $\mathbf{f}^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3}) \parallel (\sum \mathbf{p}_{i+}(\alpha_{i+1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3})) / \alpha_{i+1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3}))$ タイプ2ファジィ集合のレベル2ファジィ集合 なる。 Bのメンバーシップ関数を、

$$g^1 : P(\tilde{\mathfrak{X}}^3)$$

$$\rightarrow [0, 1]$$

$$q_{st}: X$$

$$\rightarrow$$
 [0, 1]

 $\delta(x) =$ 

 $g^{1}(\widetilde{\mathfrak{N}}^{3}) \parallel (\sum q_{st}(\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^{3})) / \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^{3}))$ と表すとタイプ2ファジィ集合のレベル2ファ ジィ集合A、Bに対する演算は、以下のように なる。

a) 和: A U B ↔

 $\gamma(x) \boxtimes \delta(x)$ 

 $= f^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3}) \parallel (\sum p_{ij}(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3})) / \alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3}))$ 

 $\boxtimes g^1(\widetilde{\mathfrak{R}}^3) \parallel (\Sigma q_{st}(\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{R}}^3)) / \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{R}}^3))$ 

 $= (f^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3}) \vee g^{1}(\widetilde{\mathfrak{N}}^{3}))$ 

 $\| (\sum (p_{i,j}(\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) \wedge q_{st}(\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^3))) \|$  $/(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3) \vee \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^3)))$ 

b) 交わり: A∩B ↔

 $\gamma(x) \boxtimes \delta(x)$ 

 $= f^{-1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3}) \parallel (\sum_{p_{+j}} (\alpha_{+j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3})) / \alpha_{+j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3}))$ 

 $\triangle g^1(\widetilde{\mathfrak{N}}^3) \parallel (\sum q_{st}(\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^3))/\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^3))$ 

 $= (f^{1}(\widetilde{\mathfrak{M}}^{3}) \wedge g^{1}(\widetilde{\mathfrak{N}}^{3}))$ 

 $/(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3) \wedge \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^3)))$ 

c) 補集合: A<sup>c</sup> ⇔

 $\neg \gamma(x)$ 

 $= \Box (f^{1}(\widehat{\mathfrak{M}}^{3})$ 

$$\| (\sum p_{i,j}(\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / \alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) \|$$

 $= (1 - f^{1}(\tilde{\mathfrak{M}}^{3}))$ 

$$\|(\sum_{\mathbf{p}_{i,j}}(\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^3))/(1-\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathbf{m}}^3)))\|$$

(5)レベル3ファジィ集合のタイプ2ファジィ 集合

レベル2ファジィ集合のタイプ2ファジィ集 合Aは、次のようなメンバーシップ関数によっ て特徴づけられる集合である。

$$P(\overline{\mathfrak{m}}^3) \rightarrow [0, 1]^{[0,1]}$$

u<sub>m</sub> : P(
$$\widetilde{m}^3$$
)

$$\rightarrow [0, 1]$$

$$\varepsilon (x) = \sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)$$

タイプ2ファジィ集合のレベル2ファジィ集 レベル2ファジィ集合のタイプ2ファジィ集合 Bのメンバーシップ関数を、

$$k : P(\bar{m}^3)$$

$$k : P(\widetilde{\mathfrak{M}}^3) \rightarrow [0, 1]^{[0,1]}$$

$$v_n : P(\widetilde{\mathfrak{m}}^3) \rightarrow [0, 1]$$

$$\rightarrow [0, 1]$$

$$\zeta(x) = \sum k(v_n(\widetilde{\mathfrak{R}}^3)) / v_n(\widetilde{\mathfrak{R}}^3)$$

と表すとレベル2ファジィ集合のタイプ2ファ ジィ集合A、Bに対する演算は、以下のように

a) 和: A∪B ⇔

 $\varepsilon(x) \square \zeta(x)$ 

 $= (\sum h(\mathbf{u}_{m}(\widetilde{\mathbf{m}}^{3})) / \mathbf{u}_{m}(\widetilde{\mathbf{m}}^{3}))$ 

 $= (\sum (h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) \wedge k(v_n(\widetilde{\mathfrak{N}}^3)))$ 

$$/(u_m(\widetilde{\mathfrak{R}}^3) \vee v_n(\widetilde{\mathfrak{R}}^3)))$$

b) 交わり: A ∩ B ⇔

 $\varepsilon(x) \square \zeta(x)$ 

 $= (\sum h (u_m (\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / u_m (\widetilde{\mathfrak{M}}^3))$ 

$$\square (\Sigma k(v_n(\widetilde{\mathfrak{N}}^3))/v_n(\widetilde{\mathfrak{N}}^3))$$

 $= \sum \left( h \left( u_m \left( \widetilde{\mathfrak{M}}^{3} \right) \right) \wedge k \left( v_n \left( \widetilde{\mathfrak{N}}^{3} \right) \right) \right)$ 

$$/(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3) \wedge v_n(\widetilde{\mathfrak{X}}^3))$$

c) 補集合: A<sup>c</sup> ↔

 $\exists \varepsilon (x)$ 

 $= \square \left( \sum h \left( u_m \left( \widetilde{\mathfrak{M}}^3 \right) \right) / u_m \left( \widetilde{\mathfrak{M}}^3 \right) \right)$ 

 $= \sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / (1 - u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3))$ 

CLASS 3

(6) タイプ 2 ファジィ集合のタイプ 2・レベル

3ファジィ集合

タイプ2ファジィ集合のタイプ2・レベル3

 $\| (\Sigma(p_{ij}(\alpha_{ij}(\tilde{\mathfrak{M}}^3)) \wedge q_{st}(\beta_{st}(\tilde{\mathfrak{N}}^3))) - \mathcal{I}_r \mathcal{I}_r \mathcal{I}_s \mathcal{I}_s$ 

関数によって特性づけられる集合である。

 $\rightarrow$  [0, 1] X

 $\rightarrow [0, 1]^{[0,1]}$ h  $P(\bar{\mathbf{m}}^3)$ 

 $\rightarrow$  [0, 1]  $P(\tilde{\mathbf{m}}^3)$ 

 $\eta(x) = (\sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3))$ 

 $\|(\Sigma_{\mathbf{p}_{i,j}}(\alpha_{i,i}(\widetilde{\mathbf{m}}^3)))/\alpha_{i,i}(\widetilde{\mathbf{m}}^2))\|$ 

タイプ2ファジィ集合のタイプ2・レベル2フ ァジィ集合Bのメンバーシップ関数を、

> $\rightarrow$  [0, 1] X

 $k : P(\widetilde{m}^3)$  $\rightarrow [0, 1]^{[0,1]}$ 

 $P(\widehat{\mathbf{m}}^3)$  $\rightarrow [0, 1]$ 

 $\theta(x) = (\sum k(v_n(\mathfrak{R}^3)) / v_n(\mathfrak{R}^3))$ 

 $\| (\sum q_{st} (\beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{N}}^3)) / \beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{N}}^3)) \|$ 

と表すとレベル2ファジィ集合のタイプ2・レ ベル2ファジィ集合A, Bに対する演算は、以 下のようになる。

a) 和: AUB ⇔

 $\eta(x) \boxtimes \theta(x)$ 

 $= (\sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3))$ 

 $\|(\Sigma p_{ij}(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3))/\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3))\|$ 

 $\square (\Sigma k(v_m(\widetilde{\mathfrak{R}}^3))/v_m(\widetilde{\mathfrak{R}}^3))$ 

 $\| (\sum q_{st} (\beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{N}}^3)) / \beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{N}}^3)) \|$ 

 $= (\Sigma (h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) \wedge k(v_n(\widetilde{\mathfrak{N}}^3)))$ 

 $/(\mathbf{u}_{\mathsf{m}}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3) \vee \mathbf{v}_{\mathsf{n}}(\widetilde{\mathfrak{R}}^3)))$ 

 $\| (\Sigma(p_{ij}(\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) \wedge q_{st}(\beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{X}}^3))) \|$ 

 $/((\alpha_{ij}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3) \vee \beta_{st}(\widetilde{\mathfrak{N}}^3)))$ 

b) 交わり: A ∩ B ⇔

 $\eta(x) \boxtimes \theta(x)$ 

 $= (\sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3))$ 

 $\| (\sum p_{i,j} (\alpha_{i,j} (\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / \alpha_{i,j} (\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) \|$ 

 $\triangle (\Sigma k(v_n(\widetilde{\mathfrak{R}}^3))/v_n(\widetilde{\mathfrak{R}}^3))$ 

 $\| (\sum q_{st} (\beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{N}}^3)) / \beta_{st} (\widetilde{\mathfrak{N}}^3)) \|$ 

 $= (\Sigma (h(v_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) \wedge k(v_m(\widetilde{\mathfrak{N}}^3)))$ 

 $/(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3) \wedge v_n(\widetilde{\mathfrak{N}}^3))$ 

 $\| (\Sigma (p_{ij} (\alpha_{ij} (\widehat{\mathfrak{M}}^3)) \wedge q_{st} (\beta (\widehat{\mathfrak{X}}^3))) \|$ 

 $/(\alpha_{ij}(\tilde{\mathfrak{M}}^3) \wedge (\beta_{st}(\tilde{\mathfrak{N}}^3)))$ 

c) 補集合: A<sup>c</sup> ⇔

 $\neg \eta(x)$ 

 $= \overline{\mathbf{D}} \left( \left( \sum \mathbf{h} \left( \mathbf{u}_{\mathsf{m}} \left( \widetilde{\mathbf{m}}^{3} \right) \right) \right) / \mathbf{u}_{\mathsf{m}} \left( \widetilde{\mathbf{m}}^{3} \right) \right)$ 

 $\|(\sum p_{i,j}(\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)))/\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3))\|$ 

 $= (\sum h(u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / (1 - u_m(\widetilde{\mathfrak{M}}^3))$ 

 $\| (\sum p_{i,j} (\alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3)) / (1 - \alpha_{i,j}(\widetilde{\mathfrak{M}}^3))) \|$ 

このように分類され、各クラスに導入された これらの演算のもとで、拡張されたファジィ集 合の満たす性質をまとめて次の表に示す。

	1	1		īv	٧	VI	VE	w	I
反射律	0	0	0	0	0	0	0	0	0
推移棒	0	0	0	0	0	0	0	0	0
べき等律	0	0	0	0	0	0	0	0	0
交換律	0	0	0	0	0	0	0	0	0
結合律	0	0	0	0	0	0	0	0	0
吸 収 律	0	0	×	×	×	×	×	×	×
分配律	0	0	0	0	0	0	0	0	0
復 帰 律	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ド・モルガンの法則	0	0	0	0	0	0	0	0	0
定数法则	0	0	0	0	0	0	0	0	0

〇: 雌女士る

VI: タイプ2ファジィ集合のレベル3ファジィ集合、

「ア2ファジィ集合のレベル3・タイプ2ファジイ集合。 (タイプ2ファジィ集合は、正規凸ファジィグレードである場合のみに限定する。)

#### 代数的性質

# 6. まとめ

通常のファジィ集合に比し、よりあいまいな概 念を表現するファジィ集合として、タイプ2フ ァジィ集合とレベルMファジィ集合を組み合せ、 拡張されたファジィ集合を導入した。さらにそ れらを分類・整理し拡張されたファジィ集合の 構造を容易に把握できるようにした。また、こ の拡張されたファジイ集合間に種々の演算を導 入し、それらの演算のもとで成立する代数的性 質を示した。

# 参考文献

- [1]中西、吉田:多値 fuzzy 集合について、 自動制御連合講演会論文集、421/422 (1986)
- [2] S, Nakanishi.: Some Properties of Many Valued Fuzzy Sets and Level M Fuzzy sets, Preprints of socond IFSA congress, vol. 1, 243/246 (1987)
- [3] Mizumoto, M. and Tanaka, k.: Some Properties of Fuzzy Sets of Type 2, Inform. Control. 31, 312/340 (1976)

# ファジイ集合論における 補集合について

On Complementary Operations in Fuzzy Set Theory

# 中島信之

Nobuyuki Nakajima

# 和歌山県立医科大学 Wakayama Medical College

#### **ABSTRACT**

This paper discusses about complementary operators in fuzzy set theory. Each condition that the complement in classical set theory satisfies is examined. It is shown that there are no classical complements in fuzzy set theory. It is also shown that all reasonable complements are as follows: (1) N which is one-to-one, and therefore, which is contrapositional, involutive, and satisfying DeMorgan's laws; (2) N which is based on intuitionistic logic; and (3) N which is based on dual-intuitionistic logic.

# 1. はじめに

ファジイ集合論における補集合の問題は、その最初から今に至るまで、理論的に十分に解明されているとは言い難い。Zadeh [5] は、ファジイ集合Aの"補集合" $N(A)=A^c$ を

$$A^{c}(x) = 1 - A(x)$$

で定義した、この定義は、直観的にはごく自然なものという印象を受けるが、理論的にみると、つぎの2点が問題となる。すなわち、(1) Bellman & Giertz [1]が示したように、十分自然な条件の下においてもこの補集合の定義が必然的に導き出されるわけではないこと、(2) この定義が、古典集合論の補集合が満たす4つの性質

- (N1) 対偶: A⊆B ならば N(B)⊆N(A)
- (N2) 相補律:  $A \cap N(A) = \phi$ ,  $A \cup N(A) = X$
- (N3) 対合律: N(N(A))=A
- (N4) DeMorgan律:  $N(A \cup B) = N(A) \cap N(B)$ ,  $N(A \cap B) = N(A) \cup N(B)$
- のうち、(N1)、(N3) および (N4) は満たしているが、(N2) を満たさないこと、の2点である.

Zadeh の定義以外にも、Sugeno の $\lambda$ -補集合([4])、すなわち、 $N_{\chi}(x)=(1-x)/(1+\lambda x)$ や、Gödel の補集合(直観主義論理に基づく補集合)、すなわち、 N(x)=1 (x=0 のとき)または 0 (x>0 のとき)などがある。Sugeno の $\lambda$ -補集合は Zadeh の補集合と同じ性質を満たし、同じ性質を満たさない。Godel の補集合は (N1)-(N4) の全てを部分的に満たし、部分的に満たさない。すなわち、つぎの (N1a)-(N4a) は満たすが、一般に (N1b)-(N4b) を満たさない。

(N1a)  $A \subseteq N(B)$   $a \in B \subseteq N(A)$ 

- (N1b) N(A)⊆B ならば N(B)⊆A
- (N2a)  $A \cap N(A) = \phi$
- (N2b) AUN(A) = X
- (N3a)  $A \subseteq N(N(A))$
- (N3b)  $N(N(A)) \subseteq A$
- (N4a)  $N(A \cup B) = N(A) \cap N(B)$
- (N4b)  $N(A \cap B) = N(A) \cup N(B)$

このように、メンバーシップ関数の値域が [0,1] の場合でも補集合を定義することは必ずしも容易ではない。まして値域が一般の (特に上下対称でない) 東上である場合はさらに困難である。今回の発表では、補集合をメンバーシップ関数よらずに、集合算の拡張として統一的に定義し、その性質について報告する。

# 2. 定義と基本的な性質

本節では、F(X) を、Xのベキ集合P(X) を部分束として含む分配的な束で、 $\max F(X)$  = X.  $\min F(X) = \phi$  を満たすものとする (Naka,jima [4]).

定義1. 写像N: F(X)→F(X) が

(N1)  $A \subseteq B$   $\varphi S \not \subset N(B) \subseteq N(A)$ 

を満たすとき,対偶的であるという.

Nか(N1)より弱い条件(N1a)あるいは(N1b)を満たすときにもやはり対偶的という言葉を使うことにする.

定義2、写像Nがつぎの条件を満たすとき、F(X)上の補集合演算という。

- (1) F(X) の任意のAに対して, N<sup>3</sup>(A)=N(A),
- (2) P(X) の任意のAに対して、 $N(A) = A^{\circ}$ 、ここで $A^{\circ}$ は通常の補集合である、
- (3) Nは対偶的である.

定理1. Sを任意の集合とし、NをSからSへの、N<sup>3</sup> = Nを満たす写像とする、このとき、以下の3つの条件はお互いに同等である。

- (a) Nは onto 写像である.
- (b) N は対合的 (N3) である,
- (c) Nは one-to-one である.

証明.  $(a)\Rightarrow(b): N$ が onto ならば、Sの任意のAに対して、A=N(B) となるBがSの中に存在する。故に、 $A=N(B)=N^3(B)=N^2(A)$ . よってNは対合的である。 $(b)\Rightarrow(a): N$ が対合的ならば、Sの任意のAに対して、B=N(A) とおけば、 $N(B)=N^2(A)=A$ となる。つまりNは onto である。 $(b)\Rightarrow(c): N$ が対合的ならば、 $N(A_1)=N(A_2)$  のとき、 $A_1=N^2(A_1)=N^2(A_2)=A_2$ 、すなわち、Nは1対1である。 $(c)\Rightarrow(b): N$ が1対1であれば、 $N^3(A)=N(A)$  より $N^2(A)=A$ を得る。すなわちNは対合的である。

写像 f に対して、定義域をDに限定したとき、f「Dと書くことにする、このとき 系1、 Nが 1 対 1 でないとき、N 「N(S) は、1 対 1 、onto かつ対合的である、ただし、N(S)=  $\{N$ (A) | A  $\in$  S $\}$  である、

補題1. (a) NがA $\subseteq$ B $\Rightarrow$ N(B) $\subseteq$ N(A) を満たすものとする. このとき、A $\cap$ B= $\phi$  $\Rightarrow$ B $\subseteq$ N(A).

(b)  $NがN(A) \subseteq N(B) \Rightarrow B \subseteq A$ を満たすものとする.このとき, $A \cup B = X \Rightarrow N(A) \subseteq B$ . 証明.(a):もしAがXのベキ集合P(X) の元のときは,N(A) = A° は, $A \cap B = \phi$  を満たす最大の元であるから, $B \subseteq N(A)$  は明らかである.AがP(X) の元でないときは,A0 を,A0  $\supseteq$  A2 なるP(X) の最小の元とする. $A \subseteq A$ 0 だから,N(A0)  $\subseteq N(A)$  である. 明らかにA0  $\cap B = \phi$ が成り立ち,したがって $B \subseteq N(A$ 0)  $\subseteq N(A)$  である.(b) も同様に示すことができる.■

#### 3. Nが1対1写像の場合

すでにみたとおり、Nが1対1のときは、onto でかつ対合的であった。この節では、その性質についてさらにくわしく調べてみる。

定理2. 補集合演算Nが1対1のときは、Nは DeMorgan 律を満たす。

証明.  $A \cap B \subseteq A$ , Bで、Nは (N1) を満たすから、 $N(A \cap B)$ はN(A)およびN(B)を含み、したがってN(A) UN(B)を含む。同様に $N(A \cup B) \subseteq N(A) \cap N(B)$ である。Nは1対1であるから、定理1により、

 $A \cap B = N^2(A \cap B) \subseteq N(N(A) \cup N(B)) \subseteq N^2(A) \cap N^2(B) = A \cap B$ が成り立ち、したがって $N(N(A) \cup N(B)) = A \cap B$ を得る. ここで、A、Bのところに N(A)、N(B)を代入して、  $N(A \cup B) = N(A) \cap N(B)$  を得る. 同様に  $N(A \cap B) = N(A) \cup N(B)$  が示される. ■

定理3. 補集合演算Nが1対1のとき、F(X)がそれ自身ブール代数でない限り、Nは(N2a)  $A \cap N(A) = \emptyset$  および (N2b)  $A \cup N(A) = X$  を同時に満たさない。

証明. もしNが任意のAについて (N2a) A  $\cap$  N(A) =  $\phi$  を満たしていると、 A  $\cup$  N(A) =  $N^2(A)$   $\cup$  N(A) = N(N(A) = N(N(A) = N(A) = N(N(A) = N(N(A) = N(A) = N(N(A) =

#### 4. Nが1対1でない場合

この節では、Nが1対1でない場合について考える。この場合、 $NF(X) = \{N(A) \mid A \in F(X)\}$  は、P(X) を部分集合として含む、F(X) の真部分集合であるが、必ずしも部分束ではないことに注意しておく。

NF(X) がF(X) の部分束でない場合は、次の演算:

 $A \cup B = \cap \{C \in N F(X) \mid C \supseteq A, C \supseteq B\}$ 

 $A \cap B = \bigcup \{C \in NF(X) \mid C \subseteq A, C \subseteq B\}$ 

を定義することによって、 $(NF(X), U, \Omega)$  は束となる。NF(X) が部分束の場合は、U=U,  $\Omega=\Omega$ が成立する。以下、特に断わらないときは、 $(NF(X), U, \Omega)$  を区別しないものとする。

定理4. (1) N F(X) が F(X) の部分束でないときは、DeMorgan 律の少なくとも一方は成立しない。

(2) NF(X) がF(X)の部分ブール代数のときは、DeMorgan 律は成立する.

証明. (1) NF(X) がF(X)の部分束でないときは、NF(X) は演算∪と∩に関して閉じて

(2) F(X) の任意の元A, Bに対して,

 $C \subseteq N(A \cap B) \Leftrightarrow C \cap N^2(A \cap B) = \phi$ 

 $\Leftrightarrow$ C  $\cap$  N(N(A)UN(B)) =  $\phi$ 

 $\Leftrightarrow C \subseteq N(A) \cup N(B),$ 

ゆえにN(A∩B)=N(A)UN(B)が成立する。N(AUB)=N(A)∩N(B)も同様に証明することができる。■

NF(X)について分類すると、つぎの4つになる.

(I-a) N F(X) は F(X) の 部分束 であるが、 ブール代数 ではない、

(I-b) N F(X) は F(X) の部分束でなく、かつ (N F(X), U, n) もブール代数ではない。

(II-a) N F(X) は F(X) の部分ブール代数である (このとき当然、N F(X) は F(X) の部分 束である).

(II-b) N F(X) は F(X) の部分束でないが、 (N F(X), ⊎, ⋒) はブール代数である.

I. NF(X)がブール代数でないとき.

定理5. NF(X)がブール代数でないとき、Nはつぎのどちらをも満たさない。

(N2)  $\forall A \in F(X)$ ,  $A \cap N(A) = \phi$ ,  $A \cup N(A) = X$ .

(N3)  $\forall A \in F(X), A = N^2(A).$ 

証明、 $\Re 1$  により、 $\mathop{\rm Nid}\nolimits$   $\mathop{\rm Nid}\nolimits$   $\mathop{\rm F}\nolimits({\rm X})$  上で、1 対 1 、onto、 $\mathop{\rm nid}\nolimits$  かつ対合的である。定理 3 により、 $\mathop{\rm Nid}\nolimits$   $\mathop{\rm F}\nolimits({\rm X})$  がブール代数でなければ、 $({\rm N2})$  は成立しない。したがって、 $\mathop{\rm F}\nolimits({\rm X})$  においても  $({\rm N2})$  は成立しない。 $({\rm N3})$  が成立しないことは $\mathop{\rm Nid}\nolimits$   $\mathop{\rm F}\nolimits({\rm X})$  で 1 対 1 でないことから明かである。  $\blacksquare$  結果 2 、 $\mathop{\rm Nid}\nolimits$   $\mathop{\rm$ 

II. NF(X)がブール代数のとき.

まずつぎのことに注意する.

補題2. (N3a)  $A \subseteq N^2(A)$  の下で、もし(N1a)  $A \subseteq N(B) \Rightarrow B \subseteq N(A)$  ならば、(N1)  $A \subseteq B \Rightarrow N(B) \subseteq N(A)$ .

(N3b)  $N^2(A) \subseteq A$  の下で、 もし (N1b)  $N(A) \subseteq B \Rightarrow N(B) \subseteq A$  ならば、(N1)  $A \subseteq B \Rightarrow N(B) \subseteq N(A)$ .

**証明**. A⊆B とする. (N3a) により、A⊆B⊆N²(B) であり、 (N1a) により、N(B) ⊆ N(A) を得る. ■

定理6. NF(X)がブール代数のとき,

- (a)  $A \subseteq N^2(A) \Leftrightarrow A \cap N(A) = \phi$ .
- (b)  $A \supseteq N^2(A) \Leftrightarrow A \cup N(A) = X$

証明. (a) ⇒): NF(X)はブール代数であるから、任意のA∈F(X)に対して、N(A)  $\cap$  N<sup>2</sup>(A) =  $\phi$ , N(A)  $\cup$  N<sup>2</sup>(A) = X

が成立する。U=Uかつ $\Omega=\Omega$ のとき(すなわち,NF(X)がF(X)の部分ブール代数のとき)はただちにN(A) $\Omega$ N²(A)= $\phi$ , N(A) $\Omega$ N²(A)=Xを得る。またNF(X)がF(X)の部分束でないときには, $\Omega$ B=N(A) $\Omega$ N²(A)とおけば,N(B)はN²(A)とN³(A)=N(A)を含む。 $\Omega$ Dの定義より,N(B) $\Omega$ N(A) $\Omega$ N²(A)=Xとなる。よって  $\Omega$ B=N(A) $\Omega$ N²(A)=N²(A)だから, $\Omega$ N²(B)= $\Omega$ Dを得る。つまりいずれの場合にもN(A) $\Omega$ N²(A)= $\Omega$ Dとなる。 $\Omega$ D²(A)だから,A $\Omega$ N(A) $\Omega$ N²(A) $\Omega$ N(A)= $\Omega$ Dである。  $\Omega$ D(A) $\Omega$ DN²(A)= $\Omega$ DによりA $\Omega$ N²(A)は明か。

定理4で示したとおり、NF(X)がF(X)の部分ブール代数のときは、DeMorgan 律は成立すしている、NF(X)がF(X)の部分束でないときには、つぎの定理が成立する。

定理7. (a)  $\forall A \in F(X)$ ,  $A \subseteq N^2(A)$ ならば,  $N(A \cup B) = N(A) \cap N(B)$ .

(b)  $\forall A \in F(X)$ ,  $A \supseteq N^2(A)$   $\Leftrightarrow G$ ,  $N(A \cap B) = N(A) \cup N(B)$ .

証明. (a) N(A∪B)⊆N(A)∩N(B) は明か. 逆向きは

 $(N(A) \cap N(B)) \cap (A \cup B) = (N(A) \cap N(B) \cap A) \cup (N(A) \cap N(B) \cap B) = \phi$  だから、 系 1 により、 $N(A) \cap N(B) \subseteq N(A \cup B)$  、すなわち、等号が成立する、 **結果 3** . (NF(X), U, ) がブール代数のときは、 Nはつぎのいずれかになる.

- (1) (N2a)  $A \cap N(A) = \phi$ , (N3a)  $A \subseteq N^2(A)$ , (N4a)  $N(A \cup B) = N(A) \cap N(B)$  を満たす.
- (2) (N2b) AUN(A)=X, (N3b) A⊇N²(A), (N4b) N(A∩B)=N(A)UN(B) を満たす.
- (3) (N2) および (N3) のいずれをも満たさない.

なお、  $(NF(X), U, \cap)$  自身がブール代数のときは、(N4) DeMorgan 律の両方を満たしている。

### 5. L=[0,1] の場合

筆者は、[4] において、F(X) がさらに完備 Heyting 代数であるときに、L-ファジイ集合として表現されることを示した。ここで $L=[L_x\mid x\in X]$  である。この節では、 $L_x\equiv [0,1]$  である場合を考察する。

まず、(a)  $N^3 = N$ , (b) N(1) = 0, N(0) = 1, (c) 強単調減少、(d) 1 対 1 を満たすN:  $[0,1] \rightarrow [0,1]$ は、(1) onto、(2) 対合的、(3) DeMorgan 律を満たし、(4) 相補律を満たさない補集合演算である(結果 1 ). Zadeh の補集合演算,Sugeno の $\lambda$ -補集合演算がこの第 1 のタイプの例である。

つぎに、Nが1対1でない場合を考える。L=[0,1] の場合は、N(L)は常にLの部分束となる。 また N(L) がブール代数になるのは、 $N(L)=\{0,1\}$  の場合に限られる。もし、 $N(L) \neq \{0,1\}$  の場合には、結果2 により、N は、(N2) 相補律、(N3) 対合律、ノイズれをも満たさない演算となる。((N4) DeMorgan 律のみは満たす。) これはすでに述べたとおり、補集合演算の名にふさわしいとは言えない。

 $N(L)=\{0,1\}$  の場合には、まず、N は (N4) DeMorgan 律を満たす。この場合には全部で3種類の演算がある(結果3)。

(I) (N3a) A⊆N²(A), (N2a) A∩N(A)= φを満たす. このことから N(A)= Sup {B | A∩B = φ} を得る. 故に、N(t)=1 (t=0 のとき)、N(t)=0 (t>0 のとき) となる. これは、Godel の (直観主義に基づく) 補集合演算である.

(II) (N3b) A⊇N<sup>2</sup>(A), (N2b) AUN(A)=Xを満たす。同様にN(A)=Inf{B|AUB=X}

を得る. 故に、N(t)=1 (t<1 のとき)、N(t)=0 (t=1 のとき)となる. これは(I)に双対なものである. (Cattaneo et al. [2])

(III) Nは (N2a), (N3a) を満たさず、また (N2b), (N3b) をも満たさない。例えば、N(t)=1 ( $t \ge 0.5$  のとき), N(t)=0 (t < 0.5 のとき) はこのタイプの1例であるが、やはり補集合演算の名にふさわしいとは言えないと思う。

### 参考文献

- [1] R. Bellman & M. Giertz (1973), On the analytic formalism of the theory of fuzzy sets, Inform. Sci., 5: 149-156
- [2] C. Cattaneo & G. Nistico (1985), Semantical structure of fuzzy logics, in: A.D. Nola et al. ed., The mathematics of fuzzy systems (Verlag TUV Rheinland)
- [3] J.A. Goguen (1967), L-fuzzy sets, J.Math.Anal.Appl., 18: 145-174
- [4] N. Nakajima (1988), Generalized fuzzy sets (to be appeared)
- [5] M. Sugeno (1975), Theoretical progress of fuzzy set theory, Systems & Contr., 19: 229-234
- [6] L.A. Zadef (1965), Fuzzy sets, Inform. Contr., 8: 338-353

Fuzzy t-conorm積分 — Fuzzy積分とChoquet積分の一般化
Fuzzy t-Conorm Integral — Generalization of The Fuzzy Integral and The Choquet Integral

# 室伏俊明,菅野道夫 Toshiaki MUROFUSHI,Michio SUGENO 東京工業大学

Tokyo Institute of Technology

This article discusses integrals with respect to fuzzy measures. Fuzzy integrals and Choquet integrals are generalized in the setting of t-conorm algebraic systems. First t-conorm integrals with respect to decomposable measures based on a t-conorm algebraic system are defined. They are a modification of the Weber integral. Secondly they are extended to fuzzy t-conorm integrals with respect to general fuzzy measures. The extension is made in the same way as the extension of the Lebesgue integral to the Choquet integral. The class of the fuzzy t-conorm integrals includes the Choquet integral and the fuzzy integral.

#### 1. はじめに

Fuzzy測度[5]に関してさまざまな積分が定義されているが、それらはおおまかに次のように分類することができる:

- (a) fuzzy積分[5]とその変形[8],
- (b) Choquet積分[1,3,4],
- (c) Weber積分[7,8]とその類型[2,6].

(a),(b)の積分は任意のfuzzy測度に対して定義できるが,(c)の積分はdecomposable測度[7](または,pseudo-additive測度[6])に対してしか定義できない.しかし,(c)の積分も一般のfuzzy測度に関する積分へ拡張することができる.本論文ではその拡張を議論する.拡張された積分のクラスは,(a),(b)の積分を含む.すなわち,fuzzy積分とChoquet積分は,同じ形式で定義することができる.

3節で,3つの空間 F=([0,1],△),M=([0, 1], ⊥), I =([0,1], ▲)とその間の演算 □: F × M → I から構成される代数系を定義する(ただし, △, の代数系に基づき積分を定義する(4節). そこで は、Fは被積分関数の値域、Mは測度の値域、Iは 積分の値域を意味する.これまで I = M, つまり, ▲=⊥の場合しか議論されてこなかった [2,3,7,8] が,我々は3つの空間F,M,Iを区別する.一般 にfuzzy集合Aの測度はAのmembership関数の積分で 定義されるが,この場合,積分は測度 $m: \mathcal{S} 
ightarrow M$ の 拡張なので、空間Iは空間Mに一致し、FはI、M とは別の空間 (membership値の空間) である.一方, 積分が関数 f : X → F の期待値または平均値とみな されるときには、IはFと同じ空間であり、MはI, Fとは別の空間("重み"の空間)である. したがっ て一般には、3つの空間、F,M,Iは区別される べきである.

本論文ではまた,fuzzy測度のdecomposable測度に

よる表現についても議論する.

#### 2. 準備

#### 2.1. t-Conorm

t-Conormに関する事項をまとめておく.  $\underline{t$ -Conorm</u>Tとは次の条件

- (T1)  $a \perp 0 = a$ ,
- (T2)  $a \le c$ ,  $b \le d \implies a \perp b \le c \perp d$ ,
- (T3)  $a \perp b = b \perp a$ ,
- $(T4)(a \perp b) \perp c = a \perp (b \perp c)$ ,

#### を満たす[0,1]上の二項演算である.

t-Conorm上が<u>アルキメデス的</u>であるとは、0 < a < b < 1 なる任意のa, bに対して、ある整数nがあって、 $b < a^n$ となることをいう。ただし、 $a^0 = 0$ ,  $a^{n+1} = a^n \bot a$ である。

t-Conorm $\perp$ がstrictであるとは, $\perp$ が([0,1]×[0,1]上で)連続で,(0,1)×(0,1)上で狭義単調増加であることをいう.Strict t-conormは,Pルキメデス的である.

限界和+ ( $a + b = 1 \land (a + b)$ ) は連続なアルキメデス的+ conormであり、+ max演算+ はアルキメデス的でない連続な+ conormである.

t-Conorm⊥が連続でアルキメデス的ならば,狭義 単調増加連続関数g:[0,1]→[0,∞] があって,

$$a \perp b = g^{(-1)}(g(a) + g(b)) \quad \forall a, \forall b \quad (1)$$

となる.ここで $g^{(-1)}$ は,gのpseudo-inverseであって,次のように定義される:

$$g^{(-1)}(u) = \begin{cases} g^{-1}(u) & u \leq g(1)$$
のとき 1  $u > g(1)$ のとき (2)

逆に,狭義単調増加連続関数 $g:[0,1] \rightarrow [0,\infty]$  によって,(1)式で $\bot$ が与えられるならば, $\bot$ は連続な

アルキメデス的t-conormである。(1)式を満たすgは,  $\bot$ の生成関数と呼ばれる。 $g(1)=\infty$ となる生成関 数gを持つことは, $\bot$ がstrictであるための必要十 分条件となっている.

本論文では、max演算∨と連続なアルキメデス的t-conorm以外のt-conormは扱わない.

なお,条件

(T1') a T 1 = a,

と、(T2)-(T4)の $\bot$ を下に置き換えた条件を満たす [0,1]上の二項演算下は $\underline{t}$ -normと呼ばれる。Min演算  $\land$ や積・は、 $\underline{t}$ -normである。

#### 2.2. Fuzzy測度による積分

可測空間  $(X, \mathcal{S})$  上の $\underline{\text{fuzzy}}$ 測度  $\mu$  は、次の性質をもつ集合関数  $\mu:\mathcal{S} \rightarrow [0,1]$  である:

- (F1)  $\mu(\emptyset) = 0$ ,  $\mu(X) = 1$ ,
- (F2)  $A \subset B \implies \mu(A) \leq \mu(B)$ ,
- (F3)  $A_n \uparrow A \implies \mu(A_n) \uparrow \mu(A)$ ,

可測関数  $f:X \rightarrow [0,1]$  のfuzzy積分は、

$$\int f \circ \mu = \sup_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \wedge \mu(f^*(\alpha))] \quad (3)$$

で定義される. ここで,

$$f^*(\alpha) = \{x \mid f(x) > \alpha\} \tag{4}$$

である(以下記号\*は(4)式の意味で用いる). f が 単関数

$$f(x) = \bigvee_{i=1}^{n} a_{i} 1_{A_{i}}(x),$$
 (5)

 $a_1 \le a_2 \le \cdots \le a_n$ ,  $A_1 \supset A_2 \supset \cdots \supset A_n$  , のときには,

$$\oint f \circ \mu = \bigvee_{i=1}^{n} a_i \wedge \mu(A_i)$$
(6)

と表せる.  $\mu$ は下からの連続性 (F3) をもつので, fuzzy積分をLebesgue積分と同じように, 単関数の場合を(6)式で, 一般の場合は

$$\oint f \circ \mu = \lim_{n \to \infty} \oint f_n \circ \mu \tag{7}$$

によって定義できる.ただし, $\{f_n\}$ はfに各点収束する単関数の単調非減少列である.

可測関数  $f:X \rightarrow [0,1]$  のChoquet積分は,

(C) 
$$\int f d\mu = \int_0^\infty \mu(f^*(\alpha)) d\alpha$$
 (8)

で定義される. f が単関数

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} a_{i} 1_{0_{i}}(x)$$
 (9)

 $a_1 \le a_2 \le \dots \le a_n$ ,  $D_i \cap D_i = \emptyset$  ( $i \ne j$ ),

の場合には,次のように表せる:

(C) 
$$\int f d\mu = \sum_{i=1}^{n} (a_i - a_{i-1}) \mu(A_i),$$
 (10)

ただし、
$$a_0 = 0$$
、 $A_i = \bigcup_{j=i}^n D_j$  である.

なお、fが次のようにも表せることに注意されたい.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} (a_i - a_{i-1}) 1_{A_i}(x). \quad (11)$$

Choquet積分も、fuzzy積分と同じように、(10)式と 単関数の積分の極限で定義できる.

⊥<u>-decomposable測度</u>は,次の性質をもつfuzzy測度mである:

$$A \cup B = \emptyset \Rightarrow m(A \cup B) = m(A) \perp m(B)$$
. (12)

ここで、上は、連続なt-conormである。確率測度は ←-decomposable測度であり、Zadeh[9]の可能性測度 は∨-decomposable測度である。Weber[7]は、生成関数 gをもつt-conorm(すなわち、連続なアルキメデス的t-conorm)上についてのdecomposable測度mを 次の3つの型に分類した:

(S)  $g \circ m \tilde{m}$ ,  $g \circ m(X) = \infty$  なる $\sigma$ -加法的測度の場合(すなわち、上がstrictのとき)、

(NSA)  $g \cdot m$ が有限な $\sigma$ -加法的測度の場合(このとき,上はnon-strict),

(NSP) (S)でも(NSA)でもない場合(すなわち, g の mは $\sigma$ -加法的測度でないとき).

確率測度は(NSA)型である.∨が生成関数を持たないので、可能性測度はどの型にも当てはまらない.

[2,6,7,8]で定義された $\bot$ -decomposable測度に関する単関数の積分は,[7]の(NSP)の場合を除いて,みな次のように表せる:

$$\int_{i=1}^{n} a_{i} 1_{0_{i}} \perp m = \int_{i=1}^{n} a_{i} m(D_{i}). \quad (13)$$

ただし、 $D_i \cap D_i = \emptyset$  ( $i \neq j$ ) であって、 $\circ$ は

積に相当する演算である. なお左辺の積分はWeber流に表してある. これらの積分も(13)式と単関数の積分の極限によって定義できる.

#### 2.3. Fuzzy測度とChoquet積分の表現

 $(X, \mathcal{G}, \mu)$  をfuzzy測度空間とする. 4つ組 $(Y, \mathcal{G}, m, H)$  が $\mu$ の表現であるとは、 $(Y, \mathcal{G}, m)$  が確率空間であって、H が次の条件

- (H1)  $H(\emptyset) = \emptyset$ , H(X) = Y,
- (H2) A, B  $\in \mathcal{S} \implies H(A) \subset H(B)$ ,
- (H3)  $\{A_n\}\subset \mathcal{G}, A_n \uparrow A \implies H(A_n) \uparrow H(A),$

を満たす $\mathcal{G}$ から $\mathcal{G}$ への写像であり、 $\mu$ が

$$\mu(A) = m(H(A)) \quad \forall A \in \mathcal{G} \quad (14)$$

と表されることをいう. 任意のfuzzy測度は表現を持つ[4].

Choquet積分もLebesgue積分で表現できる[3,4].  $(X, \mathcal{S}, \mu)$  をfuzzy測度空間とし, $(Y, \mathcal{S}, m, H)$  を $\mu$ の表現とすると, $f: X \rightarrow [0,1]$ の $\mu$ に関するChoquet積分は,mに関するLebesgue積分で表される:

(C) 
$$\int f d\mu = \int \eta(f) dm$$
. (15)

ここで.

 $\eta(f)(y) = \sup\{\alpha \mid y \in H(f^*(\alpha))\}$  (16) である (以下 $\eta(\cdot)$ は、(16)式で定められるものとする).

#### 3. t-System

定義3.1. 連続なアルキメデス的t-conormとmax演算∨を,正規t-conormと呼ぶ。

定義3.2.3つの空間  $F = ([0,1], \Delta), M = ([0,1], \bot), I = ([0,1], \blacktriangle), (\Delta, \bot, ▲は, 正規t-conorm) と次の条件$ 

- (M1) aは(0,1]×(0,1]で連続,
- (M2)  $a \cdot x = 0 \iff (a = 0 \pm \hbar dx = 0),$
- (M3)  $x \perp y < 1 \implies$

 $a \circ (x \perp y) = (a \circ x) \blacktriangle (a \circ y) \forall a,$ 

(M4)  $a \triangle b < 1 \implies$ 

 $(a \triangle b) \circ x = (a \circ x) \blacktriangle (b \circ x) \quad \forall x,$ 

を満たす写像□:F×M→Iとで構成される4つ組 (F, M, I, □)を<u>t-conorm algebraic system</u>( 略して, t-system)と呼ぶ。

  $a= \land o$ ときには  $(\lor, \lor, \lor, \land)$  と書く.

定理3.3. ( $\Delta$ ,  $\bot$ ,  $\blacktriangle$ ,  $\Box$ ) がt-systemのとき, (1)  $\Delta$ ,  $\bot$ ,  $\blacktriangle$ がみなアルキメデス的ならば,

$$\mathbf{a} \circ \mathbf{x} = \mathbf{1} \qquad \forall \, \mathbf{x} > 0 \, \forall \, \mathbf{a} > 0 \tag{17}$$

または

- $a \circ x = h^{(-1)}(k(a) \cdot g(x)) \forall x, \forall a$  (18)
- (2) ▲がアルキメデス的で,△,⊥の少なくとも一方が∨ならば,

$$\mathbf{a} \circ \mathbf{x} = \mathbf{1} \qquad \forall \, \mathbf{x} > 0 \, \forall \, \mathbf{a} > 0 \tag{19}$$

(3) ▲=∨で、⊥がアルキメデス的のとき、

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{1} \qquad \forall \mathbf{x} > 0 \ \forall \mathbf{a} . \tag{20}$$

(4) ▲=∨で, △がアルキメデス的のとき,

$$a \circ x = 1 \circ x \quad \forall a > 0 \forall x.$$
 (21)

(証明)略.

上の定理に基づき、我々は次の2種類のt-system だけを扱う。

・△、 ⊥、 ▲がみなアルキメデス的で、

 $a = x = h^{(-1)}(k(a) \cdot g(x)) \forall x, \forall a$ 

 $\cdot \triangle = \bot = \blacktriangle = \lor.$ 

前者を<u>アルキメデス型</u>,後者を<u>∨-型</u>のt-systemと呼 ぶ.また,アルキメデス型のとき,(k,g,h) をその<u>生成関数</u>と呼ぶ.

#### 4. t-Conorm積分とfuzzy t-conorm積分

定義4.1.(S), (NSA) のdecomposable測度と∨-decomposable測度を正規decomposable測度と呼ぶ.

定義4.2.  $(X, \mathcal{G}, m)$  を正規 $\bot$ -decomposable 測度空間とする. 可測関数  $f: X \to [0,1]$  の, t-system  $(\Delta, \bot, \blacktriangle, □)$  に基づく $\underline{t}$ -conorm積分 (略して,  $\underline{t}$ -積分) を次のように定義する:

(1) f が単関数

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i 1_{0_i}(x)$$
 (22)

(ただし、 $D_i \cap D_i = \emptyset$  ( $i \neq j$ )) のとき、

$$(\triangle) \int f \circ dm = \bigwedge_{i=1}^{n} a_{i} \circ m(D_{i}). \quad (23)$$

(2) f が単関数でないとき,

$$(\triangle)\int f dm = \lim_{n\to\infty} (\triangle)\int f_n dm,$$
 (24)

ただし、 $\{f_n\}$ は f に各点収束する単関数の単調非減少列である.

t-Systemがアルキメデス型のとき, すなわち, 生成関数(k,g,h)をもつとき, t-積分は

$$(\triangle)\int f \cdot dm$$

= 
$$h^{(-1)}(\int k(f) d(g \circ m))$$
) (25)

と表される. 特に、 $\triangle=\bot$ (つまり、h=g)ならば、これはWeber積分になる:

$$(\triangle) \int f \circ dm = \int f \perp m.$$
 (26)

t-積分を拡張するために,次の演算を用いる.

定義4.3 [7]. t-Conorm△に対し、演算っを

Weber[7]が指摘しているように,  $\triangle$ = $\lor$ のときには,

$$a \neg b = \begin{cases} a & a \ge b \\ 0 & a < b \end{cases}$$
 (28)

であり, △が生成関数 k を持てば,

$$a \neg b = k^{-1}(0 \lor (k(a) - k(b)))$$
 (29)  
となる. また、 $\Delta$ が連続ならば、

$$a \ge b \implies (a \neg b) \triangle b = a$$
 (30)  
であることに注意されたい.

f: X→[0,1]が単関数ならば,

$$f(x) = \int_{i=1}^{n} a_{i} 1_{0_{i}}(x)$$
 (31)

 $a_1 \le a_2 \le \dots \le a_n$ ,  $D_i \cap D_j = \emptyset$  ( $i \ne j$ )  $\succeq$ 

表すことができるのは明かである. この単関数 f は,

$$f(x) = \int_{i=1}^{n} (a_{i} - a_{i-1}) 1_{A_{i}}(x), \quad (32)$$

(ただし、
$$a_0 = 0$$
、 $A_i = \begin{bmatrix} n \\ U \\ j=i \end{bmatrix}$ ) とも表せ

る. (32)式は、 $\Delta = \forall$ のとき(5)式に一致し、 $\Delta = \Rightarrow$ のとき(11)式に一致する. これらの準備のもとに、t-積分を次のように拡張する.

定義4.4.  $(X, \mathcal{G}, \mu)$  をfuzzy測度空間, $(\Delta, \bot, \blacktriangle, □)$  をt-systemとする.可測関数  $f: X \rightarrow [0,1]$  の $(\Delta, \bot, \blacktriangle, □)$  にもとづく <u>fuzzy t-</u>

<u>conorm積分</u> (略して, <u>fuzzy t-積分</u>) を次のように 定義する:

(1) f が(31)式で表される単関数のとき,

$$(F-\blacktriangle) \int f \circ d\mu$$

$$= \bigwedge_{i=1}^{n} (a_{i} \neg a_{i-1}) \circ \mu(A_{i})$$
(33)

ただし、a<sub>0</sub> , A<sub>i</sub> は,(32)式のものと同じ.

(2) f が単関数でないとき,

$$(F-\Delta)\int f d\mu = \lim_{n\to\infty} (F-\Delta)\int f_n d\mu$$
, (34)

ただし、 $\{f_n\}$ は f に各点収束する単関数の単調非減少列である.

 $\mu$ が正規decomposable測度のとき,この積分は定義4.2 の積分に一致する.つまり,fuzzy t-積分は真にt-積分の拡張になっている.

またアルキメデス型のt-Systemの場合には,

$$(F-\blacktriangle)\int f \circ d\mu$$

$$= h^{(-1)}((C)\int k(f) d(g \circ \mu)) (35)$$

が成り立つ、特に、 $\triangle = \bot = \blacktriangle = \uparrow e$ で、 $e = \cdot o$ とき、つまり e = g = h = id(恒等関数)のとき、これはChoquet積分になる。

命題4.5. t-Systemが∨-型の時, fuzzy t-積分は 次のように表される:

$$(F-\vee)\int f \circ d\mu = \sup_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \circ \mu(f^*(\alpha))].$$

(証明) $_0$  ,  $\mu$ とfuzzy  $_t$ -積分の連続性から, $_f$  が 単関数のとき(36)式が成り立つことを示すだけで十分である.任意の単関数  $_f$  は,

$$f(x) = \bigvee_{i=1}^{n} a_{i} 1_{A_{i}}(x),$$
 (37)

 $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_n$ , $A_1 \supseteq A_2 \supseteq \dots \supseteq A_n$ , と表すことができる.便宜上 $a_0 = 0$ とする.定義4.4から,

$$(F-\vee)\int f \circ d\mu = \bigvee_{i=1}^{n} [a_i \circ \mu(A_i)].$$

一方,

$$\sup_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \circ \mu(f^*(\alpha))]$$

$$= \bigvee_{i=1}^{n} \sup_{\alpha \in [a_{i-1}, a_i)} [\alpha \circ \mu(f^*(\alpha))]$$

$$\vee$$
 sup  $[\alpha \circ \mu(f^*(\alpha))]$   
  $\alpha \in [a_n, 1]$ 

$$= \bigvee_{i=1}^{n} [a_{i} \circ \mu(f^{*}(a_{i-1}))]$$

$$= \bigvee_{i=1}^{n} [a_{i} \circ \mu(A_{i})].$$
(証明終)

この命題から、 $\triangle=\bot= \blacktriangle=\lor$ で $== \top$ ( $\top$  は連続なt-norm)のとき、 fuzzy t-積分はWeberによるfuzzy積分の変形版[8,(12)式]に一致する.特に=  $\land$ のときにはfuzzy積分になる((3),(36)式参照):

$$(F-\vee)\int f d\mu = \int f \circ \mu.$$
 (38)

#### 5. Fuzzy t-積分の表現

Fuzzy測度は、確率測度の代わりにdecomposable測度を使って表現することができる.

定義5.1.  $(X, \mathcal{G}, \mu)$  をfuzzy測度空間,  $\bot$ を 正規t-conormとする. 4つ組  $(Y, \mathcal{G}, m, H)$  が  $\mu$ の $\bot$ -表現であるとは,  $(Y, \mathcal{G}, m)$  が正規 $\bot$ -decomposable測度空間で, Hが2.3節の条件(H1)-(H3)を満たす $\mathcal{G}$ から $\mathcal{G}$ への写像であり,  $\mu$ が

$$\mu(A) = m(H(A)) \quad \forall A \in \mathcal{G}$$
 (39)

と表されることをいう.

命題5.2. 任意のfuzzy測度空間(X,  $\mathcal{G}$ ,  $\mu$ )と任意の正規t-conorm $\bot$ に対して, $\mu$ の $\bot$ -表現が存在する。

(証明)(1)  $\bot$ が生成関数 g を持つとき、Y を実数 軸上の開区間(0, g(1)),  $\mathcal{F}$  を Y のBorel 部分集合の全体, $m_{\theta}$  を  $\mathcal{F}$  上のLebesgue 測度, $m = g^{-1}$  の  $m_{\theta}$  と 0 、 写像  $H: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$  を

$$H(A) = (0, g(\mu(A))) \quad \forall A \in \mathcal{G}$$
 (40)

と定める. すると、明かに(Y,  $\mathcal{F}$ , m, H)は、 $\mu$ の $\bot$ -表現である.

(2) ⊥=∨のとき. Yを開区間(0,1), 牙をYの部分 集合全体とする. m: 牙→[0,1]を

$$m(A) = \sup A \quad \forall A \in \mathcal{F}$$
 (41)

と定めると、mは $\lor$ -decomposable 測度である(ただ $\upsilon$ ,  $\sup \varnothing = 0$ ). そして、写像 $\mathbf{H}: \mathscr{G} \to \mathscr{F}$ を

$$H(A) = (0, \mu(A)) \quad \forall A \in \mathcal{G}$$
 (42)

と定める. すると、明かに(Y、 $\mathcal{F}$ 、m、H)は、 $\mu$ の $\perp$ -表現である. (証明終)

定理5.3.  $(X, \mathcal{S}, \mu)$  をfuzzy測度空間, $(\Delta, \bot, \blacktriangle, □)$  をt-system, $(Y, \mathcal{S}, m, H)$  を $\mu$  の $\bot$ -表現とする.任意の可測関数  $f: X \rightarrow [0,1]$ に対し,

$$(F-\Delta)\int f \circ d\mu = (\Delta)\int \eta(f) \circ dm$$
 (43)

が成り立つ.

この証明には次の二つの補題が必要である.

補題5.4.

 $k(\eta(f))(y) = \eta(k(f))(y) \quad \forall y \in Y. (44)$ 

(証明) k は狭義単調増加連続関数だから,

$$\eta(k(f))(y) > \alpha$$

 $\iff \sup\{\beta \mid y \in H(\{x \mid k(f(x)) > \beta\})\} > \alpha$ 

 $\iff \exists \gamma > k^{-1}(\alpha);$   $y \in H(\{x \mid k(f(x)) > k(\gamma)\})$ 

 $\iff \exists \gamma > k^{-1}(\alpha); y \in H(\{x \mid f(x) > \gamma\})$ 

 $\iff \sup\{\gamma \mid y \in H(\{x \mid f(x) > \gamma\}) > k^{-1}(\alpha)\}$ 

 $\iff \eta(f)(y) > k^{-1}(\alpha)$ 

 $\iff$  k(η(f))(y)>α. (証明終)

補題5.5.

 $\eta(f)^*(\alpha) = H(f^*(\alpha)) \quad \forall \alpha \in [0,1]. \quad (45)$ 

(証明) Hの連続性(H3)に注意すると,

$$y \in \eta(f)^*(\alpha)$$

 $\iff \eta(f)(y) > \alpha$ 

 $\iff \sup\{\beta \mid y \in H(f^*(\beta))\} > \alpha$ 

 $\iff \exists \beta > \alpha; y \in H(f^*(\beta))$ 

 $\iff$  y  $\in_{\beta} \bigvee_{\alpha} H(f^*(\beta))$ 

 $\iff$  y  $\in$  H( $_{B} \triangleright_{\alpha}$  f\*( $_{B}$ ))

$$\iff$$
 y  $\in$  H(f\*( $\alpha$ )) (証明終)

(定理5.3の証明)(1) t-Systemがアルキメデス型のとき.(k,g,h)をt-systemの生成関数とする.(43)式の右辺に(25)式,補題5.4,(15)式,(35)式を順に適用することにより,

$$(\triangle) \int \eta(f) \circ dm$$

= 
$$h^{(-1)}(\int k(\eta(f)) d(g \circ m))$$

$$= h^{(-1)} \left( \int \eta(k(f)) d(g \circ m) \right)$$

$$= h^{(-1)}((C) \int k(f) d(g \cdot m \cdot H))$$

$$= h^{(-1)}((C) \int k(f) d(g \circ \mu))$$

$$= (F-\blacktriangle) \int f \circ d\mu.$$

(2) t-Systemが∨-型のとき. Fuzzy t-積分がt-積分の拡張になっていることに注意すれば、命題4.5と補題5.5より、

$$(\vee)\int \eta(f) - dm$$

= 
$$\sup_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \circ m(\eta(f)^*(\alpha))]$$

= 
$$\sup_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \circ m(H(f^*(\alpha)))]$$

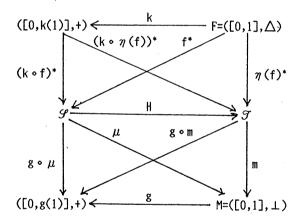
= 
$$\sup_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \circ \mu(f^*(\alpha))]$$

$$= (F-\vee) \int f \circ d\mu.$$

(証明終)

#### 6. ダイヤグラム

アルキメデス型のt-system ( $\triangle$ ,  $\bot$ ,  $\blacktriangle$ ,  $_0$ ) に よるfuzzy測度空間 (X,  $\mathscr{S}$ ,  $\mu$ ) の表現 (Y,  $\mathscr{S}$ , m, H),  $\eta$ , 生成関数 (k, g, h) の間の関係 を, ダイヤグラムにまとめると, 下のようになる.



定理6.1.上のダイヤグラムは可換である. (証明)ダイヤグラムの下半分の可換性は自明なので,上半分の可換性を示せばよい.すなわち,以下のものを示せばよい.

- (1)  $\eta(f)^* = H \circ f^*$ ,
- (2)  $(k \circ \eta(f))^* = H \circ (k \circ f)^*$ ,
- (3)  $f^* = (k \circ f)^* \circ k$ ,
- (4)  $\eta(f)^* = (k \circ \eta(f))^* \circ k$ .

(1)は補題5.5で示した.(1)と補題5.4より(2)がいえる. また,(4)は(3)から導かれる. したがって,ここでは(3)だけを証明すればよい. kが狭義単調増加であることに注意すれば,

$$((k \circ f)^* \circ k)(\alpha)$$

- $=(k \circ f)^*(k(\alpha))$
- $= \{x \mid (k \circ f)(x) > k(\alpha)\}$
- $=\{x \mid f(x) > \alpha\}$
- $= f^*(\alpha)$ . (証明終)

#### 7. おわりに

本論文では、fuzzy t-積分の概念を提案した.この概念は広く、Choquet積分、fuzzy積分、Weber積分をすべて含む(ただし、Weber積分の改良型[8、(18)式]は、完全には含まない). アルキメデス型のt-systemに基づくfuzzy t-積分はChoquet積分で表すことができるので、数学的にみると、一般のfuzzy測度に関する積分のうちで本質的なものは、Choquet積分と、( $\vee$ ,  $\vee$ ,  $\vee$ ,  $\vee$ ,  $\vee$ ) にもとづくfuzzy t-積分だけだといえる.

#### 参考文献

- [1] G. Choquet, Theory of capacities, Ann. Inst. Fourier 5, 131-295 (1953).
- [2] R. Kruse, Fuzzy integrals and conditional fuzzy measures, Fuzzy Sets and Systems 10, 309-313 (1983).
- [3] T. Murofushi and M. Sugeno, An interpretation of fuzzy measures and the Choquet integral as an integral with respect to a fuzzy measure, Fuzzy Sets and Systems 28 (1988), to appear.
- [4] 菅野,室伏,ファジィ測度の一般型に対する積分としてのChoquetの積分,第3回ファジィシステムシンボジウム講演論文集,31-36 (1987).
- [5] M. Sugeno, Theory of Fuzzy Integrals and its applications, Doctoral Thesis, Tokyo Institute of Technology, 1974.
- [6] M. Sugeno and T. Murofushi, Pseudoadditive measures and integrals, J. Math. Anal. Appl. 122, 197-222 (1987).
- [7] S. Weber,  $\perp$ -decomposable measures and integrals for Archimedean t-conorms  $\perp$ , J. Math. Anal. Appl. 101 (1984) 114-138.
- [8] S. Weber, Two integrals and some modified versions critical remarks, Fuzzy Sets and Systems 20, 97-105 (1896).
- [9] L.A. Zadeh, Fuzzy sets as a basis for theory of possibility, Fuzzy Sets and Systems 1, 3-28 (1978).

- Tverskyの類似性理論のファジー集合による一般化とクラスター分析へ の応用
- A generalization of Tversky's feature matching model of similarity by fuzzy set theory and its application to cluster analysis.

# 椎名乾平 Kenpei Shiina

早稲田大学文学部心理学教室 Dept.of Psychology, School of Letters, Waseda Univ.

#### **ABSTRACT**

The feature matching theory of similarity proposed by Tversky(1977) assumes that human similarity judgement is based upon a set function of crisp sets representing objects. In our fuzzy feature matching model, Tversky's model is generalized by introducing fuzzy sets.

A fuzzy clustering schema which utilizes fuzzy feature matching model is proposed. The clustering method is virtually a different realization of Ruspini's idea of fuzzy partition and our procedure is capable of dealing with a more general type of data.

刺激(モノ)の集合を $S = \{s1, s2, s3, \cdots, sn\}$  とする。  $S \times S \perp v$  の類似性には様々な定義がありうるが、一般に

反射性

S(i,i)=1

対称性

S(i,j)=S(j,i)

推移性

iとjが類似しており、jとkが類似しているならiとkは類似して

を満たすものとされる。

また、この3つの性質は距離の定義

最少性

dii=0

対称性

dij=dji

三角不等式 dij≦dik+dkj

とそれぞれ対応している。

ところがTversky(1977)は、人間の類似性(距離)評価は3公理を満たさない場合があることを指摘し、特徴照合理論(feature matching model)を提案した。まずTverksyの反例を紹介する。

#### 類似性の公理に対するTverskyの反例

 $1: \nabla$  射性(最少性)への反例:刺激混同実験において(例:ある刺激si を短時間提示し、被験者に今見た刺激はs1、s2、s3、・・・、sn の内のどれであったかを尋ねる実験)、刺激としてsi が与えられたという条件下で反応si が得られる条件付確率 P(si|si) を考えると

 $P(si|si) \neq Max\{P(sk|si)\}$  $sk \in S$ 

また

 $P(si|si) \neq P(sj|sj)$ 

ということがおこりうる。条件付き確率の実測値を類似性の指標と見なすと反射 性に反することになる。

2:対称性

文1: 「北朝鮮は中国に似ている」

文2: 「中国は北朝鮮に似ている」

を考える。二つの文は同じ意味を持つともいえようが、よく考えると、文2は文 1と比較すると不自然な感じを与える。ただし

文3: 「中国と北朝鮮は似ている」

文4: 「北朝鮮と中国は似ている」

の間にはこのようなことはない。この事実は類似性の評価が方向性を持つときに は対称性が満たされない場合があることを示している。

3:推移性

文1: 「ソ連とキューバは似ている」

文2: 「キューバとジャマイカは似ている」

は成り立つ。しかし推移律から予想される

文3: 「ソ連とジャマイカは似ている」

は万人の賛同を得るとはいえないであろう。

以上述べたとうり、類似性の公理は必ずしも成立するとはかぎらない。

Tverskyの特徴照合モデル

Tverskyは以上の問題を解決するために特徴照合(feature matching)モデルを提案した。刺激sin、特徴集合Sinで表現可能であるとする。特徴集合としてどのようなもの想定するかは刺激の種類によるが、たとえば国の間の類似性を問題にするのならば {共産主義、資本主義、西洋、東洋、面積、人口・・・・}を考えることになろう。Tverskyの特徴照合モデルでは刺激inから刺激jに対する類似性 S(i,j)は

$$S(i,j) = \alpha f(Si \cap Sj) - \beta f(Si - Sj) - \gamma f(Sj - Si)$$
 (1)

と表現される。ここで

Si = 刺激iを表現する特徴集合、

Sj = 刺激jを表現する特徴集合,

SinSj = SiとSjの積集合,

Si-Sj = iに独自な特徴の集合,

Sj-Si = jに独自な特徴の集合,

f(・) = 未知の集合関数

f は未知の集合関数(測度でもよい)で、加算性を満たすと仮定することが多い。 このモデルによると、類似性の公理のからの逸脱を説明することができる(表 1 参照)。

	特徴	1	2	3	4	類似	性行	列			
刺激	14 107						1	2	3	4	5
1		1	1	1	0	1	15	8	7	14	8
2		0	1	1	0	2	9	10	1	8	2
3		1	1	0	1	3	7	. 0	15	14	8
4		1	1	1	1	4	13	6	13	20	6
5		1	1	0	0	5	9	2	9	8	10
α	=5 , β=	2, γ =	1	とし							
	算的集合				ると		1				

表1 架空の特徴集合と類似性行列

Tverskyの特徴照合モデルのfuzzy集合による拡張

Tverskyのモデルに限らず、そもそも特徴によって表現modelを作る際に置かれる前提(postulate)はP1)特徴は1-0型の変数である、すなわちある刺激は特徴 kを持つか持たないかどちらかであって中間の状態はない、及びP2)特徴は相互に独立である,の2つである.ところがP1P2とも必ずしも成立するとはかぎらない。P1に対する反例を2つ挙げてみよう。反例1:ある人が「正直」という特徴を持つかどうかを考えたとすれば正直と不正直の間の状態を考慮しなければならないだろう。反例2:文字上が特徴 | を持つなどと言うことがよくあるが,特徴 | の一部分を上は持つのだというような議論も論理的には可能であり、この場合には特徴を持つ程度を表現しなければならないだろう。このように特徴の成立に程度があると想定した方が自然かつ一般的なので,fuzzy集合の導入が望まれる。Tverskyの特徴照合モデルも、クリスプ集合で定義されているので、この集合を

Tverskyの特徴照合モデルも、クリスプ集合で定義されているので、この集合を Fuzzy集合により一般化する。このモデルをFFM (fuzzy feature matching)と 名付ける。

FFM model 刺激iが特徴kを持つ程度をメンバーシップ関数 Mki、  $0 \le Mki \le 1$ を で表現し、これをもちいて(1)式を拡張する。ここでMkiはiがkを持つ程度、あるいはiがkを持つもの集合に含まれる程度、を表現する.。Fuzzy集合  $K = \{ \forall k \in \}$  おりまるの集合  $\{ (x,y) \in \}$  はこのメンバーシップ関数より定義される。また刺激iはこのメンバーシップ関数によりベクター( $\{ (y,y) \in \}$  が、 $\{ (x,y) \in \}$  が、 $\{ (y,y) \in \}$  が、 $\{ ($ 

次の問題は(1)式に含まれる積集合、差集合の演算をどう定義するか、および fをどのような関数にするかである。ここでは、FUZZY集合論の通例に従い

積集合は min

Min(Mki,Mkj)

差集合は bounded difference

Max(Mki-Mkj,0)

で導出されるものとする。

fとしてはSugeno積分などを用いるのも興味深いが、ここでは加法的測度

 $\gamma f (Sj-Si) = \gamma \{ \sum_{k} \omega_{k} Max(Mkj-Mki,0) \} \cdots (5)$ 

と書ける。 これを(1)に代入すると

 $\alpha \{ \sum \omega_k \text{Min}(Mki,Mkj) \} - \beta \{ \sum \omega_k \text{Max}(Mki-Mkj,0) \} - \gamma \{ \sum \omega_k \text{Max}(Mkj-Mki,0) \}$  k k k

となる。(6)式がFFMの基本式である。以下FFMの特性について列挙する.

A)Tverskyの問題とした、類似性の非対称性、最小性の不成立、三角不等式の不成立をすべて説明できる。B)特性論的モデルと幾何学的モデルの中間の性質をもつ。各特徴を次元として見ると(4)+(5)は重みつきのCity Block距離と解釈できる、すなわちもし $\beta=\gamma$ ならば

 $\beta \left\{ \sum_{K} \omega \, \text{kMAX}(\text{Mki-Mkj},0) \right\} + \gamma \left\{ \sum_{K} \omega \, \text{kMAX}(\text{Mkj-Mki},0) \right\}$   $= \beta \sum_{K} \omega \, \text{k | Mki-Mkj |}$ 

ただし距離モデルと異なるのは0≤Mki≤1であることである。

C)(6)式は類似性データのみならず、非類似性データに適用可能である。すなわち $\beta$ 、 $\gamma$ が $\alpha$ よりかなり大きいときは(6)式は負値となるが、この符号を反転してやれば非類似性となる。

#### FFMモデルの応用

まず

#### Mki\*=ωk Mki

とおいて、Mki\*を未知パラメーターとする(以下の方法ではMkiとωkは分離不能 でありまた強いて分離する必要がないため)。そして最小二乗基準Q

 $Q = \sum \{dij-s(i,j)-\delta\}^{2}$ 

を以下の制約条件下で最小化すればよい。

 $C: 0 \le Mki* \quad (i=1,n;k=1,t).$ 

ただし(5)は最大値最小値の演算を含むので、通常の制約付き最小化問題の解法は使えない。そこで Min,Maxの演算を以下の関数で近似する。

 $MIN(Mki*,Mkj*) \doteq (1-eijk)Mki*+eijkMkj*$ 

MAX(Mki\*-Mkj\*,0) = eijk(Mki\*-Mkj\*)

MAX(Mkj\*-Mki\*,0) = (1-eijk)(Mkj\*-Mki\*)

227 eijk=[1+exp{-100(Mki\*-Mkj\*)}]-1.

これらを(6)に代入すると

 $\begin{array}{l} \alpha \sum\limits_{K} \{(1-\mathrm{eijk}) \, \mathrm{Mki*} + \mathrm{eijkMkj*} \} - \beta \sum\limits_{K} \mathrm{eijk} (\, \mathrm{Mki*} - \, \mathrm{Mkj*}) - \gamma \sum\limits_{K} (\, 1-\mathrm{eijk}) \, (\, \mathrm{Mkj*} - \, \mathrm{Mki*}) \\ \cdots \\ (7) \end{array}$ 

を得る。

アルゴリズム (7)式は $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ , $\delta$  を係数とする重回帰式とみなせるので重回帰分析と罰金関数法を交互に用いるプログラムを作成した.またDの対角要素がない場合は(6)の第1項を用いて対角要素の逐次推定も行う。その概要は

- (1) 適当な初期値を定める.特徴の数tを仮定する。
- (2) 通常の最小自乗法で、 $Q(\alpha,\beta,\gamma,\delta \mid Mki*)$ を最小化する.必要なら対角要素の推定をする。
- (3) 2 階の傾斜法及び罰金関数法を用いて Q(Mki\*  $| \alpha, \beta, \gamma, \delta$ )を制約条件下で最小化する
- (4) 収束基準に達していなければ(2)、さもなければ終わり、

適応例 表2の8つの国の類似性評定の結果(被験者42)を解析した結果を表3に示す。feature 1は資本主義、feature 2 はアメリカ大陸の国を、feature 3はアジアを、feature 4 は北の国を示していると解釈できよう。

表 2	800	国に	:対す	·る類	似性	主評定	<b>ヹ</b> デー	- タ	
述語	USA	H	Ch	T	USS	N	В	Cu	に
主語									
USA	0	176	123	100	127	74	204	154	
Holland	205	0	98	118	115	84	130	116	似
China	130	108	0	211	253	244	115	167	て
Thailand は	113	112	234	0	107	190	194	179	b
USSR	139	118	229	104	0	222	106	208	る
North Korea	89	87	273	195	267	0	107	202	
Brasil	250	159	135	177	113	108	0	235	
Cuba	179	117	166	173	234	201	234	0	

### 表3

# Derived values, Stress and convergence criterion

Fuzzy features	1	2	3	4
USA	28.5	33.6	9.87	14.3
Holland	35.0	2.7	2.63	15.9
China	13.4	13.2	28.3	27.9
Thailand	17.1	6.8	30.4	3.0
USSR	3.1	11.1	11.4	30.2
North Korea	0.0	11.0	25.5	19.3
Brasil	20.1	21.4	7.9	0.9
Cuba	5.5	15.9	10.8	6.4

convergence criterion = .001  $\beta$  + = 3.40  $\gamma$  + = 2.96  $\delta$  + = 291.33 Stress = .114

Ruspiniのクラスター分析との関係

Ruspiniのクラスター分析は、モノの集合 $X \in X^2$ 上で定義された非類似性 $\delta$ を出発点とする。ただし

$$\delta(x,x)=0$$

$$\delta(x,y)=\delta(y,x)$$
(R1)

であるとする。このクラスター分析はXのファジー分割を与える。ファジー分割とはファジー集合の族F1、F2、・・・、F  $\blacksquare$  であり

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbf{X} \quad \sum_{i=1}^{n} \mu_{Fi}(\mathbf{x}) = 1 \tag{R3}$$

となるようなものである。この時あるモノxはベクター: $C(x)=(\mu_{F1}(x),\mu_{F2}(x),\cdot\cdot\cdot\cdot\mu_{Fm}(x))$ で表現される。Ruspiniのクラスター分析はこのC(x)を未知パラメーターとし

 $\Sigma w(x)w(y)$  [  $v(C(x), C(y)) - f(\delta(x,y))$  ]  $^2$   $x,y \in X$   $z \in \mathcal{T}$ 

Vはユークリッド距離関数 fはf(0)=0を満たすnon decreasing関数 wは重みづけの関数

を最少化するC(x),w(x)等を推定する。

本稿で提案したクラスター分析は形式的には

- a) (R1),(R2),(R3)の条件をとりはらい、
- b) vを(6)式による集合関数に置き換え
- c) fを恒等関数
- $\mathbf{d}$ )  $\mathbf{w}(\mathbf{x}) = 1, \mathbf{x} \in \mathbf{X}$

とおいたものに相当する。これによって、データに対する制約条件と、メンバーシップ関数に対する制約条件を緩めることができた。

#### 終わりに

本稿で提案した手法(または一般にRuspini流のfuzzy clustering)は、一種のMDS(多次元尺度法、MultiDimensional Scaling、高根 1980、斉藤 1980)とも言える側面をもっている。MDSでは距離関数と距離空間を用いて刺激の表現を行うが、距離関数を集合関数に、距離空間をメンバーシップ関数の直積空間に置き換えたものが、本稿で提案した手法なのだと解釈することも可能である。

FFMは心理学的考察から生まれた、心理学的モデルである。本稿で提案した手法は形式的には、あらゆる類似性(距離)データに適用できるが、その真髄は人間の類似性判断のプロセスをexplicitにモデル化し、人間の生み出したデータを解析する点にある。

### 文献:

Ruspini, E.H. 1969 A new approach to clustering. <u>Information and Control</u>, 15,22-32.

Ruspini, E.H. 1973 New experimental results in fuzzy clustering. Information Sciences. 5.273-384.

斉藤尭幸 1980 多次元尺度構成法 朝倉書店

椎名乾平 1986 Similarity に対するfuzzy set theoretic approach.

日本心理学会第50回大会発表論文集

Shiina, K 1988 A fuzzy set theoretic feature matching model and its application to asymmetric similarity data analysis.

Japanese Psychological Reserch, In Press.

高根芳雄 1980 多次元尺度法 東大出版

Tversky, A. 1977 Features of Similarity. <u>Psychological Review</u>, 84, 327-352.

# 2変量ファジィ観測に基づく統計的推測

A Statistical Inference by Fuzzy Observations in the Bivariate Case

古殿 幸雄 , 奥田 徽示 , 浅居 喜代治 Yukio KODONO , Tetsuji OKUDA , Kiyoji ASAI

#### 大阪工業大学

Osaka Institute of Technology

#### Abstract

In this paper, we consider fuzzy observations on a probability space in the bivariate case. When statistics are calculated from fuzzy data obtained by fuzzy observations, the corrections for the effect of fuzziness are given in order to estimate actual moments of a population transforming the effect of fuzziness contained in fuzzy observations into correction termes. We investigate, in particular, the corrections for the bivariate case. Furthermore, the numerical experiment confirms the varidity of our corrections.

### <u>1. まえがき</u>

これまでの観測では、観測値をできるだけ真の値に近づけるために、人間の主観的なあいまいさは排除される傾向にあり、そのため技術的・時間的・コスト的にかなりの労力が必要であった。また、現実には人間の主観性をまったく排除することが不可能な場合も多い。従って、人間の主観的なあいまいさを伴った観測値を利用して、真の値とそれほど変わらない推定値が得られるようなデータ処理方法があれば、それは非常に現実的なものになると考えられる。

本研究では、現実の状況のもとで、人間の主観的なあいまいさを伴って得られた観測値に対して、通常のデータ処理を行なう手法について考察している。以下このような観測をファジィ観測とし、得られたデータをファジィデータと呼ぶことにする。ここでは、ファジィ事象の確率[1] の考え方を基本的に用いる。1変量ファジィデータについては、ある程度の研究結果がすでに報告されているが[2]~[4]、本研究では2変量ファジィデータに対して通常の統計的手法に基づいて2変量モーメントを推定する場合についての考察を行なっている。

例えば、試験問題の採点結果に対して、10点刻みで主観性を伴って採点される数学の採点結果と、20点刻みで同じく主観性を伴って採点される国語の採点結果というような、2変量ファジィデータがあるとする。このとき、この2教科間にどのような相関が認められるかというような問題の分析手法について、メンバシップ関数を背景としてファジィデータを解釈することにより、真の推定値を得るためにはどの程度の補正を必要とするかというような観点から検討しようとするものである。

具体的には2変量に関するシェパードの補正[5],[6] の考え方と類似した考え方を用いて, 任意次数の2変量モーメントをファジィ観測に基づいて推定するための補正公式を導き,この 補正公式が妥当性を持つかどうかを数値実験で確かめている。

### 2. 2変量ファジィデータによるモーメントの計算と補正

いま,あいまいな状況のもとに,2変量のある点 $(x_i,y_i)$  のまわりのある幅に人間の主観的なあいまいさを伴ってデータが観測される場合を考える。このあいまいな観測値を $x_i$ に関しては区間 $[x_i-h/2,x_i+h/2]$  で定義されるメンバシップ関数 $x_i(x)$ で表わす。このメンバシップ関数 $x_i(x)$ で表わす。このメンバシップ関数 $x_i(x)$ で表わす。このメンバシップ関数 $x_i(x)$ で表わす。可能に $x_i$ 0、同様に, $x_i$ 0、同様に表々 $x_i$ 0、同様にあいまいさが存在していることを表わす。現実には,メンバシップ関数 $x_i(x)$ 1、 $x_i$ 1、 $x_i$ 2、 $x_i$ 3、 $x_i$ 3、 $x_i$ 3、 $x_i$ 4、 $x_i$ 4、 $x_i$ 5、 $x_i$ 5、 $x_i$ 6、 $x_i$ 7、 $x_i$ 8、 $x_i$ 8、 $x_i$ 9、 $x_i$ 1、 $x_i$ 9、 $x_i$ 9、

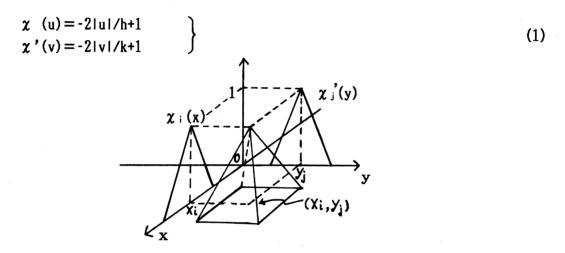


図1. 三角形型2変量ファジィ観測

ザデーの定義から、ファジィ事象  $\chi_i$ ・  $\chi_j$  の出現確率、すなわち代表値  $(x_i,y_j)$  の出現確率  $P_{i,j}$ は、2変量母集団の密度関数を f(x,y)として

$$P_{ij} = \int_{x_i-h/2}^{x_i+h/2} \int_{y_j-k/2}^{y_j+k/2} \chi_i(x) \chi_j'(y) f(x,y) dxdy$$
 (2)

と表わされる。ここで、 $\chi_i(x)=\chi(x-x_i),\chi_j'(y)=\chi'(y-y_j)$ で、また $x_{i+1}=x_i+h/2$ ( $i=\cdots$ 、-2, -1, 0, 1, 2,  $\cdots$ ),  $y_{j+1}=y_j+k/2$ ( $j=\cdots$ , -2, -1, 0, 1, 2,  $\cdots$ )である。なお、いまの場合

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} P_{i,j} = 1$$

は満たされている。

そこで、ファジィデータから求められるm,n次の補正を行なわない生のモーメントは

$$\bar{\mu}_{m,n} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} x_i^{m} y_j^{n} P_{ij}$$

$$= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} x_i^{m} y_j^{n} \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-k/2}^{k/2} \chi(u) \chi'(v) f(x_i + u, y_j + v) du dv$$
 (3)

となる。なお、真のモーメントはμπιηで表わすことにする。

さて、式(3)において、和分から積分への近似を≒で表わし、ファジィデータに対するm,n次の補正モーメントは、オイラー・マクローリンの和分公式 [5]より、

$$\bar{\mu}_{m,n} = \frac{4}{hk} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dxdy \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-k/2}^{k/2} \chi(u) \chi'(v) f(x_i + u, y_j + v) dudv \qquad (4)$$

となる. この和分公式が十分意味をなしているとして,以後 "≒"は単に "="と記すことにする. そこで,上式(4)から

$$\bar{\mu}_{m,n} = \frac{16}{hk} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{h(m+1)(m+2)} \{ (x+h/2)^{m+2} + (x-h/2)^{m+2} - 2x^{m+2} \}$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k(n+1)(n+2)} \{ (y+k/2)^{n+2} + (y-k/2)^{n+2} - 2y^{n+2} \} f(x,y) dxdy$$

$$= \sum_{i=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} \sum_{j=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (h/2)^{2i} (k/2)^{2j} mC_{2i} nC_{2j}$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4 x^{m-2i} y^{n-2j}}{(2i+2)(2i+1)(2j+2)(2j+1)} f(x,y) dxdy \qquad (5)$$

を得る。ここで, [r] は実数 r の整数部を表わすガウス記号であり,pCqは組合せの数を表わす。

ところで,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^{m-2i} y^{n-2j} f(x,y) dxdy = \mu_{m-2i, n-2j}$$
 (6)

であるから、

$$\bar{\mu}_{m,n} = \sum_{i=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} \sum_{j=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (h/2)^{-2i} (k/2)^{-2j} mC_{2i} nC_{2j} \frac{4 \mu_{m-2i,n-2j}}{(2i+2)(2i+1)(2j+2)(2j+1)}$$
(7)

を得る。

結局, 具体的な補正公式は次のようになる.

$$\mu_{0,0} = \bar{\mu}_{0,0} = 1$$

$$\mu_{1,0} = \bar{\mu}_{1,0}$$

$$\mu_{0,1} = \bar{\mu}_{0,1}$$

$$\mu_{1,1} = \bar{\mu}_{1,1}$$

$$\mu_{2,0} = \bar{\mu}_{2,0} - h^{2}/24$$

$$\mu_{0,2} = \bar{\mu}_{0,2} - k^{2}/24$$

$$\mu_{2,2} = \bar{\mu}_{2,2} - \bar{\mu}_{0,2} h^{2}/24 - \bar{\mu}_{2,0} k^{2}/24 + h^{2}k^{2}/576$$

$$\mu_{3,0} = \bar{\mu}_{3,0} - \bar{\mu}_{1,0} h^{2}/8$$
(8)

### 3.数值例

ここでは,数値例として2変量標準正規分布

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(x^2-2\rho xy+y^2)\right\}$$
 (9)

について計算してみる。ここで、h=k=0.5,  $x_0=y_0=0$ ,  $\rho=0.7$ として数値積分により頻度 $P_{ij}$ を計算する。結果をすべて表示するだけのスペースがないので、参考のため一部分を表1に示しておく、なお、いまの場合

$$\sum_{i=-20}^{20} \sum_{j=-20}^{20} P_{ij} = 0.99999939$$

### となっている。

これらの頻度を用いて、モーメントの補正の結果と真値からの誤差の比率とを計算したので、 それらの結果を表2、表3に示しておく。この結果から、h²とk²まで補正すれば十分実用的で あることが分かる。

 $P_{i,i}$ (i, j)  $(x_i, y_j)$  $P_{ij}$ (i, j)  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j)$ (1.75, 1.75)(-20, -20)(-5.00, -5.00)7, 7) 0.0022781 0.0000000 (-4.75, -4.75) (2.00, 2.00)0.0000000 0.0013169 (-19,-19) (8, 8)(2.25, 2.25) 0.0007077 9, 9) (0.00, 0.00)0.0136506 (10, 10)(2.50, 2.50)0.0003534 (0.25, 0.25)0.0131608 (2.75, 2.75)(11, 11) 0.0001641 (0.50, 0.50)0.0117944 (12, 12)(3.00, 3.00)0.0000414 (0.75, 0.75) 0.0098250 (3.25, 3.25)0.0000284 (13, 13) 0.0076076 (1.00, 1.00) (3.50, 3.50)(14, 14) 0.0000106 (1.25, 1.25) 0.0054756 0.0000067 ( 3.75, 3.75) 0.0036633 6, 6) (1.50, 1.50)

表1. 頻度Pijの値

<b>弗</b> ?	<b>*</b> - :	メント	トの補正	(m=2.n=	2まで)
<b>Æ</b> ₹∠	T_ /	~ ~		【脚一んり11~	- LON ( )

	真値	$\overline{\mu}_{ij}$	h²	k²	h²k²
$\mu_{1,0}$	0	0			
μ0.1	0	0			
$\mu_{1,1}$	0.70	0.6999877			
μ <sub>2</sub> ,0	1.00	1.0104034	0.9999767		
μ0,2	1.00	1.0104034		0.9999767	
μ <sub>2,2</sub>	1.98	2.0006901	1.9901650	1.9796403	1.9797488

表3. 真値との誤差(%) (m=2,n=2まで)

	<u>μ</u> ; j	h²	k²	h²k²
μ1,0	0			
μ0,1	0			
$\mu_{1,1}$	-0.0017541			
μ <sub>2</sub> ,0	1.0403408	-0.0023258		
μ <sub>0,2</sub>	1.0403408		-0.0023258	
μ2,2	1.0449527	0.5133853	-0.0181694	-0.0126893

# 4. 平均補正について

いま,ファジィ観測に対する刻み位置 $x_i$ , $y_j$ がそれぞれ区間 $[x_i-h/4,x_i+h/4]$ , $[y_j-k/4,y_j+k/4]$ でランダムに発生するとしよう(図2.参照).

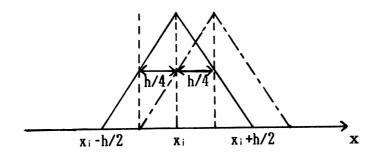


図2. 平均補正-x上の刻み位置-

このとき、式(3)で表わされる $\bar{\mu}_{m,n}$ の平均(期待値)を求めると次のようになる。

すなわち, $\mathbf{E}$  ( $\overline{\mu}_{\mathsf{m,n}}$ ) は式(4)の $\overline{\mu}_{\mathsf{m,n}}$  の積分近似と一致している。従って,ここでの補正公式は平均的にみれば正しく働くことを意味している。

結局,刻み位置がランダムに発生するとして,個々のケースにおいては正確な推定から若干ずれる可能性もあるが,平均的にみればここでの補正公式は正しい推定値を与えることになり,偏り (バイアス) が生じないので,推定量として用いるための基本的性質が満たされていると考えられる。

# 5. むすび

本研究では、ファジィ観測によって得られた2変量ファジィデータを、通常の統計的な手法を用いて処理していく上で有効となる2変量モーメントの補正公式について述べた。この補正公式によって、たとえあいまいなデータであっても、通常のデータに対する統計的な手法が適用可能となる。従って、補正を行なうことにより、通常のデータを用いて処理する場合とそれほど変わらない結果を得ることができるので、観測技術・観測時間・観測コストの面から考えてここで提案した手法は有効なものである。

また、2変量のシェパードの補正においても、本研究のように観測値に幅を有しているが、この場合幅の境界は明確に定めなければならなかった。現実の状況では、観測値がその幅に厳密に入らなければならないとするよりも、あいまいな状態のまま、あいまいな幅をもって処理できる本手法は、より一層現実的な処理方法であると考えられる。

# [参考文献]

- 1. Zadeh, L.A.: "Probability Measures of Fuzzy Events", J.Math.Anal.Appl., 23, 421-427 (1968)
- 2. 奥田: "ファジィ観測に対するモーメントの補正について",IFSA日本支部第2回ファジィシステムシンポジウム講演論文集,222-228(1986.6)
- 3. Okuda, T.: "A Statistical Treatment of Fuzzy Observations: Estimation Problems", Proc. of 2'nd IFSA Con., Vol.1,51-55(1987.7)
- 4. 奥田: "ファジィ観測からのキュムラントの補正と最尤推定",IFSA日本支部第3回ファジィシステムシンポジウム 講演論文集,179-184(1987.6)
- 5. Kendall and Stuart: Advanced Theory of Statistics, Vol.1, Charles Griffin (1977:4th ed., 1943:1st ed.)
- 6. Wold, h.: "Sheppard's correction formulae in several variables", Skand. Aktuartidsky, 17, 248-255 (1934)

# ファジィ観測に基づく統計的推測の 情報量的評価

An Evaluation of the Statistical Inference using Fuzzy Observations from the viewpoint of Information Quantity

奥田 徹示 ,古殿 幸雄 ,浅居 喜代治 Tetsuji OKUDA, Yukio KODONO, Kiyoji ASAI

### 大阪工業大学

Osaka Institute of Technology

#### **ABSTRACT**

In this paper, we consider fuzzy observations on a probability space. When statistics are calculated from fuzzy data obtained by fuzzy observations, the corrections for the effect of fuzziness are given in order to estimate actual moments of a population transforming the effect of fuzziness contained in fuzzy observations into correction terms. Thus, we investigate our methods for the treatment of fuzzy data from the viewpoint of Fisher's Information Quantity. Furthermore, we consider the quantitative aspects of the influence of fuzziness contained in fuzzy observations from the viewpoint of the statistical inference.

### 1. まえがき

ここでは、主観的なあいまいさを伴う観測値を用いる統計的な推測問題について考察する。統計学の分野において、正確な観測ができないかまたはコストの関係で、ある区間に属する事象が何件発生したかというような、いわゆるグルーピングデータに関する分析が古くよりなされてきている。特に、正規分布のような比較的なめらかな分布を念頭においたシェパードの補正は現在でも有名で、十分実用性を持っていると思われる。このシェパードの補正については、1898年のシェパード[1]の論文以来その研究が始まったように思われる。その後、ピアソン[2]やフィッシャー[3]をはじめ多くの研究者によって1930年代まで多くの分析がなされたが、1943年のケンドール[4]の著書にそれまでの研究成果がまとめられている。その後、1950年にリンドレー[5]のグルーピングデータによる最尤推定に関する論文では、フィッシャー情報量を用いて分析されている。

本論文では、あいまいな観測をファジィ事象として表現して、ファジィ観測から得られるデータに基づいて母集団推測を行なう方法をフィッシャー情報量の観点から検討する。ここで提案する手法は、2変量ファジィデータへの応用なども考えられ、多変量解析など多くの統計学上の問題への適用の可能性を持っている。

### 2. ファジィ観測の形式と母集団推測

いま、母集団の密度関数を $f(x|\theta)$ としておく、 $\theta$ は母数を意味している、特に、必要のない場合は $\theta$ を省略する、通常観測値はある1点 $x_i$   $\in$  X が観測されたものとして、これをデータの値として用いる、ここでは、点 $x_i$ のまわりのある幅Hに主観的な

あいまいさを伴っている場合を考える。このようなファジィ観測を区間 $H_i = [x_i - h/2]$ , $x_i + h/2$ ]で定義されるファジィ事象としてとらえる。メンバシップ関数  $\chi_i : H_i \rightarrow [0]$ ,1]は、 $x \in H_i$  のファジィ事象  $\chi_i$ への帰属度を表わしており、 $\chi_i(x_i) = 1$ であるものとする。

さて、このようなファジィ事象として観測値を受け取る場合、ここではこれをファジィ観測値、ないしはファジィデータと呼ぶことにする。このファジィ観測値の出現確率は密度関数f(x)のもとでは、ザデー[6] の定義より、

$$P_{j} = \begin{cases} h/2 \\ \chi(v)f(x_{j}+v)dv \\ -h/2 \end{cases}$$
 (1)

と表わされる.ここで, $\chi(v)$ は区間[-h/2,h/2]で定義されるメンバシップ関数で, $\chi(x-x_i)=\chi_1(x)$ と変換している.この確率を,区間 $H_i$ の中心値 $x_i$ をこのファジィ観測値 $\chi_i$ の代表点とみなし,代表値 $x_i$ の出現確率と考える.これら代表値を用いて統計的処理を施そうとするのがここでの考え方である.なお, $x_{i+1}=x_i+h/2$ で, $\Sigma p_i=1$ を満たすような左右対称のメンバシップ関数をここでは考えるものとする.

さて, drをファジィ事象 χ のr次の "F-モーメント"とし,

$$d_r = \int_{-h/2}^{h/2} x^r \chi(x) dx \tag{2}$$

と定義する、そこで、ファジィデータに対するr次のモーメントを計算してみると、

となる. ここで, "≒"はオイラー・マクローリンの和分公式に基づく近似誤差で, ここでは近似が十分意味をなしている場合を考える. 従って, この段階での"≒" は, 以後単に"="と記すことにする.

また、 $\mu_k$ は母集団のk次のモーメント(正確なモーメント)を表わしている。たとえば、 $\chi(v)$ =-2IvI/h+1 などと三角形型にとると、 $\mu_1$ = $m_1$ 、 $\mu_2$ = $m_2$ - $(1/24)h^2$ 、 $\mu_3$ = $m_3$ - $(1/8)m_1h^2$ 、 $\mu_4$ = $m_4$ - $(1/4)m_2h^2$ + $(1/160)h^4$ 、・・・・・・・・・というような補正公式を得る。これは、正確なモーメント $\mu_r$ がファジィデータを用いたモーメント $m_r$ から補正公式によって導き出されることを示している。しかも、いまの場合あいまいさの幅hによって誤差の大きさが評価できるようになっている。すなわち、幅hが比較的小さければ(h<1)、補正は $h^2$ の項までで十分実用的であると考えられる。

この他に、2次曲線型や台形型のメンバシップ関数の場合については文献[7]、[8] に述べてある。また、キュムラントに対する補正公式については文献[9] を参照されたい。なを、オイラー・マクローリンの和分公式による近似誤差については文献[7] を参照されたい。

### 3. ファジィ観測の情報量的評価

まず、推定の基礎的な構造について若干述べておく. いま、確率変数をXとして、サイズnの標本を $(X_1,X_2,\dots,X_n)$ とする. このとき母数 $\theta$ の推定量 $\theta_n(X)$ が満たさな

ければならない基本的な性質が不偏性であると思われる. すなわち.  $E(| heta|_{oldsymbol{n}}(X))= heta$ となることであり、これは個々の観測データから得られる推定結果は真の母数の値 hetaとはずれる可能性があるが、平均的には必ず真の母数の値hetaを偏りなく推定でき ることを意味する.そこで,個々の場合の推定結果とhetaとの誤差がどの程度になる かを表現するものとして一般的に採用されるのが推定量 $\theta_n(X)$ の分散である.

さて、 $\theta(n)$ を不偏推定量として、

$$Var(\theta(n)) \ge \{n \mid I(\theta)\}^{-1}$$
(4)

なる不等式の成立することが知られている、これはクラーメル・ラオの不等式で、 一般的にどのような"うまい"不偏推定量を持ってきても、その分散の値を $\{ n \mid I ( heta ) \}$ ) $\}^{-1}$ より小さくできないこと示している. ここで,  $\mathrm{I}\,(\, heta\,)$ はフィッシャー情報量で,

$$I(\theta) = -\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\partial^2 \log f(x|\theta)}{\partial \theta^2} \right\} f(x|\theta) dx$$
 (5)

と定義される. このとき,式(4)の右辺つまりフィッシャー情報量のn(データ数) 倍の逆数を達成する推定量を有効推定量と呼んでいる.

たとえば、最尤推定量は漸近的に有効な推定量であることが知られている。そこ で、必ずしも漸近的に有効とは限らない推定量 heta があり、その分散が  $\sigma^2( heta$  )に近 づいて行くとき、

$$eff(\theta') = {\sigma^{2}(\theta) I(\theta)}^{-1} \le 1$$
(6)

で定義される(漸近)効率が、推定量heta の良さをはかる尺度として通常用いられ ている.

結局、このような議論において基本的な役割を演ずる量がフィッシャー情報量に 他ならない、そこで、観測がファジィになったために失われる情報量を計算すると、 次のようになる. すなわち,

$$P_{j}(\theta) = d_{0}f(x_{j} | \theta) + (d_{2}/2)f^{(2)}(x_{j} | \theta) + (d_{4}/24)f^{(4)}(x_{j} | \theta) + \cdots,$$

$$\log\{P_{j}(\theta)\} = \log\{h/2\} + \log\{f(x_{j} | \theta)\} + (d_{2}/h)\{f^{(2)}(x_{j} | \theta)/f(x_{j} | \theta)\}$$
(7)

 $+\{(hd_4-6d_2^2)/(12h^2)\}\{(f^{(4)}(x_j|\theta)-f^{(2)}(x_j|\theta))/f(x_j|\theta)\}+\cdots$ となることを用いて、通常のフィッシャー情報量を  $I(\theta)$ 、ファジィデータ(ファ ジィ観測の代表値)を用いる場合のフィッシャー情報量を  $I_R(\theta)$ とすれば、

 $\Delta I(\theta) = I(\theta) - I_R(\theta)$ 

$$= \frac{d_2}{2d_{\theta}} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\partial^2 \log f(x|\theta)}{\partial \theta^2} f^{(2)}(x|\theta) + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left\{ \frac{f^{(2)}(x|\theta)}{f(x|\theta)} \right\} f(x|\theta) \right\} dx$$

 $+0(h^4)$  (9)

として、オイラー・マクローリンの和分公式の妥当性のもとに、その差が計算され る. 従って、情報量の損失比率は

$$R(\theta) = \Delta I(\theta) / I(\theta)$$
 (10)

と計算できる. たとえば,正規分布N( $\mu$ , $\sigma^2$ )の場合,三角形型のファジィ観測で計 算すると,

$$R(\mu) = \frac{1}{24} \left\{ \frac{h}{\sigma} \right\}^2 + 0(h^4) \tag{11}$$

$$R(\sigma^2) = \frac{1}{12} \left\{ \frac{h}{\sigma} \right\}^2 + 0(h^4) \tag{12}$$

となる.

なお, あいまいさの幅を標準偏差σとの比で考えたい場合は,

 $x/\sigma=u$ ,  $f(\sigma u) | dx/du| = g(u)$ ,  $\chi_j(\sigma u) = \nu_j(u)$ ,  $h/\sigma=\alpha$  (13) などと変換しておけば、 $h \delta \alpha$  に置き換えてもいままでの議論はほぼそのまま当てはまる。そして、 $O(h^4)$ は $O(\alpha^4)$ で評価される。

 $0(\alpha^4)$ の項が無視できるような場合、 $N(\mu,\sigma^2)$ として情報量の損失比率を計算してみると、三角形型ファジィ観測の場合、

$$R(\mu) = (1/24) \alpha^2$$
,  $R(\sigma^2) = (1/12) \alpha^2$  (14)

となる。 $h/\sigma=0.5$ として計算すると, $R(\mu)=0.010$ , $R(\sigma^2)=0.021$ となる。すなわち,平均や分散を推定する場合,観測がファジィであるために失われる情報量の損失比率(通常の観測に比べて)は,データ1個当り約1~2%程度である。このことは,もし我々が100個のファジィ観測値からなる標本を手にしたとき,ここでの取り扱い方をするような場合,この標本は約98~99個の正確な観測値からなる標本に相当する。もちろん,このことは母集団の推定に対してデータの持っている情報量をフィッシャー情報量で計量した場合,すなわち推定効率などの観点からの話である。なお,ファジィデータを用いて最尤推定量を構成する方法については文献[8],[9]に述べてある。

# 4. ファジィ観測のデータ処理への影響

まず、前節で述べた不偏性についてであるが、ここで導いた補正項をもとに不偏推定量を構成することができるかどうかを調べておく。補正公式を $\mu_r = m_r - c_r$ として、 $-c_r$  は r 次モーメントの補正項を表わすものとしておく。また、ファジィ観測の代表値を実現値としてとる確率変数をXとして、確率変数Xに対する観測系列  $\{X_1, \dots, X_n\}$  は独立であるとする。すなわち、

$$\Pr\{X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n\} = \prod_{j=1}^n \Pr\{X_j = x_j\}$$
 (15)

とおしておく.

さて、ファジィ観測からの標本モーメントとして

$$m_r' = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} X_j^r - c_r$$
 (16)

を定義すると、簡単な計算から $E(m_r')=\mu_r$ となることが分かる. すなわち、 $m_r'$ は  $\mu_r$ の不偏推定量として用いることができる. 参考までに標準偏差を求めておくと、

$$\sqrt{\text{Var}(m_r')} = \sqrt{\mu_{2r} - \mu_r^2 + c_{2r} - c_r^2 - 2c_r \mu_r} / \sqrt{n}$$
 (17)

となる. なお,

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} (X_j - \overline{X})^2 - c_2, \quad \overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} X_j$$
 (18)

とおくと、

$$E(S_n^2) = \frac{n}{n-1} \left\{ E(X^2) - \frac{2}{n} E\{X_j + \sum_{k=1}^n (k \neq j) X_k\} \right\} + \frac{1}{n} E\left\{ \sum_j (X_j^2 + \sum_{j \neq k} (X_j X_k) \right\} - c_2$$

$$= \mu_2 - \mu_1^2$$
(19)

となって、標本モーメントの場合と同じく、Sn<sup>2</sup>は母集団の分散の不偏推定量になっていることが分かる。

このように補正項を用いることによって、ファジィデータを用いた場合でも簡単

に不偏推定量をつくることができる. そして, このようなファジィ推定量に対してフィッシャー情報量の損失比率が式(10)で計算できる.

さて、ファジィ観測が推定に与える影響をもう少し具体的に調べる. いま、 $y_i \in [x_i - h/4, x_i + h/4]$  なる $y_i$  が生じた場合、 $x_i$ でデータ処理がなされるとする. このとき、三角形型など一般的なメンバシップ関数の場合、

$$\chi_{j}(y_{j})=\max\{\chi_{j-1}(y_{j}),\chi_{j}(y_{j}),\chi_{j+1}(y_{j})\}$$
(20)

となっている。すなわち、現実には $y_i$ が発生しているが、観測がファジィになっているので具体的な処理はファジィ観測の代表値 $x_i$ でなされるものとする。そこで、 $y_i$ - $x_i$ を観測誤差と考えて、この誤差について分析することにする。

誤差を表わす確率変数をWとして、W=Y-Xとする.  $\Delta w \rightarrow 0$  のとき、

$$\Pr\{X=x_j, w_0 < W < w_0 + \Delta w\} = f(x_j + w_0) dw$$
(21)

となることを利用して、E(XºWº)タイプの期待値が計算できる.以後の計算に必要となるものを計算しておくと次のようになる.

E(W)=0, E(x)=
$$\mu_1$$
, E(XW)=- $\frac{h^2}{48}$ , E(W<sup>2</sup>)= $\frac{h^2}{48}$ , E(x<sup>2</sup>)= $\mu_2$ + $\frac{h^2}{48}$ ,

$$E(W^3)=0$$
,  $E(x^3)=\mu_3+\frac{h^2}{8}\mu_1$ ,  $E(XW^2)=\frac{h^2}{48}\mu_1$ ,  $E(X^2W)=-\frac{h^2}{24}\mu_1$ ,

$$E(W^4) = \frac{h^4}{1280}$$
,  $E(XW^3) = -\frac{h^4}{1280}$ ,  $E(X^2W^2) = \frac{h^2}{48} \mu_2 + \frac{h^4}{1280}$ 

そこで、現実のデータを用いて推定する平均値とファジィデータを用いて推定する平均値との標準誤差を求めてみる.計算は単純で、

$$D_1 = \left\{ \frac{1}{n} \sum y_j \right\} - \left\{ \frac{1}{n} \sum x_j \right\}$$
 (22)

として,

$$\sqrt{E(D_1^2)} = \frac{h}{4\sqrt{3n}} \tag{23}$$

となる.

次に、2次モーメントについて調べてみる.

$$D_2 = \left\{ \frac{1}{n} \sum y_j^2 \right\} - \left\{ \frac{1}{n} \sum x_j^2 - c_2 \right\}$$
 (24)

として、計算は少し複雑になるが (c2のオーダーは通常0(h2)となる),

$$E(0_2^2) = \frac{h^2}{n} \left\{ \frac{\mu_2}{12} + \frac{h^2}{2880} \right\} + \left\{ \frac{h^2}{48} - c_2 \right\}^2$$
 (25)

となることが分かる. したがって、h⁴以上の項を無視すれば、

$$\sqrt{E(D_2^2)} = \frac{h\sqrt{\mu_2}}{2\sqrt{3n}} \tag{26}$$

となる.

さらに、分散の推定について調べてみると,

$$D_{s} = \left\{ \frac{1}{n-1} \sum (y_{j} - \overline{y})^{2} \right\} - \left\{ \frac{1}{n-1} \sum (x_{j} - \overline{x})^{2} - c_{2} \right\}$$
 (27)

として、計算はかなり複雑になってしまうが、

$$E(D_s^2) = \frac{h^2(\mu_2 - \mu_1^2)}{12(n-1)} + \frac{h^4}{n-1} \left\{ \frac{n-1}{n} \frac{1}{1280} - \frac{n+1}{n} \frac{1}{48^2} \right\} + \left\{ \frac{h^2}{48} - c_2 \right\}^2$$
 (28)

が得られ、h⁴以上の項を無視すれば,

$$\sqrt{E(D_s^2)} = \frac{h\sqrt{\mu_2 - \mu_1^2}}{2\sqrt{3(n-1)}}$$
 (29)

となる.

以上から、ファジィデータによって補正項を用いて平均や分散を推定する場合、 正確なデータに基づいて推定する場合と比べてその誤差がデータ数nと共に減少して いくことが式(23),(26),(29)から分かる. なお、一般のr次のモーメント推定に対し ては、その計算は非常に複雑になるため容易ではない. しかしながら、重要なこと は補正項を用いて一般的に母集団の推測を行なう場合、ある程度サンプルサイズが 大きければ観測に伴うあいまいさの影響が解消できると考えられることである. こ のような意味で、ここで用いる補正項は各種の統計的データ解析法がファジィデー タに対処する方法としての実用性を持っているのではないかと考えられる.

なお、本研究で評価の基準として用いたフィッシャー情報量の意味については著書[10]が参考になる。また、推測統計学(フィッシャー流統計学)の立場から現代のデータ解析を理解する上で著書[11]はたいへん参考になる。本研究においても、ファジィ観測方式をフィッシャー情報量で評価することには十分意味があると考えられる。

### 参考文献

- 1. Sheppard, W.H.: On the Calculation of the most Probable Values of Frequency-Constants., Proc. Lon. Math. Soc., 29, 358, 1898
- 2. Peason, K. et.al.: On Corrections for the Moment-Coefficients..., Biometrika, 12, 231, 1919
- 3. Fisher, R. A.: On the Mathmatical Fundations of Theoretical Statistics, Phil. Tran. Roy. Soc., A, 222, 309, 1921
- 4. Kendall, M. G. and A. Stuart: The Advanced Theory of Statistics, Vol.1, C.Grif., London, 1943
- 5. Lindley, D. V.: Grouping Corrections and Maximum Likelihood Equations, Proc. Camb. Phil. Soc., 46, 106, 1950
- 6. Zadeh, L. A.: Probability Measures of Fuzzy Events, J. Math. Anal. Appl., 28, 421, 1968
- 7. 奥田: ファジィ観測に対するモーメントの補正について、IFSA日本支部第2回 ファジィシステムシンポジウム講演論文集,222,1986
- 8. Okuda, T.: A Statistical Treatment of Fuzzy Observations: Estimation Problems, Proc. of 2'nd IFSA Con., Vol.1, 51, 1987
- 9. 奥田:ファジィ観測からのキュムラントの補正と最尤推定、IFSA日本支部第3 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集、179、1987
- 10. 竹内: 数理統計学の方法的基礎: 東洋経済, 1973
- 11. 竹内, 大橋:統計的推測-2標本問題, 日本評論社, 1981

## ファジィ推論を用いたプリント基板ハンダ付工程の制御

Control of Soldering Process in Printed Board using Fuzzy reasoning

- \* 清瀬健司 \*\* 猪飼国夫 \* 本多中二 K. Kiyose, K. Ikai, N. Honda
- \* 電気通信大学 電子情報学科
  Department of Communication systems , University of Electro-Communications
- \*\* ㈱エム・アイ・ベンチャース M・I・Ventures Co.Ltd

#### **ABSTRACT**

This parer describes an application of fuzzy control in the soldering process on printed boards. This control function consists of two subsystems: estimation of optimum soldering time using fuzzy reasoning and selection of specific control operations. Effeciency of the system is verified by computer simulation.

### 1. はじめに

今日、電子製品等の生産工程では、多くの部分で自動化が進められている。 しかし、自動化されている工程でも、従来の熟練者がなしたような高精度な仕上がりが難しい作業もいくつかある。 ブリント基板のハンダ付工程もその一つである。 現在、ブリント基板のハンダ付で最高の仕上がりを要求するならば、熟練者の手で箇所ごとにハンダごでによって行うということになる。 しかし、 このように手間をかけた方法は、宇宙・航空機器のように、 コストを度外視した高信頼性が要求される分野以外では実用的でない。 そこで通常の工程ではハンダ槽による一括ハンダ付という方法が採られているが、 これにも(1)熟練者の手作業による方法と(2)機械によって自動化した方法とがある。(2)の方法は当然量的、 コスト的に生産性を上げることが可能であるが、 操作が一律に設定されるため、 多種類のプリント基板のハンダ付を扱うとき仕上がりに問題がある。

そこで本研究では、(2)の方法を(1)に近づけるべく、プリント基板の状況に応じて熟練者が行っている微妙な操作を取り入れた自動ハンダ付工程の制御方式を検討する。ここでの方式は、熟練者の作業をファジィルールの形で表現し、そのルールを利用した制御方式の提案である。本稿では、このファジィ制御による自動ハンダ付の方式と従来の方式とをシミュレーションによって比較して有効性を調べる。

### 2. プリント基板ハンダ付工程の特性

1で述べたハンダ付の機械による自動化した方法は、通常、プリント基板上の

部品の熱負荷の大きさやハンダ付箇所のパターン(ハンダ付パターンとする)の密度などが基板の部分部分によって一様でない場合でも、最もハンダ付時間を必要とする部分に合わせて一律にハンダ槽に基板全体をつけている。したがって熱容量の小さい部分やパターンの疎な部分ではハンダ付が過度になり(オーバーディピングという)、装着部品等を傷める恐れがある。これに対し、熟練者は基板の状況を読み取り、ハンダ槽へ基板を斜めに入れたり、その中をスライドさせたりするなどして全体を適度にハンダ付する。

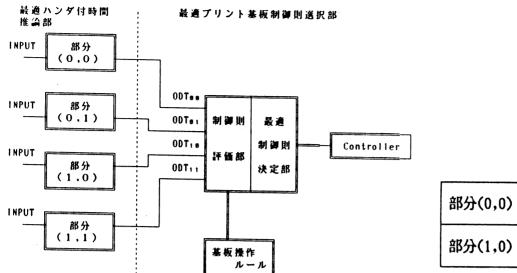
そこで熟練者のハンダ付操作に基づいて、ハンダ付制御のための規範を以下のように設ける(これらを特性(1)-(13)とする)。

- (1) ハンダ付パターンや装着部品によるハンダ付の条件は、プリント基板を縦横に数分割(ここでは4分割)して、それぞれの分割部分ごとに決定する。
- (2) ハンダ付パターンの幅が広ければ、ハンダ付の時間を長くする。また、そのハンダ付時間の変化は幅が広いほど、大きくする。
- (3) ハンダ付パターンの全体に対する面積比が大きければ、ハンダ付の時間を長くする。また、面積比に対するハンダ付時間の変化は線形とする。
- (4) プリント基板上の部品の熱容量が大きければ、ハンダ付時間を長くする。
- (5) プリント基板上の部品が多ければ、ハンダ付時間を長くする。
- (6) 最適ハンダ付時間は2秒程度から5秒程度までの範囲である(2秒以下だと 良好なハンダ付は望めない)。
- (7) 熟練者はハンダ付パターンを見ただけでもおよそのハンダ付時間を推定し、また、同じパターンでも部品の量や熱容量により、-0.5~+1.0秒程度の補正を行っている。
- (8) 最適ハンダ付時間より0.2秒程度以上ハンダ付時間が短いと良好な仕上がりは望めない。
- (9) 最適ハンダ付時間より1.0秒以上ハンダ付時間が長いと、基板上の部品を壊す恐れがある。
- (10) ハンダ付は最適ハンダ付時間の長い分割部分から開始する。
- (11) プリント基板を4分割してハンダ付時間を制御するので、対角部分のみを同時にハンダ付することはできない。
- (12) ハンダ付時間を短縮するために、一旦プリント基板全面をハンダ付する。
- (13) 熟練者による制御も一般にオーバーディッピングの傾向にある。なお、ハンダ付工程ではオーバーディッピングを少しでも減らすことが重要となっている。
- 3.ハンダ付制御システムの構成

本制御システムは図1に示すように

- (1)最適ハンダ付時間推論部
- (2)最適プリント基板操作制御則選択部

の2つのサブシステムから構成される。(1)は図2のようにプリント基板を4分割し、各部分の最適ハンダ付時間を推定する部分である。(2)は推定された時間に基ずいて、熟練者に即した基板操作を行うアルゴリズムを生成する部分で、これらは基本操作ルールを選択して制御命令とする。なお、ここで対象とするプリント基板は30cm四方程度のものである。



部分(0,0)	部分(0,1)
部分(1,0)	部分(1,1)

図1 プリント基板制御システム構成

図2 ブリント基板の分割部分

以上の2つのサブシステムについて、さらに細かく説明する。

# (1) 最適ハンダ付時間推論部

本サブシステムにおいて、ブリント基板のハンダ付時間を決定する要因は次の 4つとし、これらを入力データとする。

- (1)ハンダ付パターンのプリント基板全体に対する面積比(RDP)
- (2)主要なハンダ付けパターンの幅(WDP)
- (3) プリント基板に装着されている部品の量(NOP)
- (4)プリント基板上の部品の熱容量(HC)

これらのデータに基ずいて図2の4つの分割部分の各々について最適ハンダ付時間を決定するが、その過程は2つからなる。それはまずハンダ付パターンに関するデータにより大まかなハンダ付時間を推定し(主推論部)、つづいて基板上に装着されている部品に関するデータに基づいてハンダ付時間の補正値を決めるのである(補正値推論部)。このように2つの過程に分けることでルールの組合せ数は大幅に少なくなり、ルールの設定や変更が容易に行なえる。

主推論部では、ハンダ付パターンに関する要因RDPとWDPのデータから大まかなハンダ付時間を決める。ここで、RDPは台集合を0%から100%までとし、10%毎に11レベルに量子化し、「非常に大きい」、「大きい」、「普通である」、「小さい」、「非常に小さい」の5個のファジィ変数に分割しメンバーシップ値を与えている。WDPは台集合を0.1 mmから10mmとし、10レベルに量子化する。また、ハンダ付パターンの幅が「狭い」、「普通である」、「広い」、「ベタパターンである」の4個のファジィ変数に分割し、メンバーシップ値を与えている。

出力の形は、「非常に大きい」、「大きい」、「少し大きい」、「普通」、「小さい」、「非常に小さい」、と表現される6個の位置形のファジィ変数に分割し、メンバーシップ値を与えている。RDPとWDPに対する出力のルールの関係は熟練者の判断に基づき表1のように設定する。空欄は組合せとしてありえないものである。

補正値推論部では、プリント基板上に装着されている部品に関する2条件、HC、NOPによって、主推論部での推論値に対する補正値をファジィ推論により

決定する。出力の形は、「負に大きい」、「負である」、「零である」、「正である」、「正に大きい」の5つの、速度型のファジィ変数を用いている。

表1 主推論部ルール

			ハンダ付パターンの面積比								
	·	V S	s	М	L	V L					
パタ	S	v s	S	s	ML						
リーン	М		S	М	ML						
の幅	L		М	ML	L						
1/100	ベタ					V L					

S:Small M:Medium L:Large VS:Very Small ML:Medium Large VL:Very Large ペ9:ペ9パ9ーン

## (2) 最適プリント基板操作制御則選択部

ここでは熟練者のとる実際の行動を参考に、操作制御則の選択を行なうアルゴリズムを図3(a)のように設定する。これに対し、従来のハンダ付工程のアルゴリズムは図3(b)のようになる。ハンダ付は基板の4スミを動かして行なうが、そのとき4つの分割部分の状況から指定された時間に基づき、図4に示す9つの操作パターンの中から適当なものを選択していき、全体として良好なハンダ付を行なう。このアルゴリズムで、基板のハンダ付の仕上り具合の評価は基板上の6×6=36箇所で行なうものとする。この評価のために表2のような評価関数を用いる。

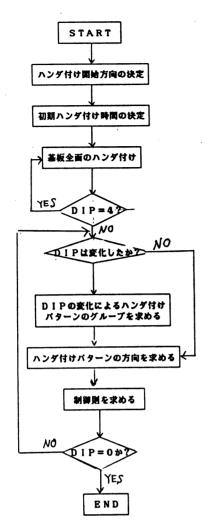
表2(a)はハンダ付継続部分数(ハンダ付がまだ完了していない分割部分: DIP)が1および2のとき、また表2(b)はDIPが3のときに用いる。これはDIP=3のときは最適ハンダ付時間が最大となる分割部分の評価箇所に対して評価を行っており、その他の2つの部分は最適ハンダ付時間に達していればそれでよいものとする。そこで、DIP=3のときは表2(b)のような評価関数が必要となってくる。

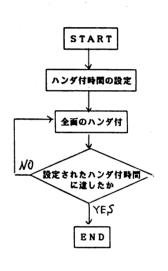
ここで、最適ハンダ付時間との 誤差時間=-1ステップ(1ステップは0.1 秒とする) に対するメンバーシップ値は、最適ハンダ付時間に対する実ハンダ 付時間のマイナス誤差の許容度を示すことになる。この値は誤差時間の評価関数 の正側のメンバーシップ値との大小関係で制御則の選択に影響があり、ハンダ付 の仕上がり状態に大きく影響するのでここでは一応パラメータPとしておく。

表2 ファジィ評価関数

誤差時間	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
メンハ゛ーシッフ・値	0	p	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
				(a)	)				•	<u></u>			

誤差時間	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
メンハーシッフ・値	0	р	100	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99





(a) 本方式における最適プリント基板 操作制御則のアルゴリズム

(b) 従来形制御のアルゴリズム

図3 ハンダ付制御アルゴリズム

			,				
000 000	000 000 000		• • • • • • • • • • • • • • • • • • •	000		•••	•00 000 000
000	000 000 000		000	000		•00 000 000	000
PAT	- 0		P A T -	1 S	•	PAT-	1 M
•••	••0		•••	•••	]	•••	•••
***	000		***	***		:::	••0 •00
• • 0 • 0 0 0 0	000 000 000		000 000 000	000		••• ••• •••	000
P A 1	r - 1 L	-1	P A 1	r - 2	,	PA	r - 3 s
					1		
	•••						
• • •	000 000 000			••0 •00 000			•••
PAT	- 3 M	,	●: A3	-3L グリ無い	<b></b>	PAT	- 4

図4 プリント基板の各種ハンダ付操作パターン

アルゴリズムの内容について説明すると次のとおりである。

### (1) ハンダ付開始方向の決定

ハンダ付開始方向は推定された最適ハンダ付時間が長い方向から開始する(特性ー(10))。すなわち、 $\{0DT_{00}+0DT_{01}\}$ , $\{0DT_{01}+0DT_{11}\}$ , $\{0DT_{11}+0DT_{10}\}$ , $\{0DT_{10}+0DT_{00}\}$ ,の最大値をとる辺の分割2部分からハンダ付を開始する(PAT-2の状態)。

### (2)初期状態の維持

ハンダ付開始後は対角部分のみが先に最適ハンダ付時間に達しないようにするために、ハンダ付を開始した2部分のみ一定時間ハンダ付(PAT-2の状態)を行う(特性-(11))。この時間は、次の手順で決定される。

- ①最適ハンダ付時間の最大値(PDT)となる分割部分を見いだす。
- ② P D T と隣接部分との最適ハンダ付時間の差の最大となる値 (ST)を求める。

このSTが初期状態維持時間である。

### (3) 基板全面のハンダ付

初期状態維持時間終了後は、総ハンダ付時間を短縮するためにプリント基板全体をハンダ槽につける(特性-(12))(PAT-4の状態)。この状態は、4部分のうちのいづれかが最適ハンダ付時間に達するまで維持される。

# (4) 最適ハンダ付操作の選択

独立操作可能点が最適ハンダ付時間に達したならば、その部分のハンダ付を終了する。このとき、プリント基板の一部分のみハンダ付を終了するときは、最適操作の決定を次の手順で行う。

- ①まず最初に検索する操作ルールの限定を行う。 1 ステップ前とDIPの値が変化したら検索する制御則のグループを求める。但し、DIP=0のときはハンダ付工程を終了する。また、変化していない場合は、1 ステップ前に検索した制御則のグループをもう一度検索し③へいく。
- ②ハンダ付の完了までの時間の最大値(Tステップ)を求め、その分割部分の位置を確認し、ハンダ付操作の方向を求める。
- ③ T ステップ後には全ハンダ付工程は終了するので、各制御則ごとにそれを用いたときの終了状態を各評価点について予測する。そのとき、基板の36点の評価点うち最低の評価値をその制御則の評価値とする。
  - ④検索した全制御則のうち最大の評価値を持つものを選択し、次の操作とする。
- ⑤同じ評価値を持つ制御則が2つ以上ある場合には、各評価点の評価値の和の 最も大きい制御則を選択する。
  - ⑥次のステップの予測を行うため、①に進む。

プリント基板が上下左右で幾何学的な意味において差がないと仮定すると、最適ハンダ付時間の配列によるプリント基板の状態は図5の3つに分類することができる。

D T 1	D T 2
D Т з	D T 4

D T 1	DT2
D T 4	DТз

D T 1	D T 3	
D T 4	D T 2	

(1)型

(Ⅱ)型

(田)型

図5 最適ハンダ付時間の配列によるプリント基板の分類

ここで、 $DT_1$ ,  $DT_2$ ,  $DT_3$ ,  $DT_4$ はそれぞれの部分の最適ハンダ付時間を表し、添え字は最適ハンダ付時間の短い順に 1, 2, 3, 4とした。これらはハンダ付の難易度の易しい順に (I)型、 (II)型、 (III)型とした。

# 4. シミュレーション

# (1)最適プリント基板制御則選択へのパラメータの影響

ここでは、最適プリント基板制御則の選択に本方式を用いたとき、 (I)型、 (Ⅱ)型、 (Ⅲ)型のそれぞれについて表2で示したファジィ評価関数のパラメータの影響はいかなるものかを調べる。

表3 最適パラメータによる改善度

	パラメータ変化に よる平均改善度 MET   SUM			
(1)型	0	0		
(11)型	2.8	-3.2		
(四)型	3.9	4.2		

ここでは、パラメータを変化させたときのプリント基板の仕上がりの最良の仕上がりと最悪の仕上がりを良いられた。ここで最良の仕上がりを良いらいともの世上がりを良くするというは、評価点の最大差時間(MET)が最近であるとに大きのであると定義する。また、最悪の仕上のしているのであるとでである。また、最悪の仕上最である。また、評価点の最大誤差時間の和(SUM)が最もして、UM)が最ものというに対する誤差時間の和(SUM)が最も

大きいものであると定義する。表3はパラメータをうまく設定することによって、 ハンダ付が改善されることを示す。

#### (2) 本方式と従来型制御との比較

最適なパラメータを与えたときの本方式と従来型の制御方式とを(I)型、(II)型、(III)型のそれぞれについて比較を行う。

比較するのは、従来型に対する最大誤差時間(MET)の平均改善ステップ数と、誤差時間の和(SUM)である。また、(I)型、(II)型、(II)型の順に基板操作難易度を設ける。結果は表4のとおりで、かなりの改善が見られる。

表4 従来型に対する本方式の改善度

	従来型 (平均値) MET SUM		本方式 (平均値) MET SUM		改善度(平均値) MET SUM	
(1)型	15.2	276	5.8	18	9.4	258
(11)型	11.0	174	5.8	4 6	5.2	132
(四)型	9.5	156	7.7	6 7	1.8	8 9

### 5. 結論

本研究では、最適ハンダ付時間の推定を主推論部と補正値推論部とに分割し、 実際のプラントの制御にしばしば用いられる簡単化されたファジィ推論を用いて、 ハンダ付時間推論のモデル化を行った。

また、最適プリント基板操作ではファジィ評価関数を用い、ハンダ付工程終了 時のプリント基板状態を予測しながら次のステップの制御則の選択を行う方式を 導入し、熟練者の行動に基づいたハンダ付工程の操作アルゴリズムを作成した。

また、このアルゴリズムを用いたシミュレーションの結果、従来の自動ハンダ付工程の方式に比べて最適パラメータをうまく設定したとき最大誤差時間を(I)型で平均9.4ステップ、( $\Pi$ )型で平均5.2ステップ、( $\Pi$ )型で平均1.8ステップの改善がみられた。また、SUMも(I)型で257ステップ( $\Pi$ )型で128ステップ、( $\Pi$ )型で88ステップの改善がみられた。以上より、従来のハンダ付制御に比べて、本方式による制御は有効であることが明らかになった。

# 参考文献

- 1) 菅野道夫(1979) あいまい集合と論理の制御への応用、計測と制御、18、No.2,150-160
- 2) Mamdani, E.H. (1974) Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant, Proc. IEE, 121. No. 12, 1585-1588

# ファジィ手法を用いた 交通情報提供方法について

THE DEVICE OF TRAFFIC INFORMATION SERVICE BY FUZZY SET THEORY

秋山孝正\*・飯田克弘\*・井上矩之\*\*
Takamasa AKIYAMA, Katsuhiro IIDA
and Noriyiki INOUE

# ·京都大学工学部交通土木工学教室 ··福山大学工学部土木工学教室

\*Department of Transportation Engeering, Kyoto University

\*\*Department of Civil Engneering, Fukuyama University

#### **ABSTRACT**

Information Service becomes important as one of traffic control devices which generate smooth traffic on expressway. The objective of the study is to investigate the data transformation approach by Fuzzy Set Theory. Actually, in information Service process, once the forecasting data is obtained by traffic simulation, it should be altered to information on the board for users. The investigations on accracy of traffic simulation and users' consciousness to travel time information was done. The three methods ware compared by empirical research on previous data. Lastly, the ability in practical use of this approach was also investigated.

#### 1. はじめに

現在、通信技術の進歩と情報処理方法の 多くの検討からハード・ソフトともに目ざ ましい発展を遂げている。こうした情報化 の必要性は都市交通においても重要視され、 都市高速道路における利用者への各種情報 の提供は重要な課題のひとつとなっていまり である。 ではいる利用の有無を決定することもあり 実用的な旅行時間予測は有用である。

そこで本研究では、旅行時間予測情報の 信頼性を考慮した情報伝達と、情報の効率 的利用について検討する。具体的には、旅 行時間の予測結果を利用者情報として用い るための情報処理方法の検討を行う。つま り得られた計算結果をいかに妥当な形の情 報として表現するかを検討することである。 そしてとくに旅行時間の予測の際に内在す る不確実性とこれを用いる利用者認識に内 在するファジィ性を取り扱うために、ファ ジィ手法を用いた情報処理手順を提案する。

#### 2. 交通情報提供に関する検討

#### 2. 1 旅行時間情報提供手順の提案

都市高速道路では、交通管制システムを 運用し利用者への情報提供と入路での交通 制御が行われてる<sup>1),2)</sup>。 情報提供は利用 者の最適な経路選択を可能にし、街路への 迂回を促し渋滞状況悪化防止の効果を持つ。

また情報のなかでも旅行時間予測値が重要であり、これをどのような形で情報として提供するかが課題である。これは演算結果をいかに利用者にとって有効な情報として形成するかということである。この際に必要な検討項目は予測誤差と情報の形であると考えられ、各種の検討が行われている。

本研究では旅行時間情報提供の手順として図-1のような手順を考えている。本図において、 $t_1$ から $t_2$  を導出するプロセスは、クリスプな予測結果にファジィ性を付加することで「ファジィ予測値」を求める。つぎに旅行時間情報に対する利用者の認識をファジィな内部知識としファジィ予測情報 $t_2$ との一致度をもとに、実際に情報板に提供すべき情報 $t_3$ を求めるものである。

#### 2. 2 旅行時間予測値に関する検討

旅行時間予測の際に考えられる主要な不確実性として、①渋滞シミュレーションの持つ予測誤差、②計測機器・計測方法に依存する観測限界、③気象、偶発的事象による予測不可能な要因、④情報処理上の情報表現方法でのファジィ性などがある。

これらは、今後の技術的進歩により解決されるものもあろうが、現状では完全な解決は困難である。したがって、モデルによる予測結果を即座に代表値とすることは難しく、本研究ではファジィ手法を用いて情報の表現を検討する。たとえば「30分」という予測値を一意な数とせず、25~35分の可能性をもつ値「30分程度」ととらえる。

ここでは、阪神高速道路堺線を対象とし、 渋滞シミュレーションを用いた旅行時間予 測結果を用いる(昭和60年11月28日:以下 「基本データ」と称する)。実証的には多 数のデータにより議論を行うべきであるが、 本研究では渋滞の延伸衰退状況の平均的な 変化より①9時~10時(渋滞延伸時)、② 10時~11時(定常渋滞時)、③11時~12時 (渋滞解消時)という3つの時間帯とした。 ファジィ性(ファジィ幅)の付加方法は、

(1) 本研究のシミュレーションモデルによる予測値の残差平均が3分程度である。 (2) 各時間帯で残差の最大値を内包する値

(2) 各時間帯で残差の最大値を内包する値 (単位:分)が実用的であるなどの点を考 慮するものとする。したがって①~③の各 時間帯の旅行時間予測値は図-2に示すよ うなファジィ数として表すことにする。

#### 2. 3 利用者からみた旅行時間表現

ここでは、「内部知識」として利用者か

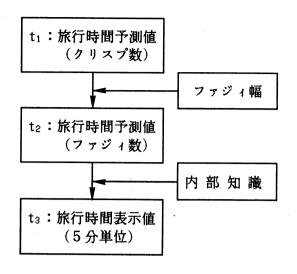


図-1 旅行時間情報提供手順

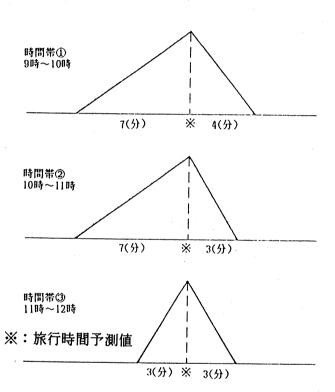


図-2 ファジィな旅行時間予測値

らみた旅行時間情報の適切性を考え、アンケート調査より抽出を試みた。具体的な調査形式は図-3に示すとおりであり、対象は学生30名である。この調査の主旨は、「料金所のある地点からある地点までの旅行時間が表示された時、その表示に対する許容範囲」を回答するものである。

この調査の集計結果から以下の点がわかった。①利用者は表示された旅行時間情報に対して、実際の走行時間が表示より長い場合に比べ、実際の走行時間が短い場合は、

許容される時間幅が若干広いことがわかる。 ②旅行時間自身との関係では、旅行時間が 大きくなるほど、利用者の許容する時間幅 は正負両方向ともに広がっている。

ここで時間に関するメンバシップ関数が 直線的に変化することは、若干の調査から 吟味した。線形メンバシップ関数は、一般 にもよく用いられており操作性も高い。

つぎに任意の時間に対するファジィな幅 を決定する。表示時刻より小さい値を許容 する範囲、大きい値に対する許容範囲をそ れぞれ(メンバシップ関数の)左のファジィ幅、右のファジィ幅と呼ぶことにする。

ここで実際の情報提供における実用的表示時間の単位を考慮して内部知識の間隔を 5分と設定することにした。次に前出のファジィ幅についての調査にもとづき、実用的なファジィ幅を決定する。今回の調査では25分、30分、50分の3点について質問をおこなっている。この場合ファジィ幅は時間の大きさに対して増加する傾向を示し、これを回帰直線として求めた。

$$\mathbf{w}_1 = 0.1095t + 2.9667$$
 (右)

$$\mathbf{w}_2 = 0.1267t + 3.2556$$
 (左)

この結果を用いて5分ごとの時間に対するファジィな幅を決定した。この結果、図ー4に示すように25~45分程度を示す旅行時間情報に関する「内部知識」が得られた。

#### 3. 実用的方法論の比較検討

# 3. 1 ファジィ数の一致に関する方法 ファジィ数の一致に対しては、いくつか

都市高速道路において旅行時間(ある地点からある地点まで車で走行する場合の 所要時間の予測情報は、道路利用者のニーズが高い情報の一つであります。 ここで旅行時間は、都市高速道路の各料金所入口で表示されるものとし、あなた が利用者の立場にいるという前提のもとで次のアンケートにお答え下さい。

・料金所である地点からある地点までの旅行時間が表示された時、その表示に 対する許容範囲をお答え下さい。例えば下の図では、ある地点間の旅行時間が3 5分と表示されている時(図中の●印)、実際に走行した場合に所要時間が25分(表示より早く到着した)ー40分(表示より時間がかかった)であれば、表示は妥当であると考えていることを表しています。

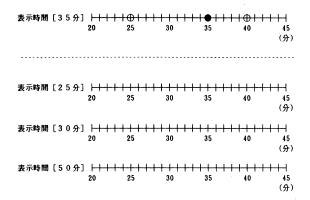


図-3 高速道路利用者への調査

の定義が提案されている。ここではその代表的なものを用いる<sup>3)-7)</sup>。

[方法①]  $M_1 = \{\sup(A \cap B) + \inf(A \cup \overline{B})\}/2$ 

[方法②] M<sub>2</sub> = sup(A∩B)

[方法③]  $M_3 = (S_C/S_A + S_C/S_B)/2$ 

[方法①]は、一般的によく用いられる方法であり、特にファジィ真理値を用いた検討に用いられる方法である。これは、ファジィ集合の基本的演算より求められる<sup>5)</sup>。 [方法②]は、sup(A∩B)を用いて、2つの集合の一致度を求めるものである。したがって、この方法で表わされるものは、BからみたAの重複程度である。本式は、等号に関する拡張原理を用いたものである<sup>6)</sup>。

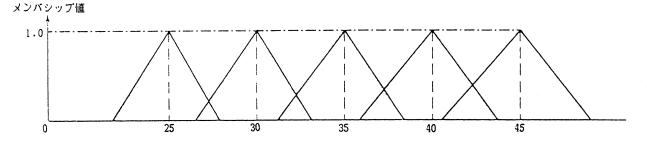


図-4 旅行時間情報に関する「内部知識」

「方法③」において、Sc は2つの集合の重なり合う面積、SaとSBはそれぞれ集合AとBの占める面積を表す。したがって本式の意味は、集合AとBの重なる割合が、もとの集合に対してどれほど大きいかで集合の一致の程度を示すものである<sup>7)</sup>。面積を考慮する点が上記2つの方法と異なり特徴的ではあるが、計算手順は若干繁雑になる。

#### 3.2 各方法の比較検討

つぎに各方法の実用上の比較をおこなうために、本研究では以下のような例を用いて検討した。本例では前述の「内部知識」をファジィ数 (ファジィ数 B) とし、それに対して3種類のファジィな幅を持ったファジィ数の入力情報(ファジィ数 A)が、どのような一致度を示すかを比較検討する。この際にAは1分単位で入力され、この場合のファジィ幅は以下の3ケースとする。

ケース1: 左5 (分)、右5 (分) ケース2: 左5 (分)、右10 (分) ケース3: 左5 (分)、右15 (分)

各ケースの計算結果をもとに、選択情報 の範囲を示したものが図-5である。

- (1)まずファジィ幅については、ケース 1~ケース3の順に入力情報が大きめに見 積られることから、当然のことながらこの 順に大きい選択情報の値が与えられる。
- (2)全体的に[方法③]、[方法②]、 [方法①]の順に入力値に対して過大な値 を出力している。これは[方法②、③]は、 完全な一致(一致度が1)を考えているの に対し[方法①]では、一方が他方に完全 に含まれた場合を考えるという定義の差異 に起因すると思われる。
- (3) 同一方法で異なるファジィ幅の出力 結果を比較すると[方法①]、[方法②]、 [方法③]の順にファジィ幅変化の影響が 少ない。[方法③]は一致度の計算に面積 を用ること、[方法②]は、sup(A∩B)を 用い、ファジィ幅の変化は直線の傾きとし て敏感に現れることによるものと思われる。

以上の検討はここに示した例に関するも のであり、いずれの方法が情報提供に適切

	ケ	ース	1	ケ	ース	2	ケ	ース	3
入力	1	2	3	1	2	3	1	2	3
25									
26									
27	25								
28									
29									
30									
31									
32	30								
. 33									
34									
35									
36			00000000				******		
37	35								
38									
39									
40									
41									
42	40								
43									
44									
45	46								

図-5 各ケースの計算結果

であるかは決定しがたい。しかし入力情報は旅行時間「予測値」であり、出力値は旅行時間「情報」である。したがって、提供される旅行時間情報が、実際の走行時間に比して、若干過大に表示される場合には、利用者は表示時間より短い時間で目的地に達するという状況を体験することになり、この逆の場合よりも一般的に受け入れられやすいのではないかと考えられる。

こうした論点に立脚すれば、ここでは [ 方法②] あるいは [方法③] が有効な結果 を与えるといえる。もちろん実用的方法の 選択を行うべきであり、この視点からの検 討だけで十分とすべきではない。

#### 4. 旅行時間情報提供の実証的検討

#### 4. 1 データを用いた実用性の検討

ここでは、旅行時間予測値と走行実態調査結果を用い、本研究で提案した情報提供 方法に関する実証的検討をおこなう。

まず基本データに関して、ファジィな旅 行時間予測値を入力する。この入力情報に 対して[方法①~③]を用いて内部知識と の一致度を計算し提供される情報を求めた。 この結果を示したものが表-1である。

この結果をみると、9時の断面以外は、 提供する情報が実測値の「クリスプ判断値」 (四捨五入的に、たとえば37.5分~42.5分 を40分とするもの)とほぼ同一結果あるい は大きな値となっていることがわかる。

前述のように表示旅行時間情報に対して、 実際の走行結果が表示より長時間を要した 場合に比べて、実際の走行時間が短い場合 は利用者の許容時間幅が若干広くなる。こ うした結果は、大部分の時間断面について 旅行時間予測値の不確実性が補い、利用者 のもつ許容幅を含んだものとなっている。

ここで若干傾向の異なる9時の断面で、このような結果を生じるのは、時間帯の設定に起因するものと思われる。すなわち、本来時間帯における旅行時間予測傾向は、いずれの時刻においても同様とみなせるのを当を省略した。つまり9時の断面が含まれる時間帯①では、ファジィ幅が+4分~-7分であり、この時刻の予測不確実性を正しい方向に修正していないからでろう。

つぎに、ここで得られた結果を用いて、昭和62年11月17日(検証データ)の旅行時間情報提供の検討を試みる。ここでも前章に示した方法でファジィ性を付加した旅行時間予測値を用いる。これを入力情報と一段である。これを入力情報との一段を計算を行い提供する情報を視られたの方法で同じ結果が得られたた。この結果を表ー2に示す。前述同様、提供する情報が実測値のクリスプ判断値同様、あるいは、実測値以上の値となっている。

以上のように本研究では基本データを用いて不確実性処理のためファジィ幅を決定し、情報処理プロセスを作成し、さらに「検証データ」によりその妥当性を示した。

#### 4. 2 情報処理方法変更の検討

すでに述べたように、旅行時間予測情報 の不確実性要因はいくつかのものがある。 ここでは、とくに情報処理を行う上での考 え方によるファジィ性について検討する。

表-1 基本データの計算結果

時間帯	時 刻	実測値	計算値	表示値
	9:00	28' 43"	25' 40"	25
(1)	9:20	29' 18"	36' 00"	35
	9:40	36' 43"	34' 40"	35
	10:00	37' 31"	38' 40"	40
(2)	10:20	37' 45"	44' 20"	45
	10:40	42'49"	44' 20"	45
	11:00	39' 21"	37' 40"	40
(3)	11:20	36' 17"	35' 00"	35
(3)	11:40	30'34"	28' 40"	30
	12:00	25' 52"	25' 20"	25

表-2 検証データの計算結果

時間帯	時 刻	実測値	計算値	表示値	
(1)	9:00	22' 45"	25' 20"	25	
(2)	10:00	33' 12"	41'00"	40	
(3)	11:00	51'21"	52' 20"	50	

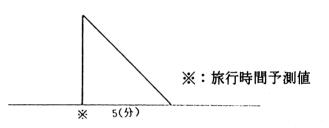


図-6 ファジィ性処理の変更

これは、情報提供者が予測情報を一般に 許容されやすい形に表現する場合を想定し たものである。具体的には、図-6に示す ようにファジィ幅を正方向だけに与えることにする。すなわち、負方向の幅を 0 とす ることで予測値が実測値よりも大きい場合 容認し、小さい場合は考慮の対象外とする ものである。ここでの検討においては、正 方向に付加されるファジィ幅を 5 分とした。

さきと同様「検証データ」の旅行時間予測値を用いて、「方法①~③」により提供する情報を求める。その結果、この場合にも各方法同一の結果が得られた。これを表ー3に示す。ここでは、当然すべての場合において、提供される情報は実測値のクリスプ判断値と同一、あるいは大きな値となっている。これはさきに示した情報提供者の意図である「予測される旅行時間を安全

側に (値として大きく) 設定する」ことを 反映した結果であるといえる。

#### 5. おわりに

本研究では高速道路旅行時間情報に対して、具体的表現と情報としての利用という 点から検討を行った。具体的には以下に挙 げるような結論が得られた。

- ①高速道路の交通管制では、利用者の情報 への高度な要求が挙げられ、特に定時性 確保という意味から旅行時間の情報は重 要である。実際の予測計算方法の問題に 加えて、計算された旅行時間情報の整理、 処理方法が検討されるべきである。
- ②渋滞シミュレーションにより予測結果が 得られるが、さらに計算結果を一般的に 表現するためにファジィ数の概念を導入 し、誤差をはじめとする各の不確実性に 対する一つの方法論的な検討を行った。

本研究では、情報提供方法の一提案を行ったが、ここで示した方法が体系的・総合的であるとは言えず、今後の検討課題として以下のような点が挙げられる。

- ①旅行時間のような利用者の必要とする情報提供においては、その不確実性の整理を行う必要がある。たとえば予測誤差は計測機器の向上、予測方法の進歩に伴って今後改善されることが考えられる。またモデルの限界を十分に認識しパラメータ等の整備に加えて、本研究の予測情報の表現方法に一層の検討を要する。
- ②実用的に重要となるのは利用者情報とし

表-3 情報処理方法の変更結果

時	刻	実測値	計算値	表示 1	表示2
9:	00	22' 45"	25' 20"	25	30
10:	00	33' 12"	41'00"	40	45
11:	00	51'21"	52' 20"	50	55

ての必要性の検討である。一般に都市高速道路上で発生する自然渋滞においては、交通状態の変化も恒常的で、旅行時間情報も特に必要でない場合がある。これに対して災害・交通障害による渋滞は偶発的事象であり旅行時間情報必要性、望まれる情報の信頼程度も各種状況下で差異があり、これを整理することが必要である。

本研究を終えるにあたり、終始暖かい御 指導を賜った京都大学工学部交通土木工学 教室、佐佐木綱教授、飯田恭敬教授に感謝 致します。なおデータ収集は、阪神高速道 路公団, (株)都市交通計画研究所にご協 力いただいた。ここに感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 阪神高速道路公団:阪神高速道路の交通管制システム,昭和61年
- 2) 阪神高速道路公団・(社) 交通工学研究会: 阪神高速道路の交通管制に関する調査研究報告書, 昭和62年
- 3) 寺野寿郎・浅居喜代冶・菅野道夫:ファジィシステム入門 オーム社, 1987
- 4) 寺野寿郎・増井重弘:Fuzzyロボットに関する研究,第1回ファジィシステムシンポジウム講演論文集,1985
- 5) 寺野寿郎:システム工学入門, 共立出版, 1986.
- 6) M. ツュマンコバ=リーチ・A. カンデル著, 向殿政男訳:ファジィ・リレーショナル・データベース, 啓学出版 , 1987.
- 7) 廣田薫・渡辺彰彦:ファジィフレーム 型知識表現とフレーム型ファジィ推論 第3回ファジィシステムシンポジウム 講演論文集,1987.

# ファジィ理論のステッパー· アライメントへの応用

Stepper Alignment Using Fuzzy Reasoning.

今泉昌明 西守英二 信宮利昭 Masaaki IMAIZUMI, Eiji NISHIMORI, Toshiaki SHINGU

キヤノン(株) 生産技術研究所 Production Engineering Research Laboratory, Canon Inc.

#### Abstract

The wafer stepper is now playing a major role in the wafer process line, and is required to have higher performances than before to respond to the ever increasing density of VLSI patterns. One of the key technologies of this machine is an alignment system with high accuracy.

This paper presents a new alignment system using fuzzy reasoning, and results of computer simulation.

#### 1. はじめに

# 2. ファジィ・アライメント・補正システムの構成

2-1 ステッパー・アライメント方式 ステッパーのアライメント光学系模式図(2)を図1に示す。 一定速度で回転するポリゴンミラーに照射されたレーザ光が、図2に示すアライメント・マーク上をレーザ光が走査する。アライメント・マークからの回折光(A)~(D)は、ホトマル(光電変換器)A~Dによって光電変換されAA(オート・アライメント)信号波形として検知される。ウェハーとレチクルとのアライメントはAA信号波形を信号処理することによって行われる。

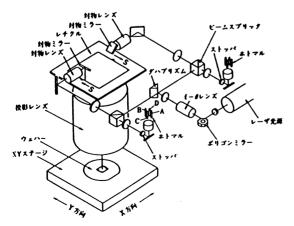


図1 アライメント光学系模式図

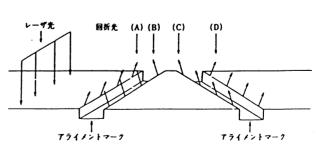


図2 アライメント・マーク からの回折光の模式図

2-2 ファジィ・アライメント・補正システム

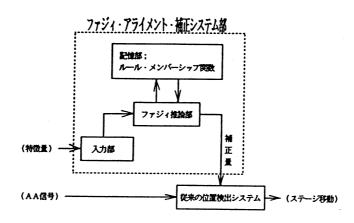


図3 ファジィ・アライメント・補正システム構成図

## 3. シミュレーション

#### 3-1 データ収集

本システムの有効性を確認する為,図4に示す以下の実験手順でデータ収集を 行う。

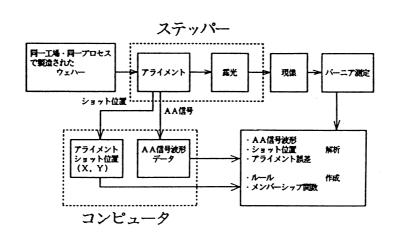


図4 実験手順

今回シミュレーションを行うに際して用いた実験サンプルは、同一工場、同一 プロセス工程で製造された複数のウェハーであり、第2アルミ層の上にレジスト が塗布された状態のものである。

先ず、アライメント時に各アライメント・マークからの出力信号が波形データ

及びアライメント・ショット位置データがコンピュータに取り込まれる。 図5は、1本のアライメント・マークからの出力信号波形データの概念図である。Sig. A, Sig. Bは、アライメント・マークの2つのエッジからの回折光を光電変換した信号である。通常アライメント・マークの位置決定は、この2つ

電変換した信号である。通常アライメント・マークの位置決定は、この2つの信号の合成信号波を処理することによって行われている。波高差; Rは, Sig. AとSig. Bとのピーク値の差を示している。

次に、アライメント、露光、現像工程を経たウェハーに関して、アライメント・マーク付近にあるバーニアを用いて光学的測定によって、焼き付けパターンの位置ズレが測定される。

この位置ズレから、図5に示したアライメント誤差; ΔL, すなわち位置に関する誤差が算出される。

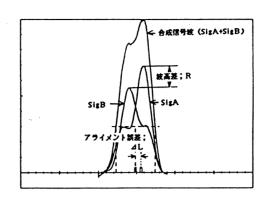


図5 信号波形データ概念図

3-2 データ解析とルール化

データ解析することによって次の2つの経験則を得た。

1つは、波高差; Rに関するものであり、その1例を図6に示す。この例から分かる様に、波高差; Rが大きくなるとアライメント誤差;  $\Delta$ Lが単調減少する傾向があることが直感的に分かる。そこで、この傾向を経験則1として言語記述で次の様に表現した。

経験則1;「AA信号波形のSig. AとSig. Bとの波高差; Rと, アライメント 誤差; △Lとの関係は, 単調減少である。」

この様に最小2乗法等の手法を使ってRと△Lとの関係を数学的に記述しなくても、ファジィ表現を用いれば言語的な記述で経験則の表現が可能である。

他の1つの経験則は、ウェハーのアライメント・ショット位置と位置ズレに関するものであり、その1例を図7にを示す。このデータを使って経験則1と同様に、アライメント・ショット位置; (X, Y)とアライメント誤差; △Lとの関係を表す経験則2を作成した。

経験則2;「アライメント・ショット位置; (X, Y)とアライメント誤差 ; △Lとの間に関係がある。」

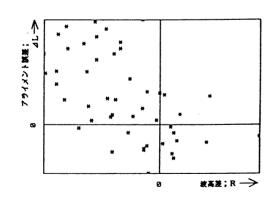


図6 波高差; Rとアライ メント誤差; △Lとの関係

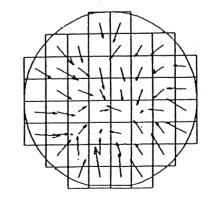


図7 アライメント・ショット位置; (X, Y)と位置ズレのベクトル表示

表1に示す様に経験則1を7個の推論用ルールとして表現する。表2は経験則2に関する6個の推論用ルールを示す。

#### 表1 AA信号波形データから作成された推論用ルール

```
経験則1; 『波高差;Rとアライメント誤差; △Lとの関係は,
                                        単調減少である。』
                                     PB=Positive Big
                                                         (正で大)
(1-1) if R is PB then \triangle L is NB.
(1-2) if R is PM then \triangle L is NM.
                                     PM=Positive Medium (正で中)
                                     PS=Positive Small (正で小)
(1-3) if R is PS then \triangle L is NS.
                                     ZE=Zero
                                                             寒 )
(1-4) if R is ZE then \triangle L is ZE.
                                                         (負で小)
(1-5) if R is NS then \triangle L is PS.
                                     NS=Negative Small
(1-6) if R is NM then \triangle L is PM.
                                     NM=Negative Medium (負で中)
(1-7) if R is NB then \triangle L is PB.
                                     NB=Negative Big
                                                         (負で大)
```

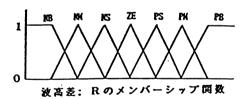
#### 表 2 アライメント・ショット位置データから作成された推論用ルール

#### 3-3 経験則のメンバーシップ関数化

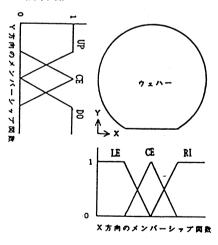
推論の為には、表1、表2に示された推論用ルールに定量的な意味付けを行うメンバーシップ関数が必要である。そこで、収集した全てのデータの中から1枚のウェハーのデータを用いてメンバーシップ関数が作成された。

図8は経験則1に関するメンバーシップ関数を表し、図9は経験則2に関するメンバーシップ関数を表す。

#### 前件部



前件部



#### 後件部

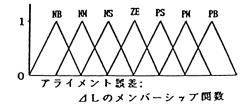


図8 波高差とアライメント誤差 のメンバーシップ関数

後件部

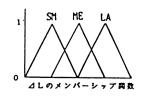


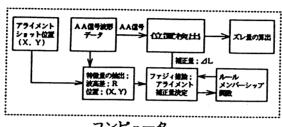
図9 アライメント・ショット位置と アライメント誤差のメンバーシップ関数

3-4 シミュレーションの方法及び結果

複数のウェハーの中の1枚のウェハー・データから作成されたルール及びメン バーシップ関数が今回のシミュレーションに用いられた。 そのシミュレーション はファジィ・アライメント・補正システムの機能と等価であり、図10はその概 要を示す。このシミュレーションでは,ファジィ含意(3)に Larsenの方法に基づ いた Max-Min合成によるファジィ推論法が用いられ、補正値は重み付き重心法により決定された。シミュレーションの対象とされた信号波形データは、複数のウ ェハーから収集した84ショットのものである。

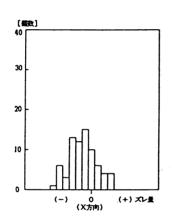
シミュレーション結果を図11に示す。それから分かるように、ファジィ・ア ライメント・補正システムによって補正を行うことによって,ズレ量のセンター 値が、ほぼ0になり、3σは従来例に比べ約1/2になった。

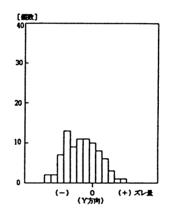
シミュレーションによって、この補正システムの有効性が確認された。



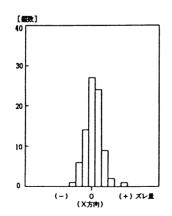
コンピュータ

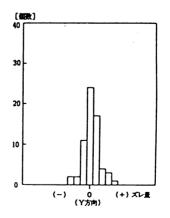
図10 シミュレーションの概要





(A) 従来方式アライメントによる アライメント精度のヒストグラム





(B)ファジィ・アライメント・補正後の アライメント精度のヒストグラム 図 1 1 シミュレーション結果 (2nd aluminum layer)

4. むすび

新しい補正システムが有効であることが実証された。 本システムが有場合, ①アライメント誤差を引き起こで応じて作られて、ステムが自有の経験則が個々のであるに応じて作らればならない。しかも、②その経験則があいまる場合が多て容易に作らればなって、経験則は少ないデータから容易に作られ、状況に応じて容易しいる。 従って、経験則は少なる。 シミュレーションで示したように、この有がシステムを用いればユーザーは感覚的に把握される経験則である。この点は極いて重要である。

「今回はシミュレーションによって提案した補正システムの効果を確認した。今 後は更にこの検討を発展させ新しいシステムの完成をめざしたい。

【参考文献】

- (1)高山和良 他:特集「0.5μm時代を狙うエキシマ・レーサー・リソク ラフィ」;日経マイクロデ ハ イス, 1987年2月号, P57~P142
- (2) 佐藤宏, 綾田直樹, 鈴木章義: 「縮小投影露光装置FPA-1500MARK II」; 電子材料, 1986年3月号, P38~P42
- (3) M, Mizumoto: "FUZZY CONTROLS UNDER VARIOUS APPROXIMATE REASONING METHODS"; Preprints of Second IFSA Congress, 1987, P143~P146

### ファジィ理論を用いた色彩による品質判別

On Fuzzy Qualifications by Color

#### 井関 之雅 中西 祥八郎 Yukimasa ISEKI and Shohachiro NAKANISHI

#### 東海大学工学部

Faculty of Engineering, TOKAI University

#### ABSTRACT

The authors propose the system of attribute classifications of objects due to an imprecise concept by colors. This system is composed of two main processes: a color description process and attribute classification process. In the color description process, a color specification system is firstly formed, fuzzy set theoretically, based on the information of standard colors from a CCD camera. Moreover, the colors in the above system are fuzzified to correspond to linguistic representations of them in color In the later process, the results of the attribute appearance systems. classifications in association with the objects are inferred by fuzzy inferrence on the previous systems, and these results are linguistically represented to understand it easily.

#### 1. まえがき

現在、工学の発展には目覚しいものがあり、 このような状況下において、システムの取り扱 しい色度座標をファジィ化し言語表現を仲介と うべき対象は必然的に拡大化されてきている。 ってきた。そこで、本稿では色彩というあいま いな概念を用い、対象の属性をあいまいな概念 に基づいて判別するシステムを提案する。

本稿で提案する対象の判別システムは、大別 2. 色彩[1].[2] すると色彩記述プロセスと属性判別プロセスと 記述プロセスでは任意の光源下における色彩を 表現するために、新しい色度座標がファジィ論 性によって表現する方法である。他の一つは、

的側面の強い顕色系という二つの表色系が用い られてきたが、これらの対応関係は充分ではな そのシステムは大規模化・複雑化の傾向にある。かったように思われる。しかし、混色系での新 することで顕色系への変換が容易に行えるよう このような背景から、従来その取り扱いが困難 になった。この言語表現を用いて対象の属性を とされていたあいまいな概念も、ファジィ集合 判別する基準となるあいまいな概念の基でファ を用いてシステム中に取り入れられるようにな「ジィ推論によって対象の属性判別を行う。また、 この判別結果をファジィ論的に言語表現に対応 させて理解を容易ならしめるようにする。

我々が色彩を表現する場合、大別して二つの いう二つのプロセスから構成されている。色彩 表記法方法がある。その一つは、色彩を精神物 理量とみなし、「色感覚」に基づく色刺激の特 的に構成されている。属性判別プロセスではこ 色彩を心理量とみなし、「色知覚」に基づく三 の新しい色度座標上で色彩を言語的表現に適合 属性(「明度」、「色相」、「彩度」)に従っ するようにファジィ化してある。従来、色彩の て配列し表現する方法である。一般に前者を混 表記法としては物理的側面の強い混色系と心理 色系といい、その代表的なものに国際照明委員

会(CIE)のXYZ表色系がある。また、後 xyz色度座標はrgb色度座標を改良したも のとしてマンセル表色系があげられる。

ここでは数値的取扱に適したXYZ表色系を 用い、これに顕色系の明度、色相、彩度等の概 念を導入して色彩を表現する。色彩を数値で表 いるY(視感反射率)と色度座標のx,yを用 そうとする時、その原理としていかなる色でも 三種の互いに独立な原刺激の和で表されるとい う視覚の三色性が用いられている。この三色性 の色光として赤(R)、緑(G)、青(B)を 用いて色彩を表現した場合をRGB表色系とい い、このRGB表色系よりrgb色度座標が構 成される。しかしこのrgb色度座標では不便 な点があるので、CIEが標準表色系として採 用しているXYZ表色系が一般にはよく用いら れる。このXYZ表色系はRGB表色系を基に して表現することが出来る。いま色光Fが与え られたとすると、XYZ表色系では三色件の原 理を用いてつぎのように表される。

$$F[F] = X[X] + Y[Y] + Z[Z]$$
 (1)

さらにX, Y, Zは次式によってBGR表色系 と関係づけられる。

$$X = X_{r}R + X_{g}G + X_{b}B$$

$$Y = Y_{r}R + Y_{g}G + Y_{b}B$$

$$Z = Z_{r}R + Z_{g}G + Z_{b}B$$
(2)

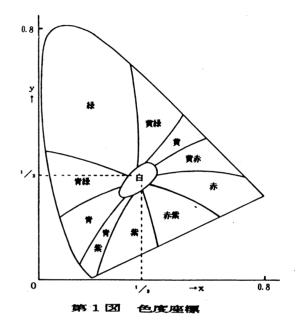
ここでR, G, Bはrgb表色系における三刺 激値であり、この式から9個の係数Xr, X。, ····, Z。, Z。を決定すればRGB表色系か らXYZ表色系に変換できる。この表色系で一 般的に用いられているのがxyz色度座標であ る。色度座標xyzはつぎのようにして求めら れる。

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}$$

$$y = \frac{Y}{X+Y+Z}$$

$$z = \frac{Z}{X+Y+Z}$$
(3)

者の表色系は顕色系と呼ばれ、その代表的なも ので、色度座標と言えば一般にこのxyz色度 座標を指す場合が多い。 x y z 色度座標を図1 に示す。しかし色度座標では本質的に色の明る さが表現できないので、色の明るさに対応して いて色を表すのが通例である。本稿ではJIS のCIE表色系で採用されているこの(Y, x. y)表示に従って色を解析する。



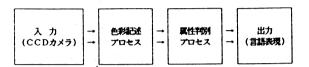
#### 3. 色彩記述プロセス

#### 3.1 基準表色系

物体の色彩は光源が異なると同じ対象でもそ の色は違ってくるという特性を有している。従 って、正確に色彩を物理的に表現しようとする とき、一般には標準光源が使用されるが事が極 めて多い。しかし、実際の工学的応用において は、色彩が標準光源下の環境で使用されること は極めて少ない。そこで、システムの実際の応 用を孝慮する場合には、標準光源ではなく任意 の光源の基で使用出来る色彩システムを構成す ることが望まれる。

ある対象の属性を色彩によってあいまいな概 念の基に判別しようとするとき、同一対象に対 しては同じ判別結果が得られなければならない。 そのため、環境が異なってもその色彩が変化し ない表色系が必要になる。このような観点から、 光源等の環境に左右されない基準となる表色系 (基準表色系と呼ぶ)を作成し、任意の光源下 での色彩を基準表色系に変換して表現する。こ

の基準表色系の色度座標(基準色度座標と呼ぶ) を用いて、あいまいな概念に基づく対象の属性 判別を行えば、対象の置かれている環境の影響 を受けない判別ができる。基準表色系での色は、 その環境の基で人間が知覚する対象の実際の色 彩とは異なる。しかし、基準表色系は同じ対象 に対しては環境が異なっても同じ色を表すよう に作成されている。この基準表色系を構成する にあたり本稿では標準色としてJISのCIE 標準表色系を用いている。



第2図 属性判別システム

本システムの概略が第2図に示してある。C CDカメラから取り入れられた色の信号はR、 G、Bの三色に分けられ色彩記述プロセスを経 て属件判別プロセスに入り、言語表現に変換さ れて出力される。基準表色系を作成するために、 あらかじめCIEのYxy座標の値が判明して いる複数の色(標準色と呼ぶ)をCCDカメラ から読み込む。この標準色を用いて基準表色系 を作成する。本実験では、標準色として代表的 明度毎に無彩色と、十色の有彩色を選んだ。こ れは、色相環の代表色として十色がよく用いら れているからである。標準色の数としては、な るべく少ない数の標準色で基準表色系を作成す ることが望ましいが、余りにも少ないと任意の 色彩を正確に表現できないので注意を要する。 また、無彩色から第1図の等エネルギー色座標 (x=1/3, y=1/3)に対応する点が決定されるが、 一般にはこの値は第1図の値と異なる。CCD カメラから読み込まれたこれらの標準色から基 準表色系を作成する方法をつぎに述べる。

#### 3.2 基準表色系の作成

J I S規格のC I E表色系に基づくY x y 色度座標を、各明度ごとに等エネルギー色座標値 (x=1/3, y=1/3) を原点Oとする座標系Y;  $\xi$ ;  $\eta$ ;  $(i \in I)$  につぎのような変換 $\phi$ ;

$$\xi_i = \mathbf{x}_i - 1/3$$
,  $\eta_i = \mathbf{y}_i - 1/3$  (4)  
によって座標変換する。ここに  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  ( $n \leq 10$ )は標準色として採用する

の基準表色系の色度座標(基準色度座標と呼ぶ)明度の数を表している。さらにこのY; ξ; η;座を用いて、あいまいな概念に基づく対象の属性 標系を彩度、明度の概念に適合するように極座判別を行えば、対象の置かれている環境の影響 標表示

$$\xi_i = r_i \cos \theta_i, \quad \eta_i = r_i \sin \theta_i \quad (5)$$

によって $Y_i r_i \theta_i$ 座標系に変換する。これら $r_i e \theta_i$ は各明度における彩度を色相を表していると考えられるので、 $r_i$ のことを「彩度長」、 $\theta_i$ を「色相角」とそれぞれ呼ぶことにする。また $Y_i$ は明度を表している。

任意の光源の基でCCDカメラから読み込まれた標準色のRGB信号によって構成される色度座標系をY'x'y'とする。この値は、一般にはYxy座標系の値とは異なるので、これを補正してYrθ座標に変換する必要がある。そこで、まず初めに各明度での等エネルギー色座標(x=1/3, y=1/3)に対応する点(x'io, y'io)を無彩色より決定し、この点を原点O'とする座標系につぎの変換φ'によって座標変換する。

$$\xi'_i = \mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_{io}, \quad \eta'_i = \mathbf{y}'_i - \mathbf{y}'_{io} \quad (6)$$

さらに各明度での標準有彩色のRGB信号を先 に述べた彩度長と色相角で表示するために

$$\xi'_{i} = r'_{i}\cos\theta'_{i}, \quad \eta'_{i} = r'_{i}\sin\theta'_{i} \quad (7)$$

なる変換を施し、 $Y'_i r'_i \theta'_i$ 座標系を得る。

各明度における彩度長および色相角は標準色ごとに異なるので、 $Y':r':\theta'$ : 色度座標から  $Y:r:\theta$ : 色度座標への変換はアフィン変換 $\psi$ :  $(i \in I)$ によって座標変換する。各明度における 各標準色についてこのアフィン変換 $\psi$ : をr:iに 関してメンバーシップ関数 $\nu$ :  $(i \in I, j \in J)$ で ファジィ化すれば、任意の光源の基での任意の 色を表現することができる基準表色系が得られる。ここで J は各明度において標準色として使 用した有彩色の数の集合  $J = \{1, 2, \cdots, m\}$  を表している。ただし、本稿では各明度にお

- m》を表している。ただし、本稿では各明度において同数の有彩色を標準色として選んだ。第3 図はこれらの変換の概略を示している。つぎに上に述べた基準表色系の具体的構成方法をついて説明する。
- i) 明度: 代表的明度ごとに無彩色と有彩色の標準色を適当に選び、CCDカメラからこれらを読み込む。このとき、代表的明度として最高明度と最低明度が含まれるように選定する。

CIE : 
$$(Y, x, y) \xrightarrow{\phi} (Y, \xi, \eta) \xrightarrow{\phi_c} (Y, r, \theta)$$

$$\uparrow \psi, \nu$$
CCD :  $(Y', x', y') \xrightarrow{\phi'} (Y', \xi', \eta') \xrightarrow{\phi'_c} (Y', r', \theta')$ 

第3図 色度図の変換概略図 読み込まれた標準色の各明度Y'はさきに述べ たようにアフィン変換によってYiに変換される。 上に述べた変換だけでは任意の色を基準表色系 で表すことができない。そこで、CCDカメラ から入力された任意の色をC(Y', x', y') とすると、標準色の選び方からつぎの式

$$Y'_i \leq Y' < Y'_{i+1}$$

を満足するY'iとY'i+1が存在する。これらの 値を用いて任意の色Cの基準表色系における明 度をつぎのように表す。

$$Y = \frac{(Y'-Y'_{i}) \cdot (Y_{i+1}-Y_{i})}{Y'_{i+1}-Y'_{i}} + Y_{i}$$

を基準表色系で示すことができる。

ii) 色相角: CCDカメラから読み込まれ 色の値を用いて求められた彩度長 r ';;;から た各明度での標準有彩色の色相角 θ'; j(i ∈ I, j∈J)は上で述べたようにアフィン変換によって 基準表色系の母;に変換される。有彩色の標準。 色が代表的明度ごとに複数個選ばれているので、メンバーシップ関数 μ',,, ある代表的明度における任意の色相角 $\theta$ 'に対 して次式

$$\theta'_{i,j} \leq \theta'_{i} < \theta'_{i,i+1}$$

を満足する $\theta'_{i,j}$ と $\theta'_{i,j+1}$ が存在する。そこ で、ある代表的明度 (i ∈ I) における任意の色 相角 $\theta$ 'に対応する基準表色系での色相角 $\theta$ は つぎの様な式で表される。

$$\theta_{i} = \frac{(\theta'_{i} - \theta'_{i,j}) \cdot (\theta_{i,j+i} - \theta_{i,j})}{\theta'_{i,j+1} - \theta'_{i,j}} + \theta_{i,j}$$

上式は基準表色系におけるある代表的明度での 任意の色の色相角表示なので、任意の明度にお ける色相角を求める必要がある。明度の所で述 べたように、CCDカメラから入力された任意 の色をC(Y', x', y')とすると、

$$Y'_i \leq Y' < Y'_{i+1}$$

なるY',とY',+1が存在する。そこで、これら をアフィン変換した明度YiとYi+iでの(x', y') に対応する基準表色系上の色相角をそれぞ  $h\theta$ ,および $\theta$ ,+1とする。このとき、任意の色 Cの明度Y'に対応するYにおける基準表色系で の色Cの色相角 $\theta$ はつぎの式によって表される。

$$\theta = f (\theta_{i}, \theta_{i+1}, Y, Y_{i}, Y_{i+1})$$

$$= M_{i} (Y) \cdot \theta_{i} + M_{i+1} (Y) \cdot \theta_{i+1}$$

$$M_{i+1} (Y) = \frac{Y - Y_{i}}{Y_{i+1} - Y_{i}}$$

$$Y_{i+1} - Y_{i}$$

$$M_{i}(Y) = \frac{Y_{i+1}-Y}{Y_{i+1}-Y_{i}}$$

$$= 1 - M_{i+1}(Y)$$

(10)これにより、任意の色の色相角を基準表色系で 表すことができる。。

iii) 彩度長: 各明度におけるCIE標準 このようにY'を変換することで任意の色の明度 表色系の標準色の値から求めた各有彩色ごとの 彩度長下;」とCCDカメラから入力された標準

$$m_{i,j}(\theta_{i,j}) = r_{i,j}/r'_{i,j}$$
 (11)

を求め、 $\theta_{ij}$  を中心に $m_{ij}$  の値をつぎの様な

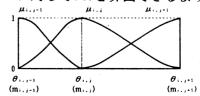
$$\mu'_{i,j}: \Theta \to L$$
 (12) (Lは実数)

によってファジィ化する。ただし、このµ'i,; は第4図のようなメンバーシップ関数μ...。を 用いて

$$\mu'_{i,j}(\theta_{i,j}) = m_{i,j}(\theta_{i,j}) \mu_{i,j}(\theta_{i,j})$$

$$\mu_{i,j}: \Theta \rightarrow [0, 1]$$

のように定義する。一般に $m_{i,j}(\theta_{i,j})$  の値は ある明度においても標準色によって異なるので、  $(Y, r, \theta)$ 座標系における各明度での任意の 色相角θ;に対してm;を算出できるようにする



 $\theta$ ';;;と $\theta$ ';;;;に対応する基準表色系での色 別もしくは判断に対応している。基準表色系で 相角を $\theta_{i,i}$ および $\theta_{i,i+1}$ とすると、

$$\theta_{i,j} \leq \theta_{i} < \theta_{i,j+1}$$

なる関係を満たす $\theta_{i,i}$  および $\theta_{i,i+1}$ が存在す る。これらの色相角を中心にして色相はファジ ィ化されているのでそれらのメンバーシップ関 数μ',,,とμ',,,+,を用いてm,の値を算出する。

$$m_{i}(\theta_{i}) = g(\mu'_{i,j}(\theta_{i}), \mu'_{i,j+1}(\theta_{i}))$$
(14)

上式で得られた $m_i(\theta_i)$ を用いて、各明度にお ける任意の色相角 6: での彩度長は次式のように 表される。

$$\mathbf{r}_{i} = \mathbf{m}_{i}(\theta_{i}) \cdot \mathbf{r}'_{i} \tag{15}$$

任意の色C (Y', x', y') については、 色相角の所で述べたように

$$Y'_i \leq Y' < Y'_{i+1}$$

となるY';とY';+1 が存在し、これらに対応す る基準表色系でのY;およびY;+1 と各明度での 彩度長下;および下;+1を用いて色Cの彩度長下 をつぎのように表す。

$$r = h(r_i, r_{i+1}, Y, Y_i, Y_{i+1})$$
  
=  $M_i(Y) \cdot r_i + M_{i+1}(Y) \cdot r_{i+1}$ 

これまで明度、色相角および彩度長のところ で述べた方法を用いれば任意の色を基準表色系 で記述することができる。

#### 4. 属性判別プロセス

一般に対象に関する既知の判断や知識あるい は前提から新しい判断や知識あるいは結論を導 き出す手段として推論が多く用いられている。 本稿では色彩を用いてあいまいな概念の基に対 象物の属性を判別もしくは判断する方法として ファジィ推論を用いる。ファジィ推論法には色 々あるが、ここではファジィ制御等でよく用い られている直接法を採用する。ファジィ推論の アルゴリズムは「If~ then …」型の言語的推 論規則の集まりによって記述される。ファジィ 推論は通常前件部、後件部共にファジィ集合に よって表される。ここでは前件部が基準表色系

必要がある。ある明度における標準色の色相角 での色彩に相当し、後件部が対象のあいまい判 の色彩は前章で述べたように明度、色相角、彩 度長によって表されるから、推論機構は

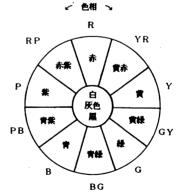
> If Y is Y,  $\theta$  is  $\Theta$ , r is R, then q is Q (17)

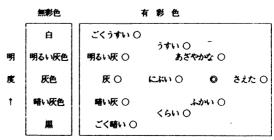
のような型のファジィ推論規則の集まりとして 構成される。推論アルゴリズムでは、前件部の 色彩は言語的表現によって記述されるので、こ れをファジィ集合で表す。従って、CCDカメ ラから入力された対象物の色は基準表色系上の 数値として表されるが、この数値をファジィ値 に対応させる。すなわち、基準表色系の色彩を 言語的表現に適合するようにファジィ化する。

言語的に色彩を表現する場合、有彩色の基本 色名と修飾語を組み合わせてつぎのように色名 を構成するのが一般的である。

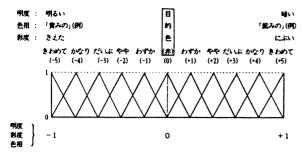
#### (修飾語) + (基本色名) = 系統色名

修飾語としてJISで採用されているものを参 考として第5図に示す[1]。色相のわずかの違い は「赤みの」、「黄みの」、「紫みの」と言う 修飾語を重ねて表示する。さらに「わずか」、 「やや」、「かなり」、「きわめて」等の言葉 を重ねればより細かい表現ができる。これらを 適当に組み合わせて用いることにより通常の色 の表現をほとんど網羅することができる。



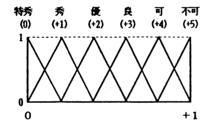


第5図 色彩における修飾語



言語表現のメンバーシップ関数

色彩を用いて対象の属件判別を行うとき、判 別基準となる色(目的色と呼ぶ)が必要になる。 この目的色は標準色と同時に読み込まれ、基準 す。表1には実験の際に用いた試料のうち、判 表色系上にプロットされる。この目的色を中心 別基準となる目的色として用いたものと他の3 として、明度、色相角、彩度長上に第6図のよ うなメンバーシップ関数を構成して色彩をファ ジィ化する。それぞれのメンバーシップ関数は ee]、彩度長値rが示されている。また表1中 上に述べた色名の言語表現に対応させてある。 これにより、「目的色よりややうすい」のよう。 な表現が可能になり、推論規則の前件部におけ 表現の修飾語を表している。ただし、この修飾 る言語的色彩表現が容易に記述できる。同様に、語は目的色を中心とした修飾語である。また総 後件部のあいまい概念もファジィ集合で表すこ とができて、そのメンバーシップ関数を第7図 いまいな概念によって異なるが本稿ではこれを に示す。



第7図 属性半別のメンバーシップ関数

あると、直感的に判別結果を把握しにくい。そ 判別結果は容易に理解できるように言語表現で こで、この数値をつぎのように言語的表現に変 表されている。特に、色彩記述プロセスでは色 換する。(17)式の後件部のgをgァと仮定すると、彩の定量的表現と言語的表現の両者を対応させ 対象の属性を判別するあいまい概念はファジィー るものとして独立に使用が可能であり色彩の持 集合によって表されているので、このgーに対応 つあいまいさを広汎な分野に活用することが出 するメンバーシップ関数μas が少なくとも1つ 来ると考えられる。 はあり、それらのµas(qr) のうち最大の値を 持つμωが存在する。すなわち、

$$^{\exists} Qs \ s. \ t.$$

$$\max(\mu_{01}(q_r), \mu_{02}(q_r), \cdots, \mu_{0m}(q_r))$$

$$\forall q_r \in Q \qquad (18)$$

このQ。はあいまい概念の言語的表現に対応して おり、その言語表現が求める結果である。

	目的色	試料 1	<b>試料</b> 2	試料 3
(R. G. B + (s)	49. 0. 21. 2. 14. 1	44. 7, 25. 1, 13. 3	44. 7, 41. 6. 24. 7	36. 0, 10. 0, 6. 00
Y. 9. r	0. 20. ъ. 08. 0. 15	0. 20, 15. 2, 0. 16	0. 35, 49. 9. 0. 11	0. 03, 11. 3, 0. 03
	明度 : 所 <b>案階級</b> / グレード 対応言語		-4/0.8917 かなり明るい	+4./ 0.6753 かなり暗い
色相: 所属階級 / グレード 対応言語		- 1 / 0.9072 わずかに黄みの	-4/0.7888 かなり黄みの	0 / 0.6325 ほぼ変わらない
	及 グレード 応言語	0 / 0.9911 ほぼ変わらない	+ 1 / 0.9093 わずかにによい	+2/0.9999 ややによい
	及 イグレード 応言語	() / (),7495 特秀	+3/0.8093 良	+2/0.8156

属性半別城市果 ## 1

このシステムを用いた実験の結果を表1に示 つの試料のRGB値「%]、およびそのRGB 値より算出された明度値Y, 色相角値 $\theta$  [degr の「対応言語」は、明度、色相角および彩度長 のそれぞれいおいて各試料の色彩が属する言語 合欄の「対応言語」は対象と対象を判別するあ 「特秀」、「秀」、「優」、「良」等に区別し て判別しているので、この「対応言語」がこの システムの判別結果である。

#### 5. まとめ

あいまいな概念に基づく対象の属性を色彩を 用いて判別するシステムを提案した。判別基準 となるあいまいな概念は対象によって異なるの ファジィ推論によって得られる結果が数値でで任意に設定できるようになされている。また、

#### 参考文献

[1] 山内、金沢: 色彩科学ハンドブック、東京 大学出版会, 昭和55年

[2] 千々岩: 色彩学, 福村出版, 昭和58年

## ファジィ・ロジックによるエッジ検出 EDGE DETECTION BY FUZZY LOGIC

# 永井 豊 竹内 俱佳 Yutaka NAGAI Tomoyoshi TAKEUCHI 電気通信大学

THE UNIVERSITY OF ELECTRO COMMUNICATIONS

#### Abstract

Two types of fuzzy edge detector are described. The first detector examines the brightness distribution around each pixel and estimate possibility of edge existence according to fuzzy conditions of edge such that difference of brightnesses is big. Assuming edge continuity, the second edge detector modifies the outputs of the first edge detector to enhance the possibility of existence of near edges with consistent direction edges each other. These edge detectors is confirmed to be better than conventional Laplacian and Sobel operator in noise tolerance by simulation.

#### 1. はじめに

近年、種々の情報処理にファジィ理論の応用が盛んである。画像処理の分野でも、パタン認識については用いられている。[1][2][3]エッジ検出は画像からの特徴抽出として最も基本的な操作の一つである。著者らはファジィ理論のエッジ検出へのを応用について研究した結果について報告する。

ファジィ理論を特徴抽出に応用する場合の一つの考え方は抽出すべき部分の持つべき条件をルールで記述することである。エッジ検出についてこれを試みた。

また一般にエッジ検出は、エッジ強調としきい値処理の2段階で行なわれる。得られる結果は画像の各点におけるエッジの存在または不存在の2値である。しかし実際の画像の場合ノイズなどのためにどちらか一つに決定することは困難でしきい値の設定に配慮が必要である。画像処理のはじめの段階で無理にどちらかに決定する以外に、後段階で検出の確実度を考慮する方法が考えられる。ここでは、おもにノイズ除去の目的で少し長いエッジの検出について試みた。

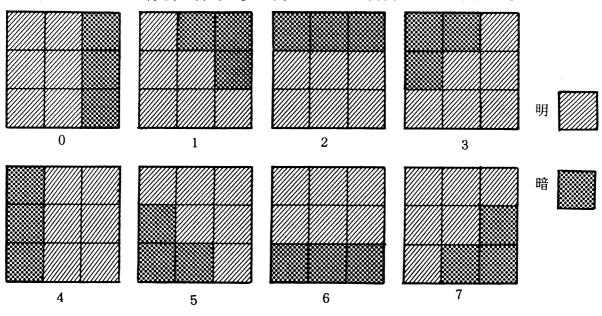


図1 3×3近傍の分割

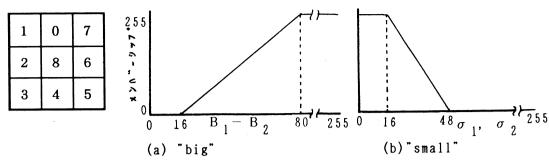


図2 添字の付方

図3 メンバーシップ関数(1)

#### 2. ファジィエッジ検出フィルタ

この3×3のファジィエッジ検出フィルタはまずエッジを45°毎に8方向に 分類して各々を検出する。検出すべきエッジの方向に応じて注目する画素の3× 3近傍を二つの領域に分け、(図1)エッジの条件として

- 1) 領域間で輝度(明るさ)の差がある。
- 2) 各領域内で輝度が均一である。

を考える。k 方向(k=0 , ..., 7 ) のエッジを検出する場合、各領域内で平均の輝度(明るさ)  $B_1$ ,  $B_2$ と輝度の標準偏差 $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ を求める。

(式(1)~(4))

$$B_{1} = \frac{1}{6} \qquad \{ \sum_{i=k}^{k+4} b_{i} + b_{8} \}$$
 (1)

$$\sigma_{1}^{2} = \frac{1}{6} \qquad \{ \sum_{i=k}^{k+4} (b_{i} - B_{1})^{2} + (b_{8} - B_{1})^{2} \} \qquad (2)$$

$$B_{2} = \frac{1}{3} \sum_{i=k+5}^{k+7} b_{i}$$
 (3)

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{3} \sum_{i=k+5}^{k+7} (b_i - B_2)^2$$
 (4)

但し、 $b_i$  ( $i=0,\dots 8$ )は各画素の輝度で添え字の付け方は図2に示す。

また、総和計算の添え字iは8 を法として変える。

これらを判断基準にしてエッジの条件を書くと

1) 
$$(B_1 - B_2)$$
 is big

2) 
$$\sigma_1$$
 is small

3) 
$$\sigma_2$$
 is small

ここで、small big はあいまいラベルであり、ファジィ集合で表す。 このメンバーシップ関数は対象とする画像により変える必要がある。ここでは図 3のようにした。 各条件はandで結合する。さらに8方向についてorによ り結合する。ここでは各々の演算にmin、maxを採用した。(以後この方法 を Fuzzy1 と呼ぶ)

#### 3. 近隣画素による補正処理

エッジ検出は一般に輝度の差を検出するのでノイズを強調する傾向がある。しかしエッジは周囲の画素と関連があると考えることができるので、これによりノイズと区別できる。このときより高いノイズ除去効果を期待して、エッジの方向を考慮する。従ってこの場合は、2章の8方向のエッジ検出結果を結合せずに用いる。

ここでは注目画素を中心としてエッジ方向(45°/4 毎に32方向)に9画素(図4)を対象としている。エッジは孤立していないと考えられる。そこで、その9画素について、方向が一致するエッジの存在度合の最大値を除いた平均を計算してその方向のエッジが9画素内に存在する度合とする。このとき各画素のエッジ検出の度合は、注目画素からの距離と、エッジ角度の差を考慮して図5のメンバーシップ関数とのmin演算により制限する。方向mについての算式を(5)に示す。

$$E'_{m} = \frac{1}{8} \left( \sum_{i=1}^{9} g_{i} - m_{i}^{9} x g_{i} \right)$$
 (5)

$$g_{i} = m i n [E_{i k}, \mu_{a} (\alpha_{m} - \beta_{k}), \mu_{d} (d_{i})]$$

$$lpha_{\mathfrak{m}} = \frac{\pi}{16} \, \mathfrak{m}$$
 ,  $\mathfrak{m} = 1$  , ...,  $31$ : エッジの角度

$$\beta_k = \frac{\pi}{4}$$
 k , k = 1 , ..., 7 : エッジの角度

ただしk は $\mu_a$  ( $\alpha_m - \beta_k$ ) を最大にする値

d<sub>i</sub>:注目画素と近傍画素iの距離

E i k: 近傍画素 i に於ける k 方向エッジの Fuzzy1による検出結果

エッジ方向に近い画素については変化が少ないと考えられるので、計算量を減らすためにエッジに沿う方向では 4 画素毎に計算する。 4 画素毎のデータからエッジ画像を構成するために、m in  $(E_m^i$ ,  $\mu_d$   $(d_i^i)$ ) の大きさで参照した画素に再配分する。重なった部分はm a x をとる。(以後この方法を Fuzzy2 と呼ぶ)

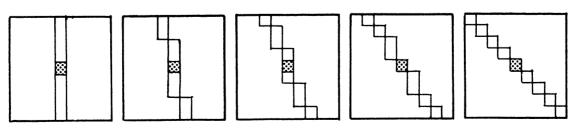
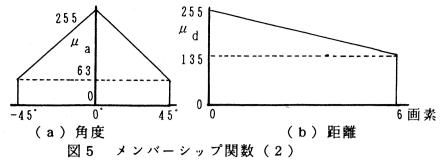


図4 近傍9画素の配置(抜粋)



#### 4. 評価と比較

ノイズの無い画像とノイズを加えた画像それぞれからエッジ検出をした結果を 比較して2種の評価基準を検討した。ノイズの付加によってエッジをエッジでな いとした割合P<sub>1</sub>とはエッジでない画素をエッジとした割合P<sub>9</sub>である。

$$P_{1} = \sum_{i} m i n (E I_{i}, E N_{i}) / \sum_{i} E I_{i}$$
 (6)

$$P_{2} = \sum_{i} E I_{i} / \sum_{i} max (E I_{i}, E N_{i})$$
 (7)

ここで

 $EI_{i}$ ,  $EN_{i}$  は各々ノイズ無し画像、ノイズ付加画像からのエッジ検出度 総和は全画面について計算する。

これらを用いて、合成した半平面の画像と円形の画像に各種のノイズを付加した画像について、従来から知られている Laplacian (8 隣接画素)、Sobel (square root) [4]の2種のオペレータと比較して評価した。これらは通常しきい値処理を行なうが、ここでは各オペレータの出力が"大きい"という条件でファジィ化した。 このときのメンバーシップ関数は2章の条件1)のファジィ集合 bigと等価になるように選んだ。対象画像は256×256画素256階調である。写真1~4に円形の画像に Gaussian ノイズを加えてSN比10dBにしたときの例を示す。(ただし写真2~4は背景ノイズの撮影のため階調補正をしてある。)また図6と図7に Gaussian ノイズの場合の評価値を示す。

P<sub>1</sub>について検討すると、 Sobel と Laplacian は S N 比に関係なく高い値を示しているが、しかし S N 比の悪い場合ノイズそのものを検出していると考えられる。従ってこの値が高いことが高い検出能力を意味するわけではないが、逆に Fuzzy1 と Fuzzy2 のノイズに反応しにくい性質が現われている。

P<sub>2</sub>について見ると、Laplacian はノイズを誤検出し易い点でノイズに極端に弱い事がわかる。また、Fuzzy2 はこの点でノイズに強いことが分かる。

#### 5. おわりに

ファジィ理論の画像処理への応用の試みとして基本的操作であるエッジ検出を検討した。ここで示した方法はルール的記述により他の局所的特徴の抽出に適応

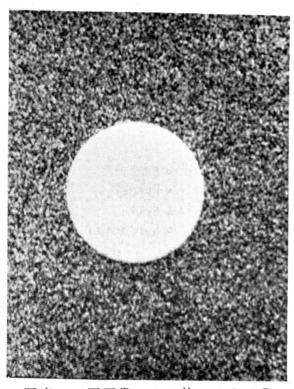


写真1 原画像 SN比 10dB

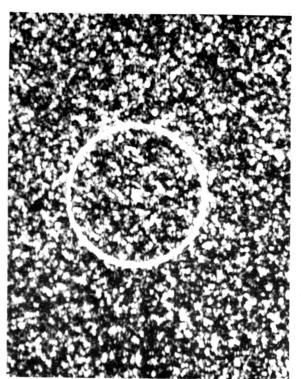


写真 2 Fuzzy1 P<sub>1</sub>=0.84 P<sub>2</sub>=0.04

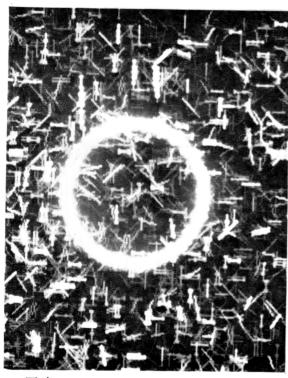


写真 3 Fuzzy2 P<sub>1</sub>=0.90 P<sub>2</sub>=0.13

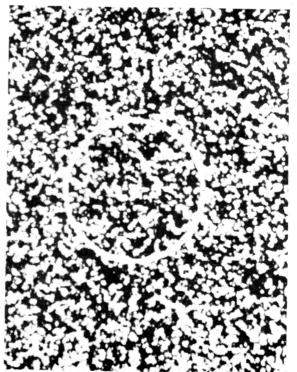
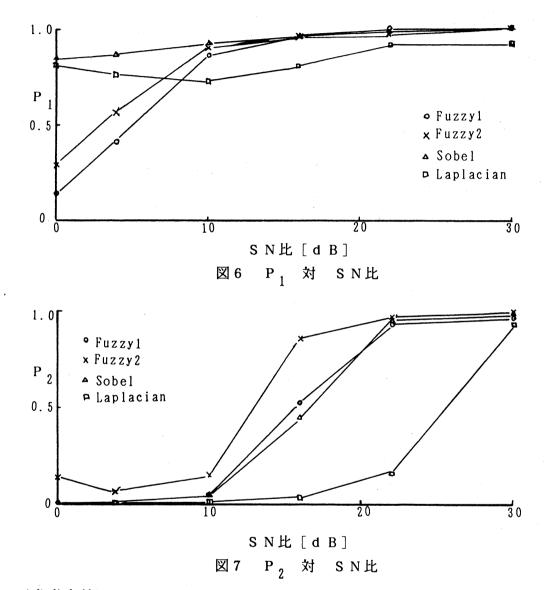


写真 4 Sobel P<sub>1</sub>=0.90 P<sub>2</sub>=0.03

が容易であると考えられる。画像処理は一般に情報の量が多いに加えて、局所処理にファジィを導入するとさらに処理量が増えることが問題点である。

なお、研究の機会を与えてくださった東京工業大学の菅野道夫先生に感謝の意 を表します。



#### [参考文献]

- 1. J. M. Keller et. al., Incorporating Fuzzy Membership Functions into the Perceptron Algorithm. IEEE Trans. Vol. PAMI-7, No. 6, pp. 693-699 1985
- 2. T.L. Huntsberger et. al., Iterative Fuzzy Image Segmentation. Pattern Recognition Vol. 18, No. 2 pp. 131-138, 1985
- 3. J. M. Keller et. al., Fuzzy Confidence Measure in Midlevel Vision. IEEE Trans. Vol. SMC-17, No. 4, pp. 676-683, 1987
- 4. W.K. Pratt, Digital Image Processing. New York: Wiley-Interscience, 1978

# 遠隔操作マニピュレータのための連続ステレオ画像からのファジイ論理による位置情報の推定

Position Estimation by Fuzzy Logic from Horizontal and Vertical Image Sequences for Remotely Operated Manipulator

竹内 俱佳 永井 豊 亀山 隆 T. Takeuchi Y. Nagai T. Kameyama

電気通信大学 ソニー (株)

Univ. of Electro-Communications SONY Corp.

#### Abstract

The position of a three-dimensional object is determined from horizontal and vertical image sequences for remotely operated manipulator. A sequence of images of one point on the object makes a line in sectional two-dimensional one of a three-dimensional image which is constructed by accumulating time sequence images of a scene which are obtained from moving visual point, and the position of its point can be determined from its slope which is vague. Estimating the position of a 3-d object using fuzzy logic is invesigated, and experimental results are presented to illustrate the effectiveness of estimation algorithm.

#### 1. はじめに

船上から有索式無人探査機を海底に降ろしてTVカメラで海底の様子を観察すると同時に、マニピュレータを使ってサンプル採取するなどの作業をする場合、TVカメラからの情報に基いて人間の遠隔操作によって行われている。このとき、対象物体までの距離情報を画像処理によって認識し、サンプルまでの接近を自動化することはオペレータの負担を非常に軽くすることになる。3次元情報を画像から抽出する手法は種々あるが $1)^{\sim 5}$ 、ステレオ視は画像の入力が手軽なことから最もよく研究されている。最近、多視点ステレオ画像の利用において、ほぼ連続的と言える多数の視点から得られる画像列を時系列画像と見なし、運動軌跡の画像化手法により、ステレオ画像のの対応付け問題を

二次元画像の線分検出問題に帰着されることが示された $^{61,70}$ 。この手法は多視点ステレオの長所を保存したまま、対応付け処理の簡便かつ高速化が可能となる。一方、マニピュレーターと共に移動可能なセンサを付けた ロボットマニピュレターの研究も行われている $^{80}$ 。

連続ステレオ画像から得られる2次元画像に於ては、対象物体上の一点の像は直線軌跡となり、この傾きは物体までの距離に比例する $^{6)$ . $^{7}$ )。この方法を応用して対象物体までの距離情報を得るために、マニピュレターに取り付けた単一TVカメラを使って得られる連続ステレオ画像から求めた直線の傾きにはあいまいさが含まれ、本論文は、これをファジイ論理を使って 推定する方法を実験的に検討し、その有効性を実証したものである。

2. 直交移動連続ステレオ画像からの位置情報の抽出 視点を直線上に移動して得られる画像列を時系列画像と見なして、多視点ステレオの 長所を保存したまま、対応付け処理の簡便さと高速化がはかられた 3 次元情報の抽出法に使ってマニピレータから対象物体までの位置情報を得る。図1 のようにシーンの座標系を設定し、視点 (TV カメラ) をX 軸上に移動させる。視軸はZ 軸の正方向にとり、シーンはZ=F 平面(この面内にxy 座標系をとる)に中心投影される。いま、視点をX 軸上を移動させながら、微小移動距離  $\delta$  X ごとに撮像し、得られた画像列を順番に並

べ、3次元画像を構成する(図1)。 n番目の視点のX座標を $U=n\delta X$ と置くと対象物体上の点 P(X,Y,Z)と投影面上の点 P(X',Y',F)の間には次式のような関係がある。

$$\frac{X-U}{X'-U} = \frac{Y}{Y} = \frac{Z}{F}$$
 (2.1) VISIAL POINT

 $k_x$ 、 $k_u$ を投影面座標のシーン座標系に対するx方向、y方向の縮尺とすれば

$$x = k_{x} (X - U) \qquad (2.2a)$$

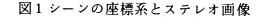
$$y = k_{\nu} Y' \qquad (2.2b)$$

とおけるから

$$\frac{Z}{k \cdot F} \quad x = X - n \, \delta \, X \qquad (2.3a)$$

$$\frac{Z}{k_{\parallel} F} \quad y = Y \tag{2.3b}$$

これから、視点の移動に応じて物体上の点 Pの投影点が描く軌跡は3次元画像上の水



VISIAL AXIS

平断面内の直線(流跡)となることがわかる。流跡上の2点を  $P_1$  ( $x_1$ ,  $n_1$ )、 $P_2$  ( $x_2$ ,  $n_2$ ) とすれば 式(2, 3a)から

$$Z = \frac{n_2 - n_1}{x_1 - x_2} \quad k_x F \delta X$$
 (2.4)

が得られ、 $(n_2-n_1)/(x_1-x_2)=L_x$  と置くと、

$$X = (L_x x + n) \delta X \qquad (2.5a)$$

$$Y = \frac{L_x k_x y \delta X}{k_y}$$
 (2.5b)

$$Z = L_x k_x F \delta X \qquad (2.5c)$$

X は流跡上の全ての点を使って平均をとる。同様に、視点を Y 軸上に移動させた場合には

$$X = \frac{L_{\upsilon} k_{\upsilon} x \delta Y}{k_{x}}$$
 (2.6a)

$$Y = (L_{u} y + m) \delta Y \qquad (2.6b)$$

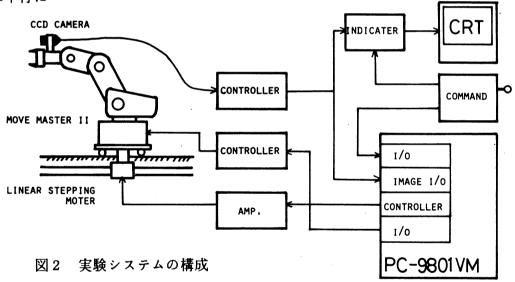
$$Z = L_{u} k_{u} F \delta Y \qquad (2.6c)$$

ここで、 $L_{\upsilon}$ = $(m_2-m_1)/(y_1-y_2)$  である。 $k_xF$ ,  $k_{\upsilon}F$ ,  $k_{\upsilon}/k_x$  はカメラから決まるので対象物体の位置情報はこれから得ることができる。

3. ファジイ論理によるマニピュレータの為の位置測定モデル実験

#### 3.1 システム構成

連続ステレオ画像からマニピュレータの制御に必要な 3 次元情報を得るためには、時系列画像を堆積し、流跡の傾きを求めなければならない。このためのモデル実験を行うため図 2 のようなシステムを構成しロボットマニピュレータ(三菱電気製ムーブマスター  $\Pi$ )をリニアステッピングモータで移動可能な台の上に設置し、マニピュレータのリストに取り付けた C C D カメラを鉛直方向と水平方向に一定距離  $(100 \, \text{mm} \sim 200 \, \text{mm})$  対象物体に平行に



各一回移動して撮影し、画像をマイクロコンピュータに取り込む。カメラは視野角 $50^\circ$  (焦点距離 8.5mm)、f=1.5のレンズを用い、一画像  $256\times256$ 画素に量子化される。このとき対象物体は  $\pm1.5mm$ の精度で撮像できる。

#### 3.2 流跡の傾きのファジイ推定アルゴリズム

前節で述べたシステムで連続ステレオ画像を得、対象物体の3次元情報を得るためには、水平断面像もしくは垂直断面像の流跡の傾きを推定しなければならない。ここでは、両方の像を使って3次元情報を求める。この時の誤差は画像の量子化誤差と視点の位置誤差である。この流跡の傾きを簡単な計算で推定するためにファジイ論理を応用する。

まず、得られたステレオ画像から、図4のような2次元の断面画像を求め、126個の画素列を作る。作られた各画素列ごとに流跡上の点を確定し流跡の傾きを推定していく。対象物体の適当なエッジの点を起点として人間が指示する。いま、n番目の画素列にお

いては微分値が起点と同じレベルかもしくは最大になる点を流跡上の点と見なして流跡の傾きを求める。この傾きは視点位置、方位などのずれや画像の量子化誤差に伴って不正確になる。これをファジイ推論で行う。即ち、n番目の画素列から微分値のレベルの極大値を求め、その点を使って傾きを求める。傾き $L_n$ は 図3のような台形のメンバーシップ関数をもつL-Rファンイ数とし、これが流跡の傾きをあらわしている可能性を評価する。ファジイ数  $A_n$ を、 $A_n$ =  $(L_n,C)_1$ とおけばそのメンバシップ関数は

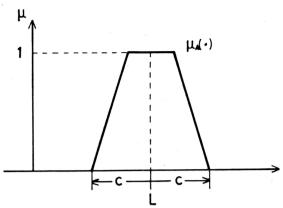


図3 台形型のファジイ数

$$\mu_{A}(x) = L_{n}((x-L_{n})/c); c > 0$$
 (3.1)

と表現することができる。評価のため可能性分布関数  $\mu_F$  (x)は流跡の傾き $L_n$ が起点から離れるに従って正確さが増すことを考慮して次のように決める。

$$\mu_{F}(x) = \mu_{A}(x) \Lambda \mu_{F}(x)$$
 (3.2)

次に、可能性測度  $\pi(A_n)$ を次式から求め、

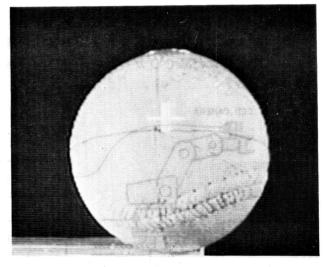
$$\pi (A_n) = \sup_{X} \mu_A(X) \Lambda \mu_F(X) (\ge h)$$

(3.3)

この測度が適当なスレッシュホルド値 h 以上のときは現在探索中の流跡上の点とし て確立し、hより小さくなった時は、隠れ が生じたものとして流跡の追跡を打ち切る。

#### 3.3 モデル実験

図4に、対象物体のボールの画像と、その連続ステレオ画像から生成された、水平断面画像を示す。+は水平断面画像を作成する点を示す。これから、直線の傾きLを求めて、対象物体の位置座標X, Y, Zを 式(2.5a)から求めたものが図5である。



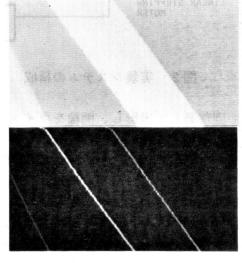
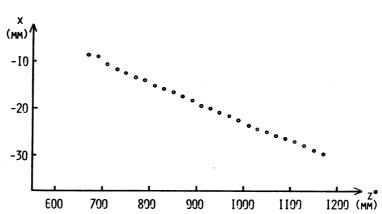


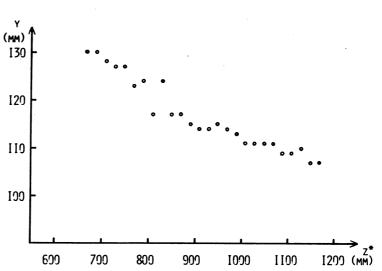
図4 シーンと流跡

対象物体とカメラ間の距離を変えて位置を推定してる。 Z は推定した値、 Z\*は実測値である。直線上によく乗っていることがわかる。距離が長くなると直線の傾きが小さくなり、その影響がでている。 X, Y は、奥行き距離 Z\*に応じて下がる傾向にあるが、

#### 4. あとがき

遠隔操作では、 Y (MM) I30 とは、 Y (MM) I30





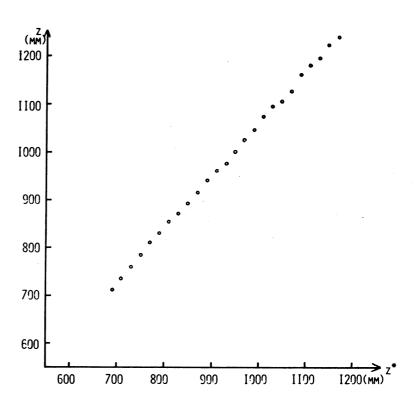


図5 流跡から推定した対象物体の位置

#### 参考文献

- 1) R. Jain and H. Nagel: On a Motion Analysis Process for Imege Seguence from Real World Scenes, IEEE Workshop on Pattern Ree, & A. I. (April 1978).
- 2) 杉原:線画の代数構造を利用した単眼画像からの立体復元法、信学論(D)、J66-D, 5.pp. 541-548(1985).
- 3) Depjb frome Camera Motion in a Reel Wored Sene, IEEE Traos. PAM-2. PP. 511-516(1980).
- 4) T. S. Huang, ed.: Fmege Seguence Snalysis, Springer-Verlag, Berlin, Heidelbelg, N. Y. (1981)
- 5) 小田, 北橋:カメラ映像による3次元的自己運動の認識、信学論(D), J68-D, 4, pp. 576-583(1985).
- 6) 山本:直交移動ステレオ画像からの3次元情報の抽出,昭和61年度電子通信学会総会
- 7) 山本:連続ステレオ画像からの3次元情報の抽出、信学論(掲載予定).
- 8) 廣田:あいまい制御知能ロボット、マグロウヒルブック(1985).
- 9) D. Dubois and H. Prade: Fuzzy Sets and Systems, Theory and Applications, Aca-demic Press, pp. 53-57 (1980).

# Keyword Index

Α		E	
adaptive control	77	edge detection	395
algorithms	309	epistemology	17
alignment	383	error possibility	223
ambiguity	3	evidence	193
analogical inference	29	exceptional proposition	151
analogy	43		7, 193
arc welding robot	83	extended fuzzy expression	175
artificial intelligence	167	extended fuzzy set	333
associative retrieval	309		
auto-tuning controllers	127	${f F}$	
		feasibility	247
В		features	351
belief function	49	fisher's information	363
bounded sum & product	109	functional memory	121
		fuzzifications	205
С		fuzziness	3
cancellation law	151	fuzzy	187
clinical knowledge	17	fuzzy ISM	273
cluster analysis	253, 351	fuzzy clustering	265
cognitive model	167	fuzzy control 67, 71, 83, 9	1, 97
color	389	103, 127, 139, 18	1,369
color printing	229	fuzzy controller	133
combination of		fuzzy filter	83
eng'g. evaluation and		fuzzy flip-flop	115
subjective evaluation	145	fuzzy graph	285
common-sense reasoning	43	fuzzy inference 199,215	5,303
complement	339	fuzzy inference engine	121
confidence	291	fuzzy integral	235
connective degree	285	fuzzy interval logic	215
consistency degree .	377	fuzzy linear regression	259
control 67, 71, 77, 8	33, 91, 97	fuzzy logic 61,71,395	5,401
103, 127, 133, 13	19, 181, 369	fuzzy logic inference	319
corrections of		fuzzy logical operators	205
fuzzy bivariate moment	357	fuzzy measure 3,229,235	5, 345
current mirror circuit	109	fuzzy model	55
cutter suction dredger	67	fuzzy modelling	77
		fuzzy multiobjective	
D		linear programming	247
data analysis	235	fuzzy negative logic	319
data error	157	fuzzy numbers	259
decision making	29,313	fuzzy observations	363
decomposable measure	345	fuzzy observations	
dempster's rule	49	of two variables	357
dempster-shafer theory 19	3, 199, 241	fuzzy output from reasoning	209
diagnosis	241	fuzzy positive logic	319
digital circuit	115	fuzzy prolog	319
			- •

# Keyword Index

fuzzy reasoning	55. 209. 223. 383	M	
fuzzy relation equation		man-machine system	167, 223
fuzzy resolution princi		manual control	
fuzzy rule	303	measure	3,229,235,345
fuzzy set	3, 61, 161, 389	min max type fuzzy fl	ip-flop 115
fuzzy state memory	109	model	
fuzzy theory	3, 17, 279, 313	monotonicity	43
fuzzy thesaurus	309	movement of fuzzy inp	ut 209
	Section 1	multiple-choice quest	ion 303
Н			
heuristic model	167	$\mathbf{N}$	ere green en et e
hierarchy	139	natural language	313
human reliability	223	neural network	55
		nonlinear system	103
$\mathbf{I} = \mathbf{I}$			
indoor equipment & pipi	ngs 145	P	
inference	29, 49, 121, 199	parallel operation	133
215,3	303, 319, 357, 363	pareto optimality	247
inference model	49	PID control	97
information aggregation	n 29	pipeline architecture	121
information service	377	position esitimation	401
instructional analysis	265	printed board	369
intelligent system	29	production	67
interval data	253	proposition	297
interval linear systems	253		
interval truth value	215	<b>Q</b> -	
intuitionistic logic	339	qualification	389
inverse problem	157		
inverted pendulum	97	R	
investment	187	random process	161
ISM method	279	reasoning 43,55	, 127, 209, 223, 383
		recursive fuzzy reaso	oning 127
J		reliability analysis	161
judgement	297	ring of fuzzy sets	339
		robot manipulator	401
K		rule	49,77,303
kernel	285	rule-base	77
knowledge acquisition	167		
		S	
L		scientification	3
level m fuzzy sets	333	seepage	157
linear programming	259	seismic PRA	145
logic 29,	61, 71, 151, 205	sensus communis	17
215,	319, 339, 395, 401	set-cover theory	241
logic filter	395	similarity	351
lower membership funct	ion 175	similarity index	265
		simulator for fuzzy o	control 181

	Keyword	Index
soldering process	369	
solution-set equivalence	327	
speed control	71	
stability	103	
statistical inference	357, 363	
steering control	71	
stepper	383	
stereo image sequences	401	
structuralism	17	
structuring	273, 279	
subjectification	3	
subjective evaluation	229	
subjective rating	291	
swiched capacitor circuit	133	
Т		
t-conorm	345	
type 2 fuzzy sets	333	
U		
uncertain data processing	61	
uncertainty	297	
unknown	215	
upper membership function	175	
urban expressway	377	
V		
vagueness	3, 291	
1 4 5 4 0 11 0 3 3	0, 201	

#### 第4回 ファジィ システム シンポジウム 講演論文集

#### 1988年5月30日発行

発行 国際ファジィシステム学会 (IFSA) 日本支部 (事務局)

> 〒184 東京都小金井市梶野町 3 - 7 - 2 法政大学 工学部 計測制御教室内 電話 0423-81-5341 内線329, 301

編集 第4回ファジィシステムシンポジウム実行委員 大里有生(横浜国立大学) 廣田 薫(法政大学)

印刷 株式会社 統洋社 〒173 東京都板橋区大和町41-2 電話 03-961-3663